

碩士學位論文

LiveMath를 도구로 한 중학교
함수단원의 학습자료 개발과 적용

指導教授 梁 永 五



濟州大學校 教育大學院

數學教育專攻

宋 暎 弼

2003年 8月

LiveMath를 도구로 한 중학교 함수단원의 학습자료 개발과 적용

指導教授 梁 永 五

이 論文을 教育學 碩士學位 論文으로 提出함.

2003年 5月 日

濟州大學校 教育大學院 數學教育專攻

提出者 宋 暎 弼



宋暎弼의 教育學 碩士學位 論文을 認准함.

2003年 7月 日

審査委員長 _____ 印

審査委員 _____ 印

審査委員 _____ 印

<抄錄>

LiveMath를 도구로 한 중학교 함수단원의 학습자료 개발과 적용

宋 曠 弼

濟州大學校 教育大學院 數學教育專攻

指導教授 梁 永 五

본 연구의 목적은 중학교 함수학습에 있어서 LiveMath를 도구로 활용한 함수 단원의 지도요소 작성과 그에 따른 학습자료의 개발과 적용을 통하여 교수-학습 방법을 학생활동 중심으로 개선하여 학생들의 학습 흥미유발과 학습지도를 용이하게 하고 아울러 함수의 그래프의 이해에 있어서 학습효과를 극대화할 수 있도록 하는 데 있다.

본 연구의 목적을 달성하기 위해서 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다.

1. LiveMath를 도구로 한 중학교 함수단원의 지도요소와 그에 따른 학습자료를 개발하고, 이를 활용한 수업을 실시한 실험반이 수학학습태도에 어떠한 변화를 보일 것인가를 알아본다.
2. 수학 학업성취도에 있어서 의미 있는 차이가 있을 것인가를 연구하여 효율적인 중학교 함수학습방법을 찾고자 한다.

위의 연구 목적을 성취하기 위하여, 첫째 문헌 조사를 통하여 수학교육과 함수 교육에서의 컴퓨터의 영향, 함수교육에 활용되는 소프트웨어들의 특징, LiveMath의 특성과 활용방안, 중학교 제7차 교육과정 편제와 함수단원의 내용, 학습자료 개

발방향 설정 등을 살펴보았다. 둘째, LiveMath를 도구로 하여 중학교 함수단원 전 과정에 대한 교수-학습자료를 개발하였다. 셋째, 제주도 제주시 제주대학교사범대학부설중학교 1학년 학급 중에서 성적이 비슷한 2개 반을 선정하여 1개 반(재적 36명)을 실험반으로, 나머지 1개 반(재적 36명)을 비교반으로 편성하였으며, LiveMath를 도구로 개발한 학습자료를 실험반에 적용하고 전후 검사를 통하여 학생들의 수학학습태도와 학업성취도 결과를 비교 분석하였다.

이 연구를 통하여 얻은 결과는 다음과 같다.

첫째, 개발한 학습자료를 수업에 적용한 결과, 학생들의 학습태도가 긍정적으로 변화되었음을 알 수 있다.

둘째, 개발한 학습자료를 수업에 적용한 결과, 함수에 대한 전반적인 이해에 유의미한 효과가 나타났다.



* 본 논문은 2003년 8월 제주대학교 교육대학원 위원회에 제출된 교육학 석사학위 논문임.

목 차

<초록>

I. 서 론	1
1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 연구 문제	4
3. 용어의 정의	4
4. 연구의 제한점	5
5. 기대되는 효과	5
II. 이론적 배경	6
1. 수학교육에서 컴퓨터의 영향	6
2. 함수교육에서의 컴퓨터의 영향	8
3. 함수교육에 활용된 소프트웨어	10
4. LiveMath의 특성과 활용 방안	16
5. 중학교 제7차 교육과정 편제와 함수단원 내용 체계	21
6. 함수단원 학습자료 개발방향 설정	23
III. 연구방법 및 절차	24
1. 연구 대상	24
2. 연구 설계	24
3. 검사 도구	25
4. 수학교육 의식 실태 조사와 분석	25
5. 연구의 실제	27

IV. 연구의 결과 및 분석	36
1. 수학교과에 대한 학습태도 변화 분석	36
2. 수학 학업성취도 평가 결과 및 분석	42
V. 결론 및 제언	44
1. 결론	44
2. 제언	45
◀참고문헌▶	47
<영문초록>	48
<부록 1> LiveMath의 기본적인 사용법	51
<부록 2> LiveMath를 활용한 중학교 함수단원 학습자료	61
<부록 3> 컴퓨터 활용실태와 수학교과에 대한 학습실태 조사 설문지	83
<부록 4> 컴퓨터 활용에 따른 수학학습 의식 변화 조사 설문지	84
<부록 5> 수학교과에 대한 학습태도 검사지	85
<부록 6> LiveMath를 활용한 수학학습에 대한 설문지	90
<부록 7> 수학 학업성취도 사전 검사지	92
<부록 8> 수학 학업성취도 사후 검사지	95

표 목 차

<표 II-1> 중학교 제7차 교육과정 편제와 성격, 목표 및 내용	22
<표 II-2> 중학교 함수단원 주요 내용 체계	23
<표 III-1> 실험 설계	24
<표 III-2> 컴퓨터 활용실태와 수학교과에 대한 학습실태 조사 결과	26
<표 III-3> 함수단원 학습자료 지도요소	28
<표 III-4> 단원 학습지도 계획	31
<표 III-5> 함수 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프의 성질	32
<표 III-6> 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 의 그래프의 성질	34
<표 IV-1> 컴퓨터 활용에 따른 수학학습 의식 변화 조사표	36
<표 IV-2> 수학교과에 대한 학습태도 검사 분석표	37
<표 IV-3> LiveMath를 활용한 수학학습에 대한 설문 조사표	39
<표 IV-4> 사전 학업성취도 검사 결과	42
<표 IV-5> 사후 수학 학업성취도 함수 문항 검사 결과	42
<표 IV-6> 사후 함수의 개념 이해 영역 결과	43
<표 IV-7> 사후 함수의 그래프 영역 결과	43

그 립 목 차

<그림 1> 함수 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프의 성질	33
<그림 2> 함수 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프(애니메이션)	33
<그림 3> 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 의 그래프의 성질	35
<그림 4> 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$ 의 그래프(애니메이션)	35

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

현대 지식정보화사회의 모든 분야에서 이제 컴퓨터는 필수적인 도구로, 교육매체의 활용에 대한 관심이 고조되고 있다. 이는 컴퓨터가 다른 매체와는 달리 정보 제공이나 처리 능력이 뛰어나며 학습자와의 활발한 상호작용을 통해 학습자의 반응에 즉각적이고 다양한 피드백을 줄 수 있다는 특징을 갖고 있기 때문이다.

수학이 구체물이나 사건을 추상화하여 기호로 표현되어지는 학문이라면 실생활과 가장 밀접하게 관련되는 수학 분야는 함수라고 말할 수 있다. 그러나, 학교 현장에서는 함수의 개념이 제대로 인식되지 못하고 오히려 학습자가 가장 어렵게 느끼고 싫어하는 부분으로 생각되고 있다.¹⁾

학생들은 그래프를 통해서 문제를 해결하기 보다 계산을 통해 해결하려는 경향이 강하다. 대수화, 산술화가 엄밀한 수학적 사고를 가능하게 한다고 하더라도 그림을 그려서 생각하는 것은 매우 중요한 수학적 사고전략이며 시각화 기능이 없이는 수학을 의미있게 전개하기 어렵다. 따라서 그래프를 통한 함수의 시각적 측면을 보다 강조해야 할 것이다. 함수와 관련된 내용은 가능한 그래프와 결부시켜서 생각하도록 지도함으로써 함수적 감각을 발달시켜야 할 것이다.

이처럼 강조되는 그래프를 통한 함수학습은 지필 환경에서는 도구와 시간의 제약으로 한계가 있다. 그래서, 이런 제약을 극복하기 위한 컴퓨터 소프트웨어의 그래픽 기능에 관심이 고조되고 있다.

미국수학교사협회(NCTM)²⁾는 학생들이 문제를 탐구하고 해결하기 위해, 정보를 처리하고 계산을 수행하는 도구로써 기술공학의 하나인 컴퓨터와 계산기를 적

1) 김인수(1997), 「해석학의 기초 개념과 학습 지도」, 전남대학교 출판부, p.138.

2) NCTM(1989), *Curriculum and evaluation standard for school mathematics*.

Reston, VA: The National Council of Teacher of Mathematics, Inc.

절하게 사용할 수 있어야 하며, 특히 9학년에서 12학년의 모든 학생들은 수학 시간에 그래픽 기능이 있는 계산기를 사용할 수 있어야 한다고 주장하고 있다.

우리 나라에서도 1980년대 후반 들어 컴퓨터의 보급이 보편화되면서 6차 교육과정에서 계산기와 컴퓨터의 사용을 권장하고 있으며³⁾, 7차 교육과정에서도 ‘수학적 힘’의 신장을 그 기본 방향으로 설정하고 이를 구현하기 위한 실천 항목에 계산기, 컴퓨터 및 구체적인 조작물의 활용이 포함되어 있다.⁴⁾

그러나 이러한 지속적인 노력에도 불구하고 컴퓨터는 기대만큼 수학교육에 영향을 주고 있지 못하다. 실제로 우리 나라의 컴퓨터 활용 실태를 수학교육 측면에서 살펴보면, 첫째, 하드웨어 환경의 낙후(한 학교에 1~2개의 실습실 보유), 둘째, 수학교육용 소프트웨어의 부족, 셋째, 교사 재교육의 문제, 넷째, 특수 교과(예를 들어, 실과, 컴퓨터 등)에 치중한 컴퓨터 사용 등으로 나누어 볼 수 있다.⁵⁾ 따라서, 대부분의 교사가 교실에서 한 대의 컴퓨터를 이용하여 OHP나 Projection TV로 내용을 제시하는 수준에 그치고 있으며, 더욱이 여러 교과가 한 두 개의 실습실을 공동으로 사용해야 하므로 학습 진도에 맞추어 적절하게 사용하기가 어렵다.

이러한 지필 환경의 한계를 극복할 수 있는 것이 컴퓨터이다. 역동적인 그래프로 양적인 관계를 산출하는 컴퓨터의 기능은 대수 학습을 의미 있게 해준다. 컴퓨터는 표상 체계 사이의 연결성을 통해 종래의 지필 방법으로는 힘들었던 문자식과 함수에 대한 직관력을 길러 줄 수 있으며, 학습 내용의 의미를 용이하게 파악시킬 수 있게 해준다. 컴퓨터의 시각적 조작적 기능은 학생들로 하여금 추상과 구체의 만남을 통해 수학을 보다 쉽게 접근할 수 있게 해준다.⁶⁾ 또한 컴퓨터는 학생들의 대수적 변환 및 조작 능력을 길러 주는데 소비하는 시간의 상당 부분을 응용 중심으로 옮길 수 있다.

그러나 이러한 장점과 시대적 흐름에도 불구하고 컴퓨터는 기대만큼 수학 수업에 큰 영향을 주지 못하고 있다. 이것은 소프트웨어 가격이 비싸고, 쉽게 수업에

3) 교육부(1994), 「수학과 교육과정」, 대한교과서 주식회사.

4) 교육부(1997), 「수학과 교육과정[별책8]」, 대한교과서 주식회사, p.86.

5) 류희찬(1997), “수학교육에서의 컴퓨터의 활용”, 청람수학교육 제6집, 한국교원대학교 수학교육연구소, pp.1~22.

6) 신동선·류희찬(1998), 「수학교육과 컴퓨터」, 경문사, p.2

적용할 소프트웨어 개발이 부족하고, 그 사용법이 복잡하기 때문이다.

이러한 측면에서 LiveMath는 대수, 해석, 해석 기하 전반적인 부분에 활용 가능하며, 다른 소프트웨어와 달리 학생들이 직접 사용하는 방식으로 수학 기호의 입출력이 가능하고, 팔레트 아이콘을 이용해 쉽게 배우고 이용할 수 있다. 그리고, 그래픽 계산기에 비해서도 뛰어난 그래픽과 애니메이션 효과로 함수식과 그래픽의 개념을 보다 구체적으로 인식시킬 수 있다. 즉, LiveMath는 뛰어난 그래픽 환경과 애니메이션으로 시각적인 수업을 가능하게 하고 학생들이 직관적으로 개념을 파악하고 스스로 문제를 변화시켜 볼 수 있는 과정을 부여한다. 또한 가격이 저렴해서 경제적 부담이 없고, 무엇보다도 원거리 학습자를 위해 www(HTML)에서 동적 구현이 가능하므로, 즉, 일반적인 웹브라우저에서도 잘 작동되므로 가장 경제적이고 사용이 편리하다는 것이다. 이런 점에서 다른 소프트웨어에 비해 중·고등학교 수학에 가장 적합하다고 생각한다. 일반적으로 수업시간에 지필을 이용하여 그래프를 그리므로 기껏해야 한 두 개의 그래프를 그리고 그 성질을 조사하게 된다. 따라서 복잡한 함수가 주어졌을 때 원하는 그래프를 정확하게 그리기 위한 충분한 정보 예를 들면, x절편, y절편 등을 계산하기는 매우 어려운 일이다. 이러한 정보가 바로 교사가 교실에서 학생들과 의사소통(communication)하고자 하는 내용이다. 그러나 LiveMath를 이용하면 그 그래프를 그려 낼 뿐만 아니라 LiveMath의 여러 가지 기능을 통해 지필로 함수를 그릴 경우에 알아내야 하는 정보도 쉽게 얻을 수 있다.

지현희⁷⁾의 논문에서 제안된 바에 따라 ‘Mathview를 도구로 개발된 고등학교 1학년 함수단원 학습프로그램이 함수단원 학습하기에 효과적인가?’의 질문에 인천광역시, 대구광역시, 전라남도, 경기도에 소재하는 고등학교 수학 교사 43명을 설문대상으로 한 결과 72.5%가 ‘매우 효과적이거나 효과적이다’고 대답하였다. 그 이유는 ‘칠판으로는 어려운 그래프를 쉽게 나타낼 수 있으므로 개념 획득에 도움이 되어서’, ‘학생 스스로 함수식과 그래프의 결과를 즉각적으로 확인하고 오류수정을 통한 발견적 학습이 가능해서’라고 가장 많은 교사가 답하였다. 즉, 지필 환

7) 지현희(2000), Mathview를 도구로 한 고등학교 함수 단원 구성, 한국교원대학교석사학위 논문, p.89.

경의 제한점을 LiveMath의 기능을 활용함으로써 극복할 수 있음을 보여준다. 따라서 본 연구에서는 함수단원에서 LiveMath를 도구로 활용한 함수단원의 지도요소 작성과 그에 따른 학습자료의 개발과 적용을 통하여 교수-학습 방법을 학생활동 중심으로 개선하여 학생들의 학습 흥미유발과 학습지도를 용이하게 하고 아울러 함수의 그래프의 이해에 있어서 학습효과를 극대화할 수 있도록 하는 데 그 목적이 있다.

2. 연구 문제

본 연구의 목적을 달성하기 위해 다음과 같은 연구 내용을 설정하였다.

- 1) LiveMath를 도구로 활용한 중학교 함수단원의 지도요소를 작성하여 학습자료를 개발하고, 이를 활용한 수업을 실시함에 따라 실험반이 수학학습태도에 어떠한 변화를 보일 것이며,
- 2) LiveMath를 활용한 수업과 전통적인 수업을 받은 학생들 사이에 수학 학업성취도에 있어서 의미 있는 차이가 있을 것인가를 연구하여 효율적인 중학교 수학 교수-학습방법을 찾고자 한다.

3. 용어의 정의

- 1) 학습자료란 LiveMath를 활용한 탐구활동을 통해 단원 목표와 내용을 성취할 수 있도록 본 연구자가 개발한 학습보조 도구로서의 자료를 말한다.
- 2) 전통적인 수업이란 LiveMath를 활용하지 않은 일반적인 수업방법으로, 교사가 개념과 표준화된 알고리즘을 예를 들어 설명하고 학습자들은 그것을 토대로 유사한 형태의 문제들을 해결하면서 개념을 이해하도록 설계된 수업을 의미한다.
- 3) LiveMath를 활용한 수업이란 학생들이 다양한 방법으로 LiveMath를 조작하고 그 결과를 스스로 또는 동료들과 토의를 거쳐 결론을 도출함으로써 자기 주도적으로 개념을 구성해 가는 수업을 의미한다.

4. 연구의 제한점

본 연구의 결과를 교육 현장에 적용함에 있어서는 다음 몇 가지 제한점을 갖는다.

- 1) 본 연구의 대상은 제주대학교사범대학부설중학교 1학년 학급 중에서 성적이 비슷한 2개 반 중 1개 반(실험반: 36명)과 나머지 1개 반(비교반: 36명)을 대상으로 하였기 때문에 확대 적용하기에는 문제점이 있을 수 있다.
- 2) 본 연구가 학생들이 직접 LiveMath를 조작하여 이루어진 수업이므로 교육환경과 여건에 의하여 컴퓨터를 사용할 수 없거나, 설령 있다고 하더라도 학생들이 직접 조작할 수 없다면 다른 결과가 나올 수 있다.
- 3) 학생들의 컴퓨터 활용능력이 학습의 흥미와 개념형성에 많은 변수가 있을 수 있으므로 컴퓨터 활용능력에 따라 다른 결과를 가져올 수 있다.
- 4) 본 연구는 LiveMath를 도구로 함수단원의 지도요소와 학습자료를 구성하였으므로 다른 도구를 활용 시 동일한 연구 결과가 나올 것이라고 일반화하는 데 제한점을 갖는다.



5. 기대되는 효과

본 연구를 통하여 다음과 같은 효과가 기대된다.

- 1) LiveMath를 도구로 구성한 함수단원 지도요소는 컴퓨터를 보다 적극적으로 활용하는 미래 수학교육과정의 구성에 시사점을 제공할 수 있을 것이다.
- 2) 교수-학습 현장에서 컴퓨터 도입에 따른 함수단원의 효율적인 학습지도방법과 자료 제작에 대한 시사점을 얻을 수 있을 것이다.
- 3) LiveMath를 활용한 학습은 학생들의 흥미를 자아내어 수학교과에 대한 긍정적인 태도를 갖게 할 것이다.
- 4) 개발한 학습자료를 통해 복잡한 대수적인 문제를 기하적인 그래프를 적용해서 풀 수 있을 것이다.

II. 이론적 배경

본 장에서는 컴퓨터가 수학교육과 함수교육에 미친 영향을 통해 함수교육과정의 변화가능성과 시사점을 얻고, 선행연구를 통해 LiveMath의 특성과 활용방안을 다른 소프트웨어와 비교하여 함수영역의 교수·학습에서의 활용방안과 유의점을 살펴보고자 한다.

1. 수학교육에서 컴퓨터의 영향

컴퓨터에 관한 지식과 기능의 습득은 정보화사회에 능동적으로 대처하는 방법이므로 학생들에게 컴퓨터를 가르치는 것은 매우 중요하다. 컴퓨터의 다양한 기능은 추상적인 수학 내용을 시각화하여 지도할 수 있다는 점에서 수학교육의 어려움을 완화시켜 준다. 특히 형식적인 증명이나 개념 학습의 전 단계에서 그래픽이나 애니메이션, 시뮬레이션을 통한 직관적, 탐구적 활동은 수학의 역동적이고 발생적 측면을 부각시킬 수 있다. 또한 산술적인 계산뿐만 아니라 대수적 문자식의 변환도 신속히 처리됨으로써 수학교육을 종래의 계산 기능 위주에서 사고력 중심으로 옮길 수 있게 되었다.

NCTM(1989)은 「수학교육과정과 평가의 새로운 방향」에서 수학교육에서 컴퓨터의 활용과 관련하여 다음과 같이 주장하고 있다.

- 모든 학생은 언제든지 적절한 계산기를 사용할 수 있어야 한다.
- 모든 교실에서는 시범을 목적으로 컴퓨터를 사용할 수 있어야 한다.
- 모든 학생은 개인 또는 소집단 학습을 위해 컴퓨터를 사용할 수 있어야 한다.
- 학생들은 문제를 탐구하고 해결하기 위해, 정보를 처리하고 계산을 수행하는 도구로서 컴퓨터를 사용할 수 있어야 한다.

특히 9-12학년에서는 컴퓨터나 계산기뿐만 아니라 그래픽 소프트웨어나 그래픽 계산기의 필요성까지 언급하고 있어, 수학에서 단순한 계산 기능이나 복잡한 계산을 쉽게 하는 기본적인 기능에서 확장하여 수학의 모든 영역에 걸쳐 다양한 방법으로 활용하도록 권장하고 있다.

또한 NCTM(2000)은 「학교 수학의 원리와 기준(Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft)」에서 ‘기회균등, 교육과정, 교수, 학습, 평가, 테크놀로지’ 등의 여섯 가지 원리를 제시하고 있는데, 이 중 테크놀로지는 수학 교수·학습에 필수적이며, 수학학습에 영향을 주어 학습을 향상시킨다고 주장하고 있다.

우리 나라 제7차 수학과 교육과정⁸⁾에서도 이러한 시대적 흐름을 알 수 있다.

- 교수·학습의 전 과정을 통하여 적절하고 다양한 교육 기자재를 적극 활용하여 학습의 효과를 높이도록 한다.
- 교수·학습과정에서 계산능력 배양이 목표인 영역을 제외하고는, 복잡한 계산, 수학적 개념·원리·법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 가능하다면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 한다.

이와 같이 컴퓨터는 효과적인 수학 교수·학습의 도구로서 적극 권장되고 있다. 그러나 컴퓨터의 활용 자체가 학생들의 수학적인 소양을 갖추도록 보장하는 것은 아니고 단지 학습 보조도구에 불과하다.

따라서 수학교육에서 컴퓨터의 활용은 수학을 사용하기 쉽게 하는 컴퓨터의 훈련이 아니라 학생들에게 필요한 수학이 무엇인지에 바탕을 두어야 한다. 다시 말하면, 컴퓨터 자체를 활용하는 것이 목표가 아니라, 학생들의 수학에 대한 이해를 돕는 자원으로 활용되어야 하고, 교사는 수학 교수·학습에서 컴퓨터를 언제, 어떻게 사용할 것인지 신중하게 결정해야 한다.

8) 교육부(1997), 전계서, p.86

2. 함수교육에서의 컴퓨터의 영향

함수의 성질은 그래프를 그려 살펴보는 것이 매우 효과적이고 자연스럽지만 흔히 학생들은 함수의 본질은 기호적 표현 양식의 식이며 그래프는 그것을 시각화한 보조 수단에 불과하다고 생각한다. 학생들은 그래프를 통해서 문제를 해결하기 보다 계산을 통해 해결하려는 경향이 강하다. 따라서 그래프를 통한 함수의 시각적 측면을 보다 강조해야 할 것이다. 함수와 관련된 내용은 가능한 그래프와 결부시켜서 생각하도록 지도함으로써 함수적 감각을 발달시켜야 할 것이다.⁹⁾

최근 교과서를 보면 학생들은 종이와 연필로 몇몇 순서쌍의 점들을 연결해서 함수의 그래프를 그리고 있다. 이렇게 그래프를 그리는 과정은 정확치 않으며 시간 낭비를 가져온다. 그리고, 학생들은 종종 그래프에서 볼 수 있는 중요한 부분들을 많이 간과하고 있다. 함수에 대한 그래프는 복잡한 정보를 한 눈으로 쉽게 보여준다. 재미있고 유용한 문제들을 함수로 표현했을 때 종이와 연필로 그리기에는 너무 어려운 경우가 많이 있다. 그래서 지필 환경에서는 다양한 그래프를 그리는데 한계가 있다. 하지만, 컴퓨터나 함수에 관련된 소프트웨어를 이용하면 기본형태를 중심으로 변환된 그래프를 자유롭게 볼 수 있다. 그러면 학생들 스스로 여러 가지 그래프를 비교하고 예견하고 산출한 결과, 대수와 기하 표현 사이의 관계 - 즉 방정식과 그래프 사이의 관계-를 이해하는데 큰 도움이 된다.

신동선과 류희찬¹⁰⁾은 현행 수학교육에서 대수와 함수교육의 문제점을 다음과 같이 지적하고 있다.

첫째, 복잡한 계산기능을 지나치게 강조함으로써 개념 및 사고력 신장의 교육이 이루어지지 못하고 있다. 예를 들어, 다항식을 풀거나 이차방정식의 인수분해에 너무 많은 시간을 소모하고 있다. 이차방정식을 인수분해하는 능력은 그 자체 보다 응용의 목적상 중요하다는 점이 인식되어야 한다.

둘째, 계산 알고리즘 자체를 강조하는 반면 알고리즘의 분석이나 생성측면을 덜 강조하고 있다. 여기서 알고리즘은 문제해결에 필요한 유한 번의 단계적인 계산방

9) 우정호(1998), 「학교수학의 교육적 기초」, 서울: 서울대학교 출판부.

10) 신동선·류희찬(1998), 전계서, p.38.

법이나 조작의 처리 순서를 말하는 것이다.

셋째, 학교대수의 내용이 기호조작과 그것의 일차적인 응용에 한정되고 있다. 예를 들어, 해석 기하와 삼각법의 많은 문제들은 대수와 관련시켜 학습되어야 한다.

또한 류희찬¹¹⁾은 컴퓨터를 활용하면 이러한 대수와 함수교육의 문제점을 크게 개선할 수 있다고 다음과 같이 제시한다.

