碩士學位論文

高等學校 數學敎科 指導를 위한 數學史 敎授-學習 資料 開發

指導敎授　宋 錫 準

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

濟州大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

孫 永 泰

2001年 8月 日

高等學校 數學敎科 指導를 위한 數學史 敎授-學習 資料 開發

指導敎授 宋 錫 準

이 論文을 敎育學 碩士學位 論文으로 提出함

2001年 4月 日

濟州大學校 敎育大學院 數學敎育專攻

提出者 孫 永 泰

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

孫永泰의 敎育學 碩士學位 論文을 認准함

2001年 7月 日

審査委員長 印

審 査 委 員 印

審 査 委 員 印

<抄錄>

高等學校 數學敎科 指導를 위한 數學史 敎授-學習 資料 開發

孫 永 泰

濟州大學校 敎育大學院 數學敎育專攻

指導敎授 宋 錫 準

본 연구의 목적은 수학 교과에서 필요한 수학사 내용을 수업 시간에 체계적으로 활용함으로써 학생들이 더욱 흥미를 가지고 적극적으로 수업에 참여하게 되고 학습 의욕을 고취시키면서 내적인 학습 동기를 유발시키는데 있다.

이 목적을 위하여 다음과 같은 연구를 하였다.

첫째, 문헌 연구를 통하여 수학의 발달사를 고대의 수학, 중세의 수학, 근대의 수학, 20세기의 현대수학으로 나누어 고찰하였다.

둘째, 고등학교 수학과 교육과정 분석과 교과서에 소개되는 수학사 내용을 분석해서 수학사적인 교수-학습 자료를 개발하였다.

셋째, 수학사를 활용한 학습지도안 1차시 분을 견본으로 작성하였다.

넷째, 수학사에 대한 관심도, 수학사 활용이 수학 학습에 미치는 영향과 기대할 수 있는 효과를 설문 조사해서 분석하였다.

이상의 연구 결과 학교 현장에서 새로운 교수-학습 방법으로 수학사의 도입과 활용이 활성화되어야 할 것이다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

---

* 본 논문은 2001년 8월 제주대학교 교육대학원 위원회에 제출된 교육학 석사학위 논문임.

목 차

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

표 목 차

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

그 림 목 차

I. 서론

1. 연구의 필요성

수학은 인류의 역사와 더불어 시작되었다고 할만큼 가장 오래 된 학문에 속한다. 역사적으로 수학은 기원전 2000년경(바빌로니아, 이집트)까지 거슬러 올라간다. 특히 기원전 5세기부터 3세기까지(그리스)와 17세기경(유럽에서 미분과 적분의 계산법)의 풍요한 발달 시기를 거쳐 20세기초까지, 자연과학 및 공학적인 문제와 밀접하게 결부되어 기하학, 대수학, 해석학의 고전적 분야가 크게 발달하였다. 20세기에는 실용수학의 새로운 분야(추측 통계학, 컴퓨터 과학)가 탄생하였다.[1]

그래서 수학적 개념은 처음부터 잘 다듬어진 산물이 아니고 수많은 시행착오와 사고를 통하여 다듬어지고 발달되어 온 것이다. 수학 수업은 수학의 발달에서 나타난 다양한 경험이 재현되도록 조직될 필요가 있다. 수학적 개념을 역사적으로 살펴보는 것은 학생들이 개념 이해 과정에서 내적인 동기를 유발시키는데 도움이 될 것이다.[2]

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

고등학생들의 현행 교실 수학 수업은 수학사가 수업의 소재로 충분히 활용되지 못하고 다만 교과서 중심의 내용 설명과 문제 풀이로 이루어지고 있다. 따라서 수학 교육의 제일 중요한 문제점은 학생들이 수학 과목을 어렵고 재미없는 과목으로 생각하는 바람직하지 못한 부정적인 태도라고 할 수 있다. 이로 인하여 학습 결손이 누적되어 수학에 대한 부담감과 열등감에 싸여 생활하는 학생들이 많다. 수학 교육의 중요성을 알면서도 일상생활에서 수학 교육의 필요성을 느끼지 못하고 있는 실정이다. 다만 수학을 입시 과목으로만 생각하는 경향이 많다.

제7차 교육과정의 편성에서 수학적 성향에 대한 평가는 학생들의 수학에 대한 바람직한 가치관이나 수학 학습에 대한 관심과 흥미의 정도를 파악할 수 있도록 한다

---

1) 교육부(1995),「고등학교 수학과 교육과정 해설」, 대한교과서 주식회사, p.66.
2) 류희찬(1996), "우리 나라 수학교육의 환경 : 그 문제점과 개선책",「수학교육 제13집」, 제주도 중등수학교육연구회, p.96.

고 하였다.[3] 이와 관련하여 긍정적인 수학적 성향을 심어 주기 위해 수학 교과에 수학사를 도입해서 학생들에게 관심과 흥미를 갖게 함으로써 좋은 학습태도와 바람직한 가치관을 형성할 수 있게 한다. 한편, 제7차 교육과정에서「수학의 발달」을 교양과목으로 편성하려고 하였으나 뜻을 이루지 못하였다.

현실적으로 입시를 위한 참고서와 문제집은 많이 출판되었지만 수학사를 위한 참고 서적은 너무 부족한 실정이다. 실제로 수학 수업은 수학의 발달에서 나타난 다양한 개념을 역사적으로 고찰할 필요가 있다. 이를 해결하기 위해서 학교 현장에서는 새로운 교수-학습 방법이 필요하다. 따라서 학생들이 수학 학습에 대한 긍정적인 사고와 자신감을 가지고 내적인 동기 유발을 형성하기 위해서 수학사의 도입과 활용이 필요하다고 생각되어 이 연구를 추진하게 되었다.

2. 연구의 목적

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

아무리 훌륭한 교육목표가 설정되어도 학습지도가 효율적이지 못하면 쓸모가 없다. 이러한 학습지도가 효율적으로 이루어지기 위해서는 교사들의 수업 방법도 중요하지만 학생들의 수업에 대한 관심도가 더 중요하다. 수업에 대한 관심도를 높이기 위해서는 실제 교수—학습이 일어나는 상황에서 학습자의 동기 유발을 형성할 내적인 요인을 찾아 이를 개선시켜 줌으로써 보다 쉽게 학습의 효과를 높일 수 있다.

그렇게 하기 위해서는 수학적인 이론이나 문제풀이 외 새로운 교수-학습 자료를 필요로 한다. 수학 교과서 각 단원 첫머리에 소개되어 있는 수학사 내용은 수학적 개념의 발달 과정과 유명한 수학자의 인물 소개이다. 학생들이 수학 교과에 흥미를 가지도록 하려면 교육과정을 편성할 때 교과 내용과 관련된 다양하고 많은 수학사 내용의 도입이 절실히 필요하다.

본 논문에서는 수학 교육을 위해 먼저 수학사를 고등학교 교과내용과 관련되는 부분을 중심으로 고대의 수학, 중세의 수학, 근대의 수학, 20세기의 현대수학으로 나누

3) 교육부(1997), 「수학과 교육과정(별책8)」, 대한교과서 주식회사, p.87.

어 고찰하였다. 그리고 학습내용과 연관된 흥미로운 수학사적인 이야기와 수학자들의 업적 및 일화 등을 수학 수업을 위한 이야기 소재로 병행한다면 재미있는 수업이 될 것이다. 또, 「0의 발견」과 같은 신비로운 주제를 소개한다면 수업은 더욱 더 흥미롭게 될 것이다.

따라서 본 연구는 수학 교과에서 필요한 수학사 내용을 수업 시간에 체계적으로 활용함으로써 학생들이 더욱 흥미를 가지고 적극적으로 수업에 참여하게 되고 학습 의욕을 고취시키면서 내적인 학습 동기를 유발시키는데 목적이 있다.

3. 연구의 범위

1) 수학의 발달사중에서 이론적 배경은 고등학교 교과내용과 관련되는 부분만을 다루었다.

2) 제6차 교육 과정에 따른 수학Ⅰ교과서(9종) 수열・극한・미분법・적분법 단원에 소개되는 수학사 내용을 비교 분석하였다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

3) 수학Ⅰ 교과서 수열・극한・미분법・적분법 단원에 필요한 수학사적인 교수-학습 자료를 개발하였다.

4) 수학Ⅰ 교과서 수열 단원을 지도하기 위해서 수학사를 도입한 1차시 분의 학습 지도안을 작성하였다.

II. 수학의 발달사

-고등학교 교과내용과 관련되는 부분을 중심으로-

인류의 역사에서 기록을 하기 위해 글을 사용한 것은 불과 6000년 정도이지만, 수의 개념과 셈법은 역사가 기록되기 훨씬 이전부터 발전되어 왔다. 원시시대는 사람 수를 셀 때 손가락을 하나씩 접는다든지, 또는 돌이나 막대기를 모은다든지 해서 셈을 했다는 사실은 인류학자들의 원시인에 관한 연구로 뒷받침되고 있다.

고대 바빌로니아, 이집트, 그리스, 로마 및 유럽의 중세에서도 셈할 때 손가락을 사용했던 흔적이 발견되고 있다. 그래서 손가락을 전부 사용할 수 있는 방법이 편리하므로 결국 10을 밑수(基數, base)로 하는 **10진법**이 널리 쓰이고 있다.

이와 같이 수학의 역사는 인류의 역사와 더불어 오래 되었고, 수학은 문명의 중요한 구성요소가 되었으며 농경생활에 필요한 천문 관측과 토지 측량 등에 사용하였다.

수학이 학문으로서 관심을 갖게 된 것은 대체로 기원 6세기 경 고대 그리스 시대부터이다. 그 이전에도 문명의 꽃을 피운 고대의 바빌로니아, 이집트, 인도, 중국 등에서 상당한 수준의 수학적인 지식이 발달되었다.

제주대학교 중앙도서관

1. 고대의 수학

1) 바빌로니아 수학

바빌로니아 수학은 고대 메소포타미아에서 발달한 수학을 의미한다. 메소포타미아는 유프라테스 강과 티그리스 강 사이에 있었고 대체로 오늘날 이라크 지역을 말한다. 기원전 4000년대에 바빌로니아 사람들이 고안했던 **쐐기문자**는 문헌상 세계에서 가장 오래된 문자이다.

19세기 후반에 메소포타미아에서 활동한 고고학자들은 약 50만 개의 점토판을 발

굴하였다. 그 점토판에는 쐐기문자로 글자가 새겨져 있다. 수학적 내용을 담은 점토판은 현재까지 약 300개 정도가 발견되었다. 이들은 런던의 대영 박물관을 비롯하여 루브르 박물관, 베를린 국립박물관, 이라크 박물관 등에 소장되어 있다. 이 점토판에는 수학에 관한 표와 문제가 적혀 있고 분수도 사용하였다.

기수법은 **60진법**을 사용하였으며 「자리의 원칙」이 있고 각 자릿수를 콤마로, 분수부분을 세미콜론으로 분리하였다. 지금도 시간이나 각을 측정할 때 60진법을 사용한다. 숫자의 빈자리에는 0을 놓았지만 계산에는 사용하지 않았다.

대수학은 기원전 2000년 전에 이미 **일차방정식**과 **이차방정식**을 풀었다. 이차방정식은 가끔 미지수가 2개인 두 방정식의 형태 $x+y=a,\ xy=b$로 나타난다.

기하학은 기원전 2000년부터 기원전 1600년 사이에 실제 측량과 관련된 내용을 다루었다. 원주율 π는 3을 이용하였다.

2) 이집트 수학

고대 이집트 사람들은 나일강이 정기적으로 범람하므로 피해의 정도에 비례해서 세금을 계산해야 하므로 수의 계산도 상당히 발달되었다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

그들은 **신성문자**(神聖文字)를 사용하였다. 신성문자는 기념비와 신전의 벽 등에서 발견되고 친숙한 동물이나 물체의 그림으로서 어떤 생각을 나타내었다.

고대 이집트 문헌들은 **파피루스**[4] 로 되어 있다. 수학적 내용을 담고 있는 파피루스는 모스크바 파피루스와 린드 파피루스이다. 모스크바 파피루스는 기원전 1850년경 편찬되었고, 1893년에 러시아인 고레스체프가 이집트에서 구입하였다. 영국의 대영박물관에 소장되어 있는 린드 파피루스는 기원전 약 1650년경 이집트의 신관(神官) 아메스가 기술하였고, 1877년 독일의 고고학자 아이젠로올에 의하여 현대어로 번역되었다. 린드 파피루스는 아메스 파피루스라고도 하며, 정리나 법칙은 없고 같은 종류의 문제를 계속해서 풀었다.

특히 신기한 것은 아메스 파피루스 속에서 2를 5부터 99까지의 홀수로 나눈 몫을

4) 갈대의 섬유로 만든 고대 이집트의 서사용(書寫用)재료이고 종이와 같이 얇다. 영어의 paper 의 어원은 여기에 있다.

다음과 같이 **단위분수**의 합으로 표시하였다.

$$\frac{2}{65}=\frac{1}{39}+\frac{1}{195}, \qquad \frac{2}{67}=\frac{1}{40}+\frac{1}{335}+\frac{1}{536}$$
$$\frac{2}{69}=\frac{1}{46}+\frac{1}{138}, \qquad \frac{2}{71}=\frac{1}{40}+\frac{1}{568}+\frac{1}{710}$$

기수법은 수직인 막대기는 1, 둘째손가락은 10000, 올챙이는 100000, 또 놀란 사람의 형상은 1,000,000등을 나타내는 **10진법**을 사용하였다.

대수 문제는 빵의 분배, 가축들의 먹이 혼합에 관한 것인데 대부분 **일차방정식**으로 되었다.

예를 들면, "미지수가 있고, 미지수의 $\frac{2}{3}$와 미지수의 $\frac{1}{2}$과 미지수의 $\frac{1}{7}$과 그 미지수 전체로서 33이 된다." 의 형이다. 오늘날 표기법으로는 $\frac{2}{3}x+\frac{x}{2}+\frac{x}{7}+x=33$ 이다.

기하학은 삼각형, 직사각형, 사다리꼴 등에 관한 넓이를 계산하는 문제들을 다루었다. 원주율 π는 $\left(\frac{16}{9}\right)^2=3.1604\cdots$ 을 이용하고 있다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

3) 그리스 수학

기원전 7, 8세기부터 그리스 사람들은 바빌로니아, 이집트 등과 무역을 하면서 바빌로니아에서 대수학, 이집트에서 기하학을 배웠다.

고대 바빌로니아와 이집트에서는 실제생활에 필요한 토지측량, 토목공사 등에 수학을 이용하였다. 그러나 그리스 사람들은 "왜 이등변 삼각형의 두 밑각이 같은가?" 또는 "왜 원은 지름에 의하여 이등분되는가?" 등 논증적 방법에 대한 시도가 나타났다. 이런 논증수학은 기원전 6세기 초반에 활약한 밀레투스의 탈레스(Thales, B.C. 624?~546?)로부터 시작한다.

(1) 탈레스

탈레스는 이집트에 유학하여 배운 기하학을 그리스에 소개하였다. 탈레스가 발견한 정리에는 다음과 같은 것들이 있다.

① 두 직선이 만날 때 그 맞꼭지각은 같다.

② 이등변 삼각형의 두 밑각은 서로 같다.

③ 두 개의 삼각형에서 두 변의 길이와 그 끼인각이 같으면 두 삼각형은 합동이다.

(2) 피타고라스 학파

피타고라스(Pythagoras, B.C. 572 ?∼492 ?)는 탈레스의 학문을 계승받았다. 그는 이집트에 유학하였고 남부 이탈리아의 크로톤에 피타고라스 학교를 세웠다. 이 학교에서 우주의 조화로서의 수학을 목표로 하여「만물은 수이다.」라고 주장하였다.

다음 내용들은 피타고라스 학파들이 발견한 것이다.

① **완전수** : 자기 자신 이외의 약수들의 합으로 나타내어지는 수

6=1+2+3

28=1+2+4+7+14

496=1+2+4+8+16+31+62+124+248

② **삼각수** : 1, 3, 6, 10, 15

사각수 : 1, 4, 9, 16, 25 (삼각수의 두 인접수의 합)

오각수 : 1, 5, 12, 22, 35

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

③ **피타고라스 정리** : 직각삼각형에서 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 합과 같다.

(3) 엘레아 학파

엘레아 학파는 이탈리아의 엘레아 지방에 있던 학문의 일파이다. 수학을 중요시하지 않고 오히려 학문으로부터 제외하려고 하였다. 그러나 피타고라스 학파처럼 역사적으로 큰 역할을 하였다. 그 중에서도 유명한 것은 **제논** (Zenon, B.C. 490 ?∼429 ?) **의 역설**[5] 이다. 그는 수학과 철학에서의 중요한 개념인 운동과 연속에 관하여 역설을 제시하였다.

① **이분할(二分割)의 역설** : A에서 B로 가는데, B까지 도달하려면, AB의 중점 C_1 에 도달해야 한다. 마찬가지로 A와 C_1과의 중점 C_2에 도달해야 한다. … 이것을 무한히 계속하여야 하므로, 결국 B까지 도달할 수 없어, 운동을 할 수 없다.

5) 박세희(1986),「수학의 세계」, 서울대학교 출판부, p.18., p.19.

② **아킬레스와 거북** : 그리스의 전설에 나오는 아킬레스처럼 빨리 달리는 사람도 거북이를 따라갈 수 없다. 거북이가 앞서서 A에 있고, 아킬레스가 B에서 동시에 출발할 때, 아킬레스가 A에 도달하면, 거북이는 전진하여 A_1점에 가 있다. 아킬레스가 A_1점에 도달하면 거북이는 그 보다 앞선 A_2점에 가 있다. 이 같이 생각하면 아킬레스는 거북이를 따라 갈 수 없다.

③ **날으는 화살** : 날으는 화살은 각 순간에 있어 일정한 위치를 차지한다. 즉 화살은 각 순간에 있어 그 위치에서 정지하고 있다. 따라서 화살은 운동할 수 없다.

제논의 역설은 귀류법적 추론으로서 논란이 많지만 중요한 것은 논리성이다.

(4) 소피스트

기원전 480년에 아테네 군대가 살라미스 해전에서 페르시아 군을 이긴 후, 그리스의 상업은 융성하게 되었고 아테네는 부강해졌다. 아테네는 지식의 발달의 중심지로서 피타고라스 학파의 사람들도 오고 엘레아 학파인 제논도 들어왔다. 아테네 사람들은 천한 일을 노예에게 시키고 교육을 받기를 원하였다. 그들을 가르치는 교사들을 소피스트라 불렀다. 소피스트들의 중요한 연구과제는 그 유명한 **3대 작도 문제**였다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

① 정육면체의 배적 : 주어진 정육면체의 2배의 체적을 가진 정육면체를 만드는 것

② 각의 삼등분 : 임의의 각을 삼등분 하는 문제

③ 원적 : 주어진 원과 동일한 면적을 갖는 정사각형을 작도하는 문제

이 세 문제가 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 유한 번 사용해서는 작도할 수 없음을 그리스인들은 알고 있었다. 실제로「불가능임을 증명」한 것은 19세기이다.

