

碩士學位論文

동적 전기 임피던스 단층촬영법을  
이용한 공정 감시 시스템



濟州大學校 大學院

電氣電子工學科

金 禎 訓

2005年 12月

# 동적 전기 임피던스 단층촬영법을 이용한 공정 감시 시스템

指導教授 金 慶 淵

金 禎 訓

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함



金禎訓의 工學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長 \_\_\_\_\_ 印  
委 員 \_\_\_\_\_ 印  
委 員 \_\_\_\_\_ 印

濟州大學校 大學院

2005年 12月

# Process Monitoring System Based on Dynamic Electrical Impedance Tomography

Jeong Hoon Kim  
(Supervised by professor Kyung Youn Kim)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for  
the degree of Master of Engineering



Department of Electrical and Electronic Engineering  
GRADUATE SCHOOL  
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

# 목 차

|  |    |
|--|----|
| Nomenclatures .....                                | 1  |
| Summary .....                                      | 4  |
| I. 서 론 .....                                       | 5  |
| II. 전기 임피던스 단층촬영법을 이용한 공정 감시 시스템의<br>정문제 해석 .....  | 7  |
| III. 전기 임피던스 단층촬영법을 이용한 공정 감시 시스템의<br>역문제 해석 ..... | 9  |
| 1. 이산상태공간 모델 .....                                 | 9  |
| 2. 동적 복원 알고리즘 .....                                | 13 |
| 1) 확장 칼만 필터 알고리즘 .....                             | 13 |
| 2) 제안한 동적 복원 알고리즘 .....                            | 15 |
| IV. 컴퓨터 시뮬레이션 .....                                | 22 |
| 1. 기대치 않은 측정 잡음이 없는 경우에서의 보상 .....                 | 25 |
| 2. 기대치 않은 측정 잡음이 있는 경우에서의 보상 .....                 | 28 |
| V. 결론 .....  | 33 |
| 참고문헌 .....   | 34 |

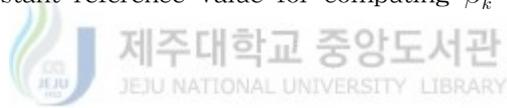


## Nomenclatures

|                  |  |
|------------------|--|
| $u$              | calculated voltage   |
| $n$              | unit outward normal vector   |
| $\sigma$         | conductivity or state vector                                       |
| $z_l$            | contact impedance at the $l$ th electrode                          |
| $U_l$            | measurement voltage at $l$ th electrode                            |
| $I_l$            | current injected at the $l$ th electrode                           |
| $L$              | the total number of electrodes                                     |
| $S$              | area of electrode  |
| $\epsilon_l$     | $l$ th electrode   |
| $\Omega$         | area of the object   |
| $\partial\Omega$ | boundary of the object   |
| $R$              | resistance   |
|                  |  |
| $c$              | concentration  |
| $t$              | continuous time  |
| $K$              | diffusion coefficient  |
| $\vec{v}$        | velocity of fluid  |
| $\mu$            | modeling error   |
| $\lambda$        | constant of proportionality between concentration and conductivity |
| $F$              | state transition matrix  |
| $k, k'$          | discrete time-step   |
| $s_{k'}$         | input vector at the $k'$ th step                                   |
| $\tilde{s}_{k'}$ | input noise at the $k'$ th step                                    |
| $\mu_{k'}$       | modeling error at the $k'$ th step                                 |
| $\hat{i}$        | unit vector in x-coordinate  |
| $\hat{j}$        | unit vector in y-coordinate  |
| $m$              | the number of state transition                                     |
| $\tilde{s}_k$    | input noise at the $k$ th step                                     |

|                  |  |
|------------------|--|
| $\mu_k$          | modeling error at the $k$ th step  |
| $\bar{s}_k$      | input vector at the $k$ th step  |
| $w_k$            | process error at the $k$ th step   |
| $h$              | nonlinear function   |
| $\nu_k$          | measurement noise at the $k$ th step   |
| $F_k$            | state transition matrix at the $k$ th step   |
| $U_k$            | measurement voltage at the $k$ th step   |
| $V_k$            | computed voltage at the $k$ th step  |
| $\sigma_{k k-1}$ | state vector of the $k$ th step predicted with measurement voltage of the $(k-1)$ th step                                |
| $\sigma_{k k}$   | state vector of the $k$ th step estimated with measurement voltage of the $k$ th step                                    |
| $P_k$            | measurement noise covariance   |
| $C_{k k}$        | error covariance matrix of the $k$ th iteration time estimated with predicted error covariance matrix of the $k$ th step |
| $C_{k k-1}$      | error covariance matrix of the $k$ th step estimated with estimated error covariance matrix of the $(k-1)$ th step       |
| $J_k$            | jacobian for $\sigma_{k k-1}$  |
| $\bar{\nu}_k$    | measurement noise including $\nu_k$ and the truncation error resulted from Taylor method at the $k$ th step              |
| $\Phi$           | cost functional  |
| $\bar{P}_k$      | measurement noise covariance including the truncation error  |
| $Q_k$            | process error covariance matrix at the $k$ th step   |
| $G_k$            | Kalman gain at the $k$ th step   |
| $e_k$            | measurement residual   |
| $S_k$            | covariance matrix for $e_k$  |
| $I$              | identity matrix  |
| $Q_k^\eta$       | input noise covariance matrix  |
| $Q_k^\mu$        | modeling error covariance matrix   |

|                    |  |
|--------------------|--|
| $\alpha_k$         | coefficient to compensate the unexpected measurement noise at $k$ th step    |
| $\beta_k$          | coefficient to compensate the unexpected process noise at the $k$ th step    |
| $\sigma_{true}$    | true conductivity distribution   |
| $M$                | total number of models in IMM  |
| $\pi_{ij}$         | Markov model-switching probability from the $i$ th model to the $j$ th model |
| $\mu_k$            | model probability of the $j$ th sub-filter at the $k$ th step                |
| $\bar{c}_j$        | normalization constant   |
| $L_k^j$            | likelihood function of the $j$ th model at the $k$ th step                   |
| $N$                | total number of nodes  |
| $I_N$              | identity matrix with the size of $N \times N$                                |
| $I_L$              | identity matrix with the size of $L \times L$                                |
| $S_{cm}^{-1}$      | siemens per centimeter. $1 S_{cm}^{-1} = 1 (\Omega cm)^{-1}$                 |
| <i>ref. value1</i> | constant reference value for computing $\alpha_k$                            |
| <i>ref. value2</i> | constant reference value for computing $\beta_k$                             |



## Summary

Process monitoring system based on electrical impedance tomography(EIT) monitors the condition inside industrial processes by using indirect measurements from the boundary of the object. Since the electrical conductivity is estimated in the electrical impedance tomography, the concentration of fluid can be obtained from the estimated conductivity by the assumption of linear relationship. In this paper, a dynamic reconstruction algorithm is proposed to monitor the concentration distribution inside the fluid vessel. The interaction multiple model scheme is employed to enhance the performance of the extended Kalman filter. The main focus of the research is on the compensation of covariance for the extended Kalman filter in the presence of unexpected measurement noise. Extensive computer simulations are provided to evaluate the reconstruction performance of the proposed algorithm.



## I. 서론

전기 임피던스 단층촬영법(electrical impedance tomography; EIT)은 1989년 웹스터(Webster)가 기존의 X선 컴퓨터 단층촬영법(X-ray CT), 자기공명 영상법(MRI) 등이 가진 동적 영상복원(dynamic imaging) 문제를 해결하기 위해 처음으로 제안한 기법으로(Webster, 1990), 물체 외부에 전극을 부착하고 그 전극으로 전류를 주입하여 얻은 전압 데이터를 이용하여 물체 내부의 임피디비티 분포(impedivity distribution)를 찾는 방법을 이른다. 이는 구조상으로 크게 두 부분으로 구분되는데, 물체 외부에 부착되어진 전극을 통하여 전류를 주입하고 잡음과 오류가 적은 측정 전압 데이터를 얻기 위한 하드웨어 부분과 측정 전압 데이터를 이용하여 물체 내부의 임피디비티 분포를 컴퓨터 상에 시각화해주기 위한 소프트웨어 부분이다. 하드웨어 부분은 측정시 접촉저항의 영향을 낮추고 정확도를 높이기 위해 측정 데이터에 대한 입력임피던스는 되도록 크게 하고 입력에 대한 출력임피던스를 되도록 크게 하는 전압제어 전류원 방식이 이상적인데, 전류원을 전기 임피던스 단층촬영법에 이용한 연구는 1987년 브라운(Brown)과 시가(Seagar)에 의해 본격적으로 시작되었고(Webster, 1990), 이 연구는 그후 전기전자공학의 발전과 더불어 많은 발전을 거듭하여 왔다. 지금은 RPI 연구그룹, UMIST 연구그룹, 핀란드 Kuopio대학의 Inverse Problems 연구그룹 등이 각각 독자적인 기술을 갖고 연구해 나가고 있으며, 전기 임피던스 단층촬영법의 공간분해능을 향상시키기 위하여 전극 수를 기존의 32채널에서 64채널로 늘려나가는 추세에 있다. 소프트웨어 부분은 크게 두 가지 해석과정을 포함한다. 컴퓨터 상에서 이론적으로 측정 전압 데이터를 계산해주는 정문제 해석과정과 측정 전압 데이터를 이용하여 미지의 내부 임피디비티 분포를 추정하는 역문제 해석과정이다. 정문제 해석에서는 UMIST 연구그룹과 핀란드 Kuopio대학의 Inverse Problems 연구그룹, UCL 연구그룹 등(Bill Loinheart et al, 2000)에 의해 운반하기 쉽고(portable) 에러에 강함(robust) 소프트웨어 생산을 목표로 하여 개발된 EIDORS라는 MATLAB 소스가 유용하게 널리 쓰이고 있다. 역문제 해석은 정적 영상복원에 우수한 수정된 뉴턴-랍슨법(modified Newton-Rophson method)을 이용한 연구와 측정 데이터가 시간에 따라 변화하는 것을 고려한 동적 영상복원에서의 칼만 필터를 이용한 연구가 많이 진행되어져 왔다. 특히 동적 영상복원은 선형 칼만 필터(linearized Kalman filter)를 이용하는 핀란드 Kuopio대학의 Inverse Problems 연구그룹과 확장 칼만 필터(extended Kalman filter; EKF)를 이용하는 제주대학교 연구그룹(Kim K.Y 등 2001.4 등)에 의해 많은 연구가 있어 왔다.

전기 임피던스 단층촬영법의 응용분야 중 하나인 공정 감시 시스템(process monitoring system)은 공정의 물리적 특성(전도도, 속도 등)을 전기 임피던스 단층촬영법으로서 모니터링하기 위한 기법으로, 특히 이는 핀란드 Kuopio대학의 Inverse Problems 연구그룹을 중심으로 많은 연구가 있어 왔으며 앞으로 3D 단층촬영법의 발달과 더불어 화학공학, 에너지공학 등에서도 다양한 연구가 이루어질 것으로 보인다.

본 논문에서는 동적 전기 임피던스 단층촬영법에 사용된 확장 칼만 필터의 영상복원 성능을 개선하기 위하여 상호다중모델 기법을 이용한 동적 복원 알고리즘을 개발하였으며, 확장 칼만 필터에 대하여 제안한 알고리즘의 성능을 확인하기 위해 기대치 않은 측정 잡음이 없는 경우와 있는 경우에서 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 결과를 비교분석하였다.



