



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

석사학위논문

비와 비율 지도를 위한
초기대수 학습 자료 개발

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 동 인

2010년 2월



석사학위논문

비와 비율 지도를 위한
초기대수 학습 자료 개발

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 동 인

2010년 2월

비와 비율 지도를 위한
초기대수 학습 자료 개발

지도교수 김 해 규

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 동 인

2009 년 11 월

김동인의

교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 최근배 인

심사위원 현종익 인

심사위원 김해규 인

제주대학교 교육대학원

2009년 12월

목 차

국문 초록	i
I. 서론	1
1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 연구 문제	2
3. 연구 방법 및 절차	3
4. 연구의 제한점	3
II. 이론적 배경	4
1. 비와 비율 관련 선행연구 고찰	4
2. 초기대수 관련 선행연구 고찰	6
III. 연구의 실제	9
1. 비와 비율과 관련된 초·중등 수학 교육과정 및 교과서 내용분석 ...	9
2. 비와 비율에 대한 오개념 및 오류 실태 분석	44
3. 자료 개발의 실제	57
IV. 결론 및 제언	140
참고 문헌	141
ABSTRACT	143
부 록	i

표 목 차

<표 Ⅲ-1> 제7차 교육과정의 '비와 비율'관련 학습 내용	10
<표 Ⅲ-2> 2007 개정 교육과정의 '비와 비율'관련 학습 내용	12
<표 Ⅲ-3> 초·중학교 '비와 비율'관련 단원 구성 및 지도 중점	14
<표 Ⅲ-4> '비와 비율'관련 검사지의 문제 유형	45
<표 Ⅲ-5> 평가 기준	46
<표 Ⅲ-6> 문항별 검사 결과 정답률	47
<표 Ⅲ-7> 63.5% 미만의 정답률을 보인 문항	49
<표 Ⅲ-8> 문제 유형별로 살펴본 63.5% 미만의 정답률을 보인 문항	50
<표 Ⅲ-9> 2007년 개정 교육과정의 각 영역별·학년별 내용	54

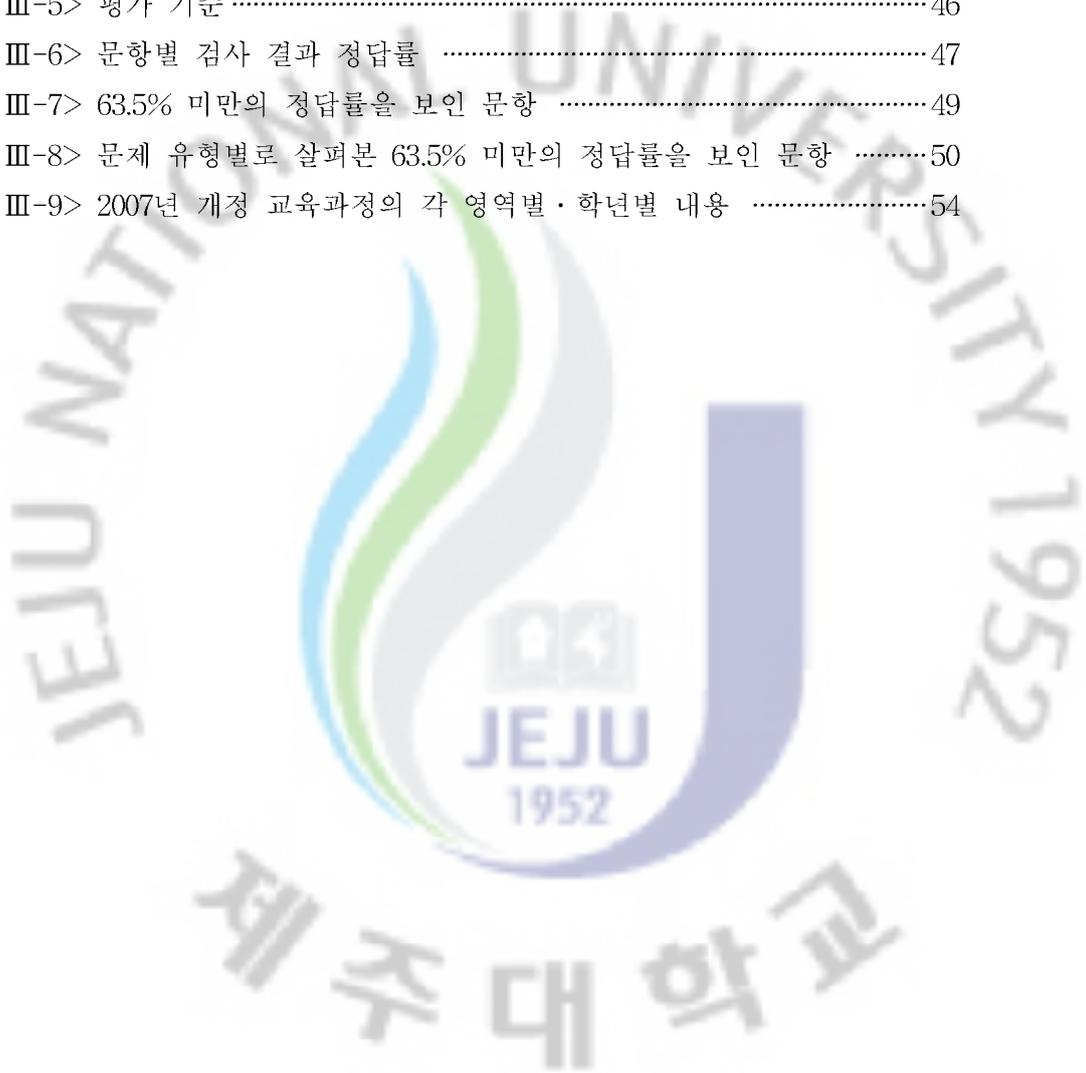


그림 목 차

[그림 III-1] ‘두 수의 비 알아보기’ 교과서 제시 내용	16
[그림 III-2] ‘비율과 비의 값 알아보기’ 교과서 제시 내용	17
[그림 III-3] ‘백분율 알아보기’ 교과서 제시 내용	18
[그림 III-4] ‘할푼리 알아보기’ 교과서 제시 내용	19
[그림 III-5] ‘비례식 알아보기’ 교과서 제시 내용	20
[그림 III-6] ‘비의 성질 알아보기’ 교과서 제시 내용	21
[그림 III-7] ‘비의 성질 알아보기’ 교과서 제시 내용	22
[그림 III-8] ‘비례식의 성질 알아보기 및 비례식 풀기’ 교과서 제시 내용	23
[그림 III-9] ‘비례식 이용하여 문제 풀기’ 교과서 제시 내용	24
[그림 III-10] ‘띠그래프 알아보기’ 교과서 제시 내용	25
[그림 III-11] ‘띠그래프 그리기’ 교과서 제시 내용	26
[그림 III-12] ‘원그래프 알아보기’ 교과서 제시 내용	27
[그림 III-13] ‘원그래프 그리기’ 교과서 제시 내용	28
[그림 III-14] ‘과제 해결’ 교과서 제시 내용	29
[그림 III-15] ‘문제 해결’ 교과서 제시 내용	30
[그림 III-16] ‘정비례 알아보기’ 교과서 제시 내용	31
[그림 III-17] ‘정비례 알아보기’ 교과서 제시 내용	32
[그림 III-18] ‘반비례 알아보기’ 교과서 제시 내용	33
[그림 III-19] ‘반비례 알아보기’ 교과서 제시 내용	34
[그림 III-20] ‘함수 알아보기’ 교과서 제시 내용	35
[그림 III-21] ‘함수 알아보기’ 교과서 제시 내용	36
[그림 III-22] ‘함수 알아보기’ 교과서 제시 내용	37
[그림 III-23] 평면도형에서 ‘닮음, 닮음비’ 교과서 제시 내용	39
[그림 III-24] 입체도형에서 ‘닮음, 닮음비’ 교과서 제시 내용	40
[그림 III-25] ‘삼각형의 닮음조건, 닮음의 중심, 닮음의 위치’에 대한 교과서 제시 내용	41
[그림 III-26] 닮음의 활용과 관련된 지도 요소에 대한 교과서 제시 내용	42
[그림 III-27] 반비례 개념 정의를 위해 교과서에 제시된 탐구활동	43
[그림 III-28] 각 문항에 대한 전체 학생들의 정답률 그래프	48

국문 초록

비와 비율 지도를 위한 초기대수 학습 자료 개발

김 동 인

제주대학교 교육대학원 초등수학교육전공

지도교수 김 해 규

초등학교 6학년에서 처음 도입하고 있는 비와 비율은 중학교 교육과정에서 이루어지고 있는 정비례, 반비례, 함수, 닮음 등의 학습과 연계되어 있다. 교과서를 중심으로 그 전개 모습을 살펴보면 각각의 학습 내용 속에는 양 내와 양 사이의 관계로서의 비, 기하학적 맥락에서의 비, 패턴과 일반화를 통한 관계로서의 비의 개념이 내포되어 있음을 알 수 있었다. 2011년부터 초등학교 5, 6학년에 적용되는 2007 개정 교육과정에 따르면 비와 비율에 대한 학습 시기가 조금 앞당겨져 5학년에서 이루어지게 되며, 중학교에서 지도되던 정비례와 반비례의 학습 내용이 초등학교 6학년에서 학습하게 되어 있다.

비의 개념은 비례배분의 기초가 되는 개념으로 중학교 수학에서 학습하게 되는 대수 학습의 성패를 좌우하는 중요한 요소라 할 수 있다. 따라서 대수와 관련된 정비례, 반비례의 학습이 초등학교에서 이루어지게 된 것은 초등수학이 초기대수의 방법을 통해 대수와 연결될 수 있음을 시사하고 있다.

이에 본 연구에서는 비와 비율의 보다 효율적인 지도를 위한 방안으로 초기대수 학습 자료를 개발하고자 한다. 이를 위해 우선적으로 제7차 교육과정과 2007 개정 교육과정의 분석을 통해 학습 내용의 구성면에서 초등학교와 중학교의 연관성을 확인하고 중학교 교과서의 분석을 통해 파악된 양 내와 양 사이의 비, 기하학적 맥락에서의 비, 패턴과 일반화를 통한 관계로서의 비가 초등학교 비와 비율 학습에서도 이루어질 수 있도록 초기대수의 관점에서 학습 자료를 개발하였다.

이러한 학습 자료들은 기하학적 맥락에서 제시되는 자료를 통해 보다 더 명확하게 비의 개념을 인지할 수 있을 뿐만 아니라 패턴과 일반화를 통한 추론 활동을 통해 대수와의 학습과도 쉽게 연계할 수 있는 기초를 다지게 될 것이다.

주요어 : 비, 비율, 초기대수



I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

비는 비교하는 두 양을 직접 비교하지 않고, 기준을 정하여 상대적인 크기를 비교하는 것이다. 이것은 실생활에서 두 양의 상대적인 가치를 평가할 때 꼭 필요한 것이다. 그리고 비율은 비를 좀 더 쉽게 알려 주기 위한 하나의 방법이다.

오늘날 문자의 도입과 함께 시작되는 학교대수는 초등수학에서 중등수학으로의 이행에서 가장 큰 장애요인이 되고 있다. 대수는 일반화된 산술 즉, 문자 기호를 도입하여 산술을 일반화하는 것으로 받아들여져 왔다. 그러나 지금까지 산술과 대수를 초등과 중등과정으로 그 내용을 구분하여 지도해온 결과 학교대수를 학습하는 과정에서 많은 문제점들이 발생되었는데, 이는 이러한 엄밀한 구분이 산술에서 대수로의 이행을 어렵게 만드는 근본적인 이유 가운데 하나이기 때문이다. 이는 산술과 차별화된 대수의 본질에 기인하는 것으로, 문자와 식, 방정식에서의 구분론적 측면을 강조하는 것만으로 해결될 수 없다. 이에 최근 학교대수와 관련된 연구에서는 대수적 사고에 대한 논의가 집중적으로 다루어지고 있으며(김성준, 우정호, 2007) 초기대수가 그 하나이다.

제7차 교육과정에서 '비와 비율'에 대한 지도는 <6-가>단계에서 처음 도입된다. <6-가>단계에서 이루어지는 비와 비율의 개념 형성은 같은 단계에서 지도되는 비례식의 학습으로 이어지며 <6-나>단계의 연비와 중학교 단계의 정비례, 반비례, 함수, 도형의 닮음 등의 학습에도 매우 중요하게 작용한다.

어떤 개념을 학습하는데 있어서 도입 단계는 그 개념과 관련하여 진행될 앞으로의 학습에서 오개념의 형성 여부에 많은 영향을 미친다고 할 수 있다. 김성희(2003)는 "구성주의적 관점에서 보면, 오개념의 형성은 인식의 과정에서 자연스럽게 발생하는 보편적인 현상이지만, 한번 형성된 이후에는 쉽게 다른 것으로 대체되지 않는 특징을 가지고 있다."고 하였다. 따라서 여러 가지 학습에 기초가 되는 비와 비율의 개념은 매우 중요한 학습 주제라 할 수 있다.

이러한 비와 비율은 학년간·교과간의 연계성과 내용 영역 간의 연관성 측면

에서 교육 내용의 적정화가 필요하다는 지적에 따라 2007 개정 교육과정에서는 5학년에서 도입되며 6학년에서는 제7차 교육과정에서 지도되었던 ‘비례식’, ‘연비와 비례배분’과 함께 중학교 과정이었던 ‘정비례와 반비례’의 내용을 새롭게 학습하게 되었다. 즉, 형식적 조작기에 해당되는 중학교에서 다루어지던 학습요소가 구체적 조작기에 해당되는 초등학교에서 다루어지게 된 것이다. 이로써 구체적 조작기와 형식적 조작기, 즉 초등 수학과 중등 수학의 자연스러운 연결의 필요성이 대두되었다.

현재 비의 개념이 기호로 도입되고 비율의 개념이 ‘기준에 대한 비교하는 양의 크기’ 즉, 산술의 방법으로 지도되며 중등과정을 포함함 비와 비율과 관련된 후속 학습에서 점차 대수적 학습으로 연계된다는 점을 고려할 때 초등에서 중등 수학으로의 이행을 원활하게 하기 위한 하나의 방안으로 본 연구에서는 패턴과 일반화를 통해 사고 측면을 강조하는 초기대수의 방법을 살펴보고자 한다.

따라서 본 연구에서는 제7차 교육과정과 2007 개정 교육과정상에서 비와 비율 학습과 관련된 학습 요소를 살펴봄으로써 초·중등의 관련성을 확인하고, 비와 비율에 대한 초등학교 학생들의 오개념 및 오류를 살펴봄으로써 이러한 오개념 및 오류의 발생 빈도를 줄이고 비와 비율을 보다 효율적으로 지도할 수 있는 초기대수 학습 자료를 개발하고자 한다.

2. 연구 문제

- 1) 비와 비율과 관련된 초·중등 수학 교육과정 및 교과서 내용을 분석한다.
- 2) 비와 비율에 대한 오개념 및 오류의 실태를 분석한다.
- 3) 비와 비율 지도를 위한 초기대수 학습 자료를 개발한다.

3. 연구 방법 및 절차

1) 연구 대상 : 2007 교육과정 <6-가>단계 6단원 비와 비율 관련 학습요소

2) 연구 기간 : 2008년 10월 ~ 2009년 10월

3) 연구 절차

(1) 제7차 교육과정과 제7차 개정 교육과정 분석

초·중학교 제7차 교육과정과 2007 개정 교육과정의 내용을 비교·분석하여 비와 비율과 관련된 학습 내용을 알아보고 초등학교에서의 산술적 수학 내용이 중학교의 대수적 학습요소와 어떻게 연결되어 있는지 그 관련성을 분석한다.

(2) 초·중학교 수학 교과서 내용 분석

초·중학교 교과서 분석을 통해 비와 비율과 관련된 학습 내용의 단원 구성과 지도 중점, 지도 방법들을 살펴본다.

(3) 비와 비율 개념에 대한 오개념 및 오류 실태 분석

2003년~2009년 국가수준 학업성취도 평가 문항 중 비와 비율 개념과 관련된 문제를 추출하여 검사지를 작성하고, 초등학교 6학년 학생을 대상으로 검사를 실시하여 비와 비율에 대한 학생들의 오개념 및 오류의 실태를 분석한다.

(4) 비와 비율 지도를 위한 초기대수 학습 자료 개발

초기대수의 관점에서 2007 개정 교육과정에 준하여 1학년 1학기부터 5학년 2학기의 내용을 바탕으로 비와 비율과 관련된 학습요소를 보다 효율적으로 학습하기 위한 학습 자료를 개발한다.

4. 연구의 제한점

비와 비율 개념은 정비례와 반비례, 닮음, 그래프의 기울기, 상대도수, 히스토그램, 확률 등의 학습에서 매우 중요하며(김수현, 나귀수, 2008) 그것들의 학

습에 기본 바탕이 된다.

본 연구에서는 비와 비율과 관련된 학습요소 중 초등학교 <6-가>단계 6단원 비와 비율 내용과 2007 개정 교육과정의 6학년에서 지도하게 될 정비례와 반비례 및 중학교 과정의 함수, 닮음 내용으로 제한하여 그 내용을 살펴보고 이를 바탕으로 비, 비율, 비의 값, 백분율, 할푼리와 관련된 초기대수 학습 자료를 개발하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 비와 비율 관련 선행연구 고찰

Freudenthal(1983)에 따르면, 수학적 개념의 현상학은 그것이 창안되고 발전되어 온 현상과 관련하여 그 본질을 기술하는 것이며(우정호, 김성준, 2007, p. 256에서 재인용), 따라서 본 연구에서도 초기대수의 본질을 파악하기 위해서 초기대수/비와 관련된 자료를 분석하게 될 필요가 있었다.

비의 개념은 유클리드 정리3에서 ‘비란 같은 종류인 두 양 사이의 크기에 관한 한 관계를 말한다.’라고 정의하고 있다. 또 미국의 5학년 교과서(R. I. Charles et al., 1998)에서는 “양들을 비교하기 위해 사용된 수들의 한 쌍”이라고 하였고, 다른 5학년 교과서 (R. I. Champagne, 1992)에서는 “두 양의 비교”라고 하였다.

비와 비율 개념 지도에 대한 연구는 매우 광범위하고 다양하게 이루어져 왔다(Freudenthal, 1983; Karplus et al., 1983; Lamom, 1999; Lesh et al., 1988; Noelting, 1980; Piaget et al., 1977; Streefland, 1985; 김수현, 나귀수, 2008; 유현주, 1985; 장혜원, 2002, 정은실, 2003a 2003b).

Freudenthal(1983)에 따르면 비가 의미 있는 조직 수단으로 작용하는 현상은 크게 두 가지이다. 첫 번째는 양 내에서, 그리고 양 사이에서의 관계로서의 비이며, 두 번째는 기하학적 맥락에서의 비이다. 첫 번째와 관련된 대표적인 현상

으로는 등속 운동을 들 수 있다. 등속 운동에서는 두 종류의 비례식 $t_1:t_2 = s_1:s_2$ 와 $t_1:s_1 = t_2:s_2$ 를 생각할 수 있다. $t_1:t_2$ 와 $s_1:s_2$ 는 각각 시간과 시간, 거리와 거리의 비로서 동일한 하나의 체계내에서의 내적비(internal ratio)이다. $t_1:s_1$ 과 $t_2:s_2$ 는 시간과 거리 사이의 비로서 두 체계 사이의 외적비(external ratio)이다(김수현, 나귀수, 2008, p. 313에서 재인용). 2007 개정 교육과정 6학년에서 지도하게 될 정비례와 반비례를 제7차 교육과정 중학교 교과서에서 전개된 모습을 살펴보면 정비례와 반비례에 대해 각각 “ x 의 값이 2배, 3배, 4배 …가 될 때, y 의 값도 2배, 3배, 4배…가 됨을 알 수 있다. 일반적으로 0이 아닌 일정한 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y=ax$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 정비례한다고 한다.”와 “ x 의 값이 2배, 3배, 4배 …가 될 때, y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배…가 됨을 알 수 있다. 일반적으로 0이 아닌 일정한 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y=\frac{a}{x}$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 반비례한다고 한다.”라고 정의하고 있다. 이는 내적비와 외적비의 관계를 통해 그 개념을 정의하고 있음을 알 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 초기 대수의 양적 추론을 통해 비의 개념을 지도할 때 이러한 양 내에서, 그리고 양 사이에서의 관계로서의 비에 대해 사고할 수 있도록 자료를 개발하고자 한다. 또, Freudenthal(1983)에 따르면, 내적비보다 외적비가 아동들의 심리적 어려움을 더 많이 초래한다고 한다(김수현, 나귀수, 2008, p. 313에서 재인용). 이에, 내적비와 관련한 활동으로부터 외적비를 파악하는 순서로 활동이 제시되어야 할 것이다.

두 번째 기하학적 맥락에서의 비와 관련된 현상은 닮음이다. 학생들은 실제로 두 대상을 맞추어보고 비교함으로써 닮음을 인식하기 시작하며, 한 대상이 변하면 다른 대상도 함께 변한다는 인식을 하게 된다. 학생들은 실제의 모습에서 서로 같은 것은 그림에서도 서로 같다는 것을 인식하는데, 바로 여기에 내적비의 불변성이 포함되어 있다(Freudenthal, 1983; 김수현, 나귀수, 2008, p. 313에서 재인용). Streefland(1985)는 비와 비율 개념의 의미 있는 지도를 위한 방법을 제시했는데 그 중 비의 교수·학습에서 기하학적 맥락을 적극적으로 활용할 필요가 있다고 주장하였다. 즉, 확대와 축소, 닮음, 그림자 등의 현상은 두 양 사이의 불변의 구조로서의 비를 다루기에 매우 적절한 맥락이라고 강조하였다. 또,

정은실(2003)은 비를 아무런 준비 없이 직관적으로 가르치는 것보다 직관적으로 이해하도록 프로그램을 개발하여 비를 조기에 도입할 것을 주장하였다. 비에 대해 직관적으로 이해하고 여러 경험을 통해 충분히 다룬 이후에, 비에 대한 기호나 알고리즘을 지도할 것을 강조하였다. 따라서 본 연구에서는 초등대수의 양적 추론을 효과적으로 지도할 수 있는 그림그리기 전략 등을 통해 기학적 맥락에서 비를 지도할 수 있도록 자료를 개발하고자 한다.

2. 초기대수 관련 선행연구 고찰

비와 비율은 수학의 영역 중에서 '규칙성과 함수'에 포함되어 있다. 수학은 규칙성이나 관계에 대한 내용을 다루는 교과이다. 비가 비교하는 두 양을 직접 비교하지 않고, 기준을 정하여 상대적인 크기를 비교하는 것이며, 실생활에서 두 양의 상대적인 가치를 평가할 때 꼭 필요한 것이라고 볼 수 있다. 또, 제7차 교육과정에서는 중학교에서 다루어지다 제2007 개정 교육과정에서 6학년 때 지도되는 정비례와 반비례는 대수적 사고를 기반으로 한 것으로써 초·중등의 원활한 학습의 연계를 고려할 때 비와 비율의 효율적인 지도 방안의 하나로 초기대수를 생각해 볼 수 있다.

초기대수(early algebra)는 중등과정에서 학습하는 문자와 기호를 그대로 도입하는 것이 아니며, 중등대수와 관련된 요소를 그 수준에 맞추어 추론 측면에서 강조하는 것을 말한다(김성준, 2003a, p.310). 초기대수에서의 핵심은 대수적 사고(추론)를 통해 초등수학에서부터 대수 지도의 가능성을 마련하는 것으로 끝, 초기대수의 목적은 산술영역에서 제시된 보편적인 문제들에서부터 어떻게 대수적인 요소들을 이끌어내고 이를 통해 산술에서부터 대수 교육을 준비시킬 수 있는가 하는 데 있다(김성준, 2003a, p.325).

대수의 역사에서 등장하는 사고 측면을 초등수학 교과서에서 살펴보면 다음과 같다. 고대 바빌로니아에서 제시된 문제는 오늘날의 관점에서 보면 문장제의 형태를 띠고 있으며, 그리고 문제 풀이 과정을 살펴보면 이것은 양을 나누고 비교하는 가운데 오늘날의 비례 개념을 이용해서 사고 과정이 진행되었음을 알 수 있다(Radford, 2001 ; 김성준, 2003a, p. 314에서 재인용).

Kaput(2001)은 초기대수와 관련된 대표적인 인물로, 특히 그는 초등수학의 맥락에서 학생들의 능력을 이용해서 대수적 추론을 이끌어내는데 연구의 초점을 두고 있다. Kaput은 초기대수 지도와 관련해서 먼저 초등에서부터 고등과정까지 모든 학년에서 등장하는 대수적 추론을 정리해서 제시하였으며, 이러한 자료를 통해 대수화된 K-12교육과정이 학교 수학에서 다양한 아이디어에 접근하는 가장 합리적인 수단임을 강조하고 있다(Kaput & Blanton, 2001; 김성준, 2003a, p.313에서 재인용). 이와 함께 초등 수준에 적합한 대수적 추론을 개발하는 것은 중등 이후의 수학 학습을 개선하는 데 가장 중요한 요소임을 지적하고 있다. Kaput(2001)은 이러한 논의를 바탕으로 대수 교육과정을 초등에서부터 적절하게 개선하는 것은 전체 수학 교육과정에서 핵심이 된다고 보았으며, 특히 초등과정에서부터 대수적 추론을 개발하고 이러한 결과를 초등학교 교사들에게 교육시키는 것은 대수 교육과정 개선에서 무엇보다 먼저 요구된다고 보았다.