(5) 알렉산드리아 학파

알렉산드리아는 알렉산더 대왕이 기원전 332년에 이집트를 정복하여 건설한 도시였다. 알렉산더 대왕이 죽은 후 이집트의 프톨레마이오스 왕은 서울 알렉산드리아에 여러 가지 문화를 도입하고 학자를 초빙하여 학문의 중심지로 만들었다. 이 시대의 대표적인 학자가 바로 **유클리드** (Euclid, B.C. 300?)다. 그는 프톨레마이오스 왕에게 "기하학에는 왕도가 없습니다." 라고 직언 할만큼 용기 있는 수학자였다.

기원전 300년경 그는 열세 권으로 된 책「**원론**」(스토이케이아)에서 그리스 기하학과 수론에 대하여 저술하였다. 유클리드가 사용한 공리적 방법은 오늘날 「순수수

학」의 기본이 되었고,「원론」은 초등수학의 교과서의 기초가 되었다.

그리고 알렉산드리아 학파의 삼대 학자 중의 나머지 두 사람은 아르키메데스와 아폴로니우스이다.

아르키메데스(Archimedes, B.C. 287～212)는 수학자인 동시에 물리학자이다. 그의 포물선 구적은 포물선(곡선)과 그 현(직선)으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하는 문제이다. 이것이 바로 **적분학**의 기초가 되었다.

아폴로니우스(Apollonius, B.C. 260?～200?)는 모두 8권으로 된「원추곡선론」에서 원뿔의 절단 자취로서 **원뿔곡선(원, 타원, 포물선, 쌍곡선)**을 논하고 있다.

그리스 수학의 말엽에 가장 훌륭한 학자는 디오판투스(Diophantus, 246～330)이다. 그는 수론에 대하여 연구하였다.「산학」은 그의 가장 중요한 저술로서 13권의 책으로 되어 있는데 그 중 6권만이 현재 남아 있다.

2. 중세의 수학

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

1) 인도 수학

그리스 수학이 몰락한 후, 인도에서는 천문학과 역법(曆法)을 중심으로 수학이 발달되었다.

고대 인도인들이 남긴 가장 큰 공적은 **「0의 발견」**이다. 「영(零)」은 산스크리트어로는 공(empty)을 뜻한다. 빈자리를 채운다는 뜻이다. 0이라는 기호를 사용해서 자리의 원칙을 세움으로써 10진법이 완전하게 되었다. 현재 사용하고 있는 0의 정확한 기록은 서기 876년에 인도에서 쓰여진 것이 최초인데 •으로 나타내었다. 인도 기수법은 아라비아를 경유해서 12세기가 되어 유럽으로 전하여졌다. 오늘날 우리들이 쓰고 있는 **10진법**을 **아라비아 기수법**이라고 부르는 이유가 여기에 있다.

인도 고대 수학은 양수, 0, 음수의 개념을 확립하였다.

아랴바타(Aryabhatta, 476?～550?)와 브라마굽타(Brahmagupta, 598～660)는 일반적인 이차방정식의 근을 얻었고 때로는 양근, 때로는 음근을 취하고 있다. 이에 대하

여 바스카라(Bhaskara, 1114~1185)는 이차방정식을 오늘날과 같은 방법으로 풀고 두 근을 가짐을 명백히 인정하였다. 그는 다음과 같이 기록하고 있다.[6)]

"양수의 제곱도 음수의 제곱도 양수이다. 따라서, 양수의 제곱근은 두 개 있고, 그 하나는 양수, 다른 하나는 음수이다. 그러나, 음수의 제곱근은 존재하지 않는다. 왜냐하면, 음수는 절대로 어떤 수의 제곱이 될 수는 없기 때문이다."

위의 **이차방정식**의 근의 공식을 보면 근이 존재하는 범위는 **실수**전체의 집합만으로 충분하지 않고 **복소수** 전체의 집합으로까지 확대해야 한다는 것을 알 수 있다.

사실상 인도의 수학은 7세기 이후는 전쟁, 내란 등으로 연구를 계속할 수 없었다. 본질적으로 브라마굽타를 최후로 인도의 수학은 몰락되었다.

2) 아라비아 수학

7세기 경 아랍권에서는 아라비아인들이 강력한 회교 국가를 세웠다. 교주(教主)들은 학문을 장려하였고 유클리드, 아르키메데스, 디오판투스 등의 책이 아라비아어로 번역되면서 그리스 수학은 아라비아로 전파되었다. 한편 아라비아인들이 상업상 여행을 자주 함에 따라 바그다드에는 브라마굽타의 저서를 위시해서 여러 가지 인도의 수학서도 소개되었다. 그래서 인도의 기수법도 아라비아로 전해지고 나중에 유럽으로 건너갔다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

아라비아에서는 그리스 수학과 인도 수학이 합해져서 9세기에서 10세기는 아라비아 수학의 황금기가 되었다. 아라비아 수학에서 그리스의 영향과 인도의 영향이 가장 현저히 나타난 것은 알콰리즈미(Alkhwarizmi, 780~850)의 책이다. 그는 「알제브르 왈무카발라(Al-gebr w'almuqabala)」라는 대수학 책을 썼는데 인도 형식의 산술 교과서이다. 이 책에는 일차방정식, 이차방정식의 풀이법이 나타나 있다.

아라비아인들은 인도의 기호를 사용하는 대수와 그리스의 기하학을 결부시킨 기하학적 대수를 만들었다.

3) 유럽 수학

---

6) 상게서, p.48.

로마제국이 몰락하는 5세기 중엽에서 11세기에 이르는 기간을 유럽의 암흑시대라고 한다. 이 기간에는 학교 교육은 없어지고 그리스의 학문도 거의 사라지고 있었다.

로마의 수학자는 오직 6세기에 활약하였다가 순교한 보에티우스(Boethius, 475?~524?)를 들 수 있다. 기하학과 산술에 관한 그의 저작이 수세기 동안 수도원 학교의 표준 교과서로 사용되었다는 점이 중요하다.

그 뒤, 11세기말에서 13세기 중엽에 십자군 원정으로 인해서 농업이외에 상업이 발전되었고 도시들도 개발되었다. 아라비아의 학자들은 유럽으로 초청되고 아라비아말로 된 유클리드의「원론」, 프톨레마이오스의「알마게스트」등이 라틴어로 번역되었다. 그 결과 서유럽의 학문적 수준이 차차 높아져 문예부흥의 길을 열었다. 상공업자들은 상업수학을 가르치기 위한 학교를 설립하였고, 교회측은 학문을 가르치기 위한 대학을 설립하였다. 1200년에 파리 대학이 설립되고, 1225년까지 영국에서는 옥스퍼드 대학과 케임브리지 대학, 이탈리아에서는 나폴리 대학이 설립되었다.

이때까지의 수학은 신부들이 가르쳤다. 그래서 실용적이지 못하였고 계산은 수판을 사용하였다. 한편 상공업이 발달하면서 수판에 의한 계산 대신에 실용적이고 빠른 인도의 기수법과 계산법이 보급되었다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

13세기초 중세에서 가장 유능한 수학자 피보나치(Fibonacci, 1170?~1250)가 이탈리아의 상업 도시 피사에서 태어났다. 그는 이집트, 시칠리아, 그리스, 시리아 등을 여행하면서 인도와 아라비아의 수학을 알게 되었다. 인도와 아라비아의 계산술의 우수성을 확신하게 된 피보나치는 1202년에 고향으로 돌아와서, 그의 유명한 저서「산반서(算盤書, Liber abaci)」를 1228년에 출간하였다. 이 책은 15장으로 되어 있고 인도와 아라비아의 수학, 기수법, 계산법 등을 설명하고 있다. **피보나치**(Fibonacci)라고 불리는 **수열**에 관한 문제도 나온다.

13세기 중엽부터는 영국과 프랑스의 백년전쟁과 유행병 때문에 문화적인 발전이 없었다. 이 시기에 수학자로서 중요한 사람은 프랑스의 주교 오렘(Oresme, 1323~1382)이다. 그는 **거듭제곱**의 개념을 생각하였고, 오늘날의 함수 $y=f(x)$의 변화 상태를 그래프로 나타내는 것도 시도하였다.

3. 근대의 수학

1) 문예부흥과 15, 16세기 수학

15세기는 학문과 예술, 문화에서 유럽의 문예부흥이 시작되는 시기이다. 문예부흥은 유럽에서 고대 그리스와 로마의 학문과 예술의 부흥, 인간적이며 자유로운 새 문화가 일어난 것을 말한다.

문예부흥과 더불어 수학도 15세기 중엽부터 주로 무역, 항해, 천문학, 관측 등과 관련하여 번창하는 상업도시에서 활발하게 연구되었다.

1450년에 구텐베르크가 인쇄술을 발명한 후 수학 책도 인쇄하게 되었다. 실용수학에 관한 책도 출판되었다. 예를 들면, 1489년에 비트만(Widmann, 1460?~?, 독일)은 「상업을 위한 훌륭한 계산」이라는 책을 출판하였다. 오늘날 우리들이 쓰고 있는 기호「＋」,「－」는 이 책에서 최초로 사용되었다.

16세기는 기호대수가 시작되는 시대였다.

① 루돌프(Rudolph, 1500~1545, 독일)는 1525년에「미지수」라는 대수학 책에서 **근호기호** $\sqrt{\ }$ 를 사용하였다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

② 슈티펠(Stifel, 1486~1567, 독일)은 1544년에「산술총서」라는 책에서 대수기호 $+$, $-$, $\sqrt{\ }$ 를 사용하였다.

③ 레코드(Recorde, 1510~1558, 영국)는 1557년에「지혜의 숫돌」이라는 대수학 책에서 처음으로 **등식기호**를 사용하였다.

④ 스테빈(Stevin, 1548~1620, 벨기에)은 1585년에「라 디즘」이라는 책에서 각 소수의 자리에 대응하는 첨수를 붙여서 **소수**(小數)이론을 고안하였다. 오늘날 쓰고 있는 소수점 대신에 0을 사용하였다. 예를 들면 5.235를 $\begin{smallmatrix}0&1&2&3\\5&2&3&5\end{smallmatrix}$ 으로 표시하였다.

⑤ 비에트(Viète, 1540~1603, 프랑스)는 1591년에 「해석학 서설」이라는 책에서 미지량을 표시할 때는 모음을, 기지량을 표시할 때는 자음을 사용하였다. 또＋, －기호와 **거듭제곱** A^2, A^3 를 사용하여 식의 표기에 대한 기초를 다졌다.

2) 17세기의 수학

17세기는 수학의 역사에서 가장 빛나는 황금시기로서 새롭고 다양한 분야들이 나타났다. 특히 해석기하학과 미분적분학이 형성되어 자연과학의 기초가 확립되었다.

(1) 네이피어와 브리그스

천문학, 공학 등의 발달로 수치 계산이 복잡해졌기 때문에 계산을 좀 더 빠르게 할 수 있는 방법을 찾게 되었다. 그 방법 중의 하나로서 17세기초에 네이피어(Napier, 1550～1617, 스코틀랜드)가 곱셈을 덧셈으로, 나눗셈을 뺄셈으로 바꾸어서 계산할 수 있는 **로그**를 창안하였다. 그는 1614년에 로그에 관한 논문 「놀라운 로그 체계의 기술」을 발간하였다. 옥스퍼드 대학의 교수가 된 브리그스(Briggs, 1556-1631, 영국)가 네이피어를 방문했을 때, 그들은 1의 로그값이 0, 10의 로그값이 1이 되게 하였다. 이것이 바로 오늘날의 **상용로그**다.

한편 **자연로그**는 뷔르기(Bürgi, 1552-1632, 스위스)가 정의하였다.

(2) 해리어트와 오트레드

해리어트(Harriot, 1560～1621, 영국)는 「해석술의 연습」이라는 책에서 대수적 표현을 기호를 사용함으로써 근대 대수학의 체계를 완전히 갖추었다. 미지수는 모음문자, 상수는 자음문자를 사용하는 비에트의 방식을 따랐고 소문자를 사용하였다. aa를 a^2으로 aaa를 a^3으로 표시하였다. 또「…보다 크다」를 기호 〉, 「…보다 작다」를 기호 〈 로 처음 사용하였다.

오트레드(Oughtred, 1574～1660, 영국)는 「수학의 열쇠」라는 책에서 곱셈기호를 「×」로 사용하였지만, 알파벳의 X와 혼돈하였다. 그래서 그는 「×」대신에 때때로「•」로 사용하였다. 또 두 수 사이의 차의 기호를 「～」로 사용하였다.

1659년에 란(Rahn, 1622-1676, 스위스)이 저술한 대수학 책에서 나눗셈 기호 「÷」를 처음으로 사용하였다.

(3) 해석기하학과 데카르트

중학교에서 나오는 도형의 성질은 대부분이 기원전 3세기 유클리드의 기하학 원본에서 다루어진 것이다. 즉 초등기하학은 기원전에 발견된 것이다.

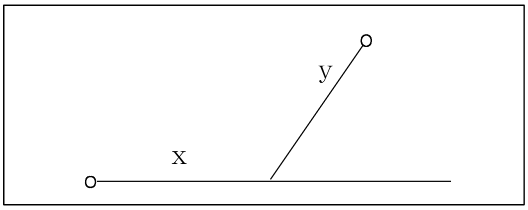
17세기에 나타난 데카르트(Descartes, 1596～1650, 프랑스)의 기하학은 그 이전의 기하학을 크게 변화시켰다. 그는 기하학과 대수학을 혼합하여 도형을 수식으로 나타내어 계산함으로써 도형의 성질을 연구하였다. 이와 같이 좌표를 도입하여 도형을 대

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

수적인 양의 관계로 나타내어 대수적으로 다루는 기하학을 해석기하학이라고 한다.

그는 1637년에 출간한 「방법서설」의 부록「기하학」제1권에서 주어진 축을 x로, 이 축에 고정된 각도의 모서리를 y로 표시하였다.

<그림 1> 데카르트의 x축과 y축



(4) 페르마

페르마(Fermat, 1601?~1665, 프랑스)는 법학을 전공한 후 변호사가 되고, 30살이 넘은 후 수학을 연구하였다. 1621년에 발간된 디오판토스의「산학」의 라틴어 번역판을 읽고 영향을 받아 정수론을 연구하게 되었다.

“ $n>2$일 때 $x^n+y^n=z^n$을 만족하는 양의 정수 x, y, z, n은 존재하지 않는다. ” 이 유명한 추측이 바로「페르마의 마지막 정리」로 알려져 있다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

(5) 미적분학과 뉴턴, 라이프니츠

17세기의 수학에서 가장 중요한 성과는 뉴턴(Newton, 1642~1727, 영국)과 라이프니츠(Leibniz, 1646~1716, 독일)가 각각 독립적으로 발견한 미적분학이다.

고등학교 교과서에서는 미분법을 먼저 배우고 적분법을 공부하지만, 역사적으로는 적분법이 미분법보다 먼저 발달되었다.

적분법은 구분구적분에서 합을 구하는 과정에서 얻어진 것이고 넓이나 부피, 호의 길이를 구하는데 이용하였다.

적분법의 시초는 고대 그리스 시대 아르키메데스의 구분구적분에서 시작되었다. 그는 포물선과 현으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하려고 영역을 수없이 많은 삼각형으로 분할한 후, 무한등비급수를 이용하여 삼각형의 넓이의 합을 구하였다. 아르키메데스 이후 적분법은 별다른 발전이 없었지만, 1615년에 케플러가 「포도주 통의 부피 측정」이라는 책에서 회전체의 부피를 구하기 위하여 적분법을 이용하였다.

미분법은 17세기초 곡선의 접선이나 함수의 극값을 구하는데 이용하였다. 1629년에 페르마가 극대값과 극소값을 구하기 위하여 미분법을 이용한 것이 시초이다.

뉴턴은 연속적으로 운동하는 물체의 속도를 구하기 위하여 미분법을 이용하였고, 운동하는 물체가 일정한 시간 동안에 경과한 전체 거리를 구하기 위하여 적분법을 이용하였다. 그와 반면에 라이프니츠는 곡선 위의 접선의 기울기를 구하는데 미분법을 이용하였고, 곡선의 기울기를 알 때 그 곡선을 구하기 위하여 적분법을 이용하였다. 이 두 가지 문제를 연관해서 고찰함으로써 뉴턴과 라이프니츠는 미분법과 적분법이 서로 역연산 관계에 있음을 보이는 「**미적분학의 기본정리**」를 발견하였다.

미적분학의 기본정리는 $F(x) = \int f(x)dx$ 일 때, $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$ 이다.

뉴턴은 1671년에 「유율법」이라는 책을 저술하였다. 이 책에서 그는 오늘날의 적분에 해당되는 유량을 운동에 의해서 생성되는 양으로 생각하여 x, y, z 등으로 표시하고, 오늘날의 미분에 해당되는 유율을 유량의 속도로 생각하여 $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ 등으로 표시하였다. 그의 만유인력의 법칙은 “두 개의 질점은 그 질량의 곱에 비례하고 거리의 제곱에 반비례하는 힘으로 서로 끌어당긴다.” 이다. 이 만유인력의 법칙에 미분법과 적분법을 활용하면 케플러의 행성법칙을 쉽게 밝힐 수 있다. 미적분학의 이론으로 「프린키피아(자연철학의 수학적 원리)」의 중요한 내용을 기술하였다. 그는 빛과 색깔을 분석해서 반사망원경을 발명하여 목성의 위성을 관찰하였고, 지구의 위도에 따라서 물체의 무게가 달라진다는 것을 수학적으로 계산하였다. 또, 달의 궤도는 지구와 태양으로부터 인력을 받는다는 섭동설을 주장하였다. 이 이론으로 19세기에 해왕성의 발견과 20세기에 명왕성의 발견을 가져오게 된 것이다.

같은 시기에 라이프니츠도 데카르트의「기하학」을 읽고 **접선** 문제에 관심을 갖게 되었다. 이것을 계기로 해서 그는 뉴턴의 극한 개념을 대신한 또 다른 미적분학을 1673년과 1676년 사이에 고안하였다. 그가 카발리에리의 불가분량의 합을 나타내는 라틴어 summa(합)의 처음 문자 s를 길게 늘인 문자로서 현대 적분 기호 $\int$를 처음 사용한 것은 1675년 10월 29일 이었다. 뉴턴이 $\dot{x}$로 표시한 것을 라이프니츠는

제주대학교 중앙도서관

dy/dx 로 표시하였다. 즉 미분법과 적분법은 라이프니츠에 의해서 기호화되었다고 할 수 있다.

