

碩士學位論文

負荷 觀測器를 갖는 직류 서보 전동기의  
퍼지 速度 制御

指導教授 金 一 煥



濟州大學校 産業大學院

電子電氣工學科

金 營 殖

2000

# 負荷 觀測器를 갖는 직류 서보 전동기의 퍼지 速度 制御

指導教授 金 一 煥

이 論文을 工學碩士學位 論文으로 提出함.

2000年 6月 日

濟州大學校 產業大學院

電子電氣工學科(電氣工學)



JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

金 營 殖

金營殖의 工學碩士學位 論文을 認准함.

2000年 6月 日

委員長 左 宗 根



委 員 吳 性 寶



委 員 김 일 환



# 목 차

LIST OF FIGURES .....	iii
LIST OF TABLES .....	V
SUMMARY .....	vi
I. 서 론 .....	1
II. 직류 서보 전동기의 수학적 모델링과 부하관측기 .....	3
1. 직류 서보 전동기의 수학적 모델링 .....	3
2. 부하 관측기 .....	6
III. 퍼지 이론 .....	8
1. 퍼지 집합 .....	8
1) 퍼지 집합의 표현 .....	9
2) 퍼지 집합의 연산 .....	9
3) 퍼지 집합의 성질 .....	11
4) 소속함수의 특징 .....	12
5) 퍼지 집합 사이의 관계 .....	13
2. 퍼지 논리 .....	14
1) 퍼지 논리 연산자 .....	14
2) 고전 논리에서의 함의 .....	15
3. 퍼지 관계 .....	16



1) 퍼지 관계의 합성 .....	16
2) 퍼지 관계의 성질 .....	17
3) 퍼지 관계 방정식 .....	18
4. 퍼지 함수 .....	18
5. 근사추론 .....	19
1) 단일 퍼지 규칙에 의한 추론 .....	20
2) Mamdani 최소최대연산법의 min-max method .....	20
IV. 퍼지 속도 제어기의 구성 .....	23
1. 퍼지화 .....	23
2. 퍼지 추론 .....	25
3. 비퍼지화 .....	26
V. 실험 및 결과 검토 .....	28
VI. 결 론 .....	32
참고문헌 .....	33



# LIST OF FIGURES

Fig. 1 Equivalent circuit of dc servo motor .....	4
Fig. 2 Block diagram of dc servo motor drive .....	5
Fig. 3 Block diagram of dc servo motor drive with a load observer	6
Fig. 4 Speed control of dc servo motor with a load observer .....	7
Fig. 5 Fuzzy union set and intersection set .....	10
Fig. 6 Attached function of crisp set and fuzzy set .....	12
Fig. 7 Mamdani's min-max method .....	22
Fig. 8 System block diagram of fuzzy logic controller .....	23
Fig. 9 Membership function for the control rules .....	24
Fig. 10 Configuration of control object system .....	28
Fig. 11 Experimental results of speed response using fuzzy and PID controller with no load .....	30

Fig. 12 Experimental results of speed response using fuzzy and PID controller with no load observer .....31

Fig. 13 Experimental results of speed response using fuzzy and PID controller with a load observer .....31



# LIST OF TABLES

Table 1 Fuzzy logic rules .....	26
Table 2 Parameters of dc servo motor .....	30



# Fuzzy Speed Control of DC Servo Motor with a Load Observer

Young-Sig Kim

DEPARTMENT OF ELECTRONIC AND ELECTRICAL ENGINEERING  
GRADUATE SCHOOL OF INDUSTRY  
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

Supervised by professor Eel-Hwan Kim

## SUMMARY



This paper presents a study of the performance of dc servo motor with a fuzzy speed controller in the presences of load disturbances. A load disturbance observer is proposed in order to provide a way to reduce the speed variation due to sudden load changes in motor system. Experimental results show the good performance in the dc servo motor system with the proposed fuzzy controller.



# I. 서 론

직류 서보 전동기는 회전자 관성이 매우 작고 응답 특성이 우수하여 컴퓨터 주변 장치나 산업용 로봇의 액츄에이터 등 많은 분야에서 사용되고 있다(대한전기학회, 1992). 서보 전동기의 제어에 관한 연구(오훈, 1993)가 다양하게 진행되어 오고 있는데, 그 중에서는 새로운 제어기법을 이용함으로써 제어성능을 향상시키기 위한 것뿐만 아니라 제어 시스템을 구성하는데 있어 부분생략 또는 간략화 함으로써 제어성능은 다소 떨어지나 경제적인 측면이나 하드웨어 부피 등을 우선적으로 고려하는 연구 내용들도 보고되고 있다. 실제로 존재하는 모든 시스템에는 모델의 불확실성과 외부 잡음이 존재할 수밖에 없다. 이러한 불확실성에 대한 제어시스템의 성능 개선을 위한 연구도 많이 진행되어 오고 있다. 지금까지 연구되어온 최적제어이론, 견실제어이론 등은 복잡한 행렬식을 만족하는 것이 관건이며, 이를 구하는 알고리즘이 매우 복잡하여 실제 시스템에 적용하기에는 한계가 있다.

이러한 문제점들을 해결하기 위해 1965년 Zadeh는 퍼지 개념을 제어 시스템에 도입하였다. 이 퍼지의 개념은 각 대상이 어떤 모임에 『속한다, 속하지 않는다』라는 이원론적인 논리로부터 각 대상을 그 모임에 애매 모호한 상황도 표현할 수 있는 『속하는 정도』를 표현함으로써 수치상으로 언어적인 애매한 표현을 컴퓨터가 이해 할 수 있도록 하였다. 1974년 Mandani는 퍼지 제어를 최초로 모형 스팀엔진 제어에 직접 응용하였다. 퍼지 이론(L.A. Zadeh, 1973)은 병렬형 제어이며 조건부에 다양한 전제 조건을 달수 있는 논리형 제어이다. 그리고 애매하게 표현된 자료를 우리에게 유용한 자료로 만들기 위해 퍼지 집합, 퍼지 논리, 퍼지 함수, 퍼지 관계 등의 개념을 포함하고 있으며 수학적 계산 방법도 잘 개발되어 있다. 임의의 시스템에 퍼지 이론을 적용 시키고자하는 가장 큰 이유는 시스템이 비선형적이고 복잡한 시스템이라 할 지라도 수학적 해석

이 필요 없으며, 물리적으로 측정할 수 없는 돌발적인 외란까지도 이용될 수 있다는 것 때문이다. 또한 제어기 설계시 인간의 사고를 모방한 알고리즘을 사용함으로써 외부 변화에 따라 종합적 판단으로 해결하지 못하던 기존의 문제점을 개선할 수 있다는 장점을 가진다.

따라서 본 논문에서는 공칭모델(nominal model)의 역모델과 필터로서 얻어지는 외란 관측기(U.K. Kang, 1991)를 도입하여 부하 외란을 최소화 하면서 직류 서보 전동기의 속도 제어를 원활히 할 수 있는 퍼지 제어 시스템을 제안하였다. 제안된 시스템의 타당성을 검증하기 위해 기존의 PID 제어 성능과 비교 분석한다. 2장에서는 제안된 퍼지 제어기를 사용해 속도 제어를 하기 위해 직류 서보 전동기의 수학적 모델링과 부하 관측기에 대해서 서술하였다. 3장에서는 기본적인 퍼지 이론에 대해서 서술하였으며, 4장에서는 퍼지 논리 제어를 설계하는 부분으로 입력값을 퍼지화시키는 단계와 퍼지화된 각각의 입력 변수들을 퍼지 관계와 퍼지 논리의 추론 규칙을 도입하여 퍼지 제어 입력을 구해주는 추론 관계, 그리고 추론후 계산된 퍼지값을 실제 제어 입력으로는 사용할 수 없으므로 이를 명확한 값으로 변환시키는 비퍼지화 단계의 3단계로 설계하였다. 5장에서는 일반적인 PID 제어기와 제안된 퍼지 제어기를 이용하여 실험을 행하였고, 실험 결과에 대해 비교 분석하였으며, 6장에서는 결론 부분으로 구성하였다.

## II. 직류 서보 전동기의 수학적 모델링과 부하 관측기

### 1. 직류 서보 전동기의 수학적 모델링

직류 서보 전동기는 다른 전동기에 비하여 우수한 제어 성능과 제어의 용이성 때문에 로봇 등 산업 자동화 계통에 많이 사용되고 있다.