우리나라 초등수학 교과서를 분석하여 초기대수와와의 관련성을 살펴보면, 우리의 초등수학에서는 다양한 패턴을 다루고 그리고 양의 산술을 제시함으로써 초기대수의 지도 가능성을 포함하고 있다(김성준, 2003a, p.325).

김성준(2003a)은 우리나라 초등수학과 ‘초기대수’와의 관련성을 다음과 같이 네 가지로 제시하고 있다:

1. 초등수학 교과서에 제시된 여러 가지 문제 해결 전략은 그 이름은 같지만 학년이 올라감에 따라 서로 다른 형태와 수준으로 제시되고 있다. 이것은 산술에서부터 추론을 통해 대수적 능력을 이끌어내고 이것을 대수와 연결시키려는 것과 같은 맥락으로 보인다. 곧, 산술에서부터 대수적인 요소를 단계적으로 이끌어내고 그리고 이러한 요소를 <7-가> 단계와 연결시키려는 시도를 살펴볼 수 있다. ...
2. 초등학교 교과서에 제시된 다양한 문제 해결 전략에서 우리는 산술과 대수 사이에 존재하는 간격을 생각해 볼 수 있다. ... 산술과 대수간의 간격을 줄이기 위한 노력으로 예상과 확인 전략으로 문제를 해결한 다음, 문제를 일련의 (양적인) 추론으로 해결하고, 이러한 추론에 근거해서 연립방정식을 제시한다면 산술과 대수를 보다 분명하게 하면서 그 연결을 시도할 수 있을 것이다. 여기서 ‘초기대수’는 이러한 양적인 추론을 강조함으로써 산술과 대수 간에 존재하는 간격을 연결하는 것을 그 목적으로 한다. ...
3. 초등학교 산술은 수의 산술에 집중되어 있으며, 이것은 주로 과정을 강조하면서 진행된다. 이것은 문자를 대상으로 다루어야 하는 대수 학습과는 많은 차이를 보인다. 따라서 산술 학습에서 새로운 대안으로 양의 산술이 제시될 수 있으며,

이를 통해 대상을 인식하고 그 대상에서부터 조작을 시작함으로써, 산술과 대수 간의 연결을 구성하고 형식적인 대수 학습에 의미를 부여할 수 있을 것이다. ... 그림 그리기 전략은 이러한 양의 산술을 효과적으로 지도하는데 도움을 준다. ... 구체적인 그림을 통한 문제 해결 전략은 그 자체로 사용되기도 하며 경우에 따라서는 다른 전략을 효과적으로 설명하는데 도움을 주기도 하는데, 이것은 수의 산술과 양의 산술을 동시에 이해하도록 한다. 그리고 이러한 맥락에서 '초기대수'의 지도는 양의 산술을 통해 과정과 대상을 함께 생각함으로써, 대수와의 연결을 위해 효과적으로 사용될 수 있을 것이다. ...

4. 하나의 문제를 다양한 방법으로 해결하면서 보다 효과적인 방법을 찾는 것은 산술과 대수를 연결하는데 도움을 준다. 곧, 산술에서의 방법과 대수에서의 방법을 비교함으로써 대수의 장점을 확인하고, 대수 학습에 동기를 부여할 수 있게 된다. 또한 문제 풀이 전략에 있어서도 하나의 전략이 산술적인 맥락이라면 다른 전략은 이와 차별화해서 제시함으로써 대수적 능력을 산술 단계에서부터 이끌어 낼 수 있을 것이다. ... 다양한 표현을 비교하고 그리고 일반화의 필요성을 이끌어내면서 우리는 '초기대수'와 같은 맥락을 발견할 수 있으며, 그리고 산술과 대수가 초등수준에서부터 사고 측면에서 함께 지도될 수 있는 가능성을 엿볼 수 있을 것이다. (pp.322-324)

초기대수의 경우 패턴은 양을 도구로 해서 관계를 다루고 있으며, 패턴을 통해 양을 비교하고 그 관계를 발견함으로써 패턴의 구조를 이해하는 것이며, 이것은 초등수학에서부터 주어진 대상을 관계와 함께 다룰 수 있는 기반을 마련하는데 도움을 준다(김성준, 2003a).

패턴과 일반화를 통한 대수 도입은 기존의 전통적인 대수 도입과는 분명하게 구분된다. 다시 말해 패턴을 파악하는 것은 주어진 패턴에 내재해 있는 관계를 파악하는 것으로, 학생들 스스로 사고하는 교육을 강조한다고 할 때, 패턴에 대한 인식은 초기대수의 중요한 요소로 부각될 수 있다. 패턴에서부터 그 관계를 인식하고 규칙을 찾아내는 것은 대수의 역사적 전개에서 기호 이전 단계의 대수로 볼 수 있으며, 따라서 형식적인 기호 사용 이전에 패턴을 비롯하여 관계와 규칙을 찾는 것은 학교대수에서 오히려 자연스럽게 생각할 수 있다(김성준, 2003b, pp.344-345).

패턴에서 시작하여 이를 일반화하는 것은 수학의 구조적 측면에 대한 이해를 바탕으로 한다(Warren, 2001, p.634; 김성준, 2003b, p.348에서 재인용). 수학에서 그 구조를 안다는 것은 수학적 대상들의 집합을 이해하는 것으로, 다시 말해 대상들 간의 관계와 이러한 대상들의 성질을 이해하는 것을 의미한다. 그리고 이

러한 패턴은 대수를 시작하기 이전 단계인 초등 수학에서부터 다루어지고 있으며, 중학교에서 산술, 시각적 패턴, 함수적 상황 등에서 반복되는 학습을 통해 귀납적 일반화를 하면서, 이러한 일반화를 통해 패턴과 그 관계를 이해할 수 있게 된다 (김성준, 2003b, p.348). 따라서 본 연구에서는 학생들로 하여금 초등학교에서 학습한 비의 개념을 중학교 함수 학습과 원활하게 연계시킬 수 있는 계기를 제공하고자 초기대수의 중요한 요소인 패턴에서부터 그 관계를 인식하고 규칙을 찾아 일반화하는 방법을 통해 비를 지도하도록 자료를 개발하고자 한다.

Ⅲ. 연구의 실제

1. 비와 비율과 관련된 초·중등 수학 교육과정 및 교과서 내용 분석

현재 6학년에서 처음 다루어지고 있는 비와 비율 학습은 2007 개정 교육과정에서는 5학년에서 도입하게 되어있다. 이로써 2011년부터는 5학년에서 비와 비율 학습을 그리고 6학년에서는 중학교 과정에서 지도되던 정비례, 반비례의 개념을 학습하도록 되어있다.

이에 이 장에서는 제7차 교육과정과 2007 개정 교육과정에서 '비와 비율'과 관련된 학습요소를 영역별로 추출하고 그 내용이 교과서상에서 어떻게 전개되고 있는지를 단원 구성 및 지도 중점을 중심으로 살펴봄으로써 대수 학습을 앞둔 초등학교 6학년 학생들에게 산술영역에서 제시된 보편적인 문제들에서부터 어떻게 대수적인 요소들을 이끌어내고 이를 통해 산술에서부터 대수 교육을 준비시킬 수 있는지 그 가능성을 살펴보고자 한다.

1) 초·중등 수학 교육과정 분석

(1) 제7차 교육과정의 '비와 비율' 관련 학습 내용

제7차 교육과정은 제6차 교육과정에서 각급 학교별로 나누어져 있던 영역별 분류가 국민공통 기본 교육과정으로 통합되는 과정에서 초등학교 1학년에서 고등학교 1학년까지 즉, 1단계부터 10단계까지 일관성 있게 분류되어 있다. '비와 비율'과 관련된 학습요소는 '규칙성과 함수' 영역의 내용이며 <8-나>단계의 탐음학습과도 매우 밀접한 관계가 있다. '비와 비율'과 관련된 학습 내용을 6학년과 중학교 1, 2학년에서 각각 추출하여 정리하면 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 제7차 교육과정의 '비와 비율' 관련 학습 내용(교육부, 1997)

단계	영역	내용
6-가	규칙성과 함수	<ul style="list-style-type: none"> ■ 비와 비율 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 비와 비율의 이해 ▪ 비율을 여러 가지 방법으로 나타내기 ■ 비례식 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 비례식의 이해와 활용
6-나	규칙성과 함수	<ul style="list-style-type: none"> ■ 규칙과 대응 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 대응관계 식으로 나타내기 ■ 연비와 비례배분 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 연비의 이해 ▪ 연비로 나타내기 ▪ 비례배분의 이해 ▪ 주어진 양을 비례배분하기
7-가	규칙성과 함수	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 정비례, 반비례 ▪ 함수의 개념 ▪ 순서쌍과 좌표 ▪ 함수의 그래프 ▪ 함수의 활용
8-가	규칙성과 함수	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 일차함수의 뜻과 그래프의 성질 ▪ 일차함수와 일차방정식의 관계 ▪ 그래프를 통한 연립일차방정식의 해의 이해 ▪ 일차함수의 활용

단계	영역	내용
8-나	도형	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 도형의 닮음 ▪ 닮은 도형의 성질 ▪ 삼각형의 닮음 조건 ▪ 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비 ▪ 닮음의 응용

(2) 2007 개정 교육과정의 ‘비와 비율’관련 학습 내용

제7차 교육과정에서는 국민공통 기본 교육과정에 해당하는 기간의 수학과 내용 영역을 ‘수와 연산’, ‘도형’, ‘측정’, ‘확률과 통계’, ‘문자와 식’, ‘규칙성과 함수’ 6개 영역으로 나누어 초등학교와 중등학교에서 모두 공통으로 사용했으나, 2007 개정 교육과정에서는 학교급별 특성에 맞추어 구분하고 있다. 초등학교의 경우 내용 영역이 ‘수와 연산’, ‘도형’, ‘측정’, ‘확률과 통계’ 영역의 변화가 없으나, 기존의 ‘문자와 식’ 영역과 ‘규칙성과 함수’ 영역이 ‘규칙성과 문제해결’ 영역으로 통합되면서 5개 영역으로 구성된다. 중학교와 고등학교 수학 교육 내용은 초등학교의 영역 구분과 달리 ‘수와 연산’, ‘문자와 식’, ‘함수’, ‘확률과 통계’, ‘기하’의 5개 영역으로 구성된다. ‘규칙성과 함수’ 영역이 ‘함수’ 영역으로 바뀌면서 규칙성에 관한 내용은 주로 초등학교에서 학습하게 되는 내용으로 중학교와 고등학교에서는 그와 관련된 내용이 ‘함수’ 영역에 포함될 수 있다.

비와 비율 학습은 초등학교의 ‘규칙성과 문제해결’ 영역과, 중학교 ‘함수’, ‘기하’ 영역의 닮음 학습과 관련되어 있다. 제7차 교육과정과 비교할 때, 함수와 닮음 내용은 제7차 교육과정에서와 같이 각각 중학교 1학년과 중학교 2학년에서 학습하도록 구성되어 있으나 6학년에서 지도되던 비와 비율 관련 내용은 5학년에서, 중학교 1학년에서 지도되었던 정비례, 반비례 관련 내용은 6학년에서 학습하도록 구성되었다. ‘비와 비율’ 관련 학습 내용을 5, 6학년과 중학교 1, 2학년에서 각각 추출하여 정리하면 <표 III-2>와 같다.

<표 III-2> 2007 개정 교육과정의 '비와 비율'관련 학습 내용(교육부, 2006)

학년	영역	내용
초	5 규칙성 과 문제 해결	<ul style="list-style-type: none"> ■ 비와 비율 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타내기 ▪ 두 양 사이의 비와 비율의 의미 이해하기 ▪ 비율을 여러 가지 방법으로 나타내기 <p>-----</p> <p><교수·학습 상의 유의점></p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 두 양의 크기를 비교할 때에는 부분과 전체, 부분과 부분 사이의 관계를 다양하게 다룬다. ▪ 속력, 인구 밀도 등과 같이 타 교과 및 실생활에서 비율이 사용되는 예를 찾고, 관련된 문제를 해결해 보게 한다.
중	6 규칙성 과 문제 해결	<ul style="list-style-type: none"> ■ 방정식 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 미지수를 x로 나타내기 ▪ 등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 간단한 방정식 풀기 ■ 비례식 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 비례식을 이해하고, 이를 활용하기 ▪ 비례식의 성질을 이용하여 간단한 비례식 풀기 ■ 연비와 비례배분 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 연비의 뜻을 알고, 세 양 사이의 관계를 연비로 나타내기 ▪ 비례배분의 뜻을 알고, 주어진 양을 비례배분 하기 ■ 정비례와 반비례 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 두 수 사이의 대응 관계를 x와 y를 사용하여 식으로 나타내기 ▪ 정비례와 반비례 관계를 이해하고, 그 관계를 표나 식으로 나타내기 ▪ 정비례와 반비례 관계를 활용하여 실생활 문제 해결하기
중	1 함수	<ul style="list-style-type: none"> ■ 함수와 그래프 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 함수의 개념 이해하기 ▪ 순서쌍과 좌표 이해하기 ▪ 함수를 표, 식, 그래프로 나타내기 ■ 함수의 활용 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 함수를 활용하여 실생활 문제 해결하기

학년	영역	내용
중 학 교	함수	<ul style="list-style-type: none"> ■ 일차함수와 그래프 <ul style="list-style-type: none"> · 일차함수의 의미를 이해하고 그래프 그리기 · 일차함수의 그래프의 성질 이해하기 ■ 일차함수의 활용 <ul style="list-style-type: none"> · 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계 이해하기 · 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해 이해하기 · 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제 해결하기
	기하	<ul style="list-style-type: none"> ■ 도형의 닮음 <ul style="list-style-type: none"> · 도형의 닮음의 뜻 이해하기 · 닮은 도형의 성질 이해하기 · 삼각형의 닮음 조건 이해하기 ■ 닮음의 활용 <ul style="list-style-type: none"> · 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질 이해하고 활용하기 · 삼각형의 중점 연결 정리를 이해하고 활용하기 · 닮음비를 이용하여 닮은 도형의 넓이와 부피 구하기

2) 초·중등 교과서 분석

비와 비율과 관련하여 교육과정에 이어 교과서 상에서의 구성을 살펴보고자 한다. 현재 2007 개정 교육과정의 5, 6학년 교과서가 아직 개발되지 않은 점과 위에서 살펴보았듯이 비, 비율과 관련된 내용이 대부분 중학교 제7차 교육과정상의 내용임을 감안하여 본 연구에서는 제7차 교육과정에 근거한 교과서(초등학교는 국정 교과서, 중학교는 강육기 외(2006)과 강행고 외(2008))를 중심으로 단원의 구성, 지도 중점 및 비와 비율 관련 지도 요소를 알아봄으로써 초·중등의 관련성을 살펴보고자 한다.

(1) 초·중등 단원구성 및 지도 중점

<표 III-3> 초·중학교 '비와 비율'관련 단원 구성 및 지도 중점

단계	단원명	지도 중점
6-가	6. 비와 비율	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 비의 뜻을 알고, 비를 기호를 사용하여 나타내고 읽을 수 있다. ▪ 비교하는 양, 기준량을 알고 비의 값을 구할 수 있다. ▪ 비율을 분수, 소수, 백분율로 나타내고 이들의 상호 관계를 안다. ▪ 할푼리의 뜻을 알고, 여러 가지 비율을 할푼리로 나타낼 수 있다. ▪ 실생활에 쓰이는 여러 가지 비율 문제를 해결할 수 있다.
	7. 비례식	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 비례식을 이해하고, 비의 전항과 후항, 비례식의 외항과 내항을 알 수 있다. ▪ 비의 성질을 이해하고, 이를 이용할 수 있다. ▪ 비례식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 비례식의 미지항의 값을 구할 수 있다. ▪ 비례식을 이용하여 실생활 문제를 풀 수 있다.
6-나	7. 연비	<ul style="list-style-type: none"> ▪ 두 수의 대응 관계를 □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다. ▪ 세 수의 비로서 연비를 이해하고, 연비를 구할 수 있다. ▪ 연비의 성질을 알고, 연비를 간단한 자연수의 연비로 나타낼 수 있다. ▪ 비례배분을 이해하고, 비례배분에 관한 생활 속의 문제를 해결할 수 있다. ▪ 식으로 나타낸 대응 관계를 보고, 문제를 만들어 해결할 수 있다.
7-가	IV. 규칙성과 함수	<ol style="list-style-type: none"> 1. 함수 <ol style="list-style-type: none"> 1) 정비례와 반비례 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 정비례 관계와 반비례 관계를 이해하고 그 관계를 식으로 나타내어 본다. 2) 함수의 뜻 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 변수, 함수, 함수값, 정의역, 치역, 공역의 뜻을 알아본다. 2. 함수의 그래프 <ol style="list-style-type: none"> 1) 순서쌍과 좌표 <ul style="list-style-type: none"> ▪ 순서쌍과 좌표에 대하여 알고, 수직선 또는 평면 위의 점을 좌표를 사용하여 나타내어 본다.

<p>7-가</p> <p>IV. 규칙성과 함수</p>	<p>2) 함수의 그래프</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 함수의 그래프의 뜻을 알고 간단한 함수 $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)의 그래프를 그려본다. <p>3. 함수의 활용</p> <p>1) 함수와 실생활</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 함수를 실생활 문제에 활용하여 본다. 또한, 실생활의 다양한 소재에서 함수 관계가 있는 것을 찾아보고, 이를 식으로 나타내어 본다.
<p>8-가</p> <p>V. 일차함수</p>	<p>1. 일차함수와 그 그래프</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 일차함수의 뜻을 알고 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 그릴 수 있다. ▪ x절편과 y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다. ▪ 일차함수에서 x의 증가량에 대한 y의 증가량의 값을 안다. ▪ 일차함수의 그래프의 기울기에 대하여 안다. ▪ 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있다. <p>2. 일차함수의 활용</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 일차방정식 $ax+by+c=0$의 그래프를 그릴 수 있다. ▪ 일차함수의 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구할 수 있다. ▪ 정의역을 제한한 경우의 일차함수의 그래프와 그 치역을 안다. ▪ 실생활의 문제 해결에 일차함수를 활용할 수 있다.
<p>8-나</p> <p>III. 도형의 닮음</p>	<p>1. 도형의 닮음</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하는 활동을 통해 도형의 닮음의 뜻과 닮은 도형의 성질을 안다. ▪ 닮음비를 활용하여 삼각형의 닮음조건을 안다. ▪ 닮은 도형을 그릴 수 있다. <p>2. 닮음의 응용</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비에 대하여 안다. ▪ 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 안다. ▪ 삼각형의 중점연결 정리를 알고, 이를 증명할 수 있다. ▪ 삼각형의 무게중심을 알고 그 성질을 이용할 수 있다. ▪ 두 닮은 도형의 넓이와 부피의 비를 안다. ▪ 실생활에서 합동인 도형과 닮음인 도형을 찾을 수 있다.

(2) 교과서 구성의 실제

① 초등학교 교과서상의 비와 비율 관련 지도 요소

초등학교에서 비와 비율 관련 지도 요소에는 비, 비율, 비례식, 비율 그래프, 연비, 비례배분 등이 있다. 본 연구에서는 이 중 제7차 교육과정의 <6-가>단계에서 지도되는 내용으로 범위를 제한하여 살펴보고자 한다.

<6-가>단계 6단원 비와 비율

처음 비를 도입하는 과정에서는 ‘두 수의 비 알아보기’라는 주제로 남학생과 여학생 수의 비교 상황을 제시하여 비를 도입하고 있다. 이와 관련된 지도중점은 ‘비의 뜻을 알고, 비를 기호를 사용하여 나타내고 읽을 수 있다.’이지만 교과서 상에서는 비의 뜻에 대해서는 제시되어 있지 않으며 단지 두 수를 비교하기 위해 기호 ‘:’를 사용하여 비를 나타내고 읽는 방법에 대해서만 제시하고 있다.

두 수의 비를 알아봅시다.

생활에서 알아보기

월수녀 모듬에는 남학생이 8명, 여학생이 6명입니다. 남학생 수와 여학생 수를 비교하는 방법을 알아봅시다.

1 남학생 수와 여학생 수를 여러 가지 방법으로 비교하여 보시오.

- 표여 남학생 수만큼 □, 여학생 수만큼 △를 그려 보시오.

남학생	여학생

- 숫자만 가지고 비교할 수 있다고 생각합니다?
- 왜 그렇게 생각합니다?

2 남학생 수와 여학생 수를 비로 나타내는 방법을 알아봅시오.

남학생	여학생
○○○○○	○○○○○

- 남학생 수 8과 여학생 수 6를 비교하는 것을 8 : 6로 나타낼 수 있다고 생각합니다?
- 또, 남학생 수 4과 여학생 수 6를 비교하는 것을 6 : 3로 나타낼 수 있다고 생각합니다?
- 왜 그렇게 생각합니다?

활동으로 알게 된 것

8 : 6와 6 : 3은 서로 다릅니다.

3 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.

8과 6의 비	□ : □
자 대한 8의 비	□ : □
8의 6에 대한 비	□ : □

마음 남학생 수와 여학생 수를 비교하기 위하여 기호 : 를 사용합니다. 남학생 수 8명과 여학생 수 6명을 비교하는 것을 8 : 6로 나타내고, 8 대 6라고 읽습니다. 이것을 8에 대한 6의 비 또는 8의 6에 대한 비라고 간단히 8과 6의 비라고 합니다.

[그림 III-1] ‘두 수의 비 알아보기’ 교과서 제시 내용(교육과학기술부, 2009)

다음으로 ‘비율과 비의 값 알아보기’의 주제로 전체 자원 봉사자 8명 중 여자가 5명일 때 여자 수는 전체 자원 봉사자 수의 얼마인지를 알아보는 문제 상황을 제시하고 있다. 이를 비로 나타내는 활동과 여자 수는 자원 봉사자 수의 얼마인지를 분수와 소수로 나타내어 보는 활동을 통해 기준량과 비교하는 양, 비율, 비의 값에 대해 [그림 III-2]와 같이 약속하고 있다.

비율과 비의 값을 알아봅시다.

생활에서 알아보기

학교 앞 길을 청소하는 자원 봉사자가 8명 있습니다. 이 중 여자가 5명입니다. 여자 수는 전체 자원 봉사자 수의 얼마인지를 알아보시오.



학 학 기

과일의 수를 비교하여 풀이를 답하시오.

사과	
딸기	

- 사과 수에 대한 딸기 수의 비를 구하시오.
- 사과 수에 대한 딸기 수의 비의 값을 구하시오.
- 사과 수에 대한 딸기 수의 비의 값을 말할 때, 기준량과 비교하는 양을 말하여 보시오.
- 딸기 수에 대한 사과 수의 비를 구하여 보시오.
- 딸기 수에 대한 사과 수의 비의 값을 구하여 보시오.
- 딸기 수에 대한 사과 수의 비의 값을 말할 때, 기준량과 비교하는 양을 말하여 보시오.

빈 칸에 알맞은 수를 써 넣으시오.

비의 값	분 수	소 수
5 : 6	$\frac{5}{6}$	
2의 3배 대한 비		0.67%
4에 대한 2의 비		

1 비를 분수와 소수로 나타내어 보시오.

●표여 사람 수만큼 ○를 그려 보시오.

자원 봉사자	
여자	

- 자원 봉사자 수에 대한 여자 수의 비를 말하여 보시오.
- 여자 수는 자원 봉사자 수의 얼마인지 분수로 나타내어 보시오.
- 여자 수는 자원 봉사자 수의 얼마인지 소수로 나타내어 보시오.

학습 자원 봉사자 8명을 기준으로 하여 여자 5명을 비교할 때, 8명을 기준량, 5명을 비교하는 양이라고 합니다. 기준량에 대한 비교하는 양의 크기를 비율이라고 합니다. 기준량을 1로 볼 때의 비율을 비의 값이라고 합니다. 자원 봉사자 8명 1로 볼 때, 5에 대한 비의 값은 $\frac{5}{8}$ 입니다.

(비율) = $\frac{\text{비교하는 양}}{\text{기준량}}$

[그림 III-2] ‘비율과 비의 값 알아보기’ 교과서 제시 내용(교육과학기술부, 2009)

‘백분율, 할푼리 알아보기’에서는 먼저 백분율을 알아보기 위해 수학시험에서 20문제 중에서 17문제를 맞혔을 때 이것을 100점을 만점으로 하는 점수를 알아보는 문제 상황을 제시하였다. 이를 위해 철수가 맞힌 문제 수의 전체 문제 수에 대한 비의 값을 분수와 소수로 나타내어 보도록 하였으며 20점을 다 맞혔을 때를 100점이라 하면 한 문제는 몇 점인지, 또 철수의 점수는 100점을 만점으로 볼 때 몇 점인지, 비의 값의 기준량과 100점 만점의 점수의 기준량은 각각 얼마인지 알아보는 활동을 통해 백분율을 [그림 III-3]과 같이 약속하고 있다. 또, 20

에 대한 9의 비율을 백분율로 나타내는 방법을 알아보도록 하는 활동을 한 후 비율을 백분율로 나타내는 방법에 대해 일반화할 수 있는 방법을 말해보도록 구성되었으며 백분율을 모눈종이에 색칠해보는 활동을 통해 백분율을 소수로 나타내는 방법을 알아보도록 제시하였다.

