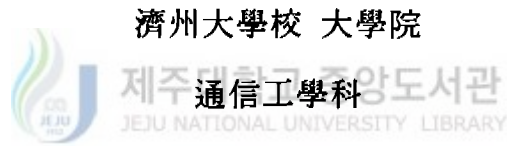


博士學位論文

마이크로스트립 링 공진기의 설계 이론에 관한 연구



吳 德 烈 著

1999年 12月


마이크로스트립 링 공진기의 설계 이론에 관한 연구

指導教授 金 興 洙

吳 德 烈 氏

이 論文을 工學 博士學位 論文으로 提出함.

1999年 12月

 제주대학교 중앙도서관
吳德烈사의 工學 博士學位 論文으로 認准함

審査委員長 林 載 允 印

委 員 梁 斗 榮 印

委 員 李 旼 洙 印

委 員 朴 榮 泰 印

委 員 金 興 洙 印

濟州大學校 大學院

1999年 12月

A Study of Design Theory for a Microstrip Ring Resonator

Teresa Oh

(Supervised by Professor Heung-Soo Kim)



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF DOCTOR
OF ENGINEERING**

**DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATION ENGINEERING
GRADUATE SCHOOL
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY**

1999. 12

목 차

page

List of Tables	iv
List of Figures	v
List of Symbols	x
Abstract	xii
I. 서 론	1
II. 링 공진기의 전자계 해석과 특징	
1. 마이크로스트립 선로	5
2. 마이크로스트립 선형 공진기	8
3. 마이크로스트립 선로의 전장효과	11
4. 원형 링 공진기의 전·자계식	13
5. 마이크로스트립 링 공진기의 전·자계 해석	18
III. 공진 주파수에 영향을 주는 커패시턴스의 분석	24
1. 갭 사이의 커패시턴스	24
2. 링 공진기의 결합 커패시턴스	29
3. 링 공진기와 평행 결합선로의 해석	31
4. 개방형 링 공진기	34

5. 링 공진기의 전송선로 등가회로 해석	35
------------------------------	----

IV. 링 공진기 설계 이론

1. 링 공진기 설계 조건	
1) 갭에 의한 커패시턴스	38
2) 평행 결합선로에 의한 커패시턴스	45
2. 짧은 선로 근사식에 의한 보상회로의 길이	45
3. 반경 보상 파라미터 α	48

V. 공진 주파수 1.8GHz인 링 공진기 설계

1. 고립된 링 공진기	58
2. 입·출력 선로를 포함한 기본적인 마이크로스트립 링 공진기	59
1) $w/R=0.08$ 인 링 공진기	59
2) $w/R=0.1$ 인 링 공진기	60
3. 결합선로가 없는 마이크로스트립 링 공진기	61
4. 단일 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기	61
5. 이중 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기	64

VI. 링 공진기의 시뮬레이션

1. Maxwell방정식 해석 방법과 시뮬레이션 툴	66
2. 결합선로가 없는 마이크로스트립 링 공진기	67
3. 단일 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기	68

1) 링 공진기의 결합 각도에 따른 S_{21} 의 변화	69
2) 결합선로의 모양이 공진 주파수에 미치는 영향	73
4. 이중 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기	75
1) 링 공진기의 결합각도에 따른 S_{21} 의 변화	77
5. 공진 주파수가 다른 링 공진기	82
6. 링 공진기에 대한 전송선로 등가회로 해석 결과	85
VII. 링 공진기 제작 및 측정	
1. 제작 가능한 허용 범위를 고려한 링 공진기의 설계	89
2. 마이크로스트립 링 공진기의 제작	90
3. 결과 및 고찰	94
VIII. 결 론	98
참고문헌	100



List of Table

Table 1. Parameter α_1 in accordance with ϵ_r in ring resonators with one coupling line.

Table 2. Parameter α_2 in accordance with ϵ_r in ring resonators with two coupling lines.

Table 3. k_c from eigenvalue equation (2.3.33).

Table 4. Design parameters of a ring resonator without coupling line.

Table 5. Design parameters of ring resonators with one coupling line in accordance with ϵ_r ($w/R=0.08$).

Table 6. Design parameters of ring resonators with two coupling lines in accordance with ϵ_r ($w/R=0.08$).

Table 7. Design parameters for manufacture.



List of Figures

- Fig. 2.1 A cross section of a microstrip line.
- Fig. 2.2 End effect in a line resonator.
- Fig. 2.3 The equivalent end effect length (a) physical microstrip,
(b) transmission line with C_f , (c) transmission line with l_{eo} .
- Fig. 2.4 Magnetic ring current source located symmetrically about the z-axis.
- Fig. 3.1 Microstrip line with gap, (a) symmetric excitation of the coupling gap, (b) the equivalent circuit, (c) antisymmetric excitation of the coupling gap, (d) the equivalent circuit.
- Fig. 3.2 Formulation of the microstrip gap in terms of the line charges,
(a) microstrip with a gap, (b) G_∞ : infinitely extending line charge, (c) $G_{s/2}$: charge reversal at $s/2$, (d) $G_{-s/2}$: charge reversal at $-s/2$, (e) $G^{even} = G_\infty + 1/2(G_{s/2} - G_{-s/2})$,
(f) $G^{odd} = 1/2(G_{s/2} + G_{-s/2})$.
- Fig. 3.3 Discontinuous coupling gap, (a) end to ring coupling,
(b) equivalent circuit,
- Fig. 3.4 Mode in a ring resonator, (a) even-mode, (b) odd-mode.
- Fig. 3.5 Capacitance between a coupling line and a ring resonator,
(a) even-mode field distribution, (b) odd-mode field distribution, (c) even-mode capacitance, (d) odd-mode capacitance.

- Fig. 3.6 A open-ring resonator, (a) a open-ring resonator with the stray field in the gap, (b) the π -type equivalent transmission line model.
- Fig. 3.7 Equivalent circuit of a ring resonator with a coupling gap.
- Fig. 4.1 Structure of a ring resonator.
- Fig. 4.2 Variation of C_{even} as a function of s/w .
- Fig. 4.3 Curves of C_{odd} as a function of s/w .
- Fig. 4.4 Curves of C_g as a function of s/w .
- Fig. 4.5 Variation of radius R' of a ring resonator as a function of s/w .
- Fig. 4.6 Variation of resonant frequencies as a function of s/w .
- Fig. 4.7 T-type equivalent circuit of a transmission line.
- Fig. 4.8 Radius R'' of a ring resonator with $w/R=0.08$.
- Fig. 4.9 Radius R'' of a ring resonator with $w/R=0.1$.
- Fig. 4.10 Flow chart for searching α parameter.
- Fig. 4.11 A ring resonator with one coupling line.
- Fig. 4.12 Resonant condition as a function of ϵ_r , (a) $\epsilon_r=17$, (b) $\epsilon_r=25$.
- Fig. 4.13 Relation between radius R' of ring resonators and ϵ_r with variation s/w .
- Fig. 4.14 Parameter α_1 as variation of ϵ_r in ring resonators with one coupling line.
- Fig. 4.15 A ring resonator with two coupling lines.
- Fig. 4.16 Parameter α_2 as variation of ϵ_r in ring resonators with two coupling lines.

Fig. 4.17 Gap capacitances in a ring resonator with two coupling lines.

Fig. 5.1 S parameters in a generalised ring resonator with $w/R=0.08$.

Fig. 5.2 S parameters in a generalised ring resonator with $w/R=0.1$.

Fig. 5.3 Radius for a ring resonator with one coupling line in $\epsilon_r=20$.

Fig. 5.4. Simulation result of a ring resonator with one coupling line in $R'=7.5565\text{mm}$, (a) magnitude, (b) phase.

Fig. 6.1 S parameters in a ring resonator with $R'=7.8162\text{mm}$.

Fig. 6.2 S parameters of a ring resonator with one coupling line in $\epsilon_r=19$.

Fig. 6.3 S parameters of a ring resonator with one coupling line in $\epsilon_r=21$.

Fig. 6.4 S parameters of a ring resonator with one coupling line in $\epsilon_r=23$.



Fig. 6.5 Ring resonator of $\theta=30^\circ$, (a) magnitude, (b) phase.

Fig. 6.6 Ring resonator of $\theta=90^\circ$, (a) magnitude, (b) phase.

Fig. 6.7 Ring resonator of $\theta=120^\circ$, (a) magnitude, (b) phase.

Fig. 6.8 S parameters of ring resonators in accordance with coupling line lengths and a feed line, (a) $\theta=90^\circ$, (b) $\theta=180^\circ$, (c) $\theta=360^\circ$.

Fig. 6.9 S parameters of a ring resonator with two coupling lines in $\epsilon_r=18$.

Fig. 6.10 S parameters of a ring resonator with two coupling lines in $\epsilon_r=22$.

Fig. 6.11 S parameters of a ring resonator with two coupling lines in

$$\epsilon_r = 24.$$

Fig. 6.12 Ring resonator of $\theta = 30^\circ$, (a) magnitude, (b) phase.

Fig. 6.13 Ring resonator of $\theta = 90^\circ$, (a) magnitude, (b) phase.

Fig. 6.14 Ring resonator of $\theta = 120^\circ$, (a) magnitude, (b) phase.

Fig. 6.15 S parameters of a ring resonator at resonant frequency 2.0GHz by Ensemble.

Fig. 6.16 S parameters of a ring resonator at resonant frequency 2.5GHz by Ensemble.

Fig. 6.17 S parameters of a ring resonator at resonant frequency 1.5GHz by HFSS.

Fig. 6.18 S parameters of a ring resonator at resonant frequency 2.5GHz by HFSS.

Fig. 6.19 Input reactance X_{in} versus frequency for a ring resonator with resonant frequency 1.8GHz

Fig. 6.20 Input reactance X_{in} versus frequency for a ring resonator with $\epsilon_r = 22$.

Fig. 6.21 Phase versus frequency for a ring resonator.

Fig. 6.22 Input reactance X_{in} versus frequency for a ring resonator with $\epsilon_r = 24$.

Fig. 7.1 S parameters in a ring resonator with $R' = 7.6\text{mm}$.

Fig. 7.2 Simulation result of a ring resonator with $R' = 7.55\text{mm}$.

Fig. 7.3 Flow chart for manufacture of the ring resonator.

Fig. 7.4 Photograph of the ring resonator.

Fig. 7.5 Outline of the circuit for measurement.

Fig. 7.6 Photograph of a measuring apparatus of the ring resonator.

Fig. 7.7 Result for measurement of the ring resonator.

(a) magnitude, (b) phase.

Fig. 7.8 Result of Smith Chart on the screen.

Fig. 7.9 Field distribution of a ring resonator with one coupling line



List of Symbols

C_{even}	Even mode capacitance
C_{odd}	Odd mode capacitance
C_{one}	Capacitance with one coupling line
C_{two}	Capacitance with two coupling lines
C_g	Gap capacitance
C_p	Parallel capacitance
C_o	Odd mode capacitance in parallel lines
C_f	Fringing capacitance
C_{ga}	Gap capacitance in air
C_{gd}	Gap capacitance in dielectric
$G_{\infty}(P, P')$	Green function of infinite microstrip line
l_s	Strip conductor length in the ring resonator
l_{eo}	Electric length in accordance with end-effect
λ_g	Cut-off wavelength
h	Substrate thickness
$K(k)$	Complete elliptic integral function of the first kind of modulus k
$K(k')$	Complete elliptic integral function of the first kind of complementary modulus k
k	Modules of the elliptical integral
$k' = \sqrt{1 - k^2}$	Complementary modulus of k for the elliptical integral
Φ_{∞}	Potential in infinite microstrip line
R	Central radius

R_i	Inner radius
R_o	Outer radius
R'	Shorted radius calculated from parameter α
R_L	Load resistance
s	Gap width
$\sigma_\infty(P')$	Charge density distribution
w	Strip width
Z_{in}	Input impedance
Z_0	Characteristic impedance



ABSTRACT

A microstrip ring resonator has a very simple geometric structure and it is easy to manufacture. For being used as element of circuit, a ring resonator should be connected with the coupling line, and because of this coupling line, the resonant frequency of a ring resonator is shifted. In this thesis, the new design method which can get a ring resonator resonated at the initial resonant frequency is proposed.

To begin with, the characteristics of a microstrip line and the effective length of an open-ended straight resonator are studied. Considering a magnetic current source located symmetrically, the distribution of the electromagnetic field of a microstrip ring resonator is analyzed. The resonant frequency of a ring resonator with a coupling gap should be shifted by the gap capacitance. So the gap capacitance between a coupling line and a ring resonator is studied and the value of the capacitance is calculated as the function of the gap width. In order to design the ring resonators resonated at the initial resonant, the radii of ring are re-calculated in accordance with the gap space, the line width and permittivity ϵ_r . Especially, the new design parameter α that can be satisfied with the design criterion going with permittivity is proposed. For obtaining a good resonant characteristic, the parallel coupling lines is used, but it does not affect any resonant frequency. Ring resonators are designed by using this design method, and simulated by the Ensemble. These simulated results are the same as the results of the transmission line

analysis for a ring resonator with a gap.

To prove the propriety of the new design method, the ring resonator with one coupling line is manufactured in condition of $w/R = 0.08$, $\epsilon_r = 20$, coupling angle 90° and at the resonant frequency $1.8GHz$. The measured results for the fabricated ring resonator show a good agreement.



I. 서론

마이크로파 대에서 운용되는 시스템에 사용되는 수신기는 소형, 경량이며 원하는 주파수 대역에서 손실이 최소가 되도록 설계하여야 한다. 위성통신 및 이동통신과 같이 마이크로파대 주파수에서 동작하는 시스템의 경우 통과대역에서 삽입손실과 그룹지연(group delay)이 작고 선형위상을 갖는 협대역 통과 필터를 요구하고 있다. 이러한 마이크로파대의 소형 시스템에서 주로 사용되는 필터들은 대부분 공진기를 많이 이용하고 있다. 공진기는 무선 통신 시스템의 RF단의 필터를 만드는데 빠질 수 없는 중요한 부품이다(김 외 2인, 1996). 기지국 장비내의 RF부품의 경우 상당 부분 국산화에 성공하였으나, 단말기 내의 RF부품은 아직 선진국에 비하여 기술 및 가격 경쟁력에서 뒤지고 있다

대역통과 필터에 사용되는 공진기에는 크게 유전체 공진기와 마이크로스트립 공진기가 있다. 유전체 공진기는 방사를 억제하기 위해 도체 금속벽으로 차폐하며, 공진기를 동조시키기 위해 금속의 동조 스크류를 유전체 공진기 위에 둔다. 차폐벽과 주파수 동조 스크류를 갖는 유전체 공진기는 복잡한 구조때문에 고조파 성분이 발생하고 높은 온도 안정도가 필요하다. 유전체 공진기의 공진 주파수는 유전체와 동조 스크류 사이의 갭을 조절함으로써 얻을 수 있다. 그런데 이러한 동조 시스템에서 열적 팽창이 발생하게 되면 차폐벽과 동조 스크류에 쓰여지는 금속에 의해서 공기 갭에 변화가 생겨서 공진 주파수가 천이되는 원인이 된다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 마이크로스트립선로를 사용하여 전송선로 공진기를 만든다(Vijai 외 1인, 1984). 마이크로스트립 공진기는 전송선로의 분산, 위상속도, 유효유전상수를 측정하기 위해서 널리 사용되었다. 마이크로스트립 공진기의 두가지 유형으로는 선형 공진기와 링 공진기가 있다. 선형 공진기는 선로 사이의 갭을 이용한 평행 결합 마이크로스트립 선로를 이용한다(Ingo 외 1인, 1984). 평행 결합 마이크로스트립 선로의 전파 특성은 비교적 해석이 용이하기 때문에 마이크로파 대역통과 필터

에 많이 응용되어 왔다. 반파장 전송선로 공진기를 이용한 대역통과 필터는 소형이기 때문에 집적화(MIC)가 가능하다는 장점이 있다. 그러나 평행 결합 마이크로스트립 선로는 중심 주파수의 배수가 되는 고조파를 통과시키는 단점(Martin 외 2인, 1988)이 있으며, 마이크로스트립 선로의 끝단이 개방되어 있기 때문에 종단효과(end-effect)가 나타나고 설계에서는 이 효과의 영향을 고려해야 정확한 공진 주파수를 얻을 수 있다. 반면에 링 공진기는 원형이므로 이러한 종단효과로 인한 보상이 필요가 없다.

링 공진기 해석에는 선로 폭이나 굴곡, 공진 주파수에서의 분산 효과 등을 연구하기 위해서 필드이론(field theory)을 많이 이용한다. Vijai는 섭동법을 이용하여 링 사이에 갭을 갖는 개방 링과 갭을 갖지않는 링 공진기의 전계와 공진 주파수로부터 디자인 방정식을 유도하였고(Vijai 외 1인, 1984), Ingo Wolff는 자계벽 모델(magnetic wall)을 이용하여 링 공진기의 전자계를 해석하였다(Ingo 외 1인, 1984). 그러나 이러한 해석들은 단지 링 공진기만을 해석하고 있으며, 링 공진기와 다른 결합선로들을 포함한 실제적인 경우의 링 공진기 해석과는 차이가 있다. 최근에 Cheng은 전송선로 해석법을 이용하여 링 공진기와 결합선로 사이의 결합 커패시턴스를 구하였다(Cheng 외 1인, 1997). 그리고 안달은 대역통과 필터를 설계하는 방법인 J인버터 변환과 전송선로 해석법에 의해 링 공진기의 통과 대역 특성을 해석하였다(안 외 5인, 1995). 마이크로스트립 링 공진기를 회로 요소로 이용하기 위해서는 외부선로와의 결합이 필요하다. 이때 커플링 갭의 간격은 스트립 선로와 링 사이의 커플링을 결정하게 되며, 이러한 커플링은 링에 부하효과를 갖게 하면서 공진 주파수를 변하게 한다. 마이크로스트립 링 공진기의 공진 주파수를 계산하는 간단한 방식이 Sotirios에 의해서 제시되었지만 공진 주파수 상에서 갭크기의 효과를 고려하지 않았다(Sotirios 외 1인, 1978). Vijai는 반지름에 대한 선로 폭의 비로써 곡률 반경을 고려한 링 공진기만의 공진 주파수와 전계를 구하였다(Vijai 외 1인, 1984). 따라서 입·출력 선로를 포함한 마이크로스트립 링 공진기에서 선로와 링 사이의 갭의 영향을 고려한 공진 주파수 예측 방법에 대

한 연구가 필요하다.

본 논문에서는 결합선로와 결합 갭의 영향에 따른 공진 주파수의 이동을 고려하여 초기 공진 주파수에서 공진하는 소형의 링 공진기를 제작할 수 있는 설계방법을 제시한다. 마이크로스트립 선로의 특성과 선형 마이크로스트립 공진기에 대하여 연구하고, 급전선로의 갭을 포함한 마이크로스트립 링 공진기에 등가의 자류원 (magnetic current source)이 있다고 가정하여 링 공진기의 전·자계를 해석한다. 원하는 공진 주파수에서 공진하는 마이크로스트립 링 공진기를 제작하기 위해서 갭크기를 고려한 설계방법을 제안한다. 선로 폭 w 와 반경 R 의 비인 w/R 의 변화와 유전율 ϵ_r 의 변화에 따른 링 공진기의 설계 변수를 제시한다. 링 공진기와 인접하는 결합선로를 공진기와 평행하게 설계하여 공진 주파수에서 좋은 공진특성을 갖도록 설계한다. 그리고 불연속 전송선로의 결합 갭 사이의 등가회로를 이용하여 반경, 선로 폭, 갭크기 그리고 유전율을 변수로 하는 링 공진기의 공진 주파수로부터 갭크기에 따라 반경을 결정할 수 있는 관계식을 유도한다. 제안된 설계방법에 의해 설계된 링 공진기의 공진특성을 시뮬레이션 툴을 이용하여 구한다. 그리고 단일 결합선로를 갖는 링 공진기와 이중 결합선로를 갖는 링 공진기에 대하여 공진특성과 위상의 변화에 대하여 살펴본다. 이러한 특성 결과는 갭이 존재하는 링 공진기에 대한 집중형 전송선로 등가회로를 이용한 입력 임피던스로부터 구한 링 공진기의 공진특성 결과와 비교한다. 마지막으로 논문에서 제시하고 있는 링 공진기 설계방법에 대한 타당성을 입증하기 위해서 링 공진기를 설계하여 제작하고, 측정을 통하여 공진특성을 얻고, 시뮬레이션 결과와 일치하는지 확인한다.

본 논문의 구성은 I장에서 링 공진기의 연구 배경과 링 공진기의 필요성을 설명하고, II장에서는 마이크로스트립 공진기의 종류와 특성에 대하여 간략히 다루며, 마이크로스트립 링 공진기에 대한 전자계 해석을 한다. III장에서 외부 결합선로와 링 공진기 사이에 존재하는 모드에 따른 커패시턴스 값을 구하고 이것으로부터 링 공진기의 반경을 축소할 수 있는 디자인 방법을 제시한다. 그리고 결합 갭을 포함한 링 공진기에 대하여 전송선로 이론을 이용한 등가회로를 유도한다. IV장은 링

공진기와 평행하게 설계한 결합선로에 대한 해석을 하고 평행 결합선로를 갖는 링 공진기의 공진 주파수를 정확히 예측할 수 있는 설계조건을 제시한다. V장에서는 1.8GHz에서 공진하는 링 공진기를 설계한다. 그리고 링 공진기와 인접한 결합선로의 길이와 모양에 따른 변화를 살펴보기 위해 결합선로의 길이가 다른 링 공진기를 설계하며, 이중 결합선로를 갖는 링 공진기를 설계한다. VI장은 V장에서 설계한 링 공진기를 시뮬레이션한다. 또한 링 공진기의 시뮬레이션 결과와 전송선로 이론에 의한 링 공진기의 해석 결과를 비교하고 검토한다. VII장은 설계조건에 맞는 링 공진기를 실제 제작하고 원하는 공진 주파수에서 공진하는 것을 확인한다. 마지막으로 VIII장에서 결론을 맺는다.

II. 링 공진기의 전자계 해석과 특징

1. 마이크로스트립 선로

마이크로스트립 선로는 쉽게 제작할 수 있고 가장 널리 사용되고 있는 평면형 전송선로이며, 그림 2.1과 같이 얇은 접지 도체판 위에 두께가 h 이고 비유전율이 ϵ_r 인 유전체가 있으며, 그 위에 도체 스트립이 있는 구조로 이루어져 있다.

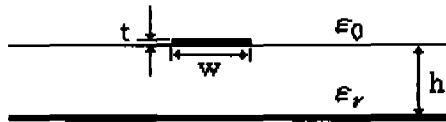


Fig. 2.1 A cross section of a microstrip line.

도체 스트립은 공기층과 유전체 사이에 존재하므로 전자계 분포가 완전히 기판 안에 집중되지 않는 비균질 전송선로이다. 그러므로 마이크로스트립을 따라 전파하는 모드는 순수한 TEM이 아니고 준 TEM(quasic TEM)이다. 실질적인 응용에서 대부분의 스트립의 폭과 기판의 두께는 파장보다 훨씬 작으며, 공기층과 유전체 층에서 단위 길이에 대한 커패시턴스 값으로부터 전송 특성 파라미터를 계산할 수 있다. 두개의 커패시턴스를 사용한 마이크로스트립 선로의 특성 파라미터를 구하는 과정은 다음과 같다. 무손실 전송선로의 특성임피던스는

$$Z_0 = \sqrt{L/C} \quad (2.1.1)$$

또는

$$Z_0 = v_p L = \frac{1}{v_p C} \quad (2.1.2)$$

이므로 어떤 종류의 전송선로일지라도 모드가 TEM파인 경우에 C 와 L 를 알면 특성임피던스와 전파상수 등을 구할 수 있다. 여기서 위상속도 v_p 와 전파상수 β 는

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.1.3)$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} \quad (2.1.4)$$

이다. 따라서 주어진 마이크로스트립 선로의 단위 길이에 대한 커패시턴스는 C 이므로 마이크로스트립 선로의 특성 파라미터는 (2.1.2)식과 같다. 그러나 유전체를 공기로 대체한 경우의 마이크로스트립 선로의 단위 길이에 대한 특성임피던스는

$$Z_{oa} = \sqrt{L/C_a} \quad (2.1.5)$$

또는

$$Z_{oa} = cL = \frac{1}{cC_a} \quad (2.1.6)$$

이다. 여기서 c 는 자유공간에서 광속이며, L 은 유전체에 관계없이 일정하다. 그러므로 마이크로스트립 선로의 특성임피던스와 전파상수는

$$Z_0 = \frac{1}{c\sqrt{CC_a}} \quad (2.1.7)$$

$$\beta = k_0\sqrt{C/C_a} = k_0\sqrt{\epsilon_{eff}} \quad (2.1.8)$$

이다. 여기서 $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 이며, ϵ_{eff} 는

$$\epsilon_{eff} = \frac{C}{C_a} = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_g}\right)^2 = \left(\frac{c}{v_p}\right)^2 \quad (2.1.9)$$

으로 유효유전상수이다. λ_0 는 자유공간에서 파장이고, λ_g 는 마이크로스트립 선로에 대한 파장이다. 유효유전상수는 공기영역의 전자계까지 고려한 동가 균일 유전상수이다. Z_0 , Z_{oa} , ϵ_{eff} 사이의 관계식은

$$Z_{oa} = Z_0\sqrt{\epsilon_{eff}} \quad (2.1.10)$$

이다. 유전체 기판 위에 스트립의 폭이 넓은 경우 전송되는 신호는 거의 모두 유전체 내에 집중되기 때문에 평행판 캐패시터와 같은 작용을 하므로 $\epsilon_{eff} = \epsilon_r$ 과 같다. 반면에 마이크로스트립 선로의 폭이 좁은 경우 기판 유전체 경계면 위의 유전체가 공기일 때 $\epsilon_{eff} \approx \frac{1}{2}(\epsilon_r + 1)$ 과 같다. 그러므로 유효유전상수의 범위는

$$\frac{1}{2}(\epsilon_r + 1) \leq \epsilon_{eff} \leq \epsilon_r \quad (2.1.11)$$

이다 마이크로스트립 선로의 특성임피던스에 대한 해석 결과는 많이 발표되었으며, 실용적인 범위의 마이크로스트립 선로를 해석하는데 가장 널리 사용되는 결과식은 다음과 같다(Terry, 1992).

$$\frac{w}{h} < 3.3 \text{의 범위에서} \quad (2.1.12)$$

$$Z_0 = \frac{119.9}{\sqrt{2(\epsilon_r + 1)}} \ln \left\{ 4 \frac{h}{w} + \sqrt{16 \left(\frac{h}{w} \right)^2 + 2} \right\}$$

$$\frac{w}{h} > 3.3 \text{의 범위에서} \quad (2.1.13)$$

$$Z_0 = \frac{119.9\pi}{\sqrt{2\epsilon_r}} \left[\frac{w}{2h} + \frac{\ln 4}{\pi} + \frac{\ln(e\pi^2/16)}{2\pi} \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r^2} \right) + \frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} \left\{ \ln \frac{\pi e}{2} + \ln \left(\frac{w}{2h} + 0.94 \right) \right\} \right]^{-1}$$

여기서 $e = 2.7182818\dots$ 이다.

마이크로스트립 선로를 이용한 공진기에는 스텝 임피던스 공진기 혹은 평행 결합선로 공진기, 링 공진기 등이 있는데 이러한 공진기의 디자인은 특성임피던스에 따른 마이크로스트립 선로의 길이에 의한 집중형 회로성분으로 변환하여 해석하는 과정이 필수적이다. 이때 마이크로스트립 선로의 특성임피던스에 비하여 상대적으로 높은 임피던스 Z_H 를 갖는 짧은 선로($l\lambda_g/4$)는 인덕턴스로서 동작하고 또한 상대적으로 낮은 임피던스 Z_L 을 갖는 짧은 선로는 커패시턴스로서 동작한다. 선로의 인덕티브 길이는 전송선로 이론으로부터 다음 식과 같은 임이의 길이 l 인 선로의 입력리액턴스으로써 주어진다.

$$X_L = Z_H \sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda_g}\right) \quad (2.1.14)$$

그러므로 인덕티브 길이는

$$l = \frac{\lambda_g}{2\pi} \sin^{-1}\left(\frac{\omega L}{Z_H}\right) \quad (2.1.15)$$

가 된다. 그리고 선로의 캐패시티브 길이는 다음 식과 같은 임피던스의 길이 l 인 선로의 입력서셉턴스에 의해서 결정된다.

$$B = \frac{1}{Z_L} \sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda_g}\right) \quad (2.1.16)$$

그러므로 캐패시티브 길이는

$$l = \frac{\lambda_g}{2\pi} \sin^{-1}(\omega C Z_L) \quad (2.1.17)$$

이다. 이러한 L 과 C 성분의 길이로 표현되는 마이크로스트립 선로 공진기는 일반적으로 많이 이용되는 구조로서 스트립의 종단을 개방하는 구조를 사용한다. 이 경우 선로의 길이 $l = n\lambda_g/2$ 로 주어지는데 이는 양 끝단에서 이상적인 개방을 가정한 단순한 모델에서만 성립하며, 실제적으로는 종단에 가장자리 전장(fringing field)이 존재하므로 이 효과를 고려해주어야 한다.