첫째, 컴퓨터는 학생들의 대수적 변환 및 조작 기능을 길러주는데 소비하는 시간의 상당부분을 응용중심으로 옮길 수 있다. 흔히 기능 지도를 축소함으로써 학생들의 개념 이해력과 문제 해결력이 저하될 것이라고 우려하지만 오히려 효과적인 기능 훈련이 가능하다면 심각한 문제는 아니라는 연구 결과가 많이 제기되고 있다. 둘째, 지도 계열을 개선함으로써 수학학습에 대한 태도를 개선할 수 있다. 기능이나 개념을 먼저 지도한 후 응용문제를 접하는 것이 아니라 응용문제를 먼저 소개할 수 있게 됨으로써 학생들로 하여금 학습하는 내용을 보다 의미 있게 파악할 수 있게 해준다. 셋째, 역동적인 그래프로 양적인 관계를 산출해 내는 컴퓨터의 기능은 대수 학습을 의미 있게 해준다. 컴퓨터는 표상 체계 사이의 연결성을 통해 종래의 지필 방법으로는 힘들었던 문자식과 함수에 대한 직관력을 길러줄 수 있으며 학습 내용의 의미를 용이하게 파악시킬 수 있게 해준다.

결국, 대수와 함수교육에서 컴퓨터를 활용하면, 응용중심으로 문제 해결력을 기를 수 있고, 지도 계열을 변화시켜 태도를 개선시키며, 다양한 표현을 제공하여 지필 환경의 한계를 극복할 수 있다.

함수교육에 있어서의 컴퓨터 이용의 이점을 좀 더 살펴보자. 컴퓨터를 활용하면 수학적 내용을 시각화할 수 있다. 이는 수학적 개념을 직관적으로 이해하고, 심화시킬 수 있는 좋은 계기가 된다. 일반적인 함수의 개념을 영상화하고 컴퓨터의 그래픽을 활용하면 여러 형태의 함수의 개형을 이해하고, 각 함수의 특징을 파악하는데 효율적이다.

다시 말해서, 대수와 함수 영역에서 컴퓨터를 이용하면 대수적 변환 및 조작 능력에 소비하는 시간의 상당부분을 응용 중심으로 옮길 수 있는 이점이 있다. 시중에 보급된 다양한 함수용 소프트웨어는 대부분이 간단한 명령어로 방정식 풀이,

11) 류희찬(1997), 전제서, pp.1~22.

그래프 그리기 등이 가능하기 때문에 문제 해결에 더 많은 시간을 투입할 수 있으며, 응용중심의 수업도 가능하게 해준다. 또한, 역동적인 그래프로 양적인 관계를 산출해내는 컴퓨터의 기능은 대수 학습을 의미 있게 해준다.

3. 함수교육에 활용된 소프트웨어

선행 연구를 통해 함수교육에 활용된 소프트웨어의 종류와 기능을 알아보고 활용방안을 고찰하였다.

1) 스프레드시트를 이용한 함수교육

스프레드시트는 행과 열로 짜여진 전자작업지 위에 수량적 자료와 그래픽을 가능하게 한 일종의 통합프로그램으로 Lotus 1-2-3, Symphony, Super Sheet 등으로 개발되어 사용되기도 하고 MS-Office와 같이 워드프로세서와 통합하여 사용되기도 한다. 저렴하게 쉽게 구할 수 있는 소프트웨어이며 사용법도 쉽게 익힐 수 있다.

(1) 기능

스프레드시트는 연산(수학적 계산, 통계, 자료관리 등), 자료처리(소트, 검색, 삭제, 삽입, 회귀분석 등), 그래프(꺾은선, 막대, 누적막대, 원, 3차원 표면형 그래프 등)를 그리고 간단한 문서 작성의 기능이 있다. 엑셀의 경우에는 다양한 3차원 차트 작성이 가능하고 그림 객체 등을 워크시트에 삽입할 수 있게 하는 등 표현 기능이 강화되었다.

(2) 장단점

장경윤¹²⁾은 스프레드시트의 장점으로 다음 6가지를 언급하고 있다.

- ① 반복적이거나 재귀적 표, 또는 개념을 알 수 있는 표를 쉽게 만들 수 있게 해준다.
- ② 알고리즘을 개발하고 사용하는데, 수학적 문제의 답을 모델링하는데 있어서 사용자로 하여금 통찰력을 증가시킬 수 있다.

12) 장경윤(1997), “스프레드시트를 이용한 수학교육 활용”, 청람수학교육 제6집, 한국교원대학교, 수학교육연구소.

- ③ 학생들을 수를 다루는 번거로움에서 자유롭게 해줌으로써 문제 자체에 집중할 수 있게 해준다.
- ④ 한번 실행된 계산을 스크린 위에서 계속하여 볼 수 있게 해주며, 학생들이 한 변수의 값을 바꿈으로써 변수의 값이 전체 계산의 패턴에 어떤 영향을 주는지 알 수 있게 해 준다.
- ⑤ 수량으로 나타난 여러 변수들의 관계를 다양한 그래프로 표현할 수 있게 해줌으로써 수식과 그래프의 학습에 도움을 줄 수 있다.
- ⑥ 자료를 도수분포표나 그래프로 정리할 수 있게 해주므로 실생활에서 얻을 수 있는 복잡한 수량적인 자료들을 표현하는데 까지 수학적 활동이 확장될 수 있다.

단점으로는 다음과 같은 점을 들 수 있다. 우선, 실수의 표현 양식에서 오는 제한점(계산기나 컴퓨터가 나타내는 실수는 항상 소수형태)으로 $x^2 - 2 = 0$ 의 해는 $\pm\sqrt{2}$ 가 아닌 ± 1.414236 의 근사치가 구해진다. 또, 회계관리의 목적을 위해 제작된 소프트웨어로서 수학교육을 위한 특별한 소프트웨어가 아니므로 수학적 구성체계의 원리와 다를 수 있다. 따라서, 수학교과서에서 사용하고 있는 수, 식 표현을 그대로 사용할 수 없다. 예를 들어, 2의 절대값은 'ABS(2)'로, $\sqrt{3}$ 은 'EXP(3)'으로, $\ln 3$ 은 LN3으로 입력한다.

(3) 활용

함수 개념의 학습이나 함수식 찾기, 방정식 또는 연립방정식의 해와 그 그래프 그리기, 표와 계산기능, 내장 함수 등을 이용해 수학적인 원리와 법칙의 확인, 계산기능 통해 복잡한 계산이 요구되는 문제 해결에의 활용, 자료의 정리와 표현 활동, 재귀 또는 반복적 사고를 활용한 활동 등을 확인하는데 활용이 가능하다.

2) 그래픽계산기를 이용한 함수교육

그래픽계산기는 휴대가 간편하여 이용이 편리하며 컴퓨터 한 대 값으로 한 학급이 사용가능한 그래픽계산기의 구입이 가능할 정도로 저렴한 도구다.

(1) 기능

그래픽계산기는 프로그램, 그래픽, 자료분석 등 컴퓨터에 준하는 대부분의 기능을 갖추고 있는 소위 포켓컴퓨터라 할 수 있다. 따라서, 계산 기능(공학계산기 기능에 진법계산, 행렬연산, 복소수 연산, 미적분계산 등), 그래픽 기능(막대, 꺾은선, 누적도수그래프 등), BASIC언어로 프로그래밍 할 수 있는 기능, 통계기능(평균, 표준편차, 최대, 최소, 상관계수, 정규분포표, 산포도, BOX도표, 회귀그래프 등), 방정식 해법 기능 등 다양하다.

(2) 장단점

장점은 기존의 계산기보다 화면이 크기 때문에 입력하는 숫자나 기호뿐 아니라 전체 식을 보여준다. 입력한 식에 대한 수정과 편집이 가능하며 replay button으로 하나의 식을 반복 적용할 수 있어 여러 가지 식을 간편하게 시도한다. 하나의 문제에 대해 표를 만들어 보고, 좌표평면에 점을 찍어 그래프를 그려보는 등 다양한 표현이 가능하여 개념형성에 도움이 된다. 무엇보다도, 저렴한 가격으로 컴퓨터에 준하는 이러한 기능을 보유한다는 점이 큰 이점이다. 반면, 가격이 저렴하나, 학생 개개인이 일일이 구입해야 한다는 어려움이 있으며 컴퓨터 화면에 비하면 스크린 화면이 작고 각 기능의 사용법을 우선 정확히 배워야 한다. 또한, 여러 기능을 지닌 대신에 각 기능에 관한 전문 소프트웨어에 비해 제한점을 지니게 된다.

(3) 활용

다양한 함수의 그래프(삼각, 로그, 지수함수 등)를 그리고, 극대값, 극소값 구하기, 정적분의 개형 구하기, 정적분의 면적 구하기, 중간값 정리, 테일러 정리, 중복적분, 미분방정식, 선형대수 등에 시도가 가능하다. 현실적인 자료를 이용하여 풍부한 개념 이해를 돕고 다양한 문제 해결방법에의 접근이 용이하며 학생들의 능동적 참여와 안내식 발견학습도 가능하다. 즉, 수학적 탐구의 도구, 다양한 표상의 번역 도구로 활용이 가능하다.¹³⁾

13) 권오남·박경미(1997), “그래픽 계산기를 활용한 수학교육”, 청람수학교육 제6집, 한국교원대학교 수학교육연구소.

3) 그래프마법사를 이용한 함수교육¹⁴⁾

그래프마법사란 사용자가 입력한 함수식을 그래프로 나타내주는 프로그램으로 현행 중·고등학교 수학 교과과정에서 다루어지는 모든 내용의 그래프에 대한 표현이 가능하다. 우리 나라에서 개발된 소프트웨어로 우리 수학교육 현장에 가장 맞게 개발된 소프트웨어라 할 수 있다.

(1) 기능

그래프마법사의 기능은 크게 두 가지 부분으로 나눌 수 있는데, 한가지는 사용자가 입력한 함수식을 그래프로 그려내는 것이고 다른 하나는 이미 그려진 그래프를 대상으로 여러 가지 분석기능을 수행하는 것이다. 그리고, 그래프에 대한 분석 기능에서는 일반적인 교육용 그래프 소프트웨어에서와 같이 미분 그래프, 접선의 표시, 좌표값 표시와 같은 정적인 기능들은 물론, 사용자가 마치 TV나 VTR의 리모콘을 사용하는 것처럼 편리하고 직관적으로 그래프의 성질을 학습할 수 있는 기능들을 갖추고 있다. 예를 들면 사용자가 입력한 여러 개의 함수를 한꺼번에 그리지 않고 그들 각각의 함수를 그리는 과정을 보여주거나, 하나의 화면에 사용자가 원하는 개수만큼의 함수를 묶어서 애니메이션 형식으로 보여주는 기능도 있다.

(2) 장단점

가장 큰 장점은 국내 개발된 소프트웨어로서 모든 사용키가 한글로 되어있어서 학생들도 쉽게 익혀 사용 가능하다는 점이다. 그리고, 대부분의 교육용 그래프 소프트웨어들이 직교좌표 그래프 기능만을 제공하는데 비해서, 그래프마법사에서는 직교좌표 그래프뿐만 아니라 매개변수, 극좌표, 음함수에 대한 그래프까지도 구현이 가능하다. 또한, 작업한 함수와 그 그래프를 파일 형태로 저장하여 언제든지 다시 불러서 사용할 수 있으며, 그래프를 복사하여 일반 한글 문서 작업에 덧붙이는 기능으로 학습지도안 작성 시에 편리하다. 하지만, 기능이 그래프의 표현에만 집중되어서 대수적 계산 기능이 없으며, 번역이 무한히 커지면 그래프 제시에 시간이 오래 걸리며 때론 오류가 나타난다.

14) 류희찬, 조민식, 지현희(1999), 「그래프마법사를 활용한 함수교육」, 대한수학교육학회 수학교육자료집-제1권, 교육소프트연구소.

(3) 활용

그래프마법사는 현행 중·고등학교용으로 개발된 만큼 중·고등학교에 제시되는 모든 함수의 입력 및 그래프 그리기, 지정한 지점에서의 좌표값 계산, 접선·법선·기울기 등 구하기, 1계·2계 미분 그래프 그리기, 적분 그래프 그리기, 지정한 범위 내에서의 적분값 계산, 그래프의 근 구하기, 최대값·최소값 나타내기, 대칭 이동그래프 그리기 등에 활용 가능하다. 또한, 예를 들면 $Ax^2 + Bx + C$ 와 같이 여러 가지 문자형 변수가 포함된 수식을 입력한 다음, 그 변수의 값을 변경해가면서 그에 따른 그래프 모양의 변화를 관찰하는 탐구학습에 활용이 가능하다.

4) Mathematica를 이용한 함수교육

Mathematica는 1988년 미국의 물리학자 Stephen Wolfram이 처음 발표한 이래로 현재 Ver4.2까지 나와 있는 수학 계산 프로그램이다. 수학 교육용으로 개발된 것은 아니지만, 기호 연산이 가능하고 그래픽 기능이 뛰어나서 수학 교육에 이를 충분히 활용 가능하다.

(1) 기능

기능을 다음과 같이 6가지로 구분할 수 있다.¹⁵⁾

- ① 계산기의 기능으로 사칙연산, 지수·분수의 계산, 로그·삼각함수·복소수의 계산, 여러 가지 통계 자료의 계산 등과 같이 계산기에서 가능한 모든 계산을 훨씬 정밀하게 계산할 수 있을 뿐만 아니라 미분·적분·정적분의 계산도 가능하다.
- ② 대수적인 기능으로 대수적 연산(Symbolic Calculation) 기능을 이용해 식의 인수분해, 식의 전개, 동류항의 계산, 연립방정식의 풀이, 고차방정식·부정방정식·항등식 등의 풀이를 구할 수 있다.
- ③ 그래픽 기능으로 2차원 평면에서의 그래프, 3차원 공간에서의 그래프, 여러 함수를 한 그래프에 그리기, 보는 시점에 따른 그래프의 변형 등이 가능하다.

15) 박래홍(1996), “Mathematica를 이용한 함수 지도에 관한 연구”, 석사학위논문, 전남대학교 교육대학원.

- ④ List 기능으로 가장 핵심적이고 가장 널리 사용되는 개념으로서 특히, 집합·벡터·행렬·수열의 급수 등을 구할 때 유용하다.
- ⑤ Notebook 기능으로 실행한 모든 과정 및 결과(계산, 수식, 그래프 등)를 파일로 저장할 수 있어서 필요할 때 다시 사용할 수 있다. 또한, 간단한 워드프로세싱이 가능하며 셀 편집 기능이 있어서 강력하고 사용하기에 편리하여 전자 보조 칠판, 공책의 역할을 할 수 있다.
- ⑥ 프로그래밍 기능으로 BASIC처럼 기계번역(interpreter) 방식의 한 스텝 한 스텝 계산하여 바로 결과를 확인할 수 있어 편리하며, Mathematica 패키지를 활용하여 프로그래밍을 구사한다면 중등수학의 거의 모든 부분에 Mathematica의 사용이 가능하다.

(2) 장단점

초등학교에서 대학원의 연구과정까지도 활용할 수 있는 거의 모든 분야의 수학 응용프로그램이라 할 수 있다. 효과적이고 다양한 2·3차원 그래픽 기능과 사운드 기능을 갖고 있으며 Notebook기능으로 교사나 학생이 효율적으로 필요한 파일을 저장, 재활용 가능하다. 또한, Fortran, C와 같은 프로그래밍 언어와도 정보를 교환할 수 있어서 그 수요가 점점 늘고 있다. 그러나, 이 프로그램은 많은 메모리 용량을 필요로 하며 구입 비용이 다른 소프트웨어에 비해 너무 비싸고 사용법을 익히기가 어렵다는 문제점을 지닌다.

(3) 활용

함수학습에 적합한 구조로 함수 표기가 수학적 표기와 대단히 유사하다. 예를 들면, 'f[x-]: =식 입력'형태로 $y=f(x)$ 의 표현과 크게 다르지 않고 '='는 x값이 주어져야 f[]값이 정해짐을 의미하는 것으로서 $x \rightarrow f(x)$ 의 동적 이미지와 유사하다. 또한, 변수 개념의 지도에 활용가능하며 함수의 대응, 합성함수, 반복함수 등의 학습에 효과적이다.

4. LiveMath의 특성과 활용 방안

문헌과 인터넷 자료를 통해 LiveMath의 특성과 교수학습상의 유용성을 알아보고 그에 따른 효과적인 활용방안을 고찰한다.

1) LiveMath의 특성

LiveMath는 기호연산조작 프로그램(Symbolic Manipulation Program)으로 직관적 인터페이스 구성과 ‘click and solve’ 방식으로 작동되어 조작이 쉽고 수식 입력과 연산을 손쉽게 사용할 수 있다. 재 조작 실행으로 실시간에 연산 결과와 그래프를 연동시켜 변화를 관찰할 수 있고, plug-ins를 제공받아 Web Browser에서 학습할 수 있는 장점을 가지고 있다. 하나의 notebook안에 계산 명령과 텍스트를 함께 저장하여 수업지도안을 작성함으로써 단계별로 재현할 수 있으며, 학습자의 의도대로 자유롭게 실험과 탐구의 상호작용이 가능한 소프트웨어이다.¹⁶⁾

LiveMath의 특징을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

- (1) 자유로운 한글 입출력에 복잡한 수식 기호를 팔레트 아이콘을 이용하여 마우스 클릭으로 누구나 쉽게 입력할 수 있는 수학적 워드프로세서라 할 수 있고 그래프 기능이 추가되어 있다. 따라서, 교사들이 수학학습지도안 작성 시 수식 입력이 편리하며, 사용에 익숙해져 있는 문서 편집기와 같이 친숙하게 느낄 수 있고 학생들의 활동지도에 따로 준비없이 교사가 제시한 자료 화면에서 바로 입력, 출력하여 활용할 수 있다. 또한, 그래프를 따로 그려 복사 및 붙이기 기능을 사용하는 불편함을 없앨 수 있다.
- (2) 간단한 마우스 조작이나 변수의 입력만으로 다양한 수식의 변화, 표, 그래프의 즉각적인 변화를 관찰할 수 있다. 따라서, 같은 유형의 다른 문제를 다양하게 반복학습할 수 있으며, 새로운 유형의 문제 개발 및 검증 절차도 가능하고 다양한 구체적 활동을 통해 일반화 과정으로 이끌 수도 있다. 예를 들어,

16) 박용범, 김한희, 박일영(1999), “수학개념의 자기 주도적 개성을 위한 교수학습모델의 개발”, 한국수학교육학회지3집, 한국수학교육학회논문집, pp.97~114.

$y=2x+4$ 의 함수를 입력하고 그 그래프가 그려져 있다면 기울기 '2'와 y 절편 '4'를 다른 숫자로 변화시키면 그에 따른 변화된 그래프가 바로 제시된다. 즉, 교사가 제시한 결과를 무조건적 수용하지 않고 학생들이 직접 수정·변화·검증하면서 탐구학습이 가능하다.

(3) 뛰어난 그래픽 환경과 애니메이션 기능으로 시각적·역동적 수업이 가능하며, 직관적 개념 이해 학습이 가능하다. 한 화면에 여러 함수를 동시에 다양한 색상이나 모양으로 그릴 수 있으며, 3차원 공간 그래프도 그릴 수 있으며 마우스 클릭만으로 원하는 방향으로 그래프를 움직여 살펴볼 수 있다. 애니메이션 기능으로 계수 변화에 따른 다양한 그래프(2차·3차원의 매개변수 그래프, 음함수, 극좌표 그래프, 등고선 그래프, 3차원 그래프 등)의 변화를 탐구하여 일반화시킬 수도 있다.

(4) World Wide Web 상에서 수식과 그래프를 구현할 수 있고 집에서 개별 컴퓨터를 통해 off-line상태에서도 일부 기능이 사용가능하여 개별학습, 반복학습이 가능하다. 즉, LiveMath는 제한적으로나마 off-line상태에서 동적인 구현이 가능하고 Web Browser에서도 잘 작동된다는 점에서 경제적이다 할 수 있다.

(5) 작성된 자료를 파일로 저장가능하며 필요시 불러내어 사용하거나 교사나 학생의 의도대로 재편집이 가능하여 활용도가 높다. 따라서, 개별·수준별 학습에 따라 재구성하는데 시간과 노력을 절약할 수 있다.

2) 교수학습상의 유용성

(1) Notebook이라는 형태로 저장

- ① 한 개의 file안에 계산 명령과 텍스트가 함께 저장될 수 있다. 따라서, 교사가 수업지도안을 한 개의 file로 저장하고, 다시 실행을 시킬 때에 한 단계 한 단계씩 재현할 수 있다.
- ② 교사는 의도대로 수업지도안을 작성할 수 있어, 교사 나름대로 수업방식을 설계할 수 있다.
- ③ 학습자는 일관된 수학 내용을 학습하고 직접 다루어 봄으로써 학습 효과를 높일 수 있다.

- ④ 식의 계수 변화에 따라 근 또는 그래프를 자유자재로 구할 수 있도록 하여 문제풀이과정과 결과의 오류를 스스로 파악하고 탐구할 수 있는 능력을 기를 수 있다.
- (2) 학습자의 의도에 따라 자유롭게 실행 조작성 가능
- ① 학습자가 의도에 따라 자유롭게 실행 조작성을 할 수 있어 실험을 하는 것처럼 수학적 내용에 접근할 수 있는 교육환경을 제공한다.
- ② 시각적으로 관찰할 수 있는 학습이 진행되어 학습자는 직관적으로 수학적 개념을 파악한다.
- (3) 학습자의 의도에 따라 구현
- ① 계수를 변경하는 학습자의 질문에, 컴퓨터는 대수적 연산의 결과와 그래프를 변화시키는 응답을 함으로써, 학습자와 컴퓨터는 서로 상호작용을 가진다.
- ② 학습자의 사고 과정을 유도하는 질문과 학습자가 실행을 하는 일련의 상호작용 속에서 변화를 관찰하고, 어떤 연관성을 발견하여, 수학적 사실을 추론하는 탐구과정을 거침으로써 수학적 개념의 재구성이 용이하다.
- (4) 문제이해, 적절한 풀이, 정답 분석 일련의 과정을 학습자가 구상 자신의 수학 아이디어를 직접 실행 조작하여 시각적인 변화를 관찰하고, 공통점을 발견한 후, 추론하여 정상적으로 수학의 개념을 이해한다. 이러한 수학의 개념을 문제 풀이에 적용시켰을 때, 우선 문제를 이해하고, 적절한 풀이, 정답 분석하는 일련의 과정을 학습자 자신이 구상한다.
- (5) 교과 과정 개발 도구
- 누구나 자신의 의도대로 수업을 설계하거나 교과 과정을 개발할 수 있기 때문에 쉽게 교안을 작성할 수 있다.
- (6) 인터넷을 통한 협력 학습의 기회 제공
- ① Plug-ins를 제공하여 LiveMath 없이도 인터넷에서 수학학습을 할 수 있고, 인터넷을 통해 다른 학습자와 협력 학습기회를 제공함으로써, 학습자는 좀더 능동적이고 적극적인 자세로 학습을 하게 된다.
- ② LiveMath의 특징으로서 Off-line에서 작동이 되어, 저렴한 통신비로 학습을 할 수 있다.

3) LiveMath의 활용 방안

위에 제시된 LiveMath의 다양한 기능들을 수학교육에 활용할 수 있는 방안을 살펴보면 다음과 같이 5가지로 제시할 수 있다.

- (1) 함수의 기본적인 개념을 이해하기 위하여 단순히 반복되는 그래프를 필요로 하는 경우에 LiveMath의 그래픽 기능을 이용함으로써 수업시간에 학생들을 더 잘 집중하게 만들고 또 학습자들의 흥미를 유발시킬 수 있다. 또한, 칠판에서 표현할 수 있는 한계를 넘어서 정확한 그래프를 그릴 수 있다. 3차원 그래프의 경우에도 학생들로 하여금 공간 개념을 더 잘 이해할 수 있게 유도할 수 있다. 즉, 학생들이 수학을 지루하게 여기는 방관자적 입장에서 벗어나 능동적이고 적극적인 학습자가 되도록 유도할 수 있다.
- (2) 수학의 기본적이고 중요한 개념을 이해하기 위하여, 단순히 반복되는 계산 또는 풀이과정을 필요로 하는 경우에 계산기의 역할 또는 중간과정을 신속하게 처리하는 LiveMath의 대수적 기능을 이용함으로써, 학습시간에 학생들의 관심이 분산되지 않고 수업시간을 효율적으로 쓸 수 있다. 그리고, 학생들이 계산과정이 끝난 후 즉시 답을 비교·검증하기에도 편리하다. 그러나, 이 계산 기능의 남용으로 학습자들이 기본적으로 배워야 할 계산 기능을 경시하거나 계산 기능 학습을 불필요하게 여겨서는 안된다. 그래서, 교사들은 수리능력을 충분히 갖춘 단계에서 LiveMath를 수업시간에 도입하도록 유의해야 할 것이다.
- (3) 여러 가지 그래프를 빠른 시간 내에 그릴 수 있기 때문에 어떤 부류의 함수 성질을 알기 위해서 학생들은 그래프를 통해서 이를 탐구하고 수학적 개념을 발견할 수 있게 된다. 지필 환경에서는 이러한 활동을 실행하기가 거의 불가능했는데 그 이유는 정확한 그래프를 직접 그리려면 시간이 너무 많이 걸리기 때문이다.
- (4) 복잡한 방정식이 사용되어야 하는 실용적인 문제를 다룰 수 있게 된다. 지필 환경에서는 교육과정에 있는 계산 가능한 문제만 응용문제로 사용 가능했지만, LiveMath의 기능으로 학습 내용의 소재가 폭넓어지게 된다.