백분율에 대하여 알아봅시다.

6 ▶ 생활에서 알아보기

철수는 수학 시험에서 20문제 중에서 17문제를 맞혔습니다. 이것을 100점을 만점으로 하는 점수로 알아보시오.



1 철수의 점수를 100점을 만점으로 나타내는 방법을 알아보시오.

- 철수가 맞힌 문제 수의 전체 문제 수에 대한 비의 값을 분수로 나타내어 보시오.
- 이 비의 값을 소수로 나타내어 보시오.
- 20문제를 다 맞혔을 때를 100점이라 하면, 한 문제는 몇 점씩입니까?
- 철수의 점수는 100점을 만점으로 볼 때 몇 점입니까?
- 비의 값은 기준량을 얼마라고 본 것입니까?
- 100점 만점의 점수는 기준량을 얼마라고 본 것입니까?

약수 기준량을 100으로 할 때의 비율을 **백분율**이라고 하고, 기호 %를 써서 나타냅니다.
8%를 **8퍼센트**라고 읽습니다.

2 20에 대한 9의 비율을 백분율로 나타내는 방법을 알아보시오.

- 20에 대한 9의 비의 값을 분수로 나타내어 보시오.
- 20에 대한 9의 비의 값을 소수로 나타내어 보시오.
- 20에 대한 9의 비율을 백분율로 나타내려면, 비율에 얼마를 곱해야 한다고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각합니까?
- 20에 대한 9의 비율을 백분율로 나타내어 보시오.

비율을 백분율로 나타내는 방법
비율을 백분율로 나타내는 방법을 말해 보시오.

$$\text{비율}(\%) = \text{비율} \times \boxed{}$$

인·인·기

● 비율을 백분율로 나타내어 보시오.

$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{10}$
0.6	0.45	0.83

비율을 소수로 나타내는 방법
비율을 소수로 나타내는 방법을 말해 보시오.



인·인·기

● 백분율을 소수로 나타내어 보시오.

5%	66%
158%	58.4%

3 백분율 75%를 소수로 나타내는 방법을 알아보시오.

- 75%를 모눈종이에 위에 색칠하여 보시오.



- 모눈종이 전체를 1로 보면, 작은 모는 한 칸은 얼마입니까?
- 75%를 소수로 나타내면 얼마입니까?

[그림 III-3] '백분율 알아보기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

할푼리를 알아보는 문제 상황으로는 야구 시합에서 8타수 중 5개의 안타를 쳤을 때 타율을 알아보는 상황을 제시하였다. 타율을 비의 값과 백분율로 나타내어 본 후 할푼리에 대해 [그림 III-4]와 같이 약속하고 비율을 할푼리로 나타내거나 할푼리를 소수로 나타내는 활동을 제시하고 있다.

할푼리에 대하여 알아보시다.

▶ 생활에서 알아보기

영우는 야구 시합에서 8타수 중 5개의 안타를 쳤습니다. 영우의 타율을 알아보시오.



1 영우의 타율을 알아보시오.

- 영우의 타율을 비의 값으로 나타내어 보시오.
- 영우의 타율을 백분율로 나타내어 보시오.
- 영우의 타율을 다른 방법으로 나타내어 보시오.

약스

비율을 소수로 나타낼 때, 그 소수 첫지 자리를 **할**, 소수 둘째 자리를 **푼**, 소수 셋지 자리를 **리**라고 합니다.
 8타에 대한 5의 비율 0.625는 **6할 2푼 5리**라고 읽습니다.

0.625 = 6할 2푼 5리

↓ ↓ ↓
할 푼 리

단 단 단

- 비율을 할푼리로 나타내어 보시오.
0.25% 66%
- 비율을 소수로 나타내어 보시오.
4할 2푼 5할 6리

[그림 III-4] ‘할푼리 알아보기’ 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

<6-가>단계 7단원 비례식

이 단원의 1차시에서는 비의 값이 같은 두 생활 장면으로부터 두 비를 제시하여 이 두 비의 값이 같음을 확인해 보고, 이 두 비를 등식으로 나타내어 비례식의 개념을 이해하도록 구성되었다. 또한 비에서 전항과 후항, 비례식에서 외항과 내항을 약속하고 있었다.

비례식을 알아봅시다.

▶ 생활에서 알아보기

빵 2개를 만드는 데에 달걀이 3개 필요합니다. 빵 6개를 만드는 데에는 달걀이 몇 개 필요한지 알아보시오.

1 달걀 개수에 대한 빵 개수의 비의 값을 알아보시오.

● 달걀 2개에 대한 빵 3개의 비의 값을 구하여 보시오.
 $2 : 3$

● 달걀 6개에 대한 빵 9개의 비의 값을 구하여 보시오.
 $6 : 9$

● 두 비 $2 : 3$ 과 $6 : 9$ 를 등식으로 나타낼 수 있습니까?

● 의 그렇게 생각합니까?

의 함
 $2 : 3 = 6 : 9$
 내 함

비례식 $2 : 3 = 6 : 9$ 에서 바깥쪽에 있는 두 항 2 와 9 를 **외항**이라 하고, 안쪽에 있는 두 항 3 과 6 를 **내항**이라 합니다.

의 함
 $2 : 3 = 6 : 9$
 전 함 후 함
 함

의 함
 $2 : 3 = 6 : 9$
 외 함 내 함

의 함
 $2 : 3 = 6 : 9$
 전 함 후 함

의 함
 $2 : 3 = 6 : 9$
 외 함 내 함

의 함
 $2 : 3 = 6 : 9$
 전 함 후 함

의 함
 $2 : 3 = 6 : 9$
 외 함 내 함

[그림 III-5] '비례식 알아보기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

2차시에서는 비의 전항과 후항에 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 나누어도 비의 값이 같다는 비의 성질을 발견하도록 구성하였다.

비의 성질을 알아봅시다.

활동 1 a : b의 전항과 후항에 0이 아닌 같은 수를 곱하고, 비의 성질을 알아보시오.

- a : b의 비의 값을 구하여 보시오.
- a : b의 전항과 후항에 c를 곱하고, 비의 값을 구하여 보시오.

$$(a \times c) : (b \times c) = \frac{a}{b}$$

- a : b의 전항과 후항에 c를 곱하고, 비의 값을 구하여 보시오.

$$(a \times c) : (b \times c) = \frac{a}{b}$$

- a : b의 전항과 후항에 자신이 정한 수를 곱하고, 비의 값을 구하여 보시오.

$$(a \times \square) : (b \times \square) = \frac{a}{b}$$

- a : b의 전항과 후항에 0이 아닌 같은 수를 곱하였을 때, 비의 값을 비교하여 보시오.

비의 성질 1

활동 1을 통하여 비의 성질을 알아보시오.

활동 2 a4 : b2의 전항과 후항을 0이 아닌 같은 수로 나누고, 비의 성질을 알아보시오.

- a4 : b2의 비의 값을 구하여 보시오.
- a4 : b2의 전항과 후항을 c로 나누고, 비의 값을 구하여 보시오.

$$(a4 \div c) : (b2 \div c) = \frac{a4}{b2}$$

- a4 : b2의 전항과 후항을 c로 나누고, 비의 값을 구하여 보시오.

$$(a4 \div c) : (b2 \div c) = \frac{a4}{b2}$$

- a4 : b2의 전항과 후항을 c로 나누고, 비의 값을 구하여 보시오.

$$(a4 \div c) : (b2 \div c) = \frac{a4}{b2}$$

- a4 : b2의 전항과 후항을 0이 아닌 같은 수로 나누었을 때, 비의 값을 비교하여 보시오.

비의 성질 2

활동 2를 통하여 비의 성질을 알아보시오.

확인

- 비의 성질 1을 이용하여 비의 값이 같은 비를 2개씩 써 보시오.
- 비의 성질 2를 이용하여 비의 값이 같은 비를 2개씩 써 보시오.

a : b

4 : 8

40 : 80

8 : 16

[그림 III-6] '비의 성질 알아보기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

3차시에서는 비의 성질을 이용하여, 주어진 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있도록 하였다.

비의 성질을 이용하여 봅시다.

1 비 $0.6 : 0.8$ 를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.

• 비 $0.6 : 0.8$ 에 어떤 수를 곱하면 자연수의 비로 나타낼 수 있을까?
 $0.6 : 0.8 = (0.6 \times \square) : (0.8 \times \square)$

• 비 $0.6 : 0.8$ 를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.
 $0.6 : 0.8 = \square : \square$

2 비 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.

• 비 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 에 어떤 수를 곱하면 자연수의 비로 나타낼 수 있을까?
 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = (\frac{1}{2} \times \square) : (\frac{1}{3} \times \square)$

• 비 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ 를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.
 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \square : \square$

3 비 $20 : 60$ 를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.

• 비 $20 : 60$ 를 어떤 수로 나누면 자연수의 비로 나타낼 수 있을까?
 $20 : 60 = (20 \div \square) : (60 \div \square)$

• 비 $20 : 60$ 를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.
 $20 : 60 = \square : \square$

4 비 $36 : 84$ 를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.

• 비 $36 : 84$ 를 어떤 수로 나누면 자연수의 비로 나타낼 수 있을까?
 $36 : 84 = (36 \div \square) : (84 \div \square)$

• 비 $36 : 84$ 를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.
 $36 : 84 = \square : \square$

5 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내어 보시오.

$0.4 : 0.8$	$0.6 : 1.1$	$30 : 70$	$5 : 18$
$\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$	$\frac{6}{5} : \frac{3}{7}$	$24 : 32$	$80 : 95$

[그림 III-7] '비의 성질 알아보기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

4차시에서는 비례식에서 외항과 내항을 알게 하고, 외항의 곱과 내항의 곱이 같다는 비례식의 성질을 발견하도록 하며, 이를 이용하여 미지항이 있는 비례식에서 미지항의 값을 구할 수 있도록 한다.

비례식의 성질을 알아봅시다.

도 1 $2:3=4:6$ 에서 비례식의 성질을 알아보시오.

- 외항의 곱은 얼마입니까?
- 내항의 곱은 얼마입니까?
- 외항의 곱과 내항의 곱을 비교하여 보시오.

비례식의 성질

활동 1을 통하여 알게 된 비례식의 성질을 함께 보시오.

확인

● 비례식을 모두 찾아보시오.

$2:5=4:8$	$1:3=3:9$
$3:7=9:21$	$3:4=8:6$

비례식을 풀어 봅시다.

도 2 **공부한 것을 다시 생각하기**

$2 \times \square = 6$ 에서 \square 를 나눗셈으로 알아보시오.

곱셈 $2 \times 3 = 6$ 이면, 나눗셈으로 $3 = 6 \div 2$ 입니다.

도 3 1 비례식 $3:4=9:\square$ 에서 \square 를 구하여 보시오.

- 외항의 곱을 곱셈식으로 나타내어 보시오.
- 내항의 곱을 곱셈식으로 나타내어 보시오.
- 외항의 곱과 내항의 곱을 중심으로 나타낼 수 있습니까?
- 외항의 곱과 내항의 곱을 중심으로 나타내고, \square 를 구하여 보시오.

확인

● \square 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.

$5:3=10:\square$	$3:\square=12:6$
$\square:7=6:21$	$1:9=\square:72$

[그림 III-8] '비례식의 성질 알아보기 및 비례식 풀기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

5차시에서는 생활 장면에서 비례식이 적용되는 문제를 해결하도록 구성되어 있다.

비례식을 이용하여 문제를 풀어 봅시다.

▶ 생활에서 알아보기

별다른 정에서는 쌀과 보리쌀을 5 : 1 의 비로 섞어서 밥을 짓는다고 합니다. 쌀을 400g 넣으면, 보리쌀은 몇 g을 넣어야 하는지 알아보시오.



예 1 비례식을 세워서 문제를 풀어 보시오.

- 구하려고 하는 것은 무엇일까요?
- 쌀과 보리쌀을 : 1 이라고, 비례식을 세워 보시오.
- 비례식을 풀어서 의 값을 구하여 보시오.
- 보리쌀은 몇 g을 넣어야 할까요?

연리

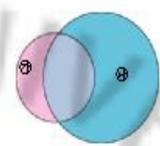
① 잇몸과 볼이기는 두 톱니바퀴가 있습니다. **아** 톱니바퀴가 2인 도는 돌면서 **나** 톱니바퀴는 3번 돌습니다. **아** 톱니바퀴가 5인 도는 돌면서 **나** 톱니바퀴는 몇 번 돌게 됩니까?

② 5분 동안에 600m 달리는 저울치가 있습니다. 같은 속도로 달릴 때, 1500m 가려면 몇 시간 몇 분 걸리겠습니까?

문제를 해결하여 봅시다.

▶ 문제를 해결하여 봅시다.

● 원 **아**의 넓이 그림과 같이 몇 배 있습니다. 결한 부분의 넓이는 **아**의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 이고, **나**의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 입니다. 원 **아**의 넓이가 24cm²이면, 원 **나**의 넓이는 몇 cm²일까요?



- 구하려고 하는 것은 무엇일까요?
- **아**의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 와 **나**의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 은 같을니다. 볼 중심으로 나타내어 보시오.
- **보기** 의 같이 거꾸로 생각하여, 뒤의 종이를 비례식으로 나타내어 보시오.

$$\begin{array}{l} \text{보} \\ \text{기} \end{array} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{비례식의 생활을 이용하면}} \\ 2 : 3 = 4 : 6 \\ \xleftarrow{\text{거꾸로 생각하면}} \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \times 6 = 3 \times 4 \end{array}$$

- 원 **나**의 넓이는 몇 cm²일까요?
- 비례식을 풀어서 원 **나**의 넓이를 구하여 보시오.
- 구한 답이 맞는지 검토해 보시오.

[그림 III-9] '비례식 이용하여 문제 풀기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

<6-가>단계 8단원 비율 그래프

이 단원에서는 전체와 부분 사이의 관계를 비율로써 알아보고, 이와 같은 여러 가지 통계적 자료를 띠그래프나 원그래프로 나타낸 것을 보고 각각이 차지하는 상대적 비율을 직관적으로 알아보도록 교과서가 구성되어 있었다.

먼저 1차시에서는 학생들의 혈액형을 조사한 표를 보고 혈액형별로 백분율을 구하고 그것을 띠 모양의 그래프로 나타내도록 하여 띠그래프에 대해 알아보도록 하고 있다. 또, 제시된 띠그래프를 보고 정보를 읽어보도록 구성되어 있었다.

띠그래프를 알아봅시다.

▶ 생활에서 알아보기
어느 학교 학생 1200명의 혈액형을 조사하여 표를 나타낸 것입니다.

학생들의 혈액형

혈액형	A형	B형	O형	AB형	계
학생 수(명)	420	360	300	120	1200

1 혈액형별로 백분율을 구하고, 그림으로 나타내어 보시오.

학생들의 혈액형

• 전체 학생에 대한 A형인 학생의 백분율은 아래의 식과 같이 구하고, 위의 그림과 같이 표시합니다.

$$\frac{\text{A형인 학생 수}}{\text{전체 학생 수}} \times 100 = \frac{420}{1200} \times 100 = 35(\%)$$

• B형, O형, AB형인 학생의 백분율을 각각 구하고, 그림에 표시하여 보시오.

위의 그림과 같이 전체에 대한 각 부분의 비율을 띠의 모양으로 나타낸 그래프를 띠그래프라고 합니다.

2 유언이게 학교 학생들의 좋아하는 계절을 나타낸 띠그래프입니다.

좋아하는 계절

• 봄을 좋아하는 학생의 비율은 전체 학생의 몇 %입니까?
• 여름과 겨울을 좋아하는 학생들의 비율은 각각 몇 %입니까?
• 가을을 좋아하는 학생은 겨울을 좋아하는 학생의 몇 배라고 생각합니까?
• 왜 그렇게 생각합니까?

3 이렇이게 학교 학생들의 한 달 동안의 독서량을 조사하여 나타낸 띠그래프입니다.

좋아하는 계절

• 학생들의 가장 많은 독서량의 범위는 무엇입니까?
• 6-10권을 읽은 학생들은 21권을 읽은 학생들의 몇 배입니까?
• 왜 그렇게 생각합니까?

[그림 III-10] ‘띠 그래프 알아보기’ 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

2차시에서는 표로 제시된 자료의 백분율을 구하고 백분율 전체의 합이 100%인지 확인하여, 각 부분의 백분율만큼 띠를 분할하여 그래프로 나타내도록 구성되었다.

띠 그래프를 그려 봅시다.

상황에서 알아보기

심하게 안 화강편이 좋아하는 운동들을 조사한 표입니다.

좋아하는 운동						
운동 종류	농구	축구	이구	수영	기타	계
회경 수(명)	7	12	8	4	2	33

1 띠 그래프를 그려 보세요.

- 농구를 좋아하는 회경편의 백분율은 얼마일까요?
 $\frac{7}{33} \times 100 = \square (\%)$
- 좋아하는 운동 종류 각각에 대한 백분율을 구하여 표에 나타내어 보세요.

좋아하는 운동						
운동 종류	농구	축구	이구	수영	기타	계
백분율(%)						

- 백분율의 합계가 100%가 되는지 확인하여 보세요.
- 표를 보고, 띠 그래프로 나타내어 보세요.

좋아하는 운동										
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100(%)

띠 그래프 그리는 법

활동 1을 통하여 얻어 진 것을 밑하여 보세요.

핵심

- 우리 회경의 회경편이 좋아하는 과일을 조사하여 띠 그래프로 나타내어 보세요.
- 좋아하는 과일을 조사하여 표로 만들어 보세요.

좋아하는 과일					
과 일					계
회경 수(명)					

- 좋아하는 과일 각각에 대한 백분율을 구하여 표로 나타내어 보세요.

좋아하는 과일					
과 일					계
백분율(%)					

- 각 백분율을 띠 그래프로 나타내어 보세요.

좋아하는 과일										
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100(%)

[그림 III-11] '띠 그래프 그리기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

3차시에는 표로 제시된 자료의 백분율을 구하고 각 부분의 비율을 부채꼴 모양으로 나타낸 것이 원그래프라는 것을 학습한 후 원 그래프로 제시된 정보를 읽어보도록 구성되었다.

원 그래프를 알아봅시다.

▶ **상황에서 알아보기**
 영인아래 회교의 어린이 회장 선거에서 임후보자들의 득표 수를 나타낸 것입니다.

어린이 회장 선거 임후보자의 득표 수

임후보자 득표 수(표)	성희	민길	성수	지희	계
	80	120	150	90	440

1. 각 임후보자의 득표율을 구하고, 원에 그림으로 나타내어 보시오.

임후보자별 득표율

- 성희의 득표율을 구하여 그림에 나타내어 보시오.
 $\frac{80}{440} \times 100 = 18\%$
- 다른 임후보자들의 득표율을 각각 구하여 원에 그림으로 나타내어 보시오.

원 그래프와 같이 전체에 대한 각 부분의 비율을 원에 나타낸 그래프를 원그래프라고 합니다.

활동법 쓰기 및 질문

2. 우리 마을에서 한 달 동안에 변경되는 쓰레기의 양을 조사하여 나타낸 원그래프입니다.

- 우리 마을에서 가장 많이 변경되는 쓰레기는 어떤 것입니까?
- 음식물 쓰레기 변경량은 나무 쓰레기 변경량의 몇 배입니까?
- 쓰레기 변경량을 가장 많이 줄여야 할 것은 무엇이라고 생각합니까?

활동법 쓰기 및 질문

3. 인지와 회교 회생회가 출제 또는 채택비전 프로그램을 조사하여 나타낸 원그래프입니다.

- 가장 많은 회생회가 출제 또는 채택된 프로그램은 무엇입니까?
- 회생회가 채택 인으로 출제 또는 채택된 프로그램은 무엇입니까?

[그림 III-12] '원그래프 알아보기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

4차시에서는 표로 제시된 자료의 백분율을 구하고, 비율만큼 원을 분할하여 부채꼴 모양의 원그래프를 그리도록 구성되어 있었다.

원그래프를 그려 봅시다.

▶ 샘플에서 알아보기

세종리제 만 학생회가 가장 좋아하는 과목을 조사한 표입니다.

학생들이 가장 좋아하는 과목

과목	국어	수학	사회	과학	체육	기타	계
학생 수(명)	8	12	2	4	10	8	50

가 원그래프를 그려 보시오.

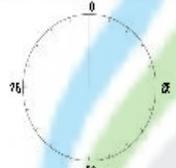
- 국어를 좋아하는 학생 수의 백분율을 구하여 보시오.
 $\frac{8}{50} \times 100 = \square (\%)$
- 다른 과목 각각에 대한 백분율을 구하여 보시오.

학생들이 가장 좋아하는 과목

과목	국어	수학	사회	과학	체육	기타	계
백분율 (%)							

- 표를 보고, 원그래프로 나타내어 보시오.

학생들이 가장 좋아하는 과목



원그래프 그리는 방법

활동 1을 통하여 알게 된 것을 탐하여 보시오.



원 그래프

- 순서기 어느 단계 중 용돈의 쓰임을 나타낸 표입니다.

전국의 한 달 용돈의 쓰임

용돈	회용품	이웃돕기	저금	기타	계
금액(원)	2500	1000	1000	1200	6000

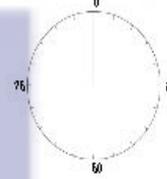
- 용돈의 쓰임 각각에 대한 백분율을 구하여 보시오.

전국의 한 달 용돈의 쓰임

용돈	회용품	이웃돕기	저금	기타	계
백분율 (%)					

- 표를 보고, 원그래프로 나타내어 보시오.

전국의 한 달 용돈의 쓰임



[그림 III-13] '원그래프 그리기' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

5차시에서는 한 가지 주제를 정하여 조사 활동을 한 뒤, 원그래프를 활용하여 주제를 발표하도록 구성되어 있었다.

과제를 해결하여 봅시다.

8학년 학습활동을 대상으로 한 가지 주제를 정하여 조사 활동을 한 후 원그래프를 활용하여 주제를 발표할 것을 모시오.

- 설문 분담 표어 : 이름 또는 기명별 표어
- 주제 선정 : 개인이 관심과 가치 있는 분야에서 최대한 흥미를 주어야 선정

주제 :

조사 활동 계획

- 조사 대상
- 조사 방법
- 역할 분담

조사 활동 결과를 보고 나타내기

구	간				계
학생 수 (명)					
비율 (%)					

원그래프로 나타내기

0 100% 50

각각의 특징 및 장점에 관한 설명하기

[그림 III-14] '과제 해결' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

6차시에서는 하루 일과표를 보고 이를 표로 정리하여 원그래프에 나타내고, 그 특징을 설명하도록 하고 있다. 또, 문장으로 제시된 자료를 정리하여 띠그래프로 나타내고, 그 특징을 설명하도록 구성되어 있었다.

문제를 해결하여 봅시다.

☀️ **용식이네 농장에는** 귤소기 200리, 한우기 100리, 닭이 50리, 열소기 30리, 시골이 20리, 거위기 10리, 칠면조기 20리 있습니다. 각 동물이 차지하는 비율을 띠그래프로 나타내어 보시오.

- 우리려고 하는 것은 무엇입니까?
- 동물은 모두 몇 마리입니까?
- 칠면조에서 거위 양육에 양어도 되는 것은 무엇입니까?
- 띠도를 표에 나타내어 보시오.

분류법 분류의 마릿수

동물	기타	계
마릿수		
비율(%)		

- 표를 보고, 띠그래프로 나타내어 보시오.

분류법 분류의 마릿수

- 띠그래프를 보고, 용식이네 농장의 특징을 설명하여 보시오.

🌈 **심준이의 하루 일과표입니다. 각각의 일과에 대하여 원그래프로 나타내어 보시오.**

심준이의 하루 일과표

시간	일과	시간	일과
08:00	일어나기	16:00-18:00	운동 및 놀이
07:00-08:00	계엄 및 식사	18:00-19:00	계엄 및 식사
08:00-08:40	종교	19:00-22:00	독서 및 공부
08:00-16:00	학교 생활	22:00-	침자기

- 표를 완성하십시오.

심준이의 하루 일과

구분	침자기	학교 생활	운동·놀이	독서·공부	기타	계
시간						
비율(%)						

- 띠도를 보고, 원그래프로 나타내어 보시오.
- 원그래프를 보고, 심준이의 하루 일과 생활을 잘 설명하십시오.

[그림 III-15] '문제 해결' 교과서 제시 내용 (교육과학기술부, 2009)

② 중학교 교과서상의 비와 비율 관련 지도 요소

비와 비율 개념은 정비례와 반비례, 닳음, 그래프의 기울기, 상대도수, 히스토그램, 확률 등의 학습에서 매우 중요하며(김수현, 나귀수, 2008) 그것들의 학습에 기본 바탕이 된다.

본 연구에서는 중학교에서 학습하게 되는 위 내용 중 2007 개정 교육과정 6학년에서 지도하게 될 정비례와 반비례 및 중학교 과정의 함수, 닳음에 대하여 중점적으로 살펴보고자 한다.