## II. 전기 임피던스 단층촬영법을 이용한 공정 감시 시스템의 정문제 해석

정문제 해석에서는 Fig. 1과 같이, 컴퓨터 시뮬레이션을 하기 위해 미리 알고 있는 전도도 분포를 이용하여 측정 전압 데이터를 이론적으로 계산해주게 된다.

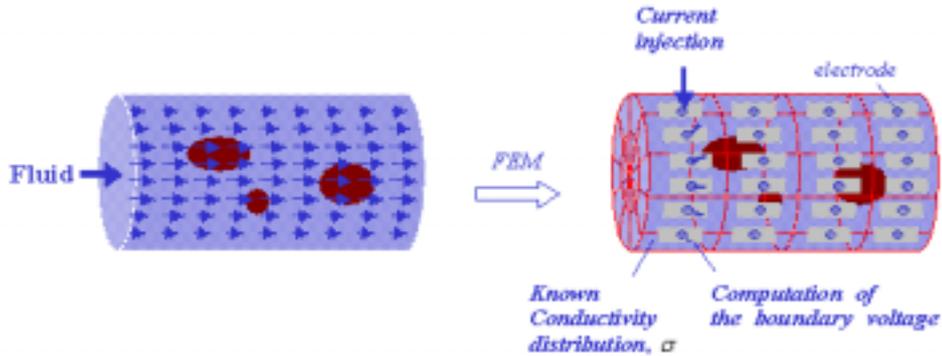


Fig. 1. Schematic diagram of the forward solver for the process monitoring system based on EIT

이때 정문제 해석은 다음과 같은 맥스웰(Maxwell) 방정식으로부터 유도된 식 (2.1)과 이 식의 경계조건을 나타내는 완전전극모델식(2.2)~(2.4)에 대해 수치적인 방법을 이용하여 해석하게 된다.

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla u) = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (2.1)$$

$$u + z_l \sigma \frac{\partial u}{\partial n} = U_l \quad \text{on } \epsilon_l \quad \text{for } l = 1, 2, \dots, L \quad (2.2)$$

$$\int_{\epsilon_l} \sigma \frac{\partial u}{\partial n} dS = I_l \quad \text{for } l = 1, 2, \dots, L \quad (2.3)$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \partial\Omega \setminus \bigcup_{l=1}^L \epsilon_l \quad (2.4)$$

여기서,  $\Omega$ 는 물체의 내부 영역을,  $\partial\Omega$ 는 물체의 경계면을,  $\sigma$ 는 물체의 전도도를,  $u$ 는 물체 경계면에서의 측정 전압을,  $\epsilon_l$ 은  $l$ 번째 전극을,  $L$ 은 총 전극수를,

$z_l$ 은  $l$ 번째 전극에서의 접촉 저항을,  $U_l$ 은  $l$ 번째 전극에서의 측정 전압을,  $I_l$ 은  $l$ 번째 전극에서의 주입 전류를,  $n$ 은 전극에 수직한 단위외향 법선벡터를 각각 나타낸다. 그리고 추가로 해의 존재성(existence)과 유일성(uniqueness)을 다음과 같이 가정한다.

$$\sum_{l=0}^L I_l = 0 \quad (2.5)$$

$$\sum_{l=0}^L U_l = 0 \quad (2.6)$$

식(2.1)~(2.4)는 비정칙성이 심하므로 그 해석적인 해를 구하기가 매우 어렵다. 따라서 수치적인 방법으로서 유한요소법(finite element method; FEM), 경계요소법(boundary element method), 유한차분법(finite difference method)을 이용하게 되는데, 본 연구에서는 복잡한 기하학적 구조와 경계조건을 지닌 편미분 방정식에 적합한 유한요소법을 이용하여 다음을 기본식으로 하는 정문제 해석을 수행하였다.

$$U_l = R(\sigma) I_l \quad \text{for } l = 1, 2, \dots, L \quad (2.7)$$

여기서  $R(\sigma)$ 은  $U_l$ 과  $I_l$  사이의 전도도  $\sigma$ 에 대한 저항을 의미하게 된다.



### III. 전기 임피던스 단층촬영법을 이용한 공정 감시 시스템의 역문제 해석

역문제 해석에서는 Fig. 2와 같이, 농도와 전도도 사이의 특정 관계로부터 얻은 상태방정식(state equation)과 정문제 해석을 통해 얻은 측정방정식(measurement equation)을 바탕으로 동적 복원 알고리즘을 이용하여 공정의 물리적 특성(전도도, 속도 등)을 추정하게 된다.

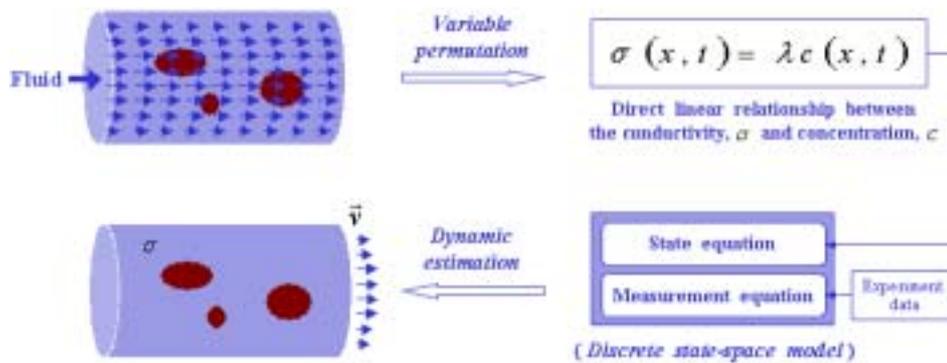


Fig. 2. Schematic diagram of the inverse solver for the process monitoring system based on EIT



#### 1. 이산상태공간 모델

일직선관 내에서 유체의 농도 분포  $c = c(x, t)$ 는 다음의 이산 대류-확산방정식(discrete convection-diffusion equation)으로 표현된다.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = K\Delta c - \vec{v} \cdot \nabla c + \mu \quad (3.1.1)$$

여기서  $K = K(x)$ 는 확산 계수를,  $\vec{v} = \vec{v}(x)$ 는 유체의 속도를,  $\mu = \mu(x, t)$ 는 모델링 에러를 각각 나타낸다. 그리고 Fig. 2 좌측 상단의 일직선관내에 흐르는 유체의 농도 분포에 대해 다음과 같이 경계조건과 초기조건을 나타낼 수 있다.

(i) 경계조건

$$\frac{\partial c}{\partial n} = 0 \quad \text{at } x \in (\partial\Omega \setminus \partial\Omega_{wall}) \quad (3.1.2)$$

(ii) 초기조건

$$c(x, 0) = c_0(x) \quad (3.1.3)$$

$$c(x, t) = c_{in}(t) \quad \text{at } x \in \partial\Omega_{in} \quad (3.1.4)$$

식 (3.1.2)은 관 벽(pipe wall)에서는 확산 현상이 일어나지 않음을 나타낸다. 그리고 추가로 유체의 비압축성(incompressibility)을 다음과 같이 가정한다.

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (3.1.5)$$

식 (3.1.5)는 유체의 밀도가 관 전체적으로 균일함을 나타낸다. 그리고 전기 임피던스 단층촬영법을 이용하기 위하여 Fig. 2와 같이 농도와 전도도 사이에 상호 선형적 비례관계를 다음과 같이 가정한다.

$$\sigma(x, t) = \lambda c(x, t) \quad (3.1.6)$$

식(3.1.6)을 이용하여 식(3.1.1)을 이산화하면 다음 방정식을 얻을 수 있다.

$$\sigma_k = F\sigma_{k-1} + s_k + (\tilde{s}_k + \mu_k) \quad (3.1.7)$$

여기서  $k'$ 은 이산 시간-스텝(discrete time-step)을,  $s_k$ 는  $k'$ 번째 스텝에서 입력 벡터(input vector)를,  $\tilde{s}_k$ 은 입력벡터에 생긴 잡음(input noise)을,  $\mu_k$ 는  $k'$ 번째 스텝에서 모델링 에러(modeling error)를 각각 나타낸다. 여기서  $\tilde{s}_k$ 와  $\mu_k$ 는  $E[\tilde{s}_k \mu_k^T] = O$ ,  $E[\mu_k^T \tilde{s}_k] = O$  의 조건을 만족한다. 그리고  $F$ 는 상태전이행렬(state transition matrix)을 나타내고, 이는  $\vec{v} = (\vec{v}_x, \vec{v}_y)$  을 다음 식으로 가정함으로써 수치적으로 해석된다. 이때 수치적인 방법으로는 유한요소법과 후방 오일러 방법(backward Euler method)이 사용된다.

$$\vec{v}_x = v_{x,mean} \left[ 1 - \left( \frac{y-y_0}{r} \right)^2 \right] \hat{i}_x \quad (3.1.8)$$

$$\vec{v}_y = 0 \hat{i}_y \quad (3.1.9)$$

여기서 식 (3.1.8)~(3.1.9)는 포물선 형태의 속도장을 표현하고 있다. 그리고  $v_{x,mean}$ 는  $x$ 축 방향으로 유체의 평균속도를,  $y_0$ 는 관 중심으로부터  $y$ 축 방향으로의 거리를,  $r$ 은 관 내부의 반지름을 각각 나타내고,  $\hat{i}_x$ 와  $\hat{i}_y$ 는 각각  $x$ 축,  $y$ 축 방향으로의 단위벡터를 나타낸다. 이때 후방 오일러 방법은 시간 간격  $\Delta t \rightarrow 0$  일 때 오차가 최소화되므로, 상태방정식은 각 패턴별로  $m$ 번의 상태전이(state transition)가 된다는 가정 아래 다음과 같이 수정된다. 여기서 패턴이라 함은 전류가 한번 주입될 때 전류 주입시에 사용되는 전극을 제외한 나머지 전극에서 동시에 한번 전압을 측정하는 것을 이르게 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{k'} &= F\sigma_{k'-1} + s_{k'} + (\tilde{s}_{k'} + \mu_{k'}) \\ \sigma_{k'+1} &= F\sigma_{k'} + s_{k'+1} + (\tilde{s}_{k'+1} + \mu_{k'+1}) \\ &= F\{F\sigma_{k'-1} + s_{k'} + (\tilde{s}_{k'} + \mu_{k'})\} + s_{k'+1} + (\tilde{s}_{k'+1} + \mu_{k'+1}) \\ &= F^2\sigma_{k'-1} + (Fs_{k'} + s_{k'+1}) + \{F(\tilde{s}_{k'} + \mu_{k'}) + (\tilde{s}_{k'+1} + \mu_{k'+1})\} \\ &\dots \\ \sigma_{k'+(m-1)} &= F^m\sigma_{k'-1} + (F^{m-1}s_{k'} + \dots + Fs_{k'+(m-2)} + s_{k'+(m-1)}) \\ &\quad + \{F^{m-1}(\tilde{s}_{k'} + \mu_{k'}) + \dots + F(\tilde{s}_{k'+(m-2)} + \mu_{k'+(m-2)}) \\ &\quad + (\tilde{s}_{k'+(m-1)} + \mu_{k'+(m-1)})\} \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

이때 식 (3.1.10)은  $s_{k'} = \dots = s_{k'+(m-2)} = s_{k'+(m-1)}$ ,  $\tilde{s}_{k'} = \dots = \tilde{s}_{k'+(m-2)} = \tilde{s}_{k'+(m-1)}$ ,  $\mu_{k'} = \dots = \mu_{k'+(m-2)} = \mu_{k'+(m-1)}$ 을 가정함으로써 다음과 같이 간소화된다.