함수교육에 있어서 중요한 목표 중 하나는 그래프를 해석하는 법과 그래프에 포함된 정보들로부터 함수의 성질을 인식하는 방법을 익히는 것이다. 임의의 함수를 표로 나타내고 그래프로 표시하는 것은 대단히 중요하고 학교수학에서도 초기부터 도입되는 내용이지만 실제 표를 작성하고 그림을 그리는 것은 상당한 시간과 노력이 필요하다. 그리고 그 시간과 노력은 그래프의 특징을 파악하는데 있다기보다는 x 에 대응하는 함수 값에 대한 계산과 그것을 정확하게 모눈종이 등에 옮기는데 소요되는 것이다. 더구나 예를 들 수 있는 함수도 일차·이차 함수 정도의 단순한 것일 수밖에 없다. LiveMath는 그래프 지도에 있어서 위에 제시된 것처럼 매우 효과적인 역할을 할 수 있다. LiveMath를 이용해 x 의 값이 변함에 따라 y 의 값이 결정되고 그것이 어떻게 변하는지 관찰하도록 하면, 이는 실제 계산에서 시간을 절약하며, 직접 변화표를 쉽게 만들 수도 있다. LiveMath의 그래픽 기능은 대학교 이상의 고등수학에서의 함수를 표현할 수 있을 만큼 강력하여 중·고등학교에서 다루지는 모든 함수학습에 유용하게 이용될 것이다.

4) LiveMath 이용 시 주의사항

- (1) 컴퓨터와 LiveMath의 기능 숙달이 먼저 이뤄져야 한다. 비교적 사용법이 쉬운 소프트웨어이지만, 충분한 기능 숙달을 통해야 예기치 못한 문제를 해결할 수 있다.
- (2) 학생들이 지나치게 LiveMath에 의존하지 않도록 세심하게 지도한다. 컴퓨터를 이용하더라도 기본 계산능력의 중요함을 인식시키고 답을 알기 전 결과를 예측할 수 있는 수학적 사고력을 기를 수 있도록 지도하여야겠다. 다시 말해서 LiveMath는 수학적 개념 형성을 도와주는 보조도구로서 사용해야만 할 것이며 교사는 학생들이 효과적인 학습을 할 수 있도록 적절한 문제 상황 및 과제를 제시하여야 할 것이다.
- (3) 교사는 주제별로 학습 보조자료를 준비하여 활용할 수 있게 하며, 여러 교사들과의 협의를 통해 자료를 공유하며 교환·발전시킬 수 있도록 하여야겠다.

(4) 컴퓨터를 이용한 학습은 교사의 지도방법에도 변화가 있어야 하지만, 무엇보다도 학생들의 수업 태도도 지금보다 능동적으로 바뀌어야겠다. 수학의 지식이나 기능의 전수에 치중했던 지금까지의 교수방법에 익숙해져 있는 학생의 대부분은 교사의 지시에 따라 행동하는 일은 잘하는 반면, 문제를 스스로 찾아보거나, 해결 방안을 스스로 탐구하거나, 보다 나은 해결방법을 스스로 알아보거나, 해결한 문제를 바탕으로 새로운 문제를 탐색해보는 능력과 태도는 형성되어 있지 않다. 하지만, 학생들은 LiveMath와 같은 소프트웨어를 이용한 수학 수업에서 훨씬 자발적인 학생의 학습 참여가 가능하며, 다양한 방법을 통해 수학적 개념을 익힐 수 있다.

(5) 학생들이 직접 그래프를 그리는 것을 경시하거나 기본적인 그래프를 그려봄으로써 그 함수를 이해할 수 있다는 사실을 간과해서는 안될 것이다. 그래서, LiveMath의 기능을 수업시간에 도입할 때는 충분히 그래프 개념을 갖춘 단계에서 쓸 수 있도록 하여야 할 것이다.

(6) 항상 컴퓨터의 이용이 지필 환경보다 우수하다고는 할 수 없으므로, 지필 환경에서도 충분히 학습 가능한 내용들은 굳이 컴퓨터 화면으로 구성하려고 하지 않아야 한다.

LiveMath와 같은 소프트웨어를 이용한 수학 수업은 교사의 역할을 더욱 증대시킨다. 컴퓨터는 어디까지나 기계에 불과하므로 교사의 많은 노력과 시간이 요구된다. 교사가 이 프로그램의 기능을 충분히 이해하고, 학습자료를 미리 개발하여 학습 상황을 예측하고 대비하여 실제 수업에서 적절한 통제를 부여하여야만 학생들의 효과적인 수업을 이끌어낼 수 있을 것이다. 너무 지나치게 교사가 주도하여 수업을 진행시켜도 또 다른 형태의 설명식 수업에 지나지 않을 것이다.

5. 중학교 제7차 교육과정 편제와 함수단원 내용 체계

LiveMath를 도구로 한 함수단원 학습자료 개발을 위해 <표 II-1>과 같이 우리나라 중학교 제7차 교육과정에 편성된 함수단원을 분석한 후 학습프로그램자료의

개발방향을 설정하고자 한다.

<표 II-1> 중학교 제7차 교육과정 편제와 성격, 목표 및 내용

시간 배당 기준	단계	7단계	8단계	9단계	비 고
시수		136	136	102	· 9단계는 주당 1시간 감소
교육 과정 체제		1. 성격 2. 목표 3. 내용: 가. 내용 체계 나. 단계별 내용 4. 교수·학습 방법 5. 평가			· 교육 과정 체제 통일 · 각 단계별 목표 진술 · 각 영역(주제)별 학습 지도상의 유의점 제시 · 심화과정 제시
성격		· 수학과 교과 성격 제시 · 단계형 수준별 교육 과정으로 구성, 기본 과정 과 심화 과정을 둔 · 능력에 따라 학습할 수 있는 기회를 제공			· 학생들의 인지 발달 수준과 능력에 따른 학 습의 기회 제공
목표		· 수학적 경험을 통한 개념, 원리, 법칙과 이 들 사이의 관계 이해 · 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변의 여러 가지 문제 해결 · 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도 형성			· 수학적인 힘의 신장 을 강조
영 역 명		· 6개 영역으로 구성 · 수와 연산, 문자와 식, 규칙성과 함수, 확률과 통계, 도형, 측정			· 1~10단계 영역명 통일
내용 제시 방법		· 각 단계별, 영역별로 학습 내용과 수준을 제시 · 각 단계별, 영역별로 용어와 기호, 학습 지도 상의 유의점, 심화 과정 제시			· 단계형 수준별에 의 한 내용 제시 · 기본 과정, 심화 과정 제시

<표 II-2> 중학교 함수단원 주요 내용 체계

단계 영역	7단계	8단계	9단계
규 칙 성 과 함 수	<ul style="list-style-type: none"> · 정비례, 반비례 · 함수의 개념 · 순서쌍과 좌표 · 함수의 그래프 · 함수의 활용 	<ul style="list-style-type: none"> · 일차함수의 뜻과 그래프의 성질 · 일차함수와 일차방정식의 관계 · 그래프를 통한 연립일차방정식의 해의 이해 · 일차함수의 활용 	<ul style="list-style-type: none"> · 이차함수의 뜻 · 이차함수의 그래프 · 이차함수의 그래프의 성질

위의 <표 II-2>에서 살펴 본 바와 같이 제7차 교육과정의 7-가 단계 규칙성과 함수단원을 설정하여 LiveMath를 도구로 한 함수단원의 학습자료를 개발하고자 한다.

6. 함수단원 학습자료 개발방향 설정

LiveMath를 도구로 한 중학교 함수단원의 학습자료 개발방향을 다음과 같이 설정하였다.

- 1) 기존 교과서를 참고로 개발자가 구성한다.
- 2) 함수에 대한 접근에 있어 산술적이고 계산적인 방식보다는 시각적으로 직관적인 방식을 유도한다.
- 3) 학생들의 적극적인 사고 활동과 능동적인 학습태도를 유도하기 위해 기본적으로 발견학습 관점에서 출발하지만 보다 효율적으로 본래의 학습목표에 도달시키기 위해 교사의 적절한 조언을 첨가한다.
- 4) 학습자 중심의 활동을 강조한다. 그래픽이나 애니메이션이 학생의 판단에 의해 작동되어지고 학생들간의 상호작용이 이뤄지게 한다. 학생의 사전 경험이나 직관을 중시하여 함수의 개념이나 원리를 구체적에서 추상적으로 심화시킨다.
- 5) 학생들의 인지 수준에 적합한 LiveMath의 기능과 사용법을 소개하고 활용한다. 구체적인 LiveMath의 기능과 사용법은 <부록 1>에 제시하였다.

III. 연구방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구의 대상은 연구자가 임의로 선정한 제주도 제주시에 소재하고 있는 제주대학교사범대학부설중학교 1학년 학급 중에서 성적이 비슷한 2개 반을 선정하여 1개 반(재적 36명)을 실험반으로 나머지 1개 반(재적 36명)을 비교반으로 하였으며, 전후 검사를 통하여 수학교과에 대한 학습태도와 수학 학업성취도 결과를 비교 분석하는 방법으로 연구를 진행하였다.

2. 연구 설계

본 연구의 ‘연구문제 1(LiveMath를 도구로 한 학습자료를 개발하고, 이를 활용한 수업을 실시한 실험반이 수학학습태도에 어떠한 변화를 보일 것인가?)’과 ‘연구문제 2(수학 학업성취도에 있어서 의미 있는 차이가 있을 것인가를 연구하여 효율적인 중학교 함수학습방법을 찾고자 한다.)’에 대한 자료를 수집하기 위하여 LiveMath를 도구로 한 함수단원의 학습자료로 실험반을 대상으로 수업한 이후의 수학교과에 대한 학습태도와 수학 학업성취도의 변화를 알아보기 위하여 LiveMath를 활용한 수업에 대한 설문 조사표 및 함수단원을 평가한 평가문항을 중심으로 학업성취도를 분석한다. 구체적인 설계 모형은 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 실험 설계

집단	사전 검사	실험처치	사후 검사
실험반	1. 설문지 검사 2. 학업성취도 검사	LiveMath를 활용한 수업	1. 설문지 검사 2. 학업성취도 검사
비교반	(1학기 중간고사)	전통적인 수업	(2학기 중간고사 함수 문항)

3. 검사 도구

연구과제를 해결하기 위하여 다음과 같은 두 가지 방법을 병행하여 실시하였다.

첫째, 수업 전과 수업 후에 컴퓨터 활용에 따른 수학학습 의식 변화에 대한 자작 설문지, 한국교육개발원에서 개발한 수학교과에 대한 학습태도 검사지, 수업 후에 LiveMath를 활용한 수업의 유용성에 대한 설문지의 3가지 검사 도구를 이용하였다. 검사도구의 구체적인 내용은 <부록 4, 5, 6>에 제시하였다.

둘째, 실험 처치 전과 후에 실험반과 비교반의 수학과 학업성취도에 있어서 차이가 있는가를 보이기 위해 실험 처치 전에 실험 학교의 교내 1학기 중간고사 수학 성적을 가지고 평가하여 실험반과 비교반이 동질집단임을 판명하는데 사용되었고, 실험 처치 후에 실험 학교의 교내 2학기 중간고사의 함수에 대한 문항 성적을 가지고 평가하여 실험반과 비교반이 함수와 그래프의 이해에 있어서 어떠한 차이를 보이는지를 분석하기 위한 것이었다. 문항은 중학교 7-가 단계 함수단원의 교과서 내용을 중심으로 함수와 그래프에 대한 전반적인 이해 정도를 측정할 수 있도록 총 10문항로 구성되었으며 구체적인 내용은 <부록 8>에 제시하였다.



4. 수학학습 의식 실태 조사와 분석

LiveMath를 도구로 함수학습에 활용하기 전 컴퓨터에 대한 학생들의 기초 실태와 수학교과에 대한 학습실태를 조사하기 위하여 2002년 5월 17일 설문지 조사를 통하여 <표 III-2>와 같은 조사 결과를 얻었다.

<표 III-2> 컴퓨터 활용실태와 수학교과에 대한 학습실태 조사 결과(N=72명)

구분 문항	응답 내용	반응수 (명)	반응률 (%)
1. 컴퓨터를 갖고 있습니까?	① 있다.	67	93
	② 없다.	5	7
2. 컴퓨터에 대한 자신의 관심도는 어느 정도입니까?	① 높은 편이다.	42	58
	② 보통이다.	26	36
	③ 낮은 편이다.	4	6
3. 학생들은 하루에 몇 시간 정도 컴퓨터를 사용합니까?	① 3시간 이상	6	8
	② 2~3시간 정도	13	18
	③ 1~2시간 정도	32	44
	④ 1시간 이내	16	22
	⑤ 거의 사용하지 않는다.	5	7
4. 컴퓨터를 사용해서 가장 많이 하는 일은?	① 오락(게임)	49	68
	② 워드나 PPT등을 이용한 과제 작성	15	21
	③ 보조학습(동영상, CD학습자료 등)	6	8
	④ 기타(홈페이지, 프로그램작성 등)	2	3
5. 수업 시 수학학습 내용에 대한 이해 방법은?	① 개념, 원리, 법칙에 중점을 둔다.	12	17
	② 과정보다는 공식에 중점을 둔다.	37	51
	③ 흥미가 없어 외우는 편이다.	23	32
6. 수학 수업시간에 나의 학습태도는 어떻습니까?	① 적극적이다.	12	17
	② 보통이다.	26	36
	③ 소극적이다.	34	47
7. 수업 중 문제풀이를 지적 받으면 어떻게 하는가?	① 자신있게 해결한다.	11	15
	② 그저 그렇다.	22	31
	③ 자신이 없어 걱정이 앞선다.	39	54
8. 수학교과에 대한 흥미가 있습니까?	① 있다.	9	13
	② 보통이다.	25	35
	③ 없다.	38	53
9. 수학교과 영역 중 제일 싫어하는 단원은?	① 수와 연산	5	7
	② 문자와 식(방정식)	9	13
	③ 규칙성과 함수	26	36
	④ 통계	4	6
	⑤ 도형	20	28
	⑥ 측정	6	8
10. 수학교과에 대한 자신의 자율학습 능력은 어느 정도라고 생각하는가?	① 높은 편이다.	11	15
	② 보통이다.	35	49
	③ 낮은 편이다.	26	36

<표 Ⅲ-2>의 실태조사를 통하여 다음과 같이 조사 결과를 분석할 수 있다.

첫째, 컴퓨터에 대한 관심은 매우 많으며 약 93% 정도의 학생들이 컴퓨터를 보유하고 있어 활용도를 높인다면 학습태도에 긍정적인 영향을 미칠 수 있을 것임을 시사해준다.

둘째, 학생들이 하루에 컴퓨터를 사용하는 시간이 많지만 거의 대부분을 게임에만 사용하고 있어서 컴퓨터의 활용을 학습하는 방향으로 유도하면 학습효과에 좋은 영향을 미칠 것임을 보여준다.

셋째, 학습실태 조사 결과를 분석하여 볼 때 약 53% 정도의 학생들이 수학교과에 흥미가 없는 것으로 나타났으며, 수업시간에 소극적인 태도를 보인 학생들도 47% 정도로 나타났다. 또한 제일 싫어하는 학습영역이 함수나 도형이라는 것을 보이고 있다. 이것은 수학학습에 긍정적인 면보다는 학습결손이 누적될 수 있는 요인들이 많이 나타나고 있고, 학생들은 타율적, 수동적 학습 습관에 젖어 있어 스스로 문제를 해결하려는 능력이 부족하다는 것을 보여준다.

이런 상황에서 계속 교사 주도적인 강의식 수업이 이루어지면, 수학은 계통성이 중시되는 과목이기 때문에 학년이 올라갈수록 학생들간의 편차는 점점 커지고 학습 실태는 악화되기 쉽다. 따라서 학생들과 함께 사고하고 활동할 수 있는 효과적인 지도방법이 절실히 필요하다는 결과를 보여준다.

5. 연구의 실제

연구의 목적을 실행하기 위하여 중학교 7, 8, 9단계 전과정의 함수단원 학습자료 지도요소를 <표 Ⅲ-3>와 같이 작성하였으며, 그에 따라 개발한 학습자료들은 일선의 교사들의 교수-학습자료의 활용을 위해 <부록 2>에 제시하였다. 그리고 개발한 학습자료를 교수-학습활동에 적용하기 위하여 학습지도안을 작성하여 수업을 실시하였다. 학습자료 중 ‘학습자료 I-3 $y=ax(x \neq 0)$ 의 그래프’와 ‘학습자료 I-5 $y=\frac{a}{x}(x \neq 0)$ 의 그래프’를 학습지도안과 같이 일례를 제시한다.

1) 함수단원 학습자료 지도요소

<표 III-3> 함수단원 학습자료 지도요소

단계	단원	차시	지도내용	학습자료명
7 단계	2. 함수의 그래프	2	순서쌍과 좌표	I-1
	"	1	$y = ax$ 의 그래프 그리기	I-2
	"	1	$y = ax$ 의 그래프의 성질	I-3
			$y = ax$ 의 그래프(애니메이션)	I-4
	"	1	$y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 그리기	I-5
	"	1	$y = \frac{a}{x}$ 의 그래프의 성질	I-6
$y = \frac{a}{x}$ 의 그래프(애니메이션)			I-7	
"	2	함수의 활용 (정비례, 반비례 함수의 그래프)	I-8	
8 단계	1. 일차함수와 그래프	1	$y = ax + b$ 의 그래프	II-1
			$y = ax + b$ 의 그래프(애니메이션)	II-2
	"	1	일차함수 그래프의 x 절편, y 절편	II-3
	"	1	일차함수 그래프의 기울기	II-4
	"	1	기울기와 y 절편을 이용한 그래프 그리기	II-5
2. 일차함수의 활용	1	일차함수와 일차방정식	II-6	
9 단계	1. 이차함수와 그래프	1	$y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프 그리기	III-1
	"	1	$y = ax^2$ 의 그래프	III-2
			$y = ax^2$ 의 그래프(애니메이션)	III-3
	"	1	$y = ax^2 + q$ 의 그래프	III-4
			$y = ax^2 + q$ 의 그래프(애니메이션)	III-5
	"	1	$y = a(x-p)^2$ 의 그래프	III-6
			$y = a(x-p)^2$ 의 그래프(애니메이션)	III-7
	"	1	$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프	III-8
	"	1	$y = ax^2 + bx + q$ 의 그래프(최대, 최소)	III-9
2. 이차함수와 이차방정식	1	이차함수와 이차방정식	III-10	

2) 실험처치 방법

본 연구의 실험 처치는 실험반(1개 반)과 비교반(1개 반)에 서로 다른 유형의 학습을 실시하는 것이었다. 실험처치에 이용된 교과 내용은 중학교 7단계 규칙성과 함수단원의 중단원('2. 함수의 그래프'와 '3. 함수의 활용')을 총 9차시로 구성하였다. 실험반에서는 본 수업에 들어가기에 앞서 2차시에 걸쳐 LiveMath의 사용법을 익히도록 했다. 실험반의 수업은 연구자가 개발한 학습자료를 토대로 교사와의 지속적인 협의를 통해 재구성하여 지도하였다.

(1) 실험반(LiveMath를 활용한 수업)

본 연구에서 의도하는 대로 LiveMath를 활용하여 학생들이 주도적으로 학습을 하도록 하였다. 이 학급에서는 학생들이 다양한 방법으로 LiveMath를 조작하고 그 결과를 스스로 또는 동료들과 토의를 거쳐 결론을 도출함으로써 자기 주도적으로 함수와 그래프에 관한 여러 가지 개념을 구성해 나가도록 하였다. 교사는 정리 단계에서 전체 토의와 발표를 통해 학생들이 구성한 내용을 정리해 주었다.

(2) 비교반(전통적인 수업)

이 학급에서는 실험반과 대조적으로, 교사가 주도적으로 수업을 이끌어 가면서 교과서의 내용 전개에 따라 먼저 개념을 설명하고 예제를 제시한 후 학생들로 하여금 그 개념을 확인해보게 하는 과정으로 칠판을 통한 설명식 수업이 진행되었다.

3) 수업의 실제

개발한 학습자료를 교수-학습 활동에 적용하기 위하여 학습지도안을 작성하여 수업을 실시하였다.

(1) 단원의 학습목표

- ① 정비례 관계와 반비례 관계를 이해하고 그 관계를 식으로 나타낼 수 있다.
- ② 함수의 뜻을 알고 함수값의 변화에 대하여 안다.
- ③ 순서쌍과 좌표를 이해하고 간단한 함수의 그래프를 그릴 수 있다.

(2) 단원의 주안점

① 함수

- 정비례와 반비례 관계를 이해하고 그 관계를 식으로 나타내어 본다.
- 변수, 함수, 함수값, 정의역, 치역, 공역의 뜻을 알아본다.

② 함수의 그래프

- 순서쌍과 좌표에 대해 알고, 수직선 또는 평면 위의 점을 좌표를 사용하여 나타내어 본다.

- 함수의 그래프의 뜻을 알고 간단한 함수 $y = ax$, $y = \frac{a}{x} (x \neq 0)$ 의 그래프를 그려본다.

③ 함수의 활용

- 함수를 실생활 문제에 활용하여 본다. 또한 실생활의 다양한 소재에서 함수 관계가 있는 것을 찾아보고, 이를 식으로 나타내어 본다.

(3) 단원의 지도상의 유의점

① 함수

- 생활주변에서 비례하는 두 양의 관계를 조사하여 비례관계를 이해시킨다. 정비례 관계 또는 반비례 관계에서 비례상수라는 용어는 지도하지 않는다.
- 비례관계를 이용하여 함수의 개념을 도입하되 그 엄밀성은 강조하지 않는다.
- 엄밀한 의미의 함수란 정의역, 관계, 공역의 3요소에 의해서 결정되는 것이지만 공역은 강조하지 않는다

② 함수의 그래프

- 순서쌍은 좌표평면을 이해시키는 데 중점을 두고 지도한다.
- 함수의 그래프는 $y = ax$, $y = \frac{a}{x} (x \neq 0)$ 의 그래프 정도만을 그릴 수 있도록 지도한다.
- 그래프를 그리는데 정의역을 유한집합으로 정하여 그리게 한 후에 수 전체로 유추시켜서 확장하도록 한다. 이 때, 수 전체의 집합은 직관적으로 취급함에 유의한다.

③ 함수의 활용

- 함수를 실생활에 활용할 수 있음을 강조하되 함수를 이용한 문제 해결보다는 함수를 사용한 수식 관계와 그 그래프로 문제 해결을 할 수 있음을 지도한다.

(4) 단원 지도 계획

<표 III-4> 단원 학습지도 계획

중단원	소단원	지도 내용	쪽수	차시	수업형태	
					실험반	비교반
1. 함수	1. 정비례와 반비례	정비례, 반비례	136~140	1~2	전통적인 수업	전통적인 수업
	2. 함수의 뜻	함수의 뜻, 함수값, 정의역, 치역, 공역	141~144	3~4		
	연습 문제		145~147	4		
2. 함수의 그래프	LiveMath 기본 사용법 학습			5~6	LiveMath 활용 수업	전통적인 수업
	1. 순서쌍과 좌표	순서쌍, 좌표, 사분면	148~152	6~7		
	2. 함수의 그래프	$y=ax$ 의 그래프 $y=\frac{a}{x} (x \neq 0)$ 의 그래프	153~159	8~11		
	연습 문제		160~161	11		
3. 함수의 활용	1. 함수와 실생활	함수와 실생활	162~167	12~13		
	연습 문제		168~170	14		
	단원 마무리		171~173	14		

4) LiveMath를 활용한 학습 지도

- (1) 함수 $y=ax(a \neq 0)$ 의 그래프의 성질(9차시)

<표 III-5> 함수 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프의 성질

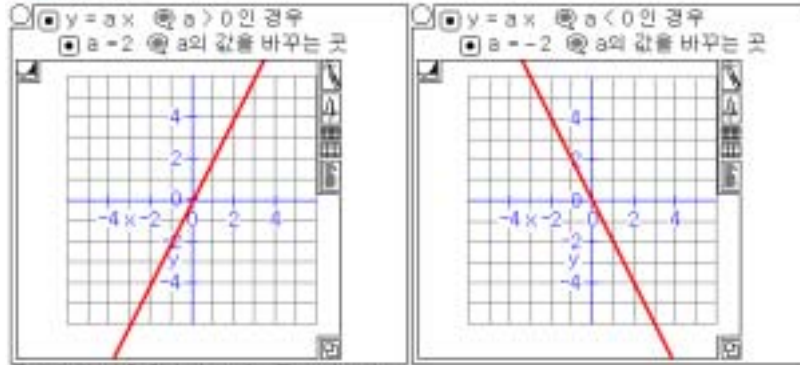
학습목표		· 함수 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프의 성질을 알 수 있다.		차시	9
학습 단계	학습내용	교수 · 학습활동		자료 및 유의점	
		교사	학생		
도입	· 선수학습 · 학습목표 제시	· LiveMath를 구동하게 한다. · 선수학습 문제를 풀게 한다. · 학습목표를 제시한다.	· LiveMath를 구동 · 학습 내용 확인		
전개	· 함수 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프의 성질	· 함수 $y=ax$ 의 a 의 값을 변화시켜 그에 따른 그래프의 변화를 살펴보도록 한다. · a 의 값을 바꾸면서 변화에 따른 $y=ax$ 의 그래프의 형태의 변화에 관하여 질문한다. · 함수 $y=ax$ 에서 a 의 값을 양수 $0.5, \frac{3}{4}, 1, 2, 3\cdots$ 으로 증가시키면서 값을 바꾸면 그래프는 어떻게 될까요? · 또, 다른 변화는 없을까요? · x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 어떻게 할까요? · 함수 $y=ax$ 에서 a 의 값을 음수 $-0.5, -1, -2, -2.5, -3\cdots$ 으로 감소시키면서 값을 바꾸면 그래프는 어떻게 변화될까요? · x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 어떻게 할까요?	· LiveMath를 이용하여 함수 $y=ax$ 의 a 의 값을 여러 가지로 변화시켜 나타나는 그래프의 형태의 변화를 살펴본다.(그림 1) · 항상 원점을 지나고 있습니다.(그림 1) · 제1, 제3사분면을 지나면서 점점 y 축에 가까이 가고 있습니다.(그림 1, 2) · y : 증가합니다. · 원점을 지나고 제2, 제4사분면을 지나면서 점점 y 축에 가까이 가고 있습니다.(그림 1, 2) · y : 감소합니다.	· 함수 $y=ax$ 의 그래프 모양을 확인, a 의 값의 부호에 따라 직선의 방향이 다름을 알게 한다. · a 의 값의 부호에 따라 x, y 의 증감관계를 파악할 수 있게 한다.	
정리	정리 및 차시 예고	· LiveMath에 나타난 그래프를 보면서 함수 $y=ax(a\neq 0)$ 의 그래프 특징을 말해보자. · 차시 예고	1. 원점을 지나는 직선입니다. 2. $a>0$ 일 때는 제1, 제3사분면을 지난다. 3. $a<0$ 일 때는 제2, 제4사분면을 지난다.		

