

碩士學位論文

MBL을 이용한 감쇠조화진동자의
운동 분석



濟州大學校 教育大學院

物理教育專攻

玄容才

2008年 8月

MBL을 이용한 감쇠조화진동자의 운동 분석

指導教授 康東植

玄容才

이 論文을 教育學 碩士學位 論文으로 提出함

2008年 8月

玄容才의 教育學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長 _____ (인)

委 員 _____ (인)

委 員 _____ (인)

濟州大學校 教育大學院

2008年 8月

Motion Analysis of Damped Harmonic Oscillator by Using MBL

Yong-Jae Hyun

(Supervised by professor Dong-Shik Kang)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for the
degree of Master of Education

2008. 8.

This thesis has been examined and approved.

.....

.....

.....

.....

Major in Physics Education
GRADUATE SCHOOL OF EDUCATION
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

차 례

국문초록	ii
I. 서 론	1
II. 이 론	3
1. 단순조화진동	3
2. 속도에 비례하는 저항력에 의한 감쇠조화진동	6
3. 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동	7
III. 실험 방법	11
1. 실험장비 및 재료	11
2. 실험방법	11
IV. 결과 및 고찰	18
1. 용수철 상수 측정	18
2. 단순조화진동자의 운동 분석	23
3. 감쇠조화진동자의 운동 분석	25
V. 결 론	43
참 고 문 헌	45
ABSTRACT	47

국문초록

MBL을 이용한 감쇠조화진동자의 운동 분석

MBL 운동센서를 이용하여 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 위치를 시간의 함수로 측정하였다. 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 이론 결과와 실험 데이터를 이용하여 주기·용수철 상수·운동마찰계수를 구하는 방법을 제시하였다. 그리고 감쇠조화진동자의 진폭이 선형적으로 감쇠하는 현상은 이론 결과와 일치하였다. 특히, 기존의 실험 방법으로 계산할 수 없었던 운동마찰계수를 더 정밀하게 구할 수 있었다. 또한, 전통적인 실험 방법으로 구한 마찰계수와 용수철 상수를 MBL을 이용하여 구한 값과 비교·고찰하였다.

주요어 : MBL, 미끄럼 마찰력, 감쇠조화진동, 운동마찰계수

I. 서 론

전통적인 과학실험에서 등속도와 가속도 운동 측정은 시간기록계를 이용하여 타점을 종이테이프에 기록하거나 다중 섬광장치를 이용하여 짧은 시간 동안에 여러 장의 사진을 찍는 실험이었다 [1]. 물체의 운동은 다중섬광기록계와 비디오 카메라와 같은 장비를 이용하여 물체의 위치를 기록하고 있다. 그러나 이와 같은 아날로그 장비는 물체의 위치를 시각적으로 보여주는 장점이 있지만 위치가 바로 시간의 함수로 표현이 안 되고 정확한 측정이 어렵다는 단점을 가지고 있다. 또한 이들 장비는 데이터를 디지털화 하는데 많은 불편한 점들을 가지고 있다. 그래서 컴퓨터를 이용하여 운동을 분석하기가 어렵다. 하지만 교육공학의 발달과 함께 컴퓨터를 물리교육의 실험도구로 사용할 수 있는 실험장치의 개발이 활발하게 이루어지고 있다.

최근 컴퓨터기반실험(Microcomputer Based Laboratory: MBL)은 실험장비와 컴퓨터 사이를 운동센서·온도센서·광센서·전류센서·전압센서·저항센서·자기센서·압력센서 등 각종 센서를 이용하여 데이터를 디지털로 컴퓨터에 바로 저장하여 실시간으로 그래프와 표를 보여주고 물리량의 의미를 분석할 수 있는 장점을 가지고 있다 [2-4,7-8].

최근 이준수 등은 MBL의 일환으로 MIT 미디어랩과 LEGO에서 개발한 Mindstorm Robot에 운동센서를 이용한 역학실험을 수행하여 교육적 적용 가능성을 제시하였다 [4]. 표윤철 등은 MBL 장치를 이용한 초음파 평면 스캐너를 제작하여 교육적 활용 방안에 대하여 연구하였다 [2]. 더 최근에 류성주 등은 Wien의 변위법칙 실험 장치를 제작하여 백열전구의 온도에 따른 복사세기를 MBL 조도센서를 이용하여 분석하였다 [3].

중·고등학교 과학 교과서에서 단순조화진동 실험을 할 때 스탠드에 추를 매달아 늘어뜨리고 추를 좌우로 진동 시키면서 초시계로 추가 왕복하는 주기를 측정한다. 하지만 감쇠조화진동 실험은 실험 장치를 도입하기가 쉽지 않기 때문에 고등학교는 물론 대학교 역학실험에서도 다루어지고 있지 않다. 더구나 미끄럼 마찰력이 작용하는 감쇠조화진동자의 운동을 분석하여 운동마찰계수를 측정하는

실험은 거의 없는 실정이다.

본 연구의 목적은 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 위치를 MBL 운동 센서를 이용하여 시간의 함수로 측정한다. MBL은 측정된 데이터를 컴퓨터에 저장과 동시에 실시간으로 그래프로 보여준다. 또한, MBL을 이용한 실험을 통하여 전통적인 실험 방법과 비교하여 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 이론 결과와 실험 데이터를 이용하여 주기·용수철 상수·운동마찰계수를 구하는 방법을 제시하고 기존의 아날로그 물리실험 방법보다 더 나은 학습프로그램을 제공하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 단순조화진동과 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 이론적 결과를 고찰한다 [1, 5]. III장에서는 용수철 상수와 정지마찰계수, 단순조화진동자와 미끄럼 마찰력이 작용하는 감쇠조화진동자를 측정하는 실험장치와 실험방법을 설명한다. IV장에서는 단순조화진동을 MBL 운동 센서를 이용하여 위치를 시간의 함수로 측정하여 주기를 구하고 용수철 상수로부터 얻은 주기와 비교한다. 또한 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 위치를 시간의 함수로 측정하여 주기·용수철 상수·운동마찰계수를 구하여 운동을 분석한다. V장에서 결론을 맺는다.

II. 이 론

1. 단순조화진동

진동을 연구할 수 있는 가장 간단한 계는 용수철의 한쪽 끝에 달려 있는 토막의 운동을 들 수 있다. 마찰이 없을 때 토막은 $x=+A$ 와 $x=-A$ 의 두 극값 사이를 진동하게 되는데 A 를 진동의 진폭(amplitude)이라고 부른다. 평형상태로부터 변위는

$$x(t) = A \sin \omega t \quad (1)$$

와 같이 주어진다[1]. 여기서 ω 는 rad/s의 단위로 측정되는 각진동수(angular frequency)이다. 2π 에 해당하는 한 사이클은 한 주기(period) T 동안에 완성된다. 그러므로 $\omega T = 2\pi$, 또는

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (2)$$

이다. 여기서 $f = 1/T$ 는 진동수(frequency)라 부르며, s^{-1} 또는 헤르츠(Hz)의 단위로 측정된다. 따라서 초기 위치를 고려하면, 변위 $x(t)$ 는

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (3)$$

와 같이 쓸 수 있다. ϕ 는 위상상수 또는 위상각이라 한다. 위상과 위상상수는 둘 다 라디안으로 측정되는 양들이다. 주어진 문제에서 A 와 ϕ 의 특정 값들은 $t=0$ 와 같은 특정시간에서의 위치 x 와 속도 $v = dx/dt$ 의 값들로부터 결정된다.

식 (3)에 의하면 $t=0$ 에서 $x = A \sin \phi$ 이고 $\sin(\omega t + \phi) = 0$ 일때 $x=0$ 이다. 즉, $\omega t = -\phi$ 또는 $t = -\phi/\omega$ 일 때, $x=0$ 이다. 이 결과는 ϕ 가 양의 값을 가질 때, 곡선이 $x = A \sin \omega t$ 와 비교하여 왼쪽으로 이동되는 것을 의미한다.

어떤 물리량의 시간에 따른 변화가 식 (3)과 같이 주어지는 계를 단순조화진동자(simple harmonic oscillator)라 한다. 전기회로에서 진동의 경우, 변위 x 는

전하 또는 전위로 대치하고, 빛과 라디오파의 경우, x 는 전기장과 자기장으로 대체하면 된다. 단순조화진동자는 다음과 같은 특성들을 가진다.

1. 진폭 A 는 일정하다. (진동은 단순운동이다.)
2. 진동수와 주기는 진폭과 무관하다 : 진폭이 큰 진동은 작은 진폭의 진동수를 갖는다.(등시성)
3. 요동하는 물리량의 시간 의존성은 단일 진동수를 갖는 사인 또는 코사인 함수의 형태로 나타낼 수 있다. (조화진동을 한다.)

식 (3)을 시간에 대하여 한 번 또는 두 번 미분하면 각각 다음과 같다.

$$\frac{dx}{dt} = wA \cos(ut + \phi). \quad (4)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -w^2 A \sin(ut + \phi). \quad (5)$$

속도의 극값들 $v = \pm wA$ 는 $x=0$ 에서 나타나고 가속도의 극값들 $a = \pm w^2 A$ 은 $x = \mp A$ 에서 나타난다.

식 (5)와 식 (3)을 비교하면

$$\frac{d^2x}{dt^2} + w^2x = 0 \quad (6)$$

가 된다. 위와 같은 미분방정식은 역학적 또는 비역학적 진동을 포함한 모든 형태의 단순조화진동의 특성을 나타내는 식이다.

단순조화운동(simple harmonic motion : SHM)이란 용어는 단순조화진동의 역학적 예들에 적용된다. SHM이 일어나기 위해서는 다음의 3가지 조건이 만족되어야 한다. 첫째, 안정된 평형위치가 존재해야 한다. 둘째, 에너지의 손실(예를 들면, 마찰에 의한 에너지 손실)이 없어야 한다. 셋째, 식 (6)을 가속도의 형태로 나타냄으로서 알 수 있듯이

$$a = -w^2x \quad (7)$$

가속도는 변위에 비례하며, 방향은 변위와 반대가 되어야 한다.

그럼 용수철에 수직으로 달려있는 추의 운동을 살펴보자. 용수철에 의하여 추에 작용하는 알짜 힘은 Hook의 법칙에 의해

$$F_{\phi} = -kx \quad (8)$$

가 된다. 여기서 x 는 평형위치로부터의 변위이다. x 가 양일 때, F_{ϕ} 는 음이고 힘은 수직상방으로 작용한다. 그러므로 힘은 항상 추를 평형위치 $x=0$ 로 되돌려 보내려고 한다. 추의 운동에 대하여 뉴턴의 제2법칙($F=ma$)를 적용하면 $-kx=ma$ 가 되고

$$a = -\frac{k}{m}x \quad (9)$$

로 나타낼 수 있다. 이 식은 SHM에서 요구되는 것과 같이 가속도의 크기는 변위에 비례하지만, 방향은 반대라는 것을 보여준다. 여기서 $a=d^2x/dt^2$ 을 이용하면, 결국 뉴턴 제2법칙의 또 다른 표현의 하나로서 다음의 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (10)$$

식 (10)과 식 (6)을 비교하면, 추-용수철 계는, 각진동수

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (11)$$

와 아래의 주기를 가지고 단순 조화 운동하는 것을 알 수 있다.

$$T = \frac{2\pi}{w} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (12)$$

식 (12)로부터 SHM이 되기 위한 조건, 즉 주기는 진폭과 무관함을 알 수 있다. 그리고 주어진 용수철 상수에 대하여 주기는 질량에 따라 증가함은 물론 용수철의 탄성이 크면 클수록 진동이 더욱 빨라지는 것도 알 수 있다.

추에 작용하는 힘은 용수철에 의한 수직상방의 힘과 중력에 의한 수직하방의 힘 두 가지가 있다. x_0 를 두 힘이 균형을 이루는 평형지점이라 가정하면

$$mg = kx_0 \quad (13)$$

이므로 늘어난 길이 x 에 대하여 추에 작용하는 알짜 힘은

$$\begin{aligned} F &= mg - kx = -k(x - x_0) \\ &= -kx \end{aligned} \quad (14)$$

이다. 따라서 $x' = x - x_0$ 는 평형위치로부터의 변위가 되고 복원력은 평형위치로부터의 변위에 선형적으로 비례하므로 추는 단순조화운동을 하게 된다 [1].

2. 속도에 비례하는 저항력에 의한 감쇠조화진동

에너지손실은 외부의 유체저항 또는 계의 내부마찰에 의하여 일어날 수 있다. 이와 같이 시간에 따라 에너지가 감소하고 그 결과 진폭이 감소하게 되는 진동을 감쇠진동(damped oscillation)이라 한다. 속도가 작을 때 저항력(\vec{f})에 의한 감쇠는 속도에 비례한다.

$$\vec{f} = -\gamma \vec{v} \quad (15)$$

여기서 γ 는 감쇠상수로서 단위는 kg/s 이다. 유체의 부력을 무시할 경우, 토막의 운동에 대한 뉴턴의 제2법칙은 다음과 같다.

$$F = -kx - \gamma \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (16)$$

여기서 x 는 평형위치로부터의 변위이다. 위 방정식을 다시 쓰면

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = 0 \quad (17)$$

가 된다. 이 미분방정식의 형태는 다른 역학적 또는 비역학적 감쇠진동에서도 유도된다. 경험적으로 용수철 끝에 달려있는 질량은 진폭이 점점 감소하여 아주 작아질 것이다. 위 방정식의 해는

$$x = A_0 e^{-\gamma t/2m} \cos(\omega' t + \phi) \quad (18)$$

가 된다. 감쇠 각진동수 ω' 는

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2} \quad (19)$$

으로 주어지고 감쇠 각진동수 ω' 는 자연각진동수 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ 보다 작다.

ω' 가 실수가 되기 위해서는 $\gamma/2m < \omega_0$, 즉 $\gamma < 2m\omega_0$ 의 조건이 만족되어야 한다.

ω' 이 실수일 때를 작은 감쇠(underdamped)되었다 하고, 이때 진폭은 다음 식에 의하여 감소한다.

$$A(t) = A_0 e^{-\gamma t/2m} \quad (20)$$

감쇠주기는 $T' = 2\pi/\omega'$ 이다.

감쇠가 너무 커서 $\gamma > 2m\omega_0$ 이면, ω' 은 허수가 된다. 이 경우에는 진동은 나타나지 않으며 계가 평형상태로 되돌아가는데 긴 시간을 요하는데 이를 과잉감쇠(overdamped)되었다고 한다.