2. 마이크로스트립 선형 공진기

마이크로스트립 선로를 이용한 공진기는 파장의 정수 배에 해당하는 길이로 표현된다. 그리고 분산이 없는 매질에서는 파장과 위상 상수의 관계는 다음과 같다.

$$\beta = 2\pi/\lambda_g \quad (2.2.1)$$

(2.2.1)식에 의하면 주파수가 2배이면 위상상수도 2배가 되지만, 분산이 있는 곳에서는 그렇지 않게 된다. 분산은 유효유전율 ϵ_{eff} 에 의해서 설명되며 마이크로스트립 내에는 분산이 존재한다. 마이크로스트립의 유효유전율은 스트립의 밑 부분에

서 정의되는 필드로부터 알 수 있다. 그리고 유효유전율은 (2.1.9)식과 같이 자유 공간에서 빛의 속도 c 와 마이크로스트립 내의 위상속도 v_p 의 제곱으로 정의되며, 마이크로스트립 선로에서 속도 $v_p = f\lambda_g$ 를 대입하면 다음과 같다.

$$\epsilon_{eff}(f) = \left(\frac{c}{f\lambda_g} \right)^2 \quad (2.2.2)$$

그리고 마이크로스트립 선로의 전체길이는 파장의 정수 배가 될 때 공진이 된다.

$$l = n\lambda_g \quad (2.2.3)$$

(2.2.2)식과 (2.2.3)식으로부터 공진기의 공진 주파수는

$$f = \frac{nc}{N \epsilon_{eff}(f)} \quad (2.2.4)$$

이다 그림 2.2는 선형 공진기가 선로의 끝에서 생기는 필드에 의해서 선로의 길이가 길어지는 효과를 나타낸다.

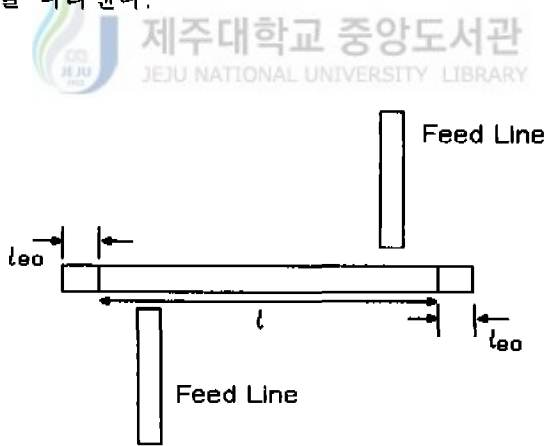


Fig. 2.2 End-effect in a line resonator.

대부분의 선형 공진기는 개방회로를 이용하며, 개방회로에서는 종단효과에 의해서 전기적으로 선로의 길이가 길어지게 된다. 선형 공진기의 전체길이는 다음과 같다.

$$l_t = l + 2l_{eo} \quad (2.2.5)$$

여기서 l_t 는 공진기의 전체길이이며, l 은 선형 공진기의 물리적인 길이이다. l_{eo} 는 종단효과로 인하여 생기는 선로의 유효길이(Chang, 1996)로써

$$l_{eo} = 0.412h \left(\frac{\epsilon_{eff} + 0.3}{\epsilon_{eff} - 0.258} \right) \left(\frac{w/h + 0.262}{w/h + 0.813} \right) \quad (2.2.6)$$

과 같다. 그리고 마이크로스트립 선로 내의 분산은 선로의 특성을 결정하는 요소로써 다음과 같은 공진기의 전체길이와 주파수의 함수로 나타낸다.

$$\epsilon_{eff}(f) = \left(\frac{nc}{f(l + 2l_{eo})} \right)^2 \quad (2.2.7)$$

(2.2.7)식에서 보듯이 (2.2.4)식의 공진 주파수를 구하기 위해서 선형 공진기를 이용하게 되면 l_{eo} 에 의해서 주파수에 따른 분산을 간단히 구하기가 힘들며 공진 주파수를 구하는데 있어서도 어려움이 따른다.

유전체손실과 도체손실만을 고려할 경우, 일반적인 공진기의 주파수 선택도 Q 는

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \omega_0 CR = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{\beta}{2(\alpha_d + \alpha_c)} \quad (2.2.8)$$

이다. 여기서 α_d 는 유전체손실에 의한 감쇠상수로써

$$\alpha_d \approx \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_{eff} - 1) \tan \delta}{2\sqrt{\epsilon_{eff}(\epsilon_r - 1)}} N\beta/m \quad (2.2.9)$$

이며, α_c 는 도체손실에 의한 감쇠상수로써 다음과 같다.

$$\frac{w}{h} > 1 \text{의 경우에} \quad \alpha_c \approx \frac{R_s}{Z_0 w} N\beta/m \quad (2.2.10)$$

여기서 $R_s = \sqrt{\pi f \mu_0 / \sigma}$ 는 도체의 표면저항이다. 전체길이가 같은 링 공진기와 선형 공진기의 도체손실과 유전체손실은 같다. 그 밖에 방사손실과 관련된 Q_r 계수에 대한 근사식은 다음과 같다.

$$\frac{1}{Q_r} \approx \frac{16\eta_0(hf_0/c)^2}{3Z_0\epsilon_{eff}} \quad (2.2.11)$$

여기서 η_0 는 자유 공간에서의 고유 임피던스이다. 마이크로스트립 회로와 연관된 3가지의 주된 손실은 도체손실 $1/Q_c$, 유전체손실 $1/Q_d$, 그리고 방사손실 $1/Q_r$ 이 있으며 전체적인 손실 성분 $1/Q_0$ 은

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_r} \quad (2.2.12)$$

과 같다. 여기서 Q_0 는 무부하(unloaded) Q 이다. 그러나 선형 공진기는 개방된 선로의 끝에서 프링징 필드가 발생하여 방사손실이 생기게 된다. 방사손실 $1/Q_r$ 은 선형 공진기에서 더 크게 나타난다. 결국 전체적인 선택도 Q_0 는 선형 공진기에 비하여 링 공진기에서 더 높다.

3. 마이크로스트립 선로의 전장효과

무 손실 전송선로에서의 입력임피던스는

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} \quad (2.3.1)$$

이다. 개방회로의 경우 $Z_L \rightarrow \infty$ 이므로 (2.3.1)식은 다음과 같다.

$$Z_{oc} = -jZ_0 \cot \beta l \quad (2.3.2)$$

여기서 Z_{oc} 는 선로의 길이가 l 인 마이크로스트립 선로의 종단이 개방되었을 때 개방회로의 입력단에서 본 입력임피던스이다. 대부분 회로를 디자인하는 경우에 있어서 마이크로스트립 선로는 종단효과에 의해서 실제보다 다소 길어진다. 종단효과에 따른 선로의 유효길이 l_{∞} 는 그림 2-3의 등가회로로 나타낼 수 있다. 여기서 l_{∞} 는 물리적인 마이크로스트립 선로의 끝에서 개방종단(open-end)평면에 대한

전기적인 여분의 길이이다.

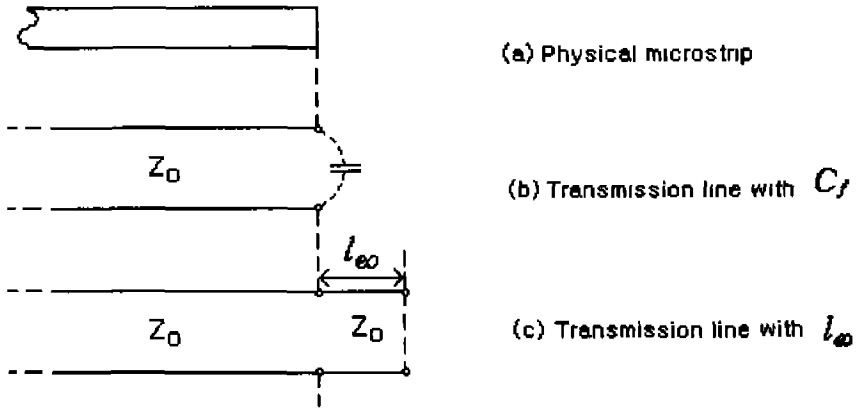


Fig. 2.3 The equivalent end effect length.

종단효과의 유효길이 l_{eo} 는 C_f 와 Z_0 의 함수이며, 전체적인 분포형 마이크로스트립 구조로부터 집중형 소자인 커패시턴스의 항으로 분리할 수 있다. 일반적인 개방 회로의 종단선로에서 주어지는 전기적인 여분의 선로에 대한 입력리액턴스는 (2.3.2)식으로부터

$$X_{eo} = -j Z_0 \cot \beta l_{eo} \quad (2.3.3)$$

C_f 에 기인하는 커패시턴스 리액턴스는

$$X_f = \frac{1}{j\omega C_f} \quad (2.3.4)$$

이다. (2.3.3)식을 (2.3.4)식에 대입하면

$$\frac{1}{\omega C_f} = \frac{Z_0}{\tan \beta l_{eo}} \quad (2.3.5)$$

가 된다. $l_{eo} \ll \lambda_g$ 이면 $\tan \beta l_{eo} \rightarrow \beta l_{eo}$ 가 되므로

$$\frac{1}{\omega C_f} = \frac{Z_0}{\beta l_{eo}} = \frac{Z_0 \lambda_g}{2\pi l_{eo}} = \frac{Z_0}{2\pi f \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{eff}} l_{eo}} = \frac{Z_0}{\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{eff}} l_{eo}} \quad (2.3.6)$$

이다. l_{eo} 에 대하여 정리하면

$$l_{eo} = \frac{C_f Z_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{eff}}} \quad (2.3.7)$$

과 같다.

4. 원형 링 공진기의 전·자계식

원형 링 공진기에 대한 전·자계 분포를 구하기 위해서 공진기 내에 전류나 자하가 없으며, ϵ 과 μ 가 상수인 선형 등방성 매질로 채워져 있다고 가정한다면 $\rho=0$, $\vec{J}=0$ 이므로 Maxwell방정식은 다음과 같다.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.4.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.4.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (2.4.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.4.4)$$

파의 진행방향이 직각 좌표계에서 z 방향으로만 변화한다고 가정한다면 $\frac{\partial}{\partial x} = 0$,

$\frac{\partial}{\partial y} = 0$ 이다. (2.4.1)식에 회전(curl)을 취하여 편미분형태로 나타내면 다음과

같다

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \quad (2.4.5)$$

(2.4.5)식의 좌항을 벡터 항등식에 의해 전개하고 우항의 $\vec{\nabla} \times \vec{H}$ 는 (2.4.2)식을 이용하면

$$-\nabla^2 \vec{E} + \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.4.6)$$

이 된다. 소스가 없는 유전체의 경우 $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ 이므로

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.4.7)$$

과 같으며, 이것은 공진기의 공진모드, 도파관의 전송모드 해석 등에 사용된다. 그리고 필드에 대한 Helmholtz 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla^2 \vec{E} = -k^2 \vec{E} \quad (2.4.8)$$

$$\nabla^2 \vec{H} = -k^2 \vec{H} \quad (2.4.9)$$

여기서 k 는 전파상수이다. ∇^2 을 두 부분으로 나누면

$$\nabla^2 \vec{E} = \nabla_i^2 \vec{E} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} \quad (2.4.10)$$

로 표현되는데 여기에서 $\frac{\partial}{\partial z}$ 는 ∇^2 중에서 축방향으로 미분한 항이다. 그리고

∇_i^2 은 ∇^2 중에서 횡단면에 대한 2차원 라플라시안(Laplacian)이며, 횡단면에 대한 미분을 나타낸다. 축방향으로의 전파함수를 $e^{-\gamma z}$ 이라고 하면

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \gamma^2 \vec{E} \quad (2.4.11)$$

이 되며, 주어진 파동방정식을 다시 표현하면

$$\nabla_i^2 \vec{E} = -k_c^2 \vec{E} \quad (2.4.12)$$

$$\nabla_i^2 \vec{H} = -k_c^2 \vec{H} \quad (2.4.13)$$

이 된다. 여기서 $k_c^2 = \gamma^2 + k^2$ 이며, (2.4.12)식과 (2.4.13)식의 경계조건을 만족하

는 z 성분의 E_z 와 H_z 를 먼저 구하고, 다른 성분들은 E_z 와 H_z 를 사용하여 Maxwell 방정식으로부터 구할 수 있다.

(2.4.12)식에 주어진 E_z 에 대한 횡단면에서의 라플라시안을 원통 좌표로 표현하면

$$\nabla_{\perp}^2 E_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} \quad (2.4.14)$$

가 된다. (2.4.14)식의 해를 구하기 위해서 z 의 종속변수가 파동성분 $e^{-\gamma z}$ 에만 존재한다고 가정한다면 스칼라 Helmholtz 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} = -k_c^2 E_z \quad (2.4.15)$$

여기에 (2.4.15)식의 해를 얻기 위해 변수분리법을 적용하려면 E_z 를

$$E_z = R(r)F_{\phi}(\phi) \quad (2.4.16)$$

으로 놓는다 여기서 R 은 r 만의 함수이며, F_{ϕ} 는 ϕ 만의 함수이다. (2.4.16)식을 (2.4.15)식에 대입하면

$$R'F_{\phi} + \frac{RF_{\phi}}{r} + \frac{F_{\phi}''R}{r^2} = -k_c^2 RF_{\phi} \quad (2.4.17)$$

이 된다 여기서 프라임은 독립변수에 대한 미분을 나타내며, 이것을 다시 정리하면

$$r^2 \frac{R'}{R} + \frac{rR'}{R} + k_c^2 r^2 = -\frac{F_{\phi}''}{F_{\phi}} \quad (2.4.18)$$

과 같다. 이 방정식의 좌변은 r 만의 함수이고 우변은 ϕ 만의 함수이다. 모든 r , ϕ 에 대해 양변이 같기 위해서는 각각 상수가 되어야 한다. 이 상수를 n^2 이라고 하면

$$-\frac{F''}{F} = n^2 \quad (2.4.19)$$

$$R' + \frac{1}{r} R' + \left(k_c^2 - \frac{n^2}{r^2}\right) R = 0 \quad (2.4.20)$$

인 두 개의 상미분 방정식을 얻게 된다. 식 (2.4.19)의 해는 삼각함수로 나타낼 수 있고 (2.4.20)식의 해는 차수가 n 인 베셀함수로 나타내며 각각의 해는 다음과 같다.

$$R = A' J_n(k_c r) + B' N_n(k_c r) \quad (2.4.21)$$

$$F_\phi = C' \cos n\phi + D' \sin n\phi \quad (2.4.22)$$

여기에서 A' , B' , C' , D' 는 상수이며, J_n 과 N_n 은 각각 제1종과 제2종 n 차 베셀함수이다. 그러므로 (2.4.21)과 (2.4.22)식을 (2.4.16)식에 대입하면

$$E_z(r, \phi) = [A' J_n(k_c r) + B' N_n(k_c r)] [C' \cos n\phi + D' \sin n\phi] \quad (2.4.23)$$

이 된다. 제2종 베셀함수인 $N_n(k_c r)$ 은 모든 n 에 대해 $r=0$ 에서 무한대이므로 축을 포함하는 내부의 해로는 적합하지 않다. 또한 해석의 간편함을 위하여 ϕ 에 대한 함수로는 단지 $\cos n\phi$ 의 형태만을 선택하면

$$E_z = [A' J_n(k_c r) + B' N_n(k_c r)] \cos n\phi \quad (2.4.24)$$

이 된다.

링 공진기는 외부반경 r_0 과 내부반경 r_i 를 포함하고 링과 완전 도체인 그라운드 평면 사이에 유전체 층을 갖는 마이크로스트립 전송선로의 구조로 되어있으므로 자계는 z 방향에 대하여 변하지 않는 TM 파가 된다. 링 공진기의 경우 내부반경이 존재하기 때문에 (2.4.23)식으로부터 제2종 베셀함수 $N_n(k_c r)$ 를 생략할 수 없다. 그러므로 링 공진기에 대한 해는 다음과 같다.

$$E_\rho = 0 \quad (2.4.25)$$

$$E_\phi = 0 \quad (2.4.26)$$

$$E_z = \{AJ_n(k_c r) + BN_n(k_c r)\} \cos(n\phi) \quad (2.4.27)$$

$$H_\rho = \frac{n}{j\omega\mu_0 r} \{AJ_n(k_c r) + BN_n(k_c r)\} \sin(n\phi) \quad (2.4.28)$$

$$H_\phi = \frac{k_c}{j\omega\mu_0} \{AJ_n'(k_c r) + BN_n'(k_c r)\} \cos(n\phi) \quad (2.4.29)$$

$$H_z = 0 \quad (2.4.30)$$

여기서 ω 는 각 주파수이다. z 방향에 대한 TM 파는 ϕ 에 대하여 변화가 없으므로 링의 외부반경 r_0 와 내부반경 r_1 를 적용하여 경계조건을 구하면

$$H_\phi = 0 \quad \text{at } r = r_0 \quad (2.4.31)$$

$$H_\phi = 0 \quad \text{at } r = r_1 \quad (2.4.32)$$

이 되고, (2.4.31)와 (2.4.32)식의 경계조건으로부터 다음과 같은 고유치 방정식을 이끌어 낼 수 있다(Y.S.W 외 1인, 1973).

$$J_n'(k_c r_0)N_n'(k_c r_1) - J_n'(k_c r_1)N_n'(k_c r_0) = 0 \quad (2.4.33)$$

r_0 와 r_1 가 주어지면 (2.4.33)식을 k_c 에 대하여 풀 수 있다 고유치 방정식은 영점탐색을 통하여 풀 수 있는 초월 방정식이며, 초월 방정식의 해는 공진모드의 해가 된다. (2.4.33)식을 다시 정리하면 고유치 방정식으로부터 r_1 가 r_0 에 근접해감에 따라서 좁은 마이크로스트립 선로에 대하여

$$[(k_c r_0)^2 - n^2] \{J_{n-1}(k_c r_0)N_n(k_c r_0) - N_{n-1}(k_c r_0)J_n(k_c r_0)\} = 0 \quad (2.4.34)$$

으로 나타낼 수 있다. 이때 두 번째 항은 zero가 되어서는 안되므로 첫 번째항이

$$(k_c r_o)^2 - n^2 = 0 \quad (2.4.35)$$

이어야 한다. $k_c = 2\pi/\lambda_g$ 를 대입하면 $n\lambda_g = 2\pi r_o$ 이 되며 TM_{n10} 모드의 공진을 나타낸다. 링과 대칭적인 입·출력 결합선로를 갖는 구조에서 링 공진기의 평균 폭면은 파장의 정수배와 같을 때 공진이 일어나며

$$2\pi r = n\lambda_g \quad \text{for } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.36)$$

과 같다. 여기서 r 은 내부반경과 외부반경에 대한 평균반경이다. λ_g 는 파장이고 n 은 정수이다. 그리고 파장 λ_g 는

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \frac{c}{f} \quad (2.4.37)$$

이고, 여기서 ϵ_{eff} 는 유효유전율이다. 공진 주파수는

$$f = \frac{nc}{2\pi r \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad \text{for } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4.38)$$

이다.

5. 마이크로스트립 링 공진기의 전·자계 해석

서로 다른 두 개 이상의 매질이 존재한다면 유한 영역에 경계면이 생기며, 이 경계면에서는 매질의 전자기적 성질이 불연속이기 때문에 전자계 성분의 일부가 불연속적으로 변한다. 경계면의 임의의 점에서 전자장이 불연속적이거나 그 미분이 불연속일 경우, 수학적으로 장(field)이 특이점을 갖는다. 따라서 매질의 경계면에서 장의 특이점이 존재할 수 있다. 경계조건은 경계면 근방의 두 미소 영역에 Maxwell 방정식의 적분형을 적용하여 얻은 관계식으로 미분방정식의 해를 구할 때 사용된다. 자류원(magnetic current source) \vec{M} 이 존재한다고 가정하면

(2.4.1)식으로부터

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{M} \quad (2.5.1)$$

으로 쓸 수 있다. 경계면에 자유원이 분포하면 불연속이 존재하게 되므로 자계의 접선성분을 구하기 위해서 경계면 s 에 대하여 적분하면

$$\int_s \vec{\nabla} \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} - \int_s \vec{M} \cdot d\vec{s} \quad (2.5.2)$$

이다. 여기에 Stokes의 정리를 적용하면 B 의 면적분은 0이 되지만 표면 자유원 \vec{M} 은 경계면에 존재하기 때문에 \vec{M} 의 면적분은 값을 갖게 되며 (2.5.2)식은

$$\vec{E}_1 - \vec{E}_2 = -\vec{M}_s \quad (2.5.3)$$

이 되며, 벡터 형식으로 표시하면

$$\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = -\vec{M}_s \quad (2.5.4)$$

가 된다. 그림 2.4와 같이 링 소스인 자유원 \vec{M} 이 z 축에 대하여 대칭적으로 위치한다.

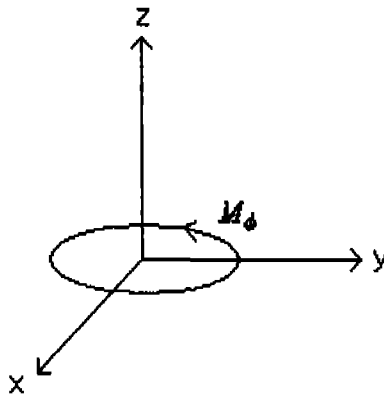


Fig. 2.4 Magnetic ring current source located symmetrically about the z-axis.

그리고 이 소스는 점전하에 대한 전하밀도를 나타내는 δ 함수를 사용하여 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{M} = P_0 \frac{\delta(\rho - \rho')}{\rho} \delta(z - z') \hat{\phi} \quad (2.5.5)$$

여기서 $\hat{\phi}$ 는 ϕ 방향의 단위벡터이다. 그리고 P_0 는 모멘트이다. ϕ 에 대하여 변화가 없으므로 $\frac{\partial}{\partial \phi} = 0$ 이어야 한다. 이러한 조건으로부터 원통형 좌표에서

Maxwell의 curl방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$-\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = j\omega\epsilon E_\rho \quad (2.5.6)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\phi) = j\omega\epsilon E_z \quad (2.5.7)$$

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -M_\phi - j\omega\mu H_\phi \quad (2.5.8)$$

$$\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = j\omega\epsilon E_\phi \quad (2.5.9)$$

$$\frac{\partial E_\phi}{\partial z} = j\omega\mu H_\rho \quad (2.5.10)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\phi) = -j\omega\mu H_z \quad (2.5.11)$$

6개의 방정식에서 처음 세 식은 TE_ϕ 모드이고 다음 세 식은 TM_ϕ 모드로 정의된다. TE_ϕ 모드와 TM_ϕ 모드의 필드는 결합되지 않으며, TM_ϕ 모드는 소스프리(source free)이기 때문에 TM_ϕ 모드의 모든 필드성분은 zero가 됨을 알 수 있다. TE_ϕ 에서 z 에 대하여 (2.5.6)식을 미분하고 ρ 에 대하여 (2.5.7)식을 미분하면 각각 다음과 같다.

$$-\frac{\partial^2 H_\phi}{\partial z^2} = j\omega\epsilon \frac{\partial E_\rho}{\partial z} \quad (2.5.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\phi) \right] = j\omega \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \quad (2.5.13)$$

그리고 (2.5.12)식에서 (2.5.13)식을 빼고 (2.5.8)식에 대입하면

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\phi) \right] + \frac{\partial^2 H_\phi}{\partial z^2} + k^2 H_\phi = j\omega \epsilon M_\phi \quad (2.5.14)$$

을 얻는다 그런데

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\phi) \right] = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial H_\phi}{\partial \rho} \right) - \frac{H_\phi}{\rho^2} \quad (2.5.15)$$

이므로 (2.5.14)에서 (2.5.15)을 대입하면 다음을 얻는다.

$$\nabla_{\rho z}^2 H_\phi + \left(k^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) H_\phi = j\omega \epsilon M_\phi \quad (2.5.16)$$

여기서

$$\nabla_{\rho z}^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.5.17)$$

이다. (2.5.16)식을 풀면 H_ϕ 를 구할 수 있고, H_ϕ 를 (2.5.6)와 (2.5.7)식에 대입하면

$$E_\rho = -\frac{1}{j\omega \epsilon} \frac{\partial H_\phi}{\partial z} \quad (2.5.18)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega \epsilon \rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\phi) \quad (2.5.19)$$

을 얻을 수 있다.

(2.5.14)식의 H_ϕ 를 정규화(normaliz)함으로써

$$(L_\rho + L_z - k^2)g = \frac{\delta(\rho - \rho')}{\rho} \delta(z - z') \quad (2.5.20)$$

와 같은 그린함수(Green function)를 얻을 수 있다. 여기서

$$L_\rho = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \right) \quad (2.5.21)$$

$$L_z = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (2.5.22)$$

이며, 그리고

$$g = -\frac{H_\phi}{j\omega\epsilon P_0} \quad (2.5.23)$$

이다.

경계조건을 고려하면 다음과 같은 식을 얻는다

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} g = \text{유한} \quad (2.5.24)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} g = 0 \quad (2.5.25)$$

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} g = 0 \quad (2.5.26)$$

(2.5.24)식과 (2.5.25)식 같은 경계조건을 갖는 (2.5.21)식의 연산자 L_ρ 는 1차 푸리에 베셀함수로 나타낸다. (2.5.62)의 경계조건을 갖는 (2.5.22)식의 연산자 L_z 는 푸리에 변환으로 나타낸다. (2.5.20)식을 z 에 대하여 푸리에 변환하면

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \rho} \right) - \left(k_\rho^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \tilde{G} = e^{ik_z z'} \frac{\delta(\rho - \rho')}{\rho} \quad (2.5.27)$$

이 된다. 여기서 \tilde{G} 은 푸리에 변환식이며, $g(\rho, z, \rho', z')$ 와 $\tilde{G}(\rho, k_z, \rho', z')$ 는 푸리에 변환쌍이다. 그리고

$$k_\rho^2 = k^2 - k_z^2 \quad (2.5.28)$$

이며,

$$\tilde{H} = \frac{\tilde{G}}{e^{-ik_z z'}} \quad (2.5.29)$$

이라 하면 (2.5.27)식은

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \tilde{H}}{\partial \rho} \right) - \left(k_\rho^2 - \frac{1}{\rho^2} \right) \tilde{H} = \frac{\delta(\rho - \rho')}{\rho} \quad (2.5.30)$$

과 같다.

이것은 (2.5.24)과 (2.5.25)식의 경계조건을 만족해야 하므로

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \tilde{H} = \text{유한} \quad (2.5.31)$$

$$\lim_{\rho \rightarrow \infty} \tilde{H} = 0 \quad (2.5.32)$$

이 된다 (2.5.31)과 (2.5.32)식의 경계조건으로부터 (2.5.30)식의 해는

$$\tilde{H} = \frac{\pi}{2i} \begin{cases} H_1^{(2)}(k_\rho \rho') J_1(k_\rho \rho), & \rho < \rho' \\ H_1^{(2)}(k_\rho \rho) J_1(k_\rho \rho'), & \rho > \rho' \end{cases} \quad (2.5.33)$$

과 같다 그리고 (2.5.29)식에 (2.5.33)식을 대입하여 \tilde{G} 를 구하고, 이것을 역변환하여 (2.5.23)식에 대입하면

$$H_\phi = -\frac{\omega \epsilon P_0}{4} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_z(z-z')} dk_z \begin{cases} H_1^{(2)}(k_\rho \rho') J_1(k_\rho \rho), & \rho < \rho' \\ H_1^{(2)}(k_\rho \rho) J_1(k_\rho \rho'), & \rho > \rho' \end{cases} \quad (2.5.34)$$

을 얻을 수 있다. 그리고 (2.5.34)식으로부터 (2.5.18)와 (2.5.19)식에 대입하여 E_ρ 와 E_z 를 구한다.



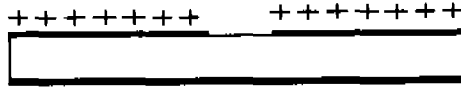
III. 공진 주파수에 영향을 주는 커패시턴스의 분석

링 공진기와 결합선로가 만나는 부분을 end-to-side 전송선로의 등가회로 모델로 가정한다. 링 공진기와 결합선로 사이에 갭이 존재하게 되면 갭에 의한 겹 커패시턴스는 공진 주파수를 이동시키는 주요 원인이 된다. Cheng은 전송선로의 불연속 결합에 의한 겹 커패시턴스에 대하여 연구하였다. Cheng은 직선 선로 사이의 결합 부분에 의한 C_{even} 값과 링 공진기에 존재하는 갭에 의한 C_{even} 값을 비교하였다. 이전에 발표된 Benedek와 Silvester의 식에 의한 C_{even} 값의 계산은 직선 선로 사이의 결합 부분에 대한 해석이며, 전하를 반전시키는 방법으로 필드를 계산하였으며, 이미 많은 문헌에서 신뢰성을 인정받고 있다. 그러나 C_{even} 값을 나타내는 Benedek와 Silvester의 수식은 유전율이 작은 경우에는 잘 맞지 않는다. 이를 보완하기 위해서 Garg와 Bahl는 C_p 와 C_g 를 포함한 π 형 등가회로를 이용하여 유전율이 작은 경우에도 적합한 C_{even} 값을 계산하는 수식을 제안하였으나 이 수식 역시 $s/w=0.3$ 의 경계부분에서 불연속이 심한 특성을 갖는다(Cheng 외 1인, 1997).