$$\begin{aligned} \sigma_{k'+(m-1)} &= F^m\sigma_{k'-1} + (F^{m-1} + \dots + F + I) s_{k'+(m-1)} \\ &\quad + (F^{m-1} + \dots + F + I) (\tilde{s}_{k'+(m-1)} + \mu_{k'+(m-1)}) \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

이 식은  $[k' + (m-1)] \rightarrow k$ ,  $(k'-1) \rightarrow (k-1)$ 이라 둘 때 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_k = F^m \sigma_{k-1} + (F^{m-1} + \dots + F + I) s_k + (F^{m-1} + \dots + F + I) (\tilde{s}_k + \mu_k) \quad (3.1.12)$$

그리고  $\bar{s}_k = (F^{m-1} + \dots + F + I) s_k$ ,  $w_k = (F^{m-1} + \dots + F + I) (\tilde{s}_k + \mu_k)$ 라고 두면,

$$\sigma_k = F_k \sigma_{k-1} + \bar{s}_k + w_k \quad (3.1.13)$$

여기서  $F_k = F^m$ 는 상태천이행렬(state transition matrix)을 나타내고  $\bar{s}_k$ 와  $w_k$ 는 각각  $k$ 번째 스텝에서의 입력벡터(input vector), 프로세스 에러(process error)를 나타낸다. 그리고 식(2.7)을 이산화하여  $k$ 번째 스텝에서 측정되는 전압 데이터를  $U_k$ 라 하면, 측정방정식은 다음과 같이 알고자 하는 관 내부 전도도 분포와 측정 전압 사이의 비선형함수로 표현될 수 있다.

$$U_k = h(\sigma_k) + \nu_k \quad (3.1.14)$$

여기서,  $\nu_k$ 는 백색 가우시안 잡음(white Gaussian noise) 형태의 측정 잡음을 나타낸다. 정리하면, 식(3.1.13)~(3.1.14)로부터 이산상태공간 모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.



$$\begin{aligned} \sigma_k &= F_k \sigma_{k-1} + \bar{s}_k + w_k \\ U_k &= h(\sigma_k) + \nu_k \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

여기서  $\nu_k$ 와  $w_k$ 는  $E[\nu_k w_k^T] = O$ ,  $E[w_k \nu_k^T] = O$ 의 조건을 만족한다.

## 2. 동적 복원 알고리즘

### 1) 확장 칼만 필터 알고리즘

확장 칼만 필터(extended Kalman filter; EKF)에서의 상태 추정은 다음 목적 함수를 최소화하는 문제이다.

$$\Phi(\sigma_{k|k}) = \frac{1}{2} \left\{ \|U_k - V_k(\sigma_{k|k})\|_{(P_k)^{-1}} + \|\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1}\|_{(C_{k|k-1})^{-1}} \right\} \quad (3.2.1)$$

여기서  $V_k(\sigma_{k|k})$ 는 상태벡터  $\sigma_{k|k}$ 에 의해 계산되는 전압을 의미하며 여기서,  $\sigma_{k|k}$ 는  $k$ 번째 반복시간에서의 측정 데이터로 추정되는  $k$ 번째의 전도도를 의미한다. 그리고  $P_k$ 와  $C_{k|k-1}$ 는 각각 다음과 같이 정의되는 측정 잡음 공분산행렬(measurement noise covariance matrix), 시간 갱신된 에리공분산행렬(time-updated error covariance matrix)을 나타낸다.

$$P_k \equiv E[\nu_k \nu_k^T] = E[(U_k - V_k(\sigma_{k|k}))(U_k - V_k(\sigma_{k|k}))^T] \quad (3.2.2)$$

$$C_{k|k-1} \equiv E[(\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1})(\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1})^T] \quad (3.2.3)$$

식 (3.1.15)을 이전 단계에서 갱신된 상태벡터인  $\sigma_{k|k-1}$ 을 기준으로 테일러(Taylor) 전개하면 다음과 같다.

$$U_k = V_k(\sigma_{k|k-1}) + J_k(\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1}) + \bar{\nu}_k \quad (3.2.4)$$

여기서,  $\bar{\nu}_k$ 는 측정 전압 잡음과 절단에러(truncation error)를 모두 포함한 측정 전압 잡음을,  $J_k$ 는 다음 식으로 정의되는 자코비안 행렬(Jacobian matrix)을 각각 나타낸다.

$$J_k \equiv \left. \frac{\partial V_k(\sigma)}{\partial \sigma} \right|_{\sigma = \sigma_{k|k-1}} \quad (3.2.5)$$

여기서 의사측정방정식(pseudo-measurement equation)을 다음과 같이 두면,

$$y_k \equiv U_k - V_k(\sigma_{k|k-1}) + J_k \sigma_{k|k-1} \quad (3.2.6)$$

다음의 선형화된 측정방정식(linearized measurement equation)을 얻을 수 있다.

$$y_k = J_k \sigma_{k|k} + \bar{\nu}_k \quad (3.2.7)$$

따라서 식 (3.2.1)은 다음 식으로 재정리된다.

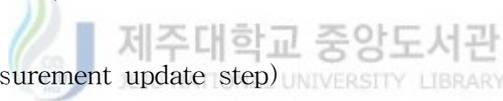
$$\Phi(\sigma_{k|k}) = \frac{1}{2} \{ \|y_k - J_k \sigma_{k|k}\|_{(\bar{P}_k)^{-1}} + \|\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1}\|_{(C_{k|k-1})^{-1}} \} \quad (3.2.8)$$

여기서  $\bar{P}_k = E[\bar{\nu}_k \bar{\nu}_k^T]$ 는 식(3.2.4)에 주어진 측정 잡음인  $\bar{\nu}_k$ 에 대한 공분산 행렬을 나타낸다. 그리고 식 (3.2.7)의 측정방정식으로부터 확장 칼만 필터 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(i) 시간 갱신 단계(time update step)

$$\sigma_{k|k-1} \equiv F_{k-1} \sigma_{k-1|k-1} + \bar{s}_k \quad (3.2.9)$$

$$C_{k|k-1} = F_k C_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \quad (3.2.10)$$

(ii) 측정 갱신 단계(measurement update step) 

$$G_k = C_{k|k-1} J_k^T (S_k)^{-1} \quad (3.2.11)$$

$$\sigma_{k|k} = \sigma_{k|k-1} + G_k e_k \quad (3.2.12)$$

$$C_{k|k} = (I - G_k J_k) C_{k|k-1} \quad (3.2.13)$$

여기서,  $e_k$ 와  $S_k$ 는 각각 다음과 같이 잔류오차와 이에 대한 공분산행렬로서 정의된다.

$$e_k \equiv y_k - J_k \sigma_{k|k-1} \quad (3.2.14)$$

$$S_k \equiv J_k C_{k|k-1} (J_k)^T + \bar{P}_k \quad (3.2.15)$$

그리고  $Q_k$ 는 다음과 같이 정의되는 프로세스 에러 공분산행렬(process error covariance matrix)을 나타낸다.

$$Q_k \equiv E[w_k w_k^T] \quad (3.2.16)$$

그리고 식 (3.1.12)~(3.1.13)으로부터  $Q_k$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} Q_k &= (F^{m-1} + \dots + F + I)(\tilde{s}_k \tilde{s}_k^T + \mu_k \mu_k^T)(F^{m-1} + \dots + F + I)^T \\ &= V(Q_k^\eta + Q_k^\mu) V^T \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

여기서,  $V = F^{m-1} + \dots + F + I$ 이고,  $Q_k^\eta$ 와  $Q_k^\mu$ 는 각각 입력 잡음 공분산행렬, 모델링 에러 공분산행렬을 나타낸다.

## 2) 제안한 동적 복원 알고리즘

보상(compensation)은 표적추적(target tracking) 분야에서 표적에 대한 모델링 에러와 표적의 갑작스러운 변화에 대하여 많이 논의되어져 왔다. 즉, 이는 변화가 심한 표적추적(maneuvering target tracking)을 대상으로 하여 표적추적의 정확성 향상과 갑작스런 표적의 변화에도 정확히 그 궤도를 추적하는 것을 목적으로 하고 있다. 특히 계산상의 부담을 줄이는 것이 부수적으로 중요한 과제인데, 따라서 표적추적 분야에서는 계산상의 부담이 큰 비선형필터보다는 확장 칼만 필터가 많이 쓰이고 있다. 그리고 특히, 메흐라(Mehra)와 자윈스키(Jazwinski)가 제시한 확장 칼만 필터에서 프로세스 에러 공분산을 조정하는 보상방법들이 많은 주목을 받아왔었다.(Chang C.B.와 Tabaczynski J.A., 1984) 그리고 그 외에 모델링 에러를 줄이기 위한 적응필터(adaptive filter)의 연구가 많이 진행되어져 왔다. 본 논문에서는 기대치 않은 측정 잡음과 프로세스 에러를 보상하기 위한 공분산보상 확장 칼만 필터(covariance compensation extended Kalman filter; CCEKF)를 설계하여 상호다중모델(interacting multiple model; IMM) 구조의 복원 알고리즘을 제안하였다. 먼저 공분산보상 확장 칼만 필터 알고리즘에 대해 살펴보면 다음과 같다.

공분산보상 확장 칼만 필터에서의 상태 추정은 다음 목적함수를 최소화하는 문제이다.

$$\Phi(\sigma_{k|k}) = \frac{1}{2} \left\{ \|U_k - V_k(\sigma_{k|k})\|_{(\alpha_k \bar{P}_k)^{-1}} + \|\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1}\|_{(F_{k-1} C_{k-1|k-1} F_{k-1}^T + \beta_k Q_k)^{-1}} \right\} \quad (3.2.18)$$

식 (3.2.4)~(3.2.7)와 동일한 과정으로 선형화된 출력 방정식을 다음과 같이 얻으면

$$y_k = J_k \sigma_{k|k} + \bar{\nu}_k \quad (3.2.19)$$

식 (3.2.18)은 다음과 같이 재정리된다.

$$\Phi(\sigma_{k|k}) = \frac{1}{2} \left\{ \|y_k - J_k \sigma_{k|k}\|_{(\alpha_k \bar{P}_k)^{-1}} + \|\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1}\|_{(F_{k-1} C_{k-1|k-1} F_{k-1}^T + \beta_k Q_k)^{-1}} \right\} \quad (3.2.20)$$

여기서  $\alpha_k$ 와  $\beta_k$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\alpha_k \equiv \left( \frac{\|y_k - J_k \sigma_{k|k}\|}{ref. value1^*} \right)^2 \quad (3.2.21)$$

$$\beta_k \equiv \left( \frac{\|\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1}\|}{ref. value2^*} \right)^2 \quad (3.2.22)$$

여기서  $ref. value1^*$ 과  $ref. value2^*$ 는 경험에 의해 결정되는 값들이다. 하지만  $\sigma_{k|k}$ 는  $k$ 번째 스텝 이후에 계산되어지기 때문에,  $k-1$ 번째 스텝에서 식(3.2.21)~(3.2.22)를 계산해주기 위해 이때 얻은 상태 추정치들을 이용하여 이 식들을 다음과 같이 근사화하게 된다.

$$\alpha_k \cong \left( \frac{\|y_k - J_k \sigma_{k|k-1}\|}{ref. value1} \right)^2 \quad (3.2.23)$$

$$\beta_k \cong \left( \frac{\|\sigma_{k-1|k-1} - \sigma_{k-1|k-2}\|}{ref. value2} \right)^2 \quad (3.2.24)$$