3) 18세기의 수학

18세기는 17세기에 발견된 미적분학의 발전 시대이다. 이 시대는 모든 방법으로 빛나는 성과를 이루었지만, 근본적인 사고 방식은 17세기의 수학을 이어받은 것으로 비판적인 의식이 결핍되었다. 이 시기에 해석학의 기초가 정립됨에 따라 함수 개념, 극한, 연속성, 미분 가능성, 적분 가능성 등의 개념이 분명해졌다.

18세기의 수학에 크게 업적을 남긴 사람은 베르누이 일가, 드 무아브르, 테일러, 매클로린, 오일러, 라그랑주, 라플라스, 르장드르, 푸리에, 몽주 등이다. 수학적인 내용은 거의 역학과 천문학에 미적분학을 응용하였다.

수학사와 과학사에서 수학자와 과학자를 가장 많이 배출한 가문은 스위스의 베르누이 가문이다. 특히 두 형제 야곱 베르누이(Jakob Bernoulli, 1654~1705, 스위스)와 요한 베르누이(Johann Bernoulli, 1667~1748, 스위스)는 미적분학을 여러 가지 문제에 적용한 최초의 수학자들이다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

드 무아브르(De Moivre, 1667~1754, 프랑스)는 모든 방정식론 책에 나오는 공식 $(\cos x + i\ \sin\ x)^n = \cos nx + i\ \sin nx$ $(i = \sqrt{-1}$, n 은 자연수)를 만들었다.

테일러(Taylor, 1685~1731, 영국)는 1715년에 테일러 전개 $f(a+h) = f(a) + h f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \cdots$ 를 발표하였다. 이 때 매클로린(Maclaurin, 1698~1746, 스코틀랜드)전개는 테일러 전개에서 $a=0$ 인 경우이다.

오일러(Euler, 1707~1783, 스위스)는 수학의 역사에서 가장 많은 저술을 하였다. 그는 $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ 를 만들었고, 다면체의 꼭지점의 개수 v, 변의 개수 e, 면의 개수 f 사이의 관계식 $v - e + f = 2$ 를 유도하였다.

18세기의 수학은 크게 세 가지 방향으로 발전하였다.

첫째로 해석학에서는 미분방정식의 해법이 정립되었다. 둘째로 대수학에서는 오일러가 대수방정식의 근의 존재 정리를 증명되었다. 셋째로 기하학에서는 평면과 공간

의 해석기하학이 체계를 갖추게 되었다.

4) 19세기의 수학

17세기는 새로운 수학의 발견시대, 18세기는 17세기 수학의 발전시대, 19세기는 20세기 현대 수학에 연결되는 단계라 할 수 있다. 19세기 수학은 많은 수학자들이 여러 분야에서 생각하지 않았던 방향으로 연구를 해서 업적을 남겼다.

(1) 가우스

아르키메데스, 뉴턴과 더불어 3대 수학자로 불리는 가우스(Gauss, 1777~1855, 독일)는 19세기의 가장 위대한 수학자였다.

가우스는 현대 정수론에서 기본적으로 중요한 책인「수론 연구」을 저술하였다. 이 책에서 정다각형의 작도법이 나오고 합동에 관한 간편한 표기법이 나온다. 그는 정수론을 비롯하여 여러 분야에 공헌을 하였다.

특히 20살 때 쓴 박사학위 논문에서 최초로 "대수학의 기본 정리 : 다항방정식은 복소수의 범위에서 적어도 하나의 근을 갖는다."를 증명하였다.

(2) 그 외 수학자들

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

19세기 초 해석학에서 가장 뛰어난 학자는 코시(Cauchy, 1789~1857, 프랑스)이다. 그는 $y=f(x)$의 x에 관한 **도함수**를 $\triangle x \to 0$일 때 $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$의 극한으로 정의하였다.

아벨(Abel, 1802~1829, 노르웨이)은 1826년에 "5차 이상의 방정식은 일반적으로 대수적(사칙연산과 거듭제곱근 이용)으로 풀 수 없다."라는 정리를 증명하였다.

갈루아(Galois, 1811~1832, 프랑스)는 1830년에 「군(group)」이라는 용어를 처음으로 사용하였다. 그는 대수방정식을 대수적으로 풀 수 있는지 없는지의 여부를 치환군의 개념을 도입하여 해결하였다.

칸토어(Cantor, 1845~1918, 독일)는 **집합론**의 창시자이다. 1874년에 집합에 농도(기수, cardinal number)의 개념을 도입하여 초월수가 대수적인 수보다 많이 있음을 밝혔다. 그는 "수학의 본질은 그 자유성에 있다."고 말하였다.

(3) 비유클리드 기하학

19세기초까지 수학은 실제생활에 관련이 있는 자연과학에 속해야 된다는 생각이 절대적이었다. 이런 상황에서 1829년경 비유클리드 기하학이 탄생하기 시작하였는데, 이것에 최초로 의문을 갖고 연구한 학자가 가우스, 보야이(Bolyai, 1802 ~1860, 헝가리), 로바체프스키(Lobachevsky, 1793~1856, 러시아)이다.

이 학자들은 평행공준의 플레이페어 형태를 가지고 주어진 한 점을 지나서 주어진 직선에 평행한 직선을 한 개 이상 또는 단 한 개 그릴 수 있거나 또는 하나도 그릴 수 없다는 세 가지 가능성을 생각하였다.

(4) 3대 작도 불능 문제

그리스 시대의 유명한 3대 작도 문제가 **유클리드 도구(눈금 없는 자와 컴퍼스)**만으로 풀 수 없음이 19세기가 되어서 증명되었다. 작도 가능성에 대한 기준이 원래 대수적이기 때문에 다음 두 정리가 설정되었다.[7)]

① 주어진 단위 길이로부터 유클리드 도구를 써서 작도 가능한 임의의 길이의 크기는 대수적 수이다.

② 주어진 단위 길이로부터 유클리드 도구를 써서 유리계수를 가지지만 유리근을 갖지 않는 삼차방정식의 근을 크기로 하는 선분을 작도할 수 없다.

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

정리①에 의하여 원적문제가 불가능임을 밝혔다.

왜냐하면, 주어진 원의 반지름을 단위 길이로 잡으면 구하려는 면적이 같은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{\pi}$ 이다. 따라서 유클리드 도구를 사용해서 단위 선분으로부터 길이가 $\sqrt{\pi}$ 인 선분을 작도 할 수 있어야 한다. 그러나 1882년에 린데만(Lindemann, 1852~1939, 독일)이 π 는 대수적인 수가 아니고 **초월수**[8)] 라는 것을 증명하였다.

정리②에 의하여 배적 문제와 각의 삼등분이 불가능임을 밝혔다.

배적 문제는 주어진 정육면체의 한 변을 단위 길이로 잡으면, 구하려는 정육면체의 한 변을 x 라 하면 $x^3=2$ 이다. 유클리드 도구를 사용해서 단위 선분으로부터 길이 x 인 선분을 작도 할 수 있어야 한다. 그러나 $x^3=2$ 는 **유리근**을 가지지 않는다.

---

7) Howard Eves(1979),「수학사 (An Introduction To The History of Mathem -atics)」, 이우영・ 신항균 옮김(1998), 경문사, p.488.

8) 유리수를 계수로 하는 대수방정식의 근으로서 구할 수 없는 수. 예를 들면 원주율 π=3.14159 …, 자연로그의 밑 e=2.17828 … 등이다.

각의 삼등분이 불가능임을 증명하기 위해서는 유클리드 도구를 사용해서 삼등분이 안 되는 각이 있다는 것을 보이면 된다.

3배각의 공식에서 $\cos\theta = 4\cos^3\left(\frac{\theta}{3}\right) - 3\cos\left(\frac{\theta}{3}\right)$ 이다. $\theta = 60°$, $x = \cos\left(\frac{\theta}{3}\right)$ 라 하면 $8x^3 - 6x - 1 = 0$ 이 된다. 그러나 이 방정식은 유리근을 가지지 않는다. 유클리드 도구를 사용해서 어떠한 각도 3등분 할 수 없다는 것을 증명한 것이 아니고, 다만 모든 각을 3등분 할 수 없다는 것을 증명하였다.

4. 20세기의 현대수학

「현대수학」을 영어로 표기하면「modern mathematics」인데 20세기의 수학을 뜻한다.

힐베르트(Hilbert, 1862 ~1943, 독일)가 1899년에 저술한「기하학 기초론」은 현대수학에 근본적인 영향을 끼쳤고, 현대수학의 특징인 추상성과 수학기초론의 발전에 공헌을 하였다. 그는 **기하학**의 구성 요소로서 **점, 직선, 평면**을 정하였다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

현대수학은 그의 기초를 확립하는 작업을 추진하면서 수학에서의 공리적 방법에 대한 새로운 평가와 함께 추상공간이 탄생되고 차원에 대한 이론이 창조되었다. 또 컴퓨터는 수학의 많은 분야에 영향을 끼치고 있으며 특히 응용수학, 통계학 등에 지대한 공헌을 하고 있다.

Ⅲ. 고등학교 수학과 교육과정 분석

1. 수학과 목표[9)]

수학의 기본적인 지식과 기능을 가지게 하고, 수학적으로 사고하는 능력을 기르게 하여 창의적으로 문제를 해결할 수 있게 한다.

① 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해하게 한다. ② 여러 가지 현상을 수학적으로 표현하고 논리적으로 사고하여 처리할 수 있는 능력을 기르게 한다. ③ 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 하고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 합리적으로 문제를 해결하는 태도를 가지게 한다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

1) 공통수학의 목표

① 수를 복소수의 범위까지 확장하고, 수와 식의 기본적인 개념과 법칙을 이해하고 활용할 수 있게 한다.

② 좌표의 개념을 바탕으로 직선과 원의 성질을 고찰하고 활용할 수 있게 한다.

③ 함수의 개념과 함수의 기본적인 성질을 이해하게 하며 간단한 그래프를 그리고 활용할 수 있게 한다.

2) 수학 Ⅰ의 목표

① 행렬의 기본 개념과 성질을 이해하고 활용할 수 있게 한다.

② 수열과 함수의 극한 및 미적분의 기본 개념을 이해하고 활용할 수 있게 한다.

③ 확률과 통계의 기본 개념과 원리를 이해하고 실생활에서 활용할 수 있게 한다.

---

9) 교육부(1995), 전게서, p.76., p.79., p.81., p.83., p.86., p.87., p.88., p.89.

3) 수학 Ⅱ의 목표

① 방정식과 부등식의 풀이 방법을 이해하고 활용할 수 있게 한다.

② 삼각함수와 복소수의 개념 및 법칙을 보다 깊이 이해하고 활용할 수 있게 한다.

③ 포물선, 타원, 쌍곡선 및 공간도형의 성질을 이해하게 하고, 좌표와 벡터를 사용하여 도형을 고찰할 수 있게 한다.

④ 미적분의 개념 및 법칙을 보다 깊이 이해하고 활용할 수 있게 한다.

2. 수학과 교과서 내용 분석

1) 공통수학

(1) 대수 영역

① 집합과 명제 : 집합, 명제　　② 수체계 : 실수, 복소수

제주대학교 중앙도서관

③ 다항식 : 다항식과 그 연산, 나머지 정리, 인수분해, 약수와 배수

④ 유리식과 무리식 : 유리식, 무리식

⑤ 방정식 : 이차방정식, 삼차방정식, 사차방정식, 연립방정식

⑥ 부등식 : 부등식의 성질, 이차부등식, 부등식의 증명

(2) 해석 영역

① 함수 : 함수, 합성함수, 역함수

② 유리함수와 무리함수 : 이차함수, 삼차함수, 유리함수, 무리함수

③ 지수함수 : 지수함수, 지수방정식, 지수부등식

④ 로그함수 : 로그함수, 로그방정식, 로그부등식

⑤ 삼각함수 : 삼각함수의 성질 및 그래프, 삼각함수의 응용

(3) 기하 영역

① 평면좌표 : 두 점 사이의 거리, 선분의 내분점과 외분점

② 직선의 방정식 : 직선의 방정식, 평행과 수직, 점과 직선사이의 거리

③ 원의 방정식 : 원의 방정식, 원의 접선의 방정식

④ 도형의 이동 : 평행이동, 대칭이동

⑤ 부등식의 영역 : 부등식의 영역, 부등식의 증명, 최대 문제와 최소 문제

2) 수학 I

(1) 대수 영역

① 행렬 : 행렬과 그 연산, 역행렬과 연립일차방정식

② 수열 :등차수열과 등비수열, 여러 가지 수열, 수학적 귀납법, 알고리즘과 순서도

(2) 해석 영역

① 수열의 극한 : 수열의 수렴과 발산, 무한등비수열

② 무한급수 : 무한등비급수, 무한등비급수의 응용

③ 함수의 극한과 연속성 : 함수의 극한, 함수의 연속성

③ 다항함수의 미분법 : 도함수, 미분법, 도함수의 활용

④ 다항함수의 적분법 : 부정적분, 정적분, 정적분의 활용

(3) 확률과 통계

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

① 순열과 조합 : 경우의 수, 순열, 조합, 이항정리

② 확률 : 확률, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리

③ 통계 : 도수분포, 확률분포, 통계적 추측

3) 수학 II

(1) 대수 영역

① 방정식 : 분수방정식, 무리방정식

② 부등식 : 삼차부등식과 사차부등식, 분수부등식

③ 일차변환 : 일차변환의 성질, 일차변환의 합성과 역변환

(2) 해석 영역

① 삼각함수와 복소수 : 삼각함수의 덧셈정리, 삼각방정식, 복소수의 극형식

② 함수의 극한 : 삼각함수의 극한, 지수함수와 로그함수의 극한

③ 미분법 : 여러 가지 함수의 미분법, 도함수의 활용

④ 적분법 : 부정적분, 치환적분법, 부분적분법, 정적분, 정적분의 활용

(3) 기하 영역

① 이차곡선 : 포물선, 타원, 쌍곡선

② 공간도형 : 직선·평면의 위치관계, 평행과 수직, 이면각과 정사영

③ 공간좌표 : 두 점 사이의 거리, 선분의 내분점과 외분점, 구의 방정식

④ 벡터 : 벡터의 덧셈·뺄셈, 벡터의 내적, 직선·평면의 방정식

3. 교과서 수학사 내용 분석 (수학 I : 수열· 극한· 미분법·적분법)

1) 수학 학습을 위해 수학사 활용의 필요성10)

<수학 교육의 목적>

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

① 수학을 배우면 사회 생활에 도움, 과학이나 학문을 공부하는 데 도움, 국가 발전에 도움이 된다. 즉 수학의 실용성 때문이다.
② 수학을 배우면 우리의 정신 능력을 신장시킬 수 있다는 것이다. 합리적이고 논리적인 사고력, 추상적 사고력, 창의적 사고력 등을 기를 수 있다.
③ 수학의 심미성을 들 수 있다. 기하학적 도형이나 황금 분할 등을 보면 수학적 대상도 아름답다고 할 수 있다.
④ 수학의 문화적 가치이다. 즉 인류가 오래 전부터 오늘날까지 만들어 온 수학은 수용, 전달할 가치가 있다는 것이다.

수학 교육의 목적에 알맞게 지도하기 위해서는 우선 학생들이 왜 수학을 싫어하는지 알아야 한다. “무엇 때문에 수학을 공부하는지 모르겠다. 수학은 재미가 없다.” 등과 같은 말을 학생들은 자주 한다. 이유는 수학 공부를 왜 해야 하는지 동기유발을

10) 김도상 외 3인(1990),「수학과 교재론」, 경문사, p.103., p.104., p.108., p.120.

시키지 못하고 있기 때문이다. 동기유발을 시켜 재미있게 수업이 진행되기 위해서는 수학사를 활용한 교재 개발이 절실히 필요하다. 그 이유는

① 수학적 사고의 흐름은 수학사를 통해서 재미있을 수 있기 때문이다.

② 수학사의 활용을 통해서 학생들은 수학을 재미있게 공부할 수 있기 때문이다.

③ 수학은 특정한 몇 사람의 소유물이 아니고, 평범한 사람도 생활하면서 수학적인 아이디어를 발견해서 이들을 다시 실생활에 유용하게 활용할 수 있기 때문이다.

2) 교과서 수학사 내용 비교 분석

본 연구에서는 제6차 교육 과정에 따른 수학Ⅰ교과서(9종) 수열·극한·미분법·적분법 단원 첫머리에 나오는 수학사 내용을 소개하고 비교·분석하여 미비한 점을 찾아내어 수학 수업을 위한 좋은 방향을 제시하고자 한다.

<표 1> 제6차 교육과정 교육부검정 수학 Ⅰ 교과서 9종 목록

교과서명	저 자	출판사	교과서번호
수학Ⅰ	김명렬 외 2인	중앙교육	math Ⅰ(1)
수학Ⅰ	김연식·김흥기	두산동아	math Ⅰ(2)
수학Ⅰ	박두일 외 3인	교학사	math Ⅰ(3)
수학Ⅰ	박한식 외 5인	지학사	math Ⅰ(4)
수학Ⅰ	우정호	지학사	math Ⅰ(5)
수학Ⅰ	윤옥경 외 4인	중앙교육	math Ⅰ(6)
수학Ⅰ	이현구 외 6인	천재교육	math Ⅰ(7)
수학Ⅰ	이홍천 외 2인	두산동아	math Ⅰ(8)
수학Ⅰ	조태근 외 6인	금성출판사	math Ⅰ(9)

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

<9종 교과서에서 소개되는 수학사 내용 공통점>

① 수학 교과서 각 단원 첫머리에 소개되어 있는 수학사 내용은 수학적 개념의 발달 과정과 유명한 수학자의 인물을 소개한다.

② 각 단원 첫머리에 교과 내용과 관련된 수학사 내용이 약간 소개되지만, 대부분 구체적이고 상세한 설명이 없다.

③ 각 단원 첫머리에 실려 있는 수학사 내용이 교과서마다 다르다.

④ 학습자가 수학에 대한 관심과 흥미를 가질 수 있도록 하기 위해 교과 내용과 수학사 내용을 관련지으면서 전개시키는 부분이 없다.

<수학사 지도상의 유의점>

① 학습하게 되는 단원의 첫머리에 수학자의 인물 소개를 할 때 역사적인 배경을 잘 찾아서 소개해야 한다.

② 수학적 개념과 정리 등을 학생들에게 잘 이해시키기 위해서 학습할 내용과 관련되는 수학사 내용을 조사한 후 사려 깊게 교재를 재구성하여 수업시간에 적절히 이용해야 한다.

③ 수학자들의 수학적 발견 과정을 잘 소개해야 한다.

④ 수학사 활용을 통하여 학생들이 수학 학습을 위한 사고력을 기를 수 있도록 해야 한다.