$\gamma = 2m\omega_0$ 일 때 $\omega' = 0$ 이므로 진동은 없다. 임계감쇠(critical damping)의 조건은 계가 짧은 시간내에 평형상태로 되돌아가게 한다. 따라서 자동으로 닫히는 문의 경첩 또는 자동차의 충격흡수장치 등은 보통 임계감쇠를 주도록 설계되지만 낡을수록 작은 감쇠가 나타난다. 즉, 문이 팽 닫히거나 자동차가 요철부분을 넘어갈 때 여러 차례 위아래로 진동하는 것은 바로 작은 감쇠효과 때문이다. 전류계, 전압계 그리고 녹음기의 레벨지시 장치들은 보통 임계 감쇠되어 있거나 작은 감쇠되어 있다. 만일 이들이 상당히 작은 감쇠되어 있다면 이들은 지나치게 여러 번 왔다갔다 후에 제 위치에 도달하게 될 것이다. 그리고 과잉 감쇠되어 있다면 평형상태에 도달하는데 너무 오랜 시간이 걸리기 때문에 신호의 급속한 변화(예를 들면 녹음기 레벨)는 검출되지 않을 것이다 [1].

3. 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동

힘 상수 k 인 용수철에 달린 질량 m 인 물체가 수평한 책상위에서 진동을 하는 경우 마찰력에 의한 감쇠현상이 일어난다. 이 마찰력에 의한 감쇠력은 미끄럼 마찰계수를 μ 라 하면 $\pm\mu mg$ 이다. 부호는 마찰력이 운동방향에 반대임을 나타낸다. 지금 평형점에서 $+x_0$ 인 위치에 정지하여 있던 물체가 진동하기 시작했다고 하자. 이 물체의 운동을 조사하여 보자 [5].

운동방정식은

$$m\ddot{x} = -kx \pm \mu mg \quad \text{또는} \quad \ddot{x} + w_0^2 x = \pm \mu g; \quad w_0^2 = k/m \quad (21)$$

이다. 여기서 좌표변환을

$$x = y \pm \frac{\mu g}{w_0^2} \quad (22)$$

와 같이 하면

$$\ddot{y} + w_0^2 y = 0 \quad (23)$$

가 된다. 따라서 주기는

$$\tau = \frac{2\pi}{w_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (24)$$

가 되어 등시성을 나타낸다. 해는

$$y = A \cos(w_0 t + \phi) \quad \text{또는} \quad x(t) = \pm \frac{\mu g}{w_0^2} + A \cos(w_0 t + \phi) \quad (25)$$

가 된다. 여기서 음부호 및 양부호는 각각 전반 반 사이클 ($0 \leq t \leq \frac{\tau}{2}$) 및 후반

반 사이클 ($\frac{\tau}{2} \leq t \leq \tau$)의 경우를 나타낸다. 곧

$$x_1(t) = \frac{\mu g}{w_0^2} + A_1 \cos(w_0 t + \phi_1); \quad 0 \leq t \leq \frac{\tau}{2}, \quad (26)$$

$$x_2(t) = -\frac{\mu g}{w_0^2} + A_2 \cos(w_0 t + \phi_2); \quad \frac{\tau}{2} \leq t \leq \tau \quad (27)$$

가 된다. 식 (26)의 경우는 초기조건 $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$ 에 의하여

$$x_1(t) = \frac{\mu g}{w_0^2} + (x_0 - \frac{\mu g}{w_0^2}) \cos w_0 t; \quad 0 \leq t \leq \frac{\tau}{2} \quad (28)$$

가 된다. $t = \tau/2$ 에서의 경계조건

$$x_2(\frac{\tau}{2}) = x_1(\frac{\tau}{2}), \quad (29)$$

$$\dot{x}_2(\frac{\tau}{2}) = \dot{x}_1(\frac{\tau}{2}) \quad (30)$$

을 x_1, x_2 는 만족하여야 한다. 따라서 식 (29) 및 식 (30)에 의하여 각각

$$-\frac{\mu g}{w_0^2} + A_2 \cos(\pi + \phi_2) = -\frac{\mu g}{w_0^2} - (x_0 - \frac{\mu g}{w_0^2}) = -\frac{2\mu g}{w_0^2} - x_0, \quad (31)$$

$$-w_0 A_2 \sin(\pi + \phi_2) = 0 \quad (32)$$

을 얻는다. 식 (32)에서 $\phi_2 = 0$ 을 얻고, 이를 식 (31)에 대입하여

$$A_2 = x_0 - \frac{3\mu g}{w_0^2} \quad (33)$$

를 얻는다. 따라서

$$x_2(t) = -\frac{\mu g}{w_0^2} + (x_0 - \frac{3\mu g}{w_0^2}) \cos w_0 t; \quad \frac{\tau}{2} \leq t \leq \tau \quad (34)$$

를 얻는다. 같은 방법으로 그 다음 반 사이클 ($\tau \leq t \leq 3\tau/2$)의 경우 운동방정식 및 해 x_3 는 각각

$$\ddot{x}_3 + w_0^2 x_3 = \mu g \quad (35)$$

$$x_3(t) = \frac{\mu g}{w_0^2} + (x_0 - \frac{5\mu g}{w_0^2}) \cos w_0 t; \quad \tau \leq t \leq \frac{3}{2}\tau \quad (36)$$

가 됨을 알 수 있다. 여기서 경계조건 $x_3(\tau) = x_2(\tau)$, $\dot{x}_3(\tau) = \dot{x}_2(\tau)$ 을 이용하였다. 일반적으로 n 번째 반 사이클에서 운동방정식 및 그 해 x_n 은

$$\ddot{x}_n + w_0^2 x_n = (-1)^{n-1} \mu g \quad (37)$$

$$x_n(t) = (-1)^{n-1} \frac{\mu g}{w_0^2} + (x_0 - \frac{(2n-1)\mu g}{w_0^2}) \cos w_0 t; \quad \frac{(n-1)\tau}{2} \leq t \leq \frac{n\tau}{2} \quad (38)$$

임을 알 수 있다.

따라서 단순조화진동에 미끄럼마찰에 의한 감쇠력이 작용하면 주기는 감쇠력이 없을 때와 같으나 진폭은 각 한 사이클(한 주기)마다 $4\mu g/\omega_0^2$ 씩 감소하는 감쇠진동을 한다 [5]. 임계감쇠진동과 과잉감쇠진동이 모두 진동은 보이지 않고 변위가 계속 감소하는 운동이다. 그런데 과잉감쇠진동에서보다 임계감쇠진동에서 더 빨리 평형위치인 $x=0$ 에 도달하는 것을 볼 수 있다.

임계감쇠진동의 이러한 성질은 널리 적용된다. 예를 들어, 저울에 물건을 올려 놓고 무게를 측정하는 경우를 보자. 어떤 경우에는 저울의 바늘이 평형점 주위를

계속 진동하여서 바늘이 가리키는 눈금을 제대로 측정하지 못할 경우도 있다. 그것이 바로 과잉감쇠진동을 나타낸다. 저울이 임계감쇠진동으로 설계되어 있는 경우에 바늘이 가장 빨리 가리켜야 될 눈금에 도달한다.

다른 예로, 자동차에는 완충기라 불리는 충격흡수장치가 부착되어 있다. 자동차의 완충기는 탄성력을 제공하는 강력한 용수철과 점성이 큰 기름이 들어있는 통속에서 피스톤이 움직이도록 되어있다. 만일 완충기가 제대로 동작하지 못하면 자동차가 울퉁불퉁한 길을 달릴 때 계속 상하로 진동하게 된다. 완충기는 임계감쇠진동을 하도록 설계되어 있어서 자동차가 울퉁불퉁한 길을 지나가더라도 가장 빠른 시간 안에 자동차가 평형위치로 돌아오도록 만든다 [6].

앞의 두 예에서 마찰력이 작용하는 감쇠진동이 유익하게 이용되는 경우에 속한다. 그러나 우리 주위의 현상 중에는 진동이 줄어들어서 결국 멈추지 않고 끝없이 계속되는 것이 바람직하지만 마찰에 의해서 결국 정지하게 되는 경우도 많다. 그런 경우에 진동이 계속되기 위해서는 마찰에 의해서 흩어지는 에너지에 해당하는 양만큼 외부에서 계속 공급해주어야 한다. 예를 들어, 오늘날에는 거의 사라졌지만 예전에는 태엽을 감아주는 괘종시계가 있었다. 괘종시계에서 추가 한번 진동을 왕복하는 주기 T 는 오직 추가까지의 길이에만 의존하므로 비록 마찰에 의해서 추가 진동하는 진폭이 작아지더라도 바뀌지 않고 일정하게 유지된다. 그런데 진자의 등시성에 의해서 주기는 일정하게 유지된다고 하더라도 추가 진동하기를 멈춘다면 시계는 더 이상 가지 않게 된다. 그래서 태엽을 감아서 추가 계속 진동하도록 만들어준다. 이렇게 외부에서 강제로 진동이 계속되도록 한 진동을 강제진동이라 한다 [6].

Ⅲ. 실험 방법

1. 실험장비 및 재료

용수철 저울과 힘센서, 운동센서를 이용하여 용수철 상수를 구한다. 단순조화진동 실험에서 철제스탠드에 슬롯추(100g 추 10개를 각각 연결하여 사용하는 추)를 매달고 용수철(여러가지 길이와 탄성을 가진 용수철)을 밑으로 잡아당겼다 놓으면 슬롯추 밑에 있는 운동센서가 슬롯추의 시간에 따른 위치를 감지하여 인터페이스내장형 컴퓨터(MAXⅡ, 코리아디지털제품)에 실시간으로 그래프화 시켜 준다.

감쇠조화진동 실험에서는 빗면마찰실험장치에 용수철과 슬롯추, 운동센서를 이용한다. 이 때, 빗면실험장치는 MDF판을 이용하여 제작하였으며 관넬, 아크릴판과 비교하여 실험을 수행한다.

2. 실험방법

이 실험에서는 MBL 센서 중 운동센서와 힘센서를 이용하여 실험을 진행하게 된다. 운동센서를 이용한 실험에서는 운동센서의 초음파 빔(Beam)이 확산되는(Spread Off)각이 있으므로 확산각(beam angle) 범위 안에서 물체가 움직이도록 실험설계를 한다. 또한 확산각 안에 주변의 물체, 지면, 또는 실내의 천정, 벽 등이 있으면 그 주변 요인이 놓인 거리만큼 실제 감지 거리(범위)가 줄어들게 된다. 센서의 앞뒤로 벽과 같은 반사 물체가 있으면 초음파의 반사(Echo) 현상에 의해 정상적인 실험 데이터를 얻을 수 없다. 또한 운동센서의 높이를 조절하여 책상면을 감지하는 범위에 들어가지 않도록 물체의 운동거리를 설계한다. 운동센

서에서 사용하는 초음파는 상온(20℃)의 공기 중에서 음파의 속도(340 m/s)를 기준으로 거리를 측정하게 된다 [7].

그리고 이 실험에서 사용한 소프트웨어는 엑셀(Excel) 2003 학생 및 교사용 버전을 사용하였으므로 컴퓨터의 성능이 낮은 등급에서도 충분히 활용할 수 있다. 엑셀에서 활용할 수 있는 MBL 소프트웨어를 엑셀의 추가기능으로 설치하고 엑셀 통합 문서에서 실험 데이터를 수집한다. 또한 주로 활용된 차트의 종류는 XY그래프를 그릴 수 있는 분산형(scatter)차트이다.

1) 용수철 상수 측정

용수철은 세 가지를 사용하는데 이를 구분하기 위하여 용수철 1, 용수철 2, 용수철 3이라고 명명한다. 용수철 1은 지름이 20 mm이고 길이가 10 cm이고, 용수철 2는 지름이 15 mm이고 길이가 20 cm이며, 용수철 3은 지름이 20 mm이고 길이가 20 cm이다. 각각의 용수철에 따른 용수철 상수를 k_1 , k_2 , k_3 로 구분한다.

(1) 용수철 저울을 이용한 용수철 상수 측정

용수철 저울을 그림 1처럼 설치하고 10 cm 간격으로 잡아당기면서 용수철 저울의 눈금을 측정한다. 용수철 저울로 측정한 힘의 값과 늘어난 길이를 측정하여 용수철 상수를 구한다.

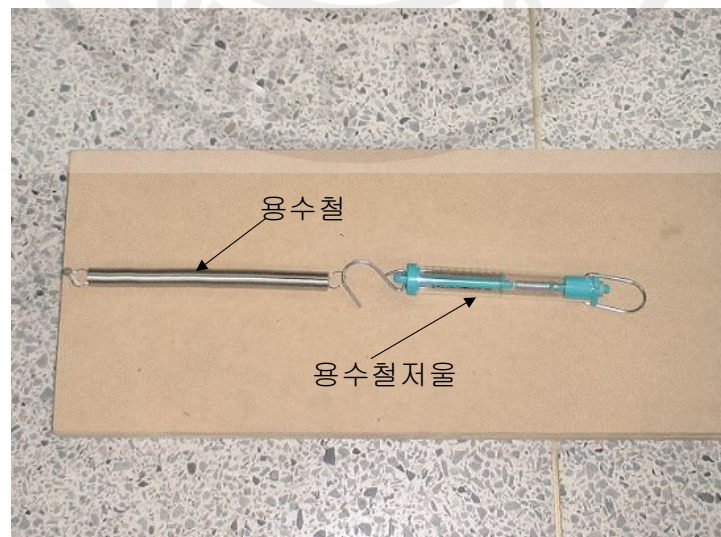


그림 1. 용수철 저울을 이용한 용수철 상수 측정

(2) 힘센서를 이용한 용수철 상수 측정

- ① 그림 2처럼 인터페이스내장형 컴퓨터(MAX-II)를 준비하고 채널A에 힘센서를 연결한다.