직류 서보 전동기의 토크 발생 과정은 직류 전동기와 같으나 비선형 성분이 작고 속도 변화가 원활히 이루어지도록 설계되어 있으며 계자는 전자석 또는 영구자석으로 되며, 영구자석을 사용하면 출력 크기에 비해 소형으로 제작할 수 있는 잇점이 있다.

전자석으로 하는 경우는 계자 권선이 전기자 권선과 직렬로 연결되어 있거나 완전히 분리되어 있는 구조로 되어 있으며, 계자 권선이 전기자 권선과 완전히 분리되어 있는 경우 자기장을 형성하는 자속이 전기자 전류와는 무관하게 된다. 이처럼 영구자석 직류 서보 전동기와 더불어 계자 권선이 분리된 타여자 직류 서보 전동기는 전기자 전류에 의해서 제어될 수 있다. 이와 같이 전기자 전류에 의해서 출력을 제어하는 기법을 “직류 서보 전동기의 전기자 제어”라고 하며, 전기자 전류는 일정하게 유지한 상태에서 계자 전압을 변화시켜 속도를 제어하는 기법을 “계자 제어”라고 한다.

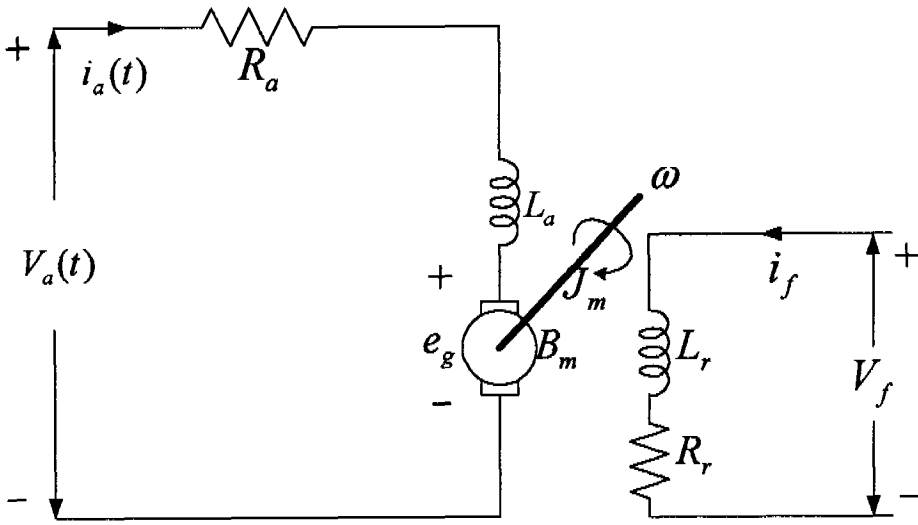


Fig. 1 Equivalent circuit of dc servo motor

Fig. 1은 직류 서보 전동기의 시스템을 나타낸 것으로 회로 방정식을 구하면 식(1)과 같이 된다.

$$V_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e_g(t) \quad (1)$$

여기서  $V_a, i_a, R_a, L_a$  전기자 회로의 입력 전압, 전기자 전류, 저항, 인덕턴스이며,  $e_g$ 는 속도에 의한 역기전력으로서 식(2)와 같이 표현된다.

$$e_g(t) = K_b \omega(t) \quad (2)$$

여기서  $K_b$ 는 역기전력 상수이고,  $\omega$ 는 전동기 각속도이다.

전동기에 의해 발생하는 토크는 토크 상수  $K_t$  와 전기자 전류의 곱으로써 식(3)과 같이 나타낸다.

$$T_d(t) = K_t i_a(t) \quad (3)$$

발생 토오크는 관성, 마찰 그리고 부하 토오크의 합에 의해 식(4)와 같이 나타낼 수 있다.

$$T_d(t) = J_m \frac{d\omega(t)}{dt} + B_m \omega(t) + T_L(t) \quad (4)$$

이 계통에서 상태변수는  $i_a(t)$ ,  $\omega(t)$ 로 정의될 수 있다. 따라서 직류 서보전동기의 상태방정식을 다음의 벡터 행렬식으로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a(t)}{dt} \\ \frac{d\omega(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} \\ \frac{K_t}{J_m} & -\frac{B}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \\ -\frac{1}{J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a(t) \\ T_L(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

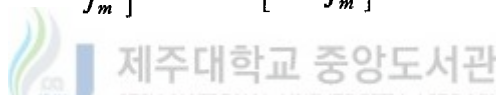


Fig. 2는 직류 전동기 계통의 블록선도를 나타내고 있다. 이 블록선도는 역기전력에 의하여 생긴 내장의 케환루프를 갖고 있음을 나타내고 있다. 즉 물리적으로 역기전력을 전동기의 음의 속도에 비례하는 신호의 케환을 나타낸다.

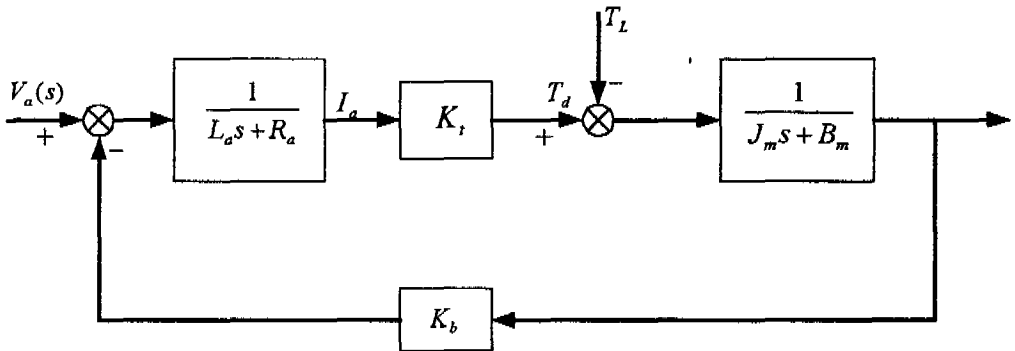


Fig. 2 Block diagram of dc servo motor drive

## 2. 부하 관측기

부하의란으로 인한 속도의 변동을 없애기 위해서 Fig. 3과 같은 부하 관측기를 생각할 수 있다.

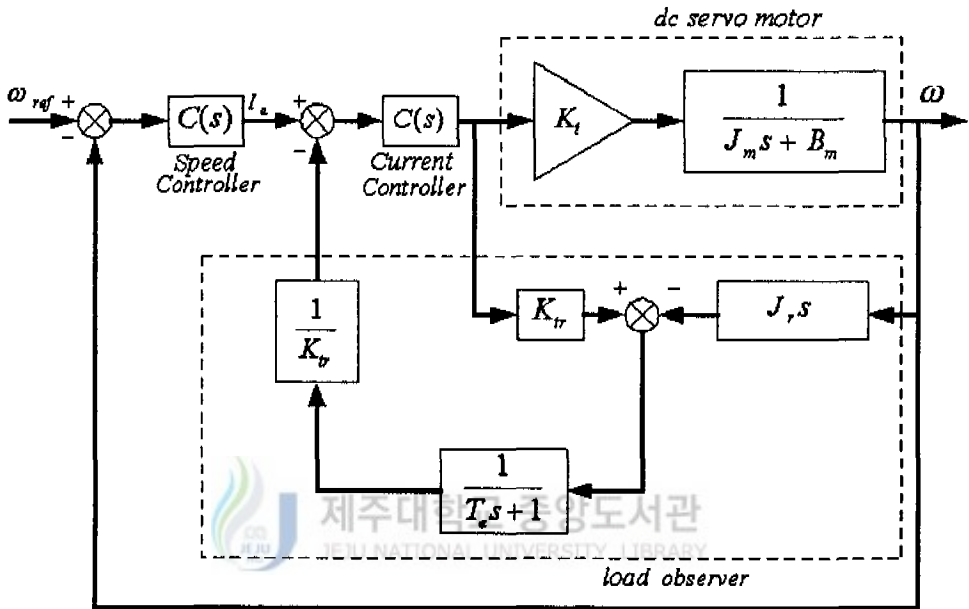


Fig. 3 Block diagram of dc servo motor drive with a load observer

여기서  $J_m$ ,  $K_b$ ,  $T_o$ 는 전동기의 정격 관성 상수, 토크 상수와 필터의 시정수를 나타낸다.