⑤ 학생들이 수학 학습에 관심과 흥미를 가질 수 있도록 수학사에 관한 참고 자료가 교과서 마지막 부분에 부록으로 실려야 한다.

⑥ 수학사를 위한 참고용 교재가 별도로 편찬되어야 한다.

⑦ 수학사에 대한 교사 연수가 확대되어야 한다.

⑧ 수학사에 관한 인터넷 사이트들을 부록에 소개해야 한다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

3) 교과서 단원별 수학사 내용 비교 분석

(1) 수열

<표 2> 수열 단원 수학사 내용

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(1)	p.38	① 고대 그리스의 피타고라스와 그 제자들은 기하학적인 도형을 써서 $1+2+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$과 같은 공식을 발견하였다. ② 피보나치, 가우스, 푸리에 등 많은 수학자들이 수열을 학문적으로 발전시켰다. ③ 수학적 귀납법은 이탈리아의 페아노(Peano, 1858~1932)에 의하여 토대가 마련되었다. ④ 알콰리즈미는 문제 해결방법인 알고리즘을 개발하였다.

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(2)	p.39	① 린드 파피루스는 이집트의 유적지에서 발견되었고 세계에서 가장 오래된 수학 책으로 마지막 장에 수열이 실려 있다. ② 피보나치는 13세기 이탈리아의 수학자다. 항 사이의 관계가 $a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$ 로 된 「피보나치 수열」을 발견하였다. ③ 알고리즘이란 말은 중세 아라비아의 수학자 알콰리즈미가 십진법의 수에 적용한 계산 방법에서 연유한다.
math I(3)	p.40	① 19세기 전반의 최대 수학자 가우스의 어린 시절에 선생님이 다음과 같은 문제를 내었다. “1에서 40까지의 정수의 합을 구하라.” 이때, 가장 나이 어린 가우스가 즉시 정답 820을 구하여 모두를 놀라게 한 일화는 유명하다.
math I(4)	p.42	① 피타고라스 학파는 등차수열, 등비수열 등 수열에 대하여 많은 업적을 남겼다. ② 피보나치는 13세기 이탈리아의 수학자이고 항 사이의 관계가 $a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$ 로 주어지는 피보나치 수열을 발견하였다. ③ 알고리즘(algorithm)이란 말은 아라비아의 수학자 알콰리즈미가 수의 계산 방법을 개발한데서 비롯되었다.
math I(5)	p.36	① 인류는 그리스 시대 이후 특정한 규칙에 따라 나열된 수의 열, 곧 수열의 성질에 흥미를 갖고 많은 연구를 하였다. ② 독일의 대 수학자 가우스는 10세 때에 ‘1부터 100까지의 수의 합을 구하라.’ 는 문제를 단 몇 초만에 해결하여 선생님을 놀라게 하였다. 어린 가우스는 다음과 같은 방법으로 해답을 구하였다. 이를 ‘가우스 방법’이라고 한다. $S=1+2+3+\cdots+99+100$ $S=100+99+98+\cdots+2+1$ 양변을 변끼리 더하면 $2S=101+101+101+\cdots+101+101 \quad \therefore S=\frac{100\times 101}{2}=5050$

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(6)	p.40	① 고대 그리스의 피타고라스 학파는 1, 1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10과 같이 1부터 시작하여 차례로 2, 3, 4, … 를 더하여 얻은 1, 3, 6, 10, 15, … 와 같은 수를 삼각수라고 하였다. ② 고대 그리스 사람들은 $1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$을 알았다. ③ 순서도에서 나오는 알고리즘은 아라비아의 수학자 알콰리즈미의 이름에서 유래되었다.
math I(7)	p.37	① 어릴 때부터 계산에 능했다는 독일의 수학자 가우스는 열 살 때 선생님께서「1에서 40까지의 합을 구하라.」는 문제를 주자 바로 820이라는 답을 얻었다고 한다. 1+2+3+…+39+40 =(1+40)+(2+39)+(3+38)+…+(20+21)=41×20=820 그는 차례로 주어지는 수들 사이의 규칙을 이용한 것이다. ② 가우스는 독일의 수학자이며 30살에는 수학에 싫증이 나서 천문학을 공부하기도 하였다.
math I(8)	p.37	① 수열의 이론은 이탈리아의 수학자 피보나치와 프랑스의 수학자 푸리에 등에 의하여 많은 발전을 보게 되었다. ② 컴퓨터의 원리를 확립한 헝가리 태생의 미국 수학자인 폰 노이만은 순수수학과 응용수학에도 큰 공헌을 하였다.
math I(9)	p.36	① 고대 그리스 시대에 이미 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$이 성립한다는 것을 알고 있었다. ② 1202년 이탈리아 상인 피보나치는 중동 지역을 여행하고 돌아와서 계산술에 대한 책을 저술하였다. 그 책에는 피보나치 수열이라고 부르는 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, … 이 있었다. ③ $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left\{\dfrac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$ 이 실려 있다. ④ 피보나치의 수열은 솔방울, 해바라기 꽃씨, 식물의 잎의 배열 등에서 찾아볼 수 있다.

제주대학교 중앙도서관

<9종 교과서에서 핵심적인 내용>

① 피타고라스 학파는 등차수열, 등비수열 등 수열에 대하여 많은 업적을 남겼다.

② 아라비아의 수학자 알콰리즈미는 문제 해결방법인 알고리즘을 개발하였다.

③ 피보나치는 13세기 이탈리아의 수학자이고, 수열의 항 사이의 관계가 $a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$로 주어지는 피보나치 수열을 발견하였다.

④ 어릴 때부터 계산에 능했다는 독일의 수학자 가우스는 열 살 때 선생님께서「1에서 40까지의 합을 구하라.」는 문제를 주자 바로 820이라는 답을 얻었다고 한다.

⑤ 수학자 중에서 피보나치는 5종 교과서, 알콰리즈미와 가우스는 4종 교과서, 피타고라스 학파는 3종 교과서에서 소개되었다.

<9종 교과서에서 고려할 점>

① 소개되는 수학사 내용이 교과서마다 너무 다르다.

② math I(9)에서만 피보나치 수열 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, …을 소개하고 있다.

③ 가우스 일화 소개에서 math I(3)와 math I(7)는 1에서 40까지 합이고, math I(5)에서는 1에서 100까지 합이다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

<교과서 편찬할 때 유의할 점>

① 고대 그리스의 피타고라스와 그 제자들은 기하학적인 도형을 써서 $1+2+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$과 같은 공식을 발견하였다는 내용은 반드시 소개되어야 한다.

② 세계에서 가장 오래된 수학 책인 린드 파피루스는 이집트의 유적지에서 발견되었다는 역사적 배경을 자세하게 소개해야 한다.

③ 가우스의 일화를 소개할 때, $1+2+3+\cdots+39+40=(1+40)+(2+39)+(3+38)+\cdots+(20+21)=41\times20=820$ 에서 차례로 주어지는 수들 사이의 규칙을 파악하고 그 점을 이용하였다는 사실을 강조해야 한다.

④ 알고리즘(algorithm)은 오늘날에는 계산 순서를 뜻한다는 것을 강조해야 한다.

(2) 극한

<표 3> 극한 단원 수학사 내용

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(1)	p.80	① 그리스의 유클리드는 원에 내접하는 정 2^n각형의 넓이가 이루는 수열의 극한값으로 원의 넓이를 계산하려고 하였다. ② 아르키메데스는 원주율 π가 $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$ 임을 알게되었고, 도형의 넓이와 부피를 구할 때 극한을 이용하였다. ③ 프랑스의 코시에 의하여 극한 개념이 명백하게 정의되었다.
math I(2)	p.89	① 유클리드는 원의 넓이를 그 원에 내접하는 정 2^n각형의 넓이의 극한으로 구할 수 있다고 생각하였다. ② 아르키메데스는 극한을 도형의 넓이와 부피에 적용하였다. ③ 극한 개념이 싹튼 것은 오래 되었으나 18세기까지도 애매한 부분이 많았다. ④ 코시는 1821년에 발간한 「해석 교정」이라는 책에서 극한의 개념을 수학적으로 체계화하였다.
math I(3)	p.92	① 유클리드의 「원본」 제11권, 제12권, 제13권에 극한을 이용하여 원기둥, 원뿔 등 입체의 부피를 구하는 방법이 소개되어 있다. ② 볼차노(Bolzano, 1781～1848)와 코시는 급수의 수렴성에 대한 일반적인 조건을 찾아 급수의 극한에 관한 개념을 확립하였다.
math I(4)	p.88	① 유클리드는 원의 넓이를 그 원에 내접하는 정다각형의 넓이의 극한으로 구하였다. ② 아르키메데스는 도형의 넓이와 부피를 구하기 위하여 극한의 성질을 사용하였다. ③ 극한의 개념을 수학적으로 체계화하여 수학의 발전에 큰 역할을 한 사람은 프랑스의 코시이다.
math I(5)	p.78	① 그리스 시대에 제논의 패러독스「아킬레스와 거북」이를 소개하고 있다. ② 기원전 3세기 유클리드 원론에서 원에 내접하는 정 n각형의 넓이의 극한으로 원의 넓이가 지름의 제곱에 비례함을 보인다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(5)	p.78	③ 아르키메데스가 극한을 이용하여 구의 겉넓이와 부피를 구하였다. ④ 극한을 이용하는 방법이 수학사에 다시 등장하게 된 것은 미분학과 적분학이 탄생한 17세기이다. ⑤ 극한의 뜻은 19세기에 이르러 프랑스의 수학자 코시에 의해 명확히 정의되었고, 그 결과 미적분학의 기초가 다져졌다.
math I(6)	p.84	① 프랑스의 수학자 코시는 극한의 개념을 토대로 미분과 적분을 기초부터 구성하였다. ② 그의 저서에는 함수, 함수의 연속성, 무한급수, 도함수 등이 엄밀하게 정의되어 있다.
math I(7)	p.77	① 제논의 역설 「아킬레스와 거북」이를 소개하고 있다. 제논은 무한의 개념에 대해 회의적이었는데, 그 뒤 2000년 후 극한의 개념을 사용한 무한급수에 의해 해결되었다. ② 프랑스의 수학자인 코시는 극한의 개념을 체계화하였고, 그것은 무한급수의 수렴, 발산의 현대적 이론의 기초가 되었다.
math I(8)	p.81	① 아르키메데스는 수열의 극한을 이용하여 원주율 π는 부등식 $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$을 만족한다는 것을 알았다. 같은 생각으로 그는 구의 겉넓이와 부피를 구하는 공식도 유도하였다. ② 극한의 개념을 확립시킨 프랑스의 수학자 코시는 미적분학, 함수론 연구에 많은 업적을 남긴 위대한 수학자이다.
math I(9)	p.82	① 극한 또는 무한의 개념은 직관만으로는 이해하기 어려운 면이 많이 있다. 예를 들어서, 제논의 역설「아킬레스와 거북」이를 소개하고 있다. 제논의 역설은 이 단원에서 배울 무한등비급수를 이해하면 그 모순성을 쉽게 설명할 수 있다. ② 극한의 개념은 오래 전부터 도형의 넓이나 부피를 구할 때 사용되었고, 이를 수학적으로 체계화한 사람은 코시이다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

<9종 교과서에서 핵심적인 내용>

① 유클리드의「원본」제11권, 제12권, 제13권에는 극한을 이용하여 원기둥, 원뿔 등 기본적인 입체의 부피를 구하는 방법이 소개되어 있다.

② 아르키메데스는 도형의 넓이와 부피를 구할 때 극한을 이용하였다.

③ 프랑스의 수학자 코시는 극한의 개념을 수학적으로 체계화하였다.

④ 수학자 중에서 코시는 9종 교과서, 유클리드와 아르키메데스는 5종 교과서에서 소개되었다.

<9종 교과서에서 고려할 점>

① 제논의 역설은 무한등비급수에 의해서 모순성을 설명할 수 있음을 강조한다.

② 미분법과 적분법은 극한의 개념이 밑바탕이 된다는 것을 암시한다.

<교과서 편찬할 때 유의할 점>

① 유클리드는 원의 넓이를 그 원에 내접하는 정 2^n각형의 넓이의 극한으로 구할 수 있다는 내용은 반드시 소개해야 한다.

② 모든 교과서에서 제논의 역설을 구체적으로 소개해야 한다.

③ 코시는 1821년에 발간한「해석 교정」이라는 책에서 극한의 개념을 수학적으로 체계화하였다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

(3) 미분법

<표 4> 미분법 단원 수학사 내용

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(1)	p.120	① 영국의 뉴턴과 독일의 라이프니츠는 미적분법을 발견하였다. ② 뉴턴은 운동을 통하여 도함수의 개념을 도입하였고, 기호로 $\dot{x}$, $\ddot{x}$ 등을 사용하였다. ③ 라이프니츠는 곡선 위의 접선의 기울기로서 도함수의 개념을 도입하였고, 기호로 $\frac{dy}{dx}$ 를 사용하였다. ④ 코시가 극한 개념을 명확히 함으로써 도함수의 개념이 수학적으로 정의되었다.

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(2)	p.135	① 미분, 적분은 17세기에 거의 동시에 영국의 뉴턴과 독일의 라이프니츠에 의하여 독립적으로 발견된 근대 수학이다. ② 뉴턴은 물체의 운동 속도, 가속도를 연구하기 위하여 미적분학을 발견하였고, 기호 $\dot{x}$, $\ddot{x}$등을 도입하였다. ③ 라이프니츠는 평면곡선의 접선이나 법선에서 미분을, 또 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이에서 적분을 생각해 내고 1684년에 공표하였다. 기호 $\frac{dy}{dx}$, $\int y\ dx$도 생각하였다.
math I(3)	p.136	① 뉴턴은 물체의 운동에서 속도를 정의하기 위해서 미분법을 발견하였다. ② 라이프니츠는 곡선의 접선 또는 극대, 극소를 고찰하는 수단으로 미분법을 발견하였다.
math I(4)	p.136	① 영국의 뉴턴은 운동체의 속도를 구하는 과정에서 미분법을 발견하였다. ② 독일의 라이프니츠는 곡선의 접선 또는 극대, 극소를 고찰하는 수단으로 미분법을 발견하였다. 그는 기호 $\frac{dy}{dx}$ 를 도입하였다. ③ 프랑스 사람들은 미적분을 처음 발견한 사람이 프랑스의 페르마(Fermat, 1601～1665)라고 주장한다. 그가 극대값, 극소값을 오늘날의 미분법과 유사한 방법으로 구하였기 때문이다.
math I(5)	p.118	① 뉴턴은 영국의 수학자, 물리학자로서 미분·적분법을 발견하고 이를 이용하여 만유 인력의 법칙을 발견하였다. 그의 주요 저서 <프린키피아>는 역학을 이론적으로 확립한 유명한 책이다. ② 미분법과 적분법은 17세기에 영국의 뉴턴과 독일의 라이프니츠에 의해서 거의 동시에 발견되었다. ③ 뉴턴은 속도로서, 라이프니츠는 곡선의 기울기로서 도함수의 개념을 도입하였다.

제주대학교 중앙도서관

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(5)	p.118	④ 미분법은 수학의 중요한 분야로 발전하였는데, 특히 19세기에 이르러 프랑스의 수학자 코시에 의해 수학적으로 그 개념이 명확히 됨으로써 오늘날과 같은 엄밀한 기초가 확립되었다. ⑤ 오늘날 물리학자들은 도함수를 나타낼 때, 라이프니츠의 기호 $\frac{dy}{dx}$ 대신 뉴턴의 전통에 따라 $\dot{y}$와 같은 기호를 쓰는 경우가 많다. $f'(x)$, y'과 같은 기호는 라그랑주가 발견한 것이다.
math I(6)	p.124	① 17세기에 뉴턴과 라이프니츠는 미분적분학을 발견하였다. ② 뉴턴은 속도와 가속도 등 운동의 문제에서, 라이프니츠는 곡선의 기울기 등 기하학의 문제에서 미분법을 발견하였다. ③ 1674년 라이프니츠는 자신이 독창적으로 발견한 미적분학을 영국 왕립학회에 보고하였다. 그 논문을 검토한 학회는 이미 같은 사실을 뉴턴이 발견했다고 라이프니츠에 통지하였다. 곧이어 라이프니츠의 제자와 뉴턴의 제자 사이에는 논쟁이 시작되었고, 이 싸움은 100여 년이 지난 1820년경에야 두 사람이 서로 독립적으로 발견한 것으로 공인됨으로써 막을 내렸다.
math I(7)	p.115	① 함수의 극한값과 접선의 기울기의 관계로 극값을 구하고자 한 사람은 프랑스의 수학자 페르마였다. ② 영국의 수학자 뉴턴은 운동의 문제에서 미분법을 생각한 반면, 독일의 수학자인 라이프니츠는 접선의 기울기를 통하여 미분법을 발견하였다. ③ 라이프니츠는 도함수의 기호로 $\frac{dy}{dx}$ 를 사용하였다.
math I(8)	p.121	① 미분학을 하나의 학문으로 체계화시킨 사람은 영국의 수학자 뉴턴과 독일의 수학자 라이프니츠이다. ② 농부의 아들로 태어난 뉴턴은 만유인력의 발견자로서도 유명하다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(9)	p.130	① 미분법은 17세기 말 영국의 뉴턴과 독일의 라이프니츠에 의하여 독립적으로 연구되었다. ② 뉴턴은 운동하는 물체를 어떤 궤도를 그리는 점이라고 생각하고, 그 운동을 순간적으로 멈추게 함으로써 그 물체의 속도나 가속도를 구하였다. ③ 라이프니츠는 곡선의 접선 또는 극대, 극소를 고찰하는 수단으로서 미분법을 발견하였다.

<9종 교과서에서 핵심적인 내용>

① 17세기에 영국의 뉴턴과 독일의 라이프니츠는 각각 다른 방향에서 미분·적분법을 발견하였다.

② 뉴턴은 속도, 가속도 등 운동의 문제에서 미분법을 발견하였고, 기호 $\dot{x}$, $\ddot{x}$등을 도입하였다.

③ 라이프니츠는 평면곡선의 접선에서 미분법을 생각하였고, 기호 $\frac{dy}{dx}$ 를 사용하였다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

④ 수학자 중에서 뉴턴과 라이프니츠는 9종 교과서, 코시와 페르마는 2종 교과서, 라그랑주는 1종 교과서에서 소개되었다.

<9종 교과서에서 고려할 점>

① 프랑스 사람들이 미적분학을 처음 발견한 사람이 페르마라고 주장하는 근거를 잘 설명해야 한다.

② math I(6)에서 나오는 뉴턴의 제자와 라이프니츠의 제자 사이에 일어나는 논쟁을 학문적인 입장에서 설명해야 한다.

<교과서 편찬할 때 유의할 점>

① 뉴턴과 라이프니츠가 각각 다른 방향에서 미적분학을 발견하였다는 사실을 잘 설명해야 한다.