여기서  $ref. value1$ 과  $ref. value2$ 는 경험에 의해 결정되는 값들이다. 이들은 각각  $\|y_k - J_k \sigma_{k|k}\|$ 에서 생기는 기대치 않은 측정 잡음과  $\|\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1}\|$ 에서 생기는 기대치 않은 프로세스 에러를 보상해주기 위한 기준값이 된다. 여기서

프로세스 에러는 식(3.1.13)에서 알 수 있듯이 입력 잡음과 모델링 에러에서 생기게 된다. 그리고 이 근사식들에 의한 보상은 Fig. 3에서 알 수 있듯이 기대치 않은 측정 잡음이 있을 때에는 근사적으로 잘 이루어지는데 반해 없을 때에는 오히려 *ref. value2* 값에 따라 추정 오차를 커지게 하는 원인이 된다. 이는  $k = 1 \sim 6$  스텝에서와 같이 추정시스템에 정상적으로 생기는 높은  $\|\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k-1}\|$ 의 값을 기대치 않은 프로세스 에러로 잘못 계산하여  $\beta_k$ 을 과보상하였기 때문에 생긴 결과이다. 여기서 복원 알고리즘의 추정성능을 비교하기 위해 추정된 상태벡터  $\sigma_{k|k}$ 에 대한 오차(root mean square error; RMSE)를 다음과 같이 정의하였다.

$$(\text{RMSE for } \sigma_{k|k}) = \sqrt{\frac{(\sigma_{true} - \sigma_{k|k})^T (\sigma_{true} - \sigma_{k|k})}{\sigma_{true}^T \sigma_{true}}} \quad (3.2.25)$$

그리고 식(3.2.23)~(3.2.24)로부터 공분산보상 확장 칼만 필터 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(i) 시간 갱신 단계

$$\sigma_{k|k-1} = F_{k-1} \sigma_{k-1|k-1} + \bar{s}_k \quad (3.2.26)$$

$$C_{k|k-1} = F_k C_{k-1|k-1} F_k^T + \beta_k Q_k \quad (3.2.27)$$

(ii) 측정 갱신 단계

$$G_k = C_{k|k-1} J_k^T (S_k)^{-1} \quad (3.2.28)$$

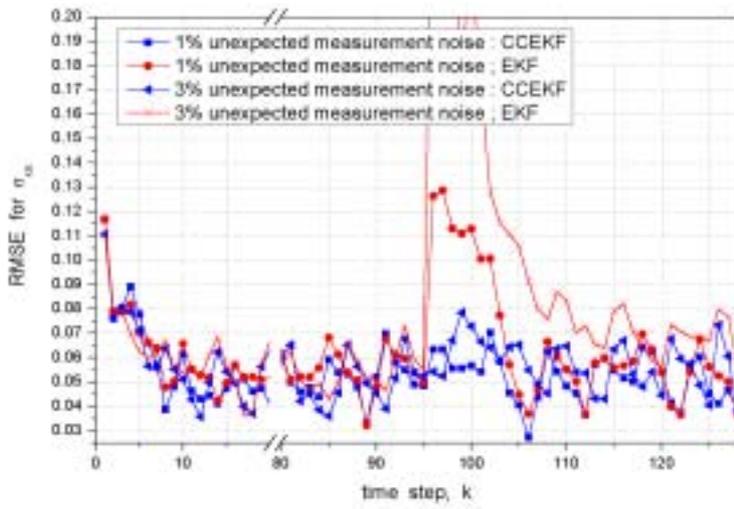
$$\sigma_{k|k} = \sigma_{k|k-1} + G_k e_k \quad (3.2.29)$$

$$C_{k|k} = (I - G_k J_k) C_{k|k-1} \quad (3.2.30)$$

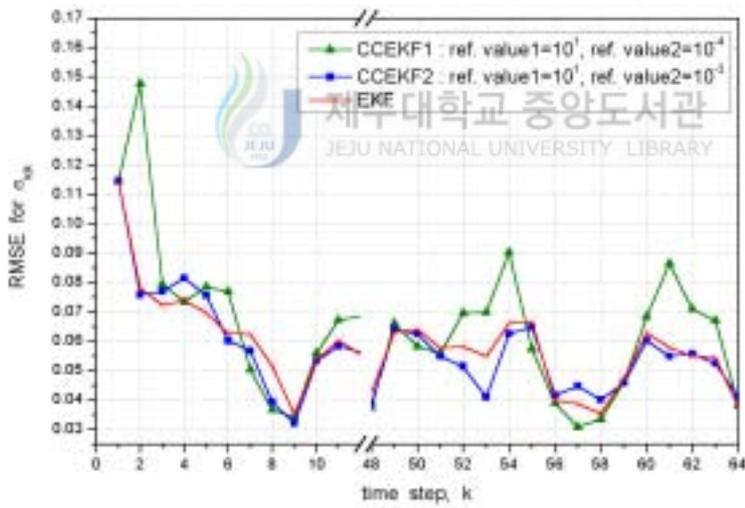
여기서,  $e_k$ 와  $S_k$ 는 각각 다음과 같이 잔류오차와 이에 대한 공분산행렬로서 정의된다.

$$e_k \equiv y_k - J_k \sigma_{k|k-1} \quad (3.2.31)$$

$$S_k \equiv J_k C_{k|k-1} J_k^T + \alpha_k \bar{P}_k \quad (3.2.32)$$



(a) RMSEs with unexpected measurement noise.  
 Here,  $ref. value1 = 10^1$ ,  $ref. value2 = 10^{-3}$



(b) RMSEs without unexpected measurement noise

Fig. 3. Estimation performance evaluations for CCEKF.

그리고 공분산보상 확장 칼만 필터의 추정성능이 저하되는 현상을 보완해주기 위해 제안한 상호다중모델 구조의 복원 알고리즘에 대해 살펴보기로 하겠다.

상호다중모델은 계산상의 부담이 상대적으로 적으면서 시스템 추정성능을 효과적으로 개선시킬 수 있는 일반화된 병렬 알고리즘이다. 이는 블롬(Blom)과 바-살롬(Bar-Shalom)에 의해 1988년에 제시되어졌는데(Blom H.A.P.와 Bar-Shalom Y., 1988.8), 처음에는 다중 모델 선형시스템에서 주어진 다중 모델을 혼합하기 위한 한 가지 가설로서 개발되어졌다. 그리고 이는 홀스(Houles)와 바-살롬에 의해 1989년 다중 센서 추적에(Houles A.와 Bar-Shalom Y., 1989.3), 더 나아가 같은 해 바-살롬에 의해 변화가 심한 표적추적에(Bar-Shalom Y., 1989.3) 각각 응용되어져 왔다. 그 이후, 상호다중모델은 이를 기점으로 하여 레이다 표적추적(Averbuch A. 등 1991.5), 동적 전기 임피던스 단층촬영법(Kim K.Y 등 2005.3) 등 다양한 분야에 많이 응용되어져 왔다. 이는 Fig. 4에서처럼 4단계의 계산과정을 필요로 하게 되는데 그 각각은 다음과 같다.

① 추정치들의 상호 혼합 단계(Interaction / Mixing step of the estimates)

추정치들의 상호 혼합 단계에서는 주어진 모델확률(updated model probability)을 마코프 모델-스위칭 확률(Markov model-switching probability)만큼 가중하고 이를 정규화하여, 상태벡터와 에러 공분산행렬을 각각 다음과 같이 상호 혼합하게 된다.

$$\sigma_{k-1|k-1}^{0j} = \sum_{i=1}^M \sigma_{k-1|k-1}^i \left( \frac{\pi_{ij} \mu_k^i}{c_j} \right) \quad (3.2.33)$$

$$C_{k-1|k-1}^{0j} = \sum_{i=1}^M [C_{k-1|k-1}^i + (\sigma_{k-1|k-1}^{0j} - \sigma_{k-1|k-1}^i)(\sigma_{k-1|k-1}^{0j} - \sigma_{k-1|k-1}^i)^T] \left( \frac{\pi_{ij} \mu_k^i}{c_j} \right) \quad (3.2.34)$$

여기서  $\pi_{ij}$ 는 모델*i*에서부터 모델*j*까지 가정된 마코프 모델-스위칭 확률을,  $\mu_k$ 는 *k* 스텝에서 *j*번째 부필터에 대한 모델확률을,  $\sigma_{k-1|k-1}^{0j}$ 와  $C_{k-1|k-1}^{0j}$ 는 각각 상호 혼합된 상태벡터와 에러 공분산행렬을 각각 나타내고  $\bar{c}_j$ 는 다음과 같이 정의되는 정규화상수(normalization constant)를 나타낸다. 여기서  $j = 1, 2, \dots, M$ 이다.

$$\bar{c}_j = \sum_{i=1}^M \pi_{ij} \mu_k^i \quad (3.2.35)$$

② 필터링 단계(Filtering step)

필터링 단계에서는 추정치들의 상호 혼합 단계에서 구한 혼합되어진 상태벡터와 에러 공분산행렬을 이용하여 현재 상태에서의 상태벡터와 에러 공분산행렬을 추정해주게 된다. 본 논문에서는 앞에서 설명되어진  $j = 1 \sim (M-1)$  개수 만큼의 확장 칼만 필터와 기대치 않은 측정 잡음과 프로세스 에러를 보상해주기 위한 공분산보상 확장 칼만 필터를 추가하게 된다. 이때 여기서 구한 각 모델들의 추정치들은 다시 추정치들의 상호 혼합 단계로 피드백(feedback)하게 된다.

③ 모델확률 갱신 단계(Model probability update step)

모델확률 갱신 단계에서는 likelihood 함수를 이용하여 추정이 가장 빈도가 많아지도록(most likely) 하는 모델확률을 다음과 같이 갱신해주게 된다.

$$\mu_k^j = \frac{L_k^j \bar{c}_j}{\sum_{i=1}^M L_k^i \bar{c}_i} \quad (3.2.36)$$

여기서  $L_k^j$ 는 다음과 같이 정의되어지는 likelihood 함수를 나타낸다.

$$L_k^j = \frac{1}{\sqrt{2\pi|S_k^j|}} \exp\left[-\frac{1}{2} (e_k^j)^T (S_k^j) (e_k^j)\right] \quad (3.2.37)$$

여기서  $e_k^j$ 와  $S_k^j$ 는 식(3.2.14)~(3.2.15)와 식(3.2.31)~(3.2.32)에서 정의된 잔류오차와 이에 대한 공분산행렬을 각각 나타낸다.

④ 추정조합 단계(Estimate combination step)

추정조합 단계에서는 이렇게 갱신되어진 모델확률로서 각 모델별로 구한 상태벡터와 에러 공분산행렬을 조합하여 원하는 추정치들을 다음과 같이 구해주게 된다. 이때 이 추정치들은 다시 추정치들의 상호 혼합 단계로 피드백하지 않는다.

$$\sigma_{k|k} = \sum_{j=1}^M \sigma_{k|k}^j \mu_k^j \quad (3.2.38)$$

$$C_{k|k} = \sum_{j=1}^M [C_{k|k}^j + (\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k}^j)(\sigma_{k|k} - \sigma_{k|k}^j)^T] \mu_k^j \quad (3.2.39)$$

Fig. 4는 본 논문에서 보상을 위해 제안한 상호다중모델 구조의 복원 알고리즘을 보여주고 있다. 본 논문에서는 확장 칼만 필터에 대해 제안한 알고리즘의 보상 결과를 알아보기 위하여  $M=2$ 인 확장 칼만 필터와 공분산보상 확장 칼만 필터로 구성된 상호다중모델 구조를 사용하였다.