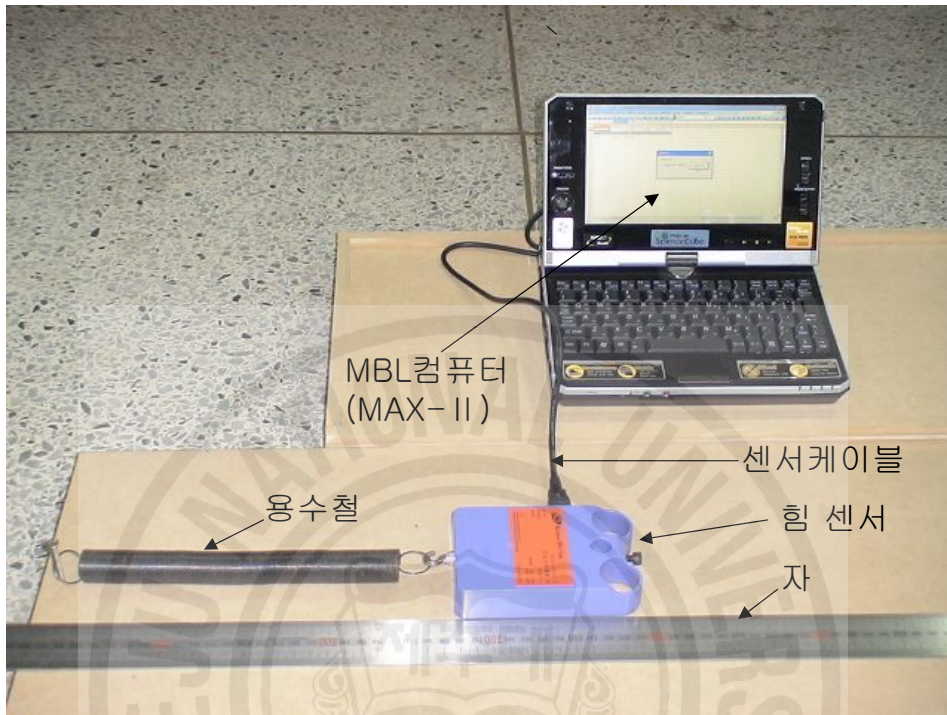


그림 2. 힘센서를 이용한 용수철 상수 측정

- ② 엑셀 통합 문서의 워크시트 메뉴에서 [과학실험]-[실험하기] 창을 띄운다. [셀에 데이터 기록]을 해제한 후 [실험 시작] 단추를 누르면 통합문서의 셀 C2에 힘의 측정값이 기록되어진다.
- ③ 10 cm 간격만큼 힘센서로 용수철을 당겼을 때 C2셀의 값을 읽는다.
- ④ 엑셀에서 힘과 늘어난 길이의 관계 그래프를 그리고 그래프의 기울기를 구하여 용수철 상수를 구한다 [8].

(3) 운동센서를 이용한 용수철 상수 측정

단순조화진동 실험에서 MBL 실험장치에 의해 실시간으로 그려진 그래프에 주기가 나타난다. 식 (12)에 의해 용수철 상수를 구할 수 있다.

2) 마찰계수 측정

(1) 경사각을 이용한 정지마찰계수 측정

그림 3과 같이 평면판 위에 추를 올려놓고 평면판을 조금씩 들어 올리면서 추가 미끄러지는 순간의 경사각 θ 를 측정한다. 이 때 측정한 각도의 탄젠트 값이 정지마찰계수가 된다 [12].

(2) 경사각을 이용한 운동마찰계수의 측정

그림 3과 같이 빗면 위에 추를 놓고 경사각을 증가시키면서 추에 약한 힘을 잠시 동안 가한다. 이 때, 추가 등속도로 미끄러져 내려가는 각도를 측정하여, 측정한 각도의 탄젠트 값이 운동마찰계수가 된다.



그림 3. 경사각을 이용한 마찰계수 측정 장치

3) 단순조화진동 실험

그림 4는 단순조화진동자의 실험 장치를 나타낸 것이다.

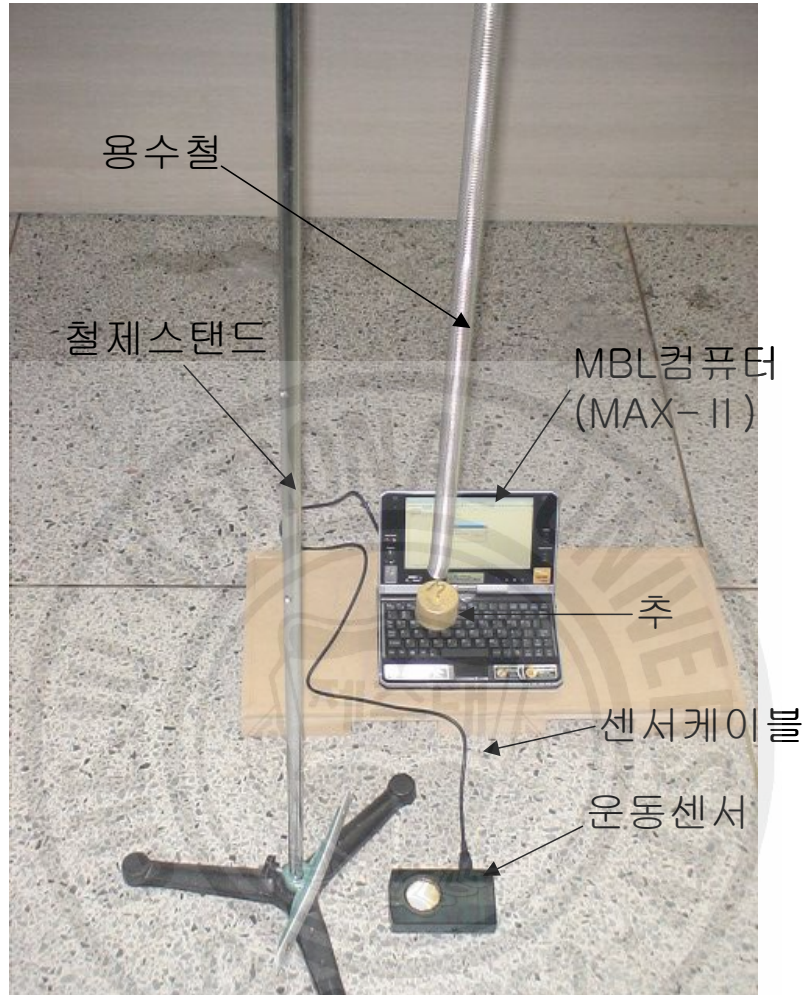


그림 4. 단순조화진동자의 실험장치

- (1) 운동센서를 그림 4처럼 설치하고, 시간 측정간격은 0.05 s 간격으로 10 s 동안 측정한다. 주위에 운동센서가 다른 움직임을 감지하지 않도록 주의한다.
- (2) 용수철을 잡아당길 때 진폭과 추의 질량을 다르게 하여 단순조화진동자의 운동 변화를 그래프로 그려보고 진폭과 추의 질량을 달리 했을 때 주기를 측정한다.
- (3) 이로부터 용수철 상수를 식 (12)에 의해 구할 수 있다.

4) 감쇠조화진동 실험

그림 5는 감쇠조화진동 실험을 나타낸 것이다.

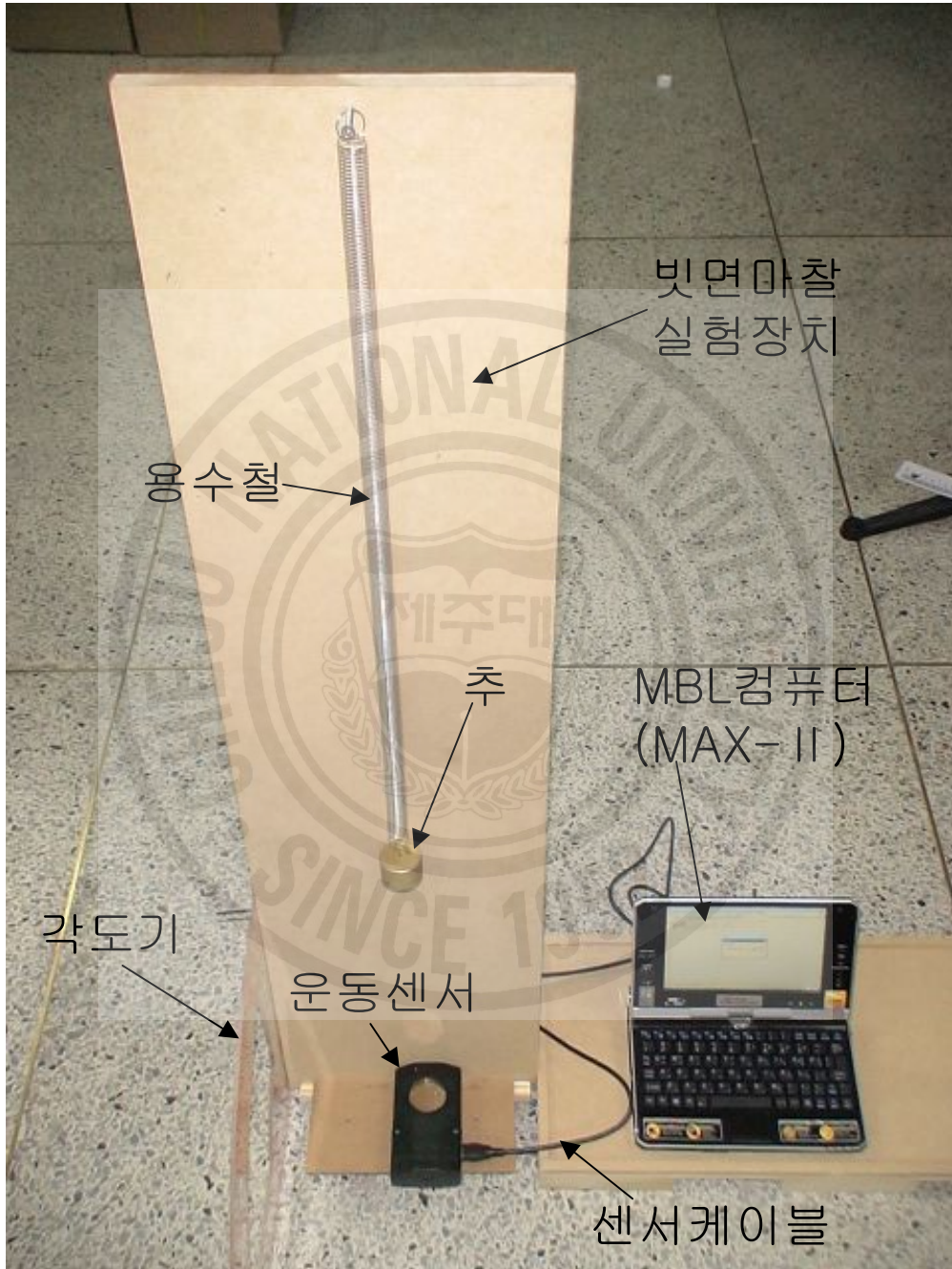


그림 5. 감쇠조화진동자의 실험장치

- (1) 추의 질량을 일정하게하고 마찰면(MDF판, 아크릴판, 판넬등)을 다르게 하여 여러 마찰면에 따른 감쇠조화진동자의 운동 변화를 비교하고 운동 마찰계수를 구한다.
- (2) 추의 질량을 다르게 하여 그래프의 변화를 비교하고 운동마찰계수를 구한다.
- (3) 나무도막의 접촉면을 달리하여 넓은 면과 좁은 면의 운동마찰계수를 구하고 마찰 이론과 실험결과를 비교한다.
- (4) 추의 초기진폭을 다르게 하여 그래프의 변화를 비교하고 운동마찰계수를 구한다.
- (5) 비탈면의 각도를 달리하여 그래프의 변화를 비교하고 운동마찰계수를 구한다.



IV. 결과 및 고찰

1. 용수철 상수 측정

1) 용수철 저울을 이용한 용수철 상수 측정

표 1. 용수철 저울로 용수철을 당길 때 늘어난 길이에 따른 힘의 크기 측정

늘어난 길이(m)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
용수철 1로 당길때 힘(N)	2.5	4.0	5.5	7.0	8.5
용수철 2로 당길때 힘(N)	1.0	1.4	1.8	2.2	2.6
용수철 3으로 당길때 힘(N)	4.0	5.5	7.0	8.5	10.0

표 1은 용수철 저울로 세 가지 종류의 용수철을 0.1m씩 당기면서 늘어난 길이에 따른 힘의 크기를 측정한 결과이다.

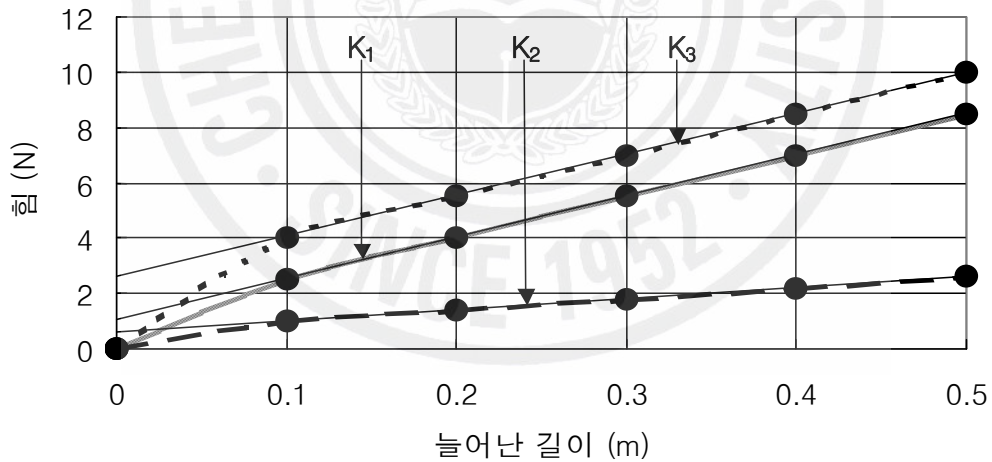


그림 6. 용수철 저울로 용수철을 당길 때 늘어난 길이에 따른 힘의 크기 측정

그림 6은 용수철을 수평하게 한 후 용수철을 0.1m씩 당기면서 늘어난 길이에 따른 힘의 세기를 용수철 저울로 측정한 그래프이다. 용수철의 늘어난 길이가 짧을 때는 용수철 자체의 무게가 당기는 힘의 크기에 비교할 수 있을 만큼 커서

용수철 상수의 오차가 크다. 따라서 용수철의 늘어난 길이가 클수록 이 효과를 무시할 수 있으므로 용수철의 늘어난 길이가 0~0.1 m 부분의 데이터로 구한 용수철 상수는 오차가 클 것으로 예상되므로 제외하였다. 0.1~0.5 m 사이의 데이터를 이용하여 그래프의 기울기를 구하면 용수철의 늘어난 길이에 대한 힘의 크기, 즉 용수철 상수를 의미하며 그 값은

$$k_1 = 6/0.4 = 15 \text{ N/m}$$

$$k_2 = 1.6/0.4 = 4 \text{ N/m}$$

$$k_3 = 6/0.4 = 15 \text{ N/m}$$

이다.