직류 서보 전동기의 완전한 모델은 Fig.4와 같이 나타낼 수 있는데 전기적인 면과 동시에 기계적인 면이 나타남을 알 수 있다. 밖의 속도 제어기는 일반적인 제어알고리즘을 사용할 수 있으며 안의 PI 전류제어기는 전류값을 추종하기 위한 것으로서 일반적인 하드웨어에서는 고정되어 있다. 본 논문에서는 밖의 속도 제어기에서 일반적인 PID 제어기와 퍼지

제어기를 사용하였을 경우를 비교하도록 한다.

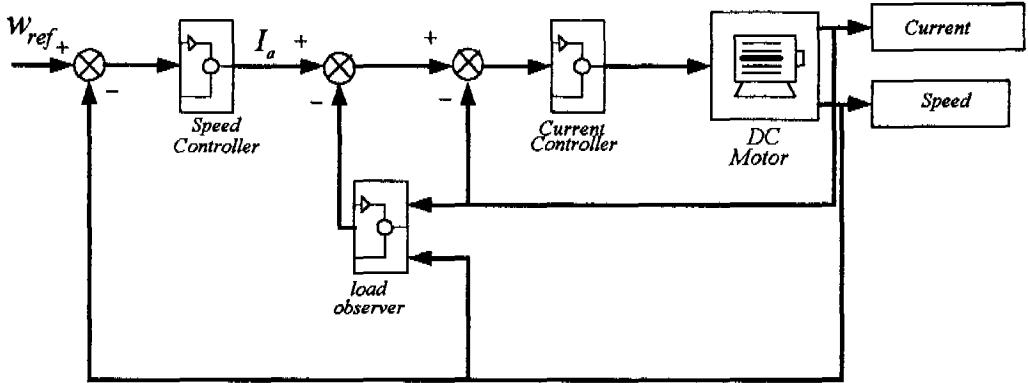


Fig. 4 Speed control of dc servo motor with a load observer

### Ⅲ. 퍼지 이론

퍼지 집합 이론(채석, 1999)의 연구는 인간의 사고와 행동에 관련된 부정확함과 애매한 현상의 의미를 수학적으로 접근하여 증명하기 위해 시도되었다. 조건문과 각각의 제어 상황을 정의하는 언어적 규칙으로 구성된다.

#### 1. 퍼지 집합

보통집합에서 전체집합 내의 원소에 대한 주어진 집합에서의 소속과 비소속 사이의 변화는 급격하고 잘 정의되어 있다. 그러나 퍼지 집합을 포함하는 전체집합 내의 원소에 대해서 이러한 변화는 완만할 수 있다. 다양한 소속 정도의 이러한 변화는 퍼지 집합에서 경계의 애매모호함을 나타내 준다고 할 수 있다. 이와 같이, 이러한 집합을 포함하는 대집합에서 한 원소의 소속은 막연하고 애매하므로 이러한 점을 묘사할 수 있는 함수에 의해 측정되어 진다. 퍼지 집합은 다양한 소속 정도를 가지는 원소들을 포함하는 집합이다. 이러한 생각은 보통 집합의 원소가 되기 위해서는 반드시 소속 정도가 1이어야 한다는 점과는 대조가 된다. 퍼지 집합의 원소들은 0과 1이 다른 소속 정도로 표현될 수 있기 때문에 같은 전체집합 내의 다른 퍼지 집합의 원소로 될 수도 있다. 여기서 소속 정도는 한 원소가 퍼지 집합에 속하는 정도를 말한다.

퍼지 집합을  $A$ 로 표현하고, 만일 대집합의 한 원소  $x$ 가 퍼지 집합에 소속되면 이에 대한 사상은 다음과 같이 주어질 수 있다.

$$\text{소속 정도} \rightarrow \mu_A(x) \in [0, 1]$$



$$A = (x, \mu_A(x) \mid x \in X) \quad (6)$$

### 1) 퍼지 집합의 표현

전체 집합이  $X$ 일 때 퍼지 집합  $A$ 를 이산적이고 유한한 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots = \sum_i \mu_A \frac{(x_i)}{x_i} \quad (7)$$

연속적이고 무한한 형태로 표현하면 식 (8)과 같다.

$$A = \int \frac{\mu_A(x)}{x} \quad (8)$$

이러한 두 개의 표시법에서, 분자는 분모에 의해서 지적되는 전체 집합 내의 원소들과 관련된 집합  $A$ 의 소속 정도를 나타낸다. 첫 번째 표현식에서 합기호( $\sum$ )는 대수적인 합을 의미하는 것이 아니고 퍼지 합집합을 의미한다. 즉 +신호는 “add”가 아니고 “union”을 뜻한다. 두 번째 표현식에서 적분기호도 역시 대수적인 합을 의미하지는 않고 연속적인 변수들에 대한 합집합을 뜻한다.

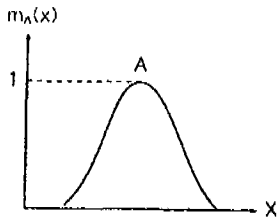
### 2) 퍼지 집합의 연산

전체 집합  $X$ 내에 퍼지 집합  $A, B$ 가 존재한다고 가정하면 합집합과 교집합 및 여집합은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

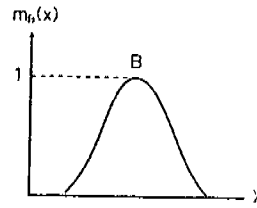
$$\text{합집합} : \mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

교집합 :  $\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$

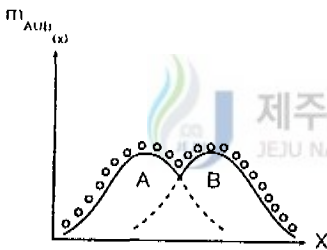
여집합 :  $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$



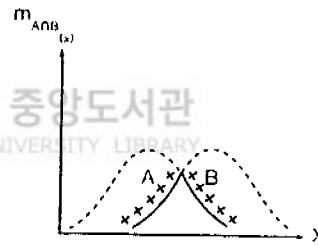
a) A set



b) B set



c)  $\circ \circ \circ A \cup B$



d)  $\times \times \times A \cap B$

Fig. 5 Fuzzy union set and intersection set

전체집합 X에서 정의되는 퍼지 집합 A는 그 전체집합의 부분집합이다. 또한 정의에 의해서 보통집합처럼 공집합  $\emptyset$ 에서 어떤 원소 x의 멤버십 값은 0이고, 전체집합 X에서 어떤 원소 x의 소속 정도는 1이다.

### 3) 퍼지 집합의 성질

① 교환(Commutativity)법칙 :  $A \cup B = B \cup A$

$$A \cap B = B \cap A$$

② 결합(Associativity)법칙 :  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

③ 분배(Distributivity)법칙 :  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

④ 멱등(Idempotency)법칙 :  $A \cup A = A$

$$A \cap A = A$$

⑤ 항등(Identity)법칙 :  $A \cup \phi = A$

$$A \cap X = A$$

$$A \cap \phi = \phi$$

$$A \cup X = X$$

⑥ 이행(Transitivity)법칙 :  $A \subseteq B \subseteq C$ 일 때  $A \subseteq C$

⑦ 흡수(Absorption)법칙 :  $A \cup (A \cap B) = A$ ,  $A \cap (A \cup B) = A$

#### 4) 소속함수의 특징

퍼지 집합 내에 포함되는 모든 원소는 소속함수로 표현되고, 그 소속함수의 특징들을 다음과 같이 표시할 수 있다.