<그림 1> 함수 $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프의 성질

☞ $y = ax$ 의 그래프

☞ 학습목표: $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프를 그릴 수 있다.

☞ a 의 값을 증가 또는 감소시키면서 그래프가 어떻게 변하는지 비교 관찰하자



☞ (예제) 다음 함수의 그래프를 그려보자

(1) $y = 0.5x$ (2) $y = \frac{3}{4}x$ (3) $y = x$ (4) $y = 5x$

(5) $y = -\frac{1}{2}x$ (6) $y = -x$ (7) $y = -2.5x$ (8) $y = -5x$

☞ (정리) 함수 $y = ax$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.
 $a > 0$ 일 때는 제 1, 제 3사분면을 지난다.
 $a < 0$ 일 때는 제 2, 제 4사분면을 지난다.

<그림 2> 함수 $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프(애니메이션)

☞ $y = ax$ 의 그래프(애니메이션)

☞ 학습목표: $y = ax$ 의 그래프의 성질을 알 수 있다.

☞ $y = ax$ ☞ $a > 0$ 인 경우

☞ a 는 양수. a 가 1에서 10까지 변화할 때 그래프의 변화과정을 살펴보자.

여기서, 파란색은 $y = x$ 의 그래프이다.



움직이게 하려면, 클릭해 주십시오.(다시)
 1 프레임/초 으로 주기적인 총 10 프레임에 대해 1의 스텝으로 $a = 0 \dots 10$ 에 대한 그래프를 애니메이션으로 만듭니다.

☞ $y = ax$ ☞ $a < 0$ 인 경우

☞ a 는 음수. a 가 -1에서 -10까지 변화할 때 그래프의 변화과정을 살펴보자.

여기서, 파란색은 $y = -x$ 의 그래프이다.



움직이게 하려면, 클릭해 주십시오.(다시)
 1 프레임/초 으로 주기적인 총 10 프레임에 대해 -1의 스텝으로 $a = 0 \dots -10$ 에 대한 그래프를 애니메이션으로 만듭니다.

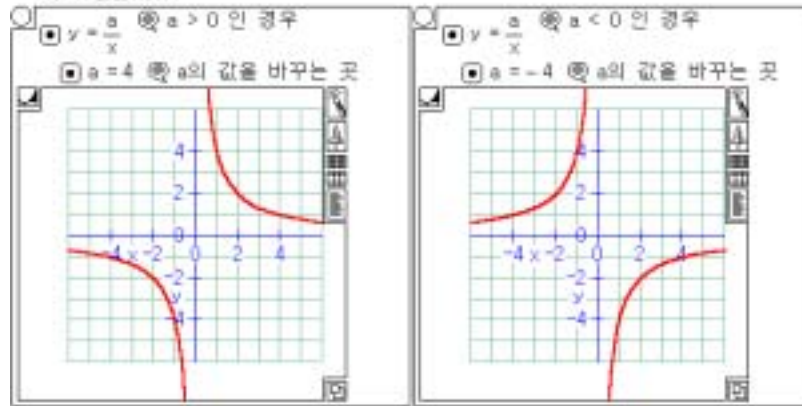
(2) 함수 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프의 성질(11차시)

<표 III-6> 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)의 그래프의 성질

학습목표		· 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)의 그래프의 성질을 알 수 있다.		차시	11
학습 단계	학습내용	교수 · 학습활동		자료 및 유의점	
		교사	학생		
도입	· 선수학습 · 학습목표 제시	· LiveMath를 구동하게 한다. · 선수학습 문제를 풀게 한다. · 학습목표를 제시한다.	· LiveMath를 구동한다. · 학습 내용 확인		
전개	· 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)의 그래프의 성질	· 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 a 의 값을 바꾸면서 변화에 따른 그래프의 형태의 변화에 관하여 질문한다. · 함수 $y = \frac{a}{x}$ 에서 a 의 값을 양수 1, 2, 3...으로 증가시키면 그래프는 어떻게 될까요? · x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 어떻게 할까요? · 함수 $y = \frac{a}{x}$ 에서 a 의 값을 음수 -1, -2, -3...으로 감소시키면 그래프는 어떻게 될까요? · x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 어떻게 할까요? · a 의 절대값이 클수록 그래프는 어떻게 될까요?	· LiveMath를 이용하여 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 a 의 값을 여러 가지로 변화시켜 나타나는 그래프의 형태의 변화를 살펴본다. · 원점을 지나지 않고 제1, 제3사분면을 지나는 두 개의 곡선이 됩니다.(그림 3) · y : 감소합니다. · 원점을 지나지 않고 제2, 제4사분면을 지나는 두 개의 곡선이 됩니다.(그림 3) · y : 증가합니다. · 원점에서 점점 멀어집니다.(그림 4)	· 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 모양을 확인, a 의 값의 부호에 따라 곡선의 방향이 다름을 알게 한다. · a 의 값의 부호에 따라 x, y 의 증감관계를 파악할 수 있게 한다.	
정리	정리 및 차시 예고	· LiveMath에 나타난 그래프를 보면서 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)의 그래프 특징을 말해보자. · 차시 예고	1. 원점을 지나지 않는 곡선입니다. 2. $a > 0$ 일 때는 제1, 제3사분면을 지난다. 3. $a < 0$ 일 때는 제2, 제4사분면을 지난다.		

<그림 3> 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)의 그래프의 성질

☞ a 의 값을 증가 또는 감소시키면서 그래프가 어떻게 변하는지 비교 관찰하자.



☞ (예제) 다음 함수의 그래프를 그려보자.

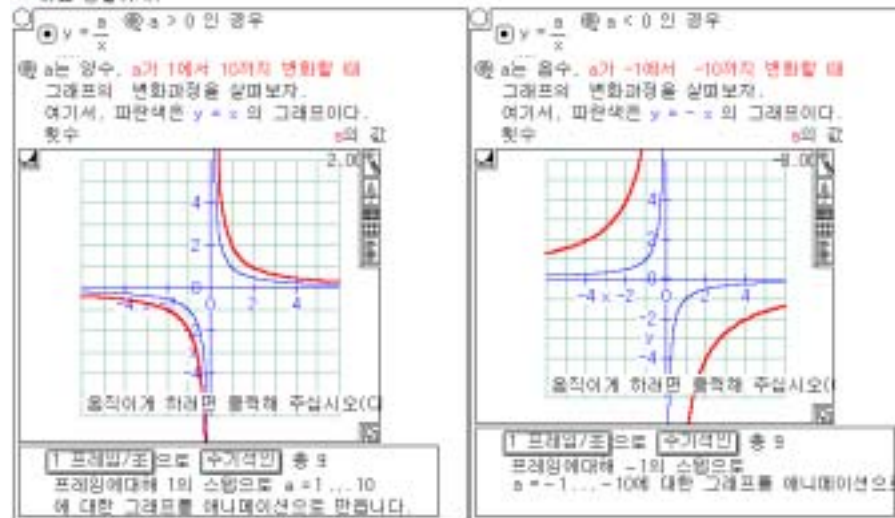
- (1) $y = \frac{1}{x}$ (2) $y = \frac{8}{x}$ (3) $y = \frac{12}{x}$
 (3) $y = -\frac{3}{4x}$ (4) $y = -\frac{8}{x}$ (6) $y = -\frac{12}{x}$

☞ (정리) 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 원점을 지나지 않는 쌍곡선이다

$a > 0$ 일 때는 제 1, 제3사분면을 지난다.
 $a < 0$ 일 때는 제 2, 제4사분면을 지난다.

<그림 4> 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)의 그래프(애니메이션)

☞ a 의 값을 증가 또는 감소시키면서 그래프가 어떻게 변하는지 비교 관찰하자.



IV. 연구의 결과 및 분석

1. 수학교과에 대한 학습태도 변화 분석

수학학습에 대한 태도 변화 상태를 실험반에 대하여 수업 전과 수업 후에 설문지를 통하여 조사한 결과를 다음과 같이 분석하였다.

<표 IV-1> 컴퓨터 활용에 따른 수학학습 의식 변화 조사표(N=36)

질문 내용	응답 내용	사전		사후		증감 (%)
		명	백분율 (%)	명	백분율 (%)	
1. 수학학습자료 CD를 가지고 혼자 공부한 적이 있습니까?	① 있다.	1	3	10	28	25
	② 없다.	35	97	26	72	-25
2. 인터넷 상에서 수학관련 사이트를 접속하여 수학습을 해 본적이 있습니까?	① 있다.	4	11	22	61	50
	② 없다.	32	89	14	39	-50
3. 수학학습에 컴퓨터를 이용하는 것이 도움이 된다고 생각합니까?	① 매우 그렇다.	2	6	10	28	22
	② 도움이 된다.	6	17	13	36	19
	③ 그저 그렇다.	15	42	8	22	-19
	④ 그렇지 않다.	8	22	3	8	-14
	⑤ 전혀 그렇지 않다.	5	14	2	6	-8
4. 함수학습에 흥미를 갖고 있습니까?	① 매우 그렇다.	2	6	9	25	19
	② 그렇다.	4	11	12	33	22
	③ 그저 그렇다.	12	33	8	22	-11
	④ 그렇지 않다.	10	28	4	11	-17
	⑤ 전혀 그렇지 않다.	8	22	3	8	-14
5. 함수문제를 그래프로 표현하려고 노력합니까?	① 매우 그렇다.	3	8	10	28	19
	② 그렇다.	5	14	11	31	17
	③ 그저 그렇다.	12	33	8	22	-11
	④ 그렇지 않다.	9	25	4	11	-14
	⑤ 전혀 그렇지 않다.	7	19	3	8	-11

<표 IV-1>에 나타난 결과를 다음과 같이 분석하여 정리하면 다음과 같다.

첫째, 수학학습자료 CD를 가지고 혼자 공부한 적이 있는가 라는 질문에 있다가 사전보다 사후가 25%가 증가했고, 인터넷에서 수학관련 사이트를 접속하여 수학학습을 해 본적이 있는가 라는 질문에 있다가 사전보다 사후가 50%가 증가하여 LiveMath를 활용한 학습 이후에 컴퓨터를 활용한 수학학습에 흥미와 관심이 많다는 것을 알 수 있다.

둘째, 수학학습에 컴퓨터를 이용하는 것이 도움이 된다고 생각하는가에 도움이 된다는 긍정적인 답변이 사전보다 사후가 41%가 증가를 보이는 것은 대체로 수학학습에 컴퓨터를 이용하는 것이 도움이 된다고 생각함을 알 수 있다.

셋째, 함수학습에 흥미를 갖고 있는가에 긍정적인 답변이 사전보다 사후가 41%가 증가하여 함수학습에서 LiveMath를 활용한 탐구학습이 흥미를 유발시켰던 것으로 해석된다.

넷째, 함수문제를 그래프로 표현하려고 노력하는가에 긍정적인 답변이 사전보다 사후가 36%가 증가하여 함수학습에서 LiveMath를 활용한 학습이 함수학습 방법 개선에 도움을 주었으며, 수학적 사고력에 긍정적인 영향을 준 것을 알 수 있다.

위에서 알아 본 바와 같이 LiveMath를 활용한 학습이 학습태도 개선에 긍정적인 변화를 보이고 있음을 알 수 있다.

<표 IV-2> 수학교과에 대한 학습태도 검사 분석표(N=36)

영역	문항 번호	시기	① 항상 그렇다		② 대체로 그렇다		③ 반반임		④ 대체로 그렇지 않다		⑤ 전혀 그렇지 않다		계
			명	%	명	%	명	%	명	%	명	%	
자아 개념 (5문항)	1	사전	2	6	4	11	16	44	11	31	3	8	36
		사후	3	8	5	14	18	50	8	22	2	6	36
	2	사전	0	0	7	19	13	36	10	28	6	17	36
		사후	1	3	8	22	14	39	9	25	4	11	36
	3	사전	4	11	9	25	10	28	8	22	5	14	36
		사후	6	17	12	33	8	22	7	19	3	8	36
	4	사전	4	11	7	19	12	33	8	22	5	14	36
		사후	7	19	9	25	11	31	6	17	3	8	36
	5	사전	5	14	6	17	15	42	6	17	4	11	36
		사후	8	22	9	25	11	31	6	17	2	6	36

영역	문항 번호	시기	① 항상 그렇다		② 대체로 그렇다		③ 반반임		④ 대체로 그렇지 않다		⑤ 전혀 그렇지 않다		계 명
			명	%	명	%	명	%	명	%	명	%	
태도 (8문항)	6	사전	3	8	5	14	14	39	9	25	5	14	36
		사후	8	22	12	33	9	25	5	14	2	6	36
	7	사전	5	14	8	22	11	31	8	22	4	11	36
		사후	6	17	10	28	11	31	6	17	3	8	36
	8	사전	2	6	5	14	15	42	9	25	5	14	36
		사후	4	11	6	17	13	36	9	25	4	11	36
	9	사전	6	17	7	19	10	28	9	25	4	11	36
		사후	9	25	11	31	10	28	4	11	2	6	36
	10	사전	3	8	8	22	10	28	9	25	6	17	36
		사후	4	11	8	22	13	36	8	22	3	8	36
	11	사전	10	28	12	33	6	17	5	14	3	8	36
		사후	14	39	13	36	4	11	3	8	2	6	36
	12	사전	14	39	12	33	6	17	3	8	1	3	36
		사후	17	47	14	39	4	11	1	3	0	0	36
13	사전	1	3	5	14	15	42	9	25	6	17	36	
	사후	6	17	8	22	14	39	5	14	3	8	36	

영역	문항 번호	시기	① 항상 그렇다		② 대체로 그렇다		③ 반반임		④ 대체로 그렇지 않다		⑤ 전혀 그렇지 않다		계 명
			명	%	명	%	명	%	명	%	명	%	
학습 습관 (7문항)	14	사전	4	11	10	28	10	28	8	22	4	11	36
		사후	8	22	16	44	8	22	3	8	1	3	36
	15	사전	2	6	3	8	11	31	14	39	6	17	36
		사후	4	11	8	22	10	28	10	28	4	11	36
	16	사전	2	6	7	19	8	22	14	39	5	14	36
		사후	4	11	11	31	10	28	8	22	3	8	36
	17	사전	3	8	6	17	13	36	9	25	5	14	36
		사후	6	17	8	22	12	33	8	22	3	8	37
	18	사전	3	8	6	17	12	33	11	31	4	11	36
		사후	6	17	8	22	10	28	9	25	3	8	36
	19	사전	3	8	6	17	12	33	10	28	5	14	36
		사후	6	17	9	25	9	25	8	22	4	11	36
	20	사전	3	8	7	19	14	39	8	22	4	11	36
		사후	5	14	11	31	9	25	7	19	4	11	36

수학교과에 대한 학습태도 검사에는 세 영역 모두에서 대부분의 학생들이 사전보다 사후에 긍정적인 경향으로 변화를 보였다고 응답을 했는데, 특히 수학교과에 대한 학습습관에 대한 설문조사에서는 세 영역 중에서 가장 많은 변화를 보였는데 그것은 LiveMath를 이용한 수업이 수학교과에 대한 학습태도 전반에 긍정적인 영향을 주었다고 할 수 있다.

LiveMath 수업 후 학생들의 학습태도 변화에 어떤 영향을 미치는지를 알아보기 위하여 다음과 같은 설문조사를 하였다.

<표 IV-3> LiveMath를 활용한 수학학습에 대한 설문 조사표(N=36)

번호	설문내용	반응수 (명)	반응률 (%)
1	LiveMath를 처음 접했을 때의 느낌은 어떻습니까?		
	① 재미있고 흥미가 있다.	15	42
	② 신기하며 내 마음대로 해 볼 수 있다.	13	36
	③ 어렵고 황당하며 복잡하다.	3	8
	④ 짜증나고 흥미가 없다.	2	6
	⑤ 뭘지 모르겠다.	3	8
2	LiveMath 수업의 수업 내용은 어느 정도 이해한다고 생각합니까?		
	① 거의 대부분 이해한다.	8	22
	② 대부분 이해하는 편이다.	12	33
	③ 보통이다.	10	28
	④ 이해하지 못하는 편이다.	4	11
	⑤ 전혀 이해하지 못한다.	2	6
3	LiveMath를 활용한 수업이 함수학습에 어느 정도 도움이 되었다고 생각합니까?		
	① 매우 도움이 되었다.	8	22
	② 도움이 되었다.	15	42
	③ 보통이다.	7	19
	④ 도움이 되지 않았다.	4	11
	⑤ 전혀 도움이 되지 않았다.	2	6
4	만일 도움이 되었다고 생각한다면 어떤 점에서 그렇다고 생각합니까?		
	① 식의 계수를 변화시켜 그래프를 다양하게 그려봄으로써 그래프의 결과(그래프개형, x, y절편 등)를 즉시 확인하고 비교 분석할 수 있어 발견적 학습과 개념이해에 도움이 되기 때문에	19	53
	② 복잡한 그래프를 빠르고 쉽게 그릴 수 있으므로 학습하기에 편하기 때문에	8	22
	③ 수학 수업의 지루함을 덜고 학습 흥미를 유발할 수 있기 때문에	9	25
	④ 기타	0	0

번호	설문내용	반응수 (명)	반응률 (%)
5	만일 도움이 안된다고 생각한다면 어떤 점에서 그렇다고 생각합니까?		
	① 장난을 치는 학생들 때문에 수업분위기가 산만해진다.	20	56
	② 조작성이 어려워 수업을 따라가기가 힘들다.	9	25
	③ 교과서와 관련이 없는 것 같다.	1	3
	④ 재미없다.	5	14
	⑤ 기타()	1	3
6	LiveMath의 조작성은 어떠했습니까?		
	① 매우 쉽다.	11	31
	② 쉽다.	13	36
	③ 그저 그렇다.	7	19
	④ 어렵다.	3	8
	⑤ 매우 어렵다.	2	6
7	앞으로 LiveMath처럼 탐구형 소프트웨어를 활용하는 수업을 한다고 하면 그러한 수업이 필요하다고 생각합니까?		
	① 매우 필요하다.	10	28
	② 필요하다.	13	36
	③ 그저 그렇다.	7	19
	④ 필요하지 않다.	4	11
	⑤ 전혀 필요하지 않다.	2	6
8	LiveMath를 활용한 수학학습이 자신의 수학학습 태도 및 흥미도에 긍정적인 영향을 미쳤다고 생각합니까?		
	① 매우 그렇다.	9	25
	② 그렇다.	14	39
	③ 그저 그렇다.	7	19
	④ 그렇지 않다.	4	11
	⑤ 전혀 그렇지 않다.	2	6
9	LiveMath를 활용한 함수학습 시 어떤 경우의 수업방식이 더 도움이 된다고 생각합니까?		
	① 학생들이 직접 조작하는 경우의 수업	11	31
	② 교사의 부분적인 사용 지도와 학생들이 직접 조작하는 경우	17	47
	③ 교사가 시청각매체를 이용해서 그래프를 보여주지만 하는 수업	6	17
	④ 위 세 가지 경우 모두 마찬가지다.	2	6
	⑤ 기타()	0	0

설문 문항을 분석하면 다음과 같다.

설문 1. 학생들이 LiveMath를 처음 접했을 때의 느낌은 78%가 재미있고 흥미가 있으며 마음대로 조작해 볼 수 있다고 응답해 대부분의 학생이 LiveMath를 활용한 수업에 흥미와 관심을 가지고 있어 동기유발이 될 수 있음을 보였다.

설문 2. LiveMath 수업의 수업 내용은 어느 정도 이해하는가에 64%가 긍정적인 반응을 보인 것은 기존의 칠판 수업보다는 그래프를 직접 그려 조작해봄으로써 개념 획득에 도움이 되었기 때문인 것으로 분석된다.

설문 3~4. LiveMath를 활용한 수업이 함수학습에 어느 정도 도움이 되었는가에 66%가 긍정적인 반응을 보였고, 어떤 점에서 그렇다고 생각하는가에 53%가 그래프를 다양하게 그려봄으로써 그래프의 결과를 즉시 확인하고 비교 분석할 수 있어 개념이해에 도움이 되기 때문이라고 응답해 함수학습 방법 개선에 도움을 주었음을 알 수 있다.

설문 5. 만일 도움이 안 된다고 생각한다면 어떤 점에서 그렇다고 생각하는가에 56%가 수업분위기가 산만해진다고, 25%가 조작이 어려워 수업을 따라가기가 힘들다고, 3%가 교과서와 관련이 없다고, 14%가 재미가 없다고 응하였다.

설문 6. LiveMath의 조작은 어떠했는가에 67%가 쉽다는 긍정적인 반응을 보였다.

설문 7. 앞으로 LiveMath처럼 탐구형 소프트웨어를 활용하는 수업을 한다고 하면 그러한 수업이 필요하다고 생각하는가에 대해서는 64%가 긍정적인 반응을 보여 LiveMath의 활용도를 높인다면 학습효과에 좋은 영향을 미칠 것임을 보여준다.

설문 8. LiveMath를 활용한 수학학습이 자신의 수학학습태도 및 흥미도에 긍정적인 영향을 미쳤다고 생각하는가에 대해서는 64%가 긍정적인 반응을 보임으로써 수학학습태도 및 흥미도에 변화가 있음을 말해주고 있다.

설문 9. LiveMath를 활용한 함수학습 시 어떤 경우의 수업방식이 더 도움이 된다고 생각하는가에 47%가 교사의 부분적인 사용지도와 학생들의 직접 조작하는 경우의 수업에 반응을 보이고 있어 교사의 일방적인 수업보다는 약간의 교사의 도움을 필요로 하는 자기 주도적인 학습을 선호하고 있음을 알 수 있다.

2. 수학 학업성취도 평가 결과 및 분석

1) 사전 검사 분석

사전 검사인 수학과 학업성취도 검사(교내 1학기 중간고사 성적)는 실험반과 비교반이 수학학습 능력에 있어서 동질 집단임을 보이려고 실시하였다. 검사 결과를 t-검정으로 검정한 결과, $p > 0.05$ 이므로 실험반과 비교반은 유의미한 차이가 없는 동질집단임이 판명되었다. 아래의 <표 IV-4>은 학업성취도를 t-검정으로 검정한 결과이다.

<표 IV-4> 사전 학업성취도 검사 결과

구분	학생수	평균	표준편차	자유도	t	p
실험반	36	53.5278	17.5377	70	-0.352	0.726
비교반	36	54.9444	16.6183			

2) 사후 검사 분석

본 실험 연구 이후에 LiveMath를 활용한 학습의 효과를 분석하기 위하여 교내 2학기 중간고사 때 실시한 사후 평가자료를 <표 IV-5>와 같이 t-검정으로 분석하였다.

<표 IV-5> 사후 수학 학업성취도 함수 문항 검사 결과(30점 만점)

구분	학생수	평균	표준편차	자유도	t	p
실험반	36	20.5833	8.7289	70	2.074	0.042
비교반	36	16.4167	8.3165			

2학기 중간고사 지필평가의 함수단원 문항의 배점은 총 30점 만점이다. 검사 결과를 t-검정으로 검정한 결과, $p < 0.05$ 이므로 유의미한 차이가 있음을 나타내고 있다. 비교반에 비해 실험반의 평균점수가 약 4.1667점 정도 높게 나타났으며 이는 LiveMath를 활용한 수업이 함수의 그래프의 이해 정도에 유의미한 효과가 있음을 의미한다.

보다 상세한 분석을 위하여 각 문항을 하위 영역-함수의 개념의 이해, 함수의 그래프의 이해-으로 나누어 t-검정한 결과를 살펴보면, 먼저 <표 IV-6>에서 보는

바와 같이 실험반, 비교반 모두 LiveMath를 활용하지 않고 전통적인 수업방식으로 학습한 함수의 개념 이해 영역에서는 $p > 0.05$ 이므로 유의미한 차이가 없음을 나타내고 있다. 비교반에 비해 실험반의 평균점수가 약 1.2500점 정도 높게 나타났지만 통계적으로 수학학업성취도에 향상을 가져왔다고 볼 수 없는 것 같다.