② 오늘날 물리학자들은 도함수를 나타낼 때, 뉴턴의 기호 $\dot{x}$를 사용한다는 사실을 소개해야 한다.

③ $f'(x)$, y' 과 같은 기호는 라그랑주가 사용하였다는 사실도 첨가해야 한다.

④ 코시가 극한 개념을 명확히 함으로써 도함수의 개념이 수학적으로 정의되었다는 사실도 강조해야 한다.

(4) 적분법

<표 5> 적분법 단원 수학사 내용

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(1)	p.156	① 아르키메데스는 구분구적법의 방법으로 포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하였다. ② 케플러(Kepler, 1571～1630, 독일)는 구분구적법을 사용하지 않고 포도주가 담긴 술통의 부피를 구하는 방법을 생각하였는데, 이것이 적분법의 시초다. ③ 라이프니츠는 적분기호 $\int$ 를 처음으로 사용하였다. ④ 극한의 개념을 이용하여 오늘날과 같은 미적분을 만든 사람은 코시이다. ⑤ 우리가 배우고 있는 적분법은 리만(Riemann, 1826～1866)이 코시의 적분을 유한함수까지 확장한 리만적분이다.
math I(2)	p.173	① 고대 그리스의 아르키메데스는 도형을 작게 분할한 후 더한다는 생각으로 많은 구적 문제를 해결하였다. ② 17세기에 이르러 케플러, 카발리에리(Cavalieri, 1598～1647), 페르마 등이 「구분구적법」을 발견하였다. ③ 뉴턴과 라이프니츠에 의하여 적분법으로 발전되어 새로운 미적분학이 탄생하였다. ④ 코시는 극한을 써서 연속함수에 대한 정적분을 정의하여 오늘날 정적분의 개념에 접근시켰다. ⑤ 우리가 배울 적분법은 코시의 적분을 확장시킨 리만적분이다.
math I(3)	p.174	① 4000년 전에 벌써 바빌로니아, 이집트, 중국 등에서 넓이, 부피를 구하는 여러 가지 구적법이 있었다. ② 뉴턴은 “운동하는 점의 각 시점에서의 속도가 주어질 때, 정해진 시간 안에 그 점이 그리는 자취의 길이를 구한다.” 라는 방법으로 적분법을 발견하였다.

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(3)	p.174	③ 라이프니츠는 "곡선의 기울기가 주어질 때, 그 곡선을 구하여 구적 문제를 해결한다." 라는 방법으로 구적법을 발견하였다.
math I(4)	p.174	① 적분의 역사는 미분법과는 관계없이 그보다 오래 전인 그리스 시대의 구적법에서 시작되었다. ② 아르키메데스는 포물선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 내접하는 삼각형의 넓이로 분할하여 구하였다. ③ 케플러는 처음으로 극한의 개념을 도입하여 넓이를 구하였다. ④ 극한에 의한 구분구적법은 뉴턴과 라이프니츠에 의해 정적분법으로 연결되었다. 적분 기호 $\int$ 는 라이프니츠가 도입하였다.
math I(5)	p.150	① 곡선으로 둘러싸인 평면도형의 넓이와 곡면으로 둘러싸인 입체도형의 부피를 구하는 방법에 대한 연구는 고대 그리스부터 수학자들의 커다란 관심사였다. ② 그리스의 아르키메데스는 포물선과 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 삼각형으로 접근시켜 그 넓이의 합의 극한값으로 구하였는데, 이것이 정적분의 기초가 되는 구분구적법의 시초이다. ③ 구분구적법은 17세기에 뉴턴과 라이프니츠에 의해 정적분으로 발전하였다. ④ 뉴턴은 역학의 문제를 해결하기 위하여, 라이프니츠는 도형의 문제를 해결하기 위하여 정적분을 생각하였다. ⑤ 적분 이론을 함수의 일반적인 성질로 발전시킨 사람은 19세기 프랑스의 수학자 코시와 독일의 수학자 리만이다.
math I(6)	p.164	① 그리스의 아르키메데스는 적분학을 처음으로 생각하였다. 그는 포물선과 직선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하려고 그 영역을 무수히 많은 삼각형으로 채우고 무한등비급수를 이용하여 이들 삼각형의 넓이의 합을 구하였다. ② 17세기에는 갈릴레이(Galilei, 1564~1642)의 제자들이 곡선으로

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

교과서 번호	쪽	소개된 수학자와 수학사 내용
math I(6)	p.164	둘러싸인 도형의 넓이를 계산하려고 영역을 작은 사다리꼴로 나누어 그 합을 구해 나가는 방법을 썼다. 이와 같은 방법으로 도형의 넓이를 구하는 것이 정적분의 바탕이 되었다. ③ $\int$, dx, dy 등의 기호는 라이프니츠가 고안한 것이다.
math I(7)	p.145	① 고대 그리스의 아르키메데스는 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구분구적법으로 구하였다. ② 케플러는 극한의 개념을 사용하여 무한히 세분한 작은 부분의 합으로 넓이와 부피를 구하기 위해 정적분의 기본 개념을 정립하였다. ③ 구분구적법의 기초 위에 미분법의 역의 개념으로 적분법을 설명한 것은 17세기의 뉴턴과 라이프니츠였다. 특히, 라이프니츠는 적분법의 기호 $\int$를 도입하였다.
math I(8)	p.157	① 유클리드의「원론」에는 넓이나 부피를 구하는 방법이 있으므로 적분법의 개념은 미분법과는 달리 오래 전부터 시작되었다. ② 독일의 케플러는 구분구적법으로 회전체의 부피를 구하였다. ③ 적분법이 미분법의 역연산으로 관련을 맺게 된 것은 뉴턴과 라이프니츠에 의해서이다.
math I(9)	p.168	① 고대 이집트인과 바빌로니아인들은 원의 넓이 등에 근사 공식을 이용하였다. ② 그리스인들은 도형을 작은 사각형이나 삼각형 등으로 잘게 나누어 이들 넓이의 합을 구하여 그 넓이를 계산하였다. 이것은 구분구적법으로 발전되어 넓이나 부피, 곡선의 길이 등을 구하는 데 이용되었다. ③ 넓이의 개념으로서의 정적분이 미분과 관련이 된 결정적 요인은 라이프니츠와 뉴턴이 거의 같은 시기에 각각 독립적으로 연구해서 발표한「정적분의 기본 정리」의 발견이었다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

<9종 교과서에서 핵심적인 내용>

① 아르키메데스는 구분구적법의 방법으로 포물선과 직선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 내접하는 삼각형의 넓이로 분할하여 무한등비급수를 이용하여 구하였다.

② 뉴턴은 “운동하는 점의 각 시점에서의 속도가 주어질 때, 정해진 시간 안에 그 점이 그리는 자취의 길이를 구한다.” 라는 방법으로 적분법을 발견하였다.

③ 라이프니츠는 “곡선의 기울기가 주어질 때, 그 곡선을 구하여 구적 문제를 해결한다.” 라는 방법으로 구적법을 발견하였다.

④ 수학자 중에서 라이프니츠는 9종 교과서, 뉴턴은 7종 교과서, 아르키메데스는 6종 교과서, 케플러는 4종 교과서에서 소개되었다.

<9종 교과서에서 고려할 점>

① 적분법의 역사는 미분법과는 관계없이 그리스 시대의 구분구적법에서 시작된다는 점을 유의해야 한다.

② 구분구적법의 기초 위에 미분법의 역의 개념으로 적분법을 설명한 것은 17세기의 뉴턴과 라이프니츠임을 잘 설명해야 한다.

③ 뉴턴과 라이프니츠는 서로 교류가 없는 상태에서 독립적으로 정적분을 생각했음을 고려해서 지도해야 한다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

<교과서 편찬할 때 유의할 점>

① 독일의 케플러는 극한의 개념을 사용하여 무한히 세분한 작은 부분의 합으로 넓이와 부피를 구하기 위해 정적분의 기본 개념을 정립하였다는 사실을 반드시 소개해야 한다.

② 17세기 갈릴레이의 제자들이 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 계산하기 위해서 영역을 작은 사다리꼴로 나누어 그 합을 구해 나가는 방법을 사용하였다. 이와 같은 방법으로 도형의 넓이를 구하는 것이 정적분의 바탕이 되었다는 사실도 소개해야 한다.

③ 극한의 개념을 이용하여 오늘날과 같은 미적분을 만든 사람은 코시임을 강조해서 편찬해야 한다.

Ⅳ. 수학사적인 교수-학습 자료

1. 교과서 내용과 관련된 수학사 내용 조사

<표 6> 교과서 내용과 관련된 수학사 내용 조사표

단 원	교과서 내용	관련된 수학사 내용
II. 수열	1. 등차수열의 합 2. 등비수열의 합 3. 수열의 귀납적 정의	(1) 가우스의 생애와 일화 (2) 린드 파피루스의 빵의 분배 (3) 린드 파피루스의 기묘한 문제 (4)「산반서」에 나오는 피보나치 수열
Ⅲ. 극한	1. 수열의 극한 2. 무한급수 3. 무한등비급수	(1) 무한의 개념 (2) 볼차노와 무한급수 (3) 제논의 역설
Ⅳ.미분법 Ⅴ.적분법	1. 미분법·적분법의 발견 2. 구분구적분 3. 입체도형의 부피 4. 회전체의 부피	(1) 뉴턴의 생애와 업적 (2) 라이프니츠의 생애와 업적 (3) 에우독소스의 실진법(悉盡法) (4) 아르키메데스의 생애와 일화 (5) 케플러의 생애와 업적

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

2. 수학사적인 교수-학습 자료
(수학 Ⅰ : 수열· 극한· 미분법·적분법)

1) 수열

(1) 가우스의 생애와 일화

교과서 내용	가우스의 일화를 통해서 등차수열의 합을 구하는 방법 알기 첫째항 a, 공차 d, 항수 n, 끝항 l인 등차수열의 합 S_n은 $S_n=\frac{1}{2}n(a+l)$ 또는 $S_n=\frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$
관련된 수학사 내용	가우스는 1777년 4월 30일 벽돌공의 아들로 독일 브라운 슈바이크의 오두막집에서 태어났다. 그의 아버지는 고집이 세고 아들의 교육에 대해 관심이 없는 반면에, 어머니는 교육은 받지 못했지만 지성적이고 교양이 있는 여성이었다. 어머니의 혈통을 이어받은 가우스는 어릴 때부터 예의가 바르고 총명하였다. 초등학교에 입학하기 전에 덧셈・뺄셈・곱셈・나눗셈을 거의 암산으로 하였다. 초등학교 때 「1에서 40까지의 합을 구하라.」는 문제를 등차수열의 합을 구하는 방법을 이용하여 즉석에서 820임을 알아내었다. 그는 고등학교에 입학하기 전 열심히 고전어를 공부하였다. 입학 후 가우스의 고전어 실력과 수학적 재능은 뛰어났다. 18세 때, 브라운 슈바이크의 영주의 도움으로 괴팅겐 대학에 입학하여 수학을 전공하였다. 22세 때, 괴팅겐 대학에서 대수학의 기본 정리를 증명하여 박사학위를 받았다. 1807년에 괴팅겐 천문대 대장과 괴팅겐 대학 교수가 되어 평생동안 겸직하였다. 가우스의 취미는 영문학 연구, 외국어 공부와 세계 정치 정세를 파악하는 것이었다. 그는 "수학은 과학의 여왕이고 정수론은 수학의 여왕이다."라고 말하였다.
지도상 유의점	① 가우스의 생애를 통해서 훌륭한 수학자가 되기 위해서는 어려운 가정 환경도 극복해야 됨을 이해시킨다. ② 수학 공부를 위해서 외국어도 공부해야 한다는 점을 강조시킨다.
관련 단원	공통수학 : 함수 수학 I : 수열, 극한

제주대학교 중앙도서관

(2) 린드 파피루스의 빵의 분배

교과서 내용	등차수열은 어떤 수에 차례로 일정한 수를 더하여 이루어진 수열이다. 이 때 일정한 수를 공차라고 한다. 첫째항 a, 공차 d인 등차수열의 일반항 a_n은 $a_n = a+(n-1)d \ (n=1, 2, 3, \cdots)$
관련된 수학사 내용	「100개의 빵을 5사람에게 분배하는데 각자의 분배받을 몫이 등차수열을 이루고, 분배받을 몫이 많은 쪽의 3사람 분의 1/7이 분배받을 몫이 적은 쪽의 2사람 분과 같도록 한다. 이 때, 공차와 각자가 분배받을 빵의 개수를 구하여라.」 아메스는 다음과 같은 방법을 이용하고 있다. 「분배받을 몫의 차를 $5\frac{1}{2}$로 한다. 그러면, 5사람이 분배받을 몫은 각각 1, $6\frac{1}{2}$, 12, $17\frac{1}{2}$, 23이 되고 이 수열의 합은 60이다. 분배할 빵의 수는 $60\times1\frac{2}{3}=100$이 되어야 한다. 그러므로 구하고자 하는 공차는 $5\frac{1}{2}\times1\frac{2}{3}=9\frac{1}{6}$이고, 5 사람이 분배받을 몫은 각 항에 $1\frac{2}{3}$를 곱해서 $1\frac{2}{3}$, $10\frac{5}{6}$, 20, $29\frac{1}{6}$, $38\frac{1}{3}$이 된다.」 5사람이 분배받을 몫을 각각 a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d라 하면 $a+(a+d)=\frac{1}{7}\{(a+2d)+(a+3d)+(a+4d)\}$에서 $d=5\frac{1}{2}a$가 된다. 그러므로 공차 d는 첫째항의 $5\frac{1}{2}$배이다. 첫째항을 1로 가정하면 아메스의 수열을 얻는다. 이런 해법이 가정법이다.
지도상 유의점	① 린드 파피루스는 아메스 파피루스라고도 하며, 현재 대영 박물관에 보관되어 있음을 이해시킨다. ② 등차수열의 의미를 이해하고, 공차와 각 항들의 값을 구할 수 있도록 지도한다.
관련 단원	수학 Ⅰ : 수열, 극한

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

(3) 린드 파피루스의 기묘한 문제

교과서 내용	첫째항 a, 공비 r, 항수 n인 등비수열의 제 n항까지의 합 S_n은 ① $r\neq 1$일때 $S_n=\dfrac{a(1-r^n)}{1-r}=\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$ ② $r=1$일 때 $S_n=na$
관련된 수학사 내용	린드 파피루스에는 해석이 분명하지 않는 이상한 문제가 소개된다. 「 집 7 고양이 49 쥐 343 밀이삭 2401 낱알 16807 합계 19607 」 1907년에 역사학자 모리츠 칸토어는 위의 문제를 다음과 같이 그럴듯하고 흥미롭게 설명을 하였다. “재산으로는 일곱 채의 집이 있는데, 각 집에는 일곱 마리의 고양이가 있고, 각 고양이는 일곱 마리의 쥐를 먹었고, 각 쥐는 일곱 개의 밀이삭을 먹었고, 각 밀이삭은 일곱 낱알로 되어 있다. 이들을 전부 더하면 얼마인가?” 위에 나오는 수들은 $7,\ 7^2,\ 7^3,\ 7^4,\ 7^5$ 인데 합을 구하는 문제이다. 등비수열의 합을 구하는 공식을 이용하여 풀 수 있다. $7+7^2+7^3+7^4+7^5=\dfrac{7(7^5-1)}{7-1}=19607$ 이 문제는 1202년에 피보나치가 저술한 「산반서」에 나오는 문제와 비슷하고, 영국에도 이와 비슷한 동요가 전해내려 오고 있다.
지도상 유의점	등비수열의 의미를 이해하고, 학습자의 흥미를 유발시켜 합을 구할 수 있도록 지도한다.
관련 단원	수학 Ⅰ : 수열, 극한

제주대학교 중앙도서관

(4)「산반서」에 나오는 피보나치 수열

교과서 내용	$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ ($a_1=1,\ a_2=1,\quad n=1,2,3,\cdots$)와 같이 각 항이 앞의 두 항의 합으로 이루어지는 수열을 피보나치 수열이라 한다.
관련된 수학사 내용	피보나치는 이탈리아 피사 지방의 상인인 아버지 굴리엘모의 아들로 상업 중심지에서 태어났다. 그 당시 이탈리아의 큰 상인들은 지중해 연안의 여러 곳에 무역상을 두었다. 그는 아버지의 직업 때문에 소년 시절부터 산술에 흥미를 느끼기 시작하였다. 그 이후 이집트, 시칠리아, 그리스, 시리아 등으로 여행을 하면서 아라비아의 수학을 접하게 되었다. 인도-아라비아의 산술의 우수성을 확신한 피보나치는 1202년에 고향으로 돌아와서 그의 유명한 「산반서」를 출판하였다. 이 책에서 피보나치 수열의 개념이 소개되었는데 다음과 같다. "한 쌍의 토끼가 태어나서 두 달 후에는 어미 토끼가 되어 한 쌍의 새끼 토끼를 낳는다. 그 후 한 달마다 한 쌍의 새끼 토끼를 계속해서 낳는다면, 여섯 달 후에는 한 쌍의 토끼로부터 몇 쌍의 토끼가 되는가?" 이 문제에서 한 달 후 토끼 쌍의 수는 역시 한 쌍, 두 달 후 토끼 쌍의 수는 어미 토끼 한 쌍과 새끼 토끼 한 쌍을 합하면 두 쌍, 세 달 후 토끼 쌍의 수는 어미 토끼가 또 새끼 토끼를 낳으므로 합하면 전부 세 쌍이 된다. 이 수열은 점화수열로서 각 항은 앞의 두 항들의 합이므로 여섯 달 후에는 13쌍의 토끼가 생긴다. 이 수열을 피보나치 수열 $1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 13,\ 21,\ \cdots,\ a_n,\ a_{n+1},\ a_{n+2}(=a_n+a_{n+1}),\ \cdots$이라 부른다. 피보나치는 1220년에 「실용기하학」과 1225년에 「제곱근서」라는 책을 출간하였다. 또, 1228년에 「산반서」의 제2판을 통해서 인도-아라비아 숫자를 유럽으로 소개하였다.
지도상 유의점	점화식으로 된 피보나치 수열을 통해서 자연의 법칙을 이해시킨다.
관련 단원	수학 I : 수열, 극한