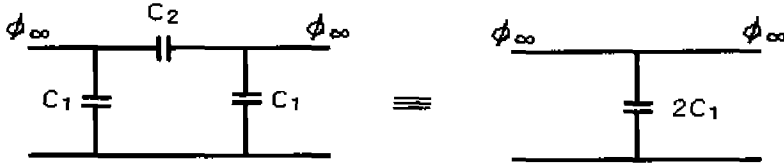
본 논문에서는 $0.1 < s/w < 1.0$ 의 범위에서 C_{even} 값이 선형적인 특성을 갖는 Cheng이 제안한 수식을 사용한다

1. 갭 사이의 커패시턴스

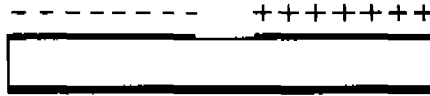
불연속적인 마이크로스트립 선로에 대한 해석을 하기 위해서, 마이크로스트립 선로의 갭에 대한 등가회로는 그림 3.1과 같은 대칭적인 2포트 π 형 등가회로와 같다.



(a) Symmetric excitation of the coupling gap,



(b) The equivalent circuit,



(c) Antisymmetric excitation of the coupling gap,



(d) The equivalent circuit,

Fig. 3.1 Microstrip line with gap.

여기서 C_1 은 개방회로에서 프린징 필드를 고려한 마이크로스트립 선로와 기판 사이의 커패시턴스이고, C_2 는 두 개의 마이크로스트립 선로 사이의 겹에 의한 커패시턴스이다. C_1 과 C_2 는 다음의 방정식으로부터 계산된다.

$$C_1 = \frac{1}{2} C_{even} \quad (3.1.1)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} \left(C_{odd} - \frac{1}{2} C_{even} \right) \quad (3.1.2)$$

여기서 C_{even} 과 C_{odd} 은 갭이 있는 마이크로스트립 선로 사이에서 전하를 여기하는 방법에 의해 계산된다. 갭이 있는 마이크로스트립 선로에서 전하를 여기하는 방법에는 그림 3.1(a)와 같은 대칭적인 여기방법과 그림 3.1(c)와 같은 반대칭적인 여기방법이 있다. 대칭적인 여기에 의한 커패시턴스는 C_{even} 이고, 반대칭적인 여기에 의한 커패시턴스는 C_{odd} 이다. C_{even} 과 C_{odd} 은 선로 상의 전하의 반전 방법을 사용하여 얻어진다. 그림 3.2는 우수모드(even mode) 커패시턴스와 기수모드(odd mode) 커패시턴스를 얻기 위해 선로 상에 분포되는 전하의 극성변화를 나타내었다.

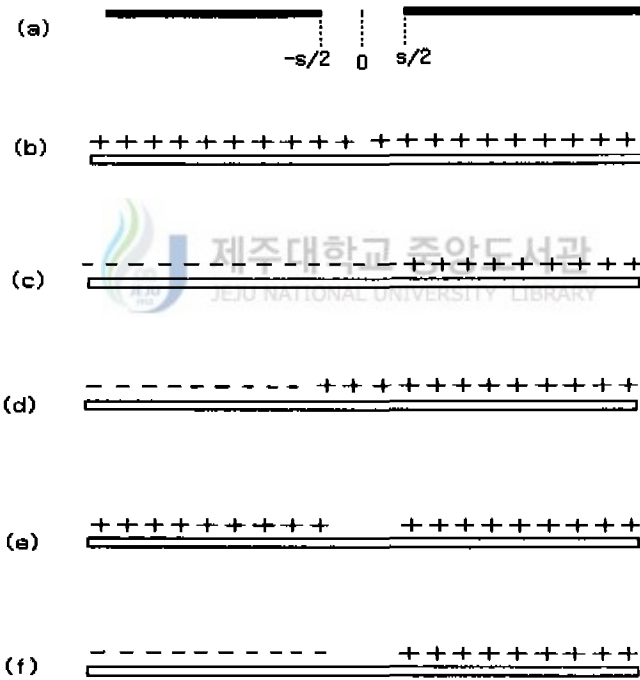


Fig. 3.2 Formulation of the microstrip gap in terms of the line charges, (a) microstrip with a gap, (b) G_{∞} : infinitely extending line charge, (c) $G_{s/2}$: charge reversal at $s/2$, (d) $G_{-s/2}$: charge reversal at $-s/2$, (e) $G^{even} = G_{\infty} + 1/2(G_{s/2} - G_{-s/2})$, (f) $G^{odd} = 1/2(G_{s/2} + G_{-s/2})$.

선로의 전하분포는 3가지 경우로 구성된다. 무한히 긴 선로의 전하분포, $s/2$ 에서 전하의 극성반전 전하분포 그리고 $-s/2$ 에서 전하의 극성반전 전하분포이다.

$\Phi_{\infty}(P)$ 를 전하밀도분포가 $\sigma_{\infty}(P')$ 인 무한히 긴 마이크로스트립 선로에 의한 포텐셜이라 하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_{\infty}(P) = \int \sigma_{\infty}(P') G_{\infty}(P; P') dP' \quad (3.1.3)$$

여기서 $G_{\infty}(P; P')$ 는 무한히 긴 마이크로스트립 선로에 대한 그린함수이다. 그리고 $\Phi_{\xi}(P)$ 은 $z = \xi$ 의 범위에서 $\sigma_{\infty}(P')$ 의 전하분포를 갖고 $z < \xi$ 의 범위에서는 $-\sigma_{\infty}(P')$ 의 전하분포를 갖는 무한히 긴 마이크로스트립 선로에 의한 포텐셜이며, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_{\xi}(P) = \int \sigma_{\infty}(P') G_{\xi}(P; P') dP' \quad (3.1.4)$$

여기서 $G_{\xi}(P; P')$ 는 $z = \xi$ 에서 극성반전을 갖는 전하분포에 대한 그린함수이다.

무한히 긴 선로의 전하는 그림 3.2(b)에서 보여주고 있으며 이때의 포텐셜은 (3.1.3)식과 같다. $s/2$ 과 $-s/2$ 에서 전하의 극성반전을 갖는 선로의 전하분포를 그림 3.2(c)와 그림 3.2(d)에 나타내었으며, 이때의 포텐셜은 (3.1.4)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{2} \Phi_{s/2}(P) = \frac{1}{2} \int \sigma_{\infty}(P') G_{s/2}(P; P') dP' \quad (3.1.5)$$

$$\frac{1}{2} \Phi_{-s/2}(P) = \frac{1}{2} \int \sigma_{\infty}(P') G_{-s/2}(P; P') dP' \quad (3.1.6)$$

(3.1.3)과 (3.1.5)식을 더하고 (3.1.6)을 빼면

$$\begin{aligned} & \Phi_{\infty}(P) + \frac{1}{2} \{ \Phi_{s/2}(P) - \Phi_{-s/2}(P) \} \\ &= \int \sigma_{\infty}(P') \left\{ G_{\infty}(P; P') + \frac{1}{2} [G_{s/2}(P; P') - G_{-s/2}(P; P')] \right\} dP' \quad (3.1.7) \end{aligned}$$

과 같다. (3.1.7)의 식은 그림 3.2(e)에 표현된 대칭적인 전하분포에 대한 포텐셜

을 나타낸다. 그리고 잭이 존재하는 부분에 생기는 포텐셜의 차이인 Φ_e^{even} 의 양은

$$\frac{1}{2}\{\Phi_{s/2}(P) - \Phi_{-s/2}(P)\} = \int \sigma_e^{even}(P') G^{even}(P; P') dP' \quad (3.1.8)$$

으로부터 구할 수 있다. 여기서 포텐셜 차이에 의해서 생기는 전하량 $\sigma_e^{even}(P')$ 은 불연속 커패시턴스 C_{even} 의 전하량이다. 그리고 C_{even} 은 (3.1.8)방정식을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C_{even} = \frac{2 \int \sigma_e^{even}(P') dP'}{\phi_\infty} \quad (3.1.9)$$

C_{odd} 도 이와 같은 과정을 거쳐 구해진다. (3.1.3)식으로부터 (3.1.5)와 (3.1.6)식을 빼면

$$\begin{aligned} & \Phi_\infty(P) - \frac{1}{2}\{\Phi_{s/2}(P) + \Phi_{-s/2}(P)\} \\ &= \int \sigma_\infty(P') \left\{ G_\infty(P; P') - \frac{1}{2}[G_{s/2}(P; P') + G_{-s/2}(P; P')] \right\} dP' \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

과 같다. 비대칭적인 여기의 전하분포에 대한 표현은 그림 3 2(f)에 나타나있다.

$\sigma_e^{odd}(P')$ 은 불연속 커패시턴스 C_{odd} 의 전하량으로써 (3.1.10)식을 다시 쓰면

$$\Phi_\infty - \frac{1}{2}\{\Phi_{s/2}(P) + \Phi_{-s/2}(P)\} = \int \sigma_e^{odd}(P') G^{odd}(P; P') dP' \quad (3.1.11)$$

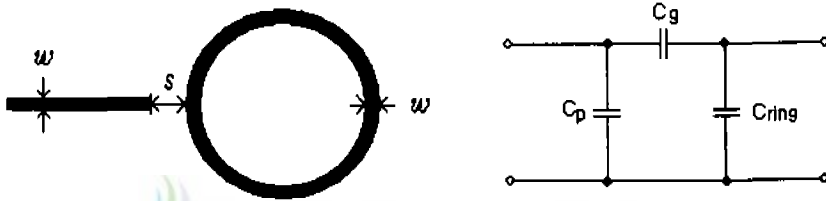
이 되고, C_{odd} 는

$$C_{odd} = \frac{2 \int \sigma_e^{odd}(P') dP'}{\phi_\infty} \quad (3.1.12)$$

으로 계산된다.

2. 링 공진기의 결합 커패시턴스

π 형 등가회로를 이용하여 갭이 존재하는 불연속적인 마이크로스트립 선로에 대한 우수모드 커패시턴스 C_{even} 과 기수모드 커패시턴스 C_{odd} 를 계산하는 해석방법들은 이미 많은 논문에서 발표되었다. 본 논문에서는 유전율이 작은 경우에도 적합하고 링 공진기해석에 적용이 가능한 Cheng의 수식을 이용한다. 링 공진기는 결합을 통하여 불연속적인 마이크로스트립 선로와 결합하고 있으므로 π 형 등가회로로 근사화된다.



(a) End to ring coupling, (b) Equivalent circuit,

Fig. 3.3 Discontinuous coupling gap.

여기서 C_p 는 그림 3.1(b)의 C_1 과 같이 개방회로에서 프린징 필드를 고려한 마이크로스트립 선로와 기판 사이에서의 커패시턴스이며, C_g 역시 C_2 와 마찬가지로 두 개의 마이크로스트립 선로 사이에서의 커패시턴스이다. 그리고 $0.1 < s/w < 1.0$ 의 범위에서 갭이 있는 링 공진기에서의 우수모드 커패시턴스 C_{even} 은 다음과 같다(Cheng 외 1인, 1997).

$$C_{even}(\epsilon_r) = 1.167 C_{even}(\epsilon_r = 9.6) (\epsilon_r / 9.6)^{0.9} \quad (3.2.1)$$

$$\frac{C_{even}(\epsilon_r = 9.6)}{w} = 12 \left(\frac{s}{w} \right)^{m_r} e^{k_r} \quad (pF/m) \quad (3.2.2)$$

여기서 첨자 m_e 와 k_e 는 $0.1 \leq s/w \leq 0.5$ 범위에서 각각

$$m_e = 0.8675 \quad (3.2.3)$$

$$k_e = 2.043 \left(\frac{w}{h} \right)^{0.12} \quad (3.2.4)$$

이고 $0.5 \leq s/w \leq 1.0$ 범위에서 각각

$$m_e = \frac{1.565}{\left(\frac{w}{h} \right)^{0.16}} - 1 \quad (3.2.5)$$

$$k_e = 1.97 - \frac{0.03}{\frac{w}{h}} \quad (3.2.6)$$

이다. 그리고 기수모드 커패시턴스와 병렬 커패시턴스, 겹 커패시턴스는 각각 C_{odd} , C_p , C_g 으로써 다음과 같다.

$$C_{odd}(\epsilon_r) = 1.1 C_{odd}(\epsilon_r = 9.6) (\epsilon_r / 9.6)^{0.8} \quad (3.2.7)$$

$$\frac{C_{odd}(\epsilon_r = 9.6)}{w} = \left(\frac{s}{w} \right)^{m_0} e^{k_0} \quad (pF/m) \quad (3.2.8)$$

$$m_0 = \frac{w}{h} \times \left(0.619 \times \log_{10} \left(\frac{w}{h} \right) - 0.3853 \right) \quad (3.2.9)$$

$$k_0 = 4.26 - 1.435 \times \log_{10} \left(\frac{w}{h} \right) \quad (3.2.10)$$

$$C_p = \frac{C_{even}}{2} \quad (3.2.11)$$

$$C_g = \frac{2C_{odd} - C_{even}}{4} \quad (3.2.12)$$

3. 링 공진기와 평행 결합선로의 해석

링 공진기는 공진 주파수에서 좋은 공진특성을 갖기 위해서 결합커플링이 필요하다. 결합커플링의 효과를 크게 하기 위해서 링 공진기와 인접한 부분에 T형의 마이크로스트립 선로를 이용한다. 그림 3.4는 결합선로를 포함한 링 공진기에서 생기는 전파모드를 나타낸다.

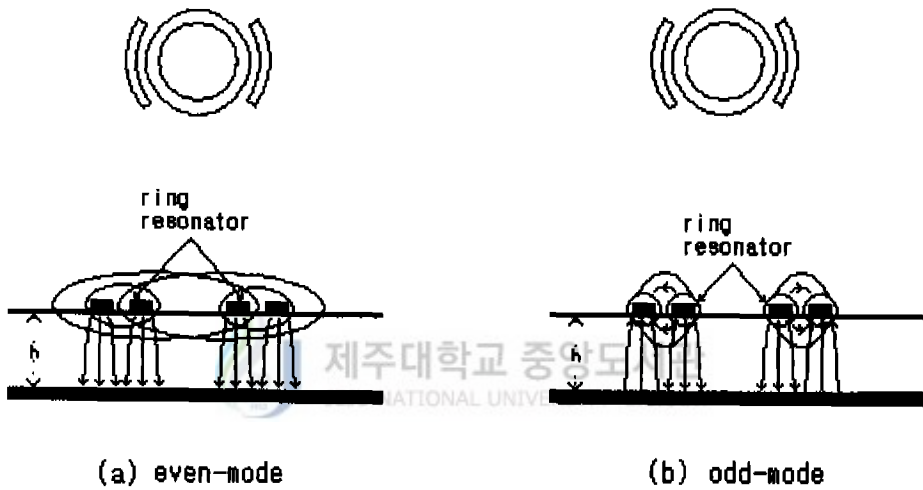
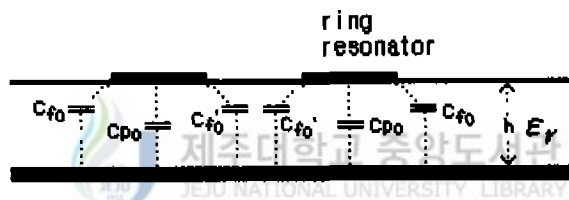
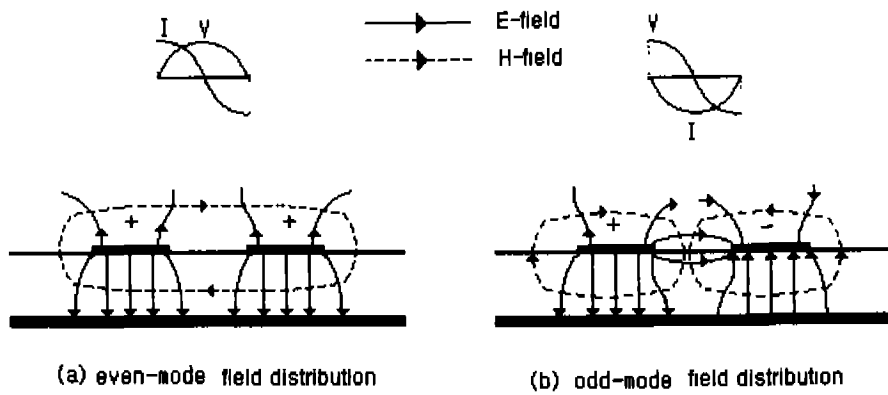
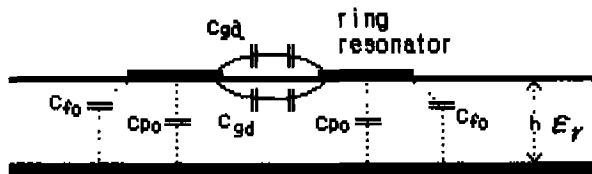


Fig. 3.4 Mode in a ring resonator.



(c) even-mode capacitance



(d) odd-mode capacitance

Fig. 3.5 Capacitance between a coupling line and a ring resonator.

그림 3.5는 링 공진기와 인접한 마이크로스트립 선로 사이에 존재하는 커패시턴스를 나타낸 것이다(Terry Edwards, 1992). 그림 3.5(c)는 우수모드일 경우에 생기는 커패시턴스의 분포이며, 그림 3.5(d)는 기수모드일 경우에 생기는 커패시턴스의 분포를 나타낸다. 링 공진기는 곡률 효과를 무시할 수 있을 정도로 w/R 의 비를 작게 설계하였으므로 링과 평행한 결합선로의 부분은 두 개의 평행한 직선 선로로 해석된다. 그리고 그림 3.5를 보면 평행 결합선로에 의한 커패시턴스는 주로 기수모드 커패시턴스에 의한 것이며, 이때 기수모드의 커패시턴스는

$$C_o = C_{po} + C_{fo} + C_{ga} + C_{gd} \quad (3.3.1)$$

이다. 두 개의 평행한 마이크로스트립 선로가 $0.2 \leq w/h \leq 2$, $0.05 \leq s/h \leq 2$, $\epsilon_r \geq 1$ 의 범위 내에 있을 때 각 커패시턴스값은 다음과 같다(Terry, 1992).

$$C_{po} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{w}{h} \quad (3.3.2)$$

$$2C_{fo} = \frac{\sqrt{\epsilon_{eff}}}{cZ_0} C_{po} \quad (3.3.3)$$

$$C_{ga} = \epsilon_0 \frac{K(k')}{K(k)} \quad (3.3.4)$$

$$C_{gd} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\pi} \ln \left\{ \coth \left(\frac{\pi}{4} \frac{s}{h} \right) \right\} + 0.65 C_{fo} \left(\frac{0.02}{s/h} \sqrt{\epsilon_r + 1 - \epsilon_r^{-2}} \right) \quad (3.3.5)$$

여기서 $\frac{K(k')}{K(k)}$ 은 타원 함수의 비이며, 다음과 같은 범위에서 각각

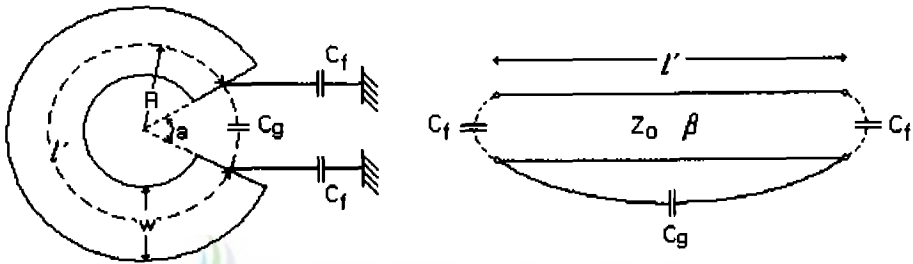
$$\frac{K(k')}{K(k)} = \frac{1}{\pi} \ln \left(2 \frac{1 + \sqrt{k'}}{1 - \sqrt{k'}} \right) \quad 0 \leq k^2 \leq 0.5 \quad (3.3.6)$$

$$\frac{K(k')}{K(k)} = \frac{\pi}{\ln \left(2 \frac{1 + \sqrt{k}}{1 - \sqrt{k}} \right)} \quad 0.5 \leq k^2 \leq 1 \quad (3.3.7)$$

이다(Murray, 1968). 여기서 $k = \frac{s/h}{s/h + 2w/h}$ 이고 $k' = \sqrt{1 - k^2}$ 이다.

4. 개방형 링 공진기

갭이 공진기에 미치는 영향을 알아보기 위하여 공진길이의 일부를 갭 커패시턴스로 대체한 형태인 개방형 링 공진기를 도입한다. 그림 3.6은 개방형 링 공진기와 갭의 영향을 고려한 전송선로 등가회로이다.



(a) A open-ring resonator with the stray fields in the gap, (b) The π -type equivalent transmission-line model.

Fig. 3.6 A open-ring resonator.

여기서 a 는 링 공진기내의 갭의 크기이다. C_f 는 개방형 링 공진기의 가장자리에서 발생하는 종단효과에 의한 필드를 고려한 커패시턴스로서 이것에 의해 공진기의 실제 유효 길이는 다음과 같다(Vijai 외 1인, 1984).

$$l' = (2\pi - a)R + 2 \frac{C_f Z_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_r}} \quad (3.4.1)$$

그림 3.6의 갭 커패시턴스 C_g 는 특성임피던스 Z_0 와 위상상수 β 를 이용하여

$$\sin \beta l' = 2\omega C_g Z_0 (1 - \cos \beta l') \quad (3.4.2)$$

으로 나타낸다. 위의 식은 링 공진기의 구조에 따라 다음과 같은 2가지 조건 즉 우수모드 공진과 기수모드 공진을 만족한다. 우수모드 공진의 경우 C_g 가 무시되므

로 완전한 원형의 링 공진기 경우처럼

$$\beta l' = 2n\pi \quad n \text{은 정수} \quad (3.4.3)$$

이 되며, 기수모드 공진의 경우 갭의 각이 작으면 C_g 가 커지게 되므로 a 가 존재하는 개방 링 공진기의 경우와 같이

$$\cot \frac{\beta l'}{2} = 2\omega C_g Z_0 \quad (3.4.4)$$

이 된다. 그러므로 $a \rightarrow 0$, $C_g \rightarrow \infty$ 의 극한으로 가면 (3.4.4)식은 (3.4.3)식이 된다. 여기서 C_g 와 C_f 는 그림 3.6에서 보듯이 개방 링 공진기에서 보여지는 파라미터이며, 불연속 전송선로에서와 같이 C_g 는 갭 커패시턴스이다.

5. 링 공진기의 전송선로 등가회로 해석

링 공진기는 입·출력 결합선로를 필요로 하며, 링 공진기와 결합선로 사이에 갭이 존재하는 링 공진기는 T형 등가회로로 변환할 수 있으므로 갭을 포함한 링 공진기의 전체적인 등가회로는 그림 3.7과 같다.

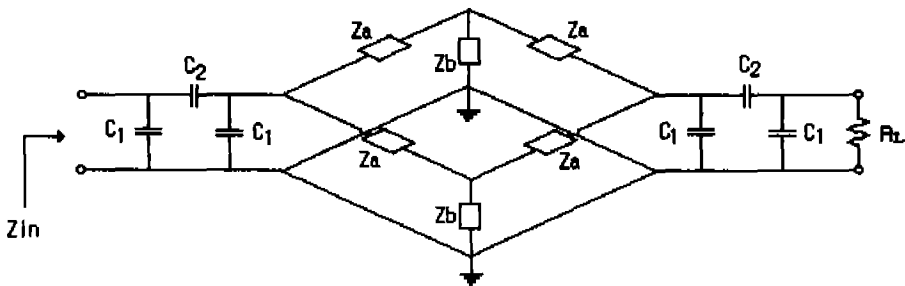


Fig. 3.7 Equivalent circuit of a ring resonator with a coupling gap.

그림 3.7에서 R_L 는 출력단에 연결되는 임의의 저항성분이다. T형으로 변환된 링 공진기의 Z_a 와 Z_b 는 각각 다음과 같다.

$$Z_a = jZ_0 \tan \frac{\beta l}{2} \quad (3.5.1)$$

$$Z_b = -jZ_0 \csc \beta l \quad (3.5.2)$$

여기서 $l = \pi R$ 이며, R 은 링 공진기의 평균반경이다. T형의 링 공진기와 겹 컷 패시턴스에 대한 π 형 등가회로 그리고 출력단의 부하저항에 대하여 각각 ABCD 파라미터로 변환하면

$$\begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & P_2 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_L} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5.3)$$

이 된다. 여기서 $P_1, P_2, P_3, P_4, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ 는 각각

$$P_1 = 1 + \frac{C_2}{C_1} = P_4 \quad (3.5.4)$$

$$P_2 = \frac{1}{j\omega C_2} \quad (3.5.5)$$

$$P_3 = j\omega 2C_1 + \frac{j\omega C_1^2}{C_2} \quad (3.5.6)$$

$$Z_1 = 1 + \frac{Z_a}{Z_b} = Z_4 \quad (3.5.7)$$

$$Z_2 = Z_a + \frac{Z_a^2}{2Z_b} \quad (3.5.8)$$

$$Z_3 = \frac{2}{Z_b} \quad (3.5.9)$$

과 같으며, (3.5.3)식의 전체 ABCD파라미터를 합성하면 전체적인 링 공진기의 입력 임피던스 Z_m 는

$$Z_m = \frac{P_1^2 Z_1 R_L + P_1 P_2 Z_3 R_L + P_1 P_3 Z_2 R_L + P_2 P_3 Z_1 R_L + 2P_1 P_2 Z_1 + P_2^2 Z_3 + P_1^2 Z_2}{2P_1 P_3 Z_1 R_L + P_1^2 Z_3 R_L + P_3^2 Z_2 R_L + P_2 P_3 Z_1 + P_1 P_2 Z_3 + P_1 P_3 Z_2 + P_1^2 Z_1} \quad (3.5.10)$$

과 같다. 결국 잭을 포함한 링 공진기의 입력 임피던스 Z_m 은

$$Z_m = R_m(\omega) + jX_m(\omega) \quad (3.5.11)$$

으로 나타낼 수 있으며, Z_m 은 실수 성분만을 갖을 때 공진이 일어나게 되므로 $X_m(\omega)$ 가 zero가 되는 공진 주파수를 구할 수 있다



IV. 링 공진기 설계 이론

1. 링 공진기 설계조건

1) 겹에 의한 커패시턴스

링 공진기는 그림 4.1과 같이 결합선로와 링으로 구성된다.

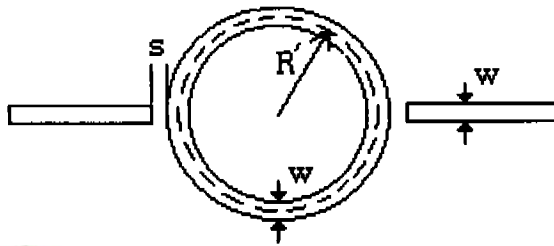


Fig. 4.1 Structure of a ring resonator.

여기서 R 은 공진 주파수에 따른 중심반경이며 s 는 겹크기이고 w 는 선로 폭이다. 종단효과의 영향이 없을 경우 링 공진기의 평균둘레가 파장의 정수배 ($n=1,2,3,\dots$)일 때 공진이 되므로 다음과 같다.

$$n\lambda_g = 2\pi R = l \tag{4.1.1}$$

위의 식에서 알 수 있듯이 링 공진기는 중심 주파수가 결정되면 공진기의 중심반경이 정해지는데 그림 4.1에서와 같이 겹을 포함하고 있다. 이러한 겹은 공진 주파수를 이동시키는 원인이 되므로, 결합 겹을 포함한 링 공진기의 공진 주파수를 정확히 예측할 수 있는 설계방법이 요구된다. 그리고 링 공진기를 구성하기 위해 필요한 각 파라미터들 사이의 관계식은 다음과 같다. 상대 유전율 ϵ_r 으로부터 유효유전율 ϵ_{eff} (Edwards, 1992)은 좁은 마이크로 스트립 선로인 $Z_0 > 44 - 2\epsilon_r$ 의 범

위에서

$$\epsilon_{eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left\{ 1 + \frac{29.98}{Z_0} \left(\frac{2}{\epsilon_r + 1} \right)^{1/2} \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left(\ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \right\}^2 \quad (4.1.2)$$

의 값을 갖는다. 그리고 기판의 높이와 선로의 폭은 다음과 같은 관계에 의해서 얻을 수 있다(Fooks 외 1인, 1989).

$$\frac{w}{h} = \frac{8 \left\{ \frac{7\epsilon_r + 4}{11\epsilon_r} A + \frac{\epsilon_r + 1}{0.81\epsilon_r} \right\}^{1/2}}{A} \quad (4.1.3)$$

$$A = \exp \left\{ \frac{Z_0}{42.4} \sqrt{\epsilon_r + 1} \right\} - 1 \quad (4.1.4)$$

상대 유효유전율 ϵ_{eff} 로부터 링 공진기의 파장은 다음과 같다

$$\lambda_g = \frac{300}{nf \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (4.1.5)$$

여기서 f 의 단위는 GHz이다.