<표 IV-6> 사후 함수의 개념 이해 영역 결과(9점 만점)

구분	학생수	평균	표준편차	자유도	t	p
실험반	36	6.3333	3.0237	70	1.729	0.088
비교반	36	5.0833	3.1110			

함수의 그래프 이해 영역에서는 <표 IV-7>에서 보는 바와 같이 $p < 0.05$ 이므로 유의미한 차이가 있음을 나타내고 있다. 비교반에 비해 실험반의 평균점수가 약 2.9167점 정도 높게 나타났으며 이는 LiveMath를 활용한 수업이 함수의 그래프의 이해 정도에 유의미한 효과가 있음을 의미한다.

<표 IV-7> 사후 함수의 그래프 영역 결과(21점 만점)

구분	학생수	평균	표준편차	자유도	t	p
실험반	36	14.2500	6.2261	70	2.037	0.045
비교반	36	11.3333	5.9185			

V. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구에서는 LiveMath를 도구로 활용한 중학교 함수단원의 지도요소 작성과 그에 따른 학습자료를 개발하고, 이를 활용한 수업을 실시한 실험반이 수학학습태도에 어떠한 변화를 보일 것이며, 수학 학업성취도에 있어서 의미 있는 차이가 있을 것인가를 연구하여 중학교 함수학습에 효율적인 교수-학습 방법을 찾고자 하였다. 학습자료 개발을 위해 현행 7차 교육과정의 내용들을 비교·분석하였고 LiveMath의 기능과 활용방안 및 타 문헌을 연구하였으며 이와 같은 이론적 근거를 바탕으로 중학교 7, 8, 9단계 함수단원 전과정의 학습자료를 개발하였다. 그리고 중학교 1학년 1개 반을 실험반으로 편성하여 개발한 학습자료를 교수-학습 활동에 적용하였다. 본 연구자가 실험 수업 후 실시된 수학교과에 대한 학습태도 검사지 및 LiveMath의 유용성에 대한 설문 조사와 수학 학업성취도 변화를 알아보았다.

본 연구를 통하여 시행한 과정과 얻은 결과를 구체적으로 기술하면 다음과 같다.

첫째, LiveMath를 이용한 수업이 수학교과에 대한 학습태도 전반에 긍정적인 영향을 주었다고 할 수 있다. LiveMath를 직접 조작하고 그 결과를 바로 확인해 볼 수 있다는 점에서 수학학습에 대한 동기 유발과 성취감을 느꼈고, 그래프를 쉽고 빠르고 정확하게 그려 볼 수 있음으로 해서 그래프에 관한 학습내용을 쉽게 이해하였으며 또한 지루함을 덜고 학습에 흥미를 느끼는 것 같아 더욱 효과적인 수학학습이 될 수 있었다고 보여진다.

둘째, LiveMath를 활용한 수업을 받은 학생들과 전통적인 수업을 받은 학생들 사이에 학업성취도에 의미 있는 차이가 있는지 알아보기 위하여 검사지의 점수를 t-검정하였다. 그 결과 실험반이 비교반에 비해 변화에 있어 유의미한 차이가 있음을 나타내고 있다. 이는 LiveMath를 활용한 수업이 함수의 그래프의 이해 정도

에 유의미한 효과가 있음을 의미한다.

본 연구의 결과로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, LiveMath를 활용한 학습자료를 개발하여 적용함으로써 학생들은 함수의 그래프를 쉽고 빠르게 마음대로 조작할 수 있어 함수의 그래프에 대한 전반적인 개념이 형성되어 시각적으로 파악할 수 있는 직관력을 키우는 데 도움이 된다. 그리고 교사는 함수의 개념 이해 및 원리 발견학습에 학생들의 이해를 높여 교수-학습의 효과를 얻을 수 있다.

둘째, LiveMath를 활용한 수업이 학습자의 흥미를 자극하고 학습 동기를 유발할 수 있는 가능성과 학습태도 개선에 긍정적인 변화를 보이고 있음을 알 수 있다. 멀티미디어 환경에 익숙한 학생들에게 학습의 흥미를 자극하기에 충분하며, 특히 직접 조작 활동을 통한 교수-학습활동은 학습활동이 활발해져 교사와 학생 상호간에 의사소통이 강화되어 교사 일변 주도의 학습이 학습자 중심으로 전환하는 계기가 되었다고 본다.

셋째, 학생들이 함수의 성질을 탐구하고 추론하는 기회를 가짐으로써 주어진 문제를 해결할 수 있고, 해결과정에서 오류를 찾아 스스로 수정할 수 있기 때문에 논리적 사고력이나 문제 해결 향상에 긍정적인 효과가 있었다.

넷째, LiveMath를 활용한 수업이 학생들의 함수에 대한 전반적인 이해에 유의미한 효과를 보여줌으로써 새로운 교육환경의 실현 가능성과 그러한 환경에서 수업을 했을 때, 학생들이 자기 주도적인 탐구활동을 통해서 효율적으로 수학적 개념을 터득할 수 있음을 시사하고 있다.

2. 제언

본 연구의 주된 목적은 LiveMath를 도구로 하여 중학교 함수단원의 지도요소를 작성하고 그에 따른 학습자료를 개발하고 적용함으로써 중학교 함수학습에 효율적인 교수-학습 방법을 찾고자 하였다. 이와 관련된 지속적인 연구와 정책적 지원을 위해 다음 몇 가지를 제언하고자 한다.

첫째, 수학교육에 있어서 함수단원 외에 다른 단원에서도 LiveMath를 활용한 학습자료가 지속적으로 개발되어야 한다.

둘째, 수학교과에 있어서 LiveMath를 활용한 학습활동의 이해뿐 아니라 교사들이 스스로 적절한 교수-학습 지도안을 설계하여 개발함으로써 구체화시키기 위한 교사의 연수가 절대적으로 선행되어야 하며 이와 관련된 연구가 지속적으로 수행되어야 한다.

셋째, LiveMath의 활용에 관한 본 연구를 바탕으로 LiveMath의 활용을 좀 더 활성화 할 수 있도록 현장의 많은 수학교사가 지속적인 연구와 협력적인 체제 구축이 필요하다.

넷째, 개발된 학습자료를 기초로 계속해서 수정·보완하여 학생들을 대상으로 학습성취도나 학습 태도 등의 효과를 검증하는 후속 연구가 필요하다.

다섯째, LiveMath와 같은 탐구형 소프트웨어를 활용한 교육이 미래 교육과정에도 도입되기 위한 연구가 지속되어야 한다. LiveMath의 활용에 따라 기존의 수학교육의 목표나 내용이 변할 수 있고 강화되는 부분과 약화되는 부분이 있으므로, 여러 학습내용에서 다양한 방법으로 학습자료를 개발하는 교육과정에 대한 연구가 필요하다.

여섯째, LiveMath의 활용한 수업에서 LiveMath의 활용에 따라 수학교육의 목표나 내용이 달라질 수 있으므로 지필 평가 이외의 다양한 평가 방법이 연구되어야 한다. 수업과 평가의 일관성을 유지하기 위해서 평가내용에 따라 LiveMath를 사용할 수 있도록 해야 할 것이다.

일곱째, 소프트웨어를 실습해보기 위해 컴퓨터실 확보와 실습기자재의 보유가 절실하다고 볼 수 있다. 예산도 제대로 되지 못한 현실에 있어서 이러한 논의 자체가 힘들어질 수도 있지만 미래지향적인 입장에서 지속적인 연구와 지원이 필요하다고 본다.

◀ 참고 문헌 ▶

- 교육부(1994), 「수학과 교육과정」, 대한교과서 주식회사.
- _____ (1997), 「수학과 교육과정 [별책8]」, 대한교과서 주식회사.
- 김인수(1997), 「해석학의 기초 개념과 학습 지도」, 전남대학교 출판부.
- 신동선·류희찬(1998), 「수학교육과 컴퓨터」, 경문사.
- 우정호(1998), 「학교수학의 교육적 기초」, 서울: 서울대학교 출판부.
- 김수정(2000), “Mathview를 이용한 중학교 수학교과의 정의적 변화에 대한 연구”, 석사학위논문, 충북대학교 교육대학원
- 권오남·박경미(1997), “그래픽 계산기를 활용한 수학교육”, 청람수학교육 제6집, 한국교원대학교 수학교육연구소.
- 류희찬(1997), “수학교육에서의 컴퓨터의 활용”, 청람수학교육 제6집, 한국교원대학교 수학교육연구소.
- 류희찬, 조민식, 지현희(1999), 「그래프마법사를 활용한 함수교육」, 대한수학교육학회 수학교육자료집-제1권, 교육소프트연구소.
- 박래홍(1996), “Mathematica를 이용한 함수 지도에 관한 연구”, 석사학위논문, 전남대학교 교육대학원.
- 박용범, 김한희, 박일영(1999), “수학개념의 자기 주도적 개성을 위한 교수학습 모델의 개발”, 한국수학교육학회3집, 한국수학교육학회논문집.
- 장경운(1997), “스프레드시트를 이용한 수학교육 활용”, 청람수학교육 제6집, 한국교원대학교, 수학교육연구소.
- 지현희(2000), “Mathview를 도구로 한 고등학교 함수 단원 구성”, 석사학위논문, 한국교원대학교.
- NCTM(1989), *Curriculum and evaluation standard for school mathematics*. Reston, VA: The National Council of Teacher of Mathematics, Inc.
- _____ (2000), *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.

참고 웹사이트

<http://studymate.net/>

<http://www.livemath.com/>

<Abstract>

Development and Application of Teaching-Learning Materials for the Section of Function in the Middle School Mathematics using LiveMath Software

Song, Young-pil

Mathematics Education Major
Graduate School of Education, Cheju National University
Jeju, Korea

Supervised by professor Yang, Young-Oh

The study worked out the teaching elements of the section of function using LiveMath software in middle school students' learning function and subsequently developed and applied its teaching-learning materials on purpose to focus teaching-learning method on learners, arouse their interest in learning and facilitate teaching activities, in addition maximizing learning effect in understanding of functional graphs.

To achieve the purpose of this study, I established two research subjects as follows:

1. To develop the teaching elements and teaching-learning materials of the section of middle school function with LiveMath software and then to find out changes in the subjects' attitude to learning mathematics after applying the experimental model.
2. To examine whether the experimental model makes a significant difference to the scholastic achievement of mathematics and to find out the efficient learning method of function.

In order to accomplish the purposes of the research, first the study examined the effect of computer on the education of both mathematics and function through documentary investigations, the characteristics of softwares

used for the education of function, the features of LiveMath software and the methods of its use, middle school 7th curriculum formation and the contents of functional section, and the direction of developing learning materials. Second, it developed teaching-learning materials using LiveMath software in the whole process of the section of middle school function. Finally, I selected two groups (consist of 36 students in each group) which had similar grades among the freshmen in Cheju National University Middle School and then organized one group as a experimental class and the other as a comparative class. I applied the teaching-learning materials developed with 'LiveMath' software to the experimental class and then compared and analyzed the student's study attitude and the study result throughout the formative test(pre-test and post-test).

From this study, I got the results as follows:

First, as the result of applying these developed teaching-learning materials to the class, the student's study attitude was changed into positive one.

Second, these teaching-learning materials helped the students understand the functions effectively.



* A thesis submitted to the Committee of the Graduate School of Education, Cheju National University in partial fulfillment of the requirement for the degree of Master of Education in August, 2003.

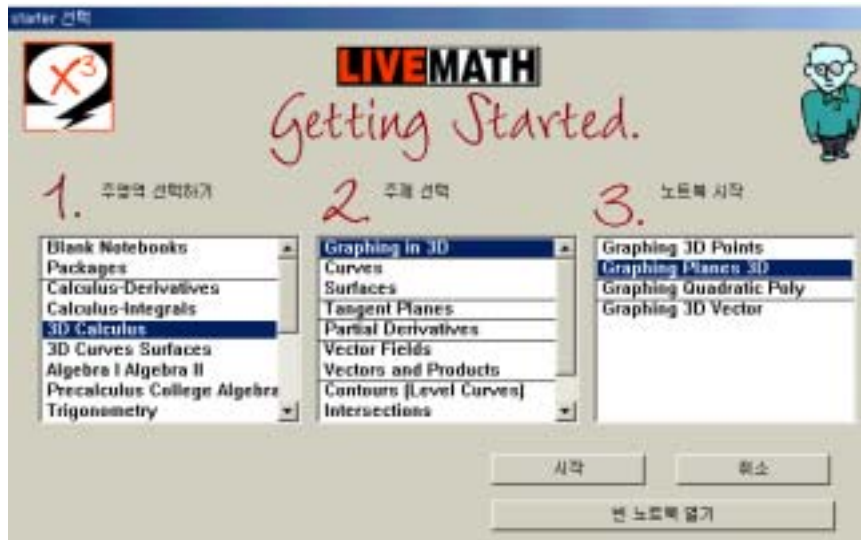
부 록



<부록 1>

LiveMath의 기본적인 사용법

LiveMath 프로그램을 실행하면 아래와 같은 창이 뜬다.



여기에서 LiveMath notebook을 오픈하는 방법은 사용자가 작업하고자 원하는 주제를 차례로 선택하여 **시작** 버튼을 활성화시켜 이를 클릭하는 방법과 바로 **변 노트북 열기** 버튼을 클릭하는 방법이 있다.

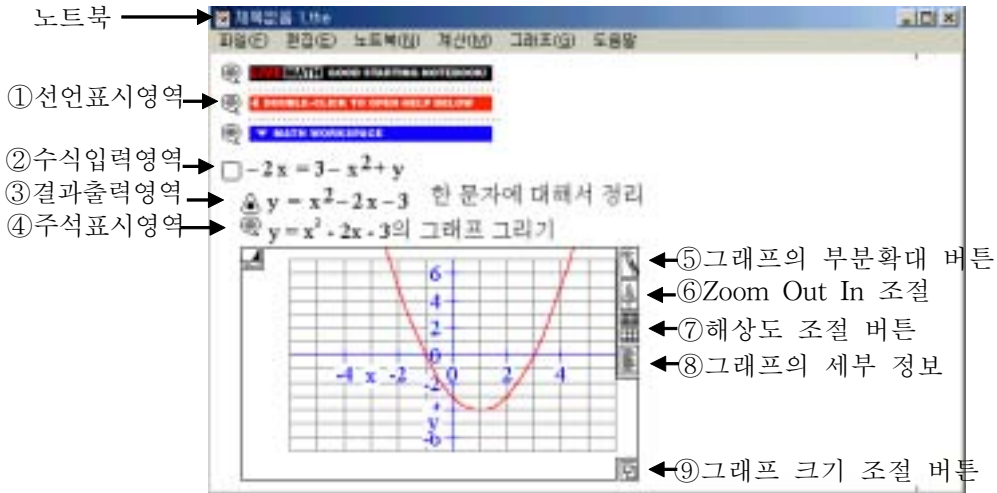
LiveMath가 오픈되면 2개의 창이 열리는 데 첫 번째 창은 팔레트 아이콘을 모아둔 창이다. (팔레트가 나타나지 않거나 닫아버렸을 경우는 메뉴의 노트북 -> 윈도우 -> 팔레트를 클릭하면 나타난다.)






두 번째는 아래에 보이는 것과 같은 notebook 작업 영역이고 여기가 수식을 입력하고 결과를 출력하는 창으로 예를 들어 $-2x=3-x^2+y$ 을 에 입력하여 주요 기능과 명칭을 소개하면 다음과 같다.

1. 주요 명칭 및 기능

1) 기본 용어의 이해














- ① 선언 : 두 번 클릭하면 이 노트북에 이미 저장된 사항을 알 수 있다. 다시 두 번 클릭하면 지정된 내용이 감추어진다. 각종 상수, 변수와 함수가 정의되어 있는 곳이며, 사용자가 정한 변수나 함수도 정의되어 있다.
- ② \square : 수식입력 영역으로 이곳에 수식이나 방정식 등을 입력한다.
- ③ \triangle : 결과를 출력하는 부분으로 LiveMath가 계산을 한 결과를 보여주는 부분이다. 수식을 \square 영역에 표현하여 \triangle 에 계산 결과나 그래프의 출력을 얻으면 이제 입력한 \square 영역을 변경하면 자동적으로 \triangle 영역도 재 계산된다.
- ④ 🗨 : 주석, 설명, 의견을 기록할 때 이용하는 아이콘으로 이 아이콘 뒤에 입력한 수식은 명령어로 인식되지 않고 문자로 인식될 뿐이다. 키보드의 오른쪽 숫자 엔터키를 누르면 🗨 아이콘이 나타나고, 입력상태에서 Shift키를 누른 채 엔터키를 누르면 다음 줄에 연속적인 문서를 작성할 수 있다.
- ⑤ 🔍 : 이 아이콘을 클릭한 후, 그래프의 원하는 부분을 지정하면 확대되고 다시 클릭하면 해제가 된다. 그래프를 원상복귀 하려면, 상위 메뉴에서 편집-되살리기 혹은 Ctrl+Z를 누른다.
- ⑥ 🔍 : 클릭 할 때마다 2배씩 Zoom Out 되고, Ctrl+Alt+ 🔍 클릭하면 Zoom In 된다.
- ⑦ 🔍 , 🔍 : 해상도 조절 버튼으로서 해상도는 기본이 8이고 🔍 을 누르면 증가하고 🔍 을 누르면 감소한다.

- ⑧  : 그래프의 세부사항을 편집하는 곳으로  을 클릭해서 그래프의 색상과 격자, 축 등을 조절할 수 있다.
- ⑨  : 아이콘을 눌러 마우스를 끌면서 그래프의 크기를 확대 또는 축소할 수 있다.

2. 노트북 이용방법

1) 주요 수식 입력방법

일반적으로 수학프로그램에서 사용하는 수식 입력방법과 거의 동일하며 팔레트의 아이콘을 이용하면 쉽게 입력할 수 있다.


단축키	설 명	키보드 입력 방법	출력 결과
/	분수 표현	1/2	 $\frac{1}{2}$
₩	(backward slash) 제곱근의 표현	₩누르면  에서 3입력 또는 Ctrl+R을 누른  에서 3입력	 $\sqrt{3}$
^	지수 표현	3^5	 3^5
_	subscript 사용시	a Shift+_1	 a_1
*	곱하기	$y=x^2-3*x+4$	 $y = x^2 - 3x + 4$
'p	(apostrophe p) π	$y=\sin(2*x-3'p)$ 또는 $y=\sin(2*x-3$ 팔레트에서 π)	 $y = \sin(2x - 3\pi)$
\$	적분 기호	\$을 누르면 적분 입력상태	 \int
Ctrl+J	적분 기호	Ctrl+J x^2 Tab x 1 Tab 2	 $\int_1^2 x^2 dx$
,	행렬에 열 삽입	(1,2;3,4)	 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
;	행렬에 행 삽입		
ctrl [proposition을 왼쪽으로 이동		
ctrl]	proposition을 오른쪽으로 이동		

2) 문장 선택하기

'를 선택하면 왼쪽과 같고  을 선택하면 오른쪽과 같다.

 $y = x^2 - 2x - 3$  $y = x^2 - 2x - 3$

3) 식의 값 구하기

'를 클릭하여 $x=1$ 을 선택한 후  키를 누르면 손이 나타나고, 손으로 끌어서 $y = x^2 - 2x - 3$ 에 갖다 놓으면 아래와 같이 계산된다.

$$\begin{array}{l} \square y = x^2 - 2x - 3 \\ \square x = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \square y = x^2 - 2x - 3 \\ \square x = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \square y = x^2 - 2x - 3 \\ \triangle y = -4 \text{ 처판} \\ \square x = 1 \end{array}$$

4) 문장이나 식을 종속시키기

$\square x=3$ 에서 \square 을 클릭하고 Ctrl 키로 손이 나타나면서 $x=1$ 밑에서 약간 오른쪽으로 갖다 붙인다.(또는 단축키로 $\square x=3$ 에서 \square 을 클릭하고 $\text{Ctrl}+$]하면 오른쪽으로 이동한다.) 가운데 화면은 $x=3$ 이 $x=1$ 에 종속된 것을 보여준다. $x=1$ 아이콘을 누르면 오른쪽 화면처럼 $x=3$ 까지 영향을 받는다.

$$\begin{array}{l} \square y = x^2 - 2x - 3 \\ \triangle y = -4 \text{ 처판} \\ \square x = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \square y = x^2 - 2x - 3 \\ \triangle y = -4 \text{ 처판} \\ \square x = 1 \\ \square x = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \square y = x^2 - 2x - 3 \\ \triangle y = -4 \text{ 처판} \\ \square x = 1 \\ \square x = 3 \end{array}$$

5) 식이나 문장 숨기기

$\square y = x^2 - 2x - 3$ 의 아이콘을 더블 클릭하면 아래의 $y = -4$ 가 사라진다. 마찬가지로 $x=1$ 의 아이콘을 더블 클릭하면 $x=3$ 이 사라진다.

$$\begin{array}{l} \square y = x^2 - 2x - 3 \\ \square x = 1 \\ \square x = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \square y = x^2 - 2x - 3 \\ \square x = 1 \end{array}$$


6) Case Theory 이용 방법

(1) 노트북(N)▶새로 삽입▶Case Theory에 포함-을 누른다. 상자 안의 ?에 $y=x^2$ 을 입력하고 상자 밖에도 $y=2*x+3$ 을 입력한다. 이 명령어를 이용하면 상자 안의 작업은 상자 밖의 작업과 구별된다.

$$\begin{array}{l} \square y = x^2 \\ \square y = 2x + 3 \end{array}$$

(2) 팔레트 아이콘  (Case Theory)사용

몇 개의 preposition을 하나로 묶을 때 사용한다.

아래 그림처럼 3개의 preposition중 몇 개를 선택하여  버튼을 클릭하여 하나로 묶을 수 있다.

$$\begin{array}{l} \square y = x^2 \\ \square y = 2x + 3 \\ \square y = \sin(x) \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \square y = x^2 \\ \square y = 2x + 3 \\ \square y = \sin(x) \end{array}$$

7) 계산(C)메뉴 이용 방법

(1) 계산

$$\square 1+2+3+4+5 \quad \square \frac{1}{2}+\frac{1}{3}$$

$$\triangle 1+2+3+4+5 = 15 \text{ 계산} \quad \triangle \frac{1}{2}+\frac{1}{3} = 0.833333 \text{ 계산}$$

(2) 간략화

$$\square \frac{1}{2}+\frac{1}{3} \quad \square x^2x^3y^4y^{-2}$$

$$\triangle \frac{1}{2}+\frac{1}{3} = \frac{5}{6} \text{ 간략화} \quad \triangle x^2x^3y^4y^{-2} = x^5y^2 \text{ 간략화}$$

(3) 전개

=, <, >, ≤, ≥ 가 있는 식에서는 좌변이나 우변만 선택하고 전개를 선택해야 실행된다. 만약 양변을 선택하면 실행되지 않는다.

$$\square (x+4)^2$$

$$\triangle (x+4)^2 = x^2+8x+16 \text{ 전개}$$

(4) 모으기

$$\square 2x^2y+4xy \quad \square \frac{1}{x}+\frac{1}{y}$$

$$\triangle 2x^2y+4xy = 2(x+2)xy \text{ 모으기} \quad \triangle \frac{1}{x}+\frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy} \text{ 모으기}$$

(5) 인수분해

$$\square x^2-5x+6 \quad \square 126$$

$$\triangle x^2-5x+6 = (x-3)(x-2) \text{ 인수분해} \quad \triangle 126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \text{ 인수분해}$$

(6) 한 문자에 대하여 정리

$$\square x^3-8=0$$

$$\triangle (x-2)(x+1+\sqrt{3}i)(x+1-\sqrt{3}i) = 0 \text{ 인수분해}$$

$$\triangle x = 2 \text{ 한 문자에 대해서 정리}$$

$$\triangle x = -1-\sqrt{3}i \text{ 한 문자에 대해서 정리}$$

$$\triangle x = -1+\sqrt{3}i \text{ 한 문자에 대해서 정리}$$

(7) 적용: 학습효과를 위한 물음 형태, 원하는 부분만 블록 지정

$$\square \frac{2}{\sqrt{2}} \quad \square \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\triangle \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ 적용}$$

$$\triangle \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ 간략화}$$

$$\square \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \quad \triangle \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)}$$

$$\square \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \quad \triangle \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \text{ 곱셈}$$

$$\triangle \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{2} \text{ 계산}$$

$$\square \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} \quad \triangle \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} \text{ 곱셈}$$

$$\triangle \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{2} \text{ 계산}$$

$$\triangle \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{-\sqrt{12}+4}{2} \text{ 전개}$$

$$\triangle \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{-\sqrt{6^2}+4}{2} \text{ 인수분해}$$

$$\triangle \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{-2\sqrt{3}+4}{2} \text{ 변환}$$

(8) 치환, 대입

$$\square y = x^2 - 5x + 6$$

$$\triangle y = (x-3)(x-2) \text{ 인수분해}$$

$$\square x = 1$$

$$\triangle y = 2 \text{ 치환}$$

(9) 변환

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\square \tan(x) \quad \triangle \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \text{ 변환}$$

$$\square \tan(x) \quad \triangle \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} \text{ 변환}$$

$$\square 3x^2 - 9x + 9$$

$$\triangle 3x^2 - 9x + 9 = 3\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \text{ 변환}$$

$$\square \sin^2(x) + \cos^2(x)$$

$$\triangle \sin^2(x) + \cos^2(x) = 1 \text{ 변환}$$

(10) 이항

$$\square 2x + y = 5x - 2$$

$$\triangle y = 3x - 2 \text{ 이항}$$

$$\square -6x + y = x^2 + 5$$

$$\triangle y = x^2 + 6x + 5 \text{ 이항}$$

(11) 교환

$$\square a + b$$

$$\triangle a + b = b + a \text{ 교환}$$


$$\square a + b$$

$$\triangle a + b = b + a \text{ 교환}$$

3. 예제를 통한 사용법 익히기

1) 수식 조작 및 그래프 그리기


① 방정식 $x^2 - 2x = 3 - x^2 + y$ 을 y 에 대하여 정리해 보고 그래프도 그려보자.