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

2) 극한

(1) 무한의 개념

교과서 내용	무한수열의 개념 이해하기
관련된 수학사 내용	무한의 개념은 동양사상에서도 있었지만 수학과 과학과는 관계가 없었다. 불교에서 파생해서 일상적인 용어가 된 「상(常)」이 바로 무한을 뜻한다. 고대 그리스에서는 유한은 분명한 한계가 있는 것이고, 무한은 한계가 분명치 않은 비존재(非存在)을 뜻하였다. 그렇지만 그리스인들은 형상을 갖추지 않는 무한에 대해서 소극적이고 부정적이었다. 중세에서는 현실적이고 존재적인 개념으로서 무한을 구체적으로 표현한 것이 바로 극한의 개념이다. 집합론의 창시자인 칸토르는 무한에 대하여 고민한 끝에 말년에 정신에 이상이 생겼다. 그래서 베를린 대학의 교수직도 크로넥커(Kronecker, 1823~1891, 독일)의 반대에 부딪혀 얻지 못하고 결국 할레의 정신병원에서 생을 마쳤다. 그의 집합론에 대한 연구 동기는 무한의 탐구이다. 모든 대상 중에서 무한의 간단한 보기는 자연수 1, 2, 3, …의 체계이다. ‘…’ 은 숫자가 한없이 계속됨을 나타내고 있다. 즉 무한은 끝이 없는 것이다. 또, 무한급수 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots=2$에서 좌변은 무한한 노력과 불완전함을 나타내고 우변에서는 유한과 완성을 갖는다. 유한과 무한 사이의 공간에 다리를 설치하려는 강력한 수학적 열망이 존재한다. 집합론은 무한의 신비를 확실하게 밝혔고 현대수학의 기초가 되었다. 위대한 수학자 힐베르트는 “무한 ! 어떠한 문제도 이것만큼 깊이 인간의 정신을 움직인 것은 없었다.” 라고 말하였다.
지도상 유의점	무한수열의 극한값을 구할 때 무한의 개념부터 잘 설명한다.
관련 단원	수학 I : 극한, 미분법, 적분법

(2) 볼차노와 무한급수

교과서 내용	무한급수의 수렴, 발산 이해하기
관련된 수학사 내용	볼차노는 체코슬로바키아의 수도 프라하에서 태어났다. 신학, 철학, 수학을 전공하고 1805년에 프라하 대학의 교수가 되었다. 철학적 종교학의 교수로서 라이프니츠의 학문을 계승하고 영구 진리의 사상을 체계화하였다. 그의 저서 「무한의 파라독스」라는 책에서 무한집합에 대한 중요한 성질을 소개하였다. 무한급수 $1+(-1)+1+(-1)+1+(-1)+\cdots$ ① (i) 합 $S=\{1+(-1)\}+\{1+(-1)\}+\{1+(-1)\}+\cdots$ $=0+0+0+\cdots=0$ (ii) 합 $S=1+\{(-1)+1\}+\{(-1)+1\}+\{(-1)+1\}\cdots$ $=1+0+0+0+\cdots=1$ ∴ 무한급수 ①은 0, 1로 진동하므로 발산한다. 유한개의 수의 합에서 성립하는 결합법칙이나 교환법칙은 무한개의 수의 합에서는 성립하지 않는다. 즉, 무한개의 수의 합에서는 유한개의 수의 합에서 성립하는 법칙을 무조건 적용할 수 없다. 수열 $\{a_n\}$에서 제 n항까지의 부분합 $S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$을 일반항으로 하는 무한수열 $\{S_n\}$가 수렴할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1+a_2+a_3+\cdots$는 수렴한다.
지도상 유의점	무한급수의 수렴, 발산의 개념을 잘 설명한다.
관련 단원	수학 I : 극한, 미분법, 적분법

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

(3) 제논의 역설

교과서 내용	무한등비급수 $a+ar+ar^2+\cdots+ar^{n-1}+\cdots$ ($a\neq0$)의 수렴・발산은 ① $\lvert r\rvert<1$ 일 때, 수렴하고 합은 $\dfrac{a}{1-r}$ 이다. ② $\lvert r\rvert\geq1$ 일 때, 발산한다.
관련된 수학사 내용	그리스의 철학자 제논은 소피스트들 중 한 사람이다. 소피스트들의 가르침은 무지한 사회를 계몽하였고「변론술」이라는 과목도 창안하였다. 제논은 수학과 철학에서의 중요한 개념인 운동과 연속에 관하여 다음과 역설을 제시하였다. " 아킬레스와 거북 : 그리스의 전설에 나오는 아킬레스처럼 빨리 달리는 사람도 거북이를 따라갈 수 없다. 거북이가 앞서 A에 있고, 아킬레스가 B에서 동시에 출발할 때, 아킬레스가 A에 도달하면, 거북이는 전진하여 A_1점에 가 있다. 아킬레스가 A_1점에 도달하면 거북이는 그 보다 앞선 A_2점에 가 있다. 이 같이 생각하면 아킬레스는 거북이를 따라 갈 수 없다." 제논은 「길이는 무한히 분할할 수 없다.」라는 생각으로 문제를 역설하였다. 이 역설에 의하면 앞에 가고 있는 것은 어떤 것도 앞지를 수 없다는 결론이 나온다. 이는 그리스 사람들이 무한의 개념을 사용하기를 싫어하였다. 실제로 아킬레스가 거북이의 10배의 속도로 따라가고 거북이의 출발점까지 가는 데 1시간이 걸린다고 하자. 아킬레스가 거북이를 따라가는데 걸리는 시간은 $1+\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10^2}+\cdots=\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{10}}=\dfrac{10}{9}$ (시간)이 된다. 그러므로 $\dfrac{10}{9}$ 시간이 지나면 아킬레스는 거북이를 앞선다.
지도상 유의점	무한등비급수의 개념을 통해서 제논의 역설이 모순임을 설명한다.
관련 단원	수학 I : 극한, 미분법, 적분법

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

3) 미분법과 적분법

(1) 뉴턴의 생애와 업적

교과서 내용	뉴턴의 생애와 업적 알기 도함수의 기호를 $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ 등으로 표시
관련된 수학사 내용	뉴턴은 1642년 12월 25일 영국의 울즈소프라는 한 작은 마을에서 농부의 유복자로 태어났다. 그는 조생아로서 육체적으로 허약하였고, 두 살이 되기 전에 어머니는 재혼하였다. 고령의 할머니가 그를 양육하였고 부모나 형제의 애정 없이 성장하였다. 14세 때 어머니는 두 번째 남편이 죽었기 때문에 그를 데리고 와서 농부로 만들려고 하였다. 그러나 그는 농사일 대신에 책을 열심히 읽었다. 1661년 6월에 케임브리지 대학에 입학하였다. 이 대학의 기하학 교수인 바로우(Barrow, 1630～1677, 영국)의 영향을 받아 케플러의 광학과 데자르그의 기하학을 공부하였다. 대학 재학 중에 유행병으로 2년 동안 휴교하였을 때, 그는 고향인 울즈소프에 내려가 생활하면서 미분학과 만유인력의 법칙을 발견하였고 광학에 관한 실험을 하였다. 1667년에 케임브리지로 다시 와서 광학에 관한 연구를 하였다. 1669년에 바로우는 자신의 교수직을 스스로 사임하고 뉴턴에게 물려주었다. 뉴턴의 업적은 다음과 같다. ① 그의 유명한 저서 「프린키피아(자연철학의 수학적 원리)」에서 운동의 세 가지 법칙(관성의 법칙, 가속도의 법칙, 작용 · 반작용의 법칙), 역학에 관한 법칙과 만유인력의 법칙 등이 적혀 있다. 이 책은 1687년에 친구 핼리의 경비로 출판된 책으로 과학사에 가장 많은 영향을 끼쳤고 역학과 천체 운동현상을 수학적인 공식으로 나타내었다. ② 미적분학을 발견한 것이다.
지도상 유의점	어려운 가정환경에도 불구하고 과학과 수학부문에서 뛰어난 업적을 남긴 뉴턴의 훌륭한 점을 이해시킨다.
관련 단원	수학 II : 미분법, 적분법

(2) 라이프니츠의 생애와 업적

교과서 내용	라이프니츠의 생애와 업적 알기 도함수를 $\frac{dy}{dx}$ 로 표시, 적분을 $\int y\,dx$ 로 표시
관련된 수학사 내용	라이프니츠는 1646년 7월 1일 독일의 라이프치히에서 뉴턴보다 4년 정도 늦게 태어났다. 그의 아버지는 라이프치히 대학의 윤리학 교수였으나 라이프니츠가 6세 때 죽었다. 일찍이 아버지로부터 역사에 대한 깊은 감명을 받아 독서를 하며 독학을 하였다. 8세 때 라틴어를 혼자서 배우고 12세 때 그리스어를 습득하였다. 15세 때 라이프치히 대학에 입학해서 법률학을 전공하면서 철학에 흥미를 느껴 스콜라 철학과 데카르트 철학을 비교하면서 연구하였다. 17세 때 법학박사 학위를 받았다. 그 후 역사학자, 철학자, 외교관으로 생활하였기 때문에 26세까지는 수학에 대하여 몰랐다. 1672년부터 외교관으로 파리에 있으면서 데카르트, 호이겐스 등 많은 학자들과 사귀면서 수학에 대하여 많은 관심을 가지게 되었다. 독학으로 수학을 정복한 그는 1673년에 2개월간 영국을 방문하여 수학자 벨(Bell)과 사귀면서 수학에 대한 많은 내용을 배웠다. 그 후 파리로 돌아와서 여러 가지 수학 서적을 스스로 연구하였다. 마침내 데카르트, 파스칼 등의 업적을 연구해서 1674년에 미적분학을 발견하였다. 미적분법 발견의 우선권 문제로 영국의 학자들과 심한 논쟁을 벌였다. 결국 뉴턴과 라이프니츠가 미적분법을 서로 독립적으로 발견하였다는 사실로 판명이 났다. 라이프니츠는 뉴턴보다도 간편한 기호나 계산법을 이용하여 미적분 분야에 공헌하였다. 말년에 종교상의 문제에 말려들어 1716년 11월 4일 하노바에서 쓸쓸하게 죽었다.
지도상 유의점	① 수학공부를 위해서 언어도 열심히 해야 된다는 점을 주지시킨다. ② 한가지 전공과목만 생각할 것이 아니라 다양하게 자기 적성을 찾아서 공부해야 된다는 것을 인식시킨다.
관련 단원	수학 II : 미분법, 적분법

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

(3) 에우독소스의 실진법(悉盡法)

교과서 내용	구분구적분은 어떤 도형의 넓이 또는 부피를 구할 때, 주어진 도형을 세분하여 그 도형의 근사값을 구해서 이 근사값의 극한값으로 도형의 넓이나 부피를 구하는 방법이다.
관련된 수학사 내용	원의 넓이를 구하려고 최초로 연구한 사람들 중 한 사람인 안티폰(Antiphon, 기원전 430)은 소피스트이다. 그는 한 원에 내접하는 정사각형으로부터 시작하여 각 변에 대한 호의 중점을 구해서 정8각형, 정16각형, …을 차례로 작도하면 마지막에는 원의 넓이와 같은 정다각형을 만들 수 있다고 하였다. 그 당시 그리스 사람들은 “원둘레를 무한히 분할할 수는 없다.” 고 주장하면서 안티폰의 생각에 반대하였다. 그러나 안티폰의 생각은 실진법의 모태가 되었다. 실진법은 에우독소스(Eudoxus, 기원전 370년)가 처음으로 생각하였다. 이것은 양의 무한가분성을 가정하고, “만일 어떤 양에서 $\frac{1}{2}$ 이상의 부분을 없애고, 다시 나머지 부분에서 $\frac{1}{2}$ 이상의 부분을 없애는 과정을 계속하면 마지막에 남는 양은 어떤 정해진 양보다도 적게 할 수 있다.” 를 기초로 삼고 있다. 그런데 당시의 수학자들은 소피스트들 때문에 무한의 개념을 사용하기를 싫어하였다. 결국 안티폰의 생각도 결실을 맺지 못하였다. 안티폰의 생각은 극한 개념과 연관되고, 나중에 이 극한 개념으로부터 미분법과 적분법이 생겨난다. 고등학교에서 원의 넓이를 계산할 때, “원은 정다각형의 극한이다.” 이라는 개념을 이용해서 구분구적분으로 풀고 있다.
지도상 유의점	에우독소스의 실진법과 구분구적분과 연관해서 잘 설명한다.
관련 단원	수학 I : 극한 수학 II : 미분법, 적분법

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

(4) 아르키메데스의 생애와 일화

교과서 내용	정적분을 활용하여 입체도형 부피 구하기
관련된 수학사 내용	아르키메데스는 기원전 287년에 이탈리아 반도의 시칠리아 섬의 시라쿠사에서 태어났다. 그는 그 당시의 헤론 왕으로부터 총애를 받았고, 이집트의 알렉산드리아로 유학하여 수학과 과학을 배웠다. 거기에서 두 사람을 절친하게 사귀었다. 그가 인간적으로 존경하였던 유능한 수학자 코논과 탁월한 수학자인 에라토스테네스이다. 고향에 돌아온 후에도 이들과 서신으로 학문을 교류하였다고 한다. 그의 일화 중에서 헤론 왕의 왕관에 관한 이야기는 너무나 유명하다. “어느 날 헤론 왕은 금세공인에게 순금으로 왕관을 만들도록 명령하였다. 금세공인이 왕관을 만들어 가지고 왔지만, 이 왕관을 순금으로 하지 않고 은을 조금 섞어서 만들었다는 소문이 왕궁까지 퍼졌다. 그래서 왕은 아르키메데스에게 그 사실 여부를 확인하도록 명령하였다. 그는 밤낮으로 고심하다가 어느 날 목욕탕에 갔다. 목욕탕 안에서 자신의 몸이 가벼워지는 것을 느꼈다. 이 때 그는 부력의 성질을 알아내었다. 이 원리를 이용하면 왕관의 비중을 잴 수 있다는 생각이 들었다. 이 사실을 발견한 그는 너무 흥분한 나머지 옷도 입지 않고 집까지 달려 왔다는 이야기는 너무나 유명하다.” 그는 평면 위에서 곡선으로 둘러싸인 내부의 면적과 곡면으로 둘러싸인 부피를 구할 수 있는 방법을 발견하였다. 즉 원의 면적, 구의 표면적, 포물선의 호로 이루어진 활꼴의 면적, 직사각형・삼각형・포물선・쌍곡선・타원 등을 주축 둘레로 회전하였을 때 생기는 입체의 체적 등을 구하였다.
지도상 유의점	아르키메데스의 일화를 설명하면서 입체도형의 부피를 정적분을 활용하여 풀 수 있도록 한다.
관련 단원	수학 I : 극한 수학 II : 미분법, 적분법

제주대학교 중앙도서관

(5) 케플러의 생애와 업적

교과서 내용	곡선 $y=f(x)$ $(a \leq x \leq b)$를 x축의 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피 V는 $V=\pi\int_{a}^{b}y^2dx=\pi\int_{a}^{b}\{f(x)\}^2dx$
관련된 수학사 내용	케플러는 1571년 12월 27일 독일의 슈투트가르트 근교에서 태어났다. 그는 튀빙겐 대학에서 루터교의 목사가 되려고 공부하였지만, 코페르니쿠스의 지동설에 감명을 받아 진로를 바꾸어 천문학을 공부하였다. 20대 초반인 1594년에 오스트리아 그래츠 대학교의 강사로 임명되었다. 그는 1601년에 천문학자 브라헤가 죽은 후, 행성 운동에 관한 많은 자료들을 물려받았다. 브라헤의 20년에 걸친 관측의 결과를 물려받아 태양의 둘레를 도는 행성들의 운동에 대하여 연구하였다. 그는 21년 동안 피눈물나게 연구한 결과, 마침내 1609년에 행성 운동에 관한 두 법칙을 발견하였고 1619년에 마지막 세 번째 법칙을 발견하였다. 그 세 가지 법칙은 다음과 같다. ① 모든 행성은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도상을 운동한다. ② 행성과 태양을 잇는 선분이 같은 시간 동안 그리는 면적은 일정하다. ③ 행성이 태양의 주위를 공전하는 시간의 제곱은 태양으로부터의 평균거리의 세제곱에 비례한다. 케플러는 41세 때 포도주 술 가게에서 주인이 술의 양을 자로 측정하는 것을 보았다. 그는 며칠 동안 고심한 결과 술통의 부피를 적분을 이용하여 구하였다. 포도주 통의 용적 측정에서 한 축의 둘레로 원추곡선의 호를 회전시켜 얻어진 93개의 회전체의 부피를 적분을 이용하여 구하였다. 그는 면적이나 체적은 한없이 미세한 부분이 모여서 이루어진다는 생각으로 「포도주 통의 부피 측정(1615)」이라는 책을 내었다.
지도상 유의점	케플러의 일화를 설명하면서 회전체의 부피 구하는 방법을 이해시킨다.
관련 단원	수학 Ⅰ : 극한 수학 Ⅱ : 미분법, 적분법

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

Ⅴ. 수학사를 활용한 학습지도안(수열)

1. 단원의 소개

1) 교재 : 고등학교 수학Ⅰ(박두일 외 3인, 교학사)

단원명 : Ⅱ. 수 열

2) 단원의 개관

(1) 단원의 지도 목표

① 수열의 의미를 이해하고 일반항 a_n을 찾아 낼 수 있게 한다.

② 등차수열과 등비수열을 이해하고 일반항과 합을 구할 수 있게 한다.

③ 합의 기호 Σ와 계차수열의 성질을 이해할 수 있게 한다.

④ 수열의 귀납적 정의를 이해하고 일반항과 합을 구할 수 있게 한다.

⑤ 수학적 귀납법을 이해할 수 있게 한다.

⑥ 알고리즘과 순서도의 뜻을 이해할 수 있게 한다.

(2) 단원의 구성

가. 등차수열과 등비수열

① 등차수열과 공차를 이해하고 일반항과 합을 구할 수 있다.

② 등비수열과 공비를 이해하고 일반항과 합을 구할 수 있다.

나. 여러 가지 수열과 수학적 귀납법

① 합의 기호 Σ의 용법을 이해할 수 있다.

② 여러 가지 수열의 일반항과 합을 구할 수 있다.

③ 귀납적으로 정의된 수열을 이해하고 일반항과 합을 구할 수 있다.

④ 수학적 귀납법의 원리를 이해하고 증명할 수 있다.

다. 알고리즘과 순서도

제주대학교 중앙도서관 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

① 알고리즘과 순서도의 의미를 이해한다.

② 순서도의 기본적인 기호를 이해하고 세 가지 기본형을 활용할 수 있다.

③ 귀납적으로 정의된 수열의 일반항을 구하는 순서도를 이해한다.

(3) 지도상의 유의점

① 자연수 전체의 집합 N에서 실수의 집합 R로의 함수가 수열임을 강조한다. 수열의 뜻을 설명할 때, 자연수와의 대응을 강조하면서 지도한다.

② 등차수열과 등비수열을 잘 이해시키고 특별한 수열에 너무 치중하지 않도록 지도한다.

③ 수학적 귀납법은 자연수에 관한 명제의 증명이 기본임을 인식시킨다.

④ 처음 몇 개의 항에서 수열의 일반항을 추정하고, 수학적 귀납법으로 증명할 수 있도록 한다.