링 공진기의 실제 유효길이는 공진기와 결합선로 사이의 갭에 의한 커패시턴스의 영향을 받으며, 반경 R 과 갭크기 s 의 관계식은 (3.4.1)식으로부터 유도된다. 그림 3.3에서 선로의 폭에 대한 갭크기의 비로부터 계산된 C_{even} 의 값은 그림 3.6(a)의 $C_f = \frac{C_{even}}{2}$ 으로 대신할 수 있다. 이 식을 (3.4.1)식에 적용하면 갭에 의한 결합이 존재하는 링 공진기의 반경에 대한 관계식을 얻는다. 그림 4.1은 입·출력 급전선로에 의해 2개의 갭을 포함하는 링 공진기에서 링에 해당하는 마이크로 스트립 선로의 실제 유효길이는

$$l = 2\pi R' + 2 \frac{C_{even} Z_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_r}} \quad (4.1.6)$$

이 된다. 여기서 R' 은 (4.1.1)식의 링의 반경이 C_{even} 에 의해서 짧아진 길이이며, 갭이 양쪽에 있으므로 C_{even} 값을 2배로 하였다. (4.1.6)식을 R' 에 대하여 다시

쓰면

$$R' = \frac{1}{2\pi} \left(l - 2 \frac{C_{even} Z_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_r}} \right) \quad (4.1.7)$$

이 된다. C_{even} 은 링 공진기와 결합선로 사이에서의 우수모드 커패시턴스이다. 유전율이 16~25의 범위에서 (3.2.2)식, (3.2.7)식, (3.2.12)식에 의한 s/w 변화에 따른 C_{even} , C_{odd} , C_g 의 결과를 그래프로 나타내면 그림 4.2, 그림 4.3 그리고 그림 4.4와 같다. 이때 중심주파수는 1.8GHz이며, $w/R=0.08$, 특성임피던스는 $Z_0=50\Omega$ 이다.

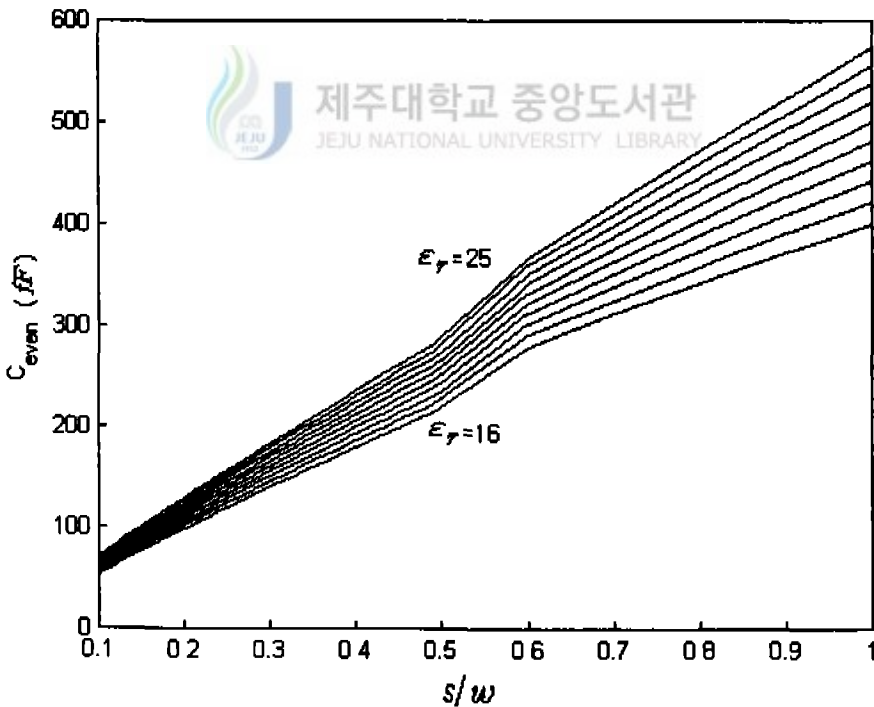


Fig. 4.2 Variation of C_{even} as a function of s/w .

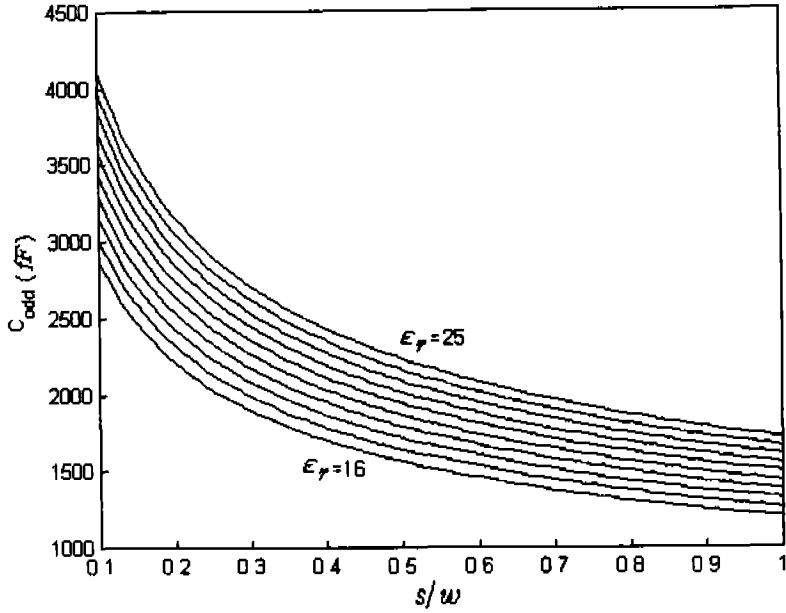


Fig. 4.3 Curves of C_{odd} as a function of s/w .

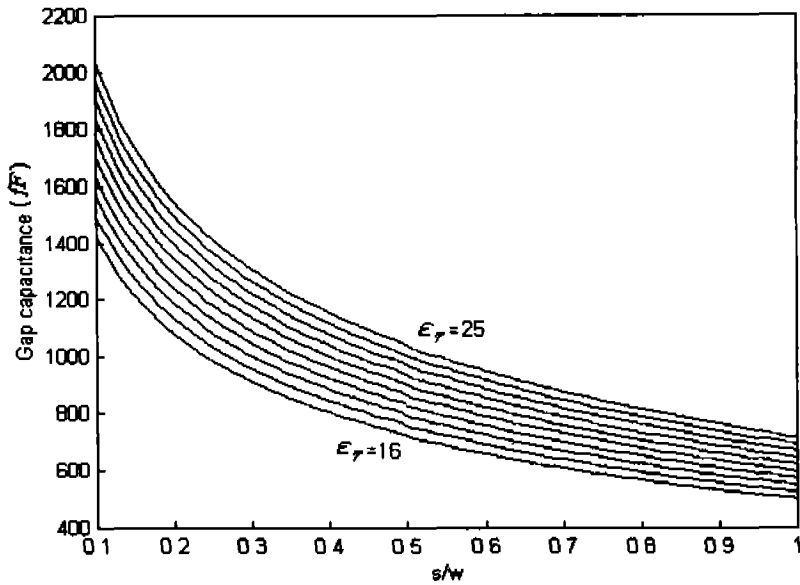


Fig. 4.4 Curves of C_g as a function of s/w .

링 공진기와 결합선로 사이의 갭 커패시턴스는 떨어져 있는 선로를 결합시킴과 동시에 부하로 작용하는 두 가지의 역할을 한다. 갭 커패시턴스는 부하로 작용하기 때문에 갭크기가 클수록 부하의 영향을 줄일 수 있지만 갭크기를 크게 하면 결합하기가 어렵다. 그러므로 부하의 영향을 작게 하면서 적절한 결합을 하기 위해서는 적당한 선로 간격을 설정하는 일이 중요하다. 그림 4.2와 그림 4.3을 비교하면 갭 커패시턴스는 C_{odd} 에 더 많은 영향을 받으며, s/w 의 비가 증가할수록 감소한다.

C_{even} 은 (4.1.6)식으로부터 링 공진기의 원주에 해당하는 마이크로스트립 선로의 길이에 직접적인 영향을 미치고 있다. 좋은 결합을 위해서는 갭 사이의 간격을 작게 하는 것이 바람직하지만, 그림 4.4의 결과를 살펴보면 갭 사이의 간격을 작게 하면 갭 커패시턴스는 매우 커지고 링 공진기에서 필드의 왜곡이 생기며 공진 주파수를 변화시킨다. 그림 4.5는 (4.1.7)식으로부터 s/w 의 변화에 따른 링 공진기의 반경을 나타낸다. 이때 중심주파수는 $1.8GHz$ 이며, $w/R=0.08$, 특성임피던스는 $z_0=50\Omega$ 이다.



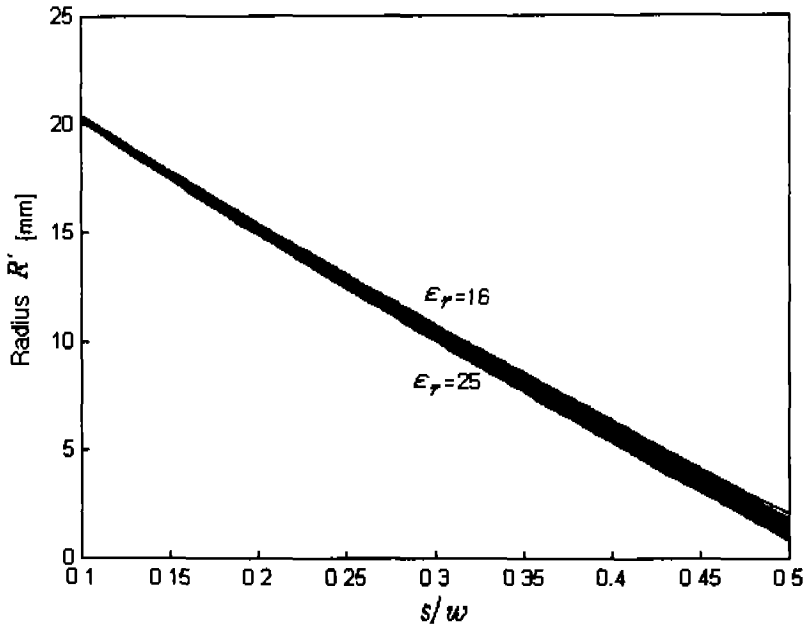


Fig. 4.5 Radius R' of a ring resonator as a function of s/w .

그림 4.5를 보면 선로의 폭이 일정할 경우, 갭크기에 따라 공진기의 반경이 달라지며, 유전율이 높고 갭크기가 클수록 반경을 작게 설계할 수 있다. 갭크기에 의한 커플링은 링에 부하로 작용하여 공진 주파수를 약간 변하게 하므로, 원하는 주파수에서 공진하는 링 공진기를 설계하기 위해서 s/w 의 값과 그에 상응하는 반경을 구해야 한다. 갭크기에 따라서 공진 주파수가 조금씩 달라지기 때문에 그림 4.5로부터 구한 s/w 와 R' 에 해당하고 원하는 공진 주파수에서 공진하는 링 공진기를 설계하기가 힘들다. 그러므로 원하는 공진 주파수에서 공진할 수 있는 s/w 의 값을 먼저 구하고 그에 상응하는 R' 를 구한다.

이상에서 보았듯이 링 공진기에서 갭 간격과 C_{even} 은 링 공진기의 크기를 축소하는데 있어 중요한 역할을 한다. 링 공진기는 급전선로와 결합을 위해서 갭 간격 s 의 거리를 두고 마이크로스트립 선로와 결합하면 공진 주파수가 이동하게 된다. 공진 주파수 f_0 에서 약간 이동된 주파수를 Δf 라고 하면

$$\beta l = \frac{2\pi fl}{u_p} = \frac{2\pi(f_0 - \delta f)}{u_p} l \quad (4.1.8)$$

이 된다. s/w 의 비에 따른 캐패시턴스 C_{even} 과 f_0 의 관계식을 유도하기 위해 (4.1.6)식을 (4.1.8)식에 대입하면

$$2\pi\beta R' = \frac{2\pi(f_0 - \Delta f)}{u_p} \left(2\pi R' + 2 \frac{C_{even} Z_0}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_r}} \right) \quad (4.1.9)$$

이 된다. Δf 에 대하여 다시 정리하면

$$\Delta f = f_0 - \frac{\beta R' u_p \sqrt{\mu_0 \epsilon_r}}{2\pi R' \sqrt{\mu_0 \epsilon_r} + 2 C_{even} Z_0} \quad (4.1.10)$$

이 된다. 그림 4.6은 (4.1.10)식에서 공진 주파수로부터 C_{even} 의 변화 즉 s/w 의 변화에 따라서 f_0 가 얼마나 변하는지를 보여준다.

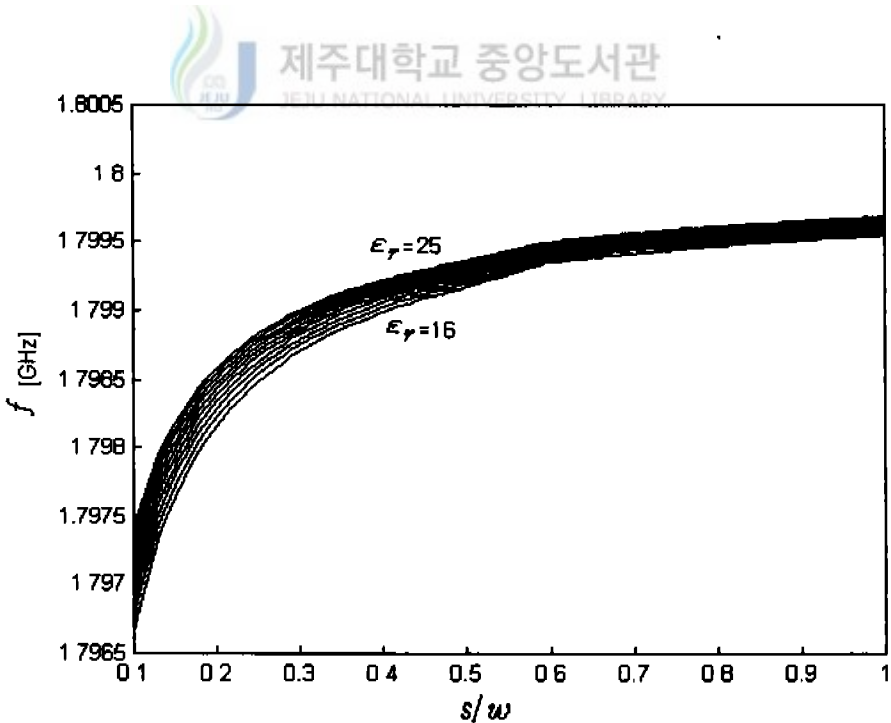


Fig. 4.6 Variation of resonant frequencies as a function of s/w .

공진 주파수는 유전율과 s/w 의 비에 따라서 $|\Delta f|$ 만큼씩 차이를 나타내며, 유전율이 클수록 그리고 s/w 의 비가 증가할수록 원래 공진 주파수 f_0 에 근접한다. 이러한 사실은 링 공진기에서 결합 겹의 효과를 연구한 마이크로스트립 링과 벡터 동조(Varactor-Tuned) 링 회로에 관한 논문에서 공진 주파수는 결합 겹이 작으면 조금 감소한다는 사실과 잘 일치한다(Kai 외 3인, 1987). 그런데 그림 4.4에서는 s/w 가 증가할수록 겹 캐패시턴스는 감소하므로 겹 캐패시턴스는 크면서 원하는 공진 주파수에 가까운 s/w 값의 선택이 중요하다. 그리고 공진 반경이 달라지면 C_{even} 에 의해서 아주 작은 오차이지만 정확히 원하는 공진 주파수(1.8GHz)에서 공진하기가 어렵다. 그래서 정확히 원하는 공진 주파수에서 공진하기 위한 보상이 필요하다.

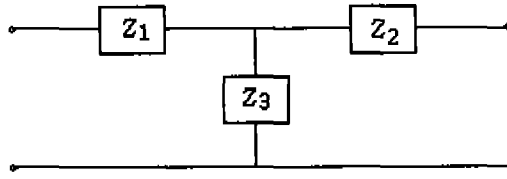
2) 평행 결합 선로에 의한 캐패시턴스

링 공진기에서 통과대역 특성을 좋게 하기 위해서 그림 3.4와 같은 링 공진기와 평행한 결합 선로를 이용한다. (3.3.1)~(3.3.10)식으로부터 유전율 $\epsilon_r=20$.

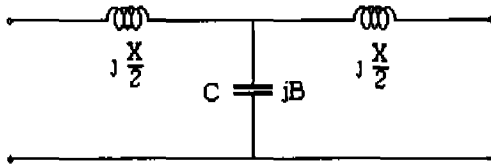
유전율 $\epsilon_r=20$, 1.8GHz의 공진 주파수를 갖는 링 공진기와 평행 결합선로 사이의 크기가 $s/w=0.435$ 인 단일 결합선로를 갖는 링 공진기에서 기수모드 커패시턴스는 (3.3.1)~(3.3.10)식을 이용하면 $C_o=158.349[pF]$ 이며 (3.2.12)식에 의하여 겹 캐패시턴스는 $C_g=473.665[pF]$ 이다.

2. 짧은 선로 근사식에 의한 보상회로의 길이

선로의 길이가 $\lambda_g/4$ 보다 짧고 특성임피던스가 Z_0 인 임의의 길이 l_s 를 갖는 전송선로에 대한 T형의 동가회로를 나타내면 그림 4.7과 같다.



(a)



(b)

Fig. 4.7 T-type equivalent circuit of a transmission line.

여기서 2포트 전송선로의 ABCD 파라미터로부터 Z 파라미터를 다시 쓰면

$$Z_{11} = Z_{22} = \frac{A}{C} = -jZ_0 \cot \beta l_s \quad (4.2.1)$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{C} = -jZ_0 \csc \beta l_s \quad (4.2.2)$$

과 같다. T형 등가회로의 직렬성분은 다음과 같다.

$$Z_{11} - Z_{12} = -jZ_0 \left[\frac{\cos \beta l_s - 1}{\sin \beta l_s} \right] = jZ_0 \tan \left(\frac{\beta l_s}{2} \right) \quad (4.2.3)$$

T형 등가회로의 병렬성분은 \$Z_{12}\$이다. 그림 4.5(a)는 그림 4.7(b)와 같이 \$L\$과 \$C\$를 포함하는 집중형 등가회로로 변환할 수 있으며 이때 등가회로의 파라미터는 각각

$$\frac{X}{2} = Z_0 \tan \left(\frac{\beta l_s}{2} \right) \quad (4.2.4)$$

$$B = \frac{1}{Z_0} \sin \beta l_s \quad (4.2.5)$$

이 된다. 만약에 Z_0 가 작다면 그림 4.5(b)의 동가회로에서 직렬 L 성분은 무시되고 낮은 임피던스를 갖는 전송선로가 된다. 그래서 직렬 L 은 단락회로가 되고 병렬 C 는 개방회로가 되어 커패시턴스로서 동작하게 된다. 특성임피던스가 낮은 전송선로의 길이는 커패시턴스에 의해서 구하여질 수 있으며 (4.2.5)식으로부터 다음과 같다.

$$l_s = \frac{\lambda}{2\pi} \sin^{-1}(B Z_0) \quad (4.2.6)$$

여기서 $B = \omega C$ 이다. (4.2.6)식으로부터 커패시턴스 값을 알면 새로운 선로의 길이를 알 수 있다. (4.1.6)식에 따르면 링 공진기는 갭크기의 변화에 따라 커패시턴스가 변하면 반경 R 이 변하게 되므로 이러한 변화량을 이용하여 새로운 원주 l' 를 구한다. 그래서 C_g 에 의해서 짧아진 길이는 $l' = \lambda_g - l_s$ 이 되므로 (4.2.6)식을 대입하여 다시 정리하면

$$l' = \lambda_g - \frac{\lambda_g}{2\pi} \sin^{-1}(\omega C_g Z_0) \quad (4.2.7)$$

이 된다. 갭에 의하여 이동되는 공진 주파수를 고려한 링 공진기의 설계반경 $R' = l' / 2\pi$ 로부터 구한다. 그림 4.8과 그림 4.9는 $\epsilon_r = 20$ 인 경우에 (4.1.7)식으로부터 s/w 의 변화에 따른 링 공진기의 반경 R' 과 새로운 반경 R'' 을 나타낸다.

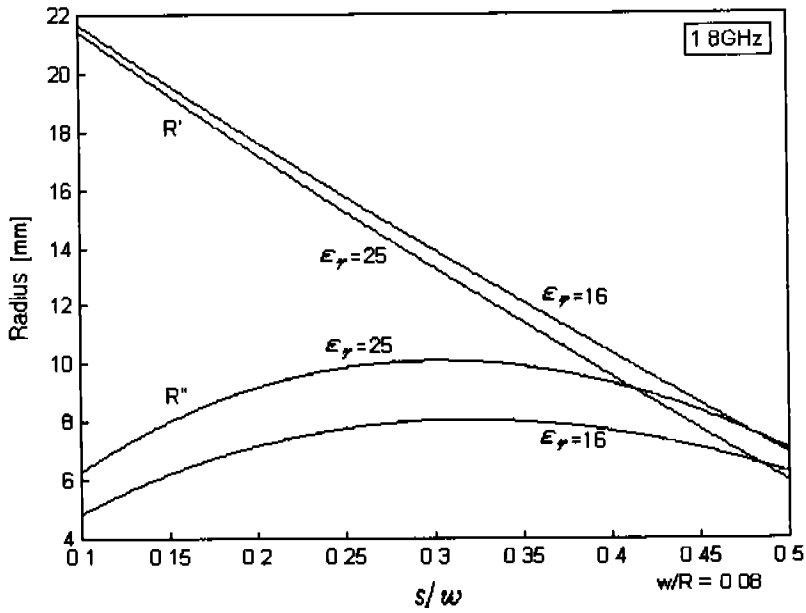


Fig. 4.8 Radius R' of a ring resonator with $w/R = 0.08$.

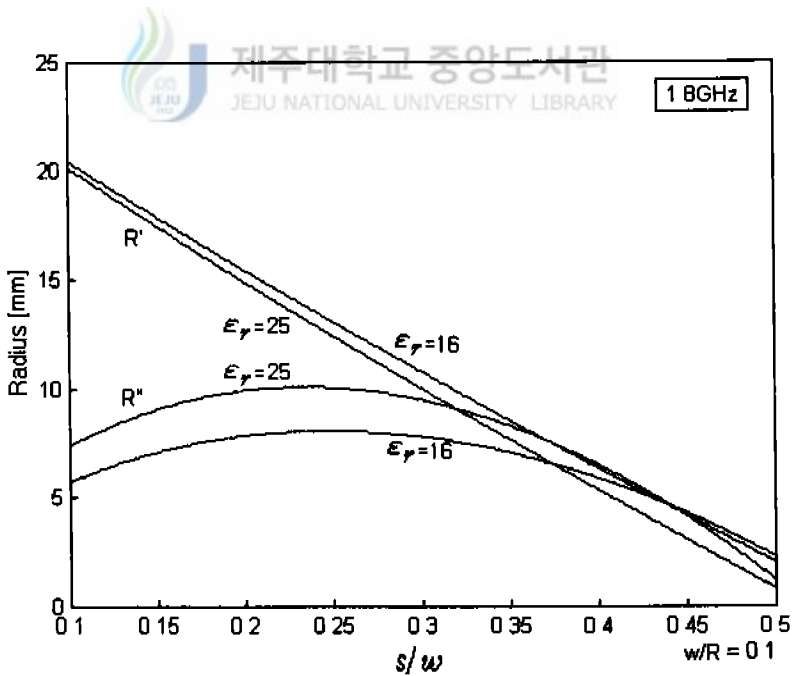


Fig. 4.9 Radius R' of a ring resonator with $w/R = 0.1$.

그림 4.8을 보면 R' 은 s/w 의 값이 커짐에 따라 줄어들고, $w/R=0.08$ 의 조건에서 $\epsilon_r=25$ 인 경우 R'' 은 R' 와의 교점인 $s/w=0.4134$ 를 지나면 오히려 R' 보다 커지고 있다. 그림 4.9는 $w/R=0.1$ 인 경우에 대하여 반경 R' 과 R'' 을 도시한 그림이다. w/R 의 비가 클수록 R' 과 R'' 의 교차점은 s/w 의 비가 작은 쪽으로 이동한다. $\epsilon_r=25$ 인 경우 $s/w=0.320$ 에서 만난다.

Cheng은 링 공진기의 겹크기는 결합 겹 효과를 고려하여 $s/w=0.4$ 인 경우가 적당하다고 제시하였다(Cheng 외 1인, 1997). 그러나 그림 4.8와 그림 4.9에서 알 수 있듯이 겹크기는 평균 반경에 대한 선로의 폭 w/R 과 연관이 있으며 선로 폭을 크게 하면 $s/w \leq 0.4$ 에서도 링 공진기를 설계할 수 있다. 그러므로 마이크로 스트립 선로와 링 공진기 사이의 커플링을 결정하는 주된 요인은 겹크기이며, 정확하게 원하는 공진 주파수에서 공진을 하기 위해서는 s/w 의 선택이 중요하다.



3. 반경 보상 파라미터 α

링 공진기의 반경 R 은 결합 겹에 의한 커패시턴스에 의해서 공진 주파수가 이동하게 되므로 설계반경을 R' 로 설계 하여야 한다. 원하는 공진 주파수에서 공진시키기 위해서는 (4.1.7)식의 R' 과 (4.2.7)식의 R'' 가 만나는 교차점(s/w)에서 설계반경 R' 을 찾는다. 그런데 원하는 공진 주파수에서 공진하는 링 공진기의 반경 R' 은 유전율에 따라서도 달라지므로 유전율에 따른 변화량을 고려해 주어야 한다. 유전율값을 고려한 링 공진기의 반경 R' 은 그림 4.10의 순서도에 의해 찾은 파라미터로 α 부터 구할 수 있다.

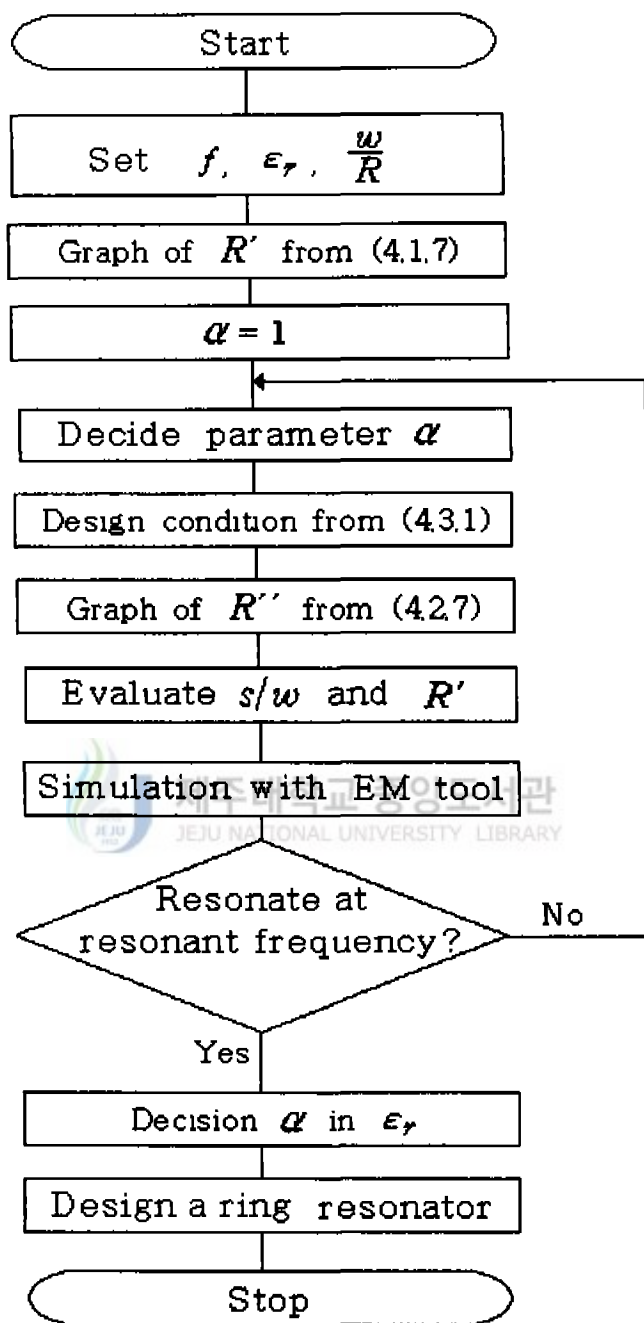


Fig. 4.10 Flow chart for searching α parameter.

원하는 공진 주파수를 만족하는 반경을 구하기 위해서 유전율을 고려한 링 공진기의 반경은 다음과 같은 설계조건에 의해 보상된다.

$$|R' - \alpha \times R''| = 0 \quad (4.3.1)$$

또한 파라미터 α 는 결합선로의 종류에 따라 달라지기 때문에, 그림 4.11과 같은 단일 결합선로를 갖는 경우 파라미터 α 를 α_1 이라 한다.