② y 를 선택한 뒤 팔레트 창의  (isolate icon) 아이콘을 클릭하거나 메뉴의 계산-한 문자에 대해서 정리-를 클릭한다. $x^2 - 2x = 3 - x^2 + y$

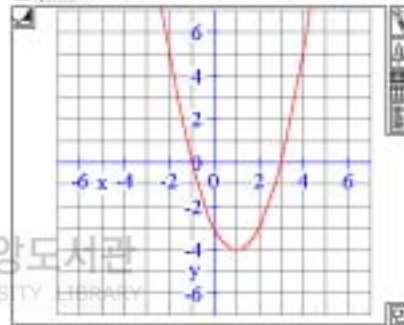
③ LiveMath는 방정식을 아래와 같이 y 에 대해 정리한다.


$$x^2 - 2x = 3 - x^2 + y$$

$$\Delta y = x^2 - 2x - 3 \quad \text{한 문자에 대해서 정리}$$

④ 그래프를 그리기 위해서는 방정식의 '='를 마우스로 선택한 뒤  (그래프 2D) 아이콘을 클릭하면 된다. $\Delta y = x^2 - 2x - 3$ 한 문자에 대해서 정리

⑤ LiveMath는 자동으로 그래프를 그려준다. $\Delta y = x^2 - 2x - 3$ 한 문자에 대해서 정리




⑥  을 클릭하여 그래프의 세부사항을 아래와 같이 편집하여 그래프 정의역, 치역, 색상과 격자, 축 등을 편집한다.

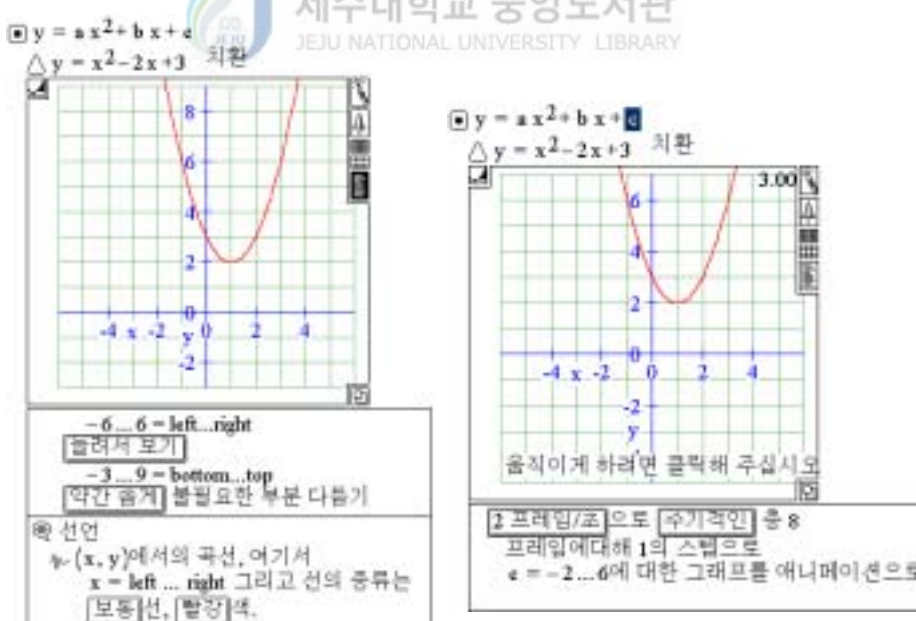
x축의 변역	→	-7...7 = left...right	<input type="text" value="정비율로 보기"/>
y축의 변역	→	-7...7 = bottom...top	<input type="text" value="숨겨 불필요한 부분 다듬기"/>
더블클릭하면 선언 내용이 보임	→	<input checked="" type="checkbox"/> 선언	
격자 조절	→	<input type="checkbox"/> 검정 색으로 1만큼 분리된 $y = \text{bottom} \dots \text{top}$ 일때 각각의 대응값인 $x = \text{left} \dots \text{right}$ 에서의 (x, y) 의 격자선.	
	→	<input type="checkbox"/> 검정 색으로 1만큼 분리된 $x = \text{left} \dots \text{right}$ 일때 각각의 대응값인 $y = \text{bottom} \dots \text{top}$ 에서의 (x, y) 의 격자선.	
축 조절	→	<input type="checkbox"/> 파랑 색으로 다른변 에 y 가 $y = \text{bottom} \dots \text{top}$ 일때 $(0, y)$ 에서의 축.	
	→	<input type="checkbox"/> 파랑 색으로 이변 에 x 가 $x = \text{left} \dots \text{right}$ 일때 $(x, 0)$ 에서의 축.	
	→	<input type="checkbox"/> left 란 이름의 상수 는 수평 최소 입니다.	
	→	<input type="checkbox"/> right 란 이름의 상수 는 수평 최대 입니다.	
	→	<input type="checkbox"/> bottom 란 이름의 상수 는 수직 최소 입니다.	
	→	<input type="checkbox"/> top 란 이름의 상수 는 수직 최대 입니다.	
Plot의 선 종류 및 색상 조절	→	<input type="checkbox"/> (x, y) 에서의 곡선, 여기서 $x = \text{left} \dots \text{right}$ 그리고 선의 종류는 보통 선, 활장 색.	

2) Animation Graph 만들기

- ① 애니메이션을 나타내려는 그래프의 함수를 정한다. $\square y = ax^2 + bx + c$
- ② a, b, c의 값을 적당하게 넣은 뒤 선택한다. (각 식을 선택할 때는 등호를 클릭하고, Shift-Key를 누른 채 마우스로 클릭하면 동시에 여러 개의 식을 선택할 수 있다.)


<input type="checkbox"/> $y = ax^2 + bx + c$	<input type="checkbox"/> $y = ax^2 + bx + c$
<input type="checkbox"/> $a = 1$	<input type="checkbox"/> $\Delta y = x^2 - 2x + 3$ 치환
<input type="checkbox"/> $b = -2$	<input type="checkbox"/> $a = 1$
<input type="checkbox"/> $c = 3$	<input type="checkbox"/> $b = -2$
	<input type="checkbox"/> $c = 3$

- ③ 함수에 대입해 준다.(ctrl-key를 누르면 마우스 포인트가 손가락 모양으로 바뀌는데, 이 때 선택 된 a=1, b=1, c=1을 마우스로 클릭한 채 위의 식에 가져가면 검은 색으로 a, b, c 가 변하는데 그 때 마우스를 해제하면 위의 오른쪽 결과 식이 나타난다.)
- ④ 함수를 선택한 뒤 그래프를 그린다.(애니메이션으로 나타내기 위해서는 아래의 결과식을 선택해서는 안되고 위의 원래 식 $\square y = ax^2 + bx + c$ 을 선택해야 됨)
- ⑤ 그래프의 영역, 색, 선의 모양 등을 적절하게 변경해 준다.(그래프 오른쪽에 나타나 있는 아이콘 중 텍스트 모양  을 클릭하면 변경할 수 있다.)




- ⑥ 애니메이션을 구현하려는 문자 c를 선택한 뒤 애니메이션시작을 클릭한다.
- ⑦ 적절하게 주기와 속도를 조절해 준다.

3) 좌표평면 위에 점 나타내기

 **2D Scatter Plot** : 한 점 또는 여러 점을 평면에 나타낼 때 사용한다.

(예1)

- ① $P=(2,5)$ 를 타이핑한다.
- ② 식을 전체를 선택한다.
- ③  버튼을 클릭한다.
- ④ 대화상자가 나타나서 2가지를 결정할 것을 요구한다.
 - 문자 P를 “matrix”로 정의하라.
 - 그래프의 축을 알맞게 정하라.

이 두 가지는 사용자가 원하는 대로 변경할 수 있으나 대개는 LiveMath가 제안하는 것을 그대로 사용하는 것이 무난하다.

⇒ 아래와 같은 그래프를 얻을 것이다.

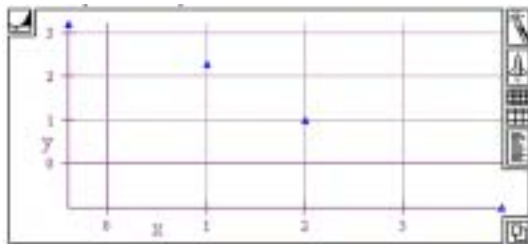


(예2)

- ① 여러 개의 점을 그래프 위에 나타내려면 즉, $(2, 1), (1, 2.3), (4,-1), (-0.4, 3.2)$ 와 같이 네 개의 점을 그래프 위에 나타내려면 아래와 같이 타이핑한다. 여기서 행 구분자는 세미콜론(;)을 열 구분자는 콤마(,)를 사용한다.


$$P=(2,1;1,2.3;4,-1;-0.4,3.2)$$

$$p = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2.3 \\ 4 & -1 \\ -0.4 & 3.2 \end{pmatrix}$$




- ② (예1)과 동일한 순으로 하면 위와 같은 그래프를 얻을 수 있다.

4) 테이블(대응표) 작성하기

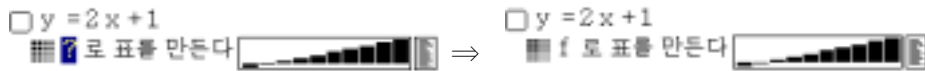
 **Build Data Table** : 식 또는 함수의 데이터 표를 만들 때 사용한다.

(예) $y=2x+1$ 의 데이터 표를 만들려면

- ① 수식을 입력한다. $y = 2x + 1$
- ② 식을 선택한 후  을 클릭한다.



- ③ 함수의 이름을 정해진다.(여기서는 “f ”)



- ④ 데이터 표 완성

$y = 2x + 1$
 f 로 표를 만든다

저장	로트	복사	붙이기
영역:	-2	...	7
점:	10	inc:	1
범위:	-3	...	15
f(-2))=	-3
f(-1))=	-1
f(0))=	1
f(1))=	3
f(2))=	5
f(3))=	7
f(4))=	9
f(5))=	11
f(6))=	13
f(7))=	15

<부록 2> Livemath를 활용한 중학교 함수단원 학습자료

학습자료 I-1. 순서쌍과 좌표

순서쌍과 좌표

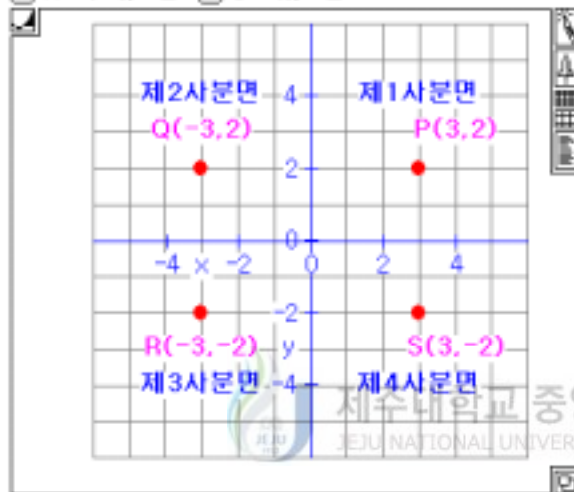
학습목표: 평면위의 점을 좌표로 나타낼 수 있다.

순서쌍

좌표평면 $P(a, b)$: 점 $P(x\text{좌표}, y\text{좌표})$

$P = (3, 2)$ $Q = (-3, 2)$

$R = (-3, -2)$ $S = (3, -2)$



(문제) 다음의 각 점들을 좌표평면 위에 나타내고, 몇 사분면 위의 점인지 말하여라.

$A(3, 1)$ $B(-1, 4)$ $C(-5, -1)$ $D(1, -1)$

(정리)

제1사분면 $P(x > 0, y > 0)$

제2사분면 $Q(x < 0, y > 0)$

제4사분면 $S(x > 0, y < 0)$

제3사분면 $R(x < 0, y < 0)$

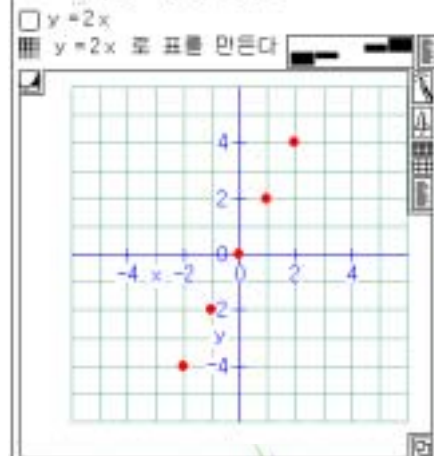
학습자료 I-2. $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프 그리기

☞ 함수 $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프 그리기

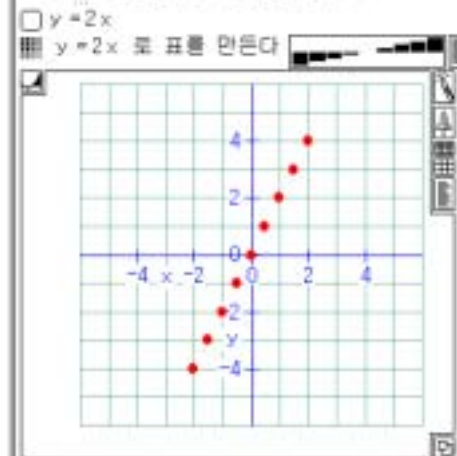
☞ 학습목표: 함수 $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프를 그릴 수 있다.

☞ 정의역의 원소 x 의 값의 간격을 점점 작게하여 함수의 그래프의 변화과정을 알아보자.

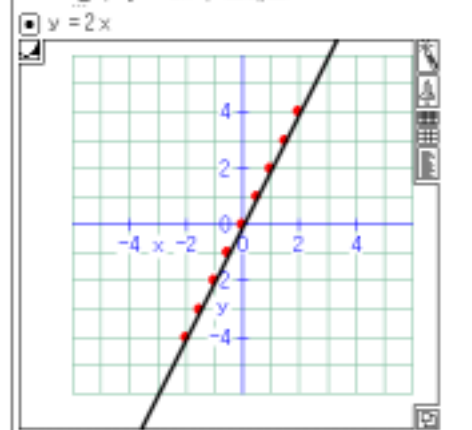
☞ 정의역 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 일 때,
함수 $y = 2x$ 의 그래프



☞ $X = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2\}$ 일 때, 함수 $y = 2x$ 의 그래프



☞ 정의역 X 가 수전체의 집합일 때,
함수 $y = 2x$ 의 그래프



☞ (정리)

함수 $y = ax$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.

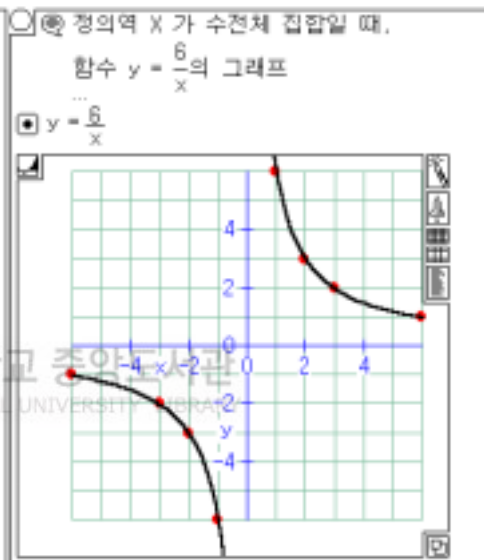
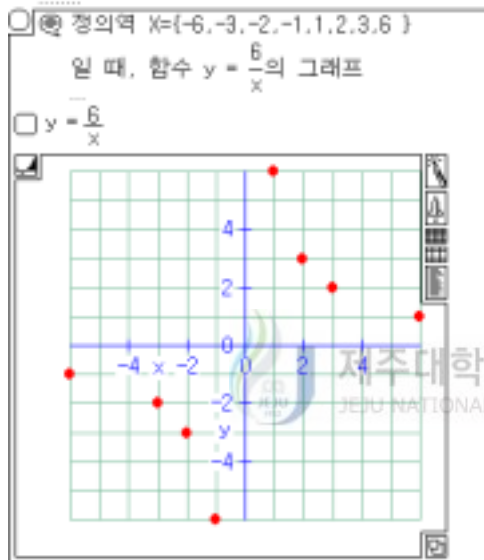
학습자료 I-3. $y = ax (a \neq 0)$ 의 그래프(본문에 제시)

학습자료 I-4. $y = ax$ 의 그래프(애니메이션)(본문에 제시)

학습자료 I-5. $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프 그리기

반비례함수의 그래프 그리기

학습목표: 함수 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$ 의 그래프를 그릴 수 있다.



정의역의 원소 x 의 값의 간격을 점점 작게하여 함수의 그래프의 변화과정을 관찰하여보자.

(정리)

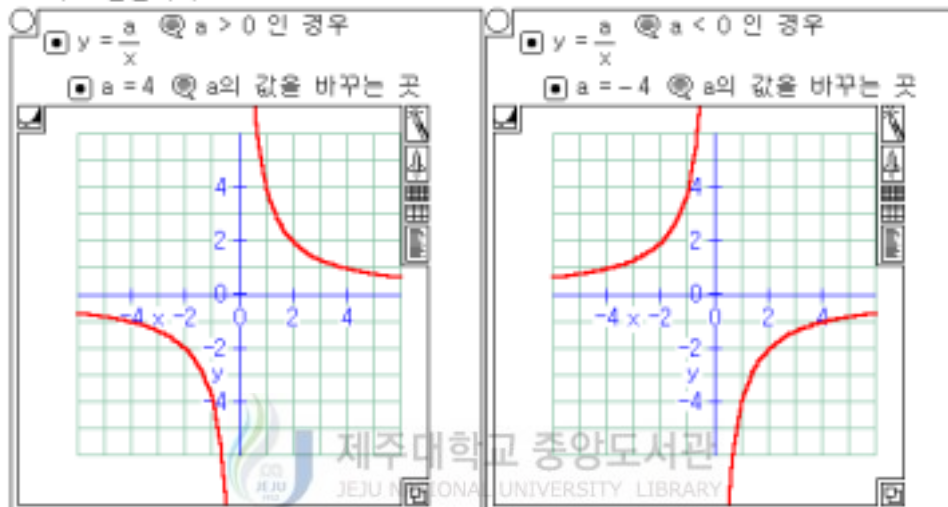
함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프는 원점을 지나지 않는 쌍곡선이다.

학습자료 I-6. $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 의 그래프

함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 의 그래프

학습목표: 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 의 그래프를 그릴 수 있다.

a 의 값을 증가 또는 감소시키면서 그래프가 어떻게 변하는지 비교 관찰하자.



(예제) 다음 함수의 그래프를 그려보자.

- (1) $y = \frac{1}{x}$ (2) $y = \frac{8}{x}$ (3) $y = \frac{12}{x}$
 (3) $y = -\frac{3}{4x}$ (4) $y = -\frac{8}{x}$ (6) $y = -\frac{12}{x}$

(정리) 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 원점을 지나지 않는 쌍곡선이다



- $a > 0$ 일 때는 제 1, 제3사분면을 지난다.
- $a < 0$ 일 때는 제 2, 제4사분면을 지난다.

학습자료 I-7. $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 의 그래프(애니메이션)

함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 의 그래프(애니메이션)

학습목표: 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 의 그래프의 성질을 알 수 있다.

a 의 값을 증가 또는 감소시키면서 그래프가 어떻게 변하는지 비교 관찰하자.

<p>$y = \frac{a}{x}$ $a > 0$ 인 경우</p> <p>a는 양수. a가 1에서 10까지 변화할 때 그래프의 변화과정을 살펴보자. 여기서, 파란색은 $y = x$ 의 그래프이다. a의 값</p>  <p>움직이게 하려면 클릭해 주십시오(다시)</p> <p>1 프레임/초으로 주기적인 출 9 프레임에 대해 1의 스텝으로 a = 1 ... 10 에 대한 그래프를 애니메이션으로 만듭니다.</p>	<p>$y = \frac{a}{x}$ $a < 0$ 인 경우</p> <p>a는 음수. a가 -1에서 -10까지 변화할 때 그래프의 변화과정을 살펴보자. 여기서, 파란색은 $y = -x$ 의 그래프이다. a의 값</p>  <p>움직이게 하려면 클릭해 주십시오(다시)</p> <p>1 프레임/초으로 주기적인 출 9 프레임에 대해 -1의 스텝으로 a = -1 ... -10 에 대한 그래프를 애니메이션으로 만듭니다.</p>
--	---

(예제) 다음 함수의 그래프를 그려보자.

- (1) $y = \frac{1}{x}$ (2) $y = \frac{8}{x}$ (3) $y = \frac{12}{x}$
 (3) $y = -\frac{3}{4x}$ (4) $y = -\frac{8}{x}$ (6) $y = -\frac{12}{x}$

(정리) 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 $|a|$ 가 클수록 원점에서 멀어지고 $|a|$ 가 작을수록 원점에서 가까이 간다.

학습자료 I-8. 함수의 활용

㉞ 함수의 활용

㉞ 학습목표: 함수를 실생활 문제에 활용할 수 있다.

㉞ (예제) 원기둥 모양의 용기에 물을 넣을 때, 수면의 높이가 때론 3cm씩 올라간다. 물을 넣기 시작하여 x분 후의 수면의 높이를 ycm라고 할 때, x와 y사이의 관계식을 구하고 그 그래프를 구하여라.

㉞ 수면의 높이가 1분에 3cm씩 올라가므로 x분 후 수면의 높이 ycm는 $y = 3x$ 따라서, x와 y사이의 관계식은 $y = 3x(x \geq 0)$ 이고, 그래프는 아래와 같다.

㉞ $y = a \cdot x$ $a = 3$
 $\Delta y = 3x$ 치환



㉞ 함수의 활용

㉞ 학습목표: 함수를 실생활 문제에 활용할 수 있다.

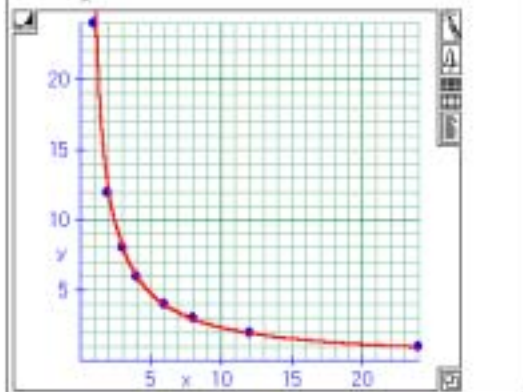
㉞ (예제) 넓이가 12cm^2 인 삼각형의 밑변의 길이를 xcm, 높이를 ycm라고 할 때, x와 y사이의 관계식을 구하고 그 그래프를 그려라.

㉞ (삼각형의 넓이) = $\frac{1}{2} \times (\text{밑변의 길이}) \times (\text{높이})$

$$12 = \frac{1}{2} \times x \times y, \text{ 따라서 } y = \frac{24}{x} (x > 0) \text{ 이고,}$$

그래프는 아래와 같다.

㉞ $y = \frac{a}{x}$ $a = 24$ $\Delta y = 24 \frac{1}{x}$ 치환



학습자료 II-1. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프

☞ $y = ax + b$ 의 그래프

☞ 학습목표: 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 그릴 수 있다.

☞ $y = ax + b$: $y = ax$ 의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동

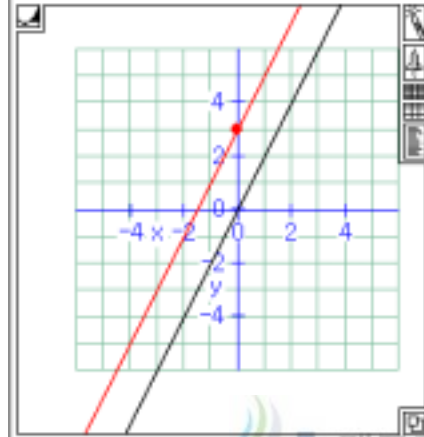
☞ b의 값에 따라 그래프를 관찰하자.

○ ☞ $b > 0$ 인 경우

☐ $y_1 = ax$ ☞ 그래프는 검정색

☐ $y = ax + b$ ☞ 그래프는 빨간색

☐ $a = 2$ ☐ $b = 3$ ☞ a, b값을 바꾸는 곳

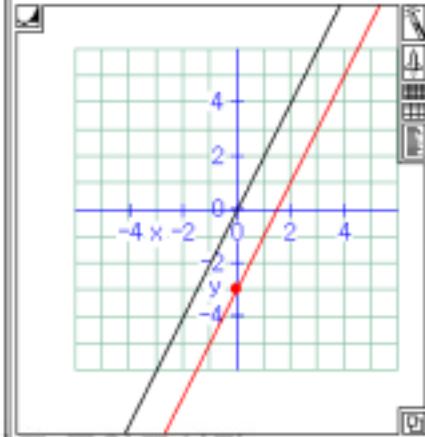


○ ☞ $b < 0$ 인 경우

☐ $y_1 = ax$ ☞ 그래프는 검정색

☐ $y = ax + b$ ☞ 그래프는 빨간색

☐ $a = 2$ ☐ $b = -3$ ☞ a, b값 바꾸는 곳



☞ (예제) $y = ax + b$ 에서 a, b가 다음과 같을 때, 그래프를 그려라.