2) MBL 힘센서를 이용한 용수철 상수 측정

표 2. MBL 힘센서로 용수철을 당길 때 늘어난 길이에 따른 힘의 크기 측정

늘어난 길이 (m)	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
용수철 1로 당길때 힘 (N)	2.445	3.925	5.420	6.940	8.510
용수철 2로 당길때 힘 (N)	1.280	1.700	2.090	2.490	2.910
용수철 3으로 당길때 힘 (N)	3.800	5.390	7.040	8.670	10.315

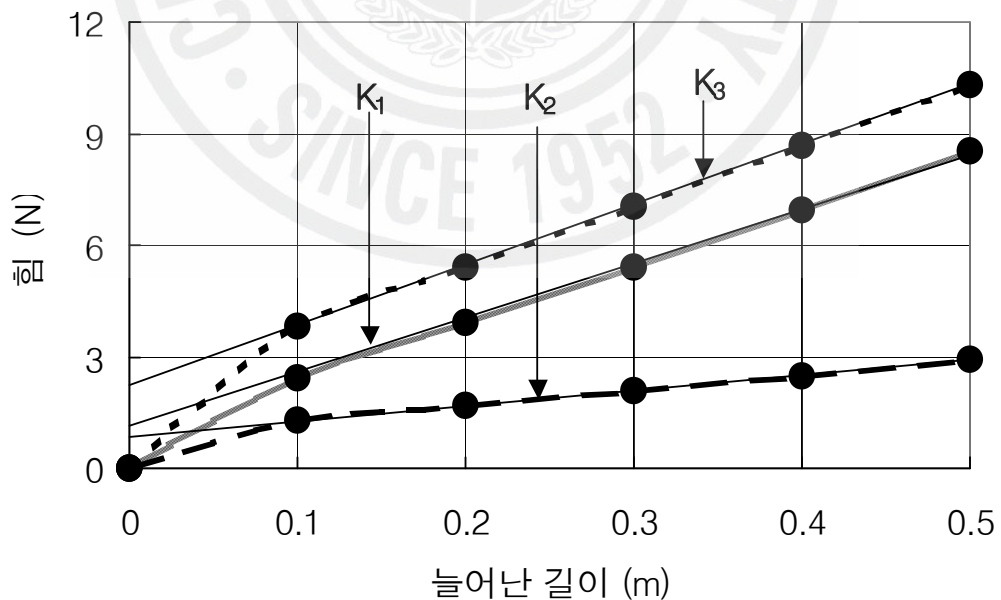


그림 7. MBL 힘센서로 용수철을 당길 때 늘어난 길이에 따른 힘의 크기 측정

표 2는 MBL 힘센서로 세 가지 종류의 용수철을 0.1m씩 당기면서 늘어난 길이에 따른 힘의 크기를 측정한 결과이다.

그림 7은 용수철을 수평하게 한 후 용수철을 0.1m씩 당기면서 늘어난 길이에 따라 MBL 힘센서로 측정한 힘의 세기를 그래프로 나타낸 것이다. 0.1~0.5 m 사이의 데이터를 이용한 그래프의 기울기는 용수철의 늘어난 길이에 대한 힘의 크기, 즉 용수철 상수를 의미하며 그 값은

$$k_1 = 6.065/0.4 \cong 15.162 \text{ N/m}$$

$$k_2 = 1.63/0.4 \cong 4.075 \text{ N/m}$$

$$k_3 = 6.515/0.4 \cong 16.288 \text{ N/m}$$

이다.

고등학교 물리 과정에 사용되는 대부분의 교과서에는 용수철 상수를 측정하는 실험이 많이 소개되고 있다. 그 중에서 ‘금성출판사’ 물리 I의 용수철 상수 측정 실험을 보면, 용수철을 수직으로 매달고 같은 질량의 추를 1개, 2개, ... 매달아가면서 용수철의 늘어난 길이를 측정하여 용수철 상수를 측정한다 [11]. 이 실험의 경우 용수철 상수 측정에 오차가 발생할 가능성이 몇 가지 있다. 첫째, 용수철을 당기는 힘을 정밀하게 조절하는 것은 불가능하다. 둘째, 용수철의 늘어난 길이 측정에서 측정자 감각에 의존하는 부분이 매우 크다. 셋째, 용수철에 추를 매달면 추가 진동하는데 이를 멈추게 하여 측정하려면 많은 노력이 필요하다. MBL 힘센서를 이용한 실험은 용수철을 당기는 힘을 매우 정밀하게 측정할 수 있을 뿐만 아니라 용수철을 수평하게 설치하여 수행할 수 있으므로 측정의 정확성을 높일 수 있다.

3) MBL 운동센서를 이용한 용수철 상수 측정

그림 8에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.15 \text{ s}$ 로 측정되었다. 이로부터 식 (12)에 의해 용수철 상수는 $k_1 = 4\pi^2 m/T^2 \cong 14.910 \text{ N/m}$ 으로 계산된다. 그림 7로부터 구한 용수철 상수 $k_1 \cong 15.162 \text{ N/m}$ 을 이용하여 주기를 구하면

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.5}{15.162}} \cong 1.14 \text{ s}$$

가 된다.

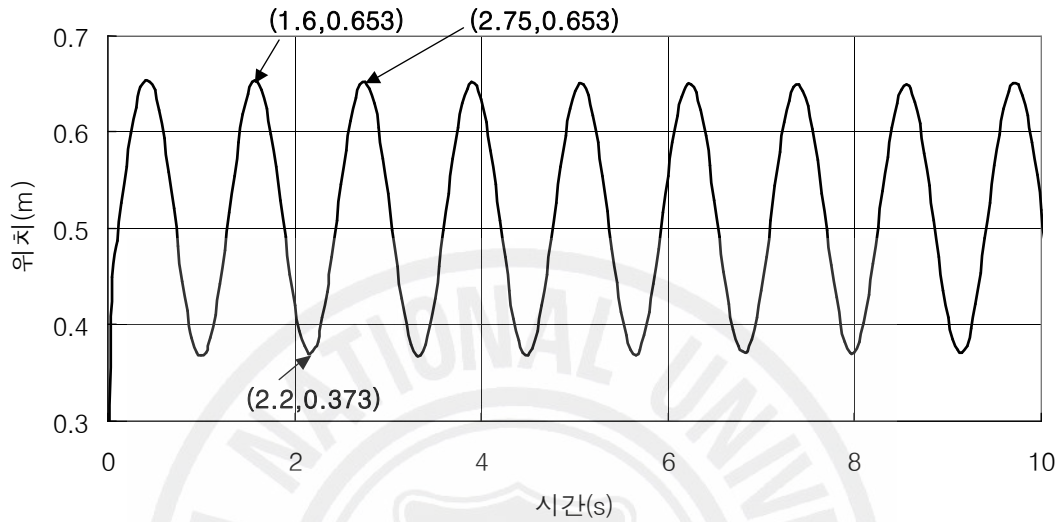


그림 8. 추의 질량 $m=500 \text{ g}$, 진폭 $A=14 \text{ cm}$ 인 단순조화진동자의 위치측정

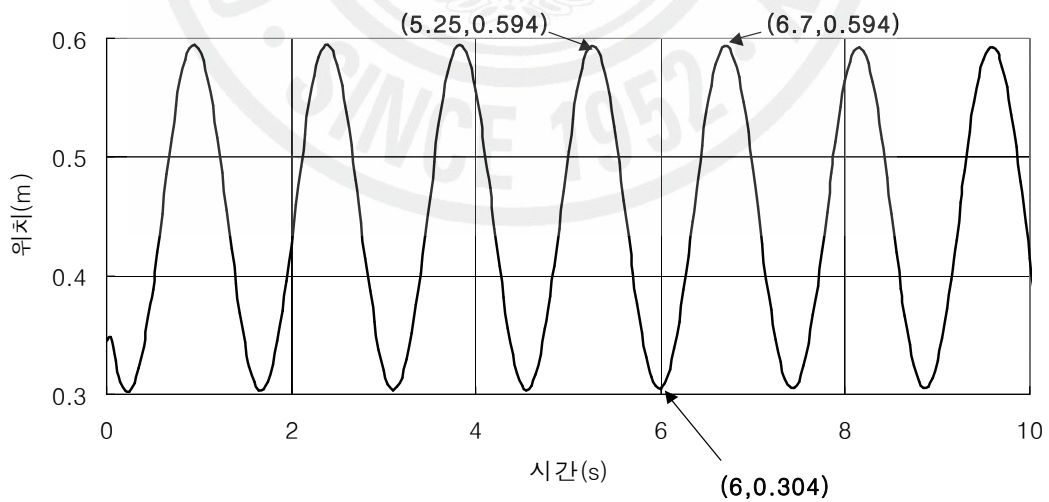


그림 9. 추의 질량 $m=200 \text{ g}$, 진폭 $A=14.5 \text{ cm}$ 인 단순조화진동자의 위치측정

그림 9에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.45\text{ s}$ 로 측정되었다. 이로부터 식 (12)에 의해 용수철 상수는 $k_2=4\pi^2m/T^2\cong 3.75\text{ N/m}$ 이다. 그림 7로부터 구한 용수철 상수 $k_2\cong 4.05\text{ N/m}$ 를 이용하여 주기를 구하면

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.2}{4.05}} \cong 1.39\text{ s}$$

가 된다.

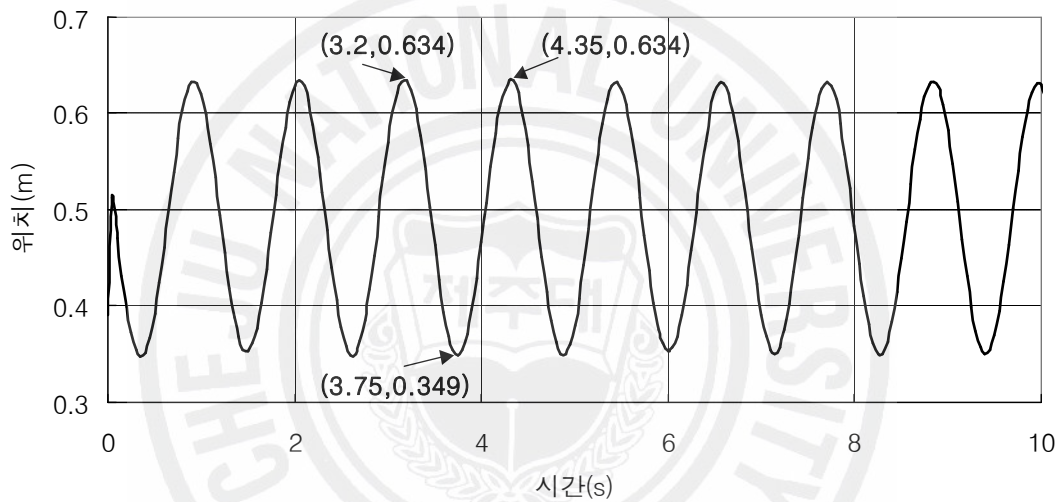


그림 10. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 진폭 $A=14.2\text{ cm}$ 인 단순조화진동자의 위치측정

그림 10에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.15\text{ s}$ 로 측정되었다. 이로부터 식 (12)에 의해 용수철 상수는 $k_3=4\pi^2m/T^2\cong 14.91\text{ N/m}$ 이다. 그림 7로부터 구한 용수철 상수 $k_3\cong 16.28\text{ N/m}$ 를 이용하여 주기를 구하면

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_3}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.5}{16.28}} \cong 1.10\text{ s}$$

가 된다.

또한, 그림 8과 9 및 그림 10에서 주기를 비교하면 용수철 탄성이 큰 용수철 1과 용수철 3이 용수철 2보다 주기가 작아서 진동이 더욱 빨라지는 것을 알 수 있다.

2. 단순조화진동자의 운동 분석

1) 진폭과 주기의 관계

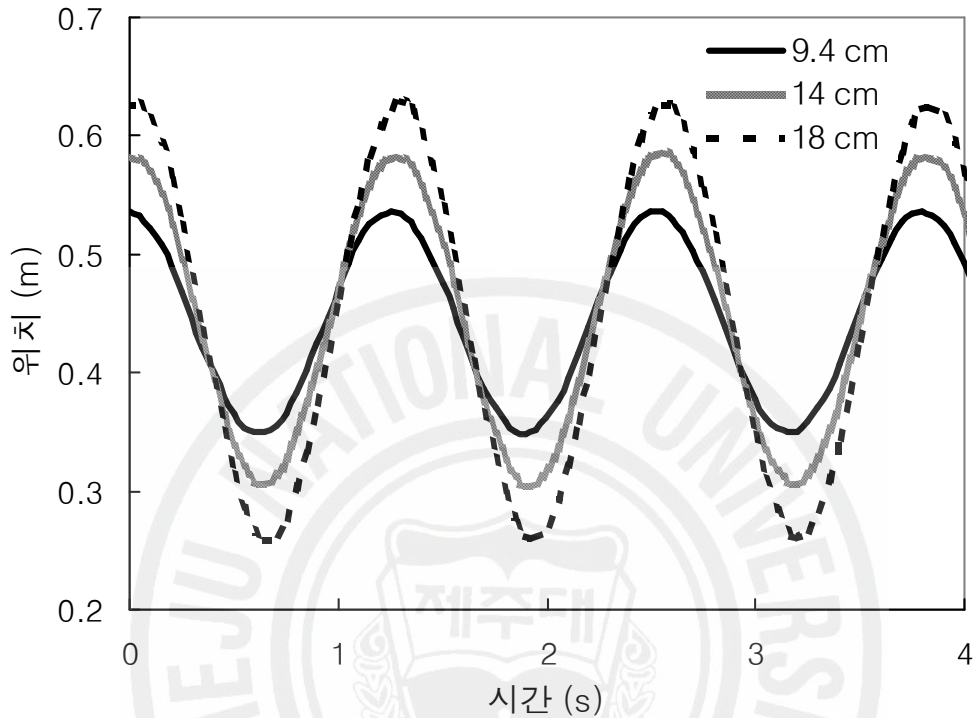


그림 11. 추의 진폭 변화에 따른 단순조화진동자의 운동 비교

표 3. 추의 진폭 변화에 따른 주기 측정값

진폭(m)	0.094	0.140	0.180
주기(s)	1.265	1.270	1.270

표 3은 추의 진폭을 변화시키면서 주기를 측정한 결과이다. MBL 운동센서로 측정된 단순조화진동자의 주기를 10회 동안 측정하여 평균한 결과이다. 표 3을 보면 주기가 거의 일정하나 추의 진폭이 커지면 주기가 조금 길어지는 것을 알 수 있다.