<정비례>

정비례의 개념 학습은 7-가 단계 함수 단원에서 이루어진다. 교과서 (강욱기 외, 2006)에서는 용수철의 늘어난 길이와 추의 무게 사이의 관계를 표를 통해 탐구해보도록 하고 있다. 또, 추의 무게와 용수철이 늘어난 길이의 비를 말하게 하고 추의 무게를 xg , 용수철의 늘어난 길이를 $y\text{mm}$ 라고 할 때 x 와 y 사이의 관계식을 만들어 보도록 하였다. 이를 통해, “ x 의 값이 2배, 3배, 4배 ...가 될 때, y 의 값도 2배, 3배, 4배...가 됨을 알 수 있다. 일반적으로 0이 아닌 일정한 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y=ax$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 정비례한다고 한다.”라고 정의하고 있다. 또, “ y 가 x 에 정비례할 때, x 에 대한 y 의 비의 값, 즉 $\frac{y}{x}$ 는 일정하다.”라고 하고 있다.

함수
정비례, 반비례의 뜻을 안다.
함수의 뜻을 안다.

1. 정비례와 반비례
정비례의 뜻을 안다.

① 정비례
② 반비례
③ 함수의 뜻
④ 함수값, 정의역, 치역, 공역

탐구 활동 용수철, 무게 10g인 추 7개, 계산기

두 명이 한 조가 되어 오른쪽 그림과 같이 용수철에 추를 달아 용수철이 늘어난 길이를 측정하여 다음 표를 완성하고, 질문에 답하여 보자.

추의 무게(g)	10	20	30	40	50	60	70
늘어난 길이(mm)							

(1) 추의 무게와 용수철이 늘어난 길이의 비를 말하여라.
(2) (용수철이 늘어난 길이)=(일정한 수)×(추의 무게)로 나타낼 수 있는가? 그렇다면 일정한 수는 얼마인가?
(3) 추의 무게를 xg , 용수철의 늘어난 길이를 $y\text{mm}$ 라고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 적어 보아라.
(4) 용수철을 바꾸어 위의 활동을 다시 한 번 해 보고, 일정한 수의 값은 용수철에 따라 달라진다는 것을 확인하여라.

위의 탐구 활동에서, 용수철의 늘어난 길이를 $y\text{mm}$, 추의 무게를 xg , 일정한 수를 2라고 하면 x 와 y 사이의 관계식은 $y=2x$ 이다. 이 관계식에서 x 의 값을 변화시킬 때, 이에 따른 y 의 값의 변화를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	10	20	30	40	50	60	70	...
y	20	40	60	80	100	120	140	...

또, 위의 표에서 x 의 값이 2배, 3배, 4배, ...가 될 때, y 의 값도 2배, 3배, 4배, ...가 됨을 알 수 있다. 일반적으로 0이 아닌 일정한 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y=ax$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 정비례한다고 한다. 이를테면, 앞의 $y=2x$ 에서 y 는 x 에 정비례한다.

문제 1 다음 관계식 중에서 y 가 x 에 정비례하는 것은 어느 것인가?
(1) $y=5x$ (2) $y=-0.5x$ (3) $y=3x+1$ (1), (2)

예제 1
 y 가 x 에 정비례하고, $x=4$ 일 때 $y=12$ 이다. 이 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하여라.

풀이
 y 가 x 에 정비례하므로 $y=ax(a \neq 0)$ 로 놓는다.
이 식에 $x=4, y=12$ 를 대입하면 $12=a \times 4, a=3$ 따라서, 구하는 식은 $y=3x$ 이다.

문제 2 y 가 x 에 정비례하고 x 와 y 의 값이 다음과 같이 주어질 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하여라.
(1) $x=0.5$ 일 때 $y=30$ (2) $x=6$ 일 때 $y=-\frac{1}{3}$
 $y=60x$ $y=-\frac{1}{18}x$

문제 3 서로 맞물려 있는 두 톱니바퀴 A와 B가 있다. A의 톱니는 180개, B의 톱니는 36개이고, A가 x 바퀴 회전하는 동안 B는 y 바퀴 회전한다고 한다. 이 때, y 가 x 에 정비례함을 보여라. 톱니 참조

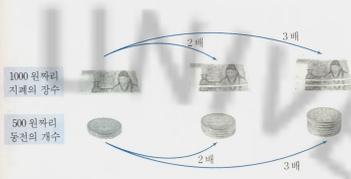
Tip y 가 x 에 정비례할 때, 관계식은 $y=ax(a \neq 0)$ 로 놓는다.
일정한 시간 동안에 서로 맞물리는 톱니바퀴의 톱니의 수는 서로 같다.

[그림 III-16] ‘정비례 알아보기’ 교과서 제시 내용 (강욱기 외, 2006)

교과서(강행고 외, 2008)에서는 동전교환기에서 1000원짜리 동전을 500원짜리 동전으로 교환할 때 1000원짜리 지폐의 장수와 500원짜리 동전의 개수 사이의 관계를 표를 통해 탐구해 보도록 하고 있다. 이를 통해 “일반적으로 변화하는 두 양 x , y 에서 x 의 값이 2배, 3배, 4배 ... 로 됨에 따라 y 의 값도 2배, 3배, 4배 ...로 될 때, y 는 x 에 정비례한다고 한다.” 즉“일반적으로 0이 아닌 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y=ax$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 정비례한다.”와 같이 정의하고 있다.

1 합 수

- 정비례와 반비례 관계를 알고, 그 관계를 식으로 나타낼 수 있다.
- 함수의 뜻을 안다.
- 함수값의 변화를 안다.



1 정비례와 반비례

→ 정비례와 반비례를 이해하고, 정비례 관계와 반비례 관계를 식으로 나타낼 수 있다.

• 정비례란 무엇인가?

동전은 1000원짜리 지폐를 500원짜리 동전 2개로 교환해 주는 동전교환기에서 1000원짜리 지폐 10장을 500원짜리 동전으로 교환하려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

① 1000원짜리 지폐의 장수가 다음 표와 같을 때, 교환한 500원짜리 동전의 개수를 구하여 표를 완성하여 보자.

1000원짜리 지폐(장)	1	2	3	4	...	10
500원짜리 동전(개)						

② 1000원짜리 지폐의 장수가 2배, 3배, 4배, ..., 10배로 됨에 따라 500원짜리 동전의 개수는 몇 배로 변화하는지 알아보자.

③ 500원짜리 동전을 100원짜리 동전으로 바꾸는 경우도 생각하여 보자.

위의 활동에서 1000원짜리 지폐의 장수가 1장의 2배, 3배, 4배, ..., 10배로 됨에 따라 500원짜리 동전의 개수도 2개의 2배, 3배, 4배, ..., 10배로 됨을 알 수 있다.

보기 한 개에 200원인 사탕 x 개의 값을 y 원이라고 할 때, x 와 y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x (개)	1	2	3	4	...
y (원)	200	400	600	800	...

위의 표에서 사탕의 개수 x 가 2배, 3배, 4배, ...로 됨에 따라 사탕의 값 y 도 2배, 3배, 4배, ...로 된다. 따라서, y 는 x 에 정비례한다.

문제 1 다음 중에서 y 가 x 에 정비례하는 것을 찾아라.

(1)

x	1	2	3	4
y	3	6	9	12

(2)

x	1	2	3	4
y	1	3	5	7

한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 둘레의 길이를 y cm이라고 하면 x 와 y 는 다음과 같이 대응시킬 수 있다.

x	1	2	3	4	...	x
y	4×1	4×2	4×3	4×4	...	$4 \times x$

• 정사각형의 둘레의 길이는 한 변의 길이의 4배이다.

여기서, y 는 x 에 정비례하고, x 와 y 사이의 관계식은

$$y=4x$$

이다.

일반적으로 0이 아닌 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이

$$y=ax$$

로 나타내어질 때, y 는 x 에 정비례한다.

[그림 III-17] ‘정비례 알아보기’ 교과서 제시 내용 (강행고 외, 2008)

<반비례>

반비례의 개념은 정비례와 함께 7-가 함수 단원에서 다루어진다. 교과서(강욱기 외, 2006)에서는 넓이가 같고 가로와 세로의 길이[sic]가 각각 다른 직사각형을 모눈종이에 그리고, 표로 정리해보는 탐구활동을 제시하고 가로의 길이를 x , 세로의 길이를 y 라 할 때, x 와 y 사이의 관계를 식으로 나타내도록 하고 있다. 이를 통해 “ x 의 값이 2배, 3배, 4배 ...가 될 때, y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배...가 됨을 알 수 있다. 일반적으로 0이 아닌 일정한 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y = \frac{a}{x}$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 반비례한다고 한다.”라고 정의하고 있다.

반비례의 뜻을 안다.

오른쪽 그림과 같은 모눈종이 위에 넓이가 24인 직사각형을 가로, 세로의 길이를 달리하여 7개를 그린 후, 그런 7개의 직사각형의 가로, 세로의 길이를 아래의 표에 적고, 물음에 답하여 보자. (단, 모눈의 1눈급의 길이는 1이다.)

가로의 길이							
세로의 길이							

(1) 가로의 길이가 2, 3, 4배로 늘어나면 세로의 길이는 어떻게 변화하는가?
 (2) 가로의 길이가 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ 배로 줄어들면 세로의 길이는 어떻게 변화하는가?
 (3) (가로의 길이)= x , (세로의 길이)= y 라고 할 때, x 와 y 사이의 관계식을 $y = \frac{(\text{일정한 수})}{x}$ 의 꼴로 적어 보아라.

위의 탐구 활동에서 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x , y 라고 하면, 직사각형의 넓이가 24이므로 $xy=24$ 이다. 이것을 $y = \frac{(\text{일정한 수})}{x}$ 의 꼴로 나타내면 $y = \frac{24}{x}$ 이다. 여기에서 직사각형의 넓이 24는 그대로 두고 x 의 값을 변화시킬 때, 이에 따른 y 의 값의 변화는 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	6	7	...
y	24	12	8	6	$\frac{24}{5}$	4	$\frac{24}{7}$...

또, 앞의 표에서 x 의 값이 2배, 3배, 4배, ...가 될 때, y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배, ...가 됨을 알 수 있다. 일반적으로, 0이 아닌 일정한 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y = \frac{a}{x}$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 반비례한다고 한다. 이를테면, 앞의 $y = \frac{24}{x}$ 에서 y 는 x 에 반비례한다.

문제 4 다음 관계의 중에서 y 가 x 에 반비례하는 것은 어느 것인가?
 (1) $y = \frac{2}{x}$ (2) $y = -\frac{2.5}{x}$ (1), (2)
 (3) $y = \frac{x}{3}$ (4) $y = \frac{3}{x} + 1$

예제 2
 y 가 x 에 반비례하고, $x=10$ 일 때 $y=2$ 이다. 이 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하여라.

풀이
 y 가 x 에 반비례하므로 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)로 놓는다.
 이 식에 $x=10$, $y=2$ 를 대입하면 $2 = \frac{a}{10}$, $a=20$ 따라서, 구하는 식은 $y = \frac{20}{x}$ 이다.

문제 5 y 가 x 에 반비례하고 x 와 y 의 값이 다음과 같이 주어질 때, x 와 y 사이의 관계식을 구하여라.
 (1) $x=0.2$ 일 때 $y=0.4$ (2) $x=\frac{1}{6}$ 일 때 $y=-\frac{1}{3}$
 $y = \frac{0.08}{x}$ $y = -\frac{1}{18x}$

[그림 III-18] ‘반비례 알아보기’ 교과서 제시 내용 (강욱기 외, 2006)

또, 교과서(강행고 외, 2008)에서도 앞서 살펴본 교과서(강욱기 외, (2006)와 같이 넓이가 같은 직사각형의 가로와 세로 사이의 관계를 알아보도록 한 후 “일반적으로 변화하는 두 양 x , y 에서 x 의 값이 2배, 3배, 4배 ... 로 됨에 따라 y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배...로 될 때, y 는 x 에 반비례한다고 한다.” 즉, “일반적으로 0이 아닌 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y = \frac{a}{x}$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 반비례한다.”와 같이 정의하고 있다.

반비례란 무엇인가?

오른쪽 그림은 모눈종이 위에 A를 한 꼭짓점으로 하고, 넓이가 6cm^2 인 직사각형 두 개를 그린 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

① 모눈종이 위에 A를 한 꼭짓점으로 하고, 넓이가 6cm^2 인 직사각형을 여러 개 그려 보자.

② 가로의 길이가 다음 표와 같을 때, 세로의 길이를 구하여 표를 완성하여 보자.

가로의 길이(cm)	1	2	3	4	5	6
세로의 길이(cm)						

③ 가로의 길이가 2배, 3배, 4배, ... 6배로 됨에 따라 세로의 길이는 몇 배로 변화하는지 알아보자.

위의 활동에서 가로의 길이가 1cm의 2배, 3배, 4배, ... 6배가 됨에 따라 세로의 길이는 6cm의 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배, ... $\frac{1}{6}$ 배로 됨을 알 수 있다.

가로의 길이(cm)	1	2	3	4	5	6
세로의 길이(cm)	6	3	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{5}$	1

일반적으로 변화하는 두 양 x , y 에서 x 의 값이 2배, 3배, 4배, ...로 됨에 따라 y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배, ...로 될 때, y 는 x 에 반비례한다고 한다.

1보기 12km의 거리를 한 시간에 $x\text{km}$ 의 속력으로 갈 때, 걸리는 시간을 y 시간이라고 한다. 이 때, x 와 y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x(\text{km/시})$	1	2	3	4	...
$y(\text{시간})$	12	6	4	3	...

위의 표에서 x 의 값이 2배, 3배, 4배, ...로 됨에 따라 y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배, $\frac{1}{3}$ 배, $\frac{1}{4}$ 배, ...로 된다.

따라서, y 는 x 에 반비례한다.

문제 3 다음 중에서 y 가 x 에 반비례하는 것을 찾아라.

(1)

x	1	2	3	4
y	24	12	8	6

(2)

x	1	2	3	4
y	12	9	6	3

넓이가 48cm^2 인 직사각형의 가로의 길이를 $x\text{cm}$, 세로의 길이를 $y\text{cm}$ 라고 하면 x 와 y 는 다음과 같이 대응시킬 수 있다.

x	1	2	3	4	...	x
y	48	$\frac{48}{2}$	$\frac{48}{3}$	$\frac{48}{4}$...	$\frac{48}{x}$

여기서, y 는 x 에 반비례하고, x 와 y 사이의 관계식은

$$y = \frac{48}{x}$$

이다.

일반적으로 0이 아닌 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이

$$y = \frac{a}{x}$$

로 나타내어질 때, y 는 x 에 반비례한다.

반비례
 $y = \frac{a}{x} (a \neq 0)$

[그림 III-19] '반비례 알아보기' 교과서 제시 내용 (강행고 외, 2008)

<함수>

제7차 중학교 수학과 교육과정(1997)에 의하면 <7-가> 단계에서 함수 개념의 도입은 비례 관계를 이용하여 도입하도록 하고 있다. 즉, 함수의 도입은 변화 관계를 이용하여 다루도록 하고 있으며 <10-가> 단계 이상에서는 대응 관계로서 함수를 정의하기로 하였다.

이에 교과서(강욱기 외, 2006)에서는 창문의 세로 길이를 알 때 창문의 열린 부분의

가로와 세로의 길이[sic]와 넓이 사이의 관계를 파악하는 탐구활동을 통해 함수에 대해 “정비례 관계에서와 같이 두 변수 x 와 y 에 대하여 x 의 값이 결정되면 이에 따라 y 의 값이 하나로 결정될 때, y 를 x 의 함수라 하고 기호 $y=f(x)$ 와 같이 나타낸다. 함수 $y=f(x)$ 에서 x 의 값에 따라 하나로 결정되는 y 의 값, $f(x)$ 를 x 에서의 함수값이라고 한다.”라고 정의하고 있다.

2. 함수의 뜻
 함수의 뜻을 안다.

1 탐구 활동

교실 창문의 세로의 길이를 측정하고, 창문을 열고 닫으면 다음 물음에 답하여 보자.

(1) 창문의 열린 부분의 넓이를 알기 위해 알아야 할 길이를 말하여라.
 (2) 가장 크게 열었을 때, 열린 부분의 가로와 세로의 길이와 그 넓이를 말하여라.
 (3) 다음의 수량을 알기 위하여 더 알아야 할 것은 무엇인지 말하여라.
 ① 시속 40km로 달리는 자동차의 주행 거리
 ② 한 개에 1000원인 계통의 판매 금액
 ③ 공중 전화에서의 전화 요금
 ④ 원의 넓이

위의 탐구 활동에서 창문의 세로의 길이는 항상 일정하므로, 창문의 열린 부분의 넓이는 열린 부분의 가로와 세로의 길이에 따라 변한다. 즉, 열린 부분의 가로와 세로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm²라고 하면 문자 x, y 는 여러 가지로 변하고 있는 수량을 나타내게 된다. 이러한 x, y 와 같이 변하고 있는 여러 가지 값을 나타내는 문자를 **변수**라고 한다.

위에서 창문의 세로의 길이를 90cm라고 하면, 열린 부분의 가로와 세로의 길이 x cm에 따라, 넓이 y cm²는

$$y = (\text{세로의 길이}) \times (\text{가로의 길이}) = 90x$$

의 관계에 의하여 정해지므로 y 는 x 에 정비례한다. 예를 들면,

$$x = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, \dots (\text{cm})$$

로 변함에 따라

$$y = 0, 900, 1800, 2700, 3600, 4500, 5400, \dots (\text{cm}^2)$$

로 결정된다.

함수의 개념을 정의하고 함수(function)라는 용어를 처음 사용한 사람은 독일의 수학자 라이프니츠(Leibniz, G. W.; 1646~1716)이다.

함수 기호 / 는 함수를 뜻하는 영어 단어 function의 첫 글자를 기호화한 것이다.

함수 $y=f(x)$ 에서 x, y 를 함수 f 의 변수라고도 한다.

예 자동차가 시속 80km로 x 시간 동안 달린 거리를 y km라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 이 때, (거리)=(시간)×(속력) 이므로 이 함수를 $y=80x$ 또는 $f(x)=80x$ 로 나타낸다.

문제 1 다음에서 y 를 x 의 함수로 나타내어라.
 (1) 가로의 길이가 3cm, 세로의 길이가 x cm인 직사각형의 넓이는 y cm²이다. $y=3x$
 (2) x 시간은 y 분이다. $y=60x$
 (3) 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이는 y cm이다. $y=6.28x$
 (4) 길이가 10m인 테이프를 x m 사용하고 남은 테이프의 길이는 y m이다. $y=10-x$

함수값, 정의역, 치역, 공역의 뜻을 안다.

함수 $y=f(x)$ 에서 x 의 값에 따라 하나로 결정되는 y 의 값, 즉 $f(x)$ 를 x 에서의 **함수값**이라고 한다. 이를테면, 함수 $y=90x$ 에서 $x=10$ 에서의 함수값은 $f(10)=90 \times 10=900$ $x=20$ 에서의 함수값은 $f(20)=90 \times 20=1800$ 이다.

[그림 III-20] ‘함수 알아보기’ 교과서 제시 내용 (강욱기 외, 2006)

또, 교과서 (강행고 외, 2008)에서는 1분에 일정한 거리를 갈 때, 시간(x)과 간 거리(y) 사이의 변화 관계를 탐구하는 활동을 통해 “두 양 x, y 에 대하여 변수 x 의 값이 하나 정해지면 그에 따라 변수 y 의 값이 하나씩 정해지는 관계가 있을 때, 이 관계를 y 는 x 의 함수라고 하며, 이것을 기호로 $y=f(x)$ 와 같이 나타낸다. 함수 $y=3x$ 에서 $f(x)=3x$ 이므로 x 에 집합 X의 원소 0, 1, 2를 각각 대입하면 $f(0)=3 \times 0=0$, $f(1)=3 \times 1=3$, $f(2)=3 \times 2=6$ 이다. 이 때, $f(0), f(1), f(2)$ 의 값을 각각 $x=0, 1, 2$ 에서의 함수 $f(x)=3x$ 의 함수값이라고 한다.”와 같이 정의하고 있다.

2 함수의 뜻

→ 함수의 뜻을 안다.

변수란 무엇인가?

오래된 문제

다음은 50L 물이 수족관을 청소하고, 수족관에 물을 채우려고 한다. 1분에 5L의 물을 넣을 때, 다음 물음에 답하여 보자.

- 1분, 2분, 3분 후에 수족관에 채워진 물의 양을 각각 구하여 보자.
- 수족관에 물을 모두 채우려면 몇 분이 걸리겠는가?
- x분 동안 넣은 물의 양을 yL 라 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x(분)	0	1	2	3	4	...	10
y(L)	0						50

- ④에서 x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

위의 활동에서 x의 값이 0, 1, 2, 3, ..., 10으로 변화함에 따라 y의 값은 어떻게 변화하는지를 표로 나타내면 다음과 같다.

x(분)	0	1	2	3	4	...	10
y(L)	0	5	10	15	20	...	50

이 때, x와 y 사이의 관계식은

$$y=5x$$

이다.

위의 식에서 x는 0, 1, 2, 3, ..., 10과 같이 여러 가지 값을 가질 수 있고, 또 y도 x의 값의 변화에 따라 여러 가지 값을 가지게 된다.

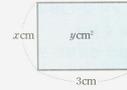
이 x, y와 같이, 변화하는 여러 가지 값을 가지는 문자를 **변수**라고 한다.

참고 변수와는 달리 일정한 값을 가지는 수나 문자를 상수라고 한다.

152 ▣ 함수



보기 가로 길이가 3cm, 세로 길이가 xcm인 직사각형의 넓이를 ycm^2 라 할 때, x와 y 사이의 관계식은 $y=3x$ 이고, 변수는 x, y이다.



문제 1 x와 y 사이의 관계식 $y=30x$ 에 대하여 변수 x의 값에 대응하는 y의 값을 구하여 다음 표를 완성하여라.

x	-1	0	1	2	3	4
y						

• $y=30x$ 의 x에
-1, 0, 1, 2, 3, 4
를 대입하여 y의 값을 구한다.

함수란 무엇인가?

오래된 문제

영민이는 학교에 갈 때, 1분에 60m의 속력으로 걷는다고 한다. x분 동안에 걸은 거리를 ym라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



- x의 값이 1, 2, 3일 때, y의 값을 각각 구하여 보자.
- x와 y 사이에 비례 관계가 있는지 말하여 보자.
- x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값도 하나로 정해지는지 말하여 보자.

위의 활동에서 x와 y 사이의 변화 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x(분)	0	1	2	3	4	...	x
y(m)	0	60	120	180	240	...	60x

위의 표에서 y는 x에 정비례하고, x와 y 사이의 관계식은

$$y=60x$$

이다.

• 0(분) → 0(m)
1(분) → 60×1(m)
2(분) → 60×2(m)
3(분) → 60×3(m)
⋮
x(분) → 60x(m)

이 때, x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값이 하나씩 정해짐을 알 수 있다.

이와 같이 변화하는 두 양 x, y에 대하여 변수 x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 변수 y의 값이 하나씩 정해지는 관계가 있을 때, 이 관계를 y 는 x 의 **함수**라고 하며, 이것을 기호로

$$y=f(x)$$

와 같이 나타낸다.

이들테면, 함수 $y=60x$ 는 $f(x)=60x$ 로 나타낼 수 있다.

참고 함수 $y=f(x)$ 의 f 는 함수를 뜻하는 영어 function의 첫 글자를 기호화한 것이다.

보기 $y=2x$ 에서 x의 값의 변화에 따른 y의 값의 변화를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	-2	0	2	4	6	8	10

여기서, x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 $y=2x$ 는 함수이다.

문제 2 x와 y 사이의 관계식 $y=-x$ 에 대하여 다음 표를 완성하여라. 또, y는 x의 함수인지 말하여라.

x	-2	-1	0	1	2
y					

함수 $y=3x$ 에 대하여 변수 x, y가 각각 $X=\{0, 1, 2\}$, $Y=\{0, 3, 6, 9\}$ 의 원소라고 할 때, 집합 X는 변수 x의 값을 나타내는 수의 집합이고, 집합 Y는 변수 y의 값을 나타내는 수의 집합이다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$ 에서 변수 x의 값을 나타내는 수 전체의 집합을 **정의역**이라 하고, 변수 y의 값을 나타내는 수 전체의 집합을 **공역**이라고 한다.

154 ▣ 함수

• $y=f(x)$
⇒ y는 x의 함수

• 두 양 x, y에 대하여 x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로, y는 x의 함수이다.

한편, 앞의 함수 $y=3x$ 는 $f(x)=3x$ 이므로 x에 집합 X의 원소 0, 1, 2를 각각 대입하면

$$f(0)=3 \times 0=0, f(1)=3 \times 1=3, f(2)=3 \times 2=6$$

이다.

이 때, $f(0), f(1), f(2)$ 의 값을 각각 $x=0, 1, 2$ 에서의 함수 $f(x)=3x$ 의 **함숫값**이라고 한다. 여기서, 함수 $f(x)=3x$ 의 정의역 X에서의 함수값 전체의 집합은 $\{0, 3, 6\}$ 이다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$ 의 주어진 정의역에서의 함수값 전체의 집합을 그 함수의 **치역**이라고 한다.

문제 1 정의역이 $X=\{-1, 0, 1\}$ 이고, 공역이 $Y=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 인 함수 $y=-2x$ 의 치역을 구하여라.