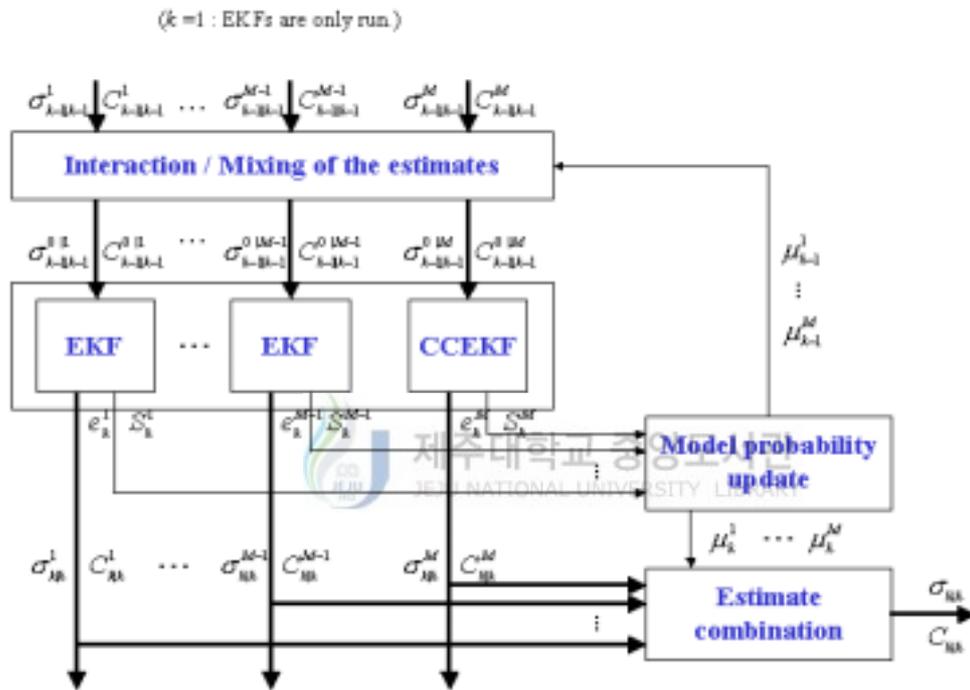


Fig. 4. Proposed reconstruction algorithm based on IMM

## IV. 컴퓨터 시뮬레이션

본 장에서는 제안한 알고리즘에 의해 복원한 결과를 알아보기 위하여 기대치 않은 측정 잡음이 없는 경우와 있는 경우에서 각각 시뮬레이션을 하여 그 결과를 확장 칼만 필터에 의한 결과와 비교분석하였다.

정문제 해석에서는 Fig. 5에서와 같이 막대형 파이프를 사용하였다. 이때 유한요소법(finite element method; FEM)의 메쉬(mesh)는 394개의 요소(element)와 250개의 노드(node)로 구성하였다. 여기서 경계면 부근에서의 메쉬는 감도를 좋게 하기 위하여 조밀하게 생성하였다. 경계면의 어두운 부분은 전극을 나타내며 전극의 개수는 16개이고, 전극의 위치는 위아래 쌍을 이루도록 8개씩 균일한 간격으로 배치시켰다.

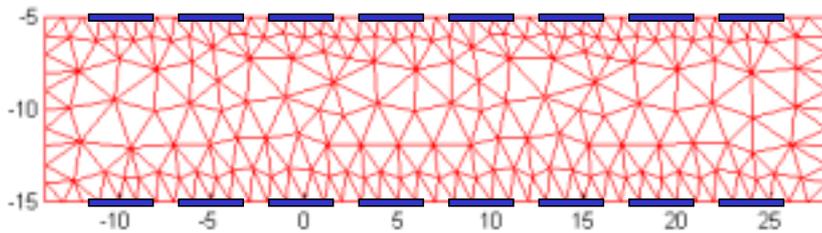


Fig. 5. Straight pipe-type meshes and electrodes used in FEM

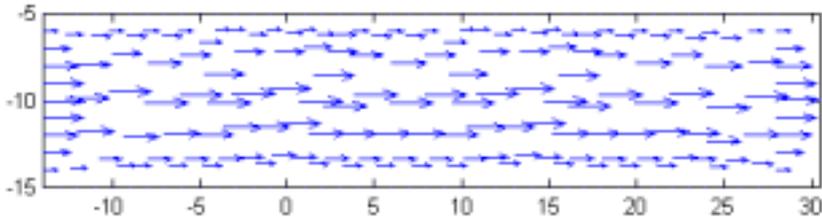


Fig. 6. Velocity field inside straight pipe for parabolic flow

속도장(velocity field)은 Fig. 6에서와 같이 식(3.1.8)~(3.1.9)에서 정의된 포물선 형태라 가정하였다. 이때  $x$ -방향으로의 평균속도는  $v_{x, mean} = 450 \text{ cm/s}$ 이다.

시뮬레이션을 위한 변수들은 각각 다음과 같이 설정하였다. 각 전극의 접촉 저항 값은  $z = 0.001 \Omega$ , 확산계수는  $K = 5 \times 10^1$ , 프레임(frame) 수는 8 frames,  $Q_k^n = (1 \times 10^{-5})I_N$ ,  $Q_k^\mu = (1 \times 10^{-3})I_N$  ( $N$ 은 노드의 개수), 0.1%(측정 데이터에 대한 상대치) 측정 잡음에 의한 측정 잡음 공분산행렬은  $\bar{P}_k = (2 \times 10^1)I_L$  ( $L$ 은 전극의 개수), 전도도 분포의 최대값은  $\sigma_{\max} = 1/200 \text{ Scm}^{-1}$ , 그 최소값은  $\sigma_{\min} = 1/400 \text{ Scm}^{-1}$ 으로 각각 설정하였다. 전류 주입패턴은 서로 반대편의 전극을 통해 전류를 주입하는 *opposite* 방식을 사용하였다. 그리고 전압 측정은 전류 주입 시에 사용되는 2개의 전극을 제외한 나머지 전극에서 동시에 이루어졌다고 가정하였다. 따라서 전도도 분포는 각 패턴의 전압측정시간 동안에는 변하지 않게 된다.

제안한 복원 알고리즘의 *ref. value1*, *ref. value2* 값은  $k = 80 \sim 84$  스텝동안 5%의 기대치 않은 측정 잡음이 존재하는 경우에서  $\beta_k = 1$ 와 *ref. value1* =  $10^1$ 으로 각각 설정하여  $\sigma_{klk}$ 에 대한 오차를 비교분석하여 결정하였다. Fig. 7에서 보면, *ref. value1* =  $10^0$ 일 때는 전체적으로, *ref. value1* =  $10^2$ 일 때는  $k = 80 \sim 84$  스텝에서 각각 오차가 커지게 된 것을 알 수 있다. 이는 Table 1의 동일한 환경에서 확장 칼만 필터 알고리즘에 의해 조사되어진 값을 보아 알 수 있듯이,  $k = 2 \sim 79$  스텝에서는  $\|y_k - J_k \sigma_{klk-1}\|$ 가 1.0297~33.8565 범위에 있기 때문에 *ref. value1* =  $10^0$ 일 때  $\alpha_k$  값이 과중된 결과이고,  $k = 80 \sim 84$  스텝에서는  $\|y_k - J_k \sigma_{klk-1}\|$ 가 248.4889~546.2865의 범위에 있기 때문에 *ref. value1* =  $10^2$ 라고 둘 때  $\alpha_k$  값이 전체적으로 작아져서 생긴 결과이다.

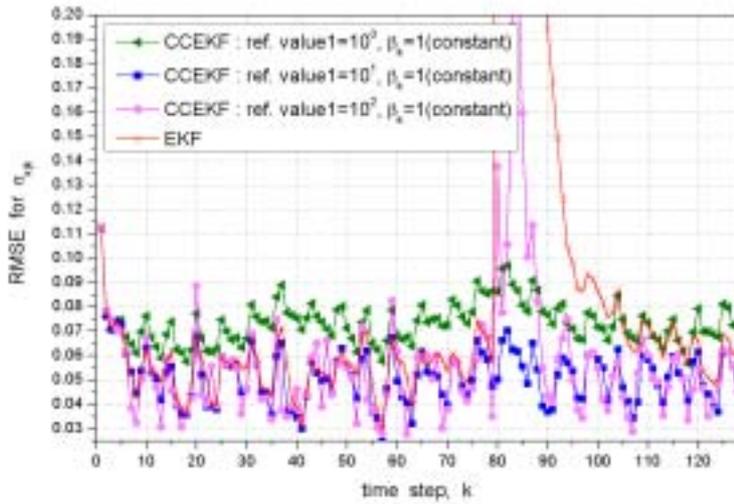


Fig. 7. RMSEs of CCEKF with different *ref. value1* in the presence of 5% unexpected measurement noise

Table 1. Norm of measurement residual,  $\|y_k - J_k \sigma_{k|k-1}\|$  for EKF in Fig. 7

| Norm \ $k$                     | 2 ~ 79           | 80 ~ 84             |
|--------------------------------|------------------|---------------------|
| $\ y_k - J_k \sigma_{k k-1}\ $ | 1.0297 ~ 33.8565 | 248.4889 ~ 546.2865 |

Fig. 8은 *ref. value1* =  $10^1$ 로 둔 상태에서 *ref. value2*에 따른  $\sigma_{k|k}$ 에 대한 오차를 비교해주고 있다. 여기서 보면, *ref. value2*가  $10^{-4}$ 에서  $10^{-2}$ 으로 커짐에 따라 기대치 않은 측정 잡음에 추정시스템은 보다 안정해지지만 그 오차가 전체적으로 높아진 것을 알 수 있다. 이는 기대치 않은 측정 잡음을 기대치 않은 프로세스 에러로 잘못 판단하여  $\beta_k$ 에 대해 과보상을 한 결과에 기인한다. 따라서 본 논문에서는 이 결과를 기준으로 *ref. value1* =  $10^1$ 로 둔 상태에서 *ref. value2* =  $10^{-3}$ 으로 변수 값을 설정하여 시뮬레이션을 하였다.