단순조화진동의 주기는 진폭이 매우 작은 범위에서는 진폭에 무관하다고 배운다. 사실 본 실험과 같은 단순조화진동의 실험에서 대부분 주기는 진폭과 무관하

게 측정된다. 이러한 이유로 학생들이나 때로는 교사들까지도 진폭에 따른 단순 조화진동의 주기 측정을 무의미하게 생각하며, 진폭에 따른 주기 측정 실험을 생략하는 경우가 많다. 그 결과로 많은 학생들은 진폭이 클 때, 진폭에 따른 주기의 변화가 어느 정도인지 모른다. 따라서 단순조화진동의 주기 공식 $T = 2\pi\sqrt{k/m}$ 가 얼마나 정확한지 모르게 되고, 심지어는 진폭에 따른 주기의 변화가 전혀 없는 것으로 기억하게 되어 심각한 오개념을 형성하게 될 수 있는 것이다. 고등학교 물리 과정에서 단순조화진동의 주기 측정 실험은 초시계를 가지고 몇 분간 진동하는 횟수를 측정하여 주기를 구한다. 이러한 방법으로 진폭의 변화에 따른 주기의 변화는 매우 작아서 측정의 오차 범위 안에 있다. 따라서 좀 더 정밀한 시간 측정 장치가 필요하며, 이러한 장치로는 MBL 운동센서가 매우 적당함을 본 실험을 통하여 확인할 수 있다.

2) 질량과 주기의 관계

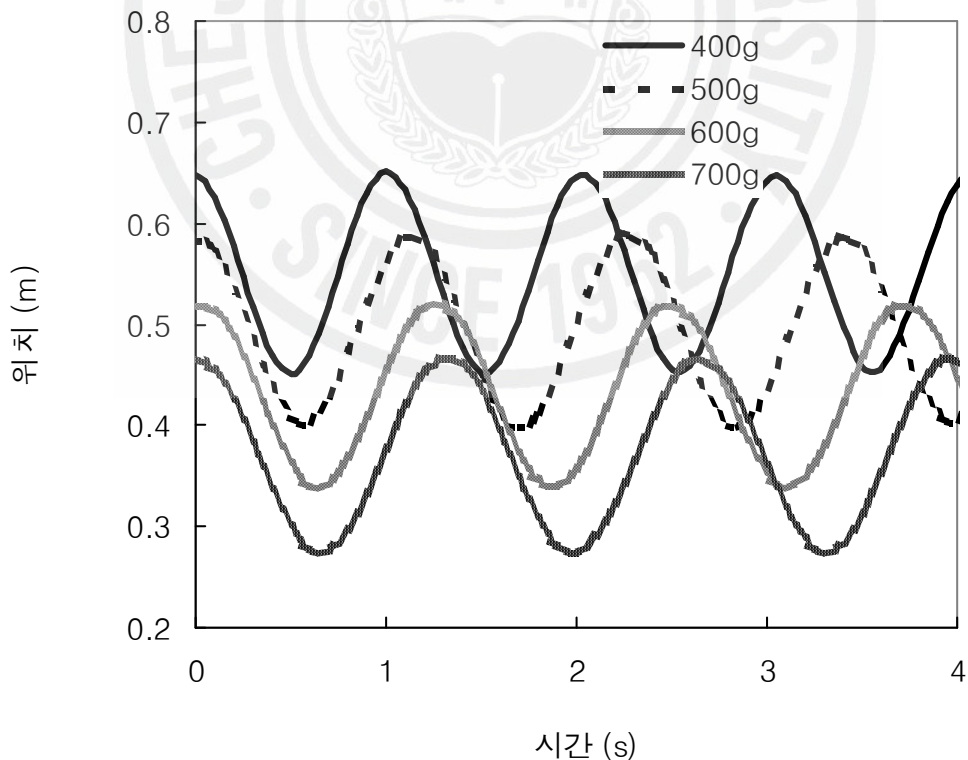


그림 12. 추의 질량 변화에 따른 단순조화진동자의 운동 비교

표 4. 추의 질량 변화에 따른 주기 측정값

질량(g)	400	500	600	700
주기(s)	1.015	1.130	1.234	1.326

표 4는 추의 질량을 변화시키면서 단순조화진동의 주기를 측정한 결과이다.

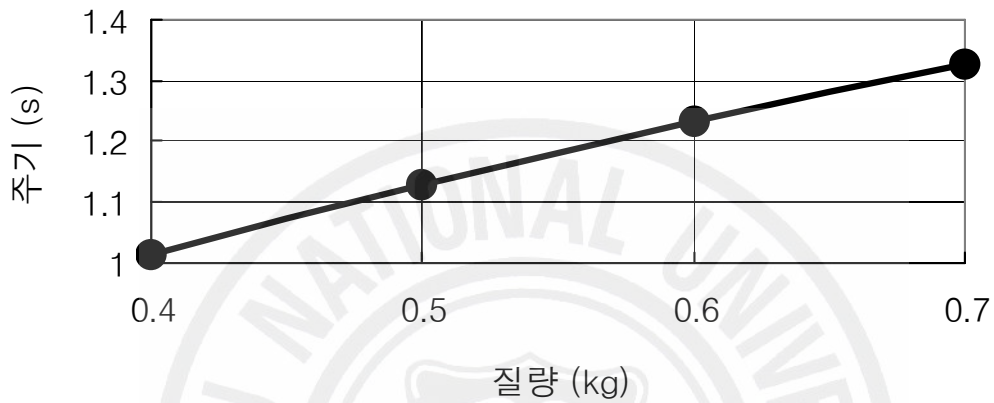


그림 13. 추의 질량과 주기의 관계

그림 13으로부터 추의 질량에 따른 단순조화진동자의 주기가 질량에 비례함을 알 수 있다. 즉, 표 4로부터 주기의 비는

$T_{400\text{g}} : T_{500\text{g}} : T_{600\text{g}} : T_{700\text{g}} \cong 1.015 : 1.130 : 1.234 : 1.326 \cong 1.0 : 1.1 : 1.2 : 1.3$
 가 된다. 따라서 주기는 $T \propto \sqrt{m}$ 임을 알 수 있다.

식 (12)에 의해 단순조화진동이 되기 위한 조건, 즉 주기는 진폭과 무관함을 알 수 있다. 그리고 주어진 용수철 상수에 대하여 주기는 질량에 따라 증가한다.

3. 감쇠조화진동자의 운동 분석

- 1) 기존의 방법을 이용한 여러 가지 마찰면의 마찰계수 측정

기존의 방법으로 정지마찰계수를 구하려면, 빗면 위에 추를 놓고 경사각을 증가시키면서 물체가 움직이기 시작하는 각도의 탄젠트 값이 정지마찰계수가 된다.

표 5. MDF판과 추의 정지마찰계수 측정

실험횟수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
빗변의길이(cm)	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
높이(cm)	42.1	41.1	43.2	37.0	39.0	39.0	42.1	39.0	41.1	42.1
경사각(°)	24.9	24.3	25.6	21.7	23.0	23.0	24.9	23.0	24.3	24.9

표 5는 여러 가지 마찰면 중 한 가지 예로 MDF판과 추의 정지마찰계수를 구하기 위하여 빗면실험장치의 빗변의 길이와 높이를 측정한 결과이다. 표 5로부터 경사각을 구하여 정지마찰계수를 계산한다.

예를 들면, 높이가 42.1 cm이고 빗변의 길이는 100 cm일 때 경사각은

$$\sin^{-1}\left(\frac{42.1}{100}\right)\left(\frac{180}{3.14}\right) \cong 24.9^\circ$$

로 계산된다. 10회 실험값을 평균하면 약 23.9°가 된다. 따라서 MDF판과 추의 정지마찰계수는

$$\mu_{MDF} \cong \tan 23.9^\circ \cong 0.444$$

가 된다.

표 6. 여러 가지 마찰면과 추의 정지마찰계수

마찰면	MDF판과 추	판넬과 추	아크릴판과 추	MDF판과 나무도막의 넓은면	MDF판과 나무도막의 좁은면
정지 마찰계수	0.444	0.522	0.527	0.490	0.530

표 6은 표 5에서 MDF판과 추의 정지마찰계수를 측정한 것과 같은 방법으로 여러 가지 마찰면과 추의 정지마찰계수를 측정한 결과를 계산하여 표로 나타낸 것이다.

마찬가지로 운동마찰계수를 구하려면, 빗면 위에 추를 놓고 경사각을 증가시키면서 물체에 약한 힘을 잠시 동안 가한다. 이 때, 물체가 등속도로 미끄러져 내려가는 각도의 탄젠트 값이 운동마찰계수가 된다.

표 7. MDF판과 추의 운동마찰계수 측정

실험횟수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
빗변의길이(cm)	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
높이(cm)	36.0	35.8	35.8	36.0	35.8	33.8	36.0	36.0	33.8	36.0
경사각(°)	21.1	21.0	21.0	21.1	21.0	19.8	21.1	21.1	19.8	21.1

표 7은 여러 가지 마찰면 중 한 가지 예로 MDF판과 추의 운동마찰계수를 구하기 위하여 빗면 실험장치의 빗변의 길이와 높이를 측정한 결과이다. 평균 경사각은 약 20.8°이다. 따라서 MDF판과 추의 운동마찰계수는

$$\mu_{MDF} \cong \tan 20.8^\circ \cong 0.380$$

가 된다.

표 8. 여러 가지 마찰면의 운동마찰계수

마찰면	MDF판과 추	판넬과 추	아크릴판과 추	MDF판과 나무도막의 넓은면	MDF판과 나무도막의 좁은면
운동 마찰계수	0.380	0.400	0.379	0.380	0.400

표 8은 표 7에서 MDF판과 추의 운동마찰계수를 계산한 것과 같은 방법으로 여러 가지 마찰면과 추의 운동마찰계수를 측정한 결과를 계산하여 표로 나타낸 것이다.

2) 감쇠조화진동자의 운동 분석

(1) 여러 가지 마찰면에 대한 감쇠조화진동자의 운동 분석

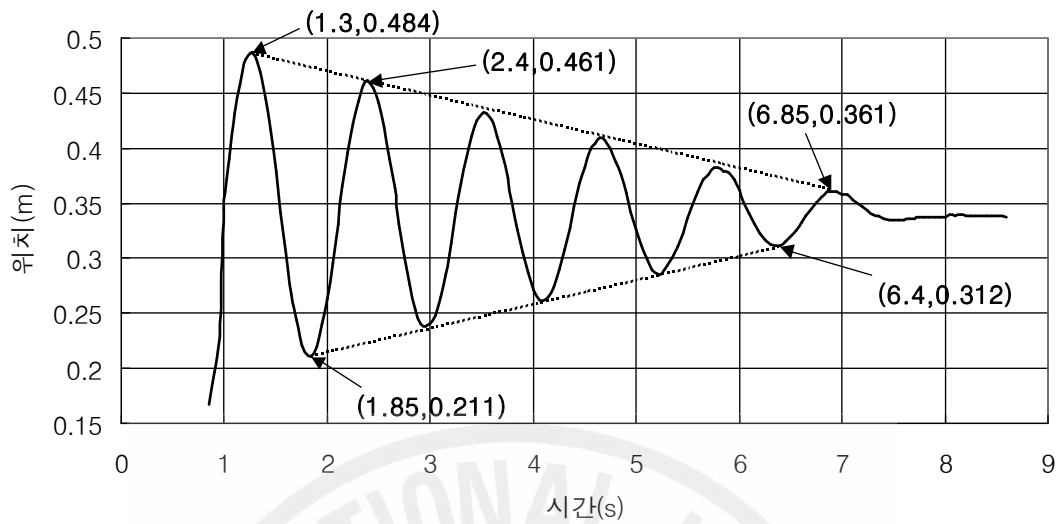


그림 14. 추의 질량 $m=500$ g, 진폭 $A=15$ cm인 감쇠조화진동자의 위치측정

감쇠조화진동에서 운동마찰계수의 계산방법을 보면 감쇠진동의 진폭은 한 주기마다 $4\mu g/\omega^2$ 씩 선형적으로 감소한다. N 번 진동하는 동안 진폭이 A 만큼 감쇠했다면 운동마찰계수 μ 와 진폭감소 A 사이의 관계식

$$N \frac{4\mu g}{\omega^2} = A \Rightarrow \mu = \frac{A\omega^2}{4Ng}$$

으로부터 운동마찰계수는

$$\mu = \frac{A\omega^2}{4Ng} = \frac{\pi^2 A}{NgT^2}$$

가 된다. 여기서 A 는 진폭의 감쇠, N 은 A 만큼 진폭이 감쇠하는 동안 진동횟수, T 는 진동주기, g 는 중력가속도이다. 그림 14로부터 감쇠조화진동자의 주기는 $T=1.10$ s이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=500$ g, 초기진폭 $A=15$ cm, 용수철 상수 $k_3=14.91$ N/m이다. 그림 14에서 진폭은 5번 진동하는 동안 0.123 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.123 \times (3.14)^2}{5 \times 9.8 \times (1.10)^2 \times \cos 85^\circ} \cong 0.234$$

가 된다.

여기서, 중력가속도 $g=9.8 \text{ m/s}^2$ 이다.