(1) $a = -2, b = 3$

(2) $a = -2, b = -3$

(3) $a = \frac{1}{2}, b = 4$

(4) $a = \frac{1}{2}, b = -4$

☞ (문제) 일차함수 $y = 3x + 6$ 의 그래프는 $y = 3x - 1$ 의 그래프를 y축의 양의 방향으로 ()만큼 평행이동한 것이다.

☞ (정리) 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 일차함수 $y = ax$ 의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.

학습자료 II-2. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프(애니메이션)

☞ **$y = ax + b$ 의 그래프(애니메이션)**

☞ 학습목표: 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 $y = ax$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것을 알 수 있다.

$y_1 = ax$ 그래프는 검정색
 $y = ax + b$ 그래프는 빨간색
 $a = 2$ $b = 4$ a, b 값을 바꾸는 곳
 b 의 값에 따라 그래프를 관찰하자.

움직이게 하려면 클릭해 주십시오(다.

1 프레임/초 수기석인 총 10
 프레임에 대해 1의 스텝으로 $b = -5 \dots 5$
 에 대한 그래프를 애니메이션으로 만듭니다.

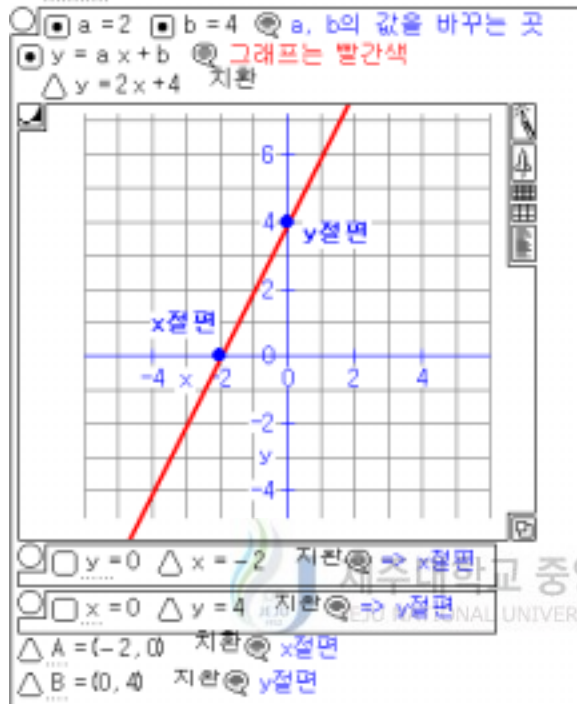
☞ (정리) 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 일차함수 $y = ax$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 직선이다.

학습자료 II-3. 일차함수 그래프의 x 절편, y 절편

☞ **x 절편, y 절편**

☞ 학습목표: x 절편과 y 절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

☞ x 절편: $y=0$ 일때 x 의 값, y 절편: $x=0$ 일때 y 의 값



☞ (예제) 다음 일차함수 그래프의 x 절편과 y 절편을 구하여라.

(1) $y = 3x + 6$ (2) $y = -4x + 2$

(3) $y = \frac{2}{3}x - 4$ (4) $y = -\frac{3}{2}x + 3$

☞ (정리)

x 절편은 그래프와 x 축이 만나는 점의 x 좌표, $y = 0$ 일 때 x 값

y 절편은 그래프와 y 축이 만나는 점의 y 좌표, $x = 0$ 일 때 y 값

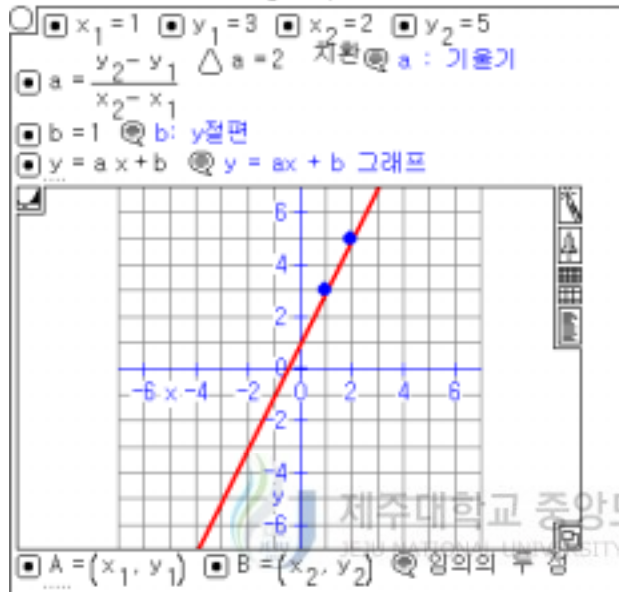
학습자료 II-4. 일차함수 그래프의 기울기

☞ 일차함수 그래프의 기울기

☞ 학습목표: 일차함수의 그래프의 기울기에 대하여 알 수 있다.

☞ 일차함수 $y = ax + b$ 위의 임의의 두 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에서

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a : \text{기울기}$$



☞ (문제) 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 말하고 각각 제 몇사분면을 지나는지 말하여라.

(1) $y = \frac{3}{2}x - 3$ (2) $y = -x + 3$ (3) $y = -\frac{2}{3}x + 2$

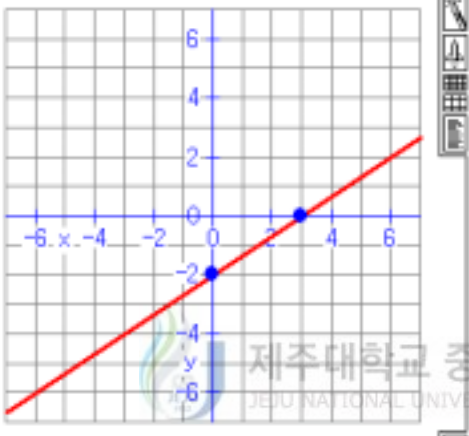
☞ 일차함수 $y = ax + b$ 에서 x 의 값의 증가량에 대한 y 의 값의 증가량의 비율은 항상 일정하며, 그 비율은 x 의 계수 a 와 같다

☞ (정리) $y = ax+b$ 의 그래프는 기울기 a , y 절 b 인 직선으로
 $a > 0$ 이면, x 가 증가할 때, y 도 증가하며(오른쪽 위로 향함)
 $a < 0$ 이면, x 가 증가할 때, y 는 감소한다(오른쪽 아래로 향함)

학습자료 II-5. 기울기와 y절편을 이용한 일차함수의 그래프 그리기

기울기와 y절편을 이용한 일차함수의 그래프
 일차함수 $y = ax + b$ 에서 a:기울기, y절편:b
 기울기와 y절편을 알 때 그래프 그리기
 (1) y절편을 찍는다.
 (2) 기울기를 이용하여 다른 한 점을 찾아 찍는다.
 (3) 두 점을 이어서 그래프를 그린다.

$y = ax + b$ 그래프는 빨간색
 $a = \frac{2}{3}$ a는 기울기
 $b = -2$ b는 y절편



$P = (0, b)$ $P = (0, -2)$ 지점 y절편
 $O = \left(-\frac{b}{a}, 0\right)$ $O = (3, 0)$ 지점 x절편

(문제) 다음 일차함수의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 그려라.

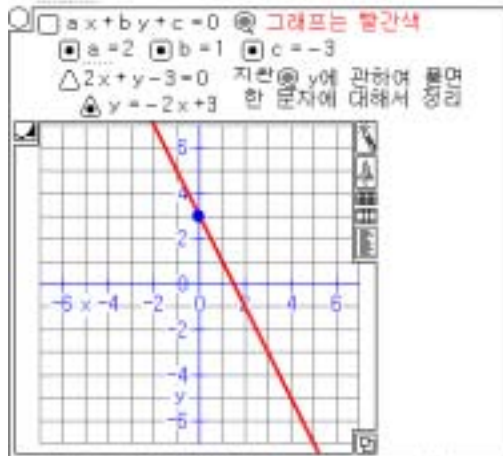
(1) $y = \frac{3}{2}x - 3$ (2) $y = -\frac{1}{3}x + 2$
 (3) $y = 3x + 1$ (4) $y = -x + 4$

학습자료 II-6. 일차함수와 일차방정식

④ 일차방정식 $ax+by+c=0$ 의 그래프

④ 학습목표: 일차방정식 $ax + by + c = 0$ 의 그래프를 그릴 수 있다.

④ $ax + by + c=0 \Rightarrow$ 일차함수 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

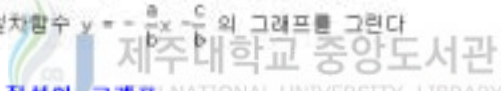


④ (문제) 다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

(1) $3x - y - 2 = 0$ (2) $x + 3y + 6 = 0$

④ (정리) 일차방정식 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 이 방정식을

y 에 관하여 풀어, 일차함수 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의 그래프를 그린다



④ 좌표축에 평행한 직선의 그래프 NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

④ 학습목표: $x = p, y = q$ 의 그래프를 그릴 수 있다.



④ (문제) 다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

(1) $x + 2 = 0$ (2) $2y - 3 = 0$ (3) $3y = 0$

(4) 점 $(-2, 3)$ 을 지나고, y 축에 평행한 직선

④ (정리)

$x = p$ 의 그래프: 점 $(p, 0)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선

$y = q$ 의 그래프: 점 $(0, q)$ 를 지나고 x 축에 평행한 직선

학습자료 III-1. 이차함수 $y = x^2$ 와 $y = -x^2$ 의 그래프 그리기

☞ $y = ax^2(a=1)$ 의 그래프 그리기

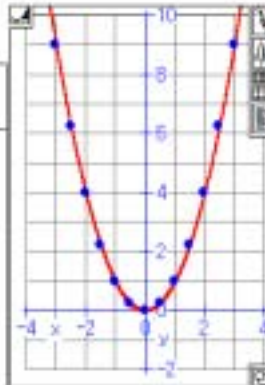
☞ 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대해 알 수 있다.

☐ $y = ax^2$ ☐ $a=1$

△ $y = x^2$ 치환☞ 그래프는 빨간색

☰ $y = x^2$ 로 표를 만든다

저장	로드	복사	붙이기
영역:	-3	...	3
축:	13	inc:	0.5
범위:	0	...	9
$y = x^2$	-3	=	9
$y = x^2$	-2.5	=	6.25
$y = x^2$	-2	=	4
$y = x^2$	-1.5	=	2.25
$y = x^2$	-1	=	1
$y = x^2$	-0.5	=	0.25
$y = x^2$	0	=	0
$y = x^2$	0.5	=	0.25
$y = x^2$	1	=	1
$y = x^2$	1.5	=	2.25
$y = x^2$	2	=	4
$y = x^2$	2.5	=	6.25
$y = x^2$	3	=	9



☞ 대용표를 이용 순서쌍 P(x의 값, y의 값)를 좌표평면위에 나타낸다

☞ $y = x^2$ 의 그래프

- (1) x 가 증가할 때, $x < 0$ 의 범위에서 y 는 감소하고, $x > 0$ 의 범위에서 y 는 증가한다.
- (2) 원점0을 지나고 아래로 볼록하다.
- (3) y 축에 대하여 대칭이다.

☞ $y = ax^2(a = -1)$ 의 그래프 그리기

☞ 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대해 알 수 있다

☐ $y = ax^2$ ☐ $a=-1$

△ $y = -x^2$ 치환☞ 그래프는 빨간색

☰ $y = -x^2$ 로 표를 만든다

저장	로드	복사	붙이기
영역:	-3	...	3
축:	13	inc:	0.5
범위:	-9	...	0
$y = -x^2$	-3	=	-9
$y = -x^2$	-2.5	=	-6.25
$y = -x^2$	-2	=	-4
$y = -x^2$	-1.5	=	-2.25
$y = -x^2$	-1	=	-1
$y = -x^2$	-0.5	=	-0.25
$y = -x^2$	0	=	0
$y = -x^2$	0.5	=	-0.25
$y = -x^2$	1	=	-1
$y = -x^2$	1.5	=	-2.25
$y = -x^2$	2	=	-4
$y = -x^2$	2.5	=	-6.25
$y = -x^2$	3	=	-9



☞ 대용표를 이용 순서쌍 P(x의 값, y의 값)를 좌표평면위에 나타낸다

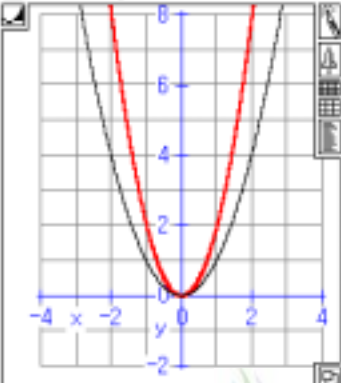
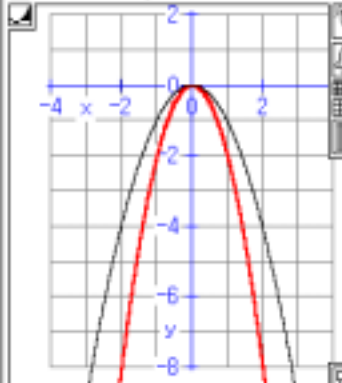
☞ $y = -x^2$ 의 그래프

- (1) x 가 증가할 때, $x < 0$ 의 범위에서 y 는 증가하고, $x > 0$ 의 범위에서 y 는 감소한다.
- (2) 원점0을 지나고 위로 볼록하다.
- (3) y 축에 대하여 대칭이다.

학습자료 III-2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프

학습목표: 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 그리고, 그 성질을 알 수 있다.

<p><input type="radio"/> $a > 0$인 경우</p> <p><input type="checkbox"/> $y_1 = x^2$ <input type="checkbox"/> 그래프는 검정색</p> <p><input type="checkbox"/> $y = ax^2$ <input type="checkbox"/> 그래프는 빨간색</p> <p><input type="checkbox"/> $a = 2$ <input type="checkbox"/> a의 값을 바꾸는 곳</p> 	<p><input type="radio"/> $a < 0$인 경우</p> <p><input type="checkbox"/> $y_1 = -x^2$ <input type="checkbox"/> 그래프는 검정색</p> <p><input type="checkbox"/> $y = ax^2$ <input type="checkbox"/> 그래프는 빨간색</p> <p><input type="checkbox"/> $a = -2$ <input type="checkbox"/> a의 값을 바꾸는 곳</p> 
---	--

다음 이차함수의 그래프를 그려라

- (1) $y = \frac{1}{2}x^2$ (2) $y = 3x^2$ (3) $y = 5x^2$
 (4) $y = -\frac{1}{2}x^2$ (5) $y = -3x^2$ (6) $y = -5x^2$

(정리)

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프

- (1) 원점을 꼭지점, y 축을 축으로 하는 포물선이다.
- (2) $a > 0$ 일 때는 아래로 볼록, $a < 0$ 일 때는 위로 볼록하다.
- (3) a 의 절대값이 클수록 폭이 좁아진다.
- (4) $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

학습자료 III-3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프(애니메이션)

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프(애니메이션)

학습목표: 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프의 성질을 알 수 있다.

<p>$y = ax^2$ 그래프는 빨간색</p> <p>a는 양수, a가 0.5에서 10까지 변화할 때 그래프의 변화과정을 살펴보자. 여기서, $y = x^2$의 그래프는 검정색 그래프</p> <p>숫수 a의 값</p>	<p>$y = ax^2$ 그래프는 빨간색</p> <p>a는 음수, a가 -0.5에서 -10까지 변할 때 그래프의 변화과정을 살펴보자. 여기서, $y = -x^2$의 그래프는 검정색 그래프</p> <p>숫수 a의 값</p>
---	---

(실습)

- (1) a의 값을 $\frac{1}{5}$ 에서 5까지 증가시키면서 그래프의 변화를 관찰하여라.
 - (2) a의 값을 $-\frac{1}{5}$ 에서 -5까지 감소시키면서 그래프의 변화를 관찰하여라.
- 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에서 |a|가 클수록 폭이 좁아지고, |a|가 작을수록 폭이 넓어진다.

학습자료 III-4. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프

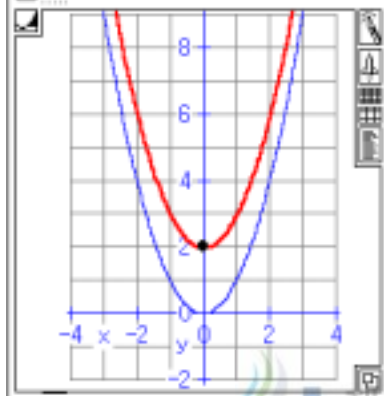
☞ $y = ax^2 + q$ 의 그래프

☞ 학습목표: $y = ax^2 + q$ 의 그래프를 그리고, 그 성질을 알 수 있다

☞ q 의 값에 따라 그래프의 변화를 관찰하자.

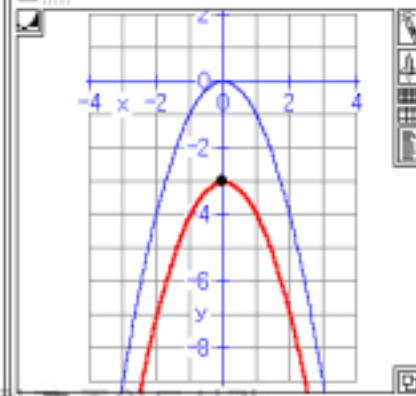
○ ☞ $a > 0, q > 0$ 인 경우

- ☐ $y = ax^2 + q$ ☐ $y_1 = ax^2$
- ☐ $a = 1$ ☐ $q = 2$ ☞ a, q 값 정하는 곳
- △ $y = x^2 + 2$ ☞ 빨간색그래프
- △ $y = x^2$ ☞ 파란색그래프



○ ☞ $a < 0, q < 0$ 인 경우

- ☐ $y = ax^2 + q$ ☐ $y_1 = ax^2$
- ☐ $a = -1$ ☐ $q = -3$ ☞ a 와 q 값 정하는 곳
- △ $y = -x^2 - 3$ ☞ 빨간색그래프
- △ $y = -x^2$ ☞ 파란색그래프



☞ (문제) 다음 이차함수의 그래프를 그리고 꼭지점의 좌표와 x 의取值을 구하여라.

- (1) $y = 2x^2 - 3$ (2) $y = -2x^2 + 3$
- (3) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$ (4) $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

☞ (정리) 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프

- (1) $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프
- (2) y 축을 축으로 하고, 점 $(0, q)$ 를 꼭지점으로 하는 포물선

학습자료 III-5. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프(애니메이션)

◎ $y = ax^2 + q$ 의 그래프(애니메이션)

◎ 학습목표: $y = ax^2 + q$ 의 그래프의 성질을 알 수 있다

◎ q 의 값에 따라 그래프의 변화를 관찰하자.

○ $a > 0, q > 0$ 인 경우

▣ $y = ax^2 + q$ ▣ $y_1 = ax^2$

▣ $a = 1$ ▣ $q = 2$ ◎ a, q 값 정하는 곳

▣ $A = (0, q)$ ◎ q 의 값



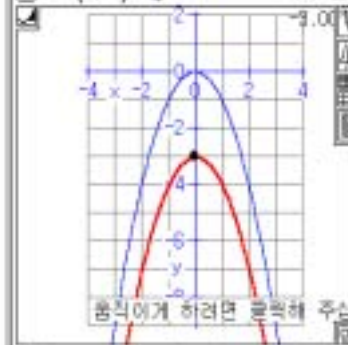
1 프레임/초 수기적인
총 10프레임에 대해 1의 스텝으로
 $q = 0 \dots 10$ 에 대한 그래프를 애니메이션으로

○ $a < 0, q < 0$ 인 경우

▣ $y = ax^2 + q$ ▣ $y_1 = ax^2$

▣ $a = -1$ ▣ $q = -3$ ◎ a 와 q 값 정하는 곳

▣ $A = (0, q)$ ◎ q 의 값



1 프레임/초 수기적인 총
총 10프레임에 대해 -1의 스텝으로
 $q = 0 \dots -10$ 에 대한 그래프를 애니메이션으로

◎ (정리) 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프

- (1) $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 q 만큼 평행이동한 그래프
- (2) y 축을 축으로 하고, 점 $(0, q)$ 를 꼭지점으로 하는 포물선

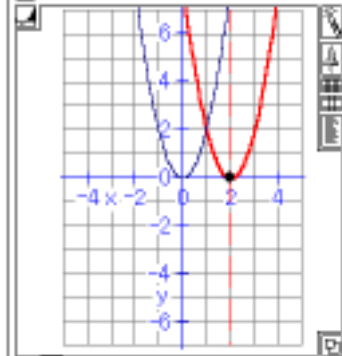
학습자료 III-6. 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프

이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프

학습목표: $y = a(x-p)^2$ 의 그래프를 그리고, 그 성질을 알 수 있다.

$p > 0$ 인 경우

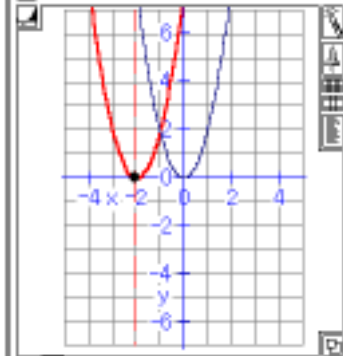
- $y = a(x-p)^2$ $y_1 = ax^2$
- $a = 2$ $p = 2$ a 와 p 값 정하는 곳
- $y = 2(x-2)^2$ 빨간색 그래프
- $y = 2x^2$ 파란색 그래프



- $A = (p, 0)$ 꼭지점의 좌표
- $x = p$ 는 축

$p < 0$ 인 경우

- $y = a(x-p)^2$ $y_1 = ax^2$
- $a = -2$ $p = -2$ a 와 p 값 정하는 곳
- $y = -2(x+2)^2$ 빨간색 그래프
- $y = -2x^2$ 파란색 그래프



- $A = (p, 0)$ 꼭지점의 좌표
- $x = p$ 는 축

(문제)

- (1) 이차함수 $y = 2(x-2)^2$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 ()축의 방향으로 ()만큼 평행이동한 그래프이다.
- (2) 이차함수 $y = -(x+3)^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 ()축의 방향으로 ()만큼 평행이동한 그래프이다.

(문제) 다음 이차함수의 그래프를 그리고 꼭지점의 좌표와 치역을 구하여라.

- (1) $y = 2(x-4)^2$ (2) $y = 2(x+4)^2$ (3) $y = -2(x-4)^2$
- (4) $y = \frac{1}{4}(x-2)^2$ (5) $y = \frac{1}{4}(x+2)^2$ (6) $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2$

(정리) 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프

- (1) $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프
- (2) $x = p$ 를 축으로 하고, 점 $(p, 0)$ 를 꼭지점으로 하는 포물선

학습자료 III-7. 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프(애니메이션)

이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프(애니메이션)

학습목표: $y = a(x-p)^2$ 의 그래프를 그리고, 그 성질을 알 수 있다.

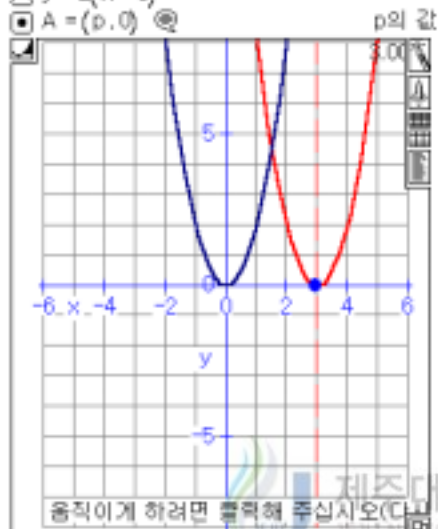
$y_1 = a x^2$ 파란색 그래프

$y = a(x-p)^2$ 빨간색 그래프

$a = 2$ $p = 3$ a 와 p 의 값을 바꾸는 곳

$\triangle y = 2(x-3)^2$

$A = (p, 0)$



1 프레임/초 으로 주기적인 총 8 프레임에 대해 1의 스텝으로 $p = 4$ 에 대한 그래프를 애니메이션으로 만듭니다.

(정리) 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프

- (1) $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프
- (2) $x = p$ 를 축으로 하고, 점 $(p, 0)$ 를 꼭지점으로 하는 포물선

학습자료 III-8. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프

☞ $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프

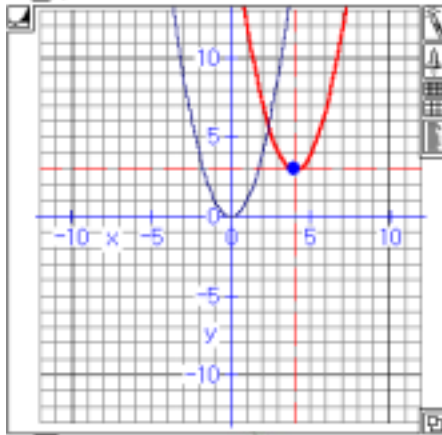
☞ 학습목표: $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프를 이해하고 그릴 수 있다.

☐ $y = a(x - p)^2 + q$

☐ $a = 1$ ☐ $p = 4$ ☐ $q = 3$ ☞ a, p, q 값을 바꾸는 곳

△ $y = (x - 4)^2 + 3$ ☞ 빨간색 그래프

△ $y = x^2$ ☞ 파란색 그래프



☐ $A = (p, q)$ ☞ 꼭지점의 좌표

☞ (문제) 다음 함수의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 p 만큼, q 만큼 평행이동한 그래프로 나타내어지는 이차함수를 구하여라

(1) $y = x^2$ [1, -3] (2) $y = 3x^2$ [-3, -5] (3) $y = -x^2$ [3, -4]

☞ (문제) 다음 함수의 그래프를 그리고 꼭지점의 좌표와 축의 방정식을 각각 구하여라.