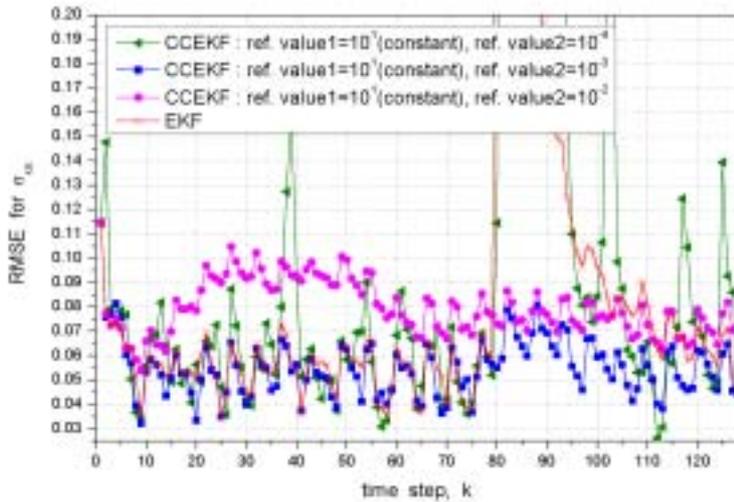
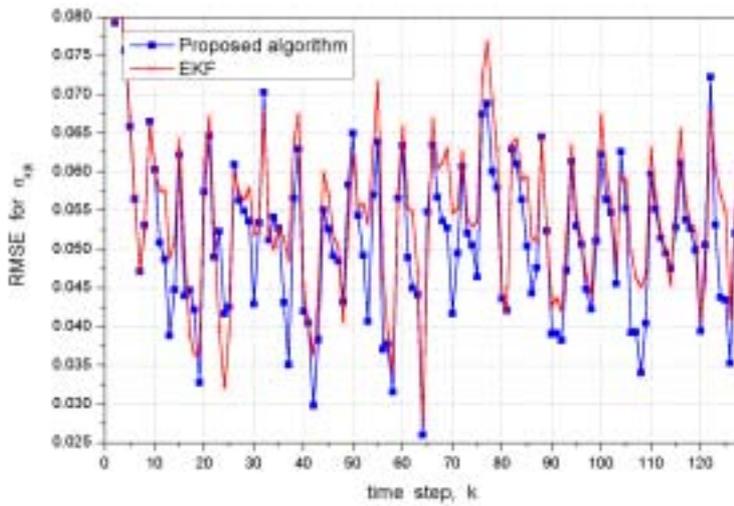


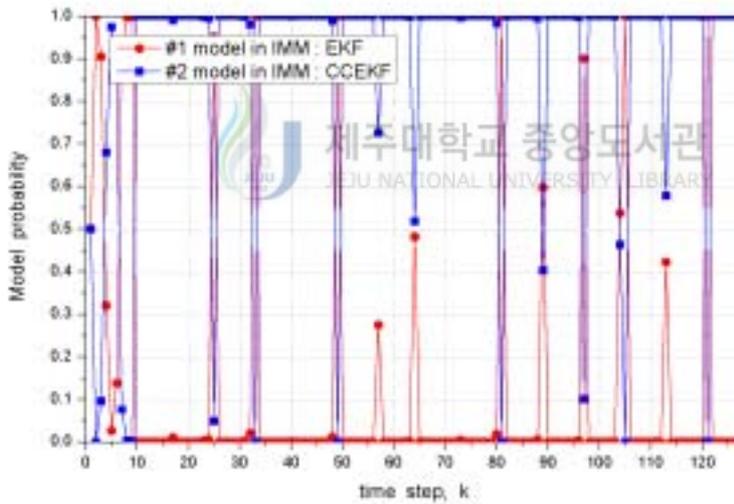
Fig. 8. RMSEs of CCEKF with different *ref. value2* in the presence of 5% unexpected measurement noise

1. 기대치 않은 측정 잡음이 없는 경우에서의 보상

여기서는  $ref. value1 = 10^1$ ,  $ref. value2 = 10^{-3}$ 으로 두어 기대치 않은 측정 잡음이 없는 경우에 제안한 알고리즘에 의한 결과를 확장 칼만 필터에 의한 결과와 비교분석하였다. Fig. 9(a)에서 알 수 있듯이 확장 칼만 필터의  $\sigma_{kk}$ 에 대한 오차가 제안한 알고리즘에 의해 전체적으로 낮아진 것을 알 수 있다. 이는 Fig. 9(b)의 결과에서 알 수 있듯이 모델확률이 높은 공분산보상 확장 칼만 필터에 의해  $\beta_k$  보상이 이루어진 결과에서 비롯된다. Fig. 10은  $k = 64 \sim 75$  스텝에서 확장 칼만 필터와 제안한 알고리즘에 의한 복원 영상 결과를 보여주고 있다. 여기서 알 수 있듯이, 확장 칼만 필터에 의해 복원이 어려웠던 관 입구에서의 영상복원 성능이 제안한 알고리즘에 의해 많이 개선되어진 것을 알 수 있다. 이는 앞의 분석에서와 마찬가지로 기대치 않게 발생한 프로세스 에러에 대해  $\beta_k$  보상이 시스템 추정의 정확도를 전체적으로 향상시킨 결과에 기인한다.

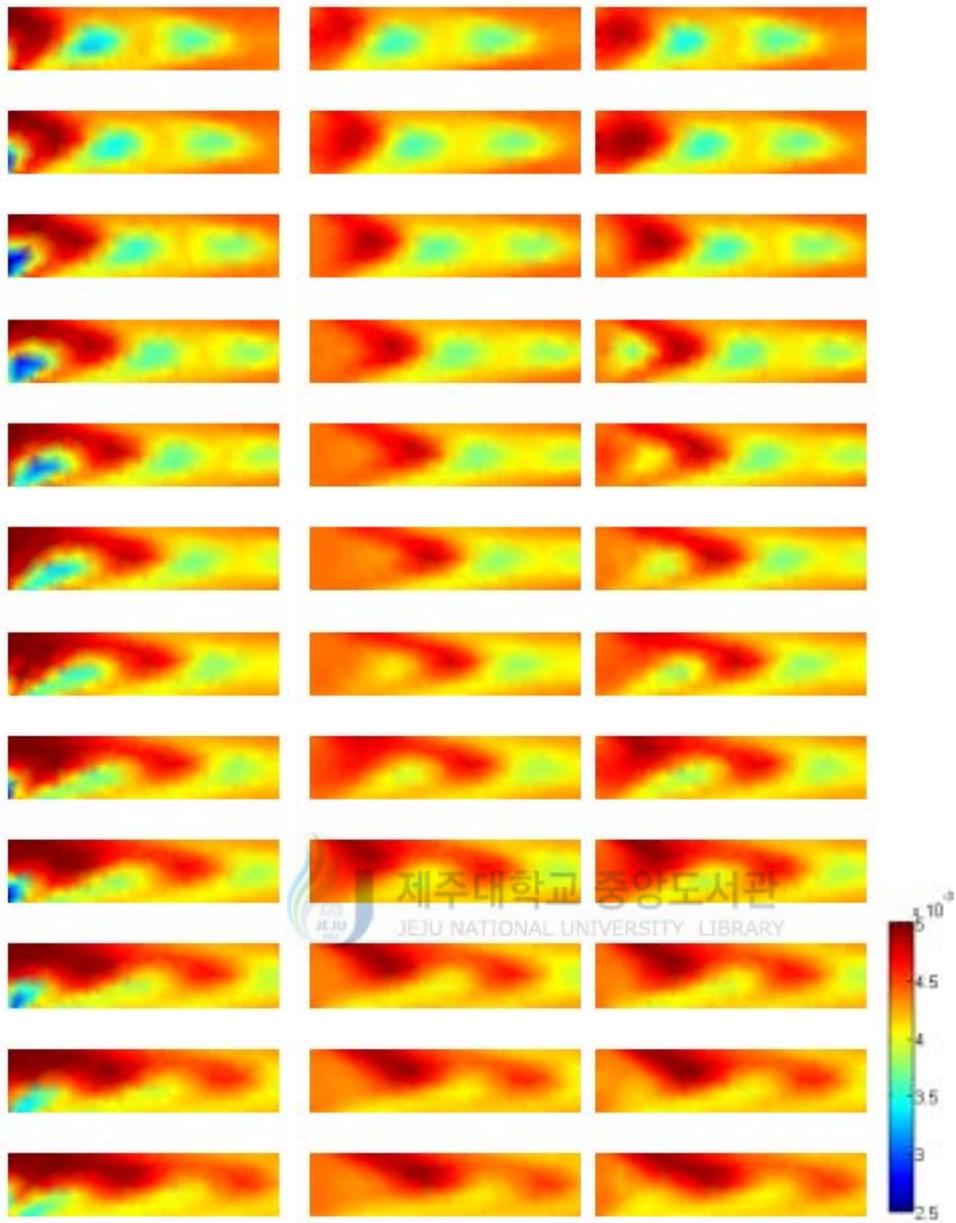


(a) RMSE of the proposed algorithm without unexpected measurement noise



(b) Model probability of IMM

Fig. 9. RMSE of the proposed algorithm and EKF and model probability of IMM in the absence of unexpected measurement noise



(a) True images

(b) Reconstructed images by EKF

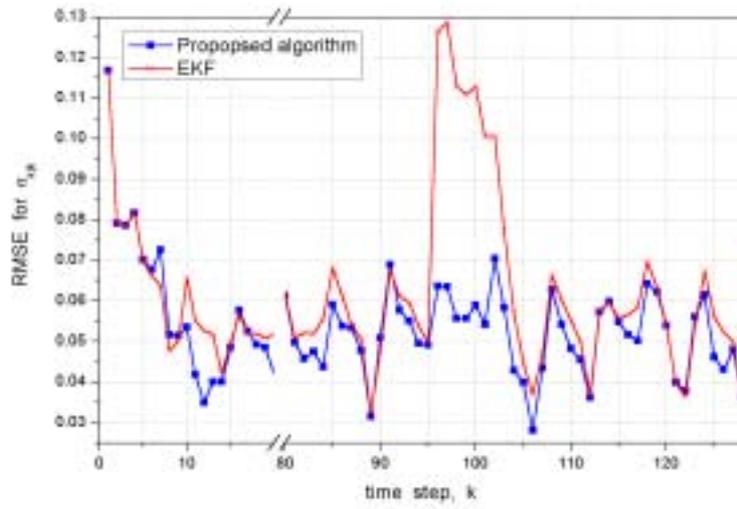
(c) Reconstructed images by proposed algorithm

Fig. 10. Comparison between reconstruction images by EKF and proposed algorithm in the absence of unexpected measurement noise

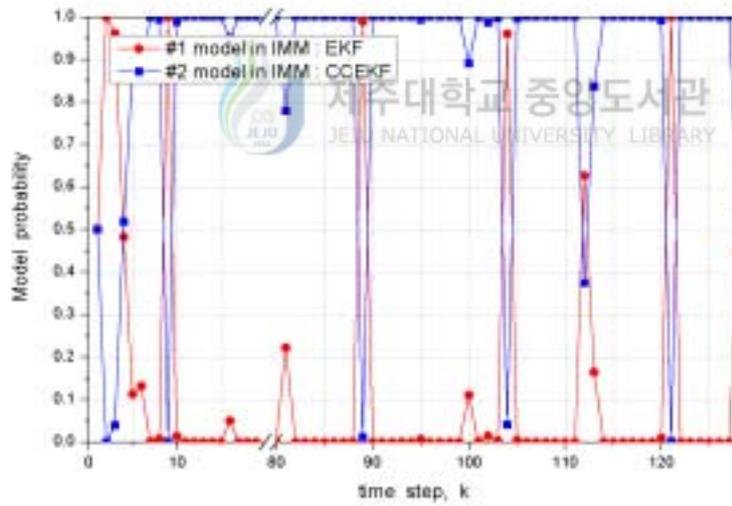
## 2. 기대치 낮은 측정 잡음이 있는 경우에서의 보상

여기서는  $k = 96 \sim 100$  스텝동안 1%와 3%의 기대치 낮은 측정 잡음이 존재하는 경우를 설정하여 제안한 알고리즘에 의한 결과를 확장 칼만 필터에 의한 결과와 비교분석하였다. Fig. 11과 Fig. 13에서 알 수 있듯이 확장 칼만 필터의  $\sigma_{kk}$ 에 대한 오차가 제안한 알고리즘에 의해 전체적으로 낮아진 것을 알 수 있다. Fig. 12와 Fig. 14는 모두  $k = 92 \sim 103$  스텝에서 확장 칼만 필터와 제안한 알고리즘에 의한 복원 영상 결과를 보여주고 있다. 여기서 알 수 있듯이, 기대치 낮은 측정 잡음으로 인한 확장 칼만 필터에서의 불안정한 추정결과가 제안한 알고리즘에 의해 많이 개선되어진 것을 알 수 있다. 이는 Fig. 11(b)과 Fig. 13(b)의 결과에서 알 수 있듯이 기대치 낮은 측정 잡음이 있을 때 모델확률이 높은 공분산보상 확장 칼만 필터에 의해  $\alpha_k$  보상이 이루어진 결과에 기인한다.