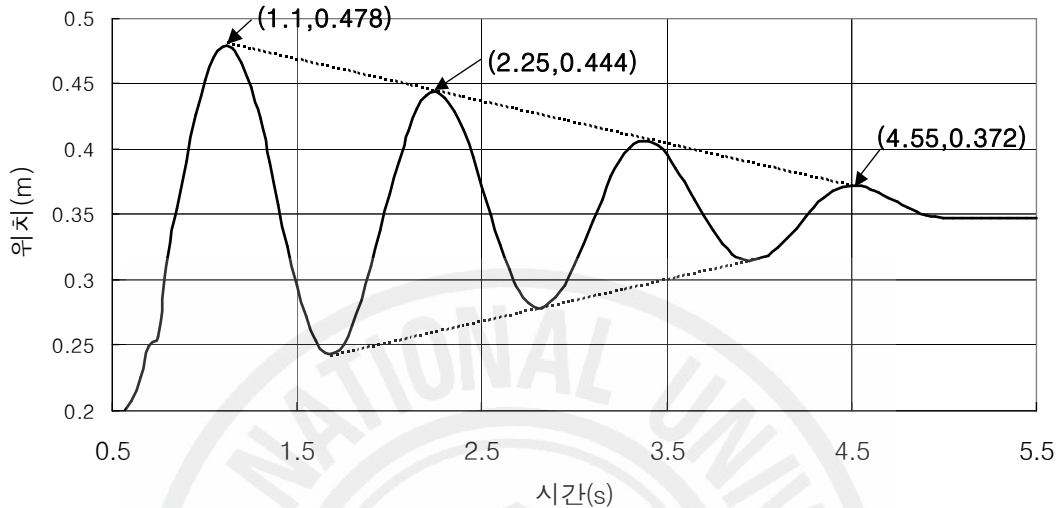


그림 15. 추의 질량 $m=500 \text{ g}$, 진폭 $A=15 \text{ cm}$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 15에서 감쇠조화진동자의 주기는 $T=1.15 \text{ s}$ 이다. 측정조건은 판넬의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=500 \text{ g}$, 초기진폭 $A=15 \text{ cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91 \text{ N/m}$ 이다. 그림 15에서 진폭은 3번 진동하는 동안 0.106 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.106(\pi)^2}{3gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.308$$

가 된다.

그림 16에서 감쇠조화진동자의 주기는 $T=1.15 \text{ s}$ 이다. 측정조건은 아크릴판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=500 \text{ g}$, 초기진폭 $A=15 \text{ cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91 \text{ N/m}$ 이다. 그림 16에서 진폭은 2번 진동하는 동안 0.098 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.098(\pi)^2}{2gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.428$$

가 된다.

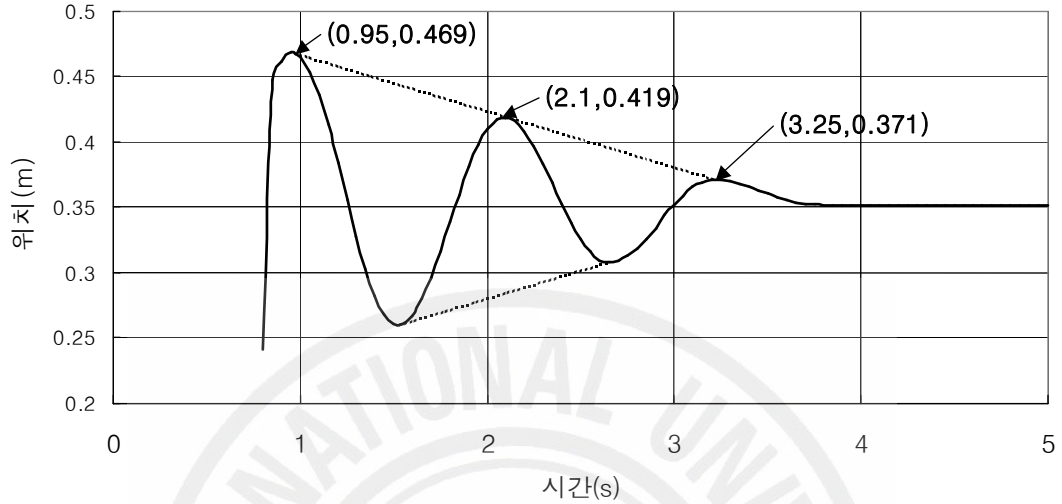


그림 16. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 진폭 $A=15\text{ cm}$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

아크릴판의 정지마찰계수가 가장 크므로, 감쇠진동에 의해 추가 정지하는데 걸리는 시간이 아크릴판이 가장 짧다.

표 9. 여러가지 마찰면과 추의 마찰계수 측정 결과

마찰면	운동마찰계수		정지마찰계수 (기존방법)
	MBL이용	기존방법	
MDF판과 추	0.235	0.380	0.444
판넬과 추	0.308	0.400	0.522
아크릴판과 추	0.428	0.379	0.527

표 9는 운동센서를 이용한 감쇠조화진동자의 운동 분석을 통하여 여러 가지 마찰면과 추의 운동마찰계수를 측정한 결과와 기존의 방법으로 구한 마찰계수 측정값을 나타낸 것이다.

(2) 추의 질량 변화에 따른 감쇠조화진동자의 운동 분석

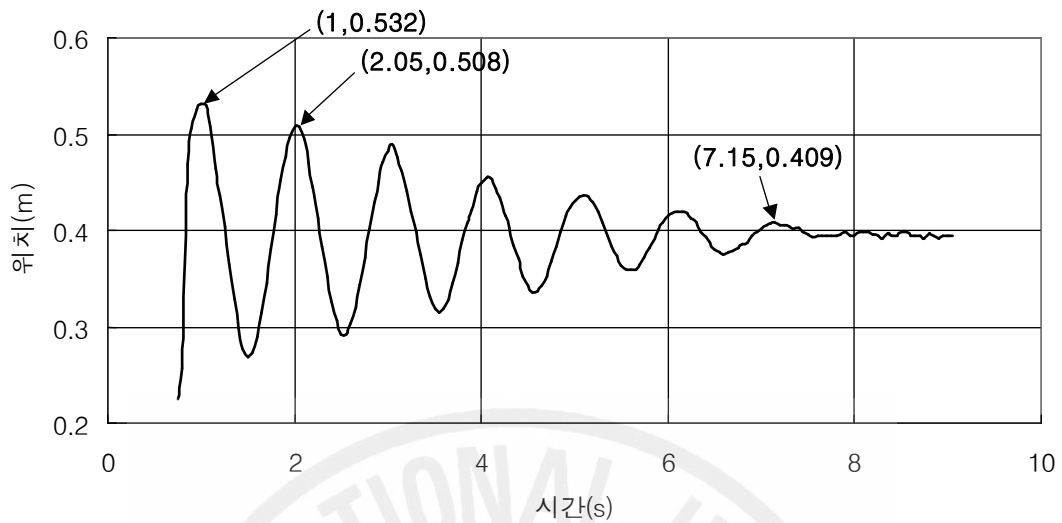


그림 17. 추의 질량 $m=400$ g, 진폭 $A=15$ cm인 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 17에서 감쇠조화진동자의 주기는 $T=1.05$ s이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=400$ g, 초기진폭 $A=15$ cm, 용수철 상수 $k_3=14.91$ N/m이다. 그림 17에서 진폭은 6번 진동하는 동안 0.099 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.099(\pi)^2}{6gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.173$$

가 된다.

그림 18에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.15$ s이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=500$ g, 초기진폭 $A=15$ cm, 용수철 상수 $k_3=14.91$ N/m이다. 그림 18에서 진폭은 5번 진동하는 동안 0.121 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.121(\pi)^2}{5gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.211$$

가 된다.

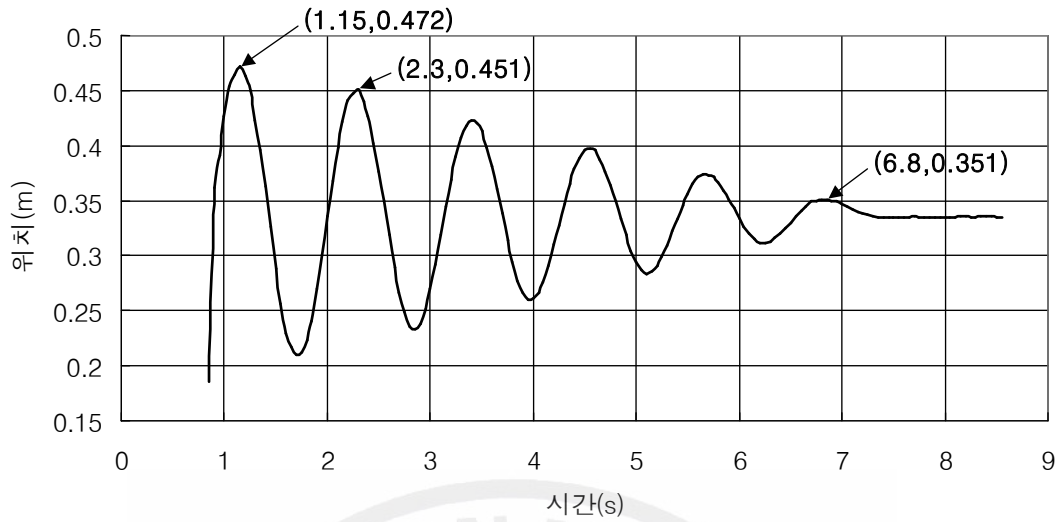


그림 18. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 진폭 $A=15\text{ cm}$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

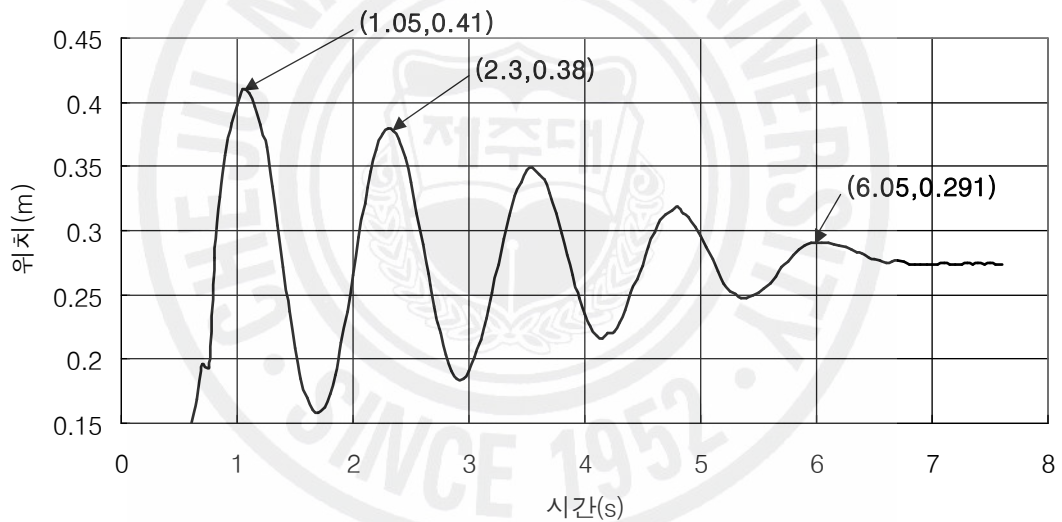


그림 19. 추의 질량 $m=600\text{ g}$, 진폭 $A=15\text{ cm}$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 19에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.25\text{ s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=600\text{ g}$, 초기진폭 $A=15\text{ cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{ N/m}$ 이다. 그림 19에서 진폭은 4번 진동하는 동안 0.119 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.119(\pi)^2}{4gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.220$$

가 된다.

아크릴판, MDF판, 판넬의 경우에서처럼 질량이 커질수록 감쇠주기가 점점 커지고 진동이 감쇠되어 멈추는데 걸리는 시간은 짧아진다.

표 10. 추의 질량 변화에 따른 마찰계수 측정 결과

질량(g)	운동마찰계수		정지마찰계수 (기존방법)
	MBL이용	기존방법	
400	0.173	0.380	0.444
500	0.211		
600	0.220		

표 10은 MBL 운동센서를 이용한 감쇠조화진동자의 운동 분석을 통하여 MDF 판과 추의 질량변화에 따른 운동마찰계수를 측정한 결과와 기존의 방법으로 구한 마찰계수 측정값을 비교한 것이다.

(3) 나무도막의 면적에 따른 감쇠조화진동자의 운동 분석

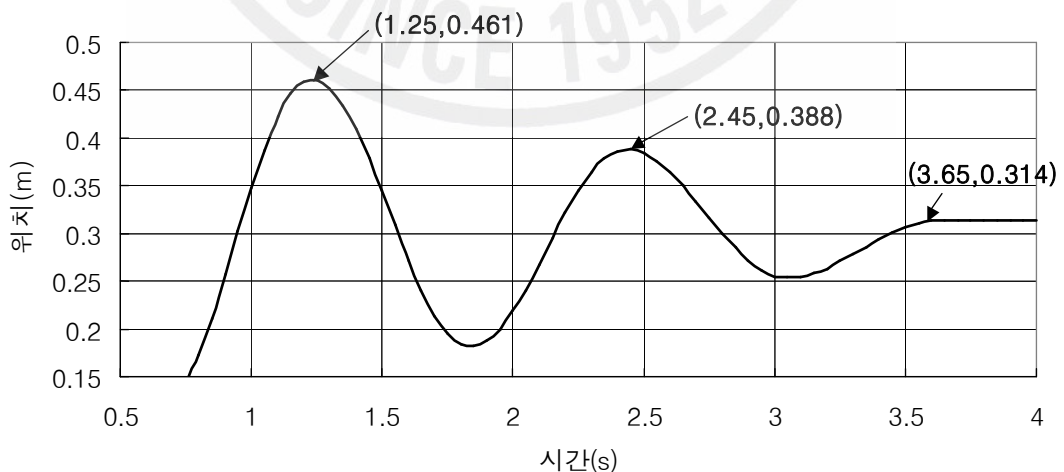


그림 20. 나무도막의 넓은면과 MDF판에 대한 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 20에서 감쇠조화진동자의 주기는 $T=1.20\text{s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 나무도막의 질량 $m=567.9\text{g}$, 초기진폭 $A=15\text{cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{N/m}$ 이다. 그림 20에서 진폭은 2번 진동하는 동안 0.147m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.147(\pi)^2}{2gT^2 \cos 80^\circ} \cong 0.296$$

가 된다.