생각하기 $y=-2x$ 의 x에 정의역의 원소를 각각 대입한다.
풀이 $y=-2x$ 는 $f(x)=-2x$ 이므로 x에 -1, 0, 1을 각각 대입하면
 $f(-1)=(-2) \times (-1)=2$
 $f(0)=(-2) \times 0=0$
 $f(1)=(-2) \times 1=-2$
이므로, 치역은 $\{-2, 0, 2\}$ 표



문제 3 정의역 X와 공역 Y가 $X=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y=\{y|y \text{는 유리수}\}$ 일 때, 다음 함수의 치역을 구하여라.

- $y=\frac{1}{2}x$
- $y=-3x$

문제 4 정의역 X와 공역 Y가 $X=\{-2, -1, 1, 2\}$, $Y=\{-4, -2, -1, 1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 함수의 치역을 구하여라.

- $y=\frac{2}{x}$
- $y=-\frac{4}{x}$

확인하기 변수, 함수, 정의역, 공역, 함수값, 치역, $y=f(x)$

• 정의역의 원소를 각각의 함수에 대입하여 함수값을 모두 구한다.

[그림 III-21] '함수 알아보기' 교과서 제시 내용 (강행고 외, 2008)

이에 비해 중학교 제7차 개정 수학과 교육과정(2006)에서는 초등학교에서 학습한 ‘규칙적인 배열에서 규칙 찾기, 자신이 정한 규칙에 따라 배열하기’, ‘대응 표에서 두 수 사이의 대응 규칙 알아보기’, ‘수량 사이의 관계를 Δ 또는 \square 를 사용한 식으로 나타내기’, ‘비와 비율’, ‘정비례와 반비례’를 기초로 하여 중학교 1학년에서 변화하는 두 양 사이의 대응 관계로 함수의 개념을 도입하도록 하고 있다. 이를 교과서 상에서 살펴보면 교과서 (강신덕 외, 2008)에서는 사과 1개에 함유된 비타민 C의 양이 일정할 때, 사과의 개수(x)와 비타민 C의 양(y)과의 관계를 표를 통해 탐구해보고, 식으로 나타내 보도록 한 후, 대응 관계를 통해 다음과 같이 함수를 정의하고 있다.

1.1 함수

* 학습 목표 : 함수의 뜻과 그래프 관련된 단어를 안다.
* 배울 용어 : 변수, 함수, 정의역, 공역, 함수값, 치역

▶ 함수란?

장식 표기 [사과와 비타민]
사과는 비타민 C를 많이 함유하고 있다. 사과의 개수에 따른 비타민 C의 함유량은 어떨까?

장식 표기 사과 1개는 10 mg의 비타민 C를 함유하고 있다. 사과가 1개, 2개, 3개, 4개, 5개일 때, 함유하고 있는 비타민 C의 양을 알아보고 한다.

(1) 다음 표를 완성해 보자.

개수 x (개)	1	2	3	4	5
비타민 C의 양 y (mg)	10				

(2) 사과의 개수를 x 개, 비타민 C의 양을 y mg이라고 할 때, x 와 y 사이의 관계를 식으로 나타내어 보자.

위에서 x 의 값이 1, 2, 3, 4, 5로 변할 때, y 의 값은 10, 20, 30, 40, 50으로 변함을 알 수 있다.

이와 같이 변하는 양을 나타내는 문자 x , y 를 **변수**라고 한다.

또, 사과 1개에 10 mg의 비타민 C가 함유되어 있으므로 변수 x 와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=10x$ 이다.

이때, x 의 값에 대응하는 y 의 값을 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5
y	10	20	30	40	50

위에서 x 의 값이 변함에 따라 그에 대응하는 y 의 값이 단 하나씩만 정해짐을 알 수 있다. 이와 같이 변화하는 두 양 x , y 에 대하여 x 의 값이 하나 정해지면 그에 대응하는 y 의 값이 단 하나 정해질 때, y 를 x 의 **함수**라고 한다.

▶ 같이 $y=2x$, $y=-2x$ 는 모두 x 의 값이 하나 정해지면 그에 대응하는 y 의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

▶ 함수와 관련된 용어를 알아보자.

장식 표기 [간접지 개수와 전기 에너지]
간접지의 전압(단위는 볼트)은 전구에 붙어 켜지도록 전기 에너지를 공급하는 역할을 한다. 간접지를 많이 연결할수록 전구에 공급되는 전기 에너지는 더 커질까?

장식 표기 꼬마전구에 1.5볼트짜리 간접지를 1개, 2개, 3개까지 직렬로 연결하여 간접지의 개수에 따른 불의 밝기를 측정하는 실험을 하였다. 간접지의 개수를 x 개, 총 전압을 y 볼트라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

(1) y 는 x 의 함수인가? 변수 x 가 가질 수 있는 값을 알려 보자.

(2) 간접지가 1개, 2개, 3개일 때의 전압은 각각 몇 볼트인가?

위에서 x 와 y 사이의 관계식은 $y=1.5x$ 이다. 이것은 x 의 값이 하나 정해지면 그에 대응하는 y 의 값이 단 하나 정해지므로 y 는 x 의 함수이다.

일반적으로, y 가 x 의 함수이면, 이것을 기호로

$$y=f(x)$$

와 같이 나타낸다.

따라서, 함수 $y=1.5x$ 는 $f(x)=1.5x$ 로 나타낼 수 있다.

함수 $y=1.5x$ 에 대하여 변수 x , y 가 각각

$$X=(1, 2, 3), Y=(1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5)$$

의 원소라고 할 때, 집합 X 를 함수 $y=1.5x$ 의 **정의역**, 집합 Y 를 **공역**이라고 한다.

함수 $f(x)=1.5x$ 의 x 에 정의역의 원소 1, 2, 3을 각각 대입하면

$$f(1)=1.5 \times 1=1.5, f(2)=1.5 \times 2=3, f(3)=1.5 \times 3=4.5$$

이다. 이와 같이 함수 $y=f(x)$ 에서 정의역의 원소 x 에 의하여 정해지는 $f(x)$ 의 값을 x 에서의 **함수값**이라고 한다.

또한, 함수 $f(x)=1.5x$ 에서 정의역의 모든 값에 대한 함수값 전체의 집합 $\{1.5, 3, 4.5\}$ 를 함수 $f(x)=1.5x$ 의 **치역**이라고 한다.

$f(x)$ 는 수가 여러 값을 나타내는 x 의 식이다.
함수 $y=f(x)$ 의 기호 f 는 함수를 뜻하는 영어 function의 첫 글자를 따서 만든 기호이다.
지역은 공역의 부분집합이다.
공역 치역

[그림 III-22] ‘함수 알아보기’ 교과서 제시 내용 (강신덕 외, 2008)

<답음>

답음은 제7차 교육과정과 제2007 개정 교육과정 모두 같은 시기인 <8-나> 단계와 중학교 2학년에서 다루고 있다. 제7차 교육과정과 제2007 개정 교육과정에 의하면 도형의 답음을 통해 학습해야할 요소로, 평면도형에서는 답은 도형의 성질로 대응하는 변의 길이의 비가 일정함을 알고, 답은 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 답음비라 함을 알게 하며, 입체도형에서는 답은 도형의 성질로 대응하는 선분의 길이의 비가 일정할 뿐 아니라 대응하는 면이 답은 도형임을 이해하도록 제시하고 있다. 또한 답음의 중심의 뜻을 알고, 이를 이용하여 주어진 도형을 확대 또는 축소함으로써 답은 도형을 그릴 수 있게 하며, 이 때 그려진 두 답은 도형은 답음의 위치에 있다고 함을 알게 하고, 두 삼각형의 답음이 되기 위한 조건을 이해하게 한다. 답음의 활용으로는 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 이해하고, 이를 문제해결에 활용할 수 있게 하고 있다. 또 삼각형의 중점 연결 정리를 이해하고 이를 활용할 수 있도록 하며 삼각형의 무게중심의 뜻과 그 성질을 이해하게 하고 있다. 마지막으로 답음비를 이용하여 답은 도형의 넓이와 부피를 구하고 축도를 이용하여 높이, 거리 등을 간접적으로 측정할 수 있게 하고 있다.

이를 교과서에서 살펴보면 교과서 강욱기 외(2006)에서는 글자의 서체와 크기의 변화된 모습을 탐구하는 활동을 통해 답음을 “한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형과 합동이 되게 할 수 있을 때, 이 두 도형은 서로 답은 도형이다. 또는 답음인 관계에 있다고 한다.”라고 정의하고 있다. 그리고 답음인 두 평면도형(사각형)의 대응하는 변의 길이의 비를 비교하는 활동을 통해 답음의 성질을 찾고, 답음비를 “답음인 관계에 있는 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 답음비라고 한다.”라고 정의하고 있다.

1. 닮은 도형

도형의 닮음의 뜻과 닮은 도형의 성질을 안다.

탐구 활동

아래의 표는 문서 작성용 프로그램으로 「학」자를 세제와 크기를 다르게 하여 작성한 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

	10포인트	20포인트	30포인트
굴림체	학	학	학
궁서체	학	학	학

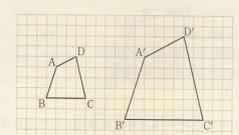
(1) 굴림체 10포인트로 쓴 글자 「학」과 궁서체 10포인트로 쓴 글자 「학」은 닮았다고 말할 수 있는가? 답지 않았다면 그 이유를 설명하여 보아라.

(2) 굴림체 10포인트로 쓴 글자와 닮은 모양인 글자를 모두 말하여라.

위의 탐구 활동에서 굴림체로 쓴 세 가지 크기의 「학」자들은 모양을 바꾸지 않고 일정한 비율로 확대 또는 축소한 것이며, 궁서체로 쓴 세 가지 크기의 「학」자들도 모양을 바꾸지 않고 일정한 비율로 확대 또는 축소한 것이다.

이와 같이 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 도형과 합동이 되게 할 수 있을 때, 이 두 도형은 서로 닮은 도형이다 또는 닮음인 관계에 있다고 한다.

다음 그림의 두 사각형 ABCD, A'B'C'D'에서 □A'B'C'D'은 □ABCD를 2배로 확대한 것이다.



따라서, □ABCD와 □A'B'C'D'은 닮음인 관계에 있다.

이와 같이 닮은 두 사각형 ABCD와 A'B'C'D'에서 꼭지점 A와 꼭지점 A'을 대응하는 꼭지점, 변 AB와 변 A'B'을 대응하는 변, ∠A와 ∠A'을 대응하는 각이라고 한다.

□ABCD와 □A'B'C'D'이 닮은 도형인 것을 기호로 □ABCD ∽ □A'B'C'D'과 같이 나타낸다.

위의 그림의 두 사각형 ABCD와 A'B'C'D'의 대응하는 변의 길이의 비를 비교하면

$$\begin{aligned} AB:A'B' &= BC:B'C' \\ &= CD:C'D' \\ &= DA:D'A' \\ &= 1:2 \end{aligned}$$

로 그 대응하는 변의 길이의 비가 1:2로 일정함을 알 수 있다.

또, 대응하는 각의 크기를 비교하면

$$\begin{aligned} \angle A &= \angle A' \\ \angle B &= \angle B' \\ \angle C &= \angle C' \\ \angle D &= \angle D' \end{aligned}$$

으로 대응하는 각의 크기가 각각 같음을 알 수 있다.

일반적으로, 두 닮은 평면도형에는 다음과 같은 성질이 있다.

- 평면도형에서의 닮음의 성질**
- 두 닮은 평면도형에서
1. 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.
 2. 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

닮음인 관계에 있는 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 **닮음비**라고 한다.

이를 테면, 앞의 두 닮은 사각형 ABCD, A'B'C'D'의 대응하는 변의 길이의 비는 1:2로 일정하므로, 닮음비는 1:2이다.

[그림 III-23] 평면도형에서 ‘닮음, 닮음비’ 교과서 제시 내용 (강옥기 외, 2006)

입체도형에서도 “한 입체 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 입체도형과 모양과 크기가 똑같이 할 수 있을 때, 이 두 입체도형은 서로 닮은 도형이다 또는 닮음인 관계에 있다.”라고 하고 닮음인 관계에 있는 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이와 대응하는 면을 비교하는 활동을 통해 입체도형에

서의 닳음의 성질을 찾고 닳음비를 “닳음인 관계에 있는 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하고, 그 비를 닳음비라고 한다.”라고 정의하고 있다.

평면도형에서와 마찬가지로 입체도형에서도 닳음을 생각할 수 있다.

오른쪽 그림에서 직육면체 $A'B'C'D'-E'F'G'H'$ 은 직육면체 $ABCD-EFGH$ 를 2배로 확대한 것이다.

이와 같이 한 입체도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 다른 입체도형과 모양과 크기가 똑같게 할 수 있을 때, 이 두 입체도형은 서로 닳은 도형이다, 또는 닳음인 관계에 있다고 한다.

즉, 위의 두 직육면체는 닳음인 관계에 있다. 이 때,
모서리 AB 와 모서리 $A'B'$ 을 대응하는 모서리면 $ABCD$ 와 면 $A'B'C'D'$ 을 대응하는 면이라고 한다.

또, 닳음인 관계에 있는 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하고, 그 비를 닳음비라고 한다.

이를테면, 위의 그림의 두 직육면체의 닳음비는 $BF : B'F' = 2 : 4 = 1 : 2$ 이고, 두 닳은 직육면체에서 대응하는 면들은 모두 닳음인 관계에 있다.

일반적으로, 두 닳은 입체도형에는 다음과 같은 성질이 있다.

입체도형에서의 닳음의 성질
두 닳은 입체도형에서
1. 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.
2. 대응하는 면은 닳은 도형이다.

위의 두 직육면체에서 대응하는 면들은 모두 닳음인 관계에 있으므로

$\square ABCD \sim \square A'B'C'D'$
 $\square BCGF \sim \square B'C'G'F'$
 $\square CGHD \sim \square C'G'H'D'$
 $\square ADHE \sim \square A'D'H'E'$
 $\square ABFE \sim \square A'B'F'E'$
 $\square EFGH \sim \square E'F'G'H'$

이고, 그 닳음비는 모두 1:2이다.

[그림 III-24] 입체도형에서 ‘닳음, 닳음비’ 교과서 제시 내용 (강옥기 외, 2006)

또, 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비와 대응각의 크기를 통해 삼각형의 닳음 조건을 정리하고 합동조건은 닳음비가 1:1인 닳음 조건과 같음을 알아보고 있다. 닳음의 중심을 이용하여 주어진 도형을 확대, 축소하여 닳음의 위치에 있는 도형을 그려보는 활동도 제시되어 있었다.

삼각형의 닮음조건
 다음 중에서 어느 한 조건을 만족하면 $\triangle ABC$ 와 $\triangle A'B'C'$ 은 닮은 도형이 된다.

1. 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 각각 같다.
 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
2. 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
 $\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}, \angle B = \angle B'$
3. 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.
 $\angle B = \angle B'$
 $\angle C = \angle C'$

다음 그림과 같이 합동이 아닌 두 닮은 도형의 대응하는 점을 연결한 직선이 모두 한 점 O에서 만날 때, 점 O를 **닮음의 중심**이라고 하며, 닮은 도형 $\square ABCD$, $\square A'B'C'D'$ 은 **닮음의 위치**에 있다고 한다.

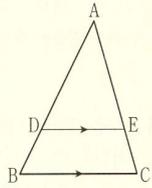
[그림 Ⅲ-25] '삼각형의 닮음조건, 닮음의 중심, 닮음의 위치에 대한 교과서 제시 내용 (강욱기 외, 2006)

이러한 닮음을 응용한 활동으로는 삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비를 닮음비를 이용하여 탐구해 봄으로써 삼각형과 선분의 길이의 비에 대한 성질을 정리하고, 이를 활용하여 문제를 해결하도록 하고 있었다. 또 이 성질을 이용하여 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 정리하고, 이를 활용하여 문제를 해결하도록 하고 있었다. 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이라는 중점연결 정리를 이해하고 이를 활용하는 문제를 제시되었으며, 삼각형의 세 중선은 한 점에서 만나고 그 교점인 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로 부터 각각 2:1로 나눈다는 성질을 이해하고 이를 활용하여 문제를 해결하도록 제시하고 있다. 마지막으로 닮음비(m:n)를 이용하여 닮은 도형의 넓이의 비($m^2:n^2$)와 부피의 비($m^3:n^3$)를 구하고 이를 활용하여 닮은 도형의 넓이와 부피를 구하며 축도를 이용하여 높이, 거리 등을 간접적으로 측정할 수 있도록 구성되어 있었다.

삼각형과 선분의 길이의 비

△ABC에서 변 BC에 평행한 직선을
그어 두 변 AB, AC와 만나는 점을
각각 D, E라고 하면

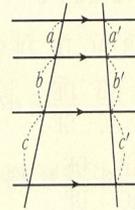
- $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$
- $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$



평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비

두 직선이 세 개 이상의 평행선과 만
날 때, 평행선에 의하여 잘려서 생긴
그 두 직선의 대응하는 선분의 길이의
비는 같다.

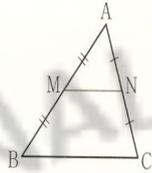
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$



삼각형의 중점연결 정리

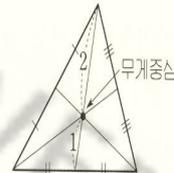
삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은
나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나
머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}, \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$



삼각형의 무게중심

삼각형의 세 중선은 한 점에서 만
나고, 그 교점인 무게중심은 세
중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터
서로 2:1로 나눈다.



닮은 도형의 둘레의 길이와 넓이의 비

- 두 닮은 도형에서 닮음비가 $m:n$ 이면
- 둘레의 길이의 비는 $m:n$ 이다.
 - 넓이의 비는 $m^2:n^2$ 이다.

닮은 입체도형의 부피의 비

- 두 닮은 입체도형의 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.
즉, 닮음비가 $m:n$ 이면 부피의 비는 $m^3:n^3$ 이다.

[그림 III-26] 닮음의 활용과 관련된 지도 요소에 대한 교과서 제시 내용 (강욱기 외, 2006)

4) 자료 개발에 주는 시사점

비와 비율과 관련하여 그 내용을 제7차 교육과정과 2007 개정 교육과정의 비
교를 통해 살펴본 결과 비와 비율에 대한 학습 시기가 조금 앞당겨졌으며, 중학
교에서 지도되던 정비례와 반비례의 학습 내용이 초등학교 6학년으로 내려온
것을 알 수 있었다. 또, 비의 개념을 그 바탕으로 하는 정비례, 반비례, 함수 및
닮음에 대한 학습 내용은 중학교 수학에서 대수와 관련된 내용으로 그 중하나
인 정비례, 반비례의 학습이 초등학교에서 이루어지게 된 것은 초등수학이 초기
대수의 방법을 통해 대수와 연결되어야함을 시사하고 있다.

중학교에서 비와 비율과 관련된 학습 내용 즉, 정비례, 반비례, 함수, 닮음을
중심으로 교과서의 전개 모습을 살펴본 결과 각각의 학습 내용 속에는 양 내외
양 사이의 관계로서의 비, 기하학적 맥락에서의 비, 패턴과 일반화를 통한 관계
로서의 비의 개념이 내포되어 있었다. 예를 들어, 정비례와 반비례의 개념지도

에 있어 양 내에서의 비(내적비)와 양 사이의 비(외적비)를 통해 정의하고 있음을 알 수 있었다. 즉, “ x 의 값이 2배, 3배, 4배...됨에 따라, y 의 값이 2배, 3배, 4배...로 될 때, y 는 x 에 정비례한다. 일반적으로 0이 아닌 수 a 에 대하여 x 와 y 사이의 관계식이 $y=ax$ 로 나타내어질 때, y 는 x 에 정비례한다.”라고 정의함으로써 양 내에서의 비와 양 사이의 비를 다루고 있다. 또 반비례에서는 [그림 III-16]과 같이 넓이가 같은 직사각형의 가로와 세로를 각각 다르게 하여 모눈종이에 그려봄으로써 기하학적 맥락에서 비를 파악할 수 있도록 지도하고 있으며 또 이를 표로 정리하여 그 관계를 파악하도록 함으로써 패턴과 일반화를 통한 관계로서의 비의 개념을 내포하고 있다.

오른쪽 그림과 같은 모눈종이 위에 넓이가 24인 직사각형을 가로, 세로의 길이를 달리하여 7개를 그린 후, 그린 7개의 직사각형의 가로, 세로의 길이를 아래의 표에 적고, 물음에 답하여 보자. (단, 모눈의 1눈금의 길이는 1이다.)

가로의 길이						
세로의 길이						

오른쪽 그림은 모눈종이 위에 A를 한 꼭짓점으로 하고, 넓이가 6cm^2 인 직사각형 두 개를 그린 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

① 모눈종이 위에 A를 한 꼭짓점으로 하고, 넓이가 6cm^2 인 직사각형을 여러 개 그려 보자.

② 가로의 길이가 다음 표와 같을 때, 세로의 길이를 구하여 표를 완성하여 보자.

가로의 길이(cm)	1	2	3	4	5	6
세로의 길이(cm)						

[그림 III-27] 반비례 개념 정의를 위해 교과서에 제시된 탐구활동(강욱기 외, 2006; 강행고 외, 2008)

따라서, 본 연구에서는 제7차 교육과정과 2007 개정 교육과정의 분석을 통해 학습 내용의 구성면에서 초등학교와 중학교의 연관성을 확인하고 중학교 교과서의 분석을 통해 파악된 양 내와 양 사이의 비, 기하학적 맥락에서의 비, 패턴과 일반화를 통한 관계로서의 비가 초등학교 비와 비율의 학습에서도 초기대수를 통해 학습될 수 있도록 초기대수 학습 자료를 개발하였다.

2. 비와 비율에 대한 오개념 및 오류 실태 분석

1) 연구 설계

본 검사는 초등학교 6학년 학생을 대상으로 비와 비율을 학습할 때 학생들이 실제적으로 어떠한 오류와 오개념을 갖고 있는가를 알아보는 것이다. 따라서 연구 대상 집단 간의 비교가 아닌 집단 내의 결과 분석을 바탕으로 이루어졌으므로 실험연구의 성격이 아닌 조사 연구의 성격을 띠을 밝힌다.

초등수학에서 비와 비율과 관련된 단원은 <6-가>단계 6단원에 제시되어 있고, 본 연구는 2009년 10월에 이루어졌다. 따라서 본 연구 주제와 관련이 있는 초등학교 6학년 어린이들은 이미 1학기 때 학습을 한 상태이며 시간의 경과에 따른 파지 능력의 문제점을 해결하기 위해 4학년~6학년 과정의 내용을 평가하는 국가수준 학업성취도 평가가 끝난 시점을 기준으로 일주일 이내에 검사를 실시하였다.

2) 연구 대상

본 연구는 제주특별자치도 시 소재 A초등학교 6학년 1학급(33명)과 읍 소재 B초등학교 6학년 2학급(58명) 총 91명을 대상으로 이루어졌으며 이를 대상으로 결과를 분석하였다. 시에 소재한 A초등학교는 제주특별자치도 6학년 학생을 대상으로하는 학력평가에서 도 평균보다 상위에 속하는 그룹이며 읍에 소재한 초등학교는 도 평균보다 낮은 수준의 그룹에 속한다.

3) 검사 도구

본 연구에서 사용된 검사는 지필검사로 검사에 사용된 문항은 총 20개 문항이며 각 문항을 승법적사고와 관련한 선수학습(6문항), 비의 개념 및 표현하기(2문항), 비율 구하기(5문항), 비와 비율 활용하기(7문항)에 대한 문제들로 구성하였다. 이러한 문제 유형 분류는 초등학교 <6-가>단계 6단원 비와 비율의 단원 목표를 바탕으로 연구자가 임의적으로 선정한 것이며 문항은 신뢰도와 타당도를 확보하고자 2003년~2009년 국가수준학업성취도평가 문항 중 초기대수의

관점에서 비와 비율관련 문항을 연구자가 추출하여 구성하였다. 또, 각 문항의 정답률과 관련하여 우연의 가능성을 배제하고 문제해결과정에서 일어나는 학생들의 사고 과정을 알아보고자 주관식 및 단답형으로 내용을 재구성하였다. 검사 문항에 대한 자세한 내용은 <부록 1>에 제시되어 있으며, 문항의 구성은 <표 III-4>와 같다.