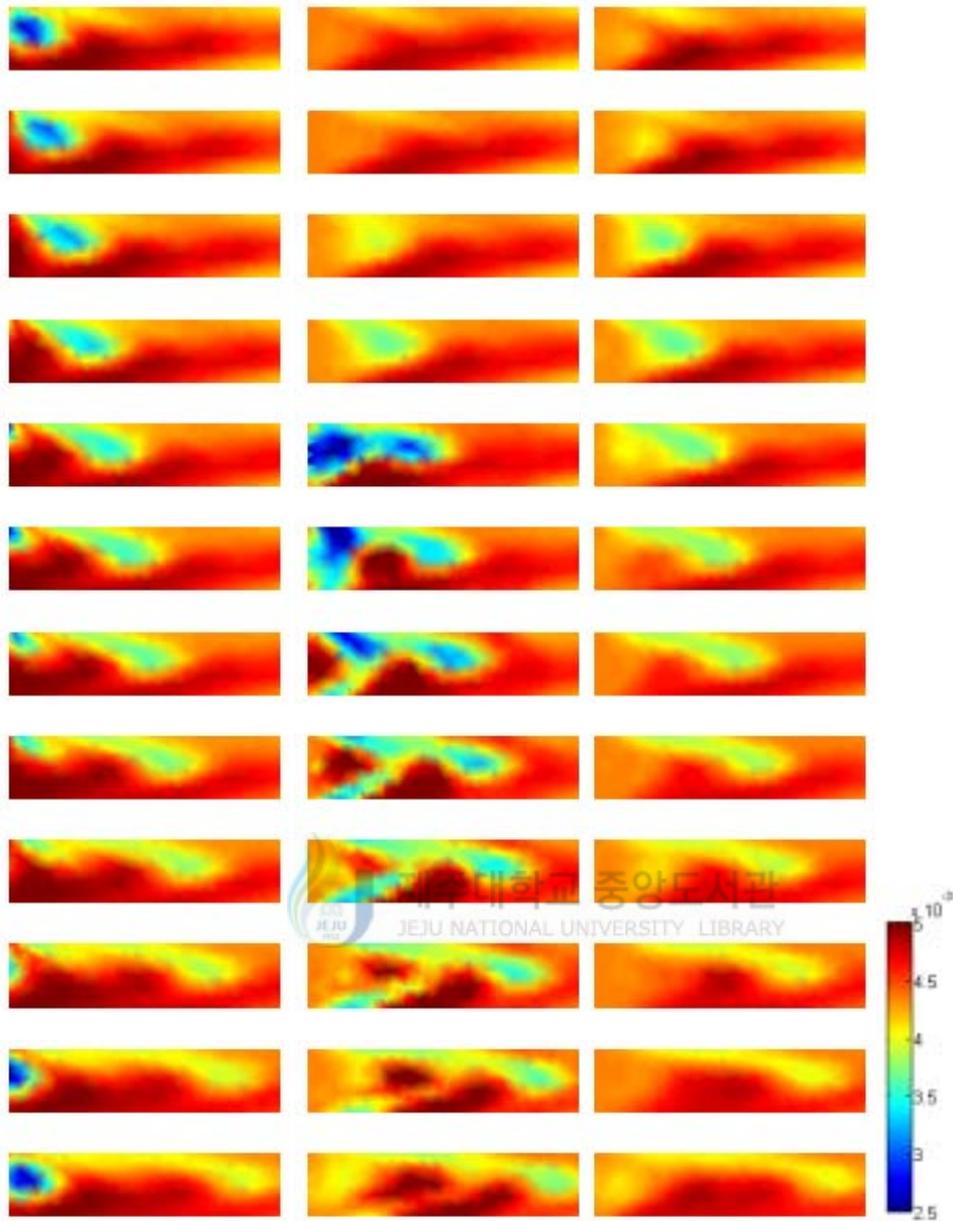


(a) RMSE of the proposed algorithm with 1% unexpected measurement noise



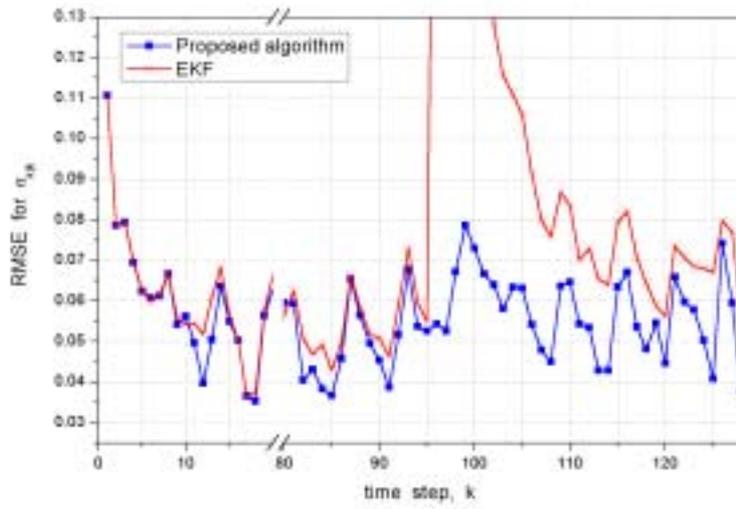
(b) Model probability of IMM

Fig. 11. RMSE of the proposed algorithm and EKF and model probability of IMM in the presence of 1% unexpected measurement noise

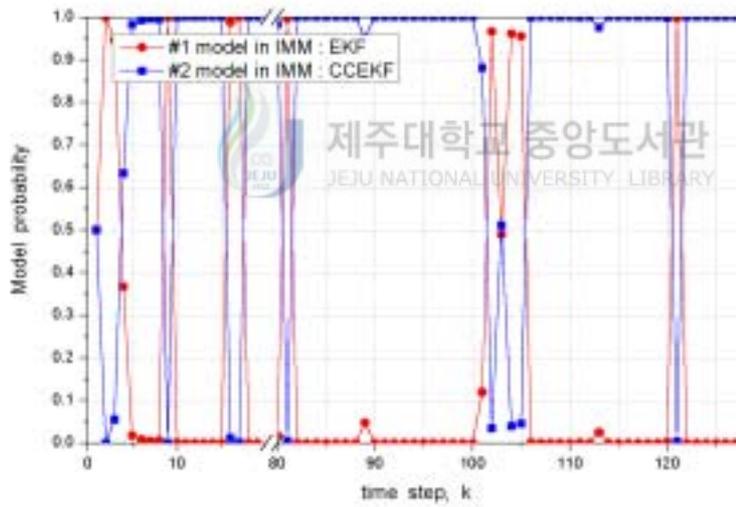


(a) True images      (b) Reconstructed images by EKF      (c) Reconstructed images by proposed algorithm

Fig. 12. Comparison between reconstruction images by EKF and proposed algorithm in the presence of 1% unexpected measurement noise

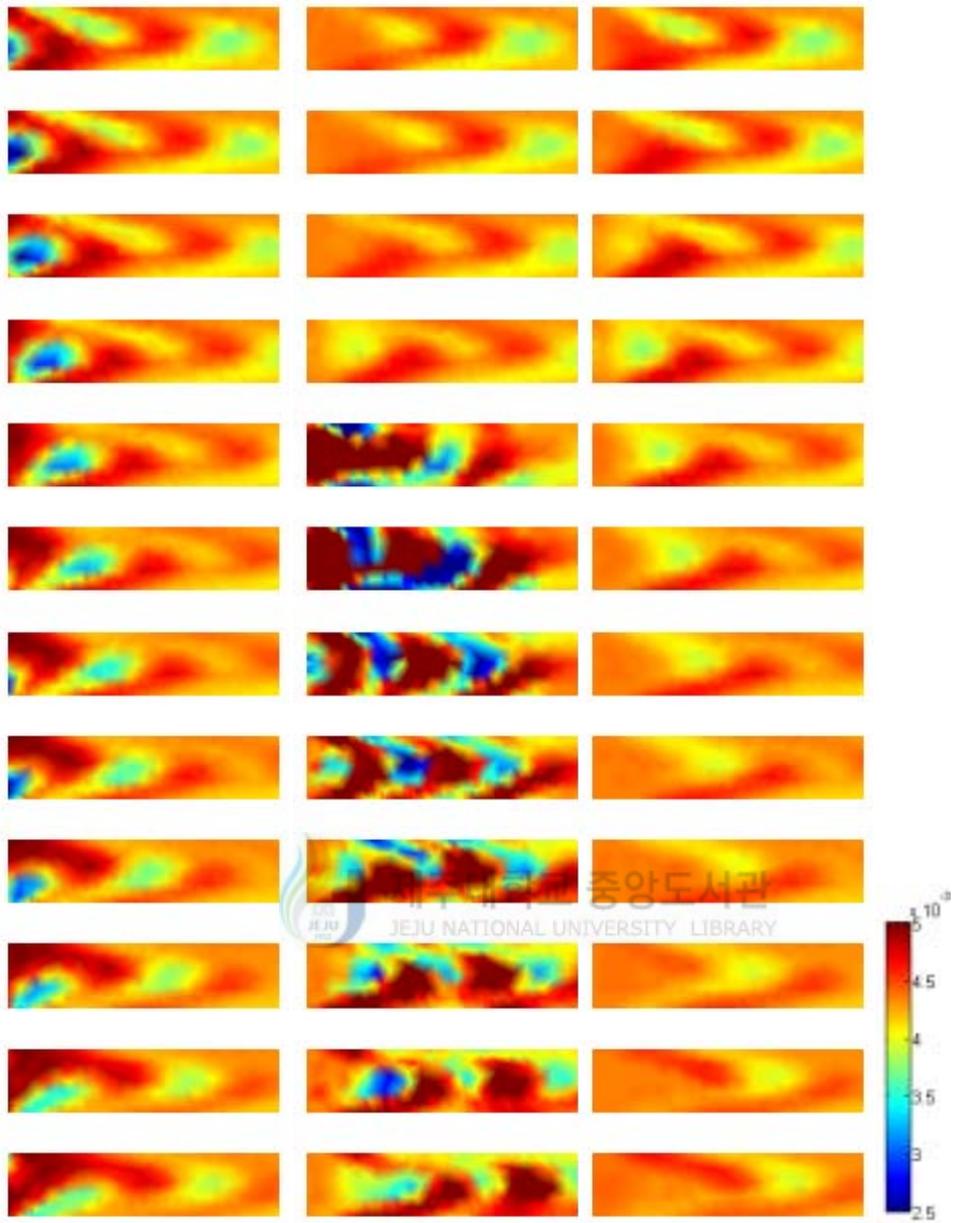


(a) RMSE of the proposed algorithm with 3% unexpected measurement noise



(b) Model probability of IMM

Fig. 13. RMSE of the proposed algorithm and EKF and model probability of IMM in the presence of 3% unexpected measurement noise



(a) True images      (b) Reconstructed images by EKF      (c) Reconstructed images by proposed algorithm

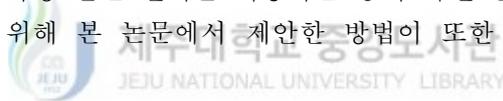
Fig. 14. Comparison between reconstruction images by EKF and proposed algorithm in the presence of 3% unexpected measurement noise

## V. 결론

전기 임피던스 단층촬영법을 이용한 공정 감시 시스템(process monitoring system based on electrical impedance tomography)은 공정의 물리적 특성(전도도, 속도 등)을 전기 임피던스 단층촬영법으로서 모니터링하기 위한 추정시스템이다.