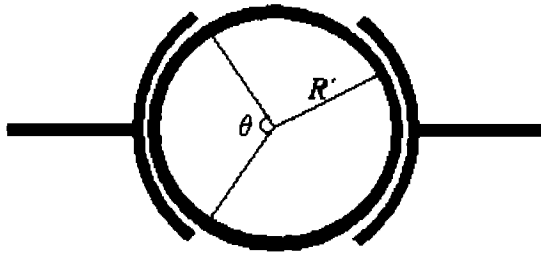
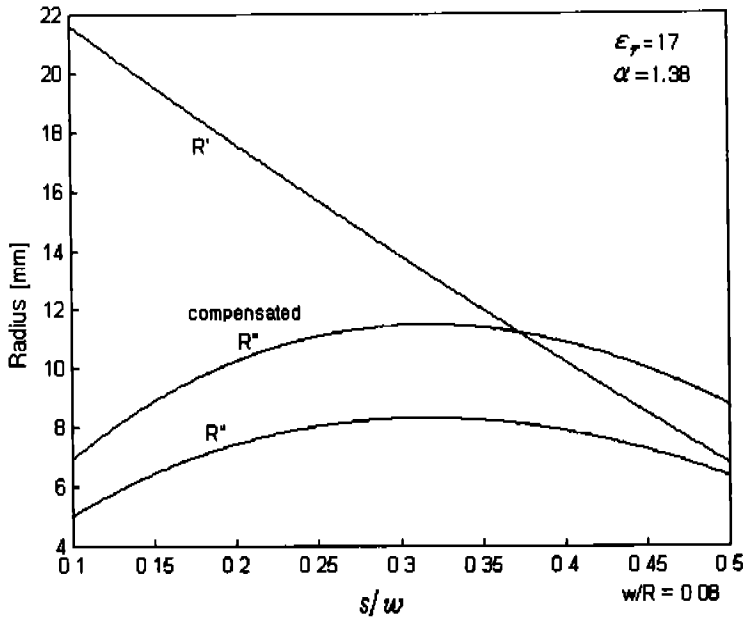
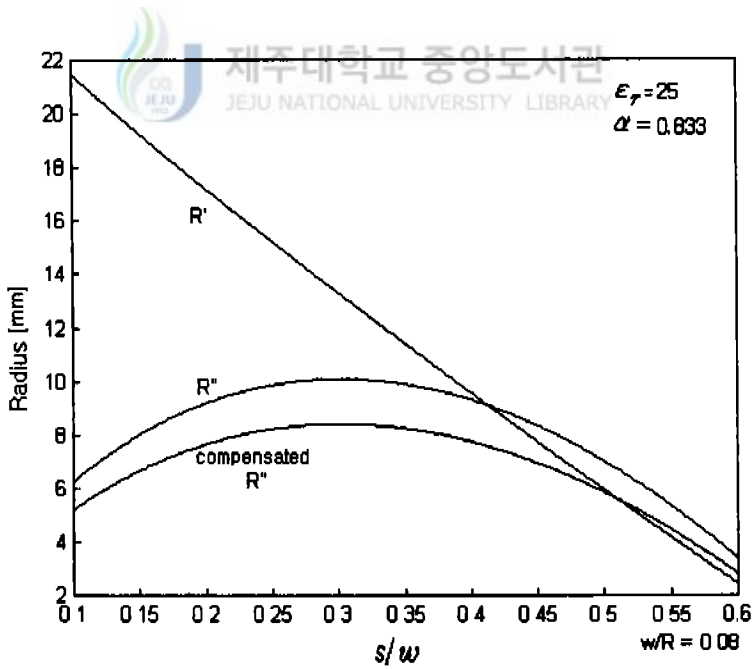


Fig. 4.11 A ring resonator with one coupling line.

여기서 θ 는 링 공진기와 인접한 마이크로스트립 선로와 접친 부분에 대한 원의 중심과 이루는 각의 크기이다. 단일 결합선로를 갖는 링 공진기가 원하는 공진 주파수에서 공진하기 위해서 (4.1.7)식에 의한 반경 R' 과 (4.2.7)식에 의한 반경 R'' 의 곡선이 만나는 교점을 찾는다. 그리고 유전율에 따른 반경을 고려해 주기 위해서 그림 4.10의 순서도에 따라 유전율에 따른 α_1 의 값을 구하고, $\alpha_1 \times R''$ 의 곡선을 그린다. 그리고 R' 과 $\alpha_1 \times R''$ 의 곡선이 만나는 교점에 해당하는 링 공진기의 반경과 s/w 의 값을 이용하면 원하는 공진 주파수에서 공진하는 링 공진기를 설계할 수 있다. 그림 4.12는 유전율 17과 25인 경우에 대하여 α_1 을 구하기 위한 반경들의 교점을 나타내고 있다.



(a) $\epsilon_r = 17$,



(b) $\epsilon_r = 25$,

Fig. 4.12 Resonance condition as a function of ϵ_r .

그림 4.12에서 $\epsilon_r=17$ 인 경우 보상된 R'' 값은 원래의 R'' 값보다 크기때문에 $\alpha_1=1.38$ 을 얻을 수 있고, $\epsilon_r=25$ 인 경우 보상된 R'' 값은 원래의 R'' 값보다 작기때문에 $\alpha_1=0.833$ 을 얻을 수 있다. 유전율이 높을수록 α_1 이 1보다 작게 되므로 링 공진기의 반경 R'' 의 값은 줄어든다.

링과 평행한 단일 결합 선로를 갖는 링 공진기를 설계하기 위하여 그림 4.10의 순서도에 의해서 (4.3.1)식의 설계조건 α_1 을 구할 수 있으며, 유전율이 16~25의 범위에서 계산된 α_1 파라미터의 값을 표 1에 나타내었다

Table 1. Parameter α_1 in accordance with ϵ_r in ring resonators with one coupling line.

w/R \ ϵ_r	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0.1	—	1.380	1.220	1.120	1.045	0.990	0.940	0.900	0.865	0.833
0.08	—	1.380	1.220	1.120	1.045	0.990	0.940	0.900	0.865	0.833
0.06	—	—	—	1.120	1.045	0.990	0.940	0.900	0.865	0.833

표 1을 보면 유전율이 작은 경우 w/R 의 비가 작게 되면 공진기를 설계 할 수 없다. 유전율이 작으면서 선로 폭이 좁은 링 공진기를 설계하려면 커플링이 일어나지 않는 문제가 발생하므로 설계의 한계가 있다. 그림 4.13은 s/w 의 변화에 따른 유전율과 공진 반경 R' 의 관계를 나타내었다.

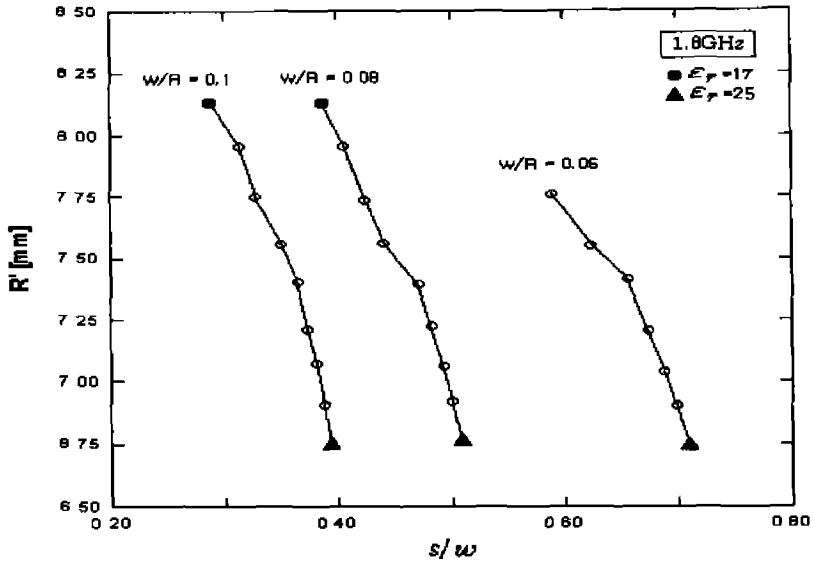


Fig. 4.13 Relation between radius R' of ring resonators and ϵ_r with variation s/w .

그래프 상에서 ▲점은 $\epsilon_r = 25$ 인 경우이고 ●점은 $\epsilon_r = 17$ 이다. 그리고 그림 4.14는 유전율 ϵ_r 의 변화에 따른 a_1 의 변화를 나타내고 있다.

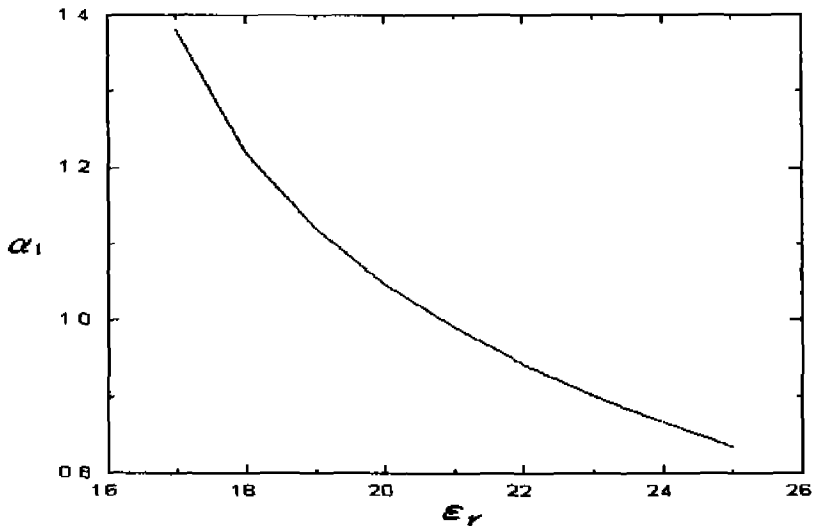


Fig. 4.14 Parameter a_1 as variation ϵ_r in ring resonators with one coupling line.

공진 주파수에서 좋은 공진특성을 나타내기 위해서는 입·출력 선로가 링 공진기와 결합하는 부분이 많아야 한다. 그림 4.15와 같이 결합 선로를 이중으로 설계하여 공진기와 결합되는 부분을 많이 할 수 있다.

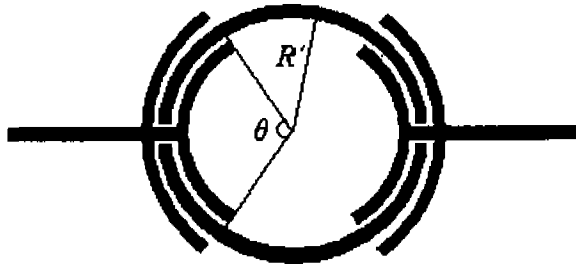


Fig. 4.15 A ring resonator with two coupling lines.

이중 결합을 갖는 링 공진기의 경우 (4.3.1)의 설계조건에서 파라미터 a 는 a_2 라고 놓는다. 이중 결합을 갖는 링 공진기에서 파라미터 a_2 의 값을 구하여 표 2에 나타내었다.

Table 2. Parameter a_2 in accordance with ϵ_r in ring resonators with two coupling lines.

$w/R \backslash \epsilon_r$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0.1	—	—	1.290	1.160	1.075	1.010	0.963	0.920	0.885	0.848
0.08	—	—	1.290	1.160	1.075	1.010	0.963	0.920	0.885	0.848
0.06	—	—	—	—	1.075	1.010	0.963	0.920	0.885	0.848

표 2에서 유전율이 작은 경우 즉 $\epsilon_r=17$ 이하에서 단일 결합선로를 갖는 링 공진기는 정확한 공진 주파수를 갖도록 설계할 수 있지만 이중 결합 선로를 갖는 링 공

진기는 설계할 수 없다. 그림 4.16은 이중 결합 선로를 갖는 링 공진기에서 유전율 ϵ_r 의 변화에 따른 α_2 의 변화를 나타낸 그림이다.

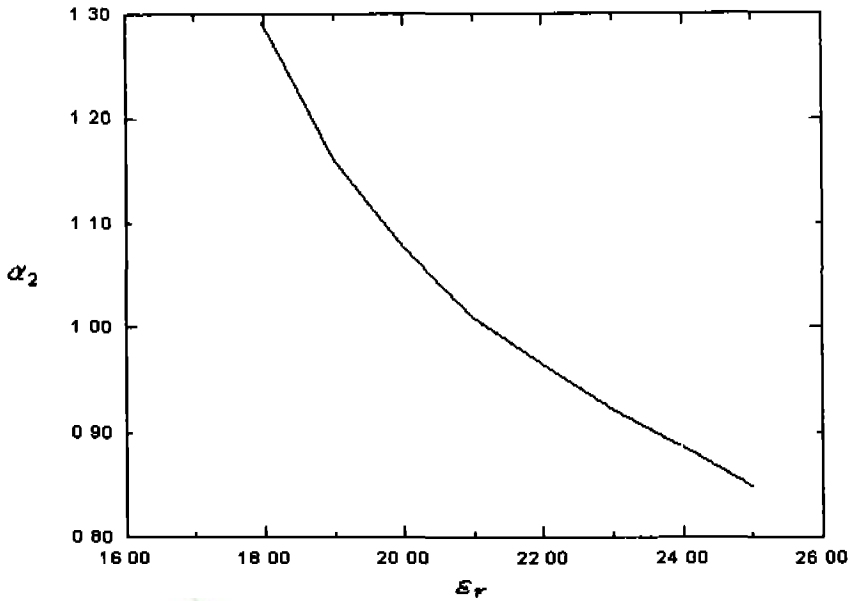


Fig. 4.16 Parameter α_2 as variation ϵ_r in ring resonators with two coupling lines.

이중 결합 선로를 갖는 링 공진기는 그림 4.17과 같이 구조적으로 대칭적인 결합 갭 캐패시턴스를 갖는다.

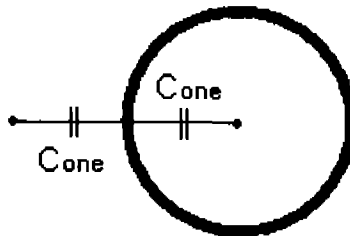


Fig. 4.17 Gap capacitances in a ring resonator with two coupling lines.

이중 결합 선로를 갖는 링 공진기의 캐패시턴스 C_{two} 은 $C_{two} < C_{one}$ 가 되므로 이중 결합선로를 갖는 링 공진기의 반경은 단일 결합선로를 갖는 링 공진기에 비하여 크다. $\epsilon_r = 20$ 인 경우 단일 결합 선로를 갖는 링 공진기의 반경은 $7.5565mm$ 인데 이중 결합 선로를 갖는 링 공진기의 반경은 $7.8298mm$ 으로 약간 큰 값을 갖는다. 그리고 결합선로가 없는 링 공진기의 반경은 $7.602mm$ 이다. 결합선로가 없는 링 공진기에서 공진 주파수의 이동에 영향을 주는 커패시턴스는 C_g 성분이 없다. 단일 결합선로를 갖는 링 공진기의 경우 공진 주파수에 영향을 주는 커패시턴스는 $C_g (= C_{one})$ 이며, 이중 결합선로를 갖는 링 공진기의 경우 C_{two} 이다. 그러므로 동일한 설계조건에서 단일 결합선로를 갖는 링 공진기의 설계반경이 가장 작다.

V. 공진 주파수 1.8GHz인 링 공진기의 설계

공진 주파수가 1.8GHz인 경우에 대하여 고립된 링 공진기와 입출력 선로를 포함한 링 공진기의 특성을 비교하고, 본 논문에서 제시한 방법으로 마이크로스트립 링 공진기를 설계하는 과정을 설명한다.

1. 고립된 링 공진기

입출력 결합선로가 없는 고립된 링 공진기의 경우, 원형 링 공진기의 전·자계식으로부터 얻은 (2.4.33)의 고유치 방정식에 의해서 유전율이 20인 경우 1.8GHz의 공진 주파수를 갖는 링 공진기의 평균반경 $R=7.77mm$ 이며, 이때 고유치 $k_c=0.1287$ 이다. 링 공진기의 내부반경과 외부반경을 고려하면 k_c 값은 w/R 의 비에 따라서 표 3과 같은 값을 갖는다.

Table 3. k_c from eigenvalue equation (2.4.33).

w/R	1.8	1.5	1.0	0.5	0.1	0.08
k_c	0.129	0.135	0.145	0.155	0.165	0.17
오차(%)	0.233	4.875	12.665	20.435	28.205	32.090

표 3에서 알 수 있듯이 w/R 의 비가 작아짐에 따라서 오차가 커지므로 공진 주파수는 w/R 의 비가 작을 수록 원래의 공진 주파수로부터 많이 이동한다.

2. 입·출력선로를 포함한 기본적인 마이크로스트립 링 공진기

링 공진기는 입출력 급전선로를 필요로 하며, 급전선로와 공진기 사이에는 결합 갭이 존재한다. 결합 갭이 있는 링 공진기에서 w/R 의 비가 공진 주파수에 미치는 영향을 알아본다

1) $w/R=0.08$ 인 링 공진기

링 공진기의 반경이 파장의 정수배라면 $\epsilon_r=20$ 에서 평균반경은 7.77mm 이 된다. 그리고 $w/R=0.08$, $s/w=0.18$, 설계반경 7.55mm 인 링 공진기를 설계하고, 시뮬레이션한 결과를 그림 5.1에 나타내었다.

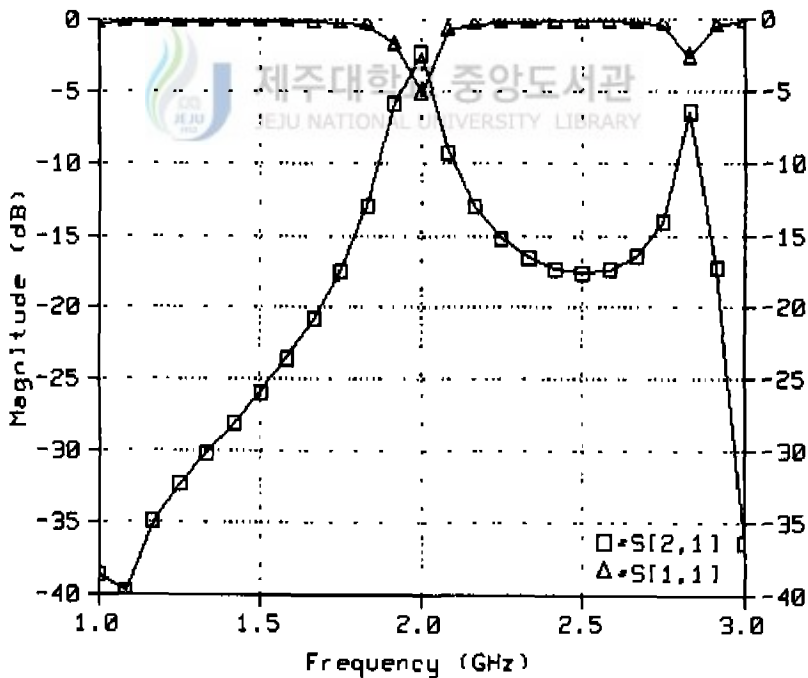


Fig. 5.1 S parameters in a ring resonator with $w/R=0.08$.

여기서 $S[2,1]$ 은 S_{21} 을 나타내며, $S[1,1]$ 은 S_{11} 이다. 그림 5.1에서와 같이 1.8GHz 에서 공진이 이루어지고 있지 않으며, 또한 공진 주파수에서 S_{11} 의 감쇠 특성이 좋지않다.

2) $w/R=0.1$ 인 링 공진기

링 공진기의 반경이 파장의 정수배라면 $\epsilon_r=20$ 에서 평균반경은 7.77mm 이 된다. 그리고 $w/R=0.06$, $s/w=0.18$, 설계반경 7.55mm 인 링 공진기를 설계하고, 시뮬레이션한 결과를 그림 5.2에 나타내었다.

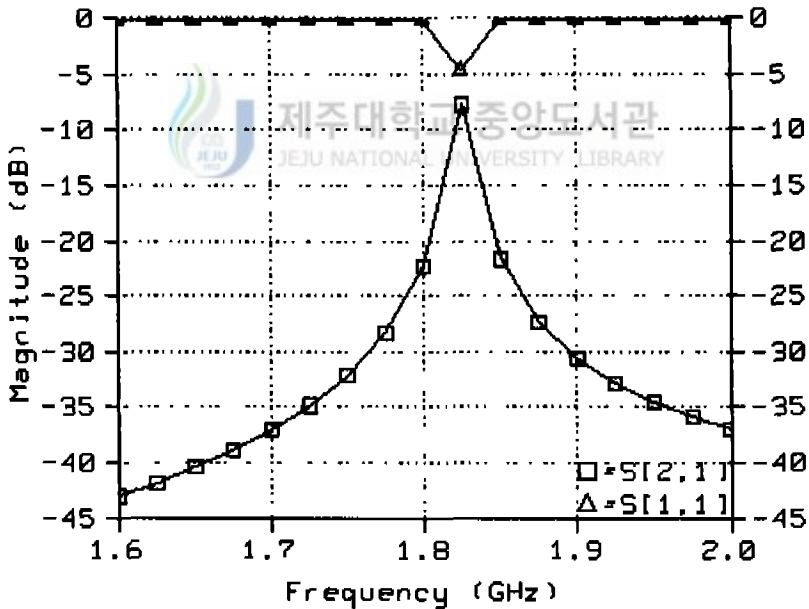


Fig. 5.2 S parameters in a ring resonator with $w/R=0.1$.

그림 5.2는 그림 5.1과 같은 조건에서 $w/R=0.1$ 으로 설계한 링 공진기의 시뮬

레이션 결과이다. w/R 의 비가 작을수록 설계 공진 주파수의 이동하는 폭이 커지고 있다. 그리고 공진 주파수에서 공진특성이 좋지않음을 알 수 있다.

3. 결합선로가 없는 마이크로스트립 링 공진기

$w/R=0.08$, $\epsilon_r=20$ 인 경우 결합선로가 없는 마이크로스트립 링 공진기를 1.8GHz에서 공진하기 위한 설계 파라미터값들은 표 4와 같다.

Table 4. Design parameters of a ring resonator without coupling line.

파라미터	ϵ_r	R'	w/R	s/w
길이(mm)	20	7.8162	0.08	0.3324



4. 단일 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기

$w/R=0.08$, $\epsilon_r=20$, $\theta=90^\circ$ 인 경우 1.8GHz에서 공진하는 링 공진기를 설계하기 위해서 (4.1.7)식으로부터 설계 반경을 계산하고, (4.2.7)식으로부터 보상된 반경을 계산한다. (4.2.7)식은 유전율에 따른 보상이 필요하므로, 유전율 20인 경우에 표 1에서 $\alpha_1=1.045$ 이므로 (4.3.1)식에 의해서 반경 R'' 를 다시 계산한다. 이러한 과정을 그림 5.3과 같은 관계 그래프에 나타내었다.

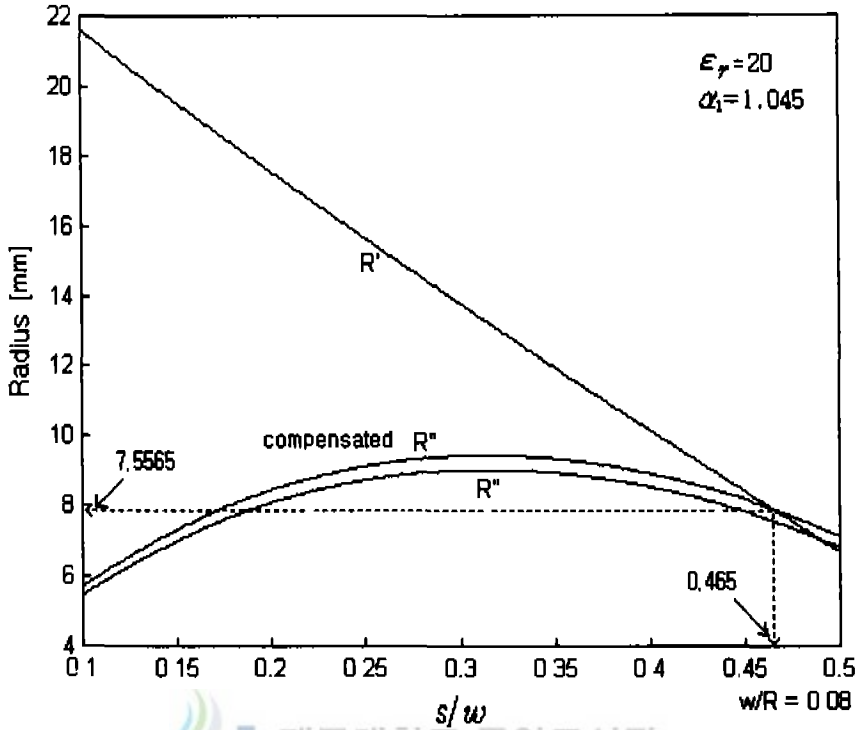
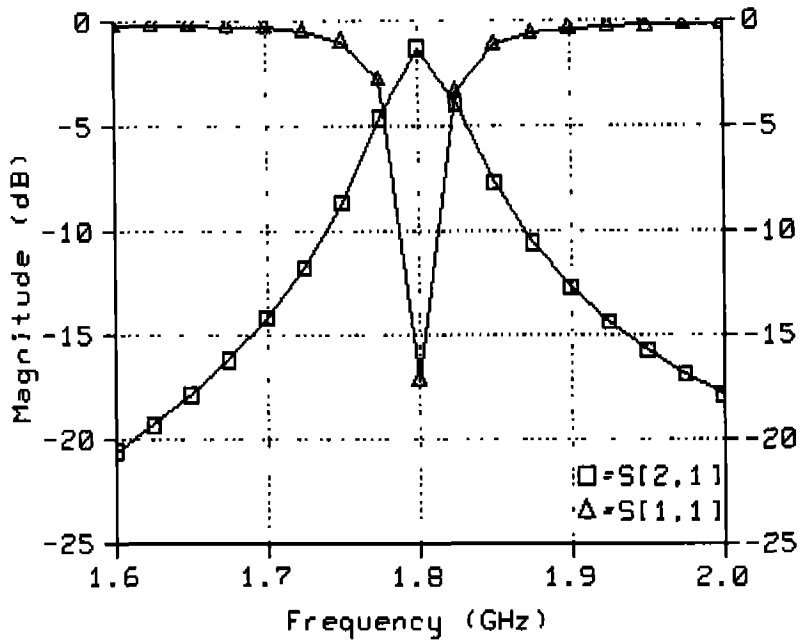
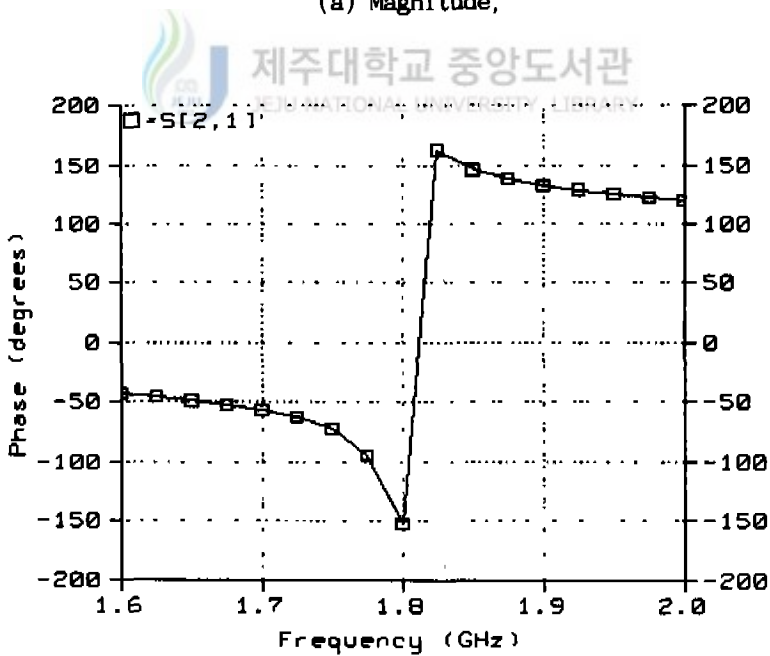


Fig. 5.3 Radius for a ring resonator with one coupling line in $\epsilon_r = 20$.

그림 5.3에서 R' 와 보상된 R'' 의 교점 $s/w = 0.465$ 를 찾고 이에 대응하는 반경 $R' = 7.5565\text{mm}$ 를 구한다. 이 R' 에 의해 각 파라미터들의 관계식으로부터 $h = 1.384\text{mm}$, $w = 0.6049\text{mm}$, $s = 0.2631\text{mm}$ 을 구할 수 있다. 이렇게 구한 설계 값으로 링 공진기를 설계하여, 시뮬레이션한 결과를 그림 5.4에 나타내었다.



(a) Magnitude,



(b) Phase,

Fig. 5.4 Simulation result of a ring resonator with one coupling line in $R' = 7.5565\text{mm}$.

그림 5.4는 설계 공진 주파수 $1.8GHz$ 에서 공진이 잘 되고 있다. 그 밖에 유전율 (16~25)에 따라 α_1 값이 달라지는 변화에 따른 링 공진기의 설계 파라미터를 표 5에 나타내었다.

Table 5. Design parameter of ring resonators with one coupling line in accordance with ϵ_r ($w/R=0.08$).

ϵ_r / 파라미터	w/h	R'	h'	s/w	w'	s'
16	0.5778	—	—	—	—	—
17	0.5370	8.1310	1.2110	0.3870	0.6505	0.2407
18	0.5000	7.9541	1.2730	0.4060	0.6363	0.2583
19	0.4670	7.7365	1.3250	0.4250	0.6189	0.2630
20	0.4370	7.5565	1.3840	0.4350	0.6049	0.2631
21	0.4095	7.3962	1.4430	0.4710	0.5912	0.2785
22	0.3843	7.2254	1.5040	0.4830	0.5780	0.2792
23	0.3612	7.0640	1.5640	0.4930	0.5651	0.2786
24	0.3400	6.9253	1.6290	0.5010	0.5540	0.2776
25	0.3204	6.7612	1.6880	0.5090	0.5409	0.2753

5. 이중 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기

공진 주파수에서 좋은 공진특성을 나타내기 위해서는 입·출력선로가 링 공진기와 결합하는 부분이 많아야 한다 그래서 그림 4.16과 같은 이중 결합선로를 갖는 링 공진기를 설계한다. 표 6은 유전율에 따라 α_2 값이 달라지는 변화에 따른 링 공진기의 설계 파라미터이다. 여기서 $w/R=0.08$ 이며, $\theta=90^\circ$ 이다.