<표 III-4> 비와 비율 관련 검사지의 문제 유형

문제유형	선수학습	비의 개념 및 표현	비율 구하기	비와 비율의 활용
문제유형 구분기준	승법적 사고를 통해 두 수를 비교하는 문제	비 구하기, 읽기, 기준량과 비교하는 양 구하기와 관련된 문제	비의 값, 백분율, 할푼리, 소수로 나타내기	할인을, 비율그래프로 나타내기, 비율그래프를 보고 자료 해석하기, 비례관계 활용하기와 관련된 문제
문항번호	1, 3, 6, 7, 15, 19	2, 5,	4, 8, 9, 12, 17	10, 11, 13, 14, 16, 18, 20
계	6	2	5	7

4) 검사 절차

본 검사는 2009년 10월에 이루어졌으며 검사문항 추출 - 검사 문항 검토 및 수정 - 검사지 배포 - 검사지 회수 - 검사지 분석의 절차를 거쳤다. 검사문항은 2003년~2009년 초등학교 6학년을 대상으로 실시된 국가수준학업성취도 평가 문항 중 초기대수적 관점에서 비와 비율과 관련된 내용의 문항을 추출한 것이며 추출된 30개의 문항 중 지도교수와 현장 교사들의 의견을 통해 선다형으로 제시된 문항들을 주관식 및 서술형으로 재구성하여 20문항으로 구성하였다. 검사지는 시에 소재한 학교 3학급과 읍에 소재한 학교 3학급에 배포되었으며 검사 실시는 각 학교의 재량 시간을 이용하도록 하였다. 검사 시점은 2009년 국가수준 학업성취도 평가가 끝나는 시점을 기준으로 일주일 이내인 10월에 실시되었으며 검사지의 수집 및 분석은 검사지를 배포한 2개 학교 6개 학급 중 시

에 소재한 학교 1학급과 읍에 소재한 학교 2학급으로부터 회수하여 이루어졌다.

검사지에 대한 분석은 별도로 마련된 평가기준에 입각하여 정답과 오답으로 구분하였고 점수화하지는 않았다. 이렇게 분석된 자료들은 문항별로 정답률을 적용하여 정리하였으며 이를 바탕으로 초기대수의 관점에서 비와 비율과 관련하여 학생들이 어떤 오개념과 오류를 나타내는지를 판단하였다.

5) 자료 분석

본 검사의 목적은 초기대수적 관점에서 학생들이 비와 비율과 관련하여 어떤 오류와 오개념을 가지고 있는가를 발견하는 것이다. 따라서 검사지의 분석을 위해 개별 학생들에 의한 검사 결과를 점수화 하는 것은 큰 의미가 없다고 생각되어 형식화된 평정법을 사용하지는 않았다. 그 대신 각 문항에 대한 학생들의 반응을 알아보고 정답률을 확인하여 학생들이 어떤 문제 유형에서 오류와 오개념은 보이는가를 밝히고자 했다. 단, 각 문항에 대한 정답과 오답을 구분하기 위한 기준을 <표Ⅲ-5>와 같이 두었으며 서술형 문항의 경우 풀이과정에 오류가 있는 것은 오답으로 처리하였다.

<표 Ⅲ-5> 평가 기준

구분	판단기준	
	정답	오답
단답형	<ul style="list-style-type: none"> ■ 묻는 내용에 대해 정확하게 답한 경우 ■ 단위는 생략했으나 묻는 내용에 맞게 답한 경우 	<ul style="list-style-type: none"> ■ 정답 기준에서 벗어나는 경우 ■ 무응답한 경우
서술형	<ul style="list-style-type: none"> ■ 문항에서 묻고 있는 내용에 대한 대답과 이유를 분명하게 제시한 경우 	<ul style="list-style-type: none"> ■ 정답 기준에서 벗어나는 경우 ■ 무응답한 경우

6) 결과 분석

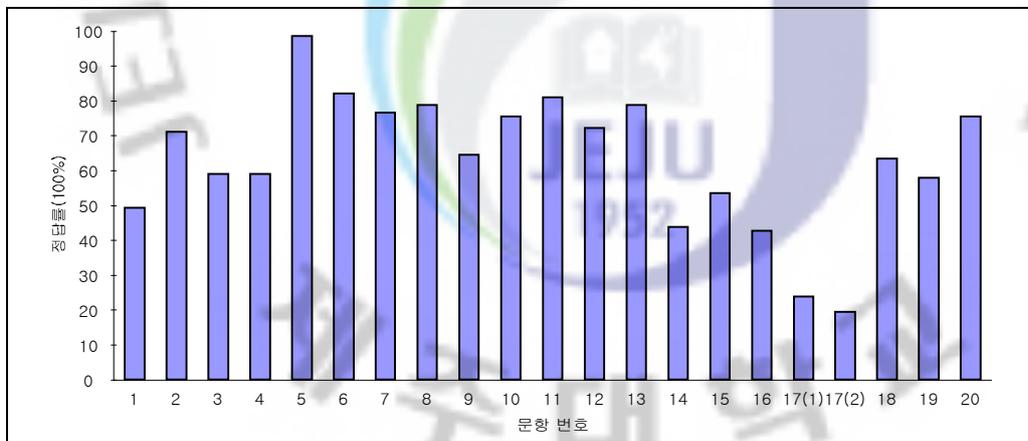
본 연구에서는 초기대수적 관점에서 비와 비율과 관련된 오개념과 오류를 알아보고자 비와 비율과 관련된 문제를 4가지 유형으로 구분하고 이를 수록한 검사지를 통해 알아보았다. 초등학교 6학년 학생 91명을 대상으로 한 문항별 검사 결과는 다음과 같다.

<표 III-6> 문항별 검사 결과 정답률

문항 번호	문항내용	A초등학교 (33명)			B초등학교(58명)						전체 (91명)		
		T	F	정답률 (%)	가반(28명)			나반(30명)			T	F	정답률 (%)
					T	F	정답률 (%)	T	F	정답률 (%)			
1	두 수의 크기를 비교하여 분수로 나타내기	17	16	51.5	19	9	67.9	10	20	30	46	45	50.5
2	비 구하기	25	8	75.8	17	11	60.7	23	7	76.7	65	26	71.4
3	승법적 사고를 통한 두 수의 크기 비교	24	9	72.7	17	11	60.7	13	17	43.3	54	37	59.3
4	비율(백분율, 소수) 구하기 $\frac{1}{2}$ 를 $\frac{1}{4}$ 로, $\frac{1}{4}$ 를 $\frac{1}{2}$ 로	19	14	57.6	16	12	57.1	19	11	63.3	54	37	59.3
5	비의 개념 및 표현	33	0	100	28	0	100	29	1	96.7	90	1	98.9
6	크기가 같은 분수 구하기	31	2	93.9	24	4	85.7	20	10	66.7	75	16	82.4
7	두 수 사이의 관계 구하기	25	8	75.8	20	8	71.4	25	5	83.3	70	21	76.9
8	백분율을 소수로 나타내기	28	5	84.8	22	6	78.6	22	8	73.3	72	19	79.1
9	비의 값 구하기	24	9	72.7	14	14	50	21	9	70	59	32	64.8
10	피그래프를 보고 자료 값 구하기	26	7	78.8	22	6	78.6	21	9	70	69	22	75.8
11	비례 관계	28	5	84.8	24	4	85.7	22	8	73.3	74	17	81.3
12	백분율 구하기	25	8	75.8	19	9	67.9	19	1	63.3	66	25	72.5

<표 III-6> 계속

13	비례식을 이용한 해결	29	4	87.9	22	6	78.6	21	9	70	72	9	79.1		
14	비율을 활용하여 가격 구하기	12	21	36.3	13	15	46.4	15	15	50	40	51	44.0		
15	직사각형의 세로의 길이 구하기	21	12	70	17	11	60.7	11	19	36.7	49	42	53.8		
16	비례식 활용	18	15	60	12	16	42.9	9	21	30	39	52	42.9		
17	(1) 비율 구하여 크기 비교하기	10	23	33.3	6	22	21.4	6	24	20	22	69	24.2		
	(2) 비율 구하여 크기 비교하기	8	25	26.7	5	23	17.9	5	25	16.7	18	73	19.8		
18	원그래프를 보고 자료의 값 구하기	27	6	90.0	17	11	60.7	14	16	46.7	58	33	63.7		
19	몇 배 되는지 알아보기	19	14	63.3	19	9	67.9	15	15	50.0	53	38	58.2		
20	비율구하여 띠그래프로 나타내기	27	6	90.0	20	8	71.4	22	8	73.3	69	22	75.8		
평균 정답률				70.5				61.7				57.3			63.5
				6											



[그림 III-28] 각 문항에 대한 전체 학생들의 정답률 그래프

문항별 검사 결과 많은 학생들이 특정 문항에 대해 상당히 낮은 정답률을 보이는 경향을 발견할 수 있다. 이러한 문항에 대하여 좀 더 체계적으로 알아보고자 전체 정답률의 평균(63.5%)을 구하여 그 보다 낮은 정답률을 보인 문항을 정리하면 다음과 같다.

<표 III-7> 63.5%미만의 정답률을 보인 문항

문항 번호	문항내용	A초등학교 (33명)			B초등학교(58명)						전체 (91명)		
					가반(28명)			나반(30명)					
		T	F	정답률 (%)	T	F	정답률 (%)	T	F	정답률 (%)	T	F	정답률 (%)
1	두 수의 크기를 비교하여 분수로 나타내기	17	16	51.5	19	9	67.9	10	20	30	46	45	50.5
3	승법적 사고를 통한 두 수의 크기 비교	24	9	72.7	17	11	60.7	13	17	43.3	54	37	59.3
4	비율(백분율, 소수) 구하기	19	14	57.6	16	12	57.1	19	11	63.3	54	37	59.3
14	비율을 활용하여 가격 구하기	12	21	36.3	13	15	46.4	15	15	50	40	51	44.0
15	직사각형의 세로의 길이 구하기	21	12	70	17	11	60.7	11	19	36.7	49	42	53.8
16	비례식 활용	18	15	60	12	16	42.9	9	21	30	39	52	42.9
17	(1) 비율 구하여 크기 비교하기	10	23	33.3	6	22	21.4	6	24	20	22	69	24.2
	(2) 비율 구하여 크기 비교하기	8	25	26.7	5	23	17.9	5	25	16.7	18	73	19.8
19	몇 배 되는지 알아보기	19	14	63.3	19	9	67.9	15	15	50.0	53	38	58.2

<표 III-7>을 다시 연구자가 구분한 문제 유형별로 나타내면 다음과 같다.

<표 III-8> 문제 유형별로 살펴본 63.5% 미만의 정답률을 보인 문항

문항 유형	문항 번호	문항내용	A초등학교 (33명)			B초등학교(58명)						전체 (91명)		
						가반(28명)			나반(30명)					
			T	F	정답률 (%)	T	F	정답률 (%)	T	F	정답률 (%)	T	F	정답률 (%)
	1	두 수의 크기를 비교하여 나타내기	17	16	51.5	19	9	67.9	10	20	30	46	45	50.5
선수 학습 (형식 사고)	3	승법적 사고를 통한 두 수의 크기 비교	24	9	72.7	17	11	60.7	13	17	43.3	54	37	59.3
	15	직사각형의 세로의 길이 구하기	21	12	70	17	11	60.7	11	19	36.7	49	42	53.8
	19	몇 배 되는지 알아보기	19	14	63.3	19	9	67.9	15	15	50.0	53	38	58.2
	4	비율(백분율, 분리, 소수) 활용하기	19	14	57.6	16	12	57.1	19	11	63.3	54	37	59.3
비율 구하기	(1)	비율 구하여 크기 비교하기	10	23	33.3	6	22	21.4	6	24	20	22	69	24.2
	(2)	비율 구하여 크기 비교하기	8	25	26.7	5	23	17.9	5	25	16.7	18	73	19.8
비와 비율의 활용	14	비율을 활용하여 가격구하기	12	21	36.3	13	15	46.4	15	15	50	40	51	44.0
	16	비례식 활용	18	15	60	12	16	42.9	9	21	30	39	52	42.9

이상으로 비와 비율과 관련하여 학생들이 지니고 있는 오개념과 오류를 발견하기 위해 주관식 및 단답형을 통해 실시한 검사 결과 제주특별자치도의 도평균보다 상위에 있는 학교의 경우에도 많은 학생들이 오개념과 오류를 가지고 있는 것으로 나타났다.

분석 자료를 바탕으로 검사에 대한 결과를 개괄적으로 정리하면 학생들은 비의 표현 및 읽기와 관련된 문항에서는 71.4%와 98.9%의 정답률을 보인 반면 비와 비율을 학습하기 전 승법적 사고에 대한 두 수의 비교활동과 관련된 6개의 문항 중 4개 문항에서, 비율구하기와 관련된 5개 문항 중 2개 문항에서, 비와 비율의 활용과 관련된 7개 문항 중 2개 문항에서 전체 문항에 대한 평균 정답률 63.5%보다 낮은 정답률을 보였다. 이는 학생들이 비와 관련하여 두 수를 비교할 때 승법적인 관계로 파악하는데 어려움을 겪고 있다는 것을 나타낸다고 볼 수 있다.

따라서, 보다 효율적인 비와 비율 지도를 위해서 비와 비율을 학습하기 전 승법적 사고를 통해 두 수를 비교하는 활동을 도울 수 있는 학습 자료의 개발에 대한 연구의 필요성이 대두되며, 본 연구에서는 자료개발의 방안으로 양과 양사이의 추론과정을 통해 관계를 파악하는 초기대수의 관점에서 비와 비율을 보다 효율적으로 학습하기 위한 자료를 개발함으로써 그 해결방안을 모색하고자 한다.

3. 자료 개발의 실제

1) 자료 개발 대상

본 연구의 자료 개발 대상은 제7차 교육과정 <6-가>단계 6단원 비와 비율의 비, 비율, 비의 값, 백분율, 할분리와 관련된 학습요소 및 비의 학습을 하기 위한 승법적 사고와 관련된 내용이며, 비와 비율 관련 학습이 중학교의 대수 학습의 기초가 된다는 점을 감안하여 그와의 연계성을 용이하게 하고자 초기대수의 관점에서 2007 개정 교육과정에 준하여 1학년 1학기부터 5학년 비와 비율 학습 내용까지의 단원을 바탕으로 자료를 개발하였다.

2) 자료 개발의 방법

(1) 제7차 교육과정과 제7차 개정 교육과정 분석

초·중학교 제7차 교육과정과 2007 개정 교육과정의 내용을 비교·분석하여 비와 비율과 관련된 학습 내용을 알아보고 초등학교에서의 산술적 수학 내용이 중학교의 대수적 학습요소와 어떻게 연결되어 있는지 그 관련성을 분석한다.

(2) 초·중학교 수학 교과서 내용 분석

초·중학교 교과서 분석을 통해 비와 비율과 관련된 학습 내용의 단원 구성과 지도 중점, 지도 방법들을 살펴본다.

(3) 비와 비율 개념에 대한 오개념 및 오류 실태 분석

2003년~2009년 국가수준 학업성취도 평가 문항 중 비와 비율 개념과 관련된 문제를 추출하여 검사지를 작성하고, 초등학교 6학년 학생을 대상으로 검사를 실시하여 비와 비율에 대한 학생들의 오개념 및 오류의 실태를 분석한다.

(4) 비와 비율 지도를 위한 초기대수 학습 자료 개발

2007 개정 교육과정에 준하여 1학년 1학기부터 5학년 2학기의 내용을 바탕으로 초기대수의 관점에서 비와 비율과 관련된 학습요소를 보다 효율적으로 학습하기 위한 학습 자료를 다음 두 가지 기준에 준하여 개발한다.

- ① 초기대수의 양적 추론을 효과적으로 지도할 수 있는 그림 자료의 활용을 포함한 기하학적 맥락에서 비를 지도할 수 있도록 자료를 개발 하되 양 내에서의 비(내적비), 그리고 양 사이에서의 관계로서의 비(외적비)에 대해 사고할 수 있도록 자료를 개발한다.
- ② 초기대수의 중요한 요소인 패턴에서부터 그 관계를 인식하고 규칙을 찾아 일반화하는 방법을 통해 비를 학습할 수 있도록 하되 양 내에서의 비(내적비), 양 사이에서의 관계로서의 비(외적비)에 대해 사고할 수 있도록 자료를 개발한다.

3) 자료 개발

본 연구에서는 비가 두 양 사이의 관계를 나타내는 것임을 감안하여 초등학교 1학년 과정에서부터 두 양에 대하여 비교활동 즉, 초기대수적 방법인 추론을 통해 관계를 파악해보도록 자료를 개발하였다. 두 양을 비교하는 방법으로는 차의 관계와 곱의 관계가 있으며 두 양 사이에 곱셈적 관계가 성립하면 '비', 덧셈적 관계가 성립하면 '차이'로 표현할 수 있다. 교육과정상 학습의 순서가 덧셈 과정에서 곱셈과정으로

전개됨으로 자료의 개발 순서도 차의 관계를 추론하는 활동에서 시작하여 점차 곱의 관계를 추론하는 활동의 순으로 비와 비율 지도를 위한 자료를 개발하였다.

또, 두 양을 비교하는 활동을 통해 기준량과 비교하는 양 사이의 관계를 인식할 수 있도록 하였으며, 비가 우리 생활에서의 축척과 중학교 닳음 학습에서 활용되는 점을 고려하여 길이를 표현한 자료를 제시하여 비를 학습하도록 자료를 개발하였다. 비와 비율의 개념은 기하 문제와 자연스럽게 관련되는데 기하와의 자연스럽게 밀접한 관련성은 닳음에서 찾아볼 수 있다. 만일 두 도형의 변의 비가 같다면, 즉 비례적이면 두 도형은 닳음이다. 따라서 본 연구에서는 서로 닳음 관계에 있는 나무의 높이, 단위 막대를 통한 길이 비교, 넓이나 둘레가 일정한 직사각형의 가로와 세로의 길이 관계 등과 관련된 그림 자료를 아동에게 제시함으로써 비의 개념이 닳음으로 까지 확장되고 있음을 은연중에 인식할 수 있도록 하였다. 또, 모든 직사각형은 닳음 관계에 있음을 알고 패턴을 통해 규칙을 발견하여 직사각형의 한 변의 길이와 둘레 사이의 관계를 파악하고 일반화하는 과정 등을 통해 비의 개념이 함수로 확장될 수 있는 계기를 마련하였다.

또, 화폐를 통해 수의 자릿값 사이의 관계를 파악할 수 있도록 하였다. 화폐에 관한 사실(100원짜리 동전 한 개는 10원짜리 동전 10개, 1000원짜리 지폐 한 장은 100원짜리 동전 10개 등)은 비와의 자연스럽게 의미있는 경험을 제공해 준다. 또한 화폐는 정보의 조직이 여러 비를 시각적으로 나타낼 뿐만 아니라, 그 비가 주어진 순서로 둘 혹은 그 이상의 수의 승법적인 비로 가는 것을 깨닫도록 해주며, 이 활동은 또한 아동이 관계를 탐색하고, 공식을 만들어 내며, 대수적인 사고를 하도록 촉진하는 패턴을 제공해 준다. (강문봉 외, 2004, p. 594)

본 연구에서 추진한 자료개발은 2007년 개정 교육과정에 준하여 실시하였다. 따라서 비와 비율 지도를 위한 초기대수 활용 자료 개발의 대상을 1학년~5학년으로 제한하였으며 현재 교육과정이 제7차 교육과정에서 2007년 개정 교육과정으로 변화되고 있는 과도기인 점을 감안하여 1, 2학년을 제외한 3학년~5학년 내용은 제7차 교육과정에 의해 발행된 교과서를 바탕으로 내용을 재구성하여 개발하였다. 이에 따라 제7차 교육과정과 2007년 개정 교육과정의 학년별 내용을 비교하여 표로 간단히 나타내면 다음과 같다.

<표Ⅲ-9> 2007년 개정 교육과정의 각 영역별, 학년별 내용

영역	초등학교		
	1학년	2학년	3학년
수와 연산	<ul style="list-style-type: none"> 100까지의 수 간단한 수의 덧셈과 뺄셈 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 	<ul style="list-style-type: none"> 1000까지의 수 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 곱셈 ⇒ 곱셈의 활용 삭제 분수의 이해 ⇒ 영역의 등분철로서의 분수 개념 도입(초에서 이동 분수 개념의 나선형 지도) 	<ul style="list-style-type: none"> 10000까지의 수 네 자리 수의 덧셈과 뺄셈 곱셈 나눗셈 분수 ⇒ 이산량으로서의 분수 소수의 이해
도형	<ul style="list-style-type: none"> 입체도형의 모양 평면도형의 모양 ⇒ 직관에서 도형 만들기 삭제 	<ul style="list-style-type: none"> 기본적인 평면도형 입체도형의 구성 	<ul style="list-style-type: none"> 각과 평면도형 평면도형의 이동 원의 구성요소
측정	<ul style="list-style-type: none"> 양의 비교 시각 읽기 	<ul style="list-style-type: none"> 시각과 시간 길이 ⇒ 단명수, 복명수로 말하기 (교육과정 내용 명료화) 측정값 나타내기 	<ul style="list-style-type: none"> 시간 ⇒ '초'개념, 초 단위까지의 연산(초4에서 이동) 길이 ⇒ 길이의 덧셈과 뺄셈 (학습내용 명료화) 들이 무게 ⇒ 초4에서 이동(타교과의 연계성 강화, 학습량감축)
화물과 통계	<ul style="list-style-type: none"> 한 가지 기준으로 사물 분류하기 	<ul style="list-style-type: none"> 표와 그래프 만들기 	<ul style="list-style-type: none"> 자료의 정리, 자료의 특성 (막대 그래프, 간단한 그림 그래프)
규칙 성과 함수	<ul style="list-style-type: none"> 규칙적인 배열에서 규칙 찾기 자신이 정한 규칙에 따라 배열하기 100까지의 수 배열표에서 규칙 찾고 말하기 ⇒ 추가(의사소통 능력 강화) □를 사용한 식 실제로 해보기, 그림 그리기, 식 만들기 등으로 문제를 해결하기 	<ul style="list-style-type: none"> 다양한 변화의 규칙 찾기 수 배열에서 규칙 찾고 규칙에 따라 수 배열하기 곱셈표에서 여러 가지 규칙 찾기 미지수 구하기 식 만들기 규칙 찾기, 거꾸로 풀기 등으로 문제를 해결하기 ⇒ 문제해결방법이 바뀜 : 표만들기에서 규칙찾기로 (난이도에 따라 학년단 문제해결방법 조정) 	<ul style="list-style-type: none"> 규칙에 따라 여러 가지 무늬 꾸미기 ⇒ 윗가에서 밑가로 용어 수정(정확한 용어 사용) 표 만들기, 예상과 확인 등으로 문제 해결하기 ⇒ 문제해결방법이 바뀜 : 규칙찾기에서 표만들기로 (난이도에 따라 학년단 문제해결방법 조정)

영역	초등학교		
	4학년	5학년	6학년
수와 연산	<ul style="list-style-type: none"> · 다섯 자리 이상의 수 · 자연수의 사칙계산 ⇒ 혼합계산 약화 (지나치게 복잡한 혼합계산은 다루지 않음) · 여러 가지 분수 · 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈 · 소수 · 소수의 덧셈과 뺄셈 	<ul style="list-style-type: none"> · 약수와 배수 · 약분과 통분 ⇒ 두 수의 크기 비교 (초4에서 이동) · 소수와 분수 ⇒ 소수를 분수로, 분수를 소수로 나타내기(초6에서 이동) · 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈 · 분수의 곱셈과 나눗셈 ⇒ (자연수)÷(자연수)를 분수로 나타내기(초4에서 이동) · 소수의 곱셈과 나눗셈 	<ul style="list-style-type: none"> · 분수의 나눗셈 · 소수의 나눗셈 · 분수와 소수의 혼합계산
도형	<ul style="list-style-type: none"> · 각과 여러 가지 삼각형 · 다각형의 이해 	<ul style="list-style-type: none"> · 직육면체와 정육면체의 성질 ⇒ 직육면체와 정육면체의 겨냥도와 전개도 내용 상세화 · 합동 · 대칭 	<ul style="list-style-type: none"> · 각기둥과 각뿔의 성질 · 원기둥과 원뿔의 성질 · 여러 가지 입체도형 ⇒ 여러 가지 물체의 위 앞 옆에서 본 모양 표현하기 내용 추가(공간감각 신장)
측정	<ul style="list-style-type: none"> · 각도 · 평면도형의 둘레 ⇒ 초5에서 이동(학습량 감축) · 직사각형과 정사각형의 넓이 ⇒ 초5에서 이동 · 어렵하기(반올림, 올림, 버림) · 수의 범위(이상 이하, 초과 미만) ⇒ 초5에서 이동 	<ul style="list-style-type: none"> · 평면도형의 넓이 · 무게와 넓이의 여러 가지 단위 	<ul style="list-style-type: none"> · 원주율과 원의 넓이 · 겹넓이와 부피 ⇒ 부피와 둘레 사이의 관계 이해(내용 명료화) · 원기둥의 겹넓이와 부피

영역	초등학교		
	4학년	5학년	6학년
화물과 통계	<ul style="list-style-type: none"> · 꺾은선그래프 · 자료를 목적에 맞는 그래프로 나타내기 	<ul style="list-style-type: none"> · 줄기와 잎 그림, 그림그래프 ⇒ 그림그래프 내용 상세화 ⇒ 자료를 적절한 그래프로 나타내고 자료의 특성 설명하기(의사소통능력 신장) · 평균 	<ul style="list-style-type: none"> · 비율그래프(띠그래프, 원 그래프) ⇒ 비율 그래프를 보고 자료의 특성을 설명하기(의사소통능력 신장) · 경우의 수와 확률
규칙성과 함수	<ul style="list-style-type: none"> · 다양한 변화 규칙을 수로 나타내고 설명하기 · 규칙을 추측하고 말이나 글로 표현하기 · 규칙적인 무늬 만들기 ⇒ 여러 가지 모양으로 주어진 도형 덮기 및 말기, 뒤집기, 돌리기를 이용하여 무늬 만들기(초5에서 이동, 난이도 조정, 학습량 감축) · 규칙과 대응 · 단순화하기, 논리적 추론 등으로 문제를 해결하기 · 문제해결 과정 설명하기 	<ul style="list-style-type: none"> · 비와 비율 ⇒ 초6에서 이동(타교과의 연계성 강화) · 하나의 문제를 여러 가지 방법으로 해결하기 · 주어진 문제에서 필요없는 정보, 부족한 정보 찾기 · 문제해결의 타당성 검토하기 	<ul style="list-style-type: none"> · 방정식 ⇒ 미지수를 x 로 나타내기, 간단한 방정식 풀이 추가 · 비례식 · 연비와 비례배분 · 정비례와 반비례 ⇒ 중1에서 이동(실생활 문제 해결력 신장, 타교과 연계성 강화) · 문제해결 방법 비교하기 · 문제의 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기 · 문제해결 과정의 타당성 검토하기

자료번호	관련	1. 5까지의 수	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
1-1-1-1	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.