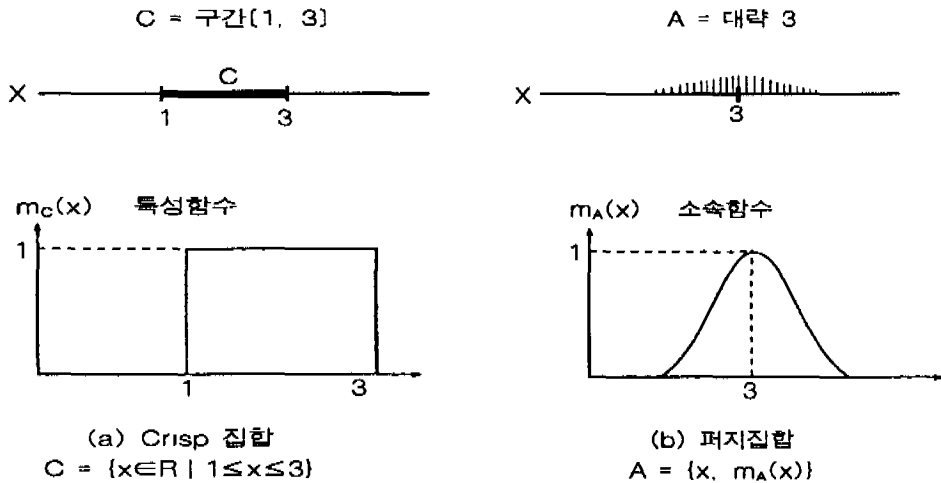


Fig. 6 Attached function of crisp set and fuzzy set

여기서 중심 영역은 퍼지 집합에서 완전하게 소속되는 즉, 소속정도가 1인 대집합의 영역을 뜻하고, 전체 영역은 소속 정도가 0이 아닌 대집합의 영역을 뜻한다. 그리고 경계 영역은 소속 정도가 1도 아니고 0도 아닌 대집합의 영역을 말한다. 이 경계 영역에 속하는 원소들은 0과 1사이의 소속 함수를 가지는 퍼지값으로서 퍼지 집합의 일부분이다. 정상적인 퍼지 집합은 적어도 한 개의 원소가 소속 정도로 1을 가지고 있다. 그리고 만약 1개의 원소만이 소속 정도로 1을 가지고 있다면 그 원소는 그 집합의 “prototype” 으로 언급되고, 또는 prototypical 원소로 불린다.

## 5) 퍼지 집합 사이의 관계

퍼지 관계도 역시 두 개의 집합 A, B의 Cartesian 곱을 통해서 결정된다. 그러나 두 집합에서 파생되는 순서쌍 사이의 관계에 대한 “강도”는 특성 함수에 의해서 측정되지 않고, 단위 구간 [0, 1]에서 관계의 강도를 다양한 “degrees”로 표현한 멤버십 함수에 의해서 표현된다. 이와 같이 퍼지 관계 R은 Cartesian 공간  $A \times B$ 으로부터 구간 [0, 1]로 사상시키고, 여기서 관계의 강도를 기호로  $\mu_R(x, y)$ 로 표시한다.

전체집합 A와 전체집합 B의 Cartesian 공간  $A \times B$ 에서 서로 다른 이항 관계 R과 S와 T가 있다고 가정하면,

$$\textcircled{1} \text{ 합집합 : } \mu_{R \cup S}(x, y) = \max[ \mu_R(x, y), \mu_S(x, y) ]$$

$$\textcircled{2} \text{ 교집합 : } \mu_{R \cap S}(x, y) = \min[ \mu_R(x, y), \mu_S(x, y) ]$$

$$\textcircled{3} \text{ 여집합 : } \mu_{\bar{R}}(x, y) = 1 - \mu_R(x, y)$$

$$\textcircled{4} \text{ 포함 관계 : } R \subset S \rightarrow \mu_R(x, y) \leq \mu_S(x, y)$$

퍼지 관계는 일반적으로 퍼지 집합이므로 우리는 퍼지 집합들 사이의 Cartesian 곱을 정의할 수 있다. 전체 집합 A내에 퍼지 집합 X가 존재하고, 전체집합 B 내의 퍼지 집합 Y가 존재한다고 하면, 퍼지 집합 X와 Y사이의 Cartesian 곱은 다음과 같은 퍼지 관계 R을 생성시킨다.

$$X \times Y = R \subset A \times B$$

소속 함수를 표현하면, 다음과 같다.

$$\mu_R(x, y) = \mu_{X \times Y}(x, y) = \min( \mu_X(x), \mu_Y(y) ) \quad (9)$$

## 2. 퍼지 논리

퍼지 논리 명제 P는 명확하게 경계가 정의되지 않는 어떤 개념을 포함하는 상태이다. 즉 주관적인 생각을 표현하고, 여러 개인에 따라서 조금씩 다르게 해석되는 언어적인 상태는 퍼지 명제를 포함한다. 퍼지 명제 P에 할당되는 진리값은 0과 1 사이의 값들이고 명제의 진리값에 대한 할당은 0과 1사이의 값들을 진리값들(T)의 전체 집합(U)으로 사상(mapping)시키는 것이다.

$$T : U \rightarrow [0, 1] \quad (10)$$

퍼지 명제는 퍼지 집합으로 할당된다. 퍼지 명제 P는 퍼지집합 A로 할당된다고 하면 명제의 진리값은 T(P)로 표현할 수 있다.


$$T(P) = \mu_A(x), 0 \leq \mu_A(x) \leq 1 \quad (11)$$

JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

명제  $P : x \in A$ 에 대한 진위의 정도는 원소 x가 퍼지 집합 A에 포함되는 소속 정도와 같다.

### 1) 퍼지 논리 연산자

퍼지 집합 A에서 정의되는 퍼지 명제 P와 퍼지 집합 B에서 정의되는 퍼지 명제 Q는 연산자들에 의해서 새로운 퍼지 명제를 생성할 수 있다.

#### ① 논리합( $\vee$ )

$$P \vee Q = x \text{ is } A \text{ or } B. \rightarrow T(P \vee Q) = \max(T(P), T(Q))$$

② 논리곱( $\wedge$ )

$$P \wedge Q = x \text{ is } A \text{ and } B. \rightarrow T(P \wedge Q) = \min(T(P), T(Q))$$

③ 부정( $-$ ) :  $T(\bar{P}) = 1 - T(P)$

④ 함의( $\rightarrow$ )

$$P \rightarrow Q \Rightarrow \text{if } x \text{ is } A, \text{ then } x \text{ is } B.$$

$$\rightarrow T(P \rightarrow Q) = T(\bar{P} \vee Q) = \max(T(\bar{P}), T(Q))$$

⑤ 명제의 동등( $\leftrightarrow, \equiv$ )

$$P \leftrightarrow Q \Rightarrow x \in A, B$$

$$\rightarrow T(P \leftrightarrow Q) = \min(\max(1-T(P), T(Q)), \max(1-T(Q), T(P)))$$

## 2) 고전 논리에서의 함의

고전 논리에서와 같이 퍼지 논리의 함의 연결자는 규칙기반 형태로 표현이 가능하다.



제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

$$P \rightarrow Q : \text{if } x \text{ is } A, \text{ then } y \text{ is } B. \quad (12)$$

위 식을 퍼지 관계 R로 표현하면

$$R = (A \times B) \cup (\bar{A} \cup Y) \quad (13)$$

관계 R의 소속함수는

$$\mu_R(x,y) = \max[\mu_A(x) \wedge \mu_B(y), (1 - \mu_A(x))] \quad (14)$$

논리적 함의가 다음과 같은 합성 형태일 때

if  $x$  is  $A$ , then  $y$  is  $B$ , else  $y$  is  $C$ . (15)

위 식의 관계  $R$ 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A = (B \times \overline{A}) \cup (A \times C) \quad (16)$$

관계  $R$ 의 소속함수는

$$\mu_A(x, y) = \max[\mu_A(x) \wedge \mu_B(y), (1 - \mu_A(x) \wedge \mu_C(x))] \quad (17)$$

### 3. 퍼지 관계

집합  $X$ 의 임의의 두원소  $x_1$  및  $x_2$ 가 어떤 특별한 관계( $x_1$ 과  $x_2$ 가 같다든지,  $x_1$ 이  $x_2$ 보다 크다든지 등)를 가질 때 이 관계를  $R$ 이라는 기호로 나타낼 경우  $x_1 R x_2$  라 표현할 수 있다.