Table 6. Design parameter of ring resonators with two coupling line in accordance with ϵ_r ($w/R=0.08$).

ϵ_r / 파라미터	w/h	R'	h'	s/w	w'	s'
16	0.5778	—	—	—	—	—
17	0.5370	—	—	—	—	—
18	0.500	8.2273	1.2560	0.3810	0.6582	0.2508
19	0.4670	8.0197	1.3740	0.4070	0.6416	0.2611
20	0.4370	7.8298	1.4330	0.4210	0.6264	0.2637
21	0.4095	7.6412	1.4930	0.4300	0.6113	0.2629
22	0.3843	7.5122	1.5640	0.4710	0.6010	0.2831
23	0.3612	7.3783	1.6340	0.4830	0.5903	0.2839
24	0.3400	7.2369	1.7030	0.4900	0.5790	0.2837
25	0.3204	7.0661	1.7640	0.4990	0.5653	0.2821

VI. 링 공진기의 시뮬레이션

1. Maxwell 방정식의 해석 방법과 시뮬레이션 틀

마이크로파 회로 소자의 해석 방법에는 정성적인 방법과 수치적인 방법 두가지가 있다. 마이크로파 회로 소자의 전자계 해석을 위해서 Maxwell 방정식을 해석적인 방법으로 해를 구하기는 매우 어렵다. 따라서 해석을 위해서는 수치적인 해석 방법으로 Maxwell 방정식의 해를 구하는 방법들이 많이 제시되고 있다. 해석하고자 하는 마이크로파 회로 소자를 수치적으로 모델링하는 방법에는 유한차분법(finite difference method), 유한차분 시간영역법(finite difference time domain method) 그리고 전송선로법(transmission line method) 등이 있으며, 이러한 수치해석적 방법들은 회로의 기하학적 구조에도 제한성이 적고 컴퓨터 구현이 용이하다. 반면에 해석적으로 모델링하여 해석하는 방법은 취급 가능한 기하학적 구조가 제한되어 있으며, 경계 요소법(bound element method), 유한 요소법(finite element method), 모멘트법(moment method) 등이 있다.

본 논문에서는 앞장에서 구한 마이크로스트립 링 공진기에 대한 전송선로 해석법의 타당성을 입증하기 위하여 유한 요소법으로 해석하는 HFSS와 모멘트법으로 해석하는 Ensemble을 이용하여 시뮬레이션하였다. HFSS는 모델을 요소망으로 나누어주는 'mesh maker'와 이를 토대로 전자계 문제를 분석하는 'solver'로 나누어져 있다. 요소망 분할은 프로그램에서 자동적으로 처리해 줄 수도 있고 사용자가 정의하여 세분화할 수도 있다. 그리고 3D에 대한 mesh를 삼각뿔 모양으로 내부, 외부 모두 나누어주는 복잡한 형식을 채택하고 있으며, 특히 경계에 민감하게 반응하므로 경계조건을 잘못 설정하였을 경우 에러가 발생하고 해석하는데 시간이 많이 걸리게 된다. 모멘트법에 기초를 둔 Ensemble은 면 위에 전하 분포에 대한 정보를 제공하고 주어진 전위에 대한 총 전하를 계산한다. 해석하는 시간에 있어서 유

한 요소법에 비하면 시간이 훨씬 적게 걸리는 장점이 있다. 본 논문에서는 Ensemble을 이용하여 링을 설계할 때 완전한 원형으로 설계하게 되면 수렴 시간이 상당히 많이 필요하게 된다. 그래서 수렴시간이 짧으면서 해석 결과가 타당성이 있는 범위에서 다각형으로 설계하였다. 링을 12각형, 16각형, 20각형, 24각형으로 설계하고 시뮬레이션한 결과는 모두 같은 값으로 수렴하므로 설계 파라미터를 이용하여 링을 설계할 때는 계산시간이 짧은 12각형으로 디자인하고 시뮬레이션하였다.

2. 결합선로가 없는 마이크로스트립 링 공진기

결합선로가 없는 링 공진기를 설계하고 시뮬레이션한 결과를 그림 6.1에 나타내었다.

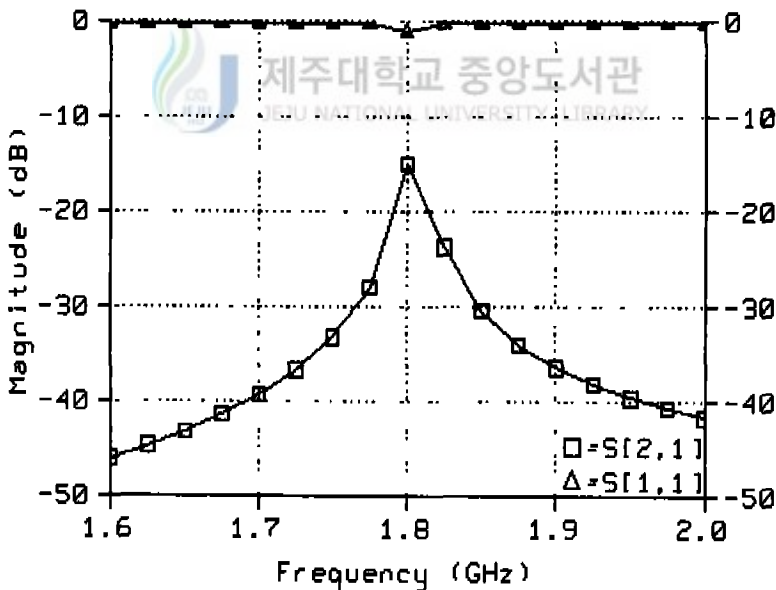


Fig. 6.1 S parameters in a ring resonator with $R'=7.8162\text{mm}$.

원하는 공진 주파수에서 공진하고 있지만 공진 주파수에서 공진특성이 좋지않다

3. 단일 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기

유전율 $\epsilon_r=19, 21, 23$ 인 경우에 대하여 표 5의 설계 파라미터를 이용하여 링 공진기를 설계하고 시뮬레이션한 결과를 그림 6.2, 그림 6.3, 그림 6.4에 나타내었다.

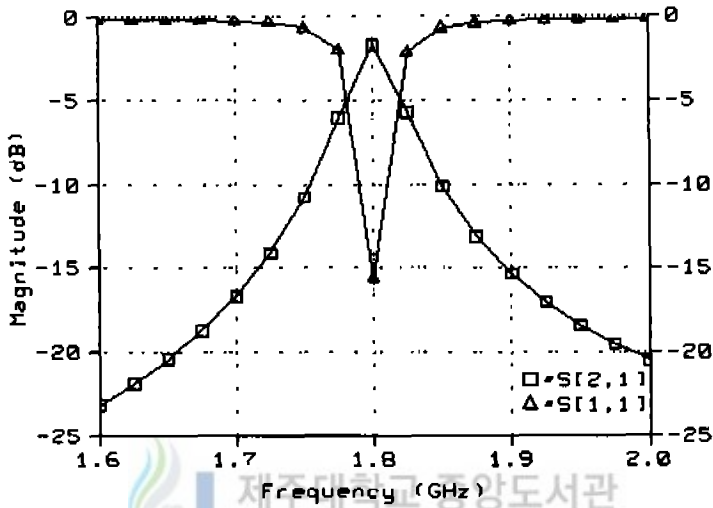


Fig. 6.2 S parameters of a ring resonator with one coupling line in $\epsilon_r=19$.

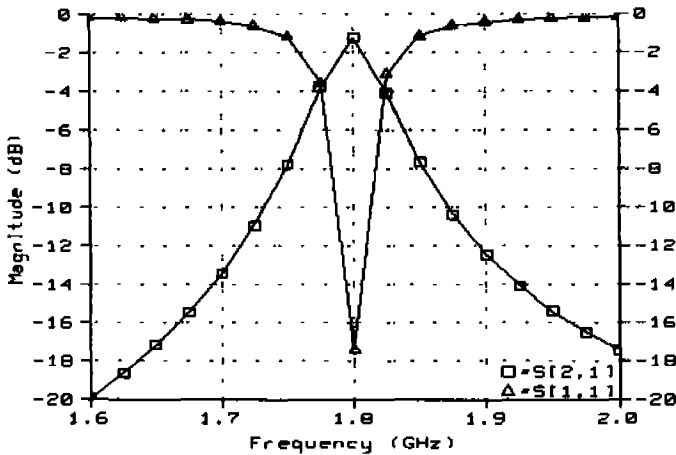


Fig. 6.3 S parameters of a ring resonator with one coupling line in $\epsilon_r=21$.

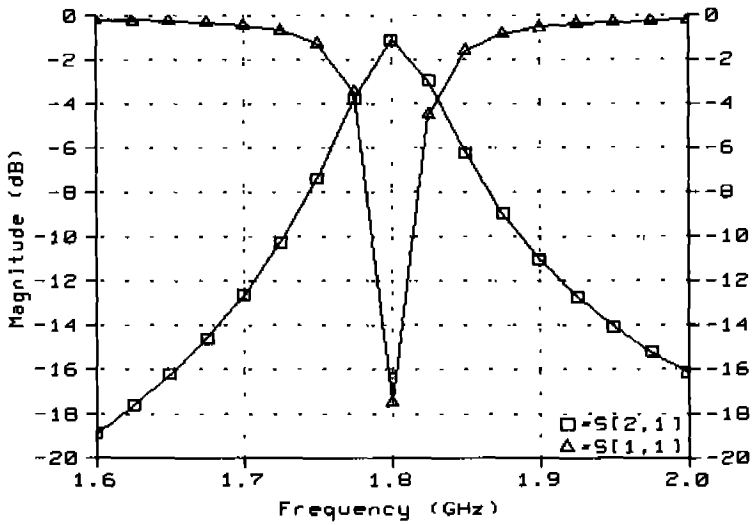


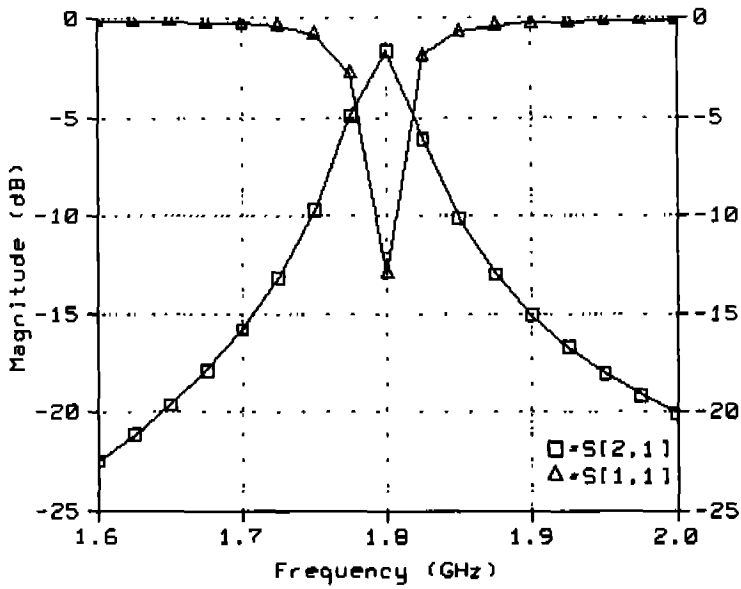
Fig. 6.4 S parameters of a ring resonator with one coupling line in $\epsilon_r=23$.



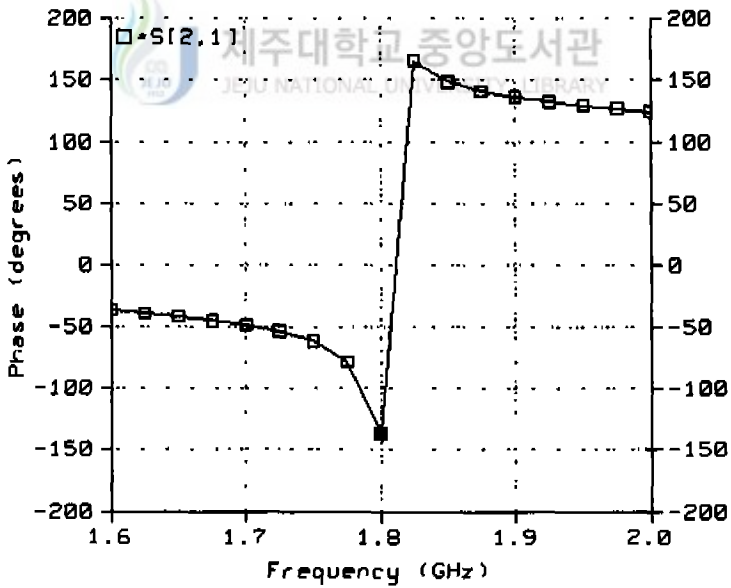
그림 6.2, 그림 6.3, 그림 6.4으로부터 본 논문에서 제시한 방법으로 설계된 링 공진기는 유전율이 변하여도 원하는 공진 주파수 1.8GHz에서 잘 공진하고 있다.

1) 링 공진기의 결합각도에 따른 S_{21} 의 변화

$w/R=0.08$, $\epsilon_r=20$ 인 경우 그림 4.11과 같은 단일 결합선로의 길이를 결정하는 θ 를 다르게 설계하여 S_{11} 의 변화를 살펴본다. 그림 6.5, 그림 6.6과 그림 6.7은 θ 를 30° , 90° 와 120° 로 설계한 단일 결합선로의 링 공진기에 대한 시뮬레이션 결과이다.

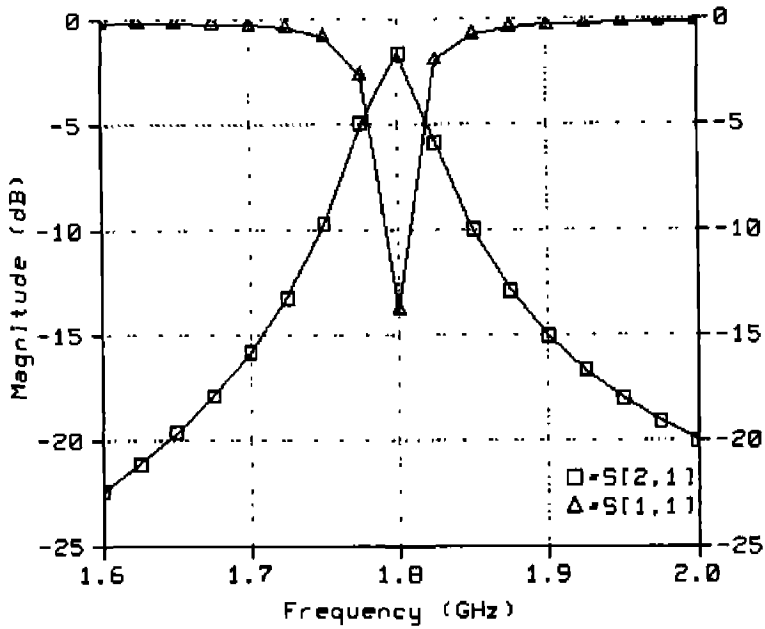


(a) Magnitude,

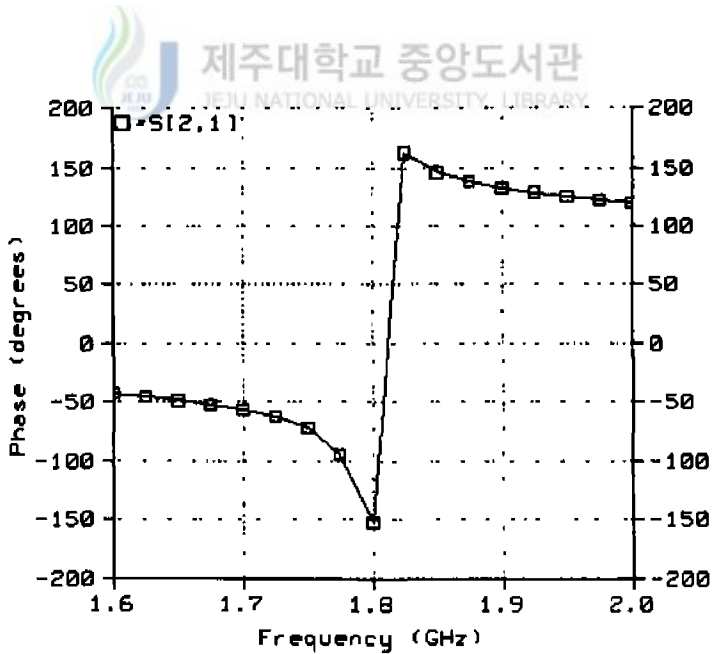


(b) Phase,

Fig. 6.5 Ring resonator of $\theta=30^\circ$.

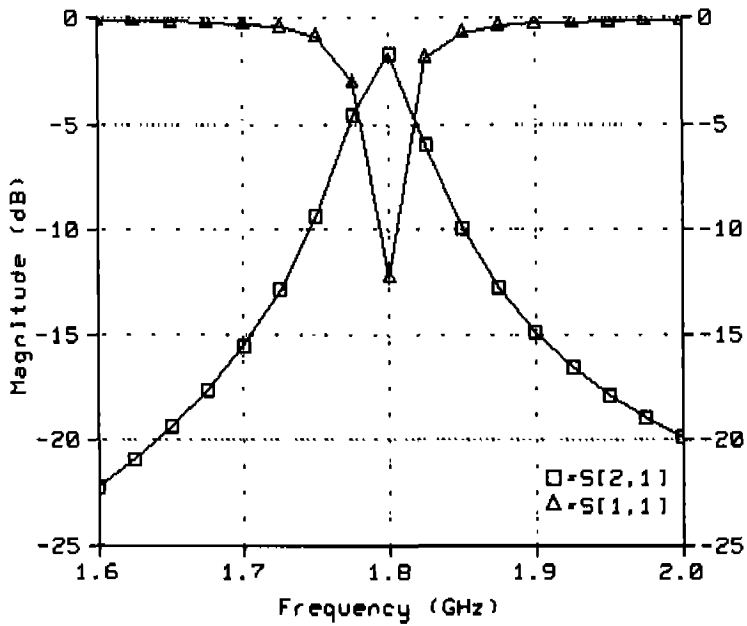


(a) Magnitude,

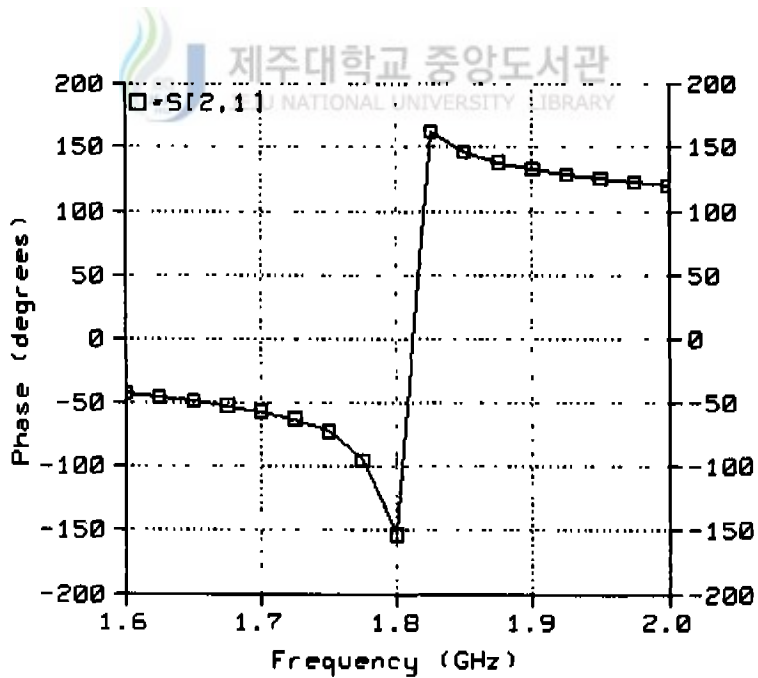


(b) Phase,

Fig. 6.6 Ring resonator of $\theta=90^\circ$.



(a) Magnitude,



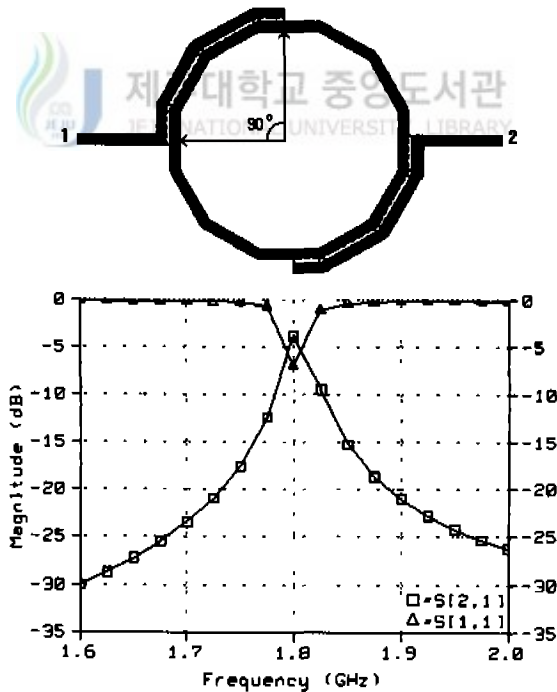
(b) Phase,

Fig. 6.7 Ring resonator of $\theta=120^\circ$.

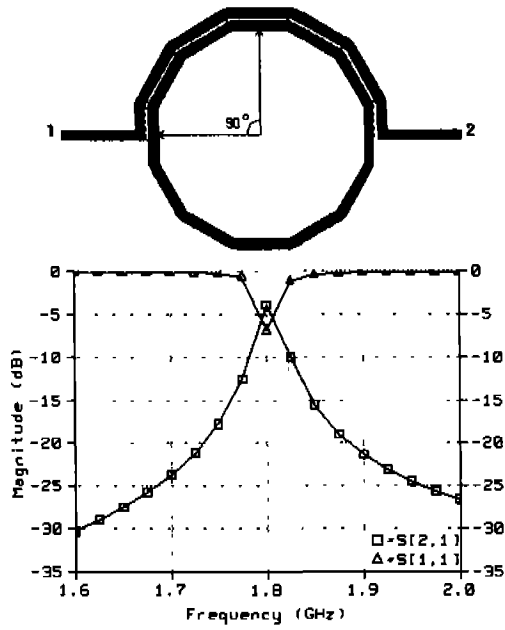
단일 결합선로를 갖는 링 공진기에서 결합선로의 길이가 변하더라도 공진 주파수의 특성이 크게 변하지 않는다.

2) 결합선로의 모양이 공진 주파수에 미치는 영향

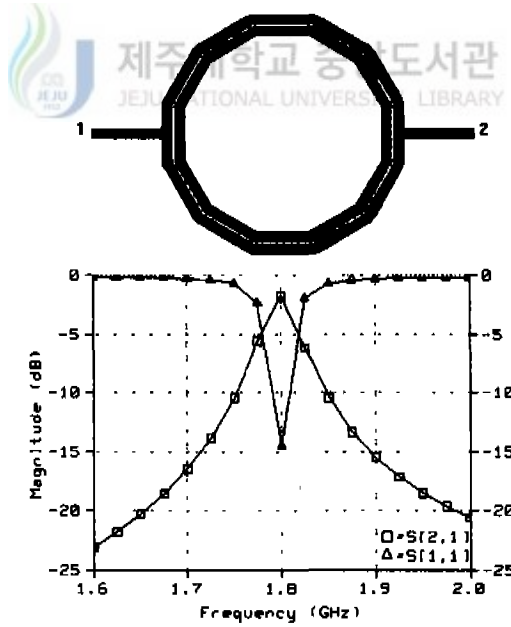
링 공진기와 평행한 결합선로의 길이와 모양을 다르게 설정하여 결합선로가 공진기에 미치는 영향을 살펴보았다. 유전율은 20인 경우 공진기의 반경은 7.5565mm 이 되고 결합 갭의 크기는 0.263mm 이며 선로 폭은 0.6045mm 이다. 결합선로를 그림 6.8과 같이 세가지 모양으로 설계하여 그 특성을 시뮬레이션하였다.



(a) $\theta = 90^\circ$,



(b) $\theta = 180^\circ$.



(c) $\theta = 360^\circ$.

Fig. 6.8 S parameters of ring resonators in accordance with coupling line lengths and a feed line.

그림 6.8의 결과로부터 결합선로의 길이와 급전선로의 모양이 변하여도 공진 주파수는 변하지 않으므로 결합선로에 의해 생기는 커패시턴스는 공진 주파수의 이동에 영향을 주지 않는다고 할 수 있다. 다만 공진 주파수에서 S_{11} 이 감소되는 양이 달라지고 있다.

4. 이중 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기

유전율 $\epsilon_r=18, 22, 24$ 인 경우에 대하여 표 5의 설계 파라미터를 이용하여 이중 결합선로를 갖는 링 공진기를 설계하고 시뮬레이션한 결과를 그림 6.9, 그림 6.10, 그림 6.11에 나타내었다.

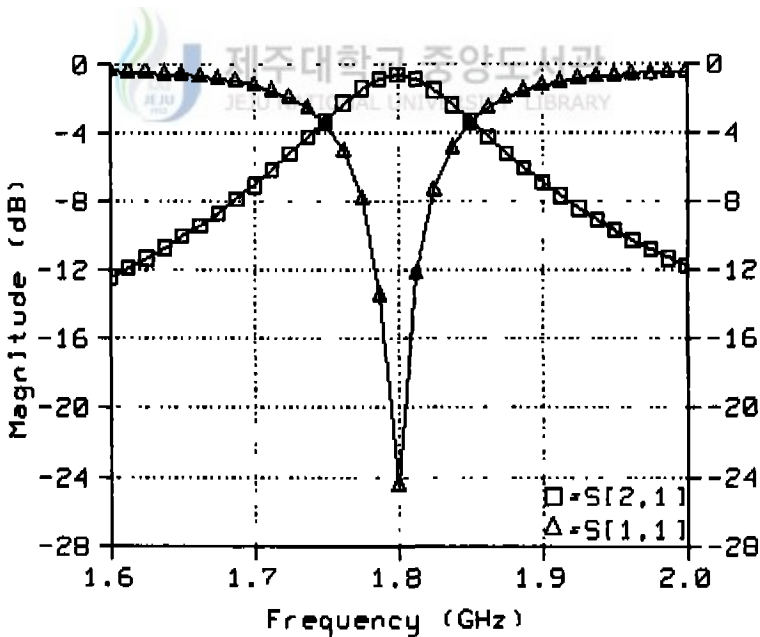


Fig. 6.9 S parameters of a ring resonator with two coupling lines in $\epsilon_r=18$.

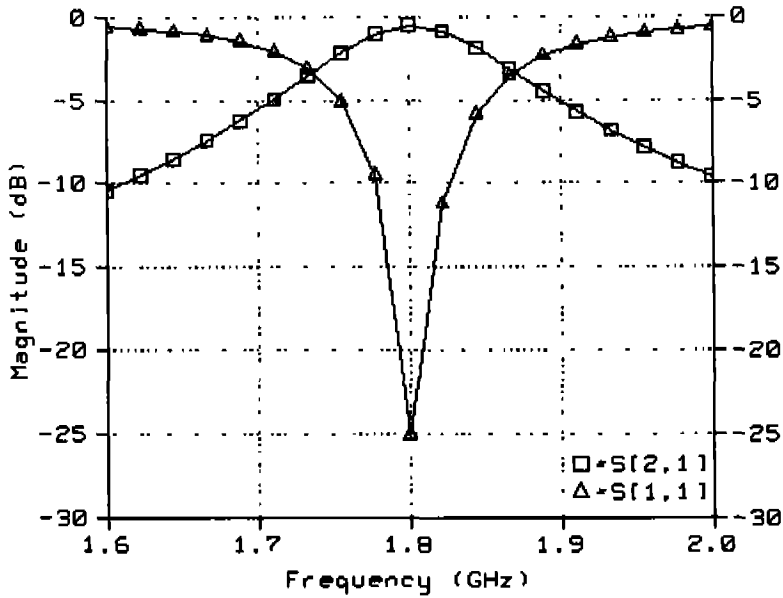


Fig. 6.10 S parameters of a ring resonator with two coupling lines in $\epsilon_r=22$.