다음은 정협이네 반 친구들이 받은 분단별 칭찬 열매입니다.

각 분단별로 받은 칭찬 열매의 개수를 세어보고 서로 비교하여 봅시다.



1분단



2분단



3분단



4분단



- 칭찬 열매의 수는 1분단과 2분단 중 어느 쪽이 더 많습니까?
몇 개 더 많습니까? 분단이 개 더 많습니다.
- 칭찬 열매의 수는 2분단과 3분단 중 어느 쪽이 더 많습니까?
몇 개 더 많습니까? 분단이 개 더 많습니다.
- 칭찬 열매의 수는 3분단과 4분단 중 어느 쪽이 더 많습니까?
몇 개 더 많습니까? 분단이 개 더 많습니다.
- 4분단에 칭찬 열매를 1개 더 붙이면 몇 개가 될까요? 개

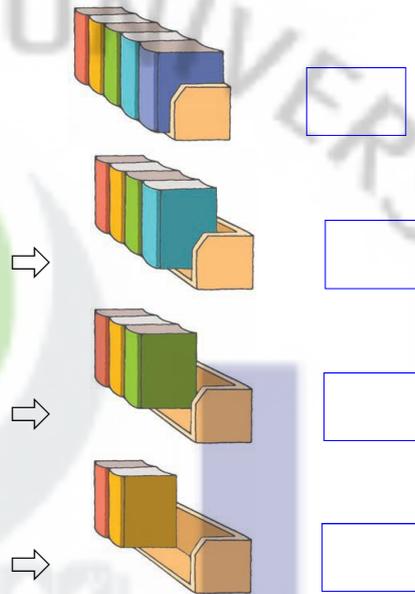
자료번호	관련	1. 5까지의 수	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
1-1-1-2	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.



책꽂이에 있는 책을 세어보고 어떻게 변화되고 있는지 비교하여 봅시다.



- 책의 수는 첫째 책꽂이와 둘째 책꽂이 중 어느 쪽이 더 적습니까?
몇 권 더 적습니까? 째번 책꽂이의 책이 권 더 적습니다.
- 책의 수는 둘째 책꽂이와 셋째 책꽂이 중 어느 쪽이 더 적습니까?
몇 권 더 적습니까? 째번 책꽂이의 책이 권 더 적습니다.
- 책의 수는 셋째 책꽂이와 넷째 책꽂이 중 어느 쪽이 더 적습니까?
몇 권 더 적습니까? 째번 책꽂이의 책이 권 더 적습니다.
- 넷째 책꽂이에서 책 한 권을 꺼내면 몇 권이 될까요? 권

자료번호	관련	1. 5까지의 수	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
1-1-1-3	단원			
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.



왼쪽 그림과 오른쪽 그림을 비교해 봅시다.



사람 수는 왼쪽이 오른쪽 보다 (**많습니다** 적습니다.)
4는 1보다 (큼니다. 작습니다.)

풍선 수는 왼쪽이 오른쪽 보다 (**많습니다** 적습니다.)

는 보다 (큼니다. 작습니다.)

쥬스가 담긴 컵의 수는 왼쪽이 오른쪽 보다 (**많습니다** 적습니다.)

는 보다 (큼니다. 작습니다.)

- 바나나, 케익, 포장된 선물 상자, 로봇, 텔레비전 화면의 동물의 수에 대해서도 왼쪽과 오른쪽을 비교하여 이야기해 봅시다.

자료번호	관련	1. 9까지의 수	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
1-1-2-1	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.



왼쪽 수만큼 색칠해보고 두 수를 비교해 봅시다.

6	
7	
8	
9	

6은 7보다 (큰 수입니다. **작은 수입니다.**)

7은 6보다 (큰 수입니다. 작은 수입니다.)

7은 8보다 (큰 수입니다. 작은 수입니다.)

8은 7보다 (큰 수입니다. 작은 수입니다.)

8은 9보다 (큰 수입니다. 작은 수입니다.)

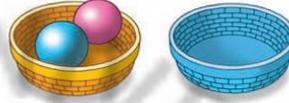
9은 8보다 (큰 수입니다. 작은 수입니다.)

자료번호 1-1-4-1	관련 단원	4. 더하기와 빼기	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		



더하는 두 수와 그 결과 사이는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

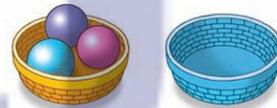
1 노란 바구니에 공이 2개 있습니다. 파란색 바구니는 비어 있습니다. 공은 모두 몇 개 인지 알아보시다.



- 노란색 바구니에 있는 공은 몇 개입니까? 개
- 파란색 바구니에 있는 공은 몇 개입니까? 개
- 공의 수를 구하는 덧셈식을 써 보시오.

$$\square + \square = \square$$

2 노란 바구니에 공이 3개 있습니다. 파란색 바구니는 비어 있습니다. 공은 모두 몇 개 인지 알아보시다.



- 노란색 바구니에 있는 공은 몇 개입니까? 개
- 파란색 바구니에 있는 공은 몇 개입니까? 개
- 공의 수를 구하는 덧셈식을 써 보시오.

$$\square + \square = \square$$

- 3 파란색 바구니는 비어있고 노란 바구니의 공이 하나씩 많아질 때 공은 모두 몇 개인지 알아봅시다.



- 노란색 바구니에 있는 공이 4개있을 때 공은 모두 몇 개입니까?

$$\square + \square = \square$$

- 노란색 바구니에 있는 공이 6개있을 때 공은 모두 몇 개입니까?

$$\square + \square = \square$$

- 노란색 바구니에 있는 공이 8개있을 때 공은 모두 몇 개입니까?

$$\square + \square = \square$$

- 4 계산을 하시오.

- $1 + 0 = \square$

- $0 + 5 = \square$

- $7 + 0 = \square$

- $0 + 0 = \square$

- 활동1, 활동2, 활동3, 활동4를 통해 발견한 규칙을 이야기해 봅시다.

자료번호 1-1-4-2	관련 단원	4. 더하기와 빼기	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 토마토가 가지에 2개 달려 있었습니다. 토마토를 따지 않았습니니다. 토마토는 몇 개 남았는지 알아보시다.

- 가지에 달려 있던 토마토는 몇 개입니까? 개
- 토마토를 몇 개 따셨습니까? 개
- 남은 토마토의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$\square - \square = \square$$



2 토마토가 가지에 3개 달려 있었습니다. 토마토를 따지 않았습니니다. 토마토는 몇 개 남았는지 알아보시다.

- 가지에 달려 있던 토마토는 몇 개입니까? 개
- 토마토를 몇 개 따셨습니까? 개
- 남은 토마토의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$\square - \square = \square$$



3 계산을 하시오.

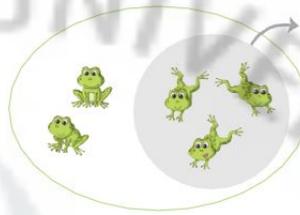
- $4 - 0 = \square$
- $9 - 0 = \square$
- $6 - 0 = \square$
- $0 - 0 = \square$
- 두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 1-1-4-3	관련 단원	4. 더하기와 빼기	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

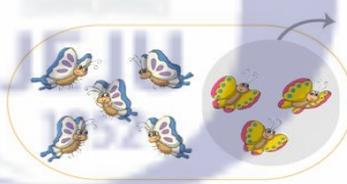
- 1 연못가에 개구리 5마리가 있습니다. 그 중 3마리가 연못 속으로 들어갔습니다. 남아있는 개구리는 몇 마리입니까?



- 연못가에 있던 개구리는 몇 마리입니까? 마리
- 연못 속으로 뛰어 들어간 개구리는 몇 마리입니까? 마리
- 남아있는 개구리의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$\square - \square = \square$$

- 2 나비 8마리가 있습니다. 그 중에서 3마리가 날아갔습니다. 남아있는 나비는 몇 마리입니까?



- 처음 있던 나비는 몇 마리입니까? 마리
- 날아간 나비는 몇 마리입니까? 마리
- 남아있는 나비의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

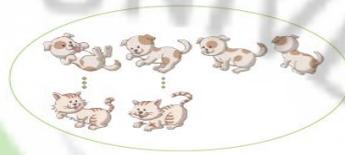
$$\square - \square = \square$$

자료번호 1-1-4-4	관련 단원	4. 더하기와 빼기	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		합수



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1 강아지 4마리와 고양이 2마리가 있습니다. 강아지는 고양이보다 몇 마리 더 많습니까?



- 강아지 1마리와 고양이 1마리씩 짝을 지어 봅시다.

몇 개의 짝을 지을 수 있나요?

 개

- 짝을 짓고 남은 강아지는 몇 마리입니까?

 마리

- 강아지가 고양이보다 몇 마리 더 많은지를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$\square - \square = \square$$

- 2 흰 오리 7마리와 검은 오리 2마리가 있습니다. 흰 오리는 검은 오리보다 몇 마리 더 많습니까?



- 흰 오리 1마리와 검은 오리 1마리씩 짝을 지어 봅시다.

몇 개의 짝을 지을 수 있나요?

 개

- 짝을 짓고 남은 흰 오리는 몇 마리입니까?

 마리

- 흰 오리가 검은 오리보다 몇 마리 더 많은지를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

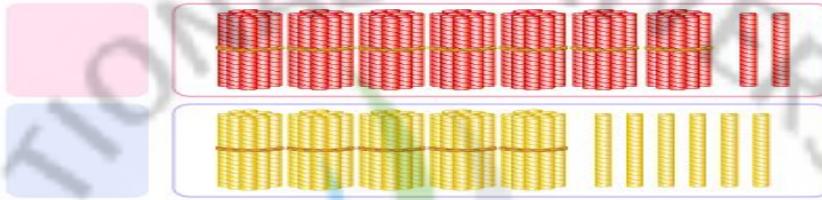
$$\square - \square = \square$$

자료번호 1-2-1-1	관련 단원	1. 100까지의 수	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	



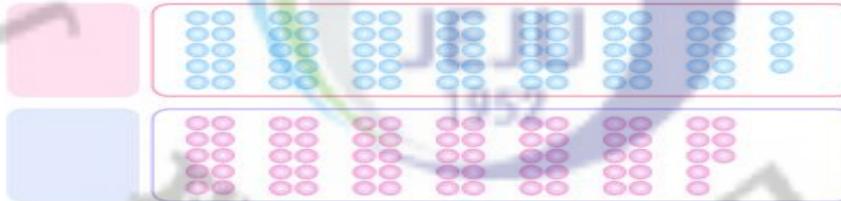
두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1** 오른쪽 수 모형이 몇 개인지 세어 왼쪽에 알맞은 수를 쓰시오.
그리고 두 수의 크기를 비교해 봅시다.



는 보다 **큽니다** (작습니다.)
 은 보다 ()

- 2** 오른쪽 수 모형이 몇 개인지 세어 왼쪽에 알맞은 수를 쓰시오.
그리고 두 수의 크기를 비교해 봅시다.



는 보다 ()
 은 보다 ()

자료번호	관련	3. 10월	학습요소	가법적 사고
1-2-3-1	단원	가르기와 모으기		(차의 관계 추론)
자료개발의	기하학적 맥락	중학교 관련		합수
준거	패턴과 일반화	학습 요소		



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1** 재우는 구슬 10개를 가지고 구슬치기를 하였습니다. 그중에서 몇 개를 잃어 구슬 3개가 남았습니다. 잃은 구슬은 몇 개인지 알아보시다.



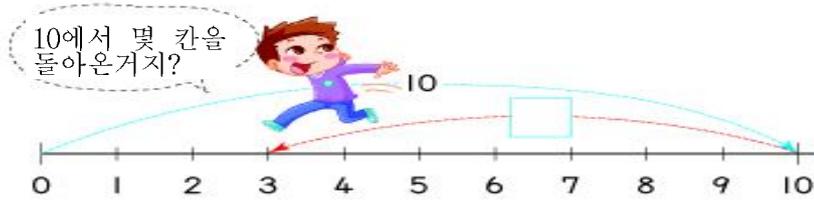
- 재우는 구슬을 몇 개 가지고 있었습니까? 개
 - 남아있는 구슬은 몇 개입니까? 개
- 구슬 3개만 남도록 / 으로 지워보시오.



- 잃어버린 구슬의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$10 - \square = 3$$

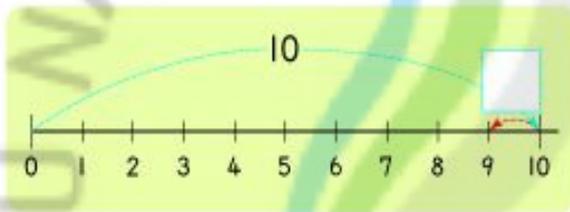
2 10에서 몇 칸을 돌아왔는지 알아보시다.



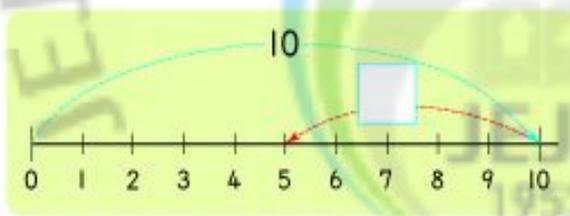
- 0에서 출발하여 몇 칸을 갔습니까? 칸
- 10에서 되돌아와 도착한 곳의 수는 무엇입니까?
- 10에서 돌아온 칸의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$10 - \square = 3$$

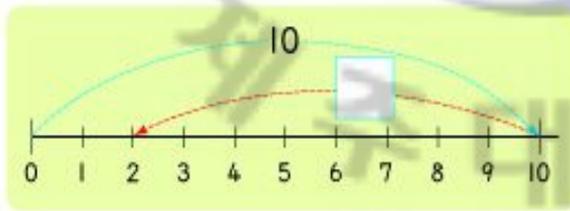
3 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



$$10 - \square = 9$$



$$10 - \square = 5$$



$$10 - \square = 2$$

자료번호	관련	3. 10월	학습요소	가법적 사고
1-2-3-2	단원	가르기와 모으기		(차의 관계 추론)
자료개발의	기하학적 맥락	중학교 관련		
준거	패턴과 일반화	학습 요소		합수

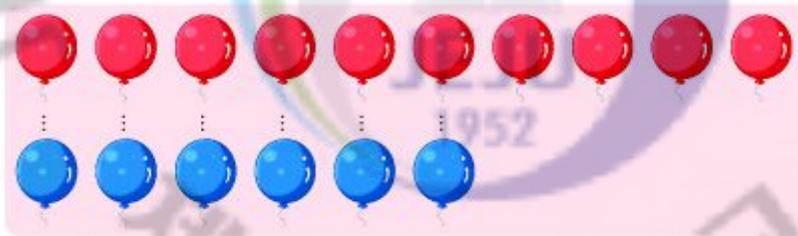


두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1 빨간색 풍선이 10개 있고 파란색 풍선은 6개 있습니다. 빨간색 풍선은 파란색 풍선보다 몇 개 더 많은지 알아보시다.



- 빨간색 풍선은 몇 개입니까? 개
- 파란색 풍선은 몇 개입니까? 개
- 빨간색 풍선과 파란색 풍선을 하나씩 연결하고 남은 풍선을 세어 보시오.



- 남은 풍선의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$10 - \square = \square$$

2 야구공이 10개 있고 야구 방망이가 3개 있습니다. 야구공은 야구 방망이보다 몇 개 더 많은지 알아보시다.

• 야구공은 몇 개 있습니까? 개

• 야구 방망이는 몇 개 있습니까? 개

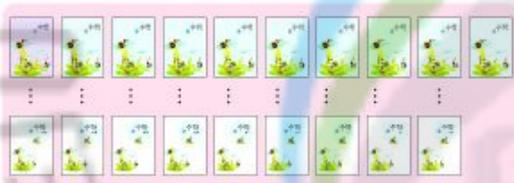
• 야구공과 야구 방망이를 하나씩 연결하고 남은 야구공을 세어 보시오.



• 남은 야구공의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$10 - \square = \square$$

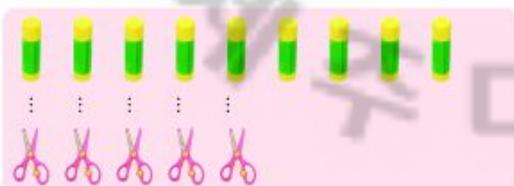
3 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



$$10 - \square = \square$$



$$10 - \square = \square$$



$$10 - \square = \square$$

자료번호	관련	3. 10을	학습요소	가법적 사고
1-2-7-1	단원	가르기와 모으기		(차의 관계 추론)
자료개발의	기하학적 맥락	중학교 관련		합수
준거	패턴과 일반화	학습 요소		



두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1** 비둘기 12마리가 있습니다. 그중에서 3마리가 날아갔습니다. 비둘기가 몇 마리 남아 있는지 알아보시다.



- 처음 있던 비둘기는 몇 마리입니까? 마리
- 날아간 비둘기의 수는 몇 마리입니까? 마리
- 남아 있는 비둘기의 수를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$10 - \square = \square$$

- 남아있는 비둘기의 수는 몇 마리입니까? 마리

- 2 고리가 13개, 공이 5개 있습니다. 고리는 공보다 몇 개 더 많은지 식을 만들어 알아보시오.



- 고리는 몇 개 있습니까? 개
- 공은 몇 개 있습니까? 개
- 고리가 공보다 몇 개 더 많은지를 구하는 뺄셈식을 써 보시오.

$$\square - \square = \square$$

- 고리는 공보다 몇 개 많습니까? 개

- 3 동물원에 호랑이가 14마리, 사자가 9마리 있습니다. 호랑이는 사자보다 몇 마리 더 많은지 식을 만들어 알아보시오.

식

답

마리

자료번호 2-1-1-1	관련 단원	1. 세 자리 수	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례



공깃돌이 담긴 통 수와 공깃돌의 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.



공깃돌이 한 통에 10개씩 들어있습니다. 표를 이용하여 공깃돌 10통에는 공깃돌이 모두 몇 개 담겨 있는지 알아보시다.



공깃돌이 담긴 통 수 (통)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
공깃돌의 수 (개)	10									

- 공깃돌 10통에 담긴 공깃돌의 수는 모두 몇 개입니까? 개
- 공깃돌 20통에 담긴 공깃돌의 수는 모두 몇 개입니까? 개
- 공깃돌 30통에 담긴 공깃돌의 수는 모두 몇 개입니까? 개
- 공깃돌이 담긴 통 수와 공깃돌의 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-1-5-1	관련 단원	5. 길이 재기	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락	중학교 관련 학습 요소	정비례, 닮음	



주어진 선분의 길이는 각 단위 길이의 몇 배인지 알아보시다.

1 다음 선분은 클립 길이의 몇 배입니까?



2 단위길이의 4배만큼 선을 그으시오.



3 세 종류의 단위길이가 있습니다. 물음에 답하십시오.



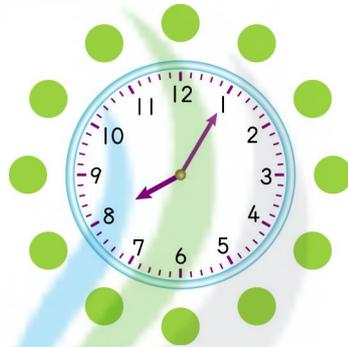
- 선분 ㄱ의 길이는 단위길이 ①의 몇 배입니까? 배
- 선분 ㄱ의 길이는 단위길이 ②의 몇 배입니까? 배
- 선분 ㄱ의 길이는 단위길이 ③의 몇 배입니까? 배

자료번호 2-1-7-1	관련 단원	7. 시간 알아보기	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



시계에서 긴 바늘이 가리키는 숫자와 분 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

시계에서 긴바늘이 가리키는 작은 눈금 한 칸은 1분을 나타냅니다. 시계의 긴 바늘이 1, 2, 3...을 가리킬 때, 각각 몇 분이 되는지 표로 나타내어 봅시다.



가리키는 숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
분	5											

- 숫자 1은 몇 분을 나타내니까? 분
- 숫자 2는 몇 분을 나타내니까? 분
- 숫자 3은 몇 분을 나타내니까? 분
- 시계에서 긴 바늘이 가리키는 숫자와 나타내는 분 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-1-7-2	관련 단원	7. 시간 알아보기	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례, 반비례



주일과 날짜 수, 년과 달 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 주일과 날짜 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1주일은 7일입니다.
1주일, 2주일, 3주일, ...은 각각 며칠인지 표로 나타내어 봅시다.

주	1	2	3	4	5	6	7	8	9
날짜(일)	7								

- 주일 수와 날짜 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

2 년과 달 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1년은 12개월입니다.
1년, 2년, 3년, ...은 각각 몇 개월인지 표로 나타내어 봅시다.

년	1	2	3	4	5	6	7	8	9
달(개월)	12								

- 년과 달 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호	관련	8. 곱셈	학습요소	가법적 사고 (차의 관계 추론)
2-1-8-1	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례, 반비례



탁자 수와 앉을 수 있는 사람 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아봅시다.

빵집에는 1개의 탁자에 4명이 앉을 수 있도록 의자가 놓여 있습니다.



탁자 1개, 2개, 3개, ...에는 몇 명이 앉을 수 있는지 표로 나타내어 봅시다.

탁자 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
사람 수	4								

탁자 수와 앉을 수 있는 사람 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호	관련	8. 곱셈	학습요소	승법적 사고, 비, 비례
2-1-8-2	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례, 반비례



여러 가지 방법으로 사탕의 개수를 세어 봅시다.



1 2개씩 묶어서 세어 봅시다.



- 사탕은 2개씩 몇 묶음입니까?
- 사탕은 모두 몇 개입니까?
- 사탕의 수는 2의 몇 배입니까?

이것을 곱셈식으로 나타내어 보시오.

2 3개씩 묶어서 세어 봅시다.



- 사탕은 3개씩 몇 묶음입니까?
- 사탕은 모두 몇 개입니까?
- 사탕의 수는 3의 몇 배입니까?

이것을 곱셈식으로 나타내어 보시오.

3 4개씩 묶어서 세어 봅시다.



- 사탕은 4개씩 몇 묶음입니까?
- 사탕은 모두 몇 개입니까?
- 사탕의 수는 4의 몇 배입니까?
이것을 곱셈식으로 나타내어 보시오.

4 6개씩 묶어서 세어 봅시다.



- 사탕은 6개씩 몇 묶음입니까?
- 사탕은 모두 몇 개입니까?
- 사탕의 수는 6의 몇 배입니까?
이것을 곱셈식으로 나타내어 보시오.

5 사탕의 수를 세는 여러 가지 방법을 말해 봅시다.

- 2개씩 _____ 묶음 (2의 _____ 배)
- 3개씩 _____ 묶음 (3의 _____ 배)
- 4개씩 _____ 묶음 (4의 _____ 배)
- 6개씩 _____ 묶음 (6의 _____ 배)

자료번호 2-2-1-1	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



양말의 켤레 수와 양말 짝 수와의 관계를 알아봅시다.

1 양말을 1켤레는 2짝입니다.



• 양말 1켤레는 몇 짝입니까?

$$2 \times 1 = \square$$

• 양말 2켤레는 모두 몇 짝입니까?

$$2 \times 2 = \square$$

• 양말 5켤레는 모두 몇 짝입니까?

$$2 \times 5 = \square$$

2 양말의 켤레 수와 양말의 짝 수와의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

켤레	1	2	3	4	5	6	7	8	9
짝	2								

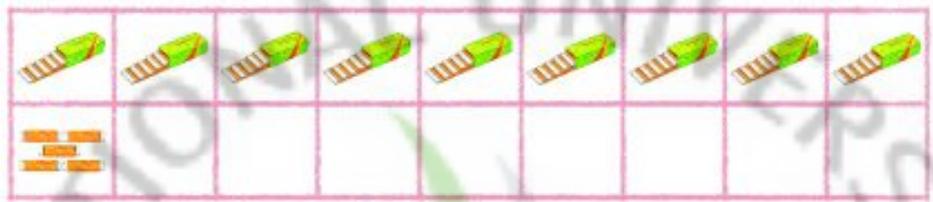
• 양말의 켤레 수와 양말의 짝 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-2	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



검의 통 수와 검 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 한 통에 5개씩 들어있는 검이 있습니다.