Cartesian 적공간  $X \times Y$ 에서의 퍼지 관계  $R$ 이란  $X \times Y$ 의 퍼지 부분 집합으로서, 소속함수

$$m_R(x, y) : X \times Y \rightarrow [0, 1] \quad (18)$$

에 대하여  $X \times Y$ 상에 정의되는 부분집합은 다음과 같다.

$$R = \{((x, y), m_R(x, y)) \mid x \in X, y \in Y\} \quad (19)$$

#### 1) 퍼지 관계의 합성

두 퍼지 관계  $R \subset X \times Y$  및  $S \subseteq Y \times Z$ 가 주어질 때 합성  $R \circ S$ 를 다음과 같이 정의한다.



$$R \circ S = \{((x, z), m_{R \circ S}(x, z)) \mid (x, y) \in R, (y, z) \in S\} \quad (20)$$

① sup-min composition ◦

$$m_{R \circ S}(x, z) = \sup_{y \in Y} \{\min(m_R(x, y), m_S(y, z))\}$$

② inf-max composition ⊗

$$m_{R \circ S}(x, z) = \inf_{y \in Y} \{\max(m_R(x, y), m_S(y, z))\}$$

## 2) 퍼지 관계의 성질

R을  $X \times Y$ 에 정의된 퍼지 관계라고 할 때 이때 X에 속하는 임의의 원소 x, y, z에 대하여

- i.  $m_R(x, x) = 1$ 이면 R을 반사적(reflexive)이라 하고
- ii.  $m_R(x, y) = m_R(y, x)$ 일 때 R을 대칭적(symmetric)이라 하며
- iii. 임의의 합성 ◦에 대하여

$$R \circ R \subset R \quad (21)$$

인 경우 퍼지 관계 R을 천이적(transitive)이라고 한다.  
관계 R에 대하여 최대-최소 합성법을 적용하는 경우

① R이 대칭적이고 천이적이면 모든  $x, y \in X$ 에 대하여

$$m_R(x, y) \leq m_R(x, x) \quad (22)$$

② R이 반사적이고 천이적이면

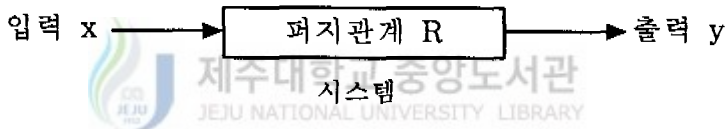
$$R \circ R = R \quad (23)$$

③  $R_1$ 과  $R_2$ 가 천이적이고  $R_1 \circ R_2 = R_2 \circ R_1$ 이면  $R_1 \circ R_2$ 역시 천이적이다.

### 3) 퍼지 관계 방정식

퍼지 모델을 기반으로하는 시스템 설계기법에는 대상플랜트 시스템을 퍼지 관계 또는 퍼지 관계 행렬로 해석하게 된다.

그림에서 주어진 블록선도에는 입력과 출력을 나타내는  $X, Y$ 의 변수와, 입력공간 및 출력공간의 원소간 관계를 퍼지 관계  $R$ 이 나타나 있다.



Type I : given  $x$  and  $R$ , find  $y$ .

Type II : given  $y$  and  $R$ , find  $x$ .

Type III : given  $\{x\}$  and  $\{y\}$ , find  $R$ .

Type I 은 시스템 해석(Analysis)에 해당하는 문제이며, Type II 는 시스템 진단(Diagnosis)에 응용되고, Type III 는 시스템 모델링이나 동정(Identification)에 많이 쓰인다

### 4. 퍼지 함수

보통함수  $f$ 는  $X$ 에서  $Y$ 로의 매핑이다. 보통함수를 확장한 개념인 퍼지 함수는 퍼지 개념이 어디에 있느냐에 따라

- i. 퍼지 성질을 가지거나 또는 퍼지 제한을 가지는 함수
  - ii. 정의역의 애매함을 치역으로 반영하는 함수
  - iii. 매핑 자체가 퍼지 성질을 가지는 함수
- 등 세 종류의 퍼지 함수가 복합된 형태의 퍼지 함수가 있다.

## 5. 근사추론

퍼지 논리의 최종적인 목적은 애매한 명제에 대한 추론의 이론적인 기초를 형성하는 것이다. 그러한 추론은 근사추론이라 하고 근사추론은 보통 명제를 갖는 추론의 고전 논리와 유사하다. 따라서 근사추론은 고전 명제의 계산을 확장한 것이고 불완전한 진리값을 다룬다.

이제 퍼지 정보를 나타내는 규칙들을 다음과 같은 전제-결론 형식으로 표현할 수 있다.

규칙 I (단일 퍼지 규칙에 의한 추론)

given :

( i ) rule : if x is A, then y is B.

( ii ) input : x is A<sup>1</sup>.

find :

output : y is B<sup>1</sup>.

규칙 II (규칙 기반에 의한 추론)

given :

( i ) A set of N rule :

R<sub>1</sub> ; if x is A<sub>1</sub>, then y is B<sub>1</sub>.

R<sub>2</sub> ; if x is A<sub>2</sub>, then y is B<sub>1</sub>.

( ii ) input : x is A<sup>1</sup>.

find :

output :  $y$  is  $B^1$ . = ?

### 1) 단일 퍼지 규칙에 의한 추론 : CRI 또는 직접법

"if  $x$  is  $A$ , then  $y$  is  $B$ ." (24)

를 변수  $x$ 와  $y$ 가 각각 입력공간  $X$  및 출력공간  $Y$ 의 Product Space 내에서의 퍼지 관계  $R$ 로 간주하여

$$R = A \rightarrow B \quad (25)$$

로 표시하고 소전제인  $x=A^1$ 을 입력 또는 합성함수의 입력변수로 본다. 따라서 출력  $y=B^1$ 는 합성연산자 "°"를 써서

$$B^1 = A^1 \circ R \quad (26)$$

로 나타낸다. 구체적인 계산은 함의연산자 "→"와 합성연산자"°"를 어떤 방법으로 선택하는냐에 따라 여러 가지 계산법이 가능하다. 즉

maior premise :  $A \rightarrow B$

minor premise :  $A^1$

conclusion :  $B^1=A^1 \circ R$  with  $R = A \rightarrow B$

### 2) Mamdani 최소최대연산법의 min-max method

$A \rightarrow B$ 를 하나의 fuzzy relation  $R$ 로서  $R=A \times B$ 로 하고, 합성연산 °

(circle)로서 min-max 방법을 제안하였다. 즉

$$\begin{aligned} B^1 &= A^1 \circ (A \rightarrow B) \\ &= A^1 \circ (A \times B) \end{aligned} \quad (27)$$

따라서

$$\begin{aligned} m_B^1(y) &= \bigvee_x \{m_A^1(x) \wedge m_R(x, y)\} \\ &= \bigvee_x \{m_A^1(x) \wedge m_A(x) \wedge m_B(y)\} \end{aligned} \quad (28)$$

max operator  $\vee$  및 min operator  $\wedge$ 는 각각 associative한 성질을 가지고 있으므로

$$\begin{aligned} m_B^1(y) &= \bigvee_x \{m_A^1(x) \wedge m_A(x)\} \wedge m_B(y) \\ w &= \bigvee_x \{m_A^1(x) \wedge m_A(x)\} \end{aligned} \quad (29)$$

이라 하면

$$m_B^1(y) = w \wedge m_B(y) \quad (30)$$

가 된다.  $w$ 를  $A$ 와  $A^1$ 의 적합도(Degree of Compatibility), 즉  $A$ 와  $A^1$ 이 서로 겹치는 정도를 나타내는 지표가 되는 것이다.

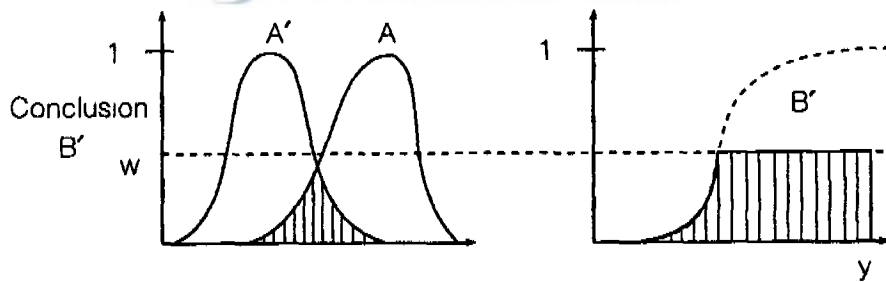
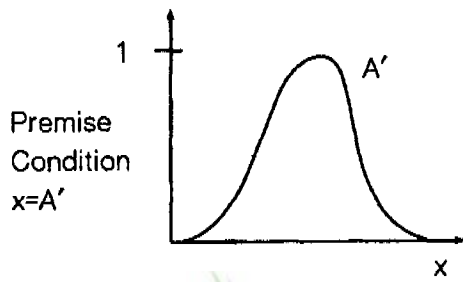
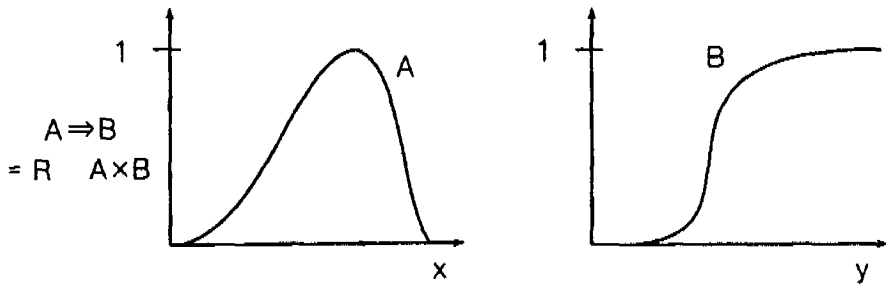


Fig. 7 Mamdani's min-max method

## IV. 퍼지 속도 제어기의 구성

퍼지 속도 제어기의 시스템 구성도는 Fig. 8과 같이 표현할 수 있다.