⑤ 순서도의 세 가지 기본형을 잘 이해하도록 지도한다.

3) 본 단원의 수학사 내용

<표 7> 수열 단원 수학사 내용 조사표

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

쪽	교과서 내용	수학사 내용
p.46-p.48	1. 등차수열의 합	• 가우스의 생애와 일화 • 린드 파피루스의 빵의 분배 • 삼각수, 사각수, 오각수의 일반항
p.52-p.53	2. 등비수열의 합	• 린드 파피루스의 기묘한 문제
p.65	3. 수열의 귀납적 정의	• 「산반서」에 나오는 피보나치 수열

4) 학습지도안 작성

(1) 작성 방법

① 학습지도안은 도입(5분), 전개(35분), 정리 및 평가(10분) 단계로 고등학교 교육과정에 적당한 수학사 내용을 이용하여 작성한다.

② 학습할 내용과 관련되는 수학사 내용을 조사한 후 교재를 재구성한다.

③ 수학 학습을 위한 사고력을 기를 수 있도록 수학적 발견 과정을 잘 조사하여 작

성한다.

④ 학습자가 수학에 대한 관심과 흥미를 가질 수 있도록 교과 내용과 수학사 내용을 관련지으면서 작성한다.

⑤ 수학자들의 수학적 발견 과정을 통하여 생겨난 문제를 학습자들이 풀어봄으로써 역사의식을 느낄 수 있도록 작성한다.

(2) 평가 및 과제

① 평가는 수행평가로 하고 교과서 내용 수준에 맞추어 두 문항을 출제한다.

② 과제는 수학사 내용과 연관된 두 문제를 제시한다.

(3) 작성상의 유의점

① 너무 어렵고 전문적인 수학사 내용이 도입되지 않도록 유의한다.

② 수업의 질을 높일 수 있도록 학습 내용과 관련된 수학사 내용을 적절히 이용하도록 해야 한다.

③ 수학사 내용을 절대로 남용하지 않도록 해야 한다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

2. 학습지도안

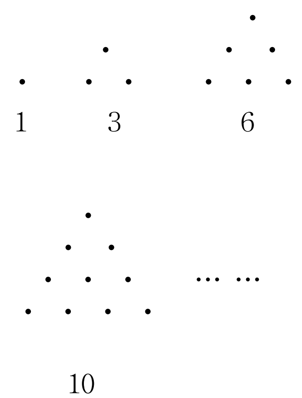
1) 본시 학습지도안

<표 8> 수열 단원 학습지도안

<table>
<tr><td colspan="2">대단원</td><td>Ⅱ. 수 열</td><td>대상</td><td>제2학년</td><td>차시</td><td>3 / 23</td></tr>
<tr><td colspan="2">소단원</td><td colspan="5">1. 등차수열과 등비수열</td></tr>
<tr><td colspan="2">학습주제</td><td colspan="5">1 등차수열</td></tr>
<tr><td colspan="2">학습목표</td><td colspan="5">1. 등차수열의 합의 공식을 유도한다.
2. 등차수열의 합을 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td colspan="2">유의점</td><td colspan="5">수학사적인 내용과 연관시켜 교과 내용을 이해시킨다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">단계</td><td rowspan="2">학습내용</td><td colspan="4">교수-학습 활동</td><td rowspan="2">지도상 유의점</td></tr>
<tr><td colspan="3">교 사</td><td>학 생</td></tr>
<tr><td>도입</td><td>학습분위기 조성</td><td colspan="3">출석을 점검하고 학습의욕을 환기시킨다.</td><td>학습 준비 자세를 갖춘다.</td><td>학습준비 상태를 파악한다.</td></tr>
</table>

단계	학습내용	교수-학습 활동		지도상 유의점
		교 사	학 생	
도입 (5분)	선수학습 확인	1, 3, 5, 7, 9, … 와 같이 어떤 수에 차례로 일정한 수를 더해서 만들어지는 수열은? 더하는 일정한 수는?	등차수열과 공차임을 인지한다.	TP자료 제시
		첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열에서 제 n항(일반항)은?	$a_n = a + (n-1)d$ 임을 인지한다.	TP자료 제시
	단원명 제시	학습할 단원을 판서하고 학습할 범위를 확인시킨다.	학습할 범위를 확인한다.	
	학습목표 제시	칠판 왼쪽 상단에 판서한다. 학습목표를 설명하면서 본시 학습을 제시한다.	학습목표를 인지한다.	
전개 (35분)	등차수열의 합	아르키메데스, 뉴턴과 더불어 3대 수학자로 불리는 가우스(Gauss, 1777~1855, 독일)는 19세기의 가장 위대한 수학자였다. 그는 어렸을 때부터 신동이었다. 3살 때 아버지의 부기장부에 있는 계산착오를 지적하였다고 한다.		가우스의 일화를 소개함으로써 관심과 흥미를 가지고 등차수열의 합을 구할 수 있도록 한다.
		또, 그가 초등학교에 다니던 10살 때 선생님이 1부터 40까지 더하라는 문제를 내었다. 이때 가우스는 등차수열의 합의 원리를 이용하여 즉시 820이라는 답을 내었다.	1+2+ …+40 =(1+40)+(2+39)+ … +(20+21)=41×20 =820이 됨을 이해한다.	스스로 문제를 해결할 수 있는 사고력을 기르도록 강조한다.
	등차수열의 합의 공식	첫째항 a, 공차 d, 항수 n, 끝항 l인 등차수열의 합을 S_n라 하면 $S_n = a + (a+d) + \cdots + (l-d) + l$		

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

단계	학습내용	교수-학습 활동: 교사	교수-학습 활동: 학생	지도상 유의점
전개 (35분)		$S_n = l + (l-d) + \cdots + (a+d) + a$ 위의 두 식을 변끼리 더하면 $2S_n = (a+l) + \cdots + (a+l)$ $= n(a+l)$이므로 $S_n = \frac{1}{2}n(a+l)$ ……① $l = a + (n-1)d$을 ①에 대입하면 $S_n = \frac{1}{2}n\{2a + (n-1)d\}$ 이다.	첫째항 a, 공차 d, 항수 n, 끝항 l인 등차수열의 합 S_n을 구하는 공식을 이해하고 암기한다.	등차수열의 합을 구할 때 가우스의 방법을 이용한 것임을 주지시킨다.
	<예제1>	(1) 첫째항이 1, 공차가 2인 등차수열에서 제10항까지의 합은?	(1) 첫째항과 공차를 알 때, 합을 구하는 공식을 이용해서 100임을 이해한다.	등 차 수 열 의 합의 공식을 이해시킨다.
		(2) 첫째항이 2, 끝항이 20, 항수가 5인 등차수열에서 합을 구하면?	(2) 첫째항과 끝항을 알 때, 합을 구하는 공식을 이용해서 55임을 이해한다.	
	삼각수	피타고라스 학파들이 발견한 삼각수는 등차수열의 합으로 표시된다. 	a_1=1 a_2=1+2 a_3=1+2+3 a_4=1+2+3+4 … … a_n=1+2+3+ …+n 으로 됨을 이해한다.	TP자료 제시

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

단계	학습내용	교수-학습 활동		지도상 유의점
		교 사	학 생	
		등차수열의 합의 공식을 이용하여 삼각수의 일반항 a_n을 구하면?	$\frac{1}{2}n(n+1)$	
	<문제1>	다음 등차수열의 합을 구하여라. (1) 첫째항 5, 공차 4, 항수 20 (2) 첫째항 -3, 제6항 2, 끝항 30	 860 459	등차수열의 합의 공식을 이해시킨다.
	린드 파피루스	영국의 대영박물관에 소장되어 있는 린드 파피루스는 기원전 약 1650년경 이집트의 신관(神官) 아메스가 기술하였고, 1877년 독일의 고고학자 아이젠로올에 의하여 현대어로 번역되었다. 린드 파피루스는 아메스 파피루스라고도 한다.	아메스가 기원전 약 1650년경 린드 파피루스에 수학적인 문제를 실었다는 것을 인지한다.	수학사적인 이야기를 통해서 관심과 흥미를 가질 수 있도록 지도한다.
전개 (35분)	린드 파피루스 수열문제	아메스는 린드 파피루스에서 다음과 같은 등차수열 문제를 소개하고 있다.		
	<문제2>	「100개의 빵을 5사람에게 분배하는데, 각자의 분배받을 몫이 등차수열을 이룬다. 분배받을 몫이 많은 쪽의 3사람 분의 1/7이 분배받을 몫이 적은 쪽의 2사람 분과 같도록 한다. 이 때, 공차와 각자가 분배받을 빵의 개수를 구하여라.」		TP자료 제시
	아메스의 풀이법	아메스는 다음과 같은 방법을 이용하고 있다. 「분배받을 몫의 차를 $5\frac{1}{2}$로 하면, 5사람이 분배받을 몫은 각각 1, $6\frac{1}{2}$, 12, $17\frac{1}{2}$, 23이 되므로 이 수열의 합은 60이다. 분배할 빵의	등차수열의 개념을 확실히 이해하고 해법을 찾는다.	TP자료 제시

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

단계	학습내용	교수-학습 활동		지도상 유의점
		교 사	학 생	
전개 (35분)		수는 $60\times1\frac{2}{3}=100$이 되어야 한다. 그러므로 구하고자 하는 공차는 $5\frac{1}{2}\times1\frac{2}{3}=9\frac{1}{6}$이고, 5 사람이 분배받을 몫은 각 항에 $1\frac{2}{3}$를 곱해서 $1\frac{2}{3}$, $10\frac{5}{6}$, 20, $29\frac{1}{6}$, $38\frac{1}{3}$이 된다.」 5사람이 분배받을 몫을 각각 a, $a+d$, $a+2d$, $a+3d$, $a+4d$라 하면 $a+(a+d)=\frac{1}{7}\{(a+2d)+(a+3d)+(a+4d)\}$에서 $d=5\frac{1}{2}a$가 된다. 그러므로 공차 d는 첫째항의 $5\frac{1}{2}$배이다. 첫째항을 1로 가정하면 아메스의 수열을 얻는다. 이런 해법이 가정법이다.		
	<예제2>	세 변의 길이가 등차수열을 이루는 직각삼각형이 있다. 둘레는 36 cm이고, 넓이가 54 cm^2일 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이를 구하여라.	세 변의 길이를 $a-d$, a, $a+d$ 라 놓고 풀면 빗변의 길이는 15(cm)가 된다.	문제를 푸는 동안 학생들의 태도를 파악한다.
정리 및 평가 (10분)	학습내용 정리	등차수열의 합의 공식은 첫째항과 공차를 알 경우와 첫째항과 끝항을 알 경우를 나누어서 적용할 수 있도록 이해시킨다.	가우스의 방법을 생각하면서 공식을 정리한다.	

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

단계	학습내용	교수-학습 활동		지도상 유의점
		교 사	학 생	
정리 및 평가 (10분)	질문사항	학생들에게 의문 사항을 질문 받는다.	의문 사항은 질문한다.	
	수행평가	수행평가지를 배부하여 각자 풀어 보도록 한다.	각자 풀어본다.	
	과제제시	수행평가지에 제시		
	차시예고	다음 시간에는 등비수열을 학습하도록 하겠습니다.		

2) 수행평가

<표 9> 수행평가 및 과제

평가목표 : 등차수열의 합의 공식을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.

1. 제3항이 5, 제6항이 17인 등차수열에서 첫째항에서 제20항까지의 합을 구하여라.

2. 등차수열을 이루는 세 수가 있다. 그 합은 9이고 제곱의 합은 29이다. 이 등차수열을 구하여라.

<과제>

1. 120개의 빵을 5사람에게 분배하는데, 각자의 분배받을 몫이 등차수열을 이룬다. 분배받을 몫이 많은 쪽의 3사람 분의 1/7이 분배받을 몫이 적은 쪽의 2사람 분과 같도록 한다. 이 때, 가장 적게 분배받을 사람의 빵의 개수를 구하여라.

2. 린드 파피루스에 대해서 조사하여 보자.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

Ⅵ. 설문지 조사 결과 분석

1. 설문지 조사

1) 연구 대상

설문지 검사는 제주시에 소재하고 있는 인문계 고등학교 2학년 학생을 대상으로 하였다. 6개 학급에서 285명을 대상으로 조사하여 252명의 설문지를 회수하였다.

2) 연구 방법

본 연구는 2000년 3월부터 2000년 12월까지 수학 I 교과서 단원 첫머리에 소개되는 수학사 내용과 교과 내용에 도움이 되는 수학사 내용을 교수-학습 자료로 준비하여 수업시간에 가끔씩 이용하였다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

수학사 내용을 교수-학습 자료로 이용한 후, 수학 학습에 미치는 효과를 설문지를 작성하여 2000년 12월에 조사하였다.

설문지는 〈부록〉에 나와 있으며 수학사에 대한 관심도 조사 7문항, 수학사 활용이 수학 학습에 미치는 영향 6문항, 수학사 활용이 수학 학습에 기대할 수 있는 효과 5문항으로 작성되어 있다.

2. 설문지 결과 분석

1) 수학사에 대한 관심도 조사

(1) 설문 조사 결과

1. 수학사에 대한 관심은 어느 정도입니까?

항 목 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 많다.	38	15.1
② 많다.	78	31.0
③ 보통이다.	79	31.3
④ 적다.	33	13.1
⑤ 없다.	24	9.5

2. 교과서에서 소개되는 수학사 내용을 읽을 때, 이해하기가 어떻습니까?

항 목 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 어려운 편이다.	78	31.0
② 그저 그렇다.	148	58.7
③ 쉬운 편이다.	26	10.3

3. 교과서에서 소개되는 수학사 내용의 분량은?

항 목 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 더 자세한 내용을 다루었으면 좋겠다.	98	38.9
② 단원 내용에 따라 조절하면 좋겠다.	101	40.1
③ 현행 교과서의 분량이 적당하다.	33	13.1
④ 좀 줄였으면 좋겠다.	12	4.7
⑤ 없앴으면 좋겠다.	8	3.2

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

4. 교과서 외 수학사에 관한 책을 읽어본 적이 있습니까?

항 목 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 여러 권 읽었다.	7	2.8
② 1~2권 읽었다.	38	15.1
③ 여러 권 책에서 조금씩 읽었다.	39	15.4
④ 수학 참고서에서 읽었다.	69	27.4
⑤ 읽지 않았다.	99	39.3

5. 교과서 외 수학사에 관한 책을 읽어보고 싶은 마음이 어느 정도입니까?

항 목 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 많다.	27	10.7
② 많다.	83	32.9
③ 보통이다.	85	33.7
④ 적다.	38	15.1
⑤ 없다.	19	7.6

6. 교과서에서 소개되는 수학사 내용을 읽을 때, 제일 많이 느끼는 점을 다음 보기 중에서 찾아 순서대로 번호를 적으시오. ( ), ( ), ( ), ( )

항 목 / 구 분	1순위 인원 (252명)	백분율 (%)
① 수학사의 내용을 더 알고 싶은 마음이 생긴다.	84	33.4
② 수학 과목의 중요성을 알게 한다.	24	9.5
③ 수학 학습 내용의 이해에 도움을 준다.	55	21.8
④ 수학 학습에 흥미를 갖게 한다.	89	35.3

7. 다음 보기는 수학사에 관한 항목이다. 수학사 항목 중에서 가장 알고 싶은 것을 순서대로 번호를 적으시오. ( ), ( ), ( ), ( ), ( )

항 목 / 구 분	1순위 인원 (252명)	백분율 (%)
① 단원 발생의 배경	44	17.5
② 교과 내용의 역사적 배경	22	8.7
③ 수학자들의 업적 및 일화	107	42.5
④ 수학적 기호·용어의 유래	41	16.2
⑤ 수학적 개념의 발달 과정	38	15.1

(2) 결과 분석

① 1번 문항에서 252명 중 116명이 수학사에 대한 관심이 매우 많거나 많은 것으로 조사되었다. 이 조사 결과를 분석하면 수학사에 대해 관심이 많은 편이다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

② 2번 문항에서 252명 중 148명이 교과서에서 소개되는 수학사 내용을 읽을 때, 이해하기가 그저 그렇다고 응답하였다. 3번 문항에서 98명이 교과서에서 소개되는 수학사 내용을 더 자세하게 다루었으면 좋겠다고 응답하였고, 101명이 단원 내용에 따라 조절하면 좋겠다고 응답하였다. 이 조사 결과를 분석하면

첫째, 수학사 내용을 쉽게 해석해서 교과서에 수록해야 하겠다.

둘째, 수학사 내용을 단원 내용에 따라 적절히 조절하고 상세하게 수록해야겠다.

③ 4번 문항에서 252명 중 99명이 교과서 외 수학사에 관한 책을 읽지 않았다고 응답하였다. 5번 문항에서 110명이 교과서 외 수학사에 관한 책을 읽어보고 싶은 마음이 매우 많거나 많은 것으로 응답하였다. 이 조사 결과를 분석하면

첫째, 교과서 외 수학사에 관한 책을 읽어보고 싶은 학생들도 많이 있지만, 수학 참고서 외는 참고 도서가 부족한 실정임을 보여준다.

둘째, 수학사에 관한 참고 도서를 많이 출판해서 보급해야됨을 시사해 준다.

④ 6번 문항에서 교과서에서 소개되는 수학사 내용을 읽을 때, 252명 중 89명이 1순위로 수학 학습에 흥미를 갖는다고 응답하였다. 7번 문항에서 252명 중 107명이 수학자들의 업적 및 일화를 가장 알고 싶다고 응답하였다. 이 조사 결과를 분석하면

첫째, 수학사 내용을 통해서 수학 학습에 흥미를 갖게 할 수 있음을 시사해 준다.

둘째, 수학자들의 업적 및 일화를 통해서 수학사 내용을 더 깊게 소개할 수 있다.

2) 수학사 활용이 수학 학습에 미치는 영향

(1) 설문 조사 결과

1. 수학 과목이 어느 정도 중요하다고 생각하십니까?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 중요하다.	53	21.0
② 중요하다.	119	47.2
③ 보통이다.	54	21.4
④ 중요하지 않다.	14	5.6
⑤ 전혀 중요하지 않다.	12	4.8

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

2. 수학사에 관한 내용을 책이나 교과서에서 읽을 때, 수학 학습에 어느 정도 관심을 갖게 되었습니까?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 많이	36	14.3
② 많이	96	38.1
③ 보통	78	31.0
④ 약간	23	9.1
⑤ 별다른 느낌이 없다.	19	7.5

3. 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때, 수학 과목에 대한 관심은 활용 안 할 때보다 어떻습니까?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 더 많아진다.	173	68.6
② 변함이 없다.	64	25.4
③ 더 적어진다.	15	6.0

4. 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때, 수학 과목에 대한 흥

미는 활용 안 할 때보다 어떻습니까?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 더 많아진다.	175	69.4
② 변함이 없다.	65	25.8
③ 더 적어진다.	12	4.8

5. 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때, 수업 태도는 활용 안 할 때보다 어떻습니까?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 더 적극적이다.	172	68.2
② 변함이 없다.	71	28.2
③ 더 소극적이다.	9	3.6

6. 효과적인 수학 수업을 위하여 수학사 내용을 활용하는 것이 좋겠습니까?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 좋다.	59	23.4
② 좋다.	119	47.2
③ 그저 그렇다.	52	20.6
④ 필요 없는 편이다.	14	5.6
⑤ 좋지 않다.	8	3.2

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

(2) 결과 분석

① 1번 문항에서 252명 중 172명이 수학 과목이 매우 중요하거나 중요하다고 응답하였다. 이 조사 결과를 분석하면 학생들이 수학을 중요한 과목으로 생각하고 있다.