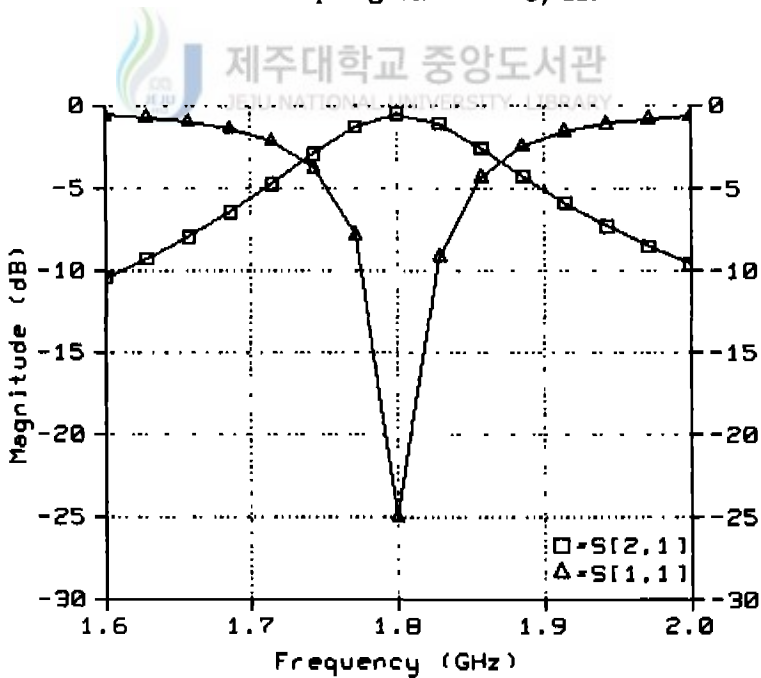


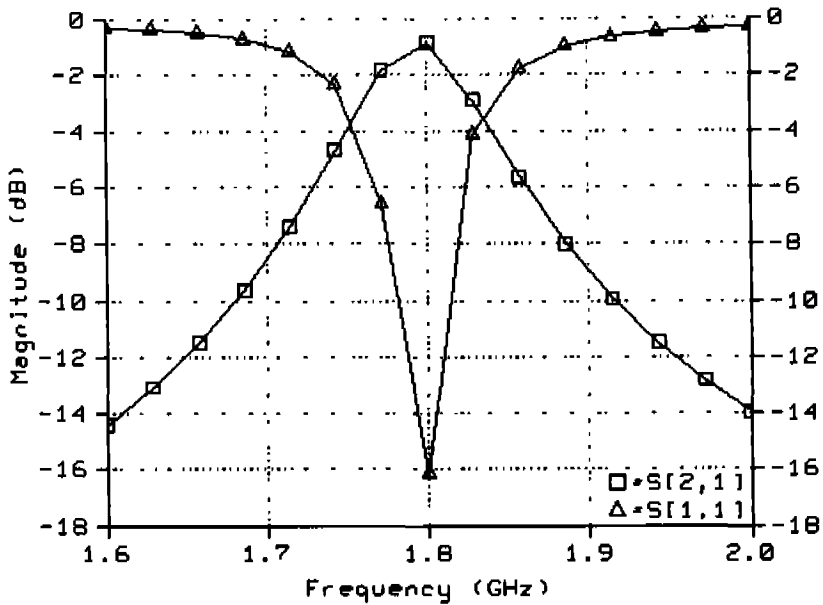
Fig. 6.11 S parameters of a ring resonator with two coupling lines in $\epsilon_r=24$.

유전율의 변화에 따른 α_2 파라미터를 이용하여 설계한 이중 결합선로를 갖는 링 공진기는 원하는 공진 주파수에서 공진한다. 단일 결합 선로를 갖는 링 공진기의 S 파라미터와 비교하면 이중 결합 선로를 갖는 링 공진기가 공진 주파수에서 공진특성이 더 좋다.

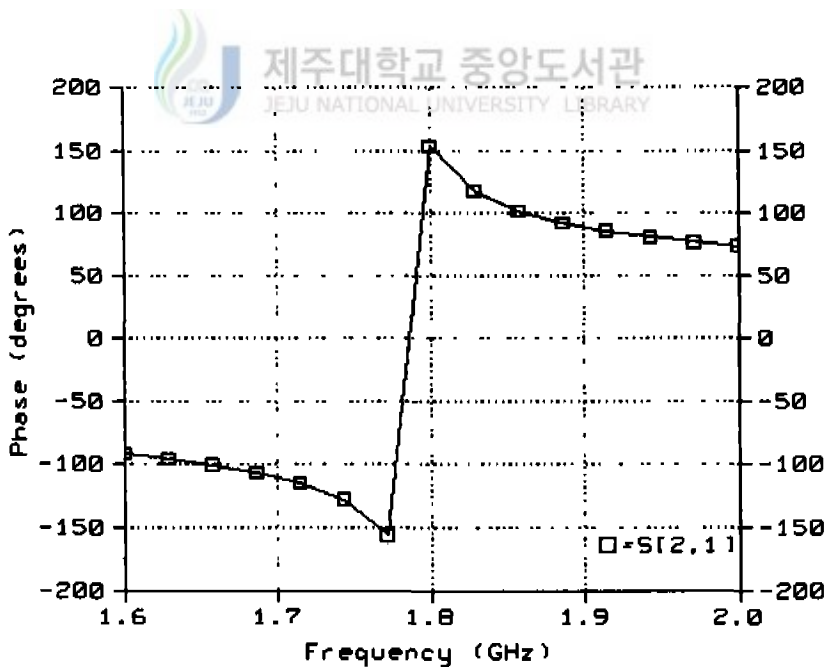
1) 링 공진기의 결합각도에 따른 S_{21} 의 변화

$w/R=0.08$, $\epsilon_r=20$ 인 링 공진기의 이중 결합선로의 길이를 결정하는 θ 를 다르게 설계하여 S_{11} 의 변화를 살펴본다. 그림 6.12, 그림 6.13, 그림 6.14는 각각 $\theta=30^\circ$, $\theta=90^\circ$ 와 $\theta=120^\circ$ 의 이중 결합선로를 갖는 링 공진기에 대한 시뮬레이션 결과이다.



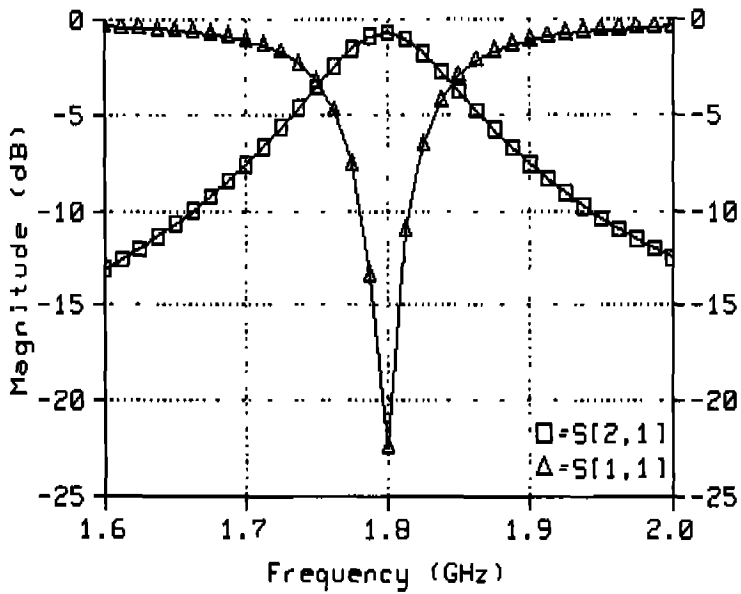


(a) Magnitude,

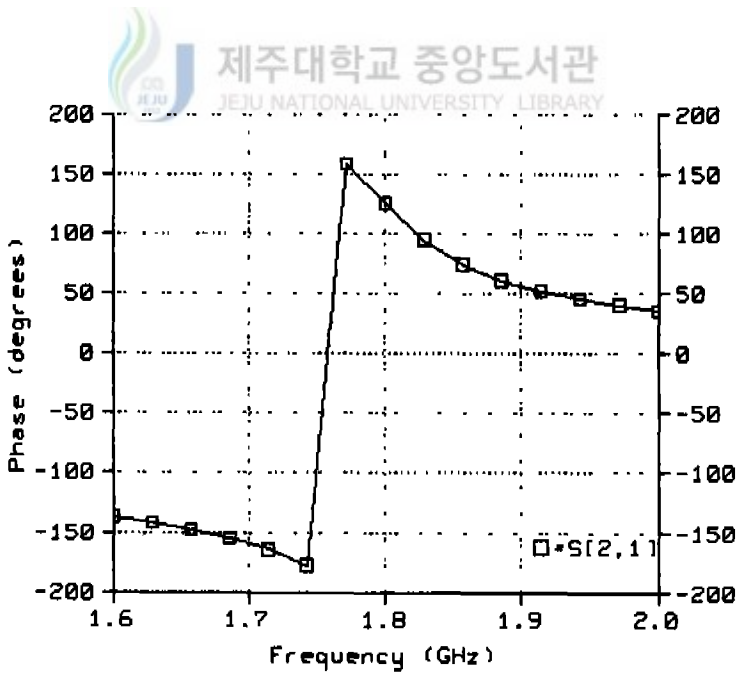


(b) Phase,

Fig. 6.12 Ring resonator of $\theta=30^\circ$.

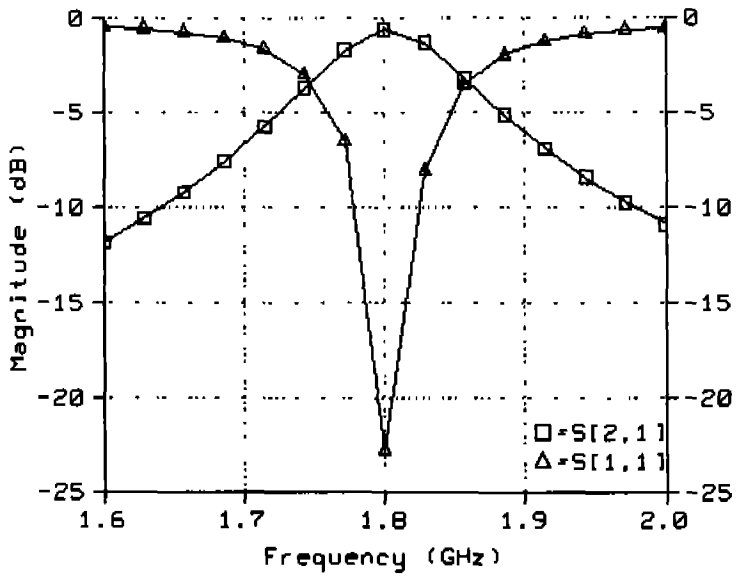


(a) Magnitude,

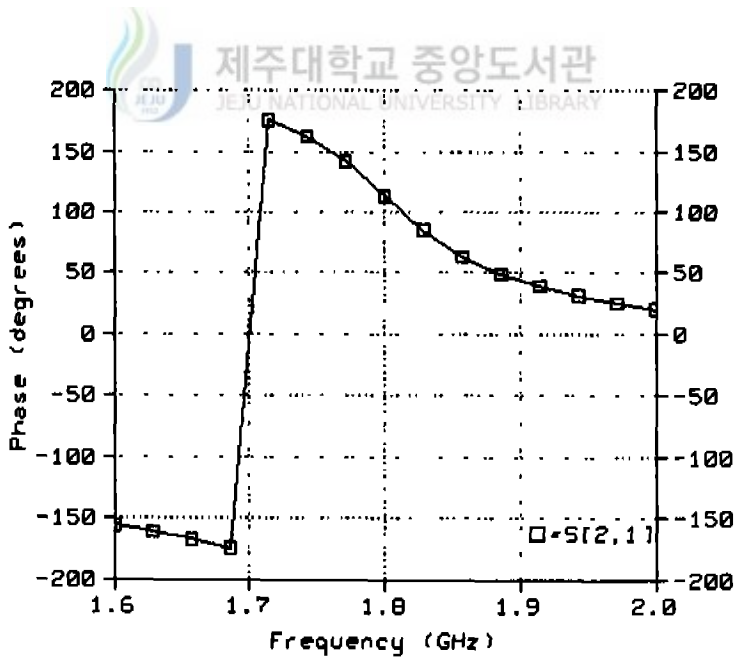


(b) Phase,

Fig. 6.13 Ring resonator of $\theta=90^\circ$.



(a) Magnitude,



(b) Phase,

Fig. 6.14 Ring resonator of $\theta=120^\circ$.

이중 결합선로를 갖는 링 공진기에서도 마찬가지로 통과대역에서 결합선로의 길이가 변하여도 공진 주파수는 변하지 않으며, θ 가 클수록 통과대역에서 S_{11} 이 많이 감소한다 이중 결합선로를 갖는 경우 결합선로의 길이가 길어짐에 따라 위상이 많이 이동하고 있다. 공진 주파수에서 $\theta=90^\circ$ 인 이중 결합선로를 갖는 링 공진기는 -23dB 떨어지는데, 단일 결합선로를 갖는 링 공진기는 -13dB떨어진다 같은 공진 조건에서 이중 결합선로를 갖는 링 공진기가 결합되는 부분이 많기 때문에 공진 주파수에서 S_{11} 이 많이 떨어지는 것을 알 수 있다. 그리고 단일 결합선로를 갖는 링 공진기와 비교하면 이중 결합선로를 갖는 링 공진기는 위상 천이가 크다.



5. 공진 주파수가 다른 링 공진기

$w/R=0.08$, $\epsilon_r=20$, $\theta=90^\circ$ 인 단일 결합선로를 갖는 링 공진기를 1.5GHz , 2.0GHz 그리고 2.5GHz 에서 공진하도록 설계하였다. 그림 6.15와 그림 6.16은 공진 주파수가 2.0GHz 와 2.5GHz 인 공진기에 대하여 모멘트법으로 해석하는 Ensemble을 이용하여 시뮬레이션한 결과이다.

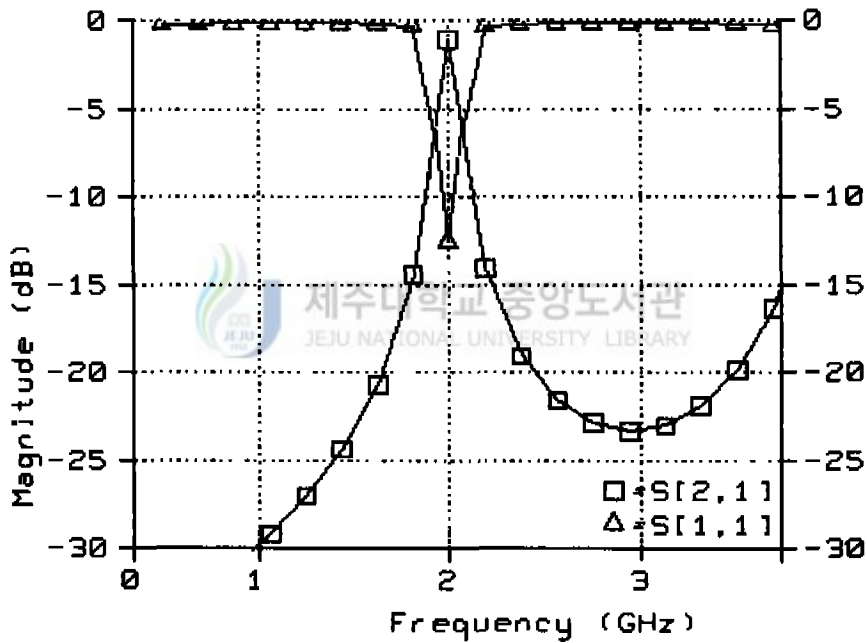


Fig. 6.15 S parameters of a ring resonator at resonant frequency 2GHz by Ensemble.

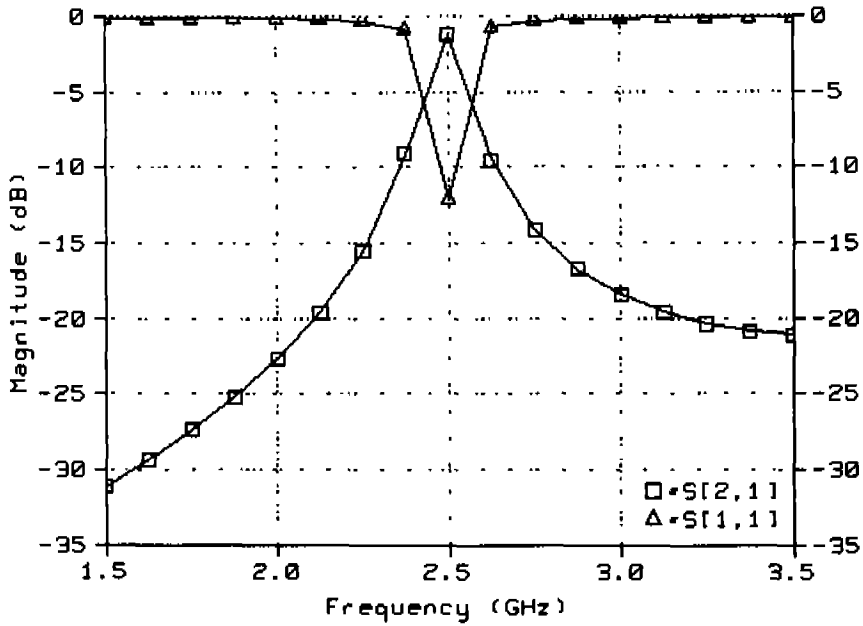


Fig. 6.16 S parameters of a ring resonator at resonant frequency 2.5GHz by Ensemble.

공진 주파수가 다른 경우 설계 공진 주파수에서 공진하고 있다.

그림 6.17과 그림 6.18은 공진 주파수가 1.5GHz와 2.5GHz인 공진기에 대해 FEM으로 해석하는 HFSS를 이용하여 시뮬레이션한 결과이다.

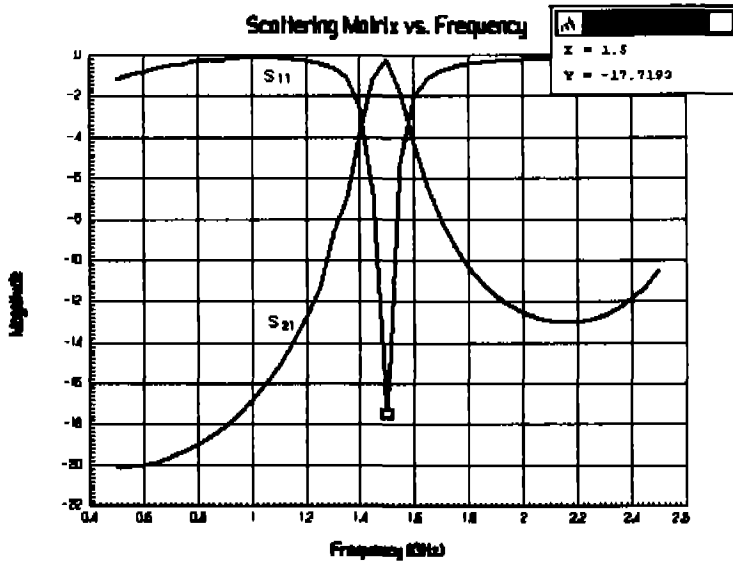


Fig. 6.17 S parameters of a ring resonator at resonant frequency 1.5GHz by HFSS.

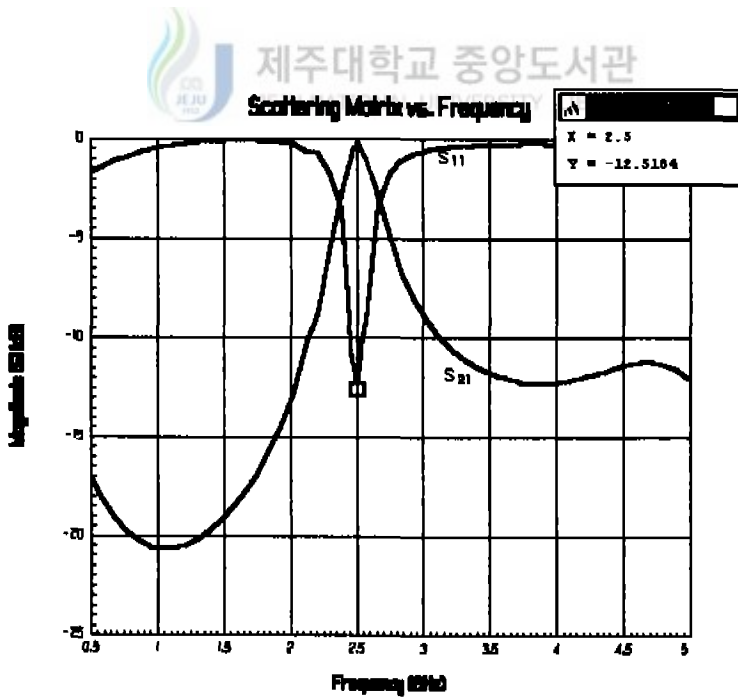


Fig. 6.18 S parameters of a ring resonator at resonant frequency 2.5GHz by HFSS.

본 연구에서 제시한 방법에 의해 $1.5GHz$ 그리고 $2.5GHz$ 의 공진 주파수서 진하는 링 공진기를 설계하고 해석 방법이 다른 소프트웨어를 이용하여 시뮬레이션한 결과도 역시 원하는 공진 주파수에서 공진이 잘 일어난다.

6. 링 공진기에 대한 전송선로 등가회로 해석 결과

단일 결합선로를 갖는 링 공진기에 대하여 본문에서 제시하고 있는 설계조건으로부터 얻은 표 5에서 $\epsilon_r=20$ 인 경우 보상된 반경은 $R'=7.5565mm$ 이며, 이때 각각의 커패시턴스 값은 $C_1=87.8687fF$ 과 $C_2=0.6447fF$ 이다. 그림 3.7과 같은 갭을 포함한 링 공진기의 전송선로 등가회로로부터 입력임피던스를 구할 수 있는데 공진 주파수에서 입력리액턴스 $X_{in}=0$ 가 되므로 (3.5.10)식에 C_1 과 C_2 를 대입하면 그림 6.19의 결과를 얻는다.

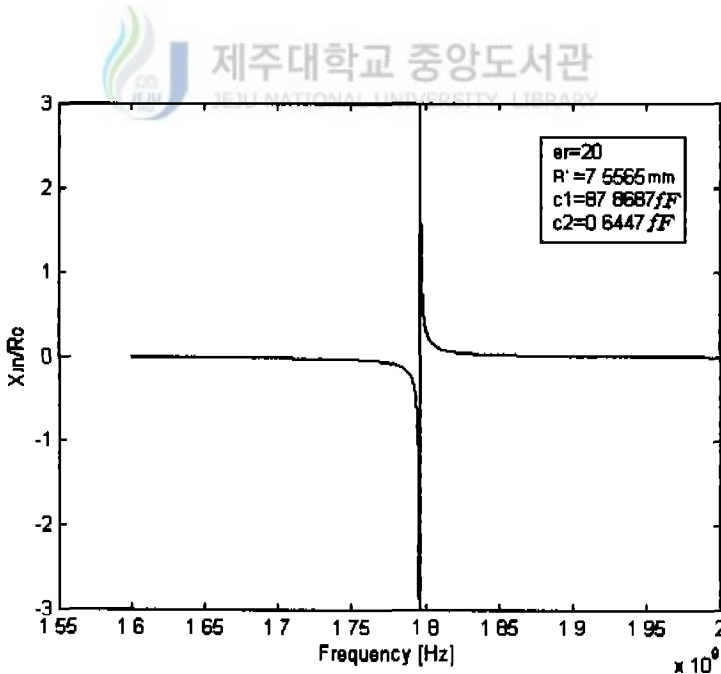


Fig. 6.19 Input reactance X_{in} versus frequency for a ring resonator with resonant frequency $1.8GHz$.

축소된 반경을 갖는 링 공진기의 전송선로 등가회로에 의한 해석결과는 $1.795GHz$ 에서 공진하고 있으며, 0.28% ($0.005GHz$)의 오차를 갖는다. 이러한 사실로부터 본문에서 제시하고 있는 설계조건을 이용하여 축소된 링 공진기의 반경으로 설계하면 원하는 공진 주파수를 갖는 공진기를 설계할 수 있다. 공진 주파수 $1.8GHz$, $w/R=0.08$, 유전율 $\epsilon_r=22$ 인 경우에 대하여 계산된 반경은 $R'=7.2254mm$ 이며, 이때의 커패시턴스값은 $C_1=102.3712fF$ 과 $C_2=0.797fF$ 이다. C_1 과 C_2 를 그림 3.7과 같은 전송선로 등가회로에 대입하여 입력임피던스를 계산한 결과는 그림 6.20과 같다.

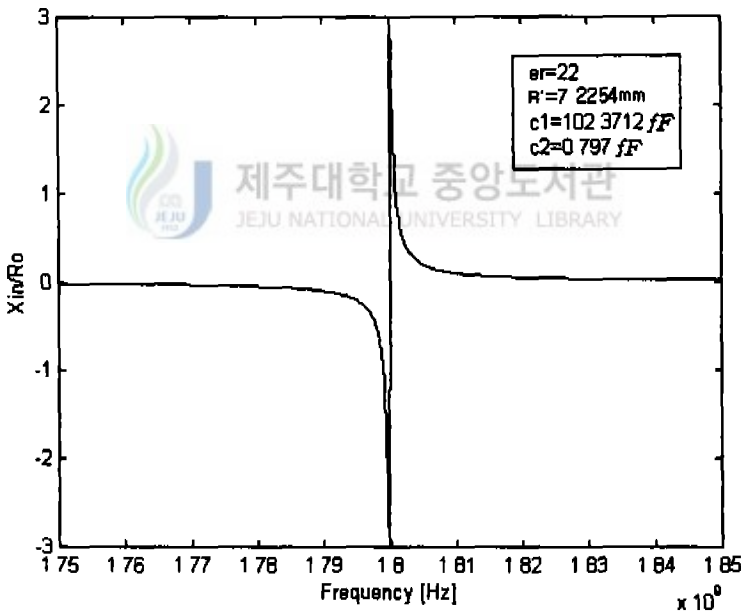


Fig. 6.20 Input reactance X_{in} versus frequency for a ring resonator with $\epsilon_r=22$.

그림 6.20에서 설계된 공진기의 공진 주파수는 $1.799GHz$ 에서 공진하고 있으며 0.05% ($0.001GHz$)의 오차가 있다. 그림 6.21은 위상에 대한 결과이다.

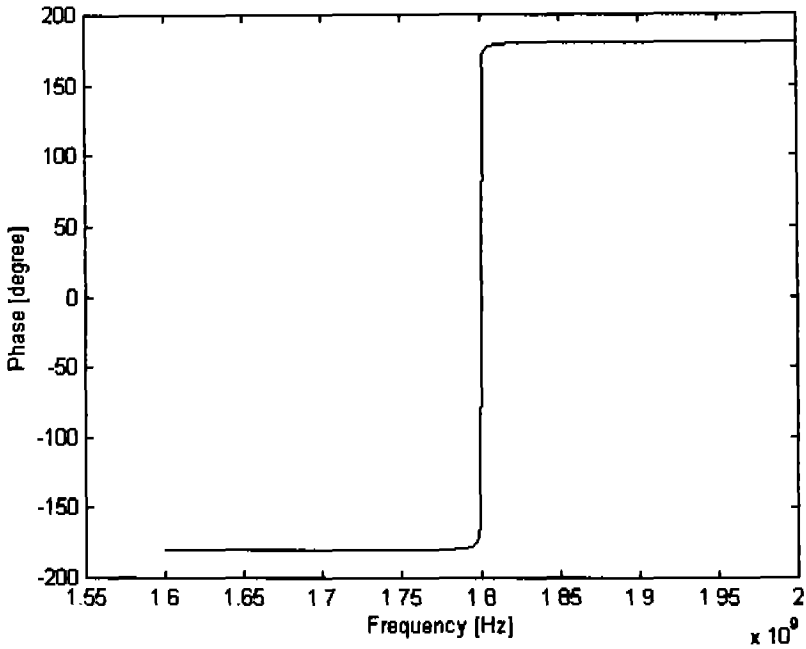


Fig. 6.21 Phase versus frequency for a ring resonator.



공진 주파수에서 위상이 급격히 변화하고 있다.

그림 6.22는 공진 주파수 1.8GHz , $w/R=0.08$, 유전율 $\epsilon_r=24$ 인 경우에 대하여 축소된 반경은 $R'=6.9253\text{mm}$ 이며, 이때의 커패시턴스값은 $C_1=111.7038\text{fF}$ 과 $C_2=1.0002\text{fF}$ 이다. C_1 과 C_2 를 그림 3.7과 같은 전송선로 등가회로에 대입하여 입력임피던스를 계산한 결과이다.

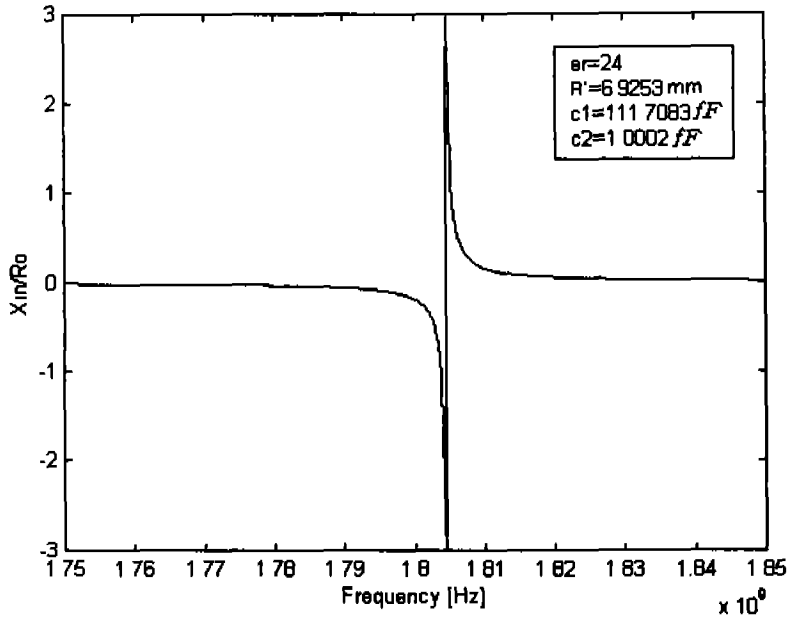


Fig. 6.22 Input reactance X_{in} versus frequency for a ring resonator with $\epsilon_r=24$.