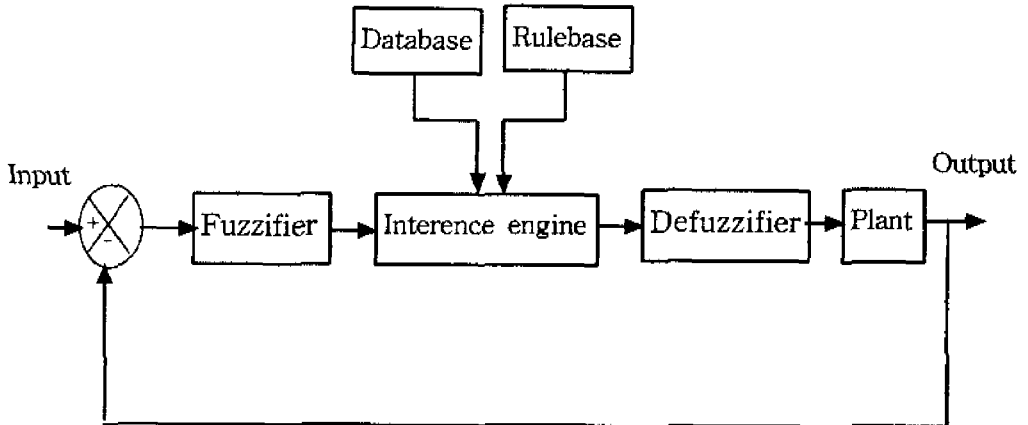


Fig. 8 System block diagram of fuzzy logic controller

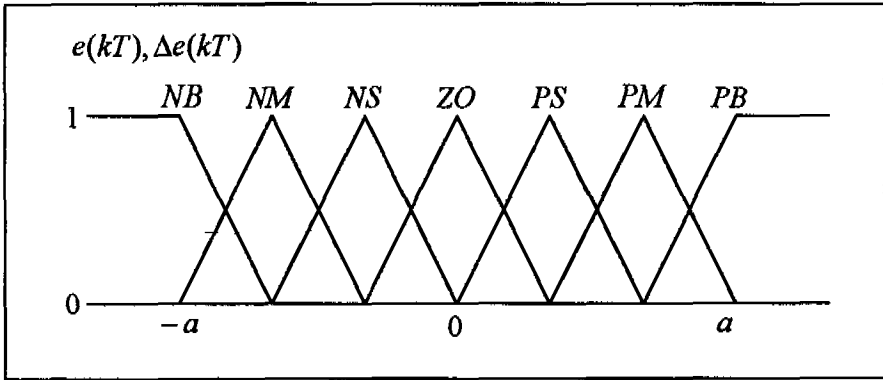


### 1. 퍼지화

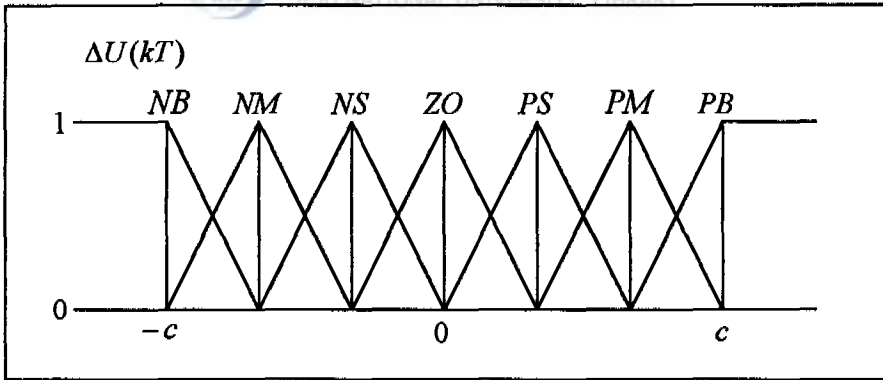
분명한 수치적 정보를 퍼지 집합으로 변환하는 연산자로서, 이러한 변환은 자연적으로 존재하는 시스템과 인공적으로 만들어진 퍼지 시스템의 인터페이스에 꼭 필요한 변환으로, 기존의 센서로부터 추출한 물리량이나 수치적 명령을 퍼지 시스템이 이해할 수 있는 퍼지량으로 바꾸어 주는 것으로 (1) 퍼지 싱글톤 방법(Fuzzy Singleton Method), (2) 이동변 삼각형법 등이 있으나 본 논문에서는 FLC(Fuzzy Logic Controller)의 두 입력 변수로는 속도 오차( $e$ )와 오차의 변화율( $\Delta e$ )을 사용하고 출력변수는 Singleton Method 형태를 취한다.

그리고 일반적인 퍼지 변수의 수는 NB(Negative Big), NM(Negative Medium), NS(Negative Small), ZO(Zero), PS(Positive Small), PM(Positive Medium), PB(Positive Big)의 7개이지만, Medium을 생략

하여 5개로 하는 경우도 있다. 수를 줄이면 퍼지 제어 규칙의 전건부의 조합수가 줄어들기 때문에 규칙수도 적게되고, 전체로서 대략적인 제어 알고리즘으로 된다. 멤버십 함수는 초기에 범종형을 이용하기도 했지만 최근에는 거의가 삼각형이 사용되고 있다. 이것은 삼각형 쪽의 계산이 편하고, 성능에 있어서 거의 차이가 없기 때문이다.



(a) antecedent



(b) consequent

Fig. 9 Membership function for the control rules

논문에서 사용된 입출력변수  $e(kT)$ ,  $\Delta u(kT)$ ,  $\Delta e(kT)$ 에 대한 각 퍼지의 멤버십 함수는 Fig. 9와 같다. 퍼지 제어기의 입출력은 입출력이득(scaling



factor)에 의해 전체논의(the universe of discourse) 집합으로 정규화된다.

## 2. 퍼지 추론

퍼지화를 통해서 현 상태의 속도 오차와 오차 변화율 값이 위치한 소속 함수와 그 집합내에서의 소속치를 검출하면 이 두값을 추론하여 타당한 퍼지값을 얻어야 한다. 예를 들어 입력을  $x_1, x_2, \dots, x_m$  이라 표현하고, 출력을  $y$  라고 표현할 때 퍼지 추론의 추론규칙은 다음과 같이 표현된다.

if  $x_1$  is  $A_{11}$  and ... and  $x_m$  is  $A_{im}$ ,

then  $y$  is  $w_i$  ( $i=1, \dots, n$ ). (31)

이때  $i$ 는 규칙의 숫자이고,  $A_{11}, \dots, A_{im}$ 는 전건부의 소속함수들이고,  $w_i$ 는 후건부의 언어변수이다. 퍼지 추론 방법으로는 비교적 연산 속도가 빠르고 계산 과정이 간단한 단순 퍼지추론 방식을 사용하였다. 그리고 오차와 오차 변화율의 소속함수의 경우를 고려하여 추론 규칙을 도표화시켜 제어규칙을 만들면 table 1과 같다.

Table 1 Fuzzy logic rules

7 × 7		Δe						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
e	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB	NB
	NM	ZO	ZO	ZO	NM	NM	NS	ZO
	NS	ZO	ZO	NM	NS	ZO	ZO	ZO
	ZO	ZO	ZO	NS	ZO	PS	ZO	ZO
	PS	ZO	ZO	ZO	PS	PM	ZO	ZO
	PM	ZO	PS	PM	PM	ZO	ZO	ZO
	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB



### 3. 비퍼지화

한 샘플링 주기 동안 추론을 거쳐 대응된 출력단의 소속함수는 다수가 겹쳐 나타나게 되는 데 이 값들은 퍼지값이므로 실제 플랜트의 제어 입력으로는 사용되기 어려우므로 겹쳐져 있는 퍼지값 중 가장 효율적인 대표값을 얻기 위해 비퍼지화 해야 한다.