본 논문에서는 확장 칼만 필터의 추정성능을 개선하기 위해 상호다중모델법을 이용한 동적 복원법을 제안하였으며, 기대치 않은 측정 잡음이 없는 경우와 있는 경우에서 컴퓨터 시뮬레이션 결과들을 비교분석하였다. 우선 기대치 않은 측정 잡음이 없는 경우에는 제안한 방법에 의해 확장 칼만 필터의 오차가 전체적으로 낮아졌으며 관 입구에서의 복원 영상이 많이 개선되어진 것을 알 수 있었다. 그리고 기대치 않은 측정 잡음이 있는 경우에는 제안한 방법이 확장 칼만 필터의 불안정해지는 현상을 보상하여 추정시스템을 전체적으로 안정하게 한 것을 알 수 있었다.

공정 감시 시스템에서 모니터링하는 물리적 특성은 앞으로 3D 단층촬영법의 발달과 더불어 다양하게 분석되어질 것으로 보인다. 그리고 2D 단층촬영법에 관한 연구에서는, 관내 이상유동장에 대한 모니터링, 화학 분리공정의 모니터링, 열전도 해석 등 화학공학, 에너지공학 등의 발달과 더불어 연구가 더 진행되어질 것으로 보인다. 특히 확장 칼만 필터를 이용하는 동적 복원 알고리즘에서 그 추정성능을 향상시키기 위해 본 논문에서 제안한 방법이 또한 유용하게 쓰일 수 있을 것으로 보인다.



## 참고문헌

- Averbuch A., Itzikowitz S., Kapon T., 1991.5, "Radar Target Tracking-Viterbi versus IMM", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 27, Issue 3, pp. 550-563
- Bar-Shalom Y., 1989.3, "Tracking a Maneuvering Target Using Input Estimation Versus the Interacting Multiple Model Algorithm", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 25, Issue 2, pp. 296-300
- Blom H.A.P., Bar-Shalom Y., 1988.8, "The Interacting Multiple Model Algorithm for System with Markovian Switching Coefficients", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, No. 8
- Chang C.B., Tabaczynski J.A., 1984, "Application of State Estimation to Target Tracking", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-29, No. 2.
- Gelb A., 1974, Applied Optimal Estimation, MIT Press, Cambridge
- Heikkinen L.M., Vauhkonen M., Savolainen T., Leinonen K. and Kaipio J.P., 2000.6, "Electrical process tomography with known internal structures and resistivities", Kuopio University, Department of Applied Physics Report Series ISSN 0788-4672
- Houles A., Bar-Shalom Y., 1989.3, "Multisensor Tracking of a Maneuvering Target in Clutter", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 25, Issue 2, pp. 176-189
- Ijaz U.Z., Kim J.H., Khan F.A., Song W.C., Choi Y.B., and Kim K.Y., 2005.7, "Dynamic Estimation in GPS through Covariance Compensation Extended Kalman Filter", 20th Commemorative ITC-CSCC 2005, The Shilla Hotel, Jeju, Korea, Vol.2, p.571-572
- Kaipio J.P., Pasi K.A., Somersalo E. and Vauhkonen M., 1999, "State Estimation in Time-varying Electrical Impedance Tomography", Annals New York Acad. Sci., Vol 873:430-439
- 강속인, 2002.12, "Dynamic Electrical Impedance Tomography with Prior Information", 제주대학교 전기전자공학과 석사학위논문

- Kim K.Y., Kim B.S., Kim M.C., Lee Y.J. and Vauhkonen M., 2001.4, "Image reconstruction in time-varying electrical impedance tomography based on the extended Kalman filter", *Measurement Science and Technology, Meas. Sci. Technol.* 12 (2001) 1032-1039
- Kim K.Y., Kang S.I., Kim M.C., Kim S., Lee Y.J. and Vauhkonen M. 2002.3, "Dynamic Image Reconstruction in Electrical Impedance Tomography With Known Internal Structures", *IEEE Transactions on Magnetics.*, Vol. 38, No. 2.
- Kim K.Y., Kang S.I., Kim M.C., Kim S., Lee Y.J. and Vauhkonen M., 2003, "Dynamic Electrical Impedance Tomography with Known Internal Structures", *Inverse Problems in Engineering*, Vol. 11., No. 1., pp. 1-19
- Kim K.Y., Kang S.I., Kim S., Kim M.C., Kang C.I. and Lee J.H., 2004.10, "Dynamic Electrical Impedance Imaging of Binary-Mixture Fields with External and Internal Electrodes", *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 12, No. 5, pp. 471-483
- Kim K.Y., Kim B.S., Kim M.C., Kim S., Isaacson D. and Newell J.C, 2005.3, "Dynamic electrical impedance imaging with the interacting multiple model scheme", *Physiological Measurement, Physiol. Meas.* 26 (2005) S217-S233
- 김봉석, 2000.12, "확장 칼만 필터를 이용한 전기 임피던스 단층촬영법", 제주대학교 전기전자공학과 석사학위논문
- Lee K.J., Ko Y.J., Kim S., Kim B.S., Kim K.Y., Kim Min Chan, 2004.6, "Electrical Resistance Imaging of Binary Mixtures in Rod Bundles", 5th International Conference on Multiphase Flow, ICMF'04, Yokohama, Japan, No. 185
- Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, 2001, *Kalman filtering : theory and practice using MATLAB*, second edition, A Wiley-Interscience Publication, ISBN 0-471-39254-5 (cloth : alk. paper)
- Oki Electric Industry Co. Ltd., 1997.7, "Nonlinearity-Compensation Extended Kalman Filter and Its Application to Target Motion Analysis", No. 159, Vol. 63
- Seppänen A., Vauhkonen M., Vauhkonen P.J., Somersalo E. and Kaipio J.P., 2000.7, "State estimation with fluid dynamical evolution models in process tomography - EIT application", Kuopio University, Department of Applied Physics Report Series ISSN 0788-4672

- Seppänen A., Vauhkonen M., Somersalo E. and Kaipio J.P., 2000.10, "State space models in process tomography - approximation of state noise covariance", Kuopio University, Department of Applied Physics Report Series ISSN 0788-4672
- Seppänen A., Vauhkonen M., Vauhkonen P.J., Somersalo E. and Kaipio J.P., 2001.3, "Fluid dynamical models and state estimation in process tomography: Effect due to inaccuracies in flow fields", Kuopio University, Department of Applied Physics Report Series ISSN 0788-4672
- Seppänen A., Vauhkonen M., Somersalo E. and Kaipio J.P., 2001, "State estimation with fluid dynamical evolution models in process tomography - An application with impedance tomography", *Inverse Problems*, vol. 17, pp. 467-483
- Seppänen A., Vauhkonen M., Kaipio J.P., Somersalo E., 2002, "Inference of velocity fields based on tomographic measurements in process industry", 4th International Conference on Inverse Problems in Engineering, Rio de Janeiro, Brazil
- Vauhkonen M., 1997, "Electrical impedance tomography and prior information", Ph.D thesis, Kuopio University, Kuopio
- Vauhkonen P.J., Vauhkonen M. and Kaipio J.P., 2000.9, "Fixed-lag Smoothing and State Estimation in Dynamic Electrical Impedance Tomography", Kuopio University, Department of Applied Physics Report Series ISSN 0788-4672
- Webster J.G., 1990, *Electrical Impedance Tomography*, Adam Hilger, Bristol and New York
- Williams R.A., Beck M.S., 1995, *Process Tomography : Principles, techniques and applications*, Butterworth-Heinemann Ltd.

## 감사의 글

이 글을 마무리 짓기까지 참으로 많은 이야기들이 있어 왔다는 생각이 듭니다. 어릴 적에, 외삼촌이 책을 팔며 어렵게 석사 과정을 마치는 것을 보며 석사 과정이 과연 어떤 것일까라는 생각을 한 적이 있습니다. 그리고 그 외삼촌 댁에 쌓여 있는 서적들을 보며 한편으론 의아심을 많이 가졌던 적이 있습니다. 하지만 지금은 알 수 있을 것 같습니다. 석사과정이란 것에서부터 대학원 과정에 대해서입니다.

이 자리를 빛내게 해주신 여러 스승님과 선배들, 그리고 친구들, 후배들, 가족 등에 대한 얘기를 해볼까 합니다. 그 가운데 같이 연구를 하며 도움을 가장 많이 줬던 Umer Zeeshan Ijaz(우머)와 항상 모자란 저를 끝까지 지켜봐 주시고 논문이 마무리 될 때까지 많은 관심을 기울여 주셨던 김경연 교수님에게 먼저 감사함을 전하고 싶습니다. 그리고 작년 한해 NURI 일을 하며 힘들 때 자주 힘이 되어주셨던 안테나공학과와 강부식 선생님, 올해 Next사업의 한 일환으로 했던 파워포인트 작업에서 저와 창남이에게 파워포인트 스킬을 가르쳐 주셨던 통신공학과와 좌정우 교수님, 그리고 그때 항상 저와 창남이에게 관심을 가지고 지켜봐 주셨던 도양희 교수님과 고석준 교수님, 대학원 과정을 같이 하며 여러모로 도움을 많이 주셨던 강양현 조교선생님, 발표심사와 논문심사 때 저에게 많은 가르침을 주셨던 김경식 교수님과 이광만 교수님. 이 밖에, 올 한해 같이 대학원 과정을 밟으며 힘이 되어준 동혁이, 작년 한해 교수님이 없는 자리에서 연구실 벗이 되어준 정봉이, 경북대학교에서 석사과정을 마치고 한동안 이곳 연구실에 머물며 외로움을 잊게 해준 민석이 형, 후배로서 힘들 때 항상 힘이 되어준 보민이, 재일이, 형찬이, 성진이, 인생의 한 길동무로서 어려울 때나 기쁠 때나 언제나 같이 있어준 고향친구들인 현식, 승호, 창석, 멀리 있으면서도 관심을 써주며 언제나 힘이 되어준 철현이 형, 그리고 늦게나마 감사함을 전해드리지만 석사과정을 시작할 때 많은 도움이 되어준 봉석 선배(Post Doc.을 RPI에서 한다는 것에 다시 한번 축하드립니다. 그리고 씩씩한 얘기 낱기 바랍니다.), 언제나 제게 믿음과 사랑을 가르쳐 주셨던 부모님, 제가 없는 자리를 메꿔 부모님을 뒷바라지했던 동생, 멀리 있지만 항상 의지가 되어줬던 매형과 누나, 그리고 귀여운 조카 혁빈이, 지금은 모두 얘기할 수 없지만 멀리서 관심을 갖고 지켜봐 주신 여러 친척분들, 귀여운 동생들, 스승님들, 친구들. 참으로 많은 이들이 있었기에 이 논문이 빛을 발할 수 있는 것 같습니다.

2005. 12.

김 정 훈 드림