② 2번 문항에서 252명중 132명이 수학사 내용을 읽을 때, 수학 학습에 매우 많이 또는 많이 관심을 갖게 되었다고 응답하였다. 이 조사 결과를 분석하면 수학사 내용을 읽음으로써 수학 학습에 관심을 가질 수 있음을 시사해 준다.

③ 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때, 3번 문항에서 252명중 173명이 수학 과목에 대해 관심이 많아지고, 4번 문항에서 175명이 수학 과목에 흥미가 생기고, 5번 문항에서 172명이 수업 태도가 더 적극적으로 된다고 응답하였다. 이 조사 결과를 분석하면

첫째, 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때 수학 학습에 관심과

흥미가 더 생김을 보여준다.

둘째, 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때 수업 태도가 더 적극적으로 되어서 학생 주도적인 수업이 될 수 있음을 시사해 준다.

④ 6번 문항에서 252명중 178명이 효과적인 수학 수업을 위하여 수학사 내용을 활용하는 것이 좋다고 하였다. 이 조사 결과를 분석하면 수학 학습에 교수-학습 자료로 수학사 내용을 활용해야 됨을 시사해 준다.

3) 수학사 활용이 수학 학습에 기대할 수 있는 효과

(1) 설문 조사 결과

1. 수학 공부의 필요성을 어느 정도 느낄 수 있는가?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 많이	47	18.6
② 많이	113	44.8
③ 보통	65	25.8
④ 약간	15	6.0
⑤ 느끼지 못한다.	12	4.8

제주대학교 중앙도서관

2. 관심과 흥미를 유발시켜 수학 학습에 도움을 어느 정도 줄 수 있는가?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 많이	43	17.1
② 많이	127	50.4
③ 보통	60	23.8
④ 약간	17	6.7
⑤ 도움을 줄 수 없다.	5	2.0

3. 수학적 내용의 발달 과정을 통해서 수학의 원리와 개념을 이해하는데 도움을 어느 정도 줄 것인가?

항 목 / 구 분	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 많이	38	15.1
② 많이	114	45.2
③ 보통	75	29.8
④ 약간	20	7.9
⑤ 도움을 줄 수 없다.	5	2.0

4. 훌륭한 수학자의 생애를 통해서 수학적 탐구정신을 어느 정도 배울 수 것인가?

구 분 \ 항 목	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 많이	42	16.7
② 많이	113	44.8
③ 보통	69	27.4
④ 약간	24	9.5
⑤ 배울 수 없다.	4	1.6

5. 수학이 다른 학문의 기초가 됨을 어느 정도 알 수 있는가?

구 분 \ 항 목	인원 (252명)	백분율 (%)
① 매우 많이	42	16.7
② 많이	116	46.0
③ 보통	62	24.6
④ 약간	17	6.7
⑤ 알 수 없다.	15	6.0

(2) 결과 분석

① 수학사를 활용할 때, 1번 문항에서 252명 중 160명이 수학 공부의 필요성을 매우 많이 또는 많이 느낀다고 응답하였고, 2번 문항에서 170명이 관심과 흥미를 유발시켜 수학 학습에 도움을 매우 많이 또는 많이 줄 수 있다고 응답하였다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

이 조사 결과를 분석하면

첫째, 수학사를 활용할 때 수학 공부의 필요성을 느낀다.

둘째, 수학사를 활용할 때 동기유발을 시켜 수학 학습에 도움이 될 수 있다.

② 수학사를 활용할 때, 3번 문항에서 252명중 152명이 수학적 내용의 발달 과정을 통해서 수학의 원리와 개념을 이해하는데 도움을 매우 많이 또는 많이 준다고 응답하였고, 4번 문항에서 155명이 훌륭한 수학자의 생애를 통해서 수학적 탐구정신을 매우 많이 또는 많이 배울 수 있다고 응답하였다. 이 조사 결과를 분석하면

첫째, 수학사를 활용할 때 수학의 원리와 개념을 이해하는데 도움을 줄 수 있다.

둘째, 수학사를 활용할 때 훌륭한 수학자의 생애를 통해서 수학적 탐구정신을 배울 수 있음을 시사해 준다.

③ 수학사를 활용할 때, 5번 문항에서 252명중 158명이 수학이 다른 학문의 기초가 됨을 매우 많이 또는 많이 알 수 있다고 응답하였다. 이 조사 결과를 분석하면 수학사를 알면 수학이 다른 학문의 기초가 됨을 더 잘 알 수 있음을 시사해 준다.

Ⅶ. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구는 수학 교과에서 필요한 수학사 내용을 수업 시간에 체계적으로 활용함으로써 학생들이 더욱 흥미를 가지고 적극적으로 수업에 참여하게 하고 학습 의욕을 고취시키면서 내적인 학습 동기를 유발시키는데 그 목적이 있다.

우선 수학 교과의 역사적 고찰을 위해서 수학의 발달사를 고등학교 교과내용과 관련되는 부분을 중심으로 살펴보았다. 또, 수학 I 교과서 수열・극한・미분법・적분법 단원에 소개되는 수학사 내용을 분석하고 수학사적인 교수-학습 자료를 개발해서 수업시간에 활용하였다. 그래서 수학 학습에 미치는 영향을 살펴 본 결과 요약하면 다음과 같다.

첫째, 수학사 활용을 통해서 수학 과목이 중요하다는 생각을 더하게 되었다.

둘째, 수학사에 관한 내용을 책이나 교과서에서 읽을 때 수학 학습에 관심을 많이 갖게 되었다.

셋째, 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때 수학 과목에 대한 관심과 흥미는 더 많아졌다.

넷째, 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때 수업에 더 적극적으로 참여하게 되었다.

다섯째, 수학사를 활용할 때 수학의 원리와 개념을 이해하는데 도움을 줄 수 있다.

여섯째, 효과적인 수학 수업을 위하여 수학사 내용을 활용하는 것이 좋다는 결론이 나왔다.

이 연구를 통해서 효과적인 수학 학습을 위하여 수학사를 도입하는 것이 아주 바람직한 방향이라고 볼 수 있다.

2. 제언

본 연구를 통하여 다음과 같이 제언한다.

첫째, 수학 교과서에 수학사 내용을 단원 내용에 따라 조절하고 더 자세하게 다루는 것이 바람직하다.

둘째, 수학사에 관한 참고 자료가 교과서 마지막 부분에 부록으로 실려야 한다.

셋째, 수학 교육의 질과 효과를 높이기 위하여 수학사를 위한 교재가 개발되어야 한다.

넷째, 수학사 지도 방법과 내용 개발에 대한 교사 연수가 자주 개설되어야 한다.

다섯째, 수학사 내용도 시험을 출제할 때 1~2문제 내도록 하는 것이 바람직하다.

여섯째, 수학사 내용을 다루는 인터넷 사이트들을 소개하는 것이 바람직하다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

참 고 문 헌

1. 교육부(1995),「고등학교 수학과 교육과정 해설」, 대한교과서 주식회사.

2. 교육부(1997),「수학과 교육과정(별책8)」, 대한교과서 주식회사.

3. 김도상 외 3인(1990),「수학과 교재론」, 경문사.

4. 김명렬 외 2인(2000),「고등학교 수학 I」, (주)중앙교육진흥연구소.

5. 김연식・김흥기(2000),「고등학교 수학 I」, 두산동아.

6. 김용운・김용국(1992),「세계수학문화사」, 전파과학사.

7. 김용운・김용국(1996),「수학사대전」, 우성.

8. 박두일 외 3인(2000),「고등학교 공통수학」, (주)교학사.

9. 박두일 외 3인(2000),「고등학교 수학Ⅰ」, (주)교학사.

10. 박두일・신동선(1996),「고등학교 수학 Ⅱ상 교사용 지도서」, (주) 교학사.

11. 박두일・신동선(1996),「고등학교 수학 Ⅱ하 교사용 지도서」, (주) 교학사.

12. 박두일・신동선(1996),「고등학교 일반수학 교사용 지도서」, (주) 교학사.

13. 박세희(1986),「수학의 세계」, 서울대학교 출판부.

14. 박한식 외 5인(2000),「고등학교 수학Ⅰ」, (주)지학사.

15. 변영계(1984),「학습지도」, 배영사.

16. 오승재(1995) 편역,「수학의 천재들」, 경문사.

17. 우정호(2000),「고등학교 수학Ⅰ」, 지학사.

18. 윤옥경 외 4인(2000),「고등학교 수학Ⅰ」, (주)중앙교육진흥연구소.

19. 이성헌(1980),「세계수학사 및 수학교수법」, 교학사.

20. 이태규(1996),「이야기 수학사」, 백흥출판사.

21. 이현구 외 6인(2000),「고등학교 수학Ⅰ」, (주)천재교육.

22. 이홍천 외 2인(2000),「고등학교 수학Ⅰ」, (주)두산.

23. 조태근 외 6인(2000),「고등학교 수학Ⅰ」, (주)금성출판사.

24. Asger Aaboe(1998),「초기수학의 에피소드(Episodes From the Early History

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

of Mathematics)」, 김안현・이광연 옮김(1998), 10101.
25. E. T. Bell(1937),「수학을 만든 사람들(상) (Men of Mathematics)」, 안재구 옮김 (1993), 미래사.
26. Florian Cajori(1917),「수학의 역사(A History of Elementary Mathematics)」, 정지호 역(1991), 창원사.
27. Howard Eves(1979),「수학사 (An Introduction To The History of Mathem -atics)」, 이우영・ 신항균 옮김(1998), 경문사.
28. Marbin Jay Greenberg(1974),「Euclid 기하학과 비 Euclid 기하학(Euclid Geometry and Noneuclid Geometry)」, 이우영 역(1997), 경문사.
29. Philip J. Davis・Reuben Hersh(1983),「수학적 경험 (The Mathematical Experience) (상)」, 양영오・허 민 옮김(1995), 경문사.
30. 구장서(1994), "수학사와 관련한 중등수학 교수-학습 지도 자료 개발 연구", 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.
31. 김은미(1996), "수학사에 관한 교사들의 실태조사와 교수자료 개발", 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.
32. 문현진(1996), "수학사 지도에 관한 연구 : 중학교 수학교육과정을 중심으로", 석사학위논문, 경상대학교 교육대학원.
33. 박미자(1986), "수학사적 내용의 도입을 통한 수학교과 지도방안 : 중학교 교과과정을 중심으로", 석사학위논문, 충북대학교 교육대학원.
34. 오시봉(1999), "피보나치수열과 황금비에 관한 연구", 석사학위논문, 제주대학교 교육대학원 수학교육전공.
35. 이희종(1993), "고등학교 수학과 학습흥미 유발을 위한 수학사적인 교수-학습 자료 개발 연구", 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.
36. 주영희(1997), "수학 교육에 있어 수학사 활용에 대한 교사들의 인식", 석사학위논문, 강원대학교 교육대학원.
37. 류희찬(1996), "우리 나라 수학교육의 환경 : 그 문제점과 개선책",「수학교육 제13집」, 제주도 중등수학교육연구회.
38. 박을용 외 4인(1984),「콘사이스 수학사전」, 창원사.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

<Abstract>

Development of Teaching-Learning Materials on Mathematics History for Guiding High School Mathematics

Son, Young-Tae

Mathematics Education Major
Graduate school of Education, Cheju National University
Cheju, Korea

Supervised by Professor Song, Seok-Zun

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

This study aims to direct students to actively participate in class with greater interest and to induce learning motivation with learning desire through systematically utilizing mathematics history materials necessary for learning mathematics.

For our purpose, we made following researches.

First, through literature research, we looked over mathematics history into ancient mathematics, medieval mathematics, modern mathematics, and contemporary mathematics of the 20th century and examined each one.

Second, we developed teaching-learning materials on mathematics

history by analyzing the high school mathematics curriculum and mathematics history introduced in textbooks.

Third, we made a model teaching plan for one hour class using mathematics history materials.

Fourth, through a questionnaire, we analyzed the degree of interest in mathematics history and influence of mathematics history on the learning of mathematics.

In conclusion, this study shows the need for the introduction and utilization of mathematics history as a new teaching-learning method in the high school classroom.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

* A thesis submitted to the Committee of the Graduate School of Education, Cheju National University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Education in August, 2001.

부 록

수학사 활용에 대한 설문지

1) 수학사에 대한 관심도 조사

2) 수학사 활용이 수학 학습에 미치는 영향

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

3) 수학사 활용이 수학 학습에 기대할 수 있는 효과

제주대학교 교육대학원

수학교육전공

손 영 태

수학사 활용에 대한 설문지

안녕하십니까?

바쁘신 가운데 귀찮은 부탁을 드려서 죄송합니다. 본 설문지는 수학사(수학의 역사, 수학적 개념의 발달 과정, 단원 발생의 배경, 수학자들의 업적과 일화 등) 활용이 수학 학습에 미치는 영향을 조사하기 위한 것입니다. 이 조사 결과는 반드시 익명으로 처리되며, 학생들의 수학 학습에 도움을 주기 위한 자료를 얻기 위한 것이고 본 연구 목적을 위해서만 활용됩니다.

바쁘시더라도 잠시 시간을 내어 답해 주시면 대단히 감사하겠습니다.

※ 작성요령 : 해당되는 번호 한 곳에만 ∨표 해 주십시오.

1) 수학사에 대한 관심도 조사

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

1. 수학사에 대한 관심은 어느 정도입니까?

① 매우 많다. ② 많다. ③ 보통이다. ④ 적다. ⑤ 없다.

2. 교과서에서 소개되는 수학사 내용을 읽을 때, 이해하기가 어떻습니까?

① 어려운 편이다. ② 그저 그렇다. ③ 쉬운 편이다.

3. 교과서에서 소개되는 수학사 내용의 분량은?

① 더 자세한 내용을 다루었으면 좋겠다.

② 단원 내용에 따라 조절하면 좋겠다.

③ 현행 교과서의 분량이 적당하다.

④ 좀 줄였으면 좋겠다. ⑤ 없앴으면 좋겠다.

4. 교과서 외 수학사에 관한 책을 읽어본 적이 있습니까?

① 여러 권 읽었다. ② 1~2 권 읽었다.

③ 여러 권 책에서 조금씩 읽었다.

④ 수학 참고서에서 읽었다. ⑤ 읽지 않았다.

5. 교과서 외 수학사에 관한 책을 읽어보고 싶은 마음이 어느 정도입니까?

① 매우 많다. ② 많다. ③ 보통이다. ④ 적다. ⑤ 없다.

6. 교과서에서 소개되는 수학사 내용을 읽을 때, 제일 많이 느끼는 점을 다음 보기 중에서 찾아 순서대로 번호를 적으시오. ( ), ( ), ( ), ( )

① 수학사의 내용을 더 알고 싶은 마음이 생긴다.
② 수학 과목의 중요성을 알게 한다.
③ 수학 학습 내용의 이해에 도움을 준다.
④ 수학 학습에 흥미를 갖게 한다.

7. 다음 보기는 수학사에 관한 항목이다. 수학사 항목 중에서 가장 알고 싶은 것을 순서대로 번호를 적으시오. ( ), ( ), ( ), ( ), ( )

① 단원 발생의 배경	② 교과 내용의 역사적 배경
③ 수학자들의 업적 및 일화	④ 수학적 기호·용어의 유래
⑤ 수학적 개념의 발달 과정	

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

2) 수학사 활용이 수학 학습에 미치는 영향

1. 수학 과목이 어느 정도 중요하다고 생각하십니까?
   ① 매우 중요하다. ② 중요하다. ③ 보통이다.
   ④ 중요하지 않다. ⑤ 전혀 중요하지 않다.
2. 수학사에 관한 내용을 책이나 교과서에서 읽을 때, 수학 학습에 어느 정도 관심을 갖게 되었습니까?
   ① 매우 많이 ② 많이 ③ 보통 ④ 약간 ⑤ 별다른 느낌이 없다.
3. 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때, 수학 과목에 대한 관심은 활용 안 할 때보다 어떻습니까?
   ① 더 많아진다. ② 변함이 없다. ③ 더 적어진다.
4. 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때, 수학 과목에 대한 흥미는 활용 안 할 때보다 어떻습니까?

① 더 많아진다.　　② 변함이 없다.　　③ 더 적어진다.

5. 교수-학습 자료로 수학사 내용을 수업시간에 활용할 때, 수업 태도는 활용 안 할 때보다 어떻습니까?

① 더 적극적이다.　　② 변함이 없다.　　③ 더 소극적이다.

6. 효과적인 수학 수업을 위하여 수학사 내용을 활용하는 것이 좋겠습니까?

① 매우 좋다.　　② 좋다.　　③ 그저 그렇다.

④ 필요 없는 편이다.　　⑤ 좋지 않다.

3) 수학사 활용이 수학 학습에 기대할 수 있는 효과

1. 수학 공부의 필요성을 어느 정도 느낄 수 있는가?

① 매우 많이　　② 많이　　③ 보통

④ 약간　　⑤ 느끼지 못한다.

2. 관심과 흥미를 유발시켜 수학 학습에 도움을 어느 정도 줄 수 있는가?

① 매우 많이　　② 많이　　③ 보통

④ 약간　　⑤ 도움을 줄 수 없다.

제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

3. 수학적 내용의 발달 과정을 통해서 수학의 원리와 개념을 이해하는데 도움을 어느 정도 줄 것인가?

① 매우 많이　　② 많이　　③ 보통

④ 약간　　⑤ 도움을 줄 수 없다.

4. 훌륭한 수학자의 생애를 통해서 수학적 탐구정신을 어느 정도 배울 수 있는가?

① 매우 많이　　② 많이　　③ 보통

④ 약간　　⑤ 배울 수 없다.

5. 수학이 다른 학문의 기초가 됨을 어느 정도 알 수 있는가?

① 매우 많이　　② 많이　　③ 보통

④ 약간　　⑤ 알 수 없다.

※ 이 설문에 응답해 주신 여러 학생들에게 다시 한번 고마운 말씀을 드립니다. 수고하셨습니다.