비퍼지화 하는 방법에는 (1) 무게중심법(Center of gravity method), (2) 합 중심법(Center of sums method), (3) 높이법(Height method), (4) 최대 면적 중심법(Center of largest area method), (5) 최대값 방법(Max criterion method) 등이 있는데 본 논문에서는 비퍼지화 방법으로 무게중심법을 채택하였고 이를 수식으로 표현하면 다음과 같다 (변중남, 1997).

$$\mu_i = A_{i1}(x_1) \cdot \dots \cdot A_{im}(x_m) \quad (32)$$

$$u = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \quad (33)$$

이때  $\mu_i$  는 전건부의 소속값이다.



## V. 실험 및 결과 검토

제안한 방법에 대한 성능 평가 실험을 위하여 제작된 디지털 서보 시스템을 동일 제어조건하에서 부하실험을 수행하였으며 PID와 퍼지 제어기의 성능을 분석하였다. 제작된 디지털 서보 시스템은 HITACHI의 고성능 마이크로 프로세서인 H8/532를 적용한 디지털 토크 서보시스템(digital torque servo system)으로, PWM 주파수는 6.7[KHz]이며, PWM 펄스의 on-time 조정에 따라 전동기에 가해지는 전류를 조절하여 전동기의 회전을 제어하는 방식이다.

디지털 서보 시스템은 펜티엄 PC에서 C 프로그램 작업과 디버깅을 수행하고 프린터 포트를 통해 서보 전동기 구동회로로 다운로드 되도록 구성되어 있으며, PC상의 제어 프로그램으로 실시간 제어가 가능하고, 각 변수 및 자료를 저장할 수 있도록 설계되어 있다.

본 논문에서 제어 대상 시스템은 Fig. 10과 같다.

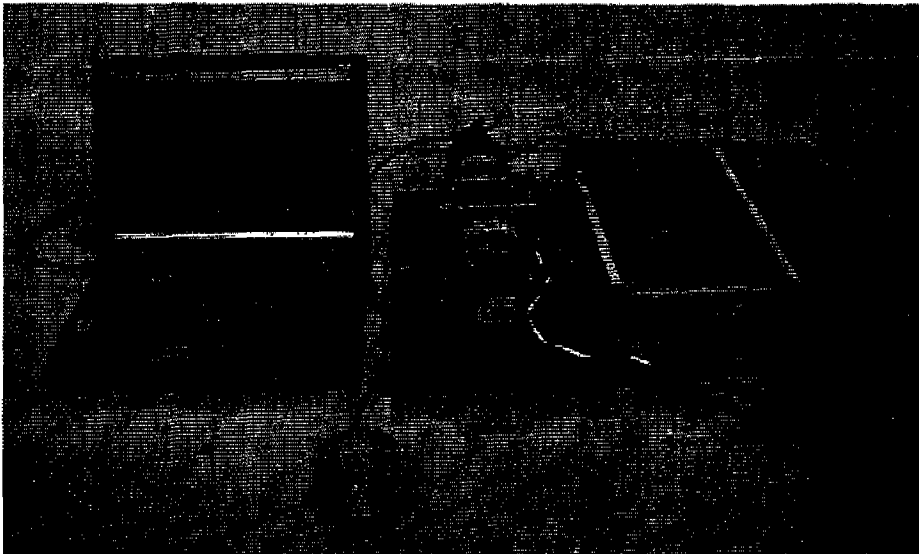


Fig. 10 Configuration of control object system

Fig. 10에서 저항  $R$ 의 값에 따라 부하의 값이 달라짐을 알 수 있고 전동기의 관성모멘트와 점성마찰계수는 구동용과 부하용 모터의 값의 합으로 나타남을 알 수 있다.

본 장에서는 IV장에서 제안한 퍼지 속도 제어기와 기존의 PID 속도제어기의 성능을 비교한 실험결과를 제시하는데, 기준속도 입력으로는 구형파를  $1500 \Rightarrow 0 \Rightarrow -1500[\text{rpm}]$ 의 형태로 연속적인 변화를 주었을 경우의 제어방법에 따른 전동기의 출력응답을 살펴본다. 실험에 이용된 직류서보 전동기는 LG사의 FMD-E20EA인데 사양은 table 2와 같고, 필터의 시정수  $\tau_c$ 는  $0.001[\text{sec}]$ 이다.

시스템 제어시 샘플링시간은  $1.8[\text{ms}]$ 이고 부하는 권선형 저항을 사용하였으며 그 값은  $17[\Omega]$ 이며, PID 제어에서 사용한 계수는  $K_p=2$ ,  $K_i=1/32$ ,  $K_d=3$ 이다.

Fig. 11은 무부하시의 기준입력  $\pm 1500[\text{rpm}]$ 의 속도지령으로 속도변화를 줄 때 PID 제어와 퍼지 제어 방법으로 속도응답을 나타낸 결과이다.

PID 제어인 경우에는 약간의 오버슈트가 발생하였으나 퍼지 제어는 오버슈트가 발생하지 않았고, 상승시간은 오히려 PID 제어가 빠름을 알 수 있다. PID 계수를 잘 선정한 경우로서 두 방법 모두 좋은 추종능력을 나타냄을 알 수 있다.

일정한 부하가 존재하는 상태에서  $\pm 1500[\text{rpm}]$ 의 속도지령으로 기동할 경우의 속도응답이다. 두 방법 모두에서 기준입력을 추종하지 못함을 알 수 있고, 따라서 부하외란이 존재할 경우에는 부하 관측기를 설치할 필요가 있음을 알 수 있다.

Fig. 13은 Fig. 12와 같은 일정한 부하가 존재하는 상황에서 부하 관측기를 설치하였을 때 속도응답이다. 부하가 존재하는 경우에도 기준입력을 잘 추종함을 알 수 있다.

Table 2 Parameters of dc servo motor

전기자 관성	$J_m$	$1.33 \times 10^{-3}$ [kg · cm <sup>2</sup> ]	정격출력	$P_r$	200 [W]
점성마찰계수	$B_m$	0.2128 [kg · cm]	정격토크	$T_r$	6.50 [kg · cm]
전기자 저항	$R_a$	2.12 [ $\Omega$ ]	정격회전수	$N_r$	3000 [rpm]
전기자인덕턴스	$L_a$	1.02 [mH]	정격전류	$I_r$	3.5 [A]
마찰토크	$T_f$	0.5 [kg · cm]	정격전압	$E_r$	75 [V]
유기전압정수	$K_m$	0.0225 [V/rpm]	토크정수	$K_t$	2.10 [kg · cm/A]

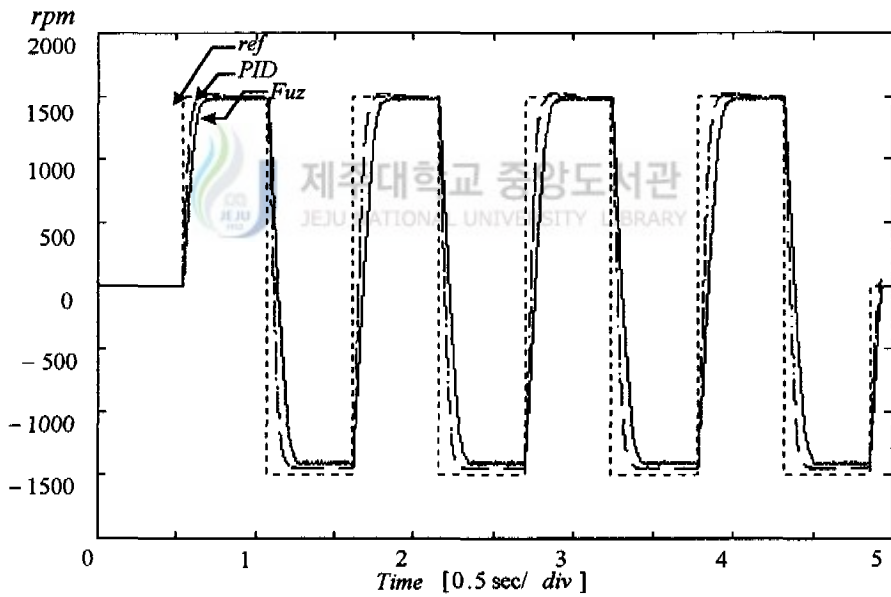


Fig. 11 Experimental results of speed response using Fuzzy and PID controller with no load