(1) $y = (x - 4)^2 + 3$ (2) $y = -(x - 4)^2 + 3$ (3) $y = -3(x - 5)^2 + 6$

☞ (정리) 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프

(1) $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q

만큼 평행이동한 그래프이다.

(2) 꼭지점의 좌표는 (p, q) 이고, $x = p$ 를 축으로 하는 포물선이다.

학습자료 III-9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프

학습목표: $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 $y = a(x-p)^2 + q$ 로 변형하여 그래프를 이해하고 그릴 수 있다.

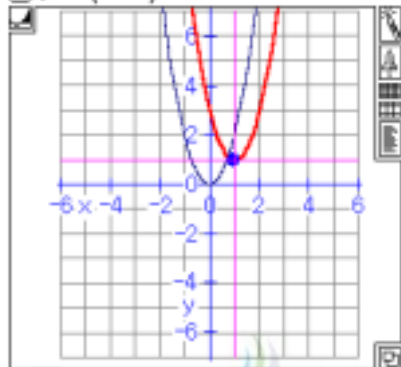
$y = ax^2 + bx + c$ 그래프는 발간식

$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ 우변을 완전 제곱식으로...

$a = 2$ $b = -4$ $c = 3$ a, b, c 의 값을 바꾸는 곳

$y = 2x^2 - 4x + 3$ $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치면

$y = 2(x-1)^2 + 1$ 최대값, 최소값



$A = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ 제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

(문제) 다음 이차함수의 최대값 또는 최소값을 구하여라.

(1) $y = 2x^2 - 4x + 1$ (2) $y = 3x^2 + 6x - 4$

(3) $y = -x^2 + 4x + 5$ (4) $y = -2x^2 + 8x + 7$

(정리) 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $y = a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고쳐 그래프를 그린다.

(정리) $y = ax^2 + bx + c \Rightarrow y = a(x-p)^2 + q$ 의 최대값, 최소값

(1) $a > 0$ 일 때, $x = p$ 에서 최소값 q 를 갖고 최대값은 없다.

(2) $a < 0$ 일 때, $x = p$ 에서 최대값 q 를 갖고 최소값은 없다.

학습자료 III-10. 이차함수와 이차방정식

☞ $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표
 $\Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근

☞ 학습목표: 이차함수와 이차방정식의 관계를 알 수 있다.

☐ $y = ax^2 + bx + c$

☐ $a = 1$ ☐ $b = -4$ ☐ $c = 3$ ☞ a, b, c 의 값을 바꾸는 곳

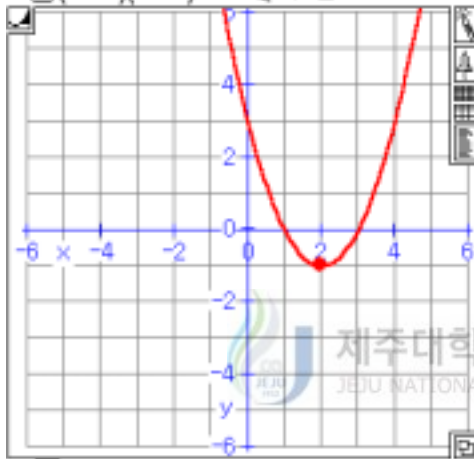
$\Delta y = x^2 - 4x + 3$ ☞ 그래프는 빨간색

$\Delta y = (x - 2)^2 - 1$ ☞ $y = a(x - p)^2 + q$, 꼭지점 (p, q)

☐ $ax^2 + bx + c = 0$ ☞ 이차방정식

$\Delta x^2 - 4x + 3 = 0$

$\Delta (x - 3)(x - 1) = 0$ ☞ 두 근



☞ <문제> 다음 이차함수의 그래프를 그리고, x 축과 만나는 점의 x 좌표를 구하여라.

(1) $y = x^2 + 6x - 5$ (2) $y = -2x^2 + 4x + 6$ (3) $y = 2(x + 5)(x - 2)$

☞ <정리> 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 x 축과 만나는 점의 x 좌표는 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이다.

<부록 3> 컴퓨터 활용 실태와 수학교과에 대한 학습실태 조사 설문지

<p>본 설문 조사는 컴퓨터를 이용한 수학학습에 대한 학생들의 생각을 알아보기 위한 연구를 하는 데 필요한 자료를 수집하기 위한 것입니다.</p> <p>설문 내용에 성심껏, 정확히 기록(√)하여 주시면 감사하겠습니다.</p>		
1. 컴퓨터를 갖고 있습니까?	① 있다.	
	② 없다.	
2. 컴퓨터에 대한 자신의 관심도는 어느 정도입니까?	① 높은 편이다.	
	② 보통이다.	
	③ 낮은 편이다.	
3. 학생들은 하루에 몇 시간 정도 컴퓨터를 사용합니까?	① 3시간 이상	
	② 2~3시간 정도	
	③ 1~2시간 정도	
	④ 1시간 이내	
	⑤ 거의 사용하지 않는다.	
4. 컴퓨터를 사용해서 가장 많이 하는 일은?	① 오락(게임)	
	② 워드나 PPT등을 이용한 과제 작성	
	③ 보조학습(동영상, CD학습자료 등)	
	④ 기타(홈페이지, 프로그램작성 등)	
5. 수업 시 수학학습 내용에 대한 이해 방법은?	① 개념, 원리, 법칙에 중점을 둔다.	
	② 과정보다는 공식에 중점을 둔다.	
	③ 흥미가 없어 외우는 편이다.	
6. 수학 수업시간에 나의 학습태도는 어떻습니까?	① 적극적이다.	
	② 보통이다.	
	③ 소극적이다.	
7. 수업 중 문제풀이를 지적 받으면 어떻게 하는가?	① 자신있게 해결한다.	
	② 그저 그렇다.	
	③ 자신없어 걱정이 앞선다.	
8. 수학교과에 대한 흥미가 있습니까?	① 있다.	
	② 보통이다.	
	③ 없다.	
9. 수학교과 영역 중 제일 싫어하는 단원은?	① 수와 연산	
	② 문자와 식(방정식)	
	③ 규칙성과 함수	
	④ 통계	
	⑤ 도형	
	⑥ 측정	
10. 수학교과에 대한 자신의 자율학습 능력은 어느 정도라고 생각하는가?	① 높은 편이다.	
	② 보통이다.	
	③ 낮은 편이다.	

<부록 4> 컴퓨터 활용에 따른 수학학습 의식 변화 조사 설문지

<p>본 설문 조사는 컴퓨터를 이용한 수학학습에 대한 학생들의 생각을 알아보기 위한 연구를 하는 데 필요한 자료를 수집하기 위한 것입니다. 설문 내용에 성심껏, 정확히 기록(√)하여 주시면 감사하겠습니다.</p>		
1. 수학학습자료CD를 가지고 혼자 공부한 적이 있습니까?	① 있다.	
	② 없다.	
2. 인터넷 상에서 수학관련사이트를 접속하여 수학학습을 해 본적이 있습니까?	① 있다.	
	② 없다.	
3. 수학학습에 컴퓨터를 이용하는 것이 도움이 된다고 생각합니까?	① 매우 그렇다.	
	② 그렇다	
	③ 그저 그렇다.	
	④ 그렇지 않다.	
	⑤ 전혀 그렇지 않다.	
4. 함수 학습에 흥미를 갖고 있습니까?	① 매우 그렇다.	
	② 그렇다	
	③ 그저 그렇다.	
	④ 그렇지 않다.	
	⑤ 전혀 그렇지 않다.	
5. 함수 문제를 그래프로 표현하려고 노력합니까?	① 매우 그렇다.	
	② 그렇다	
	③ 그저 그렇다.	
	④ 그렇지 않다.	
	⑤ 전혀 그렇지 않다.	

수학교과에 대한 학습태도 검사지

(안 내)

이 검사는 여러분이 수학 교과를 공부하는데 있어서 자기 자신을 어떻게 생각하며, 수학 공부에 대해서 어떤 생각을 가지고 있으며, 또 수학공부를 어떻게 하는지에 대해서 알아보기 위한 것입니다.

이 검사는 수학과에 대한 여러분의 생각, 행동, 태도, 습관 등을 잘 알아서 여러분이 보다 재미있게 학교 생활을 할 수 있고 보다 능률적으로 공부할 수 있게 하기 위한 것입니다.

이 검사에는 맞거나 틀리는 답이 없습니다. 또 누가 얼마나 잘하고 못하는 것을 재지도 않습니다. 그러므로 같은 물음이라도 여러분 각자의 생각, 태도, 습관에 따라 저마다 대답할 수 있습니다. 그러므로 이 검사의 가장 중요한 점은 각 물음을 잘 읽고 여러분 자신의 생각이나 습관 등을 나타내는 것입니다.

그러면 주의 할 점과 대답하는 방법을 잘 읽고 정직하게 답해 주십시오.

여러분의 성의 있는 대답을 기대합니다.

한 국 교 육 개 발 원

주의할 점

1. 5개의 보기 중 반드시 하나에만 ○표를 해야 합니다.
2. 물음을 잘 읽고 여러분의 생각을 솔직하게 나타내어야 합니다.
3. 한 문제라도 빼놓지 말고 끝까지 열심히 가지고 답해야 합니다.

대답하는 방법

1. 다섯 가지의 보기

이 검사지의 각 물음에 대해서 다음 다섯 가지의 보기 중 어느 하나에만 꼭 대답하여야 합니다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

2. 대답하는 보기

이 검사의 각 물음은 하나의 글월로 되어 있습니다. 각 물음을 잘 읽고 여러분 자신의 생각, 행동, 태도, 습관에 따라 어느 하나에만 꼭 대답하여야 합니다.

(보기1)

공부를 하면 할수록 재미있다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.(○)

☞ 창오는 위의 물음에 “공부를 하면 할수록 재미있다”를 읽고 전혀 그렇지 않다고 생각했기에 “전혀 그렇지 않다”에 ○표를 하였다.

(보기2)

나는 책을 읽으면 반드시 끝까지 읽는다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.(○) ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

☞ 나미는 위의 물음에 “나는 책을 읽으면 반드시 끝까지 읽는다.”를 읽고 자기는 끝까지 읽을 때가 많지만 가끔 그렇지 않을 때도 있었기 때문에 “대체로 그렇다.”에 ○표를 하였다.

수학 교과에 대한 학습 태도 검사지

수학 교과에 대한 자아 개념에 관한 질문들(5문항)

1. 나는 수학 공부가 쉽다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

2. 나도 이만하면 수학을 잘하는 학생이라고 생각한다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

3. 나는 수학을 잘해서 칭찬을 받을 수 있다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

4. 나는 수학공부 만큼은 잘 할 수 있다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

5. 나는 앞으로 수학 과목에서 좋은 성적을 올릴 수 있다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

수학 교과에 대한 태도에 관한 질문들 (8문항)

6. 수학 공부를 열심히 할수록 재미있는 것 같다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

7. 나는 수학 시간이 지루하지 않다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

8. 나는 수학 시간이 기다려진다.

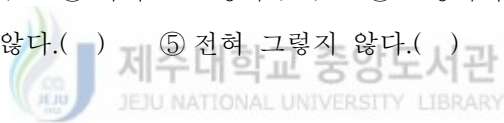
- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

9. 나는 수학이 앞으로 공부하는데 꼭 필요한 과목이라고 생각한다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

10. 나는 수학 시간에 배운 것을 응용해 보고 싶다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()



11. 나는 수학 시험을 본 후 점수를 빨리 알고 싶다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

12. 나는 다른 학생보다 수학 공부를 더 잘하고 싶다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

13. 나는 수학 공부를 잘하기 위하여 계획을 세우고 노력한다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

수학 교과에 대한 학습 습관에 관한 질문들(7문항)

14. 나는 수학 시간에 선생님이 가르치는 것을 열심히 듣는다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

15. 나는 수학 과목은 꼭 예습한다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

16. 나는 누가 시키지 않아도 스스로 수학 공부를 한다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

17. 나는 수학 시간에 배운 것을 꼭 복습한다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

18. 나는 수학 시간에 배운 것을 확실히 알고 넘어 간다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

19. 나는 수학 공부를 시작하면 끝까지 열심히 한다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

20. 나는 수학 공부를 할 때 중요한 것을 요약해 둔다.

- ① 항상 그렇다.() ② 대체로 그렇다.() ③ 그렇다와 아니다가 반반임.()
④ 대체로 그렇지 않다.() ⑤ 전혀 그렇지 않다.()

<부록 6> Livemath를 활용한 수학학습에 대한 설문지

<p>본 설문지는 Livemath를 활용한 수학학습에 대한 여러분의 의견을 조사하기 위한 것입니다. 설문 결과는 학습방법의 개선을 위한 참고 자료로 사용될 것이며, 여러분의 성적과는 아무런 관계가 없습니다. 여러분의 Livemath를 사용하여 학습한 뒤 느낀 점을 솔직하게 응답하여 좋은 자료가 될 수 있도록 적극 협조해 주십시오.</p>	
번호	설문내용
1	Livemath를 처음 접했을 때의 느낌은 어떻습니까?
	① 재미있고 흥미가 있다.
	② 신기하며 내 마음대로 해 볼 수 있다.
	③ 어렵고 황당하며 복잡하다.
	④ 짜증나고 흥미가 없다.
	⑤ 뭘지 모르겠다.
2	Livemath 수업의 수업내용은 어느 정도 이해한다고 생각합니까?
	① 거의 대부분 이해한다.
	② 대부분 이해하는 편이다.
	③ 보통이다.
	④ 이해하지 못하는 편이다.
	⑤ 전혀 이해하지 못한다.
3	Livemath를 활용한 수업이 함수학습에 어느 정도 도움이 되었다고 생각합니까?
	① 매우 도움이 되었다.
	② 도움이 되었다.
	③ 보통이다.
	④ 도움이 되지 않았다.
	⑤ 전혀 도움이 되지 않았다.
4	만일 도움이 되었다고 생각한다면 어떤 점에서 그렇다고 생각합니까?
	① 그래프를 다양하게 그려봄으로써 서로 비교 분석할 수 있어 개념 이해에 도움을 줄 수 있기 때문에
	② 복잡한 그래프를 Livemath를 이용해 빠르고 쉽게 그릴 수 있으므로 학습하기에 편하기 때문에
	③ 함수식과 계수를 변화시키며 그래프의 결과(그래프개형, x , y 절편, 꼭지점, 축 등)를 즉각적으로 확인하고 수정을 통한 발견적 학습이 가능하기 때문에
	④ 수학 수업의 지루함을 덜고 학습 흥미를 유발할 수 있기 때문에
	⑤ 기타

번호	설문 내용
5	만일 도움이 안된다고 생각한다면 어떤 점에서 그렇다고 생각합니까?
	① 장난을 치는 학생들 때문에 수업분위기가 산만해진다.
	② 조작성이 어려워 수업을 따라가기가 힘들다.
	③ 교과서와 관련이 없는 것 같다.
	④ 재미없다.
	⑤ 기타()
6	Livemath의 조작성은 어떠했습니까?
	① 매우 쉽다.
	② 쉽다.
	③ 그저 그렇다.
	④ 어렵다.
	⑤ 매우 어렵다.
7	앞으로 Livemath처럼 탐구형 소프트웨어를 활용하는 수업을 한다고 하면 그러한 수업이 필요하다고 생각합니까?
	① 매우 필요하다.
	② 필요하다.
	③ 그저 그렇다.
	④ 필요하지 않다.
	⑤ 전혀 필요하지 않다.
8	Livemath를 활용한 수학학습이 자신의 수학 학습태도 및 흥미도에 긍정적인 영향을 미쳤다고 생각합니까?
	① 매우 그렇다.
	② 그렇다.
	③ 그저 그렇다.
	④ 그렇지 않다.
	⑤ 전혀 그렇지 않다.
9	Livemath를 활용한 함수학습 시 어떤 경우의 수업방식이 더 도움이 된다고 생각합니까?
	① 학생들이 직접 조작하는 경우의 수업
	② 교사의 부분적인 사용 지도와 학생들이 직접 조작하는 경우의 수업
	③ 교사가 시청각매체를 이용해서 그래프를 보여주지만 하는 수업
	④ 위 세 가지 경우 모두 마찬가지다.
	⑤ 기타()

사전 검사지
(교내 1학기 중간고사)

※ 다음 물음에 답하시오.

객관식(1 - 20)

1. 다음 중에서 집합인 것은?

- ① 5보다 작은 자연수의 모임
- ② 큰 수들의 모임
- ③ 유명한 축구 선수들의 모임
- ④ 아름다운 꽃들의 모임
- ⑤ 10에 가까운 수들의 모임

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 찾으시오?

- ① $3 \notin A$ $\{2\} \subset A$ $\emptyset \subset A$
- ② $1 \subset A$ $\{1, 3, 9\} = A$

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A = \{0\}$ 일 때, $n(A) = 0$
- ② $B = \emptyset$ 일 때, $n(B) = 0$
- ③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
- ④ $C = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 4$
- ⑤ $n(\{0\}) < n(\{1\})$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $U - A = A^c$ ② $\emptyset^c = U$
- ③ $A - B = A \cup B^c$ ④ $A \cap A^c = \emptyset$
- ⑤ $A - B = (A \cup B) - B$

5. A펜클럽에는 30명, B펜클럽에는 28명이 가입되어 있다. A펜클럽과 B펜클럽 모두에 가입한 사람이 12명일 때, A펜클럽 또는 B펜클럽에 가입한 사람은 모두 몇 명인가?

- ① 40명 ② 42명 ③ 46명
- ④ 48명 ⑤ 58명

6. 다음 중 거듭제곱을 옳게 나타낸 것은?

- ① $2 \times 2 \times 2 = 3^2$
- ② $a \times a \times a \times a = 4a$
- ③ $3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 = 3^3 \times 5^2$
- ④ $100000 = 10^6$
- ⑤ $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

7. 다음 수 중에서 소수를 찾으시오?

- ① 4 ② 15 ③ 47 ④ 51 ⑤ 63

8. 다음 중 25의 소인수 전체의 집합을 바르게 나타낸 것은 어느 것인가?

- ① $\{1\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{1, 5\}$
- ④ $\{5, 5^2\}$ ⑤ $\{1, 5, 5^2\}$

9. 다음에서 두 수가 서로소인 것은?

- ① 4, 6 ② 10, 14 ③ 3, 6
- ④ 12, 13 ⑤ 11, 33

10. $2^3 \times 5^2$ 으로 소인수분해 되는 수의

약수의 개수는 몇 개인가?

- ① 6개 ② 8개 ③ 10개
④ 12개 ⑤ 14개

1.1 세 수 $2^3 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$,

$2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 구한 것은?

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 3^3 \times 5^3$
② $2 \times 3 \times 5$, $2^3 \times 3^3 \times 5^3$
③ $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3 \times 5$
④ $2^3 \times 3^3 \times 5$, $2 \times 3 \times 5$
⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$, $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

2.1 1g, 2g, 4g, 8g, 16g짜리 저울추가 각각 1개씩 있다. 이 들 저울추로 19g의 무게를 측정할 때, 사용되지 않는 저울추는 어느 것인가?(정답2개)

- ① 1g ② 2g ③ 4g
④ 8g ⑤ 16g

3.1 24에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱의 되게 하려고 한다. 어떤 자연수를 곱하면 되는가?

- ① 3 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 24

4.1 이진법의 수 $11010_{(2)}$ 을 이진법의 전개식으로 써서 십진법의 수로 나타내면?

- ① 8 ② 16 ③ 18 ④ 25 ⑤ 26

15. 이진법의 수 $10010_{(2)}$ 에서 앞의 1이 뜻하는 값을 십진법의 수로 나타내면?

- ① 16 ② 8 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

16. $1101_{(2)} - 111_{(2)}$ 을 계산하면?

- ① $110_{(2)}$ ② $100_{(2)}$ ③ $101_{(2)}$
④ $111_{(2)}$ ⑤ $10_{(2)}$

17. 다음 중 옳은 것은 ?

- ① $|a| = |b|$ 이면 $a = b$ 이다.
② -1 보다 5만큼 큰 수는 5이다.
③ 두 유리수에서는 절대값이 큰 것이 큰 수이다.
④ 음의 유리수에서 가장 큰 수는 -1 이다.

⑤ 절대값이 가장 작은 수는 0이다.

18. 자연수의 집합을 N , 정수의 집합을 Z , 유리수의 집합을 Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은 ?

- ① $9 \in N$ ② $0 \in Z$ ③ $-5 \in Z - N$
④ $-\frac{3}{4} \in Q - Z$ ⑤ $\frac{2}{7} \in Z$

19. -2 보다 3만큼 작은 수를 a , -2 보다 4만큼 큰 수를 b 라 할 때, a 이상 b 미만인 정수는 모두 몇 개인가?

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

20. 절댓값이 3 인 음의 정수를 a , 절댓값이 9 인 양의 정수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
 ① -6 ② -3 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

< 주 관 식 문 제 >

※ 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 이고, $A = \{1, 2, 6\}$, $B = \{1, 3, 6, 12\}$ 일 때, 다음을 구하여라. (21~22)

21. $B - A^c$ 을 구하여라.

22. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중에서 b, c 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

x	1	2	4
y		6	

- 23.

$A = \left\{x \mid -\frac{7}{2} < x \leq 4, x \text{는 정수}\right\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

24. 다음 계산 과정 중 ㉠, ㉡에 이용되고 있는 계산법칙은 ?

$$\begin{aligned} & (-2) + (+5) + (-8) \xrightarrow{\text{㉠}} \\ & = (+5) + (-2) + (-8) \xrightarrow{\text{㉡}} \\ & = \{(+5) + (-2)\} + (-8) \\ & = (+5) + (-10) \\ & = -5 \end{aligned}$$

- ㉠ 덧셈에 대한 ()
 ㉡ 덧셈에 대한 ()

25. $\frac{1}{4} - 1 + \frac{3}{2} - \frac{1}{3}$ 을 계산하여라.

사후 검사지
(교내 2학기 중간고사 함수관련 문항)

12. 다음 식 중에서 y 가 x 에 반비례하는 것은?

- ① $y=1-2x$ ② $xy=8$
 ③ $y=0.4x$ ④ $y=3x$
 ⑤ $y=-x$

13. y 가 x 에 정비례하고, $x=1$ 일 때 $y=3$ 이라고 한다. 이 때, $x=-2$ 에 대응하는 y 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -3 ③ -1
 ④ 3 ⑤ 6

14. y 가 x 에 반비례하고 $x=2$ 일 때 $y=-8$ 이다.

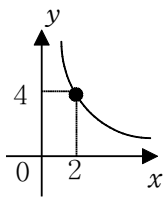
$f(1)+f(4)$ 의 값을 구하면?

- ① -20 ② -10 ③ -6 ④ 5 ⑤ 20

15. 오른쪽 그림은

$y=\frac{a}{x} (x>0)$ 의 그래프

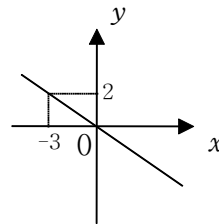
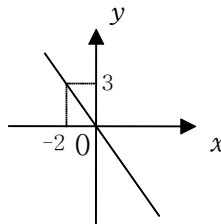
이다. 이 그래프의 식을 구하면?



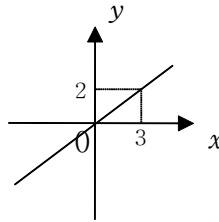
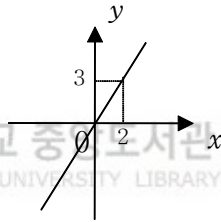
- ① $y=\frac{2}{x}$ ② $y=\frac{4}{x}$ ③ $y=\frac{6}{x}$
 ④ $y=\frac{8}{x}$ ⑤ $y=\frac{10}{x}$

16. 다음 중 $y=-\frac{3}{2}x$ 의 그래프는?

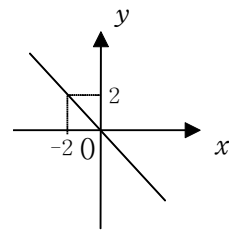
- ① ②



- ③ ④



- ⑤



17. 다음 중 함수 $y=-2x$ 의 그래프 위에 있는 점은?

- ① (-1, 3) ② (0, -2) ③ (1, -2)
 ④ (2, -6) ⑤ (5, 10)

18. 점 A(a, b)가 제 2사분면의 점일 때, 점 B(b, a)는 제 몇 사분면의 점인가?

- ① 제1사분면 ② 제2사분면
 ③ 제3사분면 ④ 제4사분면
 ⑤ 일정하지 않다.

19. 다음 [보기]에서 함수 $y = ax(a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

[보기]

- (ㄱ) a 의 값에 관계없이 항상 원점을 지나는 직선이다.
 (ㄴ) $a < 0$ 이면 제 1, 3사분면을 지난다.
 (ㄷ) a 의 절대값이 클수록 x 축에 가까워진다.
 (ㄹ) $a > 0$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

- ① (ㄱ), (ㄴ) ② (ㄱ), (ㄹ) ③ (ㄴ), (ㄷ)
 ④ (ㄴ), (ㄹ) ⑤ (ㄷ), (ㄹ)

20. 함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 제1, 3사분면을 지난다.
 ② x 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.
 ③ 점(2, 3)를 지난다.
 ④ 원점을 지나는 직선이다.
 ⑤ 원점에 관하여 대칭이다.

21. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 점 $(\frac{1}{3}, -1)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① -6 ② -3 ③ -1
 ④ 3 ⑤ 6