그림 6.22는 1.804GHz에서 공진하고 있으며, 0.22% (0.004GHz)의 오차가 있다.

VII. 링 공진기 제작 및 측정

본 논문에서 제시하고 있는 링 공진기 설계방법의 타당성을 입증하기 위해서 실제 링 공진기를 제작한다.

1. 제작 가능한 허용 범위를 고려한 링 공진기의 설계

$\epsilon_r=20$ 인 경우에 앞 절에서 설계한 링 공진기의 반경은 7.5565mm 이다. 링 공진기를 실제 제작하기 위해서는 유효자릿수의 조절이 필요하므로 공진 반경을 7.6mm 과 7.55mm 으로 설계하였을 때 공진 주파수의 변화를 살펴본다. 각 반경에 대한 시뮬레이션한 결과는 그림 7.1과 그림 7.2에 나타내었다.

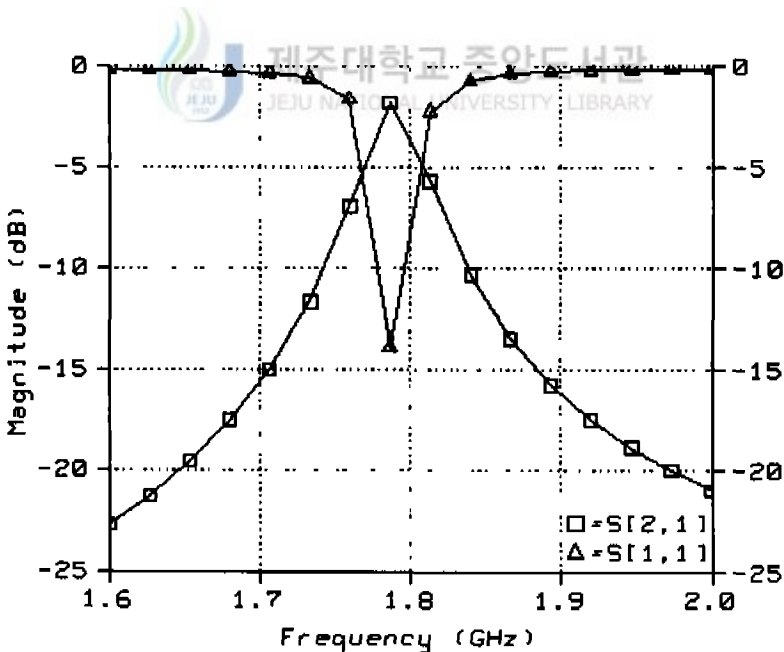


Fig. 7.1 S parameters in a ring resonator with one coupling line in $R'=7.6\text{mm}$.

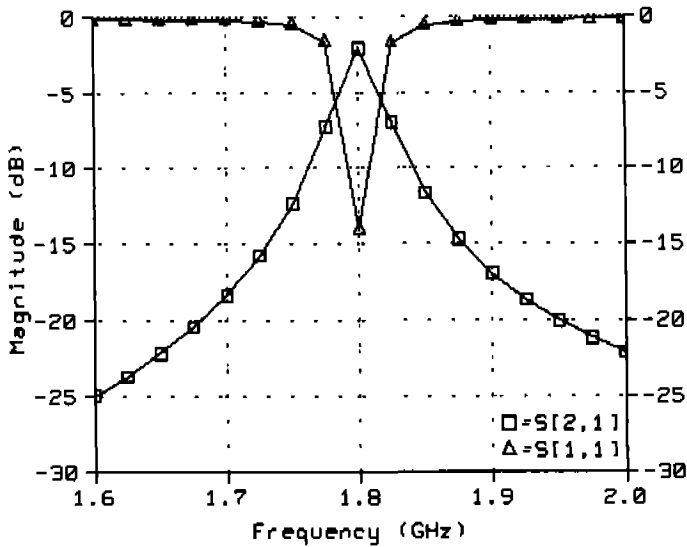


Fig. 7.2 S parameters in a ring resonator
with one coupling line in $R'=7.55\text{mm}$.

그림 7.1은 반경이 7.6mm인 경우의 결과를 나타낸 것으로 원하는 공진 주파수 1.8GHz에서 벗어나며, 그림 7.2는 반경이 7.55mm인 경우에 대한 것으로 원하는 공진 주파수에서 공진하고 있다. 본 논문에서는 링 공진기를 제작하기 위해서 설계 조건으로부터 계산한 설계치로부터 소수점 이하 둘째 자리까지만 선택하여 링 공진기를 제작한다.

2. 마이크로스트립 링 공진기의 제작

링의 반경을 7.55mm로 하여 도출한 링 공진기의 제작 파라미터는 표 7과 같다.

Table 7. Design parameter for manufacture. (mm)

평균 반경 R	선로 폭 w	유전체 높이 h	갭크기 s	결합 각도 θ
7.55	0.60	1.38	0.26	90°

링 공진기를 제작하는 순서는 그림 7.3과 같다.



Fig. 7.3 Flow chart for manufacture of the ring resonator.

표 7의 설계 값을 이용하여 링 공진기를 디자인하고 유전체 기판 위에 마이크로스트립 선로를 만들기 위해 스크린 패턴을 제작한다. $\epsilon_r=20$ 의 높은 유전체 기판은 $2GHz$ 에서 $Q=40000$ 의 특성을 갖는 세라믹을 이용하여 높이가 $1.38mm$ 인 유전체를 제작한다. 제작된 세라믹 유전체 기판의 한면을 그라운드 처리하고 다른 한면에 마이크로스트립 선로의 스크린 패턴을 올려놓고 도전율이 $5.8 \times 10^7 \Omega/m$ 인 은을 이용하여 프린트한다. 그림 7.4는 실제 제작된 링 공진기를 100원짜리 주화와 크기를 비교하였다.

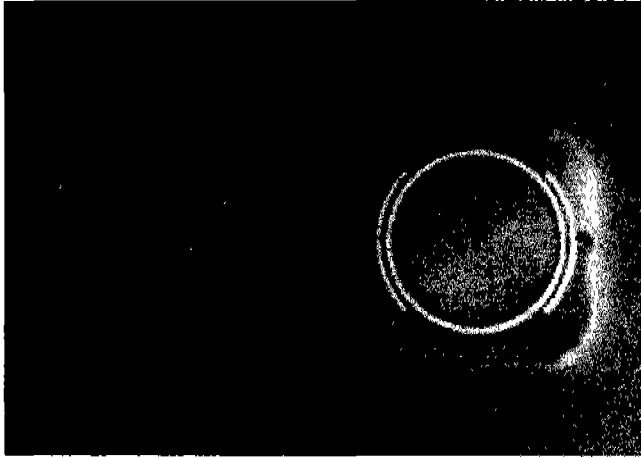


Fig. 7.4 Photograph of the ring resonator.

그림 7.5는 제작된 링 공진기의 특성을 분석하기 위해서 컴퓨터와 Network analyzer를 연결한 실험장치들의 전체적인 구조이다.

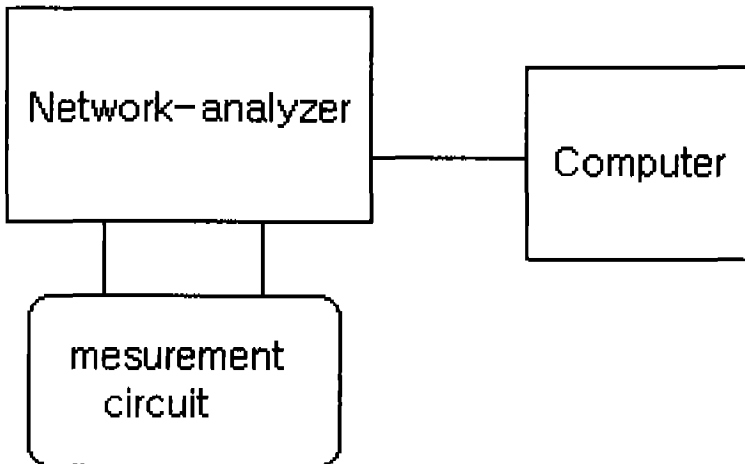


Fig. 7.5 Outline of the circuit for measurement.

그림 7.6은 실제적인 측정 모습이다. 측정에 사용된 기기는 Hewlett Packard HP8720C Network analyzer이다. DUT(Device Under Test) 측정기 위에 제작한 링 공진기를 올려놓고 동축선로를 이용하여 급전선로와 Network analyzer를 연결하여 주파수의 변화에 따른 S 파라미터를 측정한다.

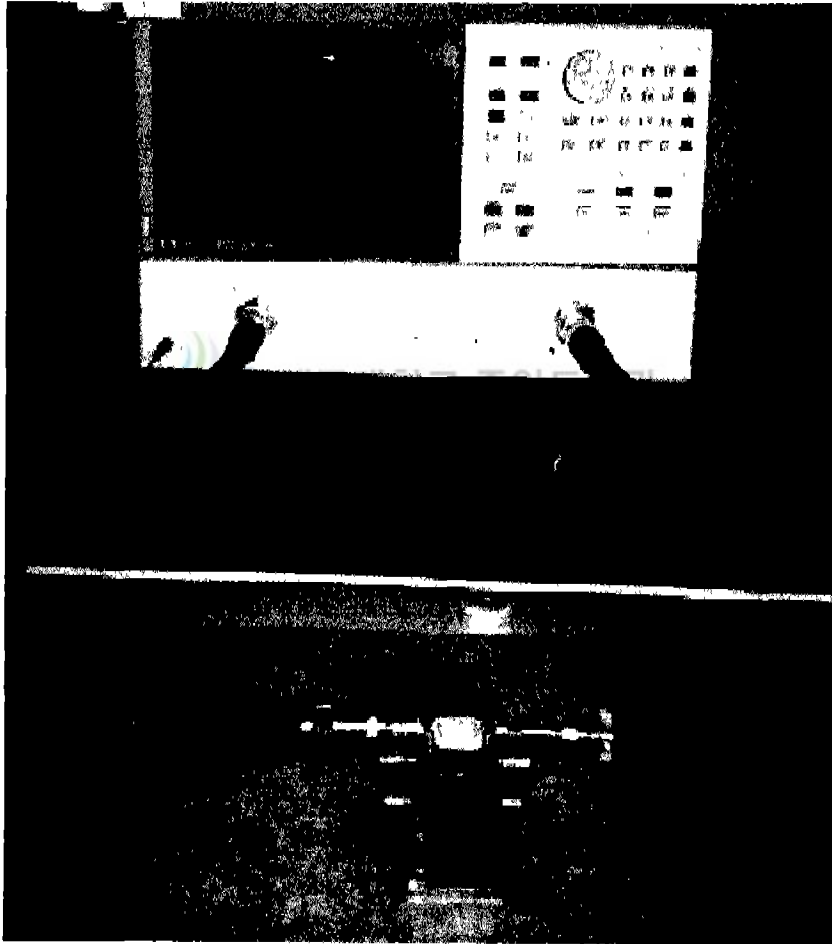
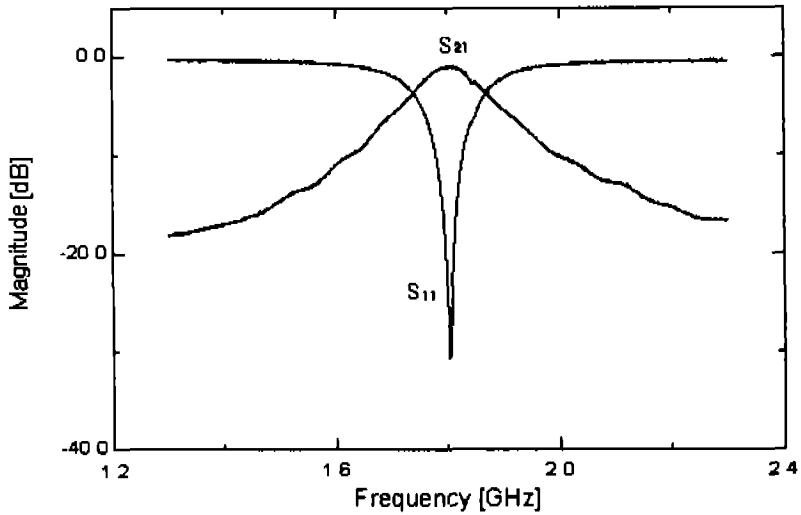


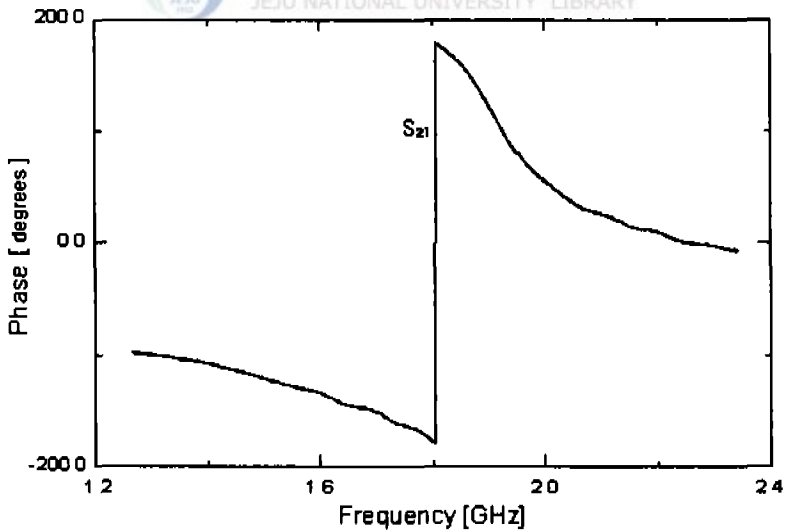
Fig. 7.6 Photograph of a measuring apparatus with the ring resonator.

3. 결과 및 고찰

그림 7.7는 표 7의 설계 값으로 제작한 링 공진기의 측정 결과이다.



(a) Magnitude,
제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY



(b) Phase,

Fig. 7.7 Result for measurement of the ring resonator.

제작한 링 공진기는 $1.80375GHz$ 에서 공진하고 있으며, 위상도 공진 주파수에서 급격히 변하고 있다. 공진 주파수의 오차는 $1.8GHz$ 에서 0.208% ($0.00375GHz$) 정도로 설계 공진 주파수에서 잘 공진하고 있다. 이러한 오차는 제작을 위해서 원래의 설계값에서 소수점 셋째자리 이하의 값을 생략하고 설계하였기 때문에 나타난 오차라고 볼 수 있다.

그림 7.8은 제작한 링 공진기의 특성을 스미스차트(Smith Chart)로 나타낸 HP8720C Network analyzer의 화면을 촬영한 사진이다.



Fig. 7.8 Result of Smith Chart on the screen.

스미스차트 상에 나타난 내부궤적은 동작 주파수가 $1.3GHz$ 에서 $2.3GHz$ 까지의 S_{11} 값을 나타낸 것이며, $1.8GHz$ 에서 저항이 1인 원과 $X=0$ 이 만나는 점을 통과하고 있으므로 공진이 잘 일어나고 있다.

단일 결합선로를 갖는 마이크로스트립 링 공진기를 설계하고 HFSS에 의해 시뮬레이션하여 얻은 전계분포를 그림 7.9에 나타내었다.

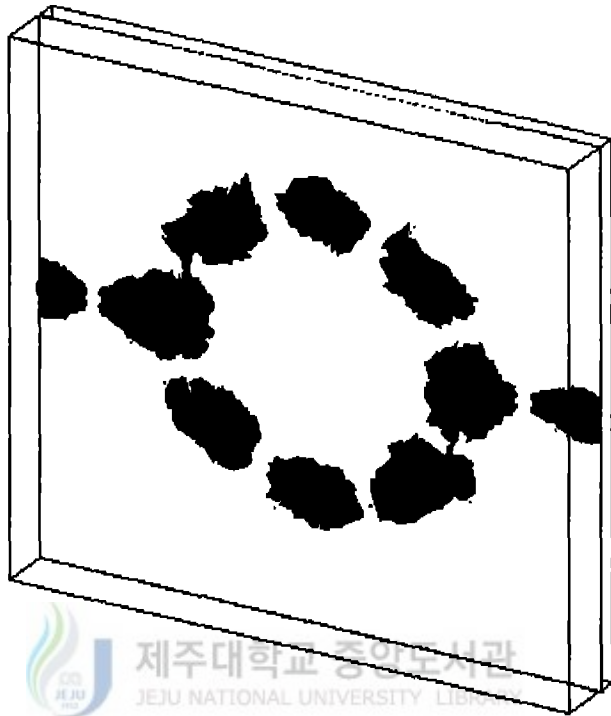


Fig. 7.9 Field distribution of a ring resonator with one coupling line.

링 공진기에서 공진이 일어날 때 전계분포의 형태와 세기는 뚜렷하고 강해진다. 앞에서 제시한 링 공진기 설계조건에 의해서 디자인된 단일 결합선로를 갖는 링 공진기는 그림 7.9에서 알 수 있듯이 공진이 잘 일어나고 있다.

제작한 공진기의 유전체손실과 도체손실에 의한 주파수 선택도는 (2.2.8)식에 의해서 $Q=176.9$ 이며, 방사손실에 의한 성분은 기판의 유전율은 20이고 손실탄젠트값은 $\tan \delta=2.5 \times 10^{-5}$ 이므로 (2.2.11)식에 의해서 $Q_r=37070.475$ 이다.

링 공진기를 제작하기 위해서 설계조건으로부터 설계 파라미터들을 계산값으로부터 소수점 이하 둘째 자리까지만 선택하여 제작하였다. 유전율이 20인 경우 링 공진기의 반경은 7.55mm이며, 유전율이 커지면 반경은 더 작게 제작할 수 있다. 제작한 링 공진기의 측정 결과는 설계 공진 주파수에서 공진하고 있으며, 그림 7.2의 시뮬레이션 결과와 일치하고 있다.

링 공진기를 제작하고 측정한 결과는 본 논문에서 제시하고 있는 설계방법의 타당성을 입증하고 있다.



Ⅶ. 결 론

지금까지 링 공진기에 대한 연구는 외부 결합선로가 없는 경우 링 공진기 자체의 특성을 구하는 방법을 제시하거나, 유전율이 낮은 기판 위에 반경에 대한 선로 폭의 비를 크게 설계하여 공진 주파수의 변이를 줄이는 등, 링 공진기와 결합 갭 사이의 영향을 고려하지 않은 경우가 대부분이었다. 링 공진기를 다른 회로 성분들과 함께 사용하기 위해서는 결합 갭을 포함한 구조로 만들어야 한다. 본 논문에서는 결합선로와 결합 갭의 영향에 따른 공진 주파수의 이동을 고려한 링 공진기를 제작할 수 있는 설계방법을 제시하였다.

결합 갭이 있는 링 공진기는 작은 w/R 의 값과 갭에 의해서 공진 주파수가 이동하게 되므로 원래의 공진 주파수에서 공진하는 링 공진기를 제작하기 위해서 링의 반경을 보상해 주었다. 그리고 공진특성을 좋게 하기 위해서 공진기와 평행한 결합선로를 이용하였다. 그런데 이러한 결합선로 역시 공진 주파수를 이동시키는 원인이 되므로 결합 갭과 결합선로에 의해 이동되는 주파수성분을 고려해 주었다. 결합 갭을 포함한 단일 결합선로를 갖는 링 공진기의 반경을 갭 사이에 존재하는 우수모드 커패시턴스의 변화량으로 나타내고, 이러한 우수모드 커패시턴스를 길이가 짧은 선로에 대한 관계식에 적용하여 링 공진기의 평균원주를 구하였다. 그리고 링 공진기의 평균원주는 유전율에 따라 변하므로 이러한 문제점을 해결하기 위하여 설계조건 α 를 제시하였다. 유전율에 따른 설계조건 α 와 w/h 로부터 갭크기 s 와 새로운 설계반경 R' 그리고 기판의 높이를 구하였다. 이렇게 계산된 값에 의해 설계한 링 공진기를 모멘트법으로 해석하는 Ensemble을 이용하여 시뮬레이션 한 결과, 공진특성이 개선되었고 설계 공진 주파수에서 잘 공진하였다. 공진 주파수에서 S_{11} 의 감쇠를 크게 하기 위해서 결합선로의 길이를 변화시켜 특성을 살펴보았다. 그러나 결합선로 길이의 증감에 따라서 공진 주파수는 변하지 않았다. 유전율이 같

은 경우, 이중 결합선로를 사용한 링 공진기는 단일 결합선로를 갖는 링 공진기에 비하여 공진 주파수에서 S_{11} 이 더 크게 감소하였다. 제시한 설계방법에 의해서 계산된 평균원주를 갖는 링 공진기에 대하여 전송선로 등가회로 해석법으로 구한 공진특성은 컴퓨터 시뮬레이션 결과와 일치하였다. 이 설계방법은 설계 주파수가 다른 경우에도 좋은 특성을 보였으며, 유한 요소법으로 해석하는 HFSS를 이용하여 시뮬레이션한 결과 역시 설계 공진 주파수에서 공진하였다. 논문에서 제시하는 설계방법의 타당성을 입증하기 위해서 $\epsilon_r=20$ 에서 $1.8GHz$ 의 공진 주파수를 갖는 단일 결합선로를 포함한 링 공진기를 제작하였다. 실제 제작을 위해서는 제작 상의 한계가 있으므로 계산된 설계치에서 소수 둘째자리까지 선택된 값을 사용하여 링 공진기를 제작하였다. 제작한 링 공진기의 측정 결과는 시뮬레이션 결과와 잘 일치하였다.

본 논문에서 제시한 설계방법에 의해 만들어진 링 공진기는 마이크로파 시스템에서 협대역 특성을 갖는 필터 등으로 사용될 수 있다.



참고문헌

- 안달, "이동통신 시스템용 대역통과 여파기 설계기술 동향" 전자공학회지, 제24권, 제1호, p.106-112, 1997.
- 안달, 김인선, 신양균, 강광용, 이상렬, 한석기, "TEM 모드에 기초한 새로운 방법의 고리형 공진기 해석." 마이크로파 및 전파전파연구회 춘계 학술발표회 논문집, Vol.18, No.1, pp 28-31, May, 1995.
- 안달, 김인선, 신양균, 강광용, 홍현진, 강상기, "변형된 고리형 공진기를 이용한 2-pole대역통과 여파기 설계." 통신학회 추계 학술발표회 논문집, Vol.14, No.2, pp 787-789, 1995.
- Chandra Gupta, Anand Gopinath "Equivalent Circuit of Microstrip Step Change in Width." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-25, No. 10, p.819-824, Oct. 1977.
- Cheng Cheh Yu, Kai Chang, "Transmission Line Analysis of a Capacitively Coupled Microstrip Ring Resonator." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 45, No. 11, p.2018-2024, Nov. 1997.
- Chien-Hsun Ho, Lu Fan, and Kai Chang, "A New Type of Waveguide Ring Cavity for Resonator and Filter Applications." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 42, No. 1, p.41-51, Jan. 1994.
- David M. Pozar, *Microwave Engineering*, Chap 11, Addison Wesley Publishing Company, 1990.
- Donald G. Dudley, *Mathematical Foundations for Electromagnetic Theory*, Chap. 4, IEEE PRESS, 1994.
- E. H. Fooks, R. A. Zakarevicius, *Microwave Engineering Using Microstrip Circuit*, Chap. 3.2, Chap. 8, PRENTICE HALL, 1989.
- George L. Matthaei, Leo Young, E. M. T. Jones, *Microwave Filters*

Impedance Matching Networks and Coupling Structures, Artech House, Chap. 5, 1980.

· Hiroyuki Yabuki, Morikazu Asgawa, Michiaki Matsuo and Mitsuo Makimoto, "Stripline Dual-Mode Ring Resonators and Their Application to Microwave Devices." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-44, No. 5, p.723-729, May, 1996.

· Ingo Wolff, Vijai K. Tripathi, "The Microstrip Open-Ring Resonator" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-32, No. 1, p.102-107, Jan. 1984.

· James. Plourde and Chung Liren, "Application of Dielectric Resonators in Microwave Components." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-29, No. 8, p.754-769, Aug. 1981.

· Jia Sheng, Michael JU. Lancaster, "Coupling of Microstrip Square Open Loop Resonators for Cross Coupled Planar Microwave Filters." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 44, No. 12, p.2209-2109, Dec. 1996.

· Jia Sheng Hong & Michael J. Lancaster, "Theory and Experiment of Novel Microstrip Slow-Wave Open-Loop Resonator Filters" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 45, No. 12, p.2358-2365, Dec. 1997.

· J. Michael Drozd, William T. Joines, "Determining Q using S Parameter Data" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 44, No. 11, p.2123-2127, Nov. 1996.

· Joseph Helszajn, *Synthesis of Lumped Element, Distributed and Planar Filters*, Chap.8, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, 1990.

· Kai Chang, *Microwave Ring Circuits and Antennas*, JOHN WILEY & SONS, INC., 1996.

- Kai Chang, Scott Martin, Fuchen Wang and James L. Klein, "On the study of Microstrip Ring and Varactor-Tuned Ring Circuits." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-35, No. 12, p.1288-1295, Dec. 1987.
- Kenji Kawano and Hisashi Tomimuro, "Spectral Domain Analysis of an Open Slot Ring Resonator." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-30, No. 8, p.1184-1187, Aug. 1982.
- 김봉겸, 강상기, 이일규, "이동통신용 RF 핵심 부품 기술 동향" 한국통신학회지, 제13권, 제11호, p.1170-1178, 1996.
- Marleen Verplanken and Jeanvan Bladel, "The Magnetic-Dipole Resonances of Ring Resonators of Very High Permittivity." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-27, No. 4, p.328-333, Apr. 1979.
- Morikazu Sagawa, Mitsuo Makimoto and Sadahiko Yamashita, "Geometrical Structure and Fundamental Characteristics of Microwave Stepped-Impedance Resonators." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-45, No. 7, p.1078-1085, July. 1997.
- Murray R. Spiegel, *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*, McGraw-Hill, 1968.
- M. Maeda, "An Analysis of Gap in Microstrip Transmission Lines." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-20, p.390-396, June. 1972.
- 오테레사, 김홍수, "링 공진기에서 선로 폭에 따른 대역폭의 변화" 춘계 마이크로파 및 전파학회대회 논문집, Vol. 21, No. 1, p.136-139, May, 1998.
- 오테레사, 김홍수, "전송선로 해석법에 의한 감쇠극을 갖는 링 공진기의 특성해석" 전자공학회 통신공학회 대한전자공학회 제주지부, 제주대학교 정보통신연구소 학술발표회논문집, 제13집, p.58-63, Aug. 1998.

- P. Guillon, B. Byzery and M. Chaubet, "Coupling Parameters Between a Dielectric Resonator and a Microstripline." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-33, No. 3, p.222-226, Mar. 1985.
- P. Silvester and P. Benedek, "Equivalent Capacitance of Microstrip Open Circuits," IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-20, p.729-733, Nov. 1972.
- Robert A. Pucel, Daniel J. Masse and Curtis P.Hartwig, "Losses in Microstrip." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-16, No. 6, p.342-350, June. 1968.
- Shin-Lin Lu, Altan M. Ferendeci, "Coupling Parameters for a Side-Coupled Ring Resonator and a Microstrip Line." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 44, No. 6, p.953-956, June. 1996.
- Sotirios G.Pintzos, Reinhold Pregla, "A Simple Method for Computing the Resonant Frequencies of Microstrip Ring Resonators." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-26, No. 10, p.809-813, Oct. 1978.
- S. R. Borgaonkra and S. N. Rao, "Broad-band Coupling of High- Q Resonant Loads." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. MTT-27, No. 7, p.1733-1739, July. 1979.
- Terry Edwards, *Foundations for Microstrip Circuit Design*, Chap.3, Chap.5, Chap.6, JOHN WILEY & SONS, 1992.
- Vijai K. Tripathi, Ingo Wolff, "Perturbation Analysis and Design Equations for Open and Closed-Ring Microstrip Resonators." IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 32, No. 4, p.405-409, April. 1984.
- Yasutoshi Komatsu and Yoshikazu Murakami, "Coupling Coefficient Between Microstrip Line Dielectric Resonator." IEEE Trans.

Microwave Theory Tech., Vol. 31, No. 1, p.34-40, Jan. 1983.

· Y. S. WU and F.J. Rosenbaum, "Mode Chart for Microstrip Ring Resonators " IEEE Trans. Microwave theory Tech., Vol. MTT-21, No 7, pp.487-489, 1973.

· 유경완, 박광량, "위성통신 중계기용 여파기 설계기술" 전자공학회지, 제25권, 제1호, p.40-48, 1998.



감사의 글

이 논문이 완성되어 이 자리에 설수 있게 많은 시간 끊임없는 관심으로 지도해주신 김 홍수 지도교수님께 감사를 드립니다. 그리고 여러가지로 모자란 점을 끝까지 살펴보아주신 임 재운, 양 두영, 이 민수, 박 영태교수님께도 감사드립니다. 그 밖에 이 용학, 문 건, 강 진식 학과 교수님들과 김 익찬, 김 철수, 김 장형교수님께도 감사드립니다. 오랜 시간 지켜보아주시고 끝까지 희망과 용기로 북돋아주시는 시댁 부모님과 사랑스런 두 아이들 재준이와 우준이 그리고 그 동안 많은 고통을 기꺼이 함께 해 준 남편에게 감사드립니다. 마지막으로 부족한 저를 사랑으로 감싸주시고 노심초사 늘 걱정만 끼쳐드렸던 아버님과 어머님께 이 논문을 바칩니다.