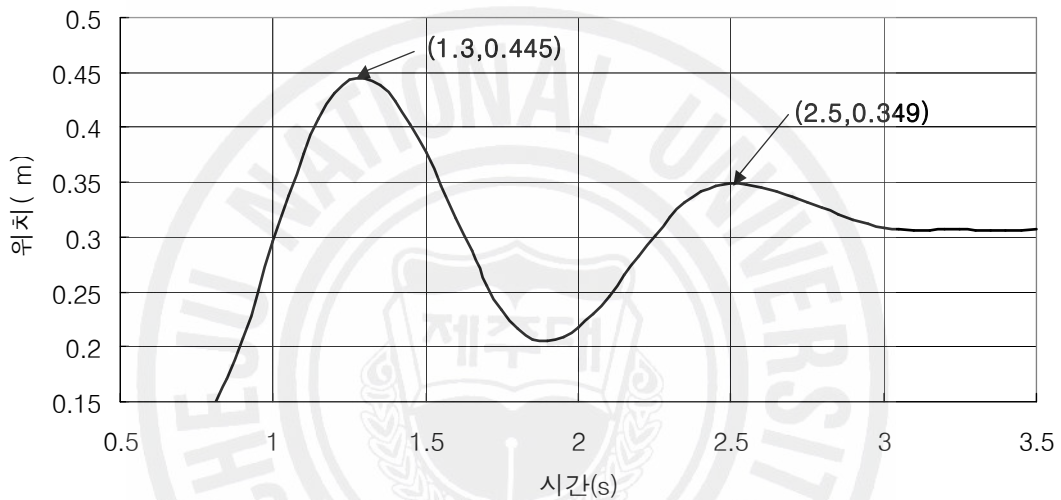


그림 21. 나무도막의 좁은면과 MDF판에 대한 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 21에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.20\text{s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 나무도막의 질량 $m=567.9\text{g}$, 초기진폭 $A=15\text{cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{N/m}$ 이다. 그림 21에서 진폭은 1번 진동하는 동안 0.096m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.096(\pi)^2}{gT^2 \cos 80^\circ} \cong 0.387$$

가 된다.

중·고등학교 물리 교과서는 일반적으로 마찰력은 접촉면의 넓이에는 무관하다고 서술하나 이것은 접촉면이 이상적으로 매끄러운 경우에만 성립한다. 실제로

마찰력은 접촉면의 넓이, 접촉면의 매끄러운 정도 등에 따라 영향을 받는다. 위의 실험결과는 넓은 면보다 좁은 면으로 마찰을 시켰을 때 진동이 더 빨리 멈춘다. 이것은 단위면적당 누르는 힘이 넓은 면일 때보다 좁은 면 일 때 더 크기 때문이다.

표 11. MDF판과 나무도막의 면적 변화에 따른 마찰계수 측정 결과

접촉면적	운동마찰계수		정지마찰계수 (기존방법)
	MBL이용	기존방법	
넓은 경우	0.296	0.380	0.490
좁은 경우	0.387	0.400	0.530

표 11은 MBL 운동센서를 이용한 감쇠조화진동자의 운동 분석을 통하여 MDF판과 나무도막의 면적변화에 따른 운동마찰계수를 측정한 결과와 기존의 방법으로 구한 마찰계수 측정값을 비교한 것이다.

(4) 추의 진폭 변화에 따른 감쇠조화진동자의 운동 분석

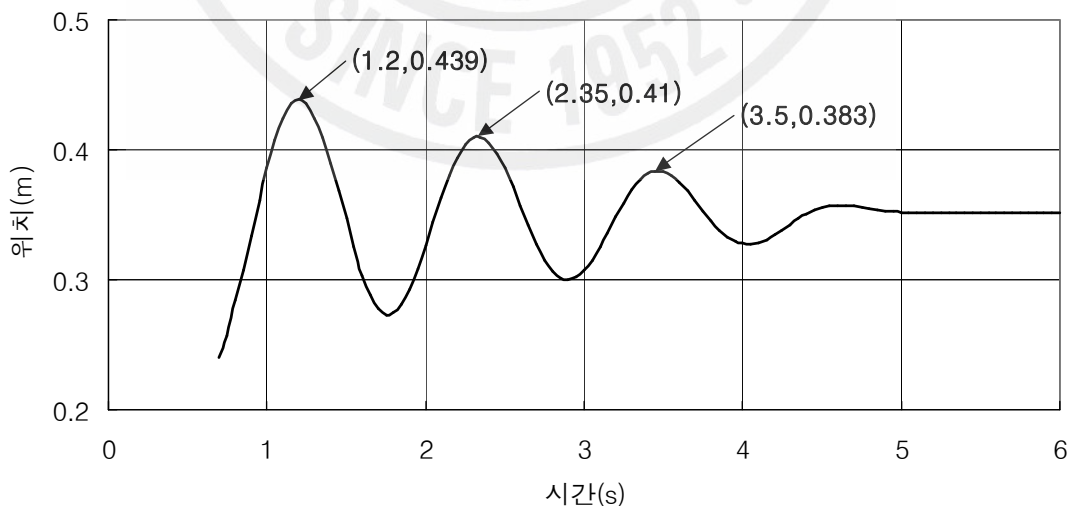


그림 22. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 진폭 $A=10\text{ cm}$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 22에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.15\text{s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=500\text{g}$, 초기진폭 $A=10\text{cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{N/m}$ 이다. 그림 22에서 진폭은 2번 진동하는 동안 0.056m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.056(\pi)^2}{2gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.245$$

가 된다.

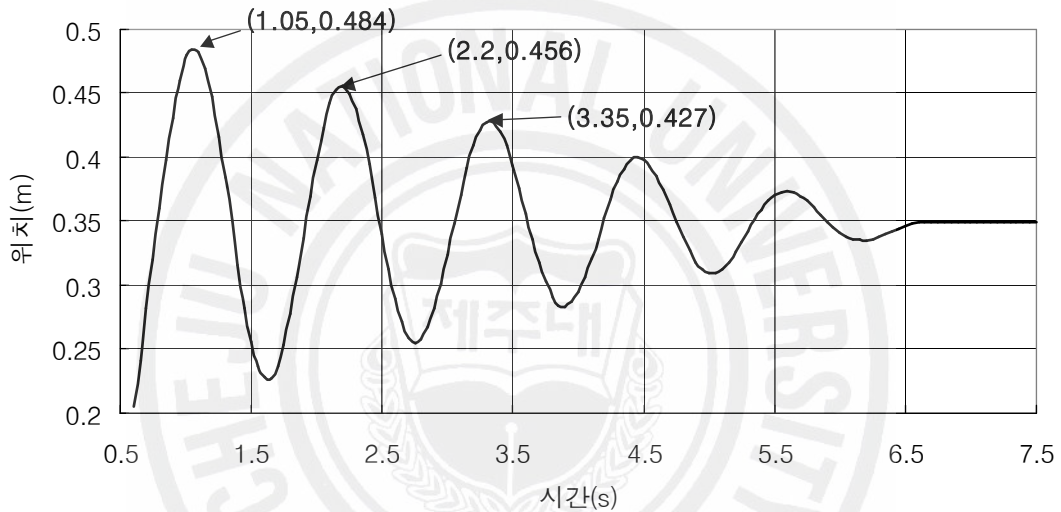


그림 23. 추의 질량 $m=500\text{g}$, 진폭 $A=15\text{cm}$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 23에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.15\text{s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=500\text{g}$, 초기진폭 $A=15\text{cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{N/m}$ 이다. 그림 23에서 진폭은 2번 진동하는 동안 0.057m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.057(\pi)^2}{2gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.249$$

가 된다.

그림 24에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.15\text{s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=500\text{g}$, 초기진폭 $A=20\text{cm}$, 용수철 상수

$k_3 = 14.91 \text{ N/m}$ 이다. 그림 24에서 진폭은 3번 진동하는 동안 0.086 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.086(\pi)^2}{3gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.250$$

가 된다.

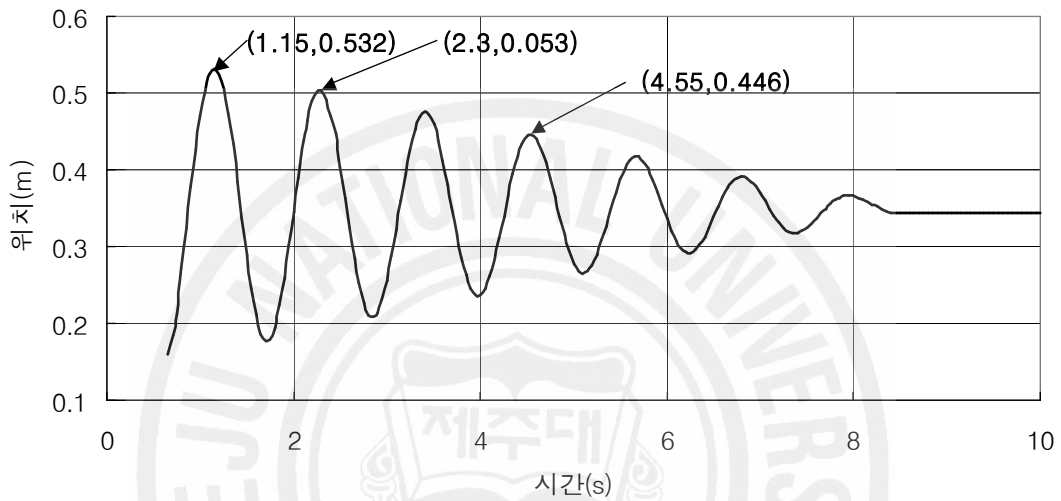


그림 24. 추의 질량 $m=500 \text{ g}$, 진폭 $A=20 \text{ cm}$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

MDF판에 추의 질량 $m=600 \text{ g}$ 일 때 초기진폭을 10 cm , 15 cm , 20 cm 로 늘렸을 때 진동이 감쇠되어 멈추는 시간이 조금씩 길어진다.

표 12. 초기 진폭 변화에 따른 마찰계수 측정값

초기 진폭 (cm)	운동마찰계수		정지마찰계수 (기존방법)
	MBL이용	기존방법	
10	0.245	0.380	0.444
15	0.249		
20	0.250		

표 12는 운동센서를 이용한 감쇠조화진동자의 운동 분석을 통하여 MDF판과 추의 초기진폭변화에 따른 운동마찰계수를 측정된 결과와 기존의 방법으로 구한 마찰계수 측정값을 비교한 것이다.

(5) 마찰면의 각도를 변화시킬 때 감쇠조화진동자의 운동 분석

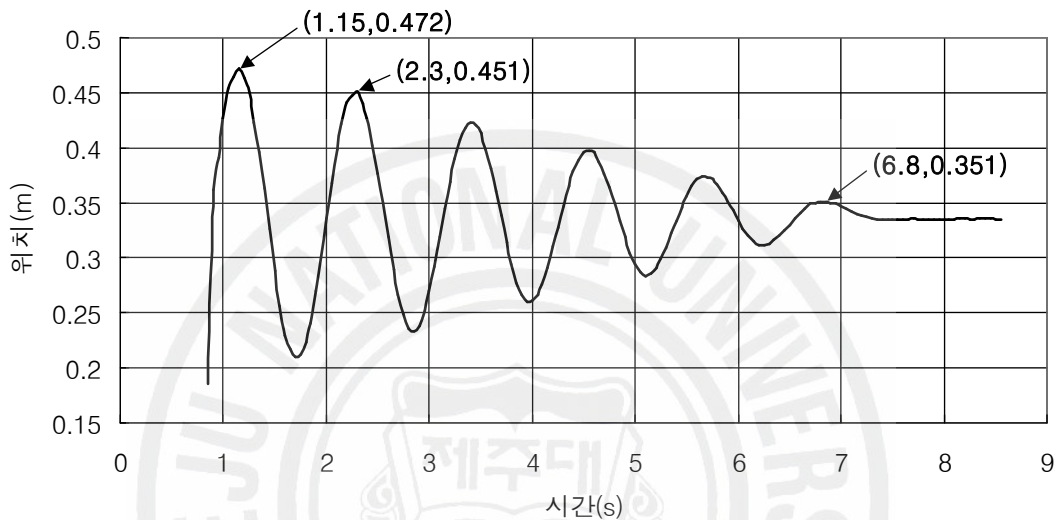


그림 25. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 각도 $\theta=85^\circ$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 25에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.15\text{ s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=85^\circ$, 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 초기진폭 $A=15\text{ cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{ N/m}$ 이다. 그림 25에서 진폭은 5번 진동하는 동안 0.121 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.121(\pi)^2}{5gT^2 \cos 85^\circ} \cong 0.211$$

가 된다.

그림 26에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.15\text{ s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=80^\circ$, 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 초기진폭 $A=15\text{ cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{ N/m}$ 이다. 그림 26에서 진폭은 2번 진동하는 동안 0.080 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.080(\pi)^2}{2gT^2 \cos 80^\circ} \cong 0.175$$

가 된다.

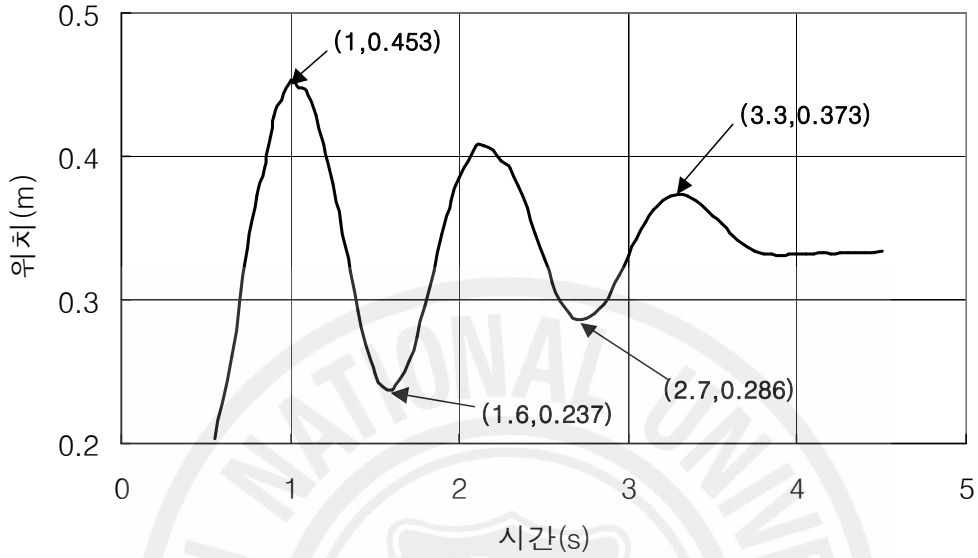


그림 26. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 각도 $\theta=80^\circ$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

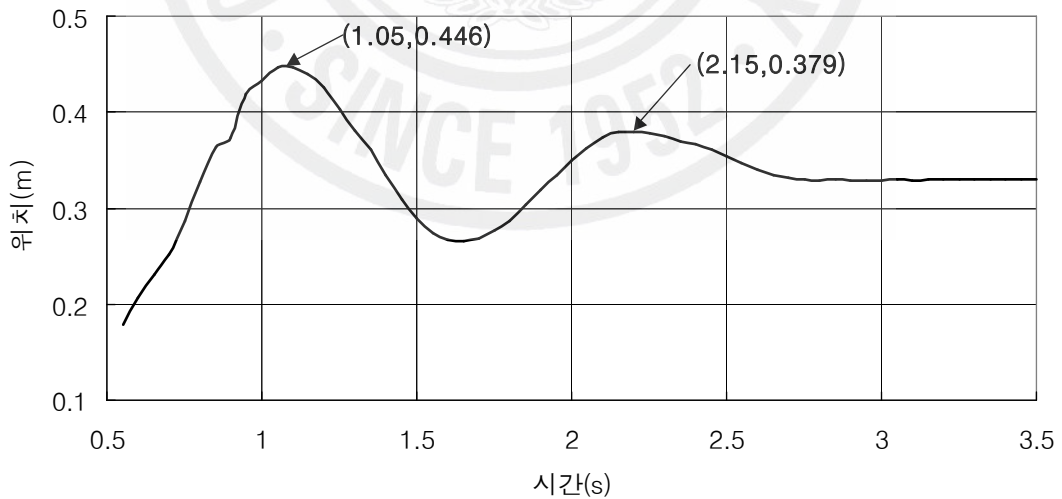


그림 27. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 각도 $\theta=75^\circ$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 27에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.10\text{ s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의

각도 $\theta=75^\circ$, 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 초기진폭 $A=15\text{ cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{ N/m}$ 이다. 그림 27에서 진폭은 1번 진동하는 동안 0.067 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.067(\pi)^2}{gT^2 \cos 75^\circ} \cong 0.197$$

가 된다.