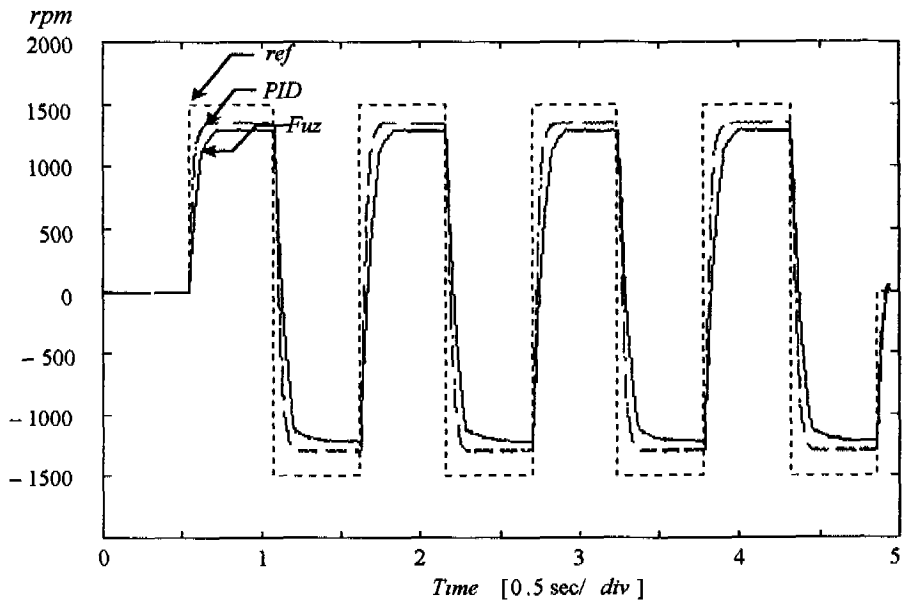


Fig. 12 Experimental results of speed response using Fuzzy and PID controller with no load observer

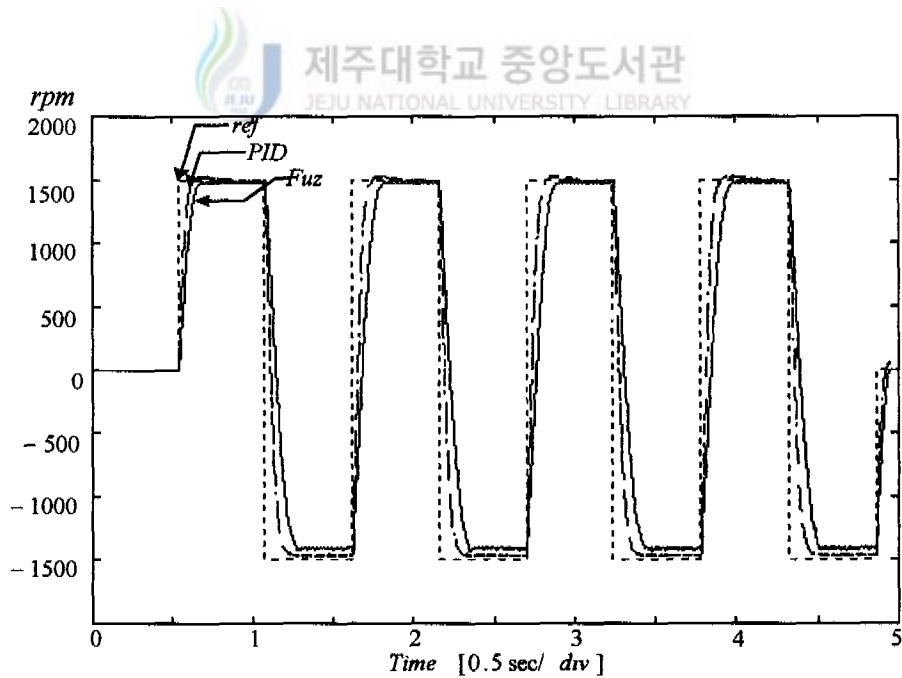


Fig. 13 Experimental results of speed response using Fuzzy and PID controller with a load observer

## VI. 결 론

본 논문에서는 산업 현장의 자동화 부분에 많이 사용되는 직류 서보 전동기를 모델로 하여 일반적인 PID 제어 방법과 제안된 퍼지 제어를 적용하여 속도 제어를 행하였다.

두 결과를 비교해 보면 일반적인 PID 제어 방법보다 제안한 퍼지 제어 방법에 의한 응답 특성 결과가 양호하게 나타났다. 뿐만 아니라 외란에 둔감한 제어를 행하기 위해 제어 루프에 부하 관측기를 삽입하여 제어를 행하였고, 출력 특성을 검토한 결과 부하 관측기가 없을 때보다 있을 때가 우수한 특성을 나타냈다.

이상과 같은 결과들을 종합해 보면 본 논문에서 제안한 부하 관측기를 갖는 퍼지 제어 알고리즘을 이용하여 직류 서보 전동기를 제어할 때 우수한 출력 특성을 얻을 수 있어 다른 전동기 제어 시에도 유익하게 응용될 수 있을 것으로 사료된다.



## 참고 문헌

- 대한전기학회 소형모우터기술조사전문위원회, 1992, 소형모우터 기술현황, 제4호, 대한전기학회.
- S. Arimoto, S. Kawamura, F. Miyazaki, and S. Tamaki, 1985, "Learning control theory for dynamical systems," *Proc. of IEEE 24th CDC*, Vol. 3, pp. 1375-1380.
- W. Messner, R. Horowitz, W.W. Kao, and M. Boals, 1991, "A new adaptive learning rule," *IEEE Automatic Control*, Vol. 36, pp. 188-197.
- U.K. Kang, J.T. Lee, Y.M. Kim, and B.H. Kwon, 1991, "Speed controller design for induction motor drives using a PDF control and load disturbance observer," *Proc. of IECON'91*, pp. 799-803.
- W.G. Da Silva and P.P. Acarney, 1997, "Fuzzy logic controlled motor driven in the presence of load disturbance," *Proc. of European Conference on Power Electronics and Application*, Vol. 2, pp. 386-391.
- L.A. Zadeh, 1973, "Outline of a new approach to the analysis complex system and decision processes," *IEEE Trans. Syst. Man and Cyber.*, Vol. 3, No. 1, pp. 28-44.
- 변중남, 1997, 퍼지논리제어, 홍릉과학출판사.
- 오훈, 1993, 직류 전동기의 속도제어를 위한 퍼지 제어기 설계, 원광대학교 대학원.
- 채석, 오영석, 1999, 퍼지이론과 제어, 청문각.

## 감 사 의 글

지난 2년 반 동안 노력이 이제야 조그만 결실을 거두게 되었습니다. 그 동안 본 논문의 완성되기까지 따뜻한 격려와 지도를 하여주신 김호찬 교수님, 김일환 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 아울러 본 논문의 심사를 맡아 많은 조언을 해주신 좌종근 교수님, 오성보 교수님, 그리고 항상 격려를 아끼지 않으신 이개명 교수님, 김세호 교수님께도 진심으로 감사를 드립니다.

실험실에서 밤늦도록 실험을 같이 해준 문동춘원생, 김상현원생, 김용현원생, 김재홍원생, 여러 가지 자료를 정리해준 문상호졸업생, 그리고 전기공학과 대학원생들에게 고마움을 전하며 앞날에 영광이 있으시길 기원합니다.

오늘이 있기까지 온갖 정성을 다하여 보살펴주신 어머니, 많은 용기와 격려를 주신 장인어른, 장모님, 그리고 동생, 처남들에게도 감사를 전합니다.

끝으로 오늘이 있기까지 헌신적인 희생으로 내조해준 사랑하는 나의 아내 김병임, 그리고 두 자녀 태훈, 덕훈에게 영원한 사랑을 전하며 본 논문의 출간의 기쁨을 함께 나누고자 합니다.

2000년 6월 일

김 영 식