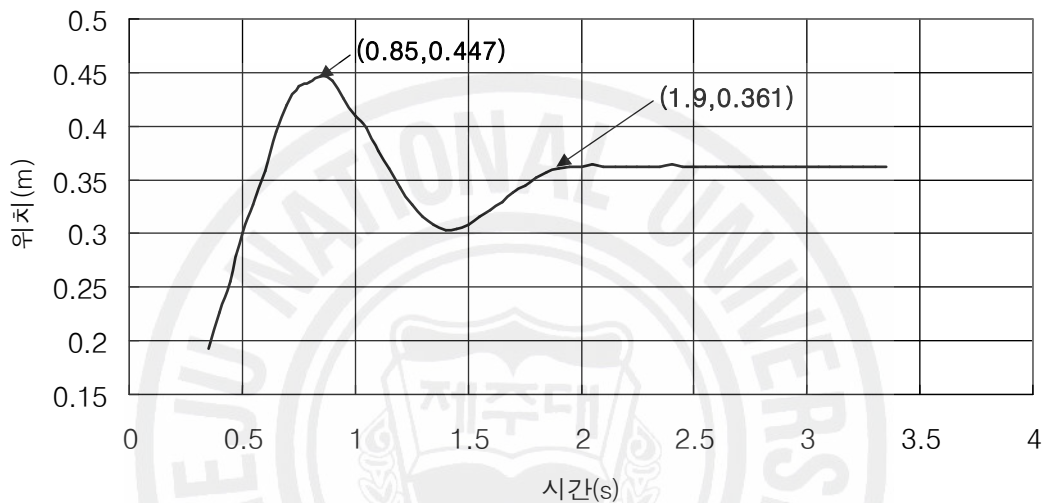


그림 28. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 각도 $\theta=70^\circ$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

그림 28에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.05\text{ s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=70^\circ$, 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 초기진폭 $A=15\text{ cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{ N/m}$ 이다. 그림 28에서 진폭은 1번 진동하는 동안 0.086 m 감소하였으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.086(\pi)^2}{gT^2 \cos 70^\circ} \cong 0.191$$

가 된다.

그림 29에서 단순조화진동자의 주기는 $T=1.00\text{ s}$ 이다. 측정조건은 MDF판의 각도 $\theta=65^\circ$, 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 초기진폭 $A=15\text{ cm}$, 용수철 상수 $k_3=14.91\text{ N/m}$ 이다. 그림 29에서 진폭은 1번 진동하는 동안 0.102 m 감소하였

으므로, 운동마찰계수 μ 는

$$\mu = \frac{0.102(\pi)^2}{gT^2 \cos 65^\circ} \cong 0.184$$

가 된다.

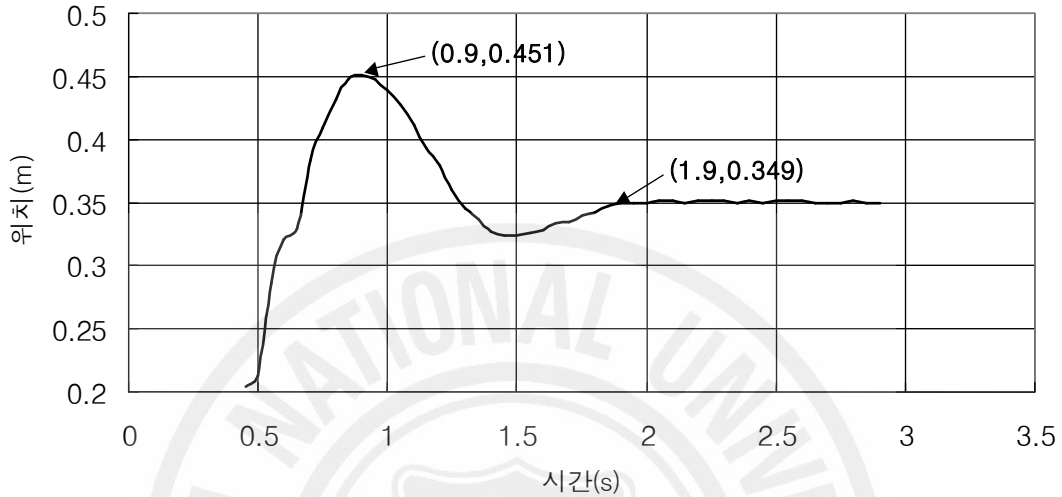


그림 29. 추의 질량 $m=500\text{ g}$, 각도 $\theta=65^\circ$ 인 감쇠조화진동자의 위치측정

표 13. MDF판의 각도 변화에 따른 마찰계수 측정값

경사각도 ($^\circ$)	운동마찰계수		정지마찰계수 (기존방법)
	MBL이용	기존방법	
85	0.245	0.380	0.444
80	0.175		
75	0.197		
70	0.191		
65	0.184		

표 13은 운동센서를 이용한 감쇠조화진동자의 운동 분석을 통하여 추와 MDF판의 각도 변화에 따른 운동마찰계수를 측정된 결과와 기존의 방법으로 구한 마찰계수 측정값을 비교한 것이다.

감쇠조화진동자의 운동 분석을 통하여 운동마찰계수를 측정하는 경우에 개인 및 과실 오차가 발생할 가능성이 적다. 그 이유는 물체를 진동시킨 후에 실험자에 의한 영향을 전혀 받지 않기 때문이다. 그러나 기존의 방법은 실험자가 빗면 위에 놓여 있는 물체를 민 후 물체의 등속운동의 여부를 확인하여 각도를 측정하기 때문에 개인 및 과실 오차가 발생할 가능성이 크다.

따라서 기존의 실험방법 보다 MBL을 이용한 실험방법이 더 정확하게 마찰계수가 측정된다.



V. 결 론

MBL 운동센서를 이용하여 용수철에 의한 단순조화진동과 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 위치를 시간의 함수로 측정하여 주기·용수철 상수·운동마찰계수를 구하는 방법을 제시하였다. 특히, 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 진폭이 선형적으로 감소함을 보여주었다. 이 결과를 이용하여 전통적인 실험 방법으로 구할 수 없었던 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 운동마찰계수를 구하였다. 또한, 전통적인 실험 방법으로 구한 두 물체 간의 정지마찰계수·운동마찰계수·용수철 상수를 MBL을 이용하여 구한 값과 비교·고찰하였다.

용수철 상수를 구하는 전통적인 방법은 용수철에 추를 매달아 길이를 변화시키거나 용수철 저울을 이용하는 방법에 한정되어 있다. 반면 본 연구에서는 전통적인 실험 방법보다 간단하면서도 정밀한 MBL 힘센서와 운동센서를 이용하여 용수철 상수를 구하는 방법을 제시하였다. 용수철 상수 측정에서 기존의 실험 방법인 용수철 저울을 이용하였을 때 저울의 정밀도가 떨어지고, 실험자가 용수철 저울을 당기는 힘의 세기를 조절하기가 어렵다는 단점이 있다. MBL 힘센서를 이용한 측정 방법은 힘의 세기를 정밀하게 측정하는 것은 가능하지만 실험자가 직접 힘센서를 당기므로 용수철 저울과 마찬가지로 힘을 조절하기 어렵다. 그러나 MBL 운동센서를 이용하여 측정한 단순조화진동자의 주기로부터 구한 용수철 상수는 위와 같은 단점들이 없다.

현재 중·고등학교와 대학교 역학실험에서 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 운동은 소개되지 않고 있고, 단지 대학 역학 교재에서 간략하게 이론적으로만 다루고 있다. 따라서 본 연구는 MBL 실험장치의 운동센서를 이용하여 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 운동을 실시간으로 컴퓨터에 그래프로 표현하여 단순조화진동자의 운동과 비교·고찰하였다. 특히 속력에 비례하는 유체(공기, 물 등) 저항력에 의한 감쇠조화진동자의 진폭은 지수함수적으로 감소하는 것과 달리 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 진폭은 선형함수적으로 감쇠함을 잘 보여주고 있다. 운동마찰계수를 측정하는 기존의 방법은 실험자가 빗면 위에 놓여있는 물체를 민 후 물체의 등속운동의 여부를 확인하여 각도를 측정하

기 때문에 개인 및 과실 오차가 발생할 가능성이 크다. 그리고 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 운동은 마찰력 방향이 계속 바뀌기 때문에 운동마찰계수를 해석적으로 구하기 힘들다. 반면에, MBL을 활용한 감쇠조화진동자의 운동 분석을 통하여 운동마찰계수를 측정하는 방법은 물체를 진동시킨 후에 실험자에 의한 영향을 전혀 받지 않기 때문에 개인 및 과실 오차가 발생할 가능성이 작다. 여기서 MBL을 이용한 운동마찰계수는 진폭이 한주기마다 선형적으로 감소한다는 사실을 이용하여 구하였다. 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자에 대한 미분방정식을 수치 해석적으로 푼 해와 실험데이터를 비교하면 운동마찰계수를 더 정밀하게 구할 수 있다. 이 문제는 차후 연구과제이다

MBL을 이용한 미끄럼 마찰력에 의한 감쇠조화진동자의 주기·용수철 상수·운동마찰계수를 구하는 방법을 중·고등학교·대학교 과학교육 현장에 활용하면 실험자에 의한 오차가 적고 측정정밀도를 높일 수 있으며 실시간으로 실험결과가 그래프와 표로 시각화된다. 결론적으로 MBL을 이용한 과학실험 학습프로그램은 기존의 과학실험보다 더 좋은 교육 프로그램을 제공하기 때문에 MBL을 활용하는 실험방법이 많이 개발되어 중·고등학교·대학교 교육현장에 적용되어야 한다.

참 고 문 헌

- [1] Harris Benson, 대학 물리학, (청문각, 서울, 2003), 15장.
- [2] 표윤철 · 박상태 · 이희복 · 육근철, 새물리 51, 213, (2005).
- [3] 류성주 · 정기주 · 이기원, 새물리 54, 10, (2007).
- [4] 이준수 · 이경호, 새물리 52, 1, (2006).
- [5] 고재걸, 역학, (청문각, 서울, 2002), p. 117.
- [6] <http://nucl-a.inha.ac.kr/physics>
- [7] 김현수 · 이창훈 · 홍행화, MBL 과학실험여행, (드림웍스21, 서울, 2004), p. 102.
- [8] 김현수 · 이창훈 · 심재규 · 김광수, 컴퓨터를 활용한 일반역학실험, (북스힐, 서울, 2008), p. 282.
- [9] 임길영 · 이국행 · 신애경 · 박금홍 · 구양삼 · 유정순 · 한상미, MBL 과학실험 Workbook, (코리아디지털, 서울, 2006), p. 138.
- [10] 컴퓨터 활용 과학탐구실험 교재 개발진, 접속! 과학탐구실험, (동아사이언스, 서울, 2007).
- [11] 채광표 · 송용갑 · 김진만 · 김성진 · 정대영 · 장동호, 물리 I, (금성출판사, 서울, 2005).
- [12] 한국교원대학교 과학교육연구소, 물리실험, (지학사, 서울, 2004), p. 61.
- [13] 한국교원대학교 과학교육연구소, 물리실험, (대한교과서, 서울, 1999), p. 50.
- [14] 문동찬 · 변대현 · 서광열 · 강승언 · 이수완, 물리실험, (형설출판사, 서울, 1996).
- [15] 한국물리학회, 일반물리학실험, (청문각, 서울, 1994).
- [16] 이덕동 · 송재원 · 강신원 · 공성호, ABEEK체제에 맞춘 기초 전자 물리학 실험 1, (경북대학교 출판부, 대구광역시, 2007).
- [17] 홍경희 · 조길호 · 박명진 · 이성태 · 신내호 · 이종주, 디지털장비 중심의 일반물리학실험, (청문각, 서울, 2005).

- [18] Kenneth Appel · John E.Gastineau · Clarence Bakken · David L.Vernier
· Richard Sorensen, MBL 물리실험노트, (미디어사이언스, 서울, 2008).
- [19] Donald Volz, Sandy Sapatka, MBL 중고등학교 실험서, (한국과학진흥상
사, 서울, 2008).



ABSTRACT

Motion Analysis of Damped Harmonic Oscillator by Using MBL

A position of damped harmonic oscillator by kinetic friction force was measured as a function of time using MBL motion sensor. A method evaluating the period, the modulus of elasticity and the coefficient of kinetic friction by the theoretical results and the experimental data of damped harmonic oscillator by kinetic friction has been presented. And it was equivalent to the theoretical results that the amplitude of damped harmonic oscillator was being attenuated linearly. Especially, MBL makes it possible to evaluate the coefficient of kinetic friction more precisely which couldn't be evaluated by the existing experimental method. Also, the friction coefficient and the modulus of elasticity evaluated by the traditional experimental method and MBL have been compared and examined.

Keywords : MBL, Kinetic Friction, Damped Harmonic Oscillation,
Coefficient of Kinetic Friction

* A thesis submitted to the committee of the Graduate School of Education, Cheju National University in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of education in August, 2008.