- 검 1통에는 검이 몇 개 있습니까?
 $5 \times 1 =$
- 검 3통에는 검이 모두 몇 개 있습니까?
 $5 \times 3 =$
- 검 5통에는 검이 모두 몇 개 있습니까?
 $5 \times 5 =$

2 검의 통 수와 검 개수 사이의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

통	1	2	3	4	5	6	7	8	9
개	5								

- 검의 통 수와 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-3	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



선풍기 수와 날개 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 선풍기 한 대에는 날개가 3개씩 달려 있습니다.



- 선풍기 1대의 날개는 몇 개입니까?

$$3 \times 1 = \square$$

- 선풍기 2대의 날개는 모두 몇 개입니까?

$$3 \times 2 = \square$$

- 선풍기 4대의 날개는 모두 몇 개입니까?

$$3 \times 4 = \square$$

2 선풍기 수와 날개 수와의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

선풍기 수 (대)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
날개 수	3								

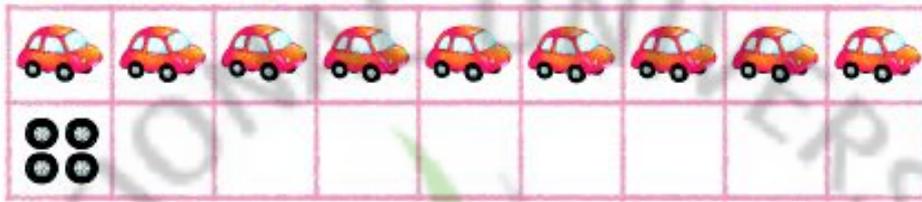
- 선풍기 수와 날개 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-4	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



장난감 자동차 수와 바퀴 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 장난감 자동차 한 대에는 바퀴가 4개 있습니다.



- 장난감 자동차 1대의 바퀴는 몇 개입니까?

$$4 \times 1 = \square$$

- 장난감 자동차 3대의 바퀴는 모두 몇 개입니까?

$$4 \times 3 = \square$$

- 장난감 자동차 6대의 바퀴는 모두 몇 개입니까?

$$4 \times 6 = \square$$

2 장난감 자동차의 수와 바퀴 수와의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

자동차 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
바퀴 수	4								

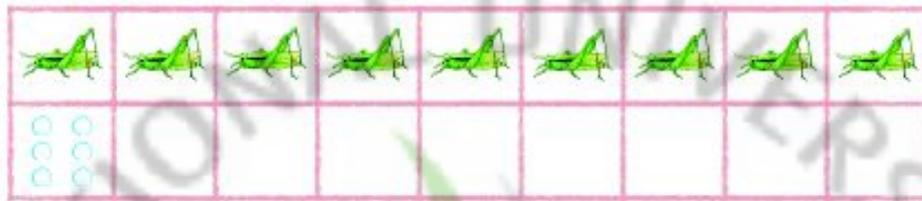
- 장난감 자동차 수와 바퀴 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-5	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



메뚜기 수와 메뚜기의 다리 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 메뚜기 1마리의 다리는 6개입니다.



- 메뚜기 1마리의 다리는 몇 개입니까?

$$6 \times 1 = \square$$

- 메뚜기 3마리의 다리는 모두 몇 개입니까?

$$6 \times 3 = \square$$

- 메뚜기 7마리의 다리는 모두 몇 개입니까?

$$6 \times 7 = \square$$

2 메뚜기 수와 메뚜기 다리 수와의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

메뚜기 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
다리 수	6								

- 메뚜기 수와 메뚜기 다리 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-6	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



주일 수와 일 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 1주일은 7일입니다. 달력을 놓고, 1주일씩 세어 보시오.

9						
일	월	화	수	목	금	토
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

• 1주일은 며칠입니까?

$$7 \times 1 = \square$$

• 2주일은 며칠입니까?

$$7 \times 2 = \square$$

• 4주일은 며칠입니까?

$$7 \times 4 = \square$$

2 주일 수와 날짜 수와의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

주일	1	2	3	4	5	6	7	8	9
일	7								

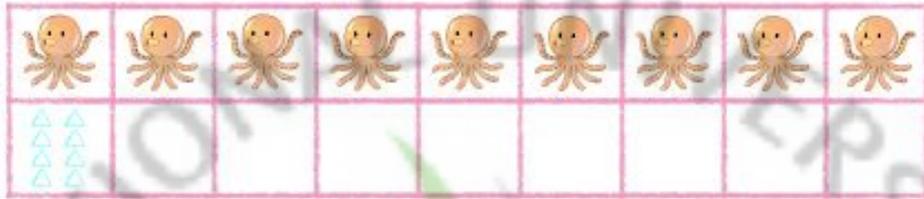
• 주일 수와 날짜 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-7	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



문어의 수와 문어 다리 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 문어의 다리는 8개입니다.



- 문어 1마리의 다리는 몇 개입니까?

$$8 \times 1 = \square$$

- 문어 5마리의 다리는 모두 몇 개입니까?

$$8 \times 5 = \square$$

- 문어 9마리의 다리는 모두 몇 개입니까?

$$8 \times 9 = \square$$

2 문어 수와 문어 다리 수와의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

문어 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
다리 수	8								

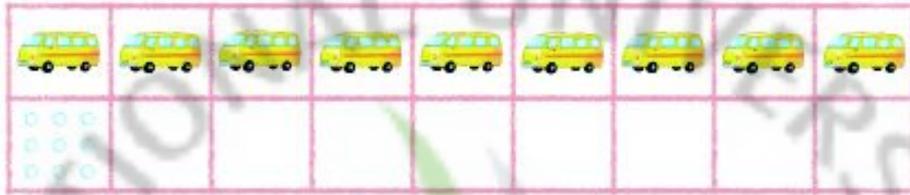
- 문어 수와 문어 다리 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-8	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



승합차 수와 승합차에 탈 수 있는 사람 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아봅시다.

1 한 대에 9명씩 탈 수 있는 승합차가 있습니다.



- 승합차 1대에는 몇 명이 탈 수 있습니까?

$$9 \times 1 = \square$$

- 승합차 4대에는 모두 몇 명이 탈 수 있습니까?

$$9 \times 4 = \square$$

- 승합차 7대에는 모두 몇 명이 탈 수 있습니까?

$$9 \times 7 = \square$$

2 승합차 수와 승합차에 탈 수 있는 사람 수와의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

승합차 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
사람 수	9								

- 승합차 수와 승합차에 탈 수 있는 사람 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-1	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



인형 수와 인형을 담은 상자 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 상자 한 개에 인형을 1개씩 담으려고 합니다.



- 인형 1개를 담으려면 상자는 몇 개 필요합니까?

$$1 \times 1 = \square$$

- 인형 3개를 담으려면 상자는 모두 몇 개 필요합니까?

$$1 \times 3 = \square$$

- 인형 5개를 담으려면 상자는 모두 몇 개 필요합니까?

$$1 \times 5 = \square$$

2 인형 수와 인형을 담은 상자 수와의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

인형 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
상자 수	1								

- 인형 수와 인형을 담은 상자 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-10	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



0과 어떤 수와의 곱 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 재석이가 승연이가 공 꺼내기 놀이를 합니다.
두 사람의 점수를 알아보시다.



- 재석이는 0이 쓰인 공 1개를 꺼냈습니다.
점수는 몇 점입니까?

$$0 \times 1 = \square$$

- 승연이는 0이 쓰인 공 3개를 꺼냈습니다.
점수는 몇 점입니까?

$$0 \times 3 = \square$$

2 0과 어떤 수와의 곱 사이의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0								

- 0과 어떤 수와의 곱 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-1-11	관련 단원	1. 곱셈 구구	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



어떤 수와 0과의 곱 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1 영진, 민영, 승림이가 공 꺼내기 놀이를 합니다.
다음은 친구들이 한 번도 꺼내지 못한 공입니다.
세 사람의 점수를 알아보시다.



꺼낸 사람	영진	민영	승림
공(점수)	5	7	2
꺼낸 횟수	0	0	0

- 영진의 점수는 몇 점입니까?
- 민영의 점수는 몇 점입니까?
- 승림의 점수는 몇 점입니까?

$5 \times 0 = \square$

$7 \times 0 = \square$

$2 \times 0 = \square$

- 2 어떤 수와 0과의 곱 사이의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

어떤 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0과의 곱	0								

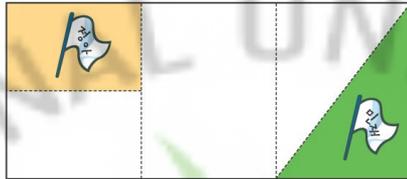
- 어떤 수와 0과의 곱 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 2-2-5-1	관련 단원	5. 분수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



전체와 부분 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 정아와 민재는 땅따먹기 놀이를 했습니다.



- 정아가 딴 땅의 모양 ()으로 전체 땅을 나누어 보시오.



전체 땅에 대하여 정아가 딴 땅의 크기를 분수로 나타내시오.

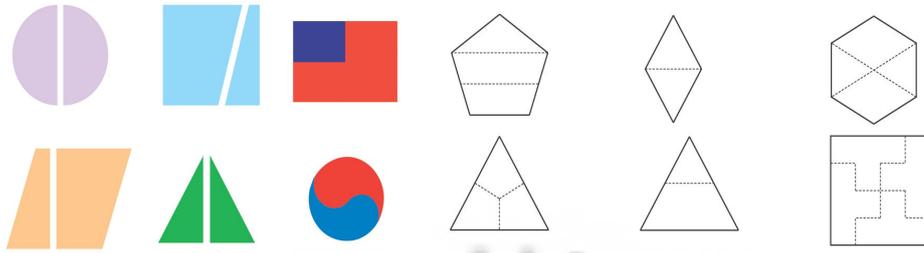
- 민재가 딴 땅의 모양 ()으로 전체 땅을 나누어 보시오.



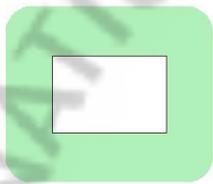
전체 땅에 대하여 민재가 딴 땅의 크기를 분수로 나타내시오.

- 전체 땅에 대하여 정아와 민재가 따고 남은 땅의 크기를 분수로 나타내시오.

2 똑같이 둘로 나누어진 것을 고르시오.



• 왼쪽 도형을 반으로 똑같이 나눈 것을 찾아 ○표 하시오.



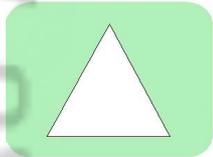
()



()



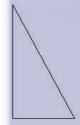
()



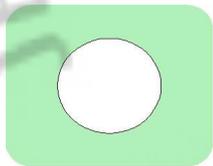
()



()



()



()



()



()



()

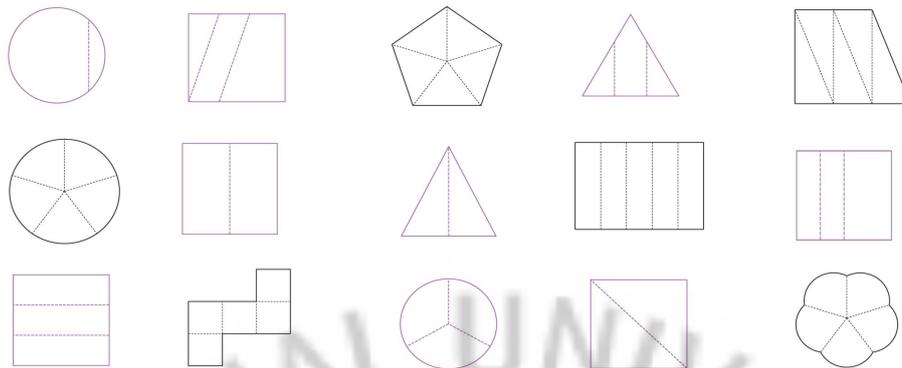


()

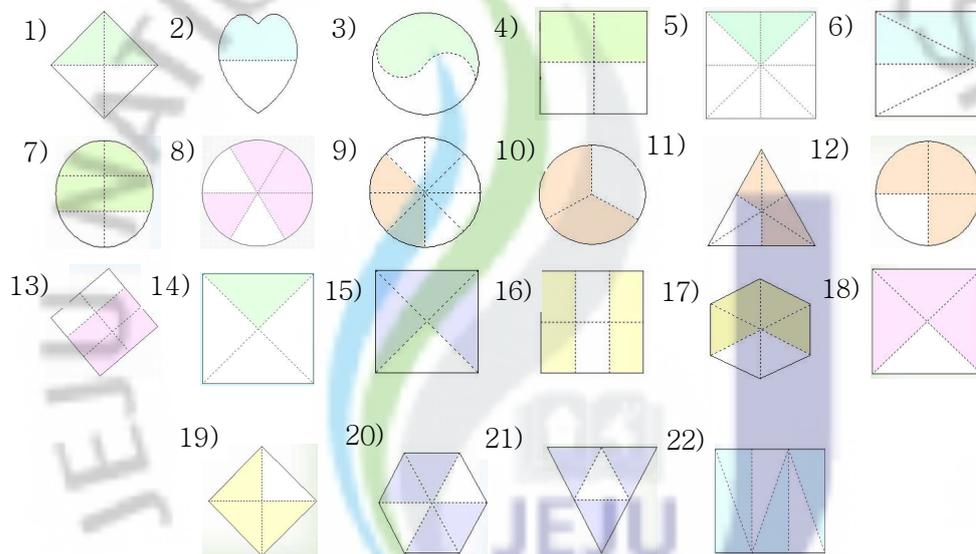


()

3 똑같이 나누어진 도형을 찾아보세요.



4 다음 그림을 보고 물음에 답하세요.



- 색칠한 부분이 전체를 똑같이 2로 나눈 것 중의 1인 것을 찾아보세요.
- 색칠한 부분이 전체를 똑같이 4로 나눈 것 중의 2인 것을 찾아보세요.
- 색칠한 부분이 전체를 똑같이 3으로 나눈 것 중의 2인 것을 찾아보세요.
- 색칠한 부분이 전체를 똑같이 6으로 나눈 것 중의 4인 것을 찾아보세요.

자료번호 3-1-1-1	관련 단원	1. 10000까지의 수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례



10과 100, 100과 1000 사이의 관계를 알아보시다.

1 10원짜리 동전을 한 개씩 세어봅시다.



- 10원짜리 동전 1개는 얼마입니까? 원
- 10원짜리 동전 8개는 얼마입니까? 원
- 10원짜리 동전 9개는 얼마입니까? 원
- 10원짜리 동전 10개는 얼마입니까? 원

2 10원짜리 동전의 개수와 그것이 나타내는 수를 표로 나타내어 봅시다.

동전 개수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
나타내는 수										

- 10과 100사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

3 100원짜리 동전을 한 개씩 세어봅시다.



- 100원짜리 동전 1개는 얼마입니까? 원
- 100원짜리 동전 8개는 얼마입니까? 원
- 100원짜리 동전 9개는 얼마입니까? 원
- 100원짜리 동전 10개는 얼마입니까? 원

4 100원짜리 동전의 개수와 그것이 나타내는 수를 표로 나타내어 봅시다.

동전 개수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
나타내는 수										

- 100과 1000사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

5 10원짜리 동전 10개씩 1묶음, 100원짜리 동전 10개씩 1묶음은 얼마입니까?
서로 관계있는 것끼리 짝지으시오.













자료번호 3-1-1-2	관련 단원	1. 10000까지의 수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례



10과 1000 사이의 관계를 알아봅시다.

1 10원짜리 동전을 10개씩 묶어서 세어봅시다.



- 10원짜리 동전 10개씩 1묶음은 얼마입니까? 원
- 10원짜리 동전 10개씩 8묶음은 얼마입니까? 원
- 10원짜리 동전 10개씩 9묶음은 얼마입니까? 원

2 10개씩 묶은 10원짜리 동전의 묶음과 그것이 나타내는 수를 표로 나타내어 봅시다.

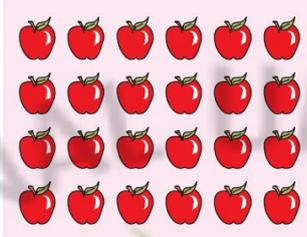
묶음	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
나타내는 수										

- 10개씩 묶은 10원짜리 동전의 묶음과 1000사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.
- 10과 1000사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

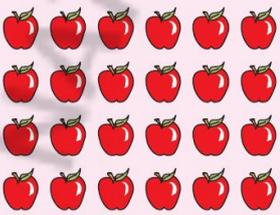
자료번호 3-1-4-1	관련 단원	4. 나눗셈	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		반비례



24개의 사과를 여러 가지 방법으로 나눌 때, 나누는 사과 수와 사람 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.



1 3개씩 나눠 가져 봅시다.

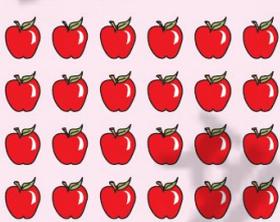


- 사과를 3개씩 묶어 봅시다. 몇 묶음입니까?
- 24개의 사과를 3개씩 나눠 가지면 몇 사람에게 나누어줄 수 있습니까?

• 이것을 나눗셈식으로 나타내어 보시오.

$$24 \div 3 = \square$$

2 4개씩 나눠 가져 봅시다.

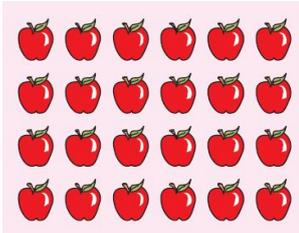


- 사과를 4개씩 묶어 봅시다. 몇 묶음입니까?
- 24개의 사과를 4개씩 나눠 가지면 몇 사람에게 나누어줄 수 있습니까?

• 이것을 나눗셈식으로 나타내어 보시오.

$$24 \div 4 = \square$$

3 6개씩 나눠 가져 봅시다.



• 사과를 6개씩 묶어 봅시다. 몇 묶음입니까?

묶음

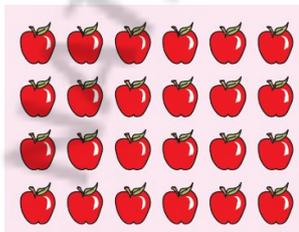
• 24개의 사과를 6개씩 나눠 가지면 몇 사람에게

나누어줄 수 있습니까? 명

• 이것을 나눗셈식으로 나타내어 보시오.

$$24 \div 6 = \square$$

4 8개씩 나눠 가져 봅시다.



• 사과를 8개씩 묶어 봅시다. 몇 묶음입니까?

묶음

• 24개의 사과를 8개씩 나눠 가지면 몇 사람에게

나누어줄 수 있습니까? 명

• 이것을 나눗셈식으로 나타내어 보시오.

$$24 \div 8 = \square$$

5 나눠 갖는 사과의 개수와 사람 수 사이의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

사과 수	3	4	6	8
사람 수	8			

• 24개의 사과를 여러 가지 방법으로 나누어 가질 때, 나눠 갖는 사과의 개수와 사람 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 3-1-8-1	관련 단원	8. 길이와 시간	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



cm와 mm사이의 관계를 알아보시다.

- 1 아래의 자에서 큰 눈금 한 칸의 크기는 1cm이고 작은 눈금 한 칸의 크기는 1mm입니다. 눈금의 수를 세어보고 아래의 물음에 답하시오.



- 10mm는 몇 cm입니까? cm
- 20mm는 몇 cm입니까? cm
- 40mm는 몇 cm입니까? cm
- 80mm는 몇 cm입니까? cm

- 2 cm와 mm사이의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
mm	10									

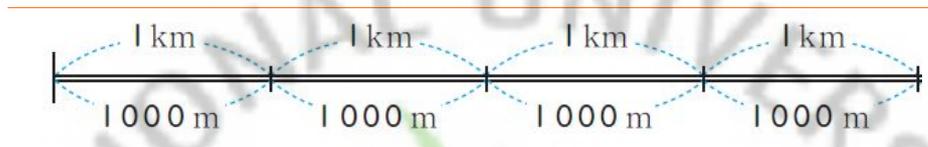
- cm와 mm사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 3-1-8-1	관련 단원	8. 길이와 시간	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례



km와 m사이의 관계를 알아보시다.

1 눈금의 수를 세어보고 아래의 물음에 답하시오.



- 1000m는 몇 km입니까? km
- 2000m는 몇 km입니까? km
- 4000m는 몇 km입니까? km
- 8000m는 몇 km입니까? km

2 km와 m사이의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

km	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m	1000									

- km와 m사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 3-1-8-3	관련 단원	8. 길이와 시간	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례, 반비례



시간과 분, 날짜 수와 시간사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

1 시간과 분 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 시계의 긴바늘이 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 **60분**입니다.
60분은 1시간입니다.
1시간, 2시간, 3시간, ...은 각각 몇 분인지 표로 나타내어 봅시다.

시간	1	2	3	4	5	6	7	8	9
분	60								

- 시간과 분 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

2 날짜 수와 시간 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 하루는 **24시간**입니다.
1일, 2일, 3일, ...은 각각 몇 시간인지 표로 나타내어 봅시다.

날짜(일)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
시간	24								

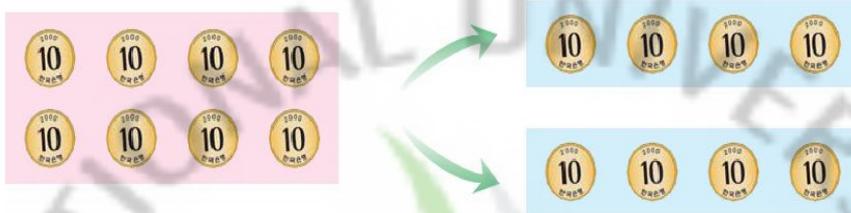
- 날짜 수와 시간 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 3-2-4-1	관련 단원	4. 나눗셈	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례, 반비례



다음 두 나눗셈 사이의 관계를 알아보시다.

1 8 ÷ 2와 80 ÷ 2 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.



- 80원은 10원짜리 동전 몇 개입니까? 개
- 10원짜리 동전 8개를 2명이 똑같이 나눠 가지면 몇 개씩 갖게 됩니까?

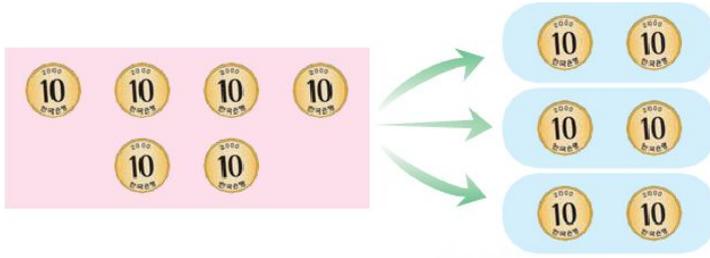
$$8 \div 2 = \text{□}, \text{□ 개}$$

- 10원짜리 동전이 4개 있으면 얼마입니까? 원
- 80원을 2명이 똑같이 나눠 가지면 얼마씩 갖게 됩니까? 원
- 80 ÷ 2는 얼마입니까?

$$80 \div 2 = \text{□}$$

- 8 ÷ 2와 80 ÷ 2 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

2 $6 \div 3$ 과 $60 \div 3$ 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.



- 60원은 10원짜리 동전 몇 개입니까? 개
- 10원짜리 동전 6개를 3명이 나눠 가지면 몇 개씩 갖게 됩니까?
 $6 \div 3 = \text{□}$, 개
- 10원짜리 동전이 2개 있으면 얼마입니까? 원
- 60원을 3명이 똑같이 나눠 가지면 얼마씩 갖게 됩니까? 원
- $60 \div 3$ 은 얼마입니까?
 $60 \div 3 = \text{□}$
- $6 \div 3$ 과 $60 \div 3$ 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

3 다음 나눗셈을 하시오.

$$40 \div 2 = \text{□} \qquad 80 \div 4 = \text{□}$$

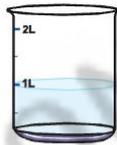
$$90 \div 3 = \text{□} \qquad 60 \div 2 = \text{□}$$

자료번호 3-2-5-1	관련 단원	5. 들이재기	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		정비례

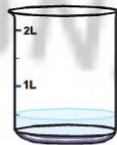


L와 mL사이의 관계를 알아봅시다.

1 아래의 그림을 보고 물음에 답하십시오.



1 L



500 mL

- 1000mL는 몇 L입니까?
- 2000mL는 몇 L입니까?
- 3000mL는 몇 L입니까?
- 7000mL는 몇 L입니까?

<input type="text"/>	L

2 L와 mL사이의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

L	1	2	3	4	5	6	7	8	9
mL	1000								

- L와 mL사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

3 다음 □안에 알맞은 수를 넣으시오.

2 L = □ mL

3 L = □ mL

1 L 800 mL = □ mL

4 L 850 mL = □ mL

3200 mL = □ L 200 mL

1050 mL = □ L □ mL

자료번호 3-2-시간과 무게1	관련 단원	시간과 무게	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례



kg과 g사이의 관계를 알아보시다.

1 눈금의 수를 세어보고 아래의 물음에 답하시오.



- 1000g은 몇 kg입니까?
- 2000g은 몇 kg입니까?
- 4000g은 몇 kg입니까?
- 8000g은 몇 kg입니까?

	kg
	kg
	kg
	kg

2 kg과 g사이의 관계를 표로 나타내어 봅시다.

kg	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
g	1000									

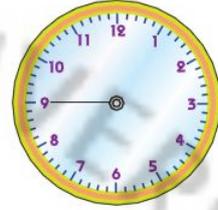
- kg과 g사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 3-2-시간과 무게-2	관련 단원	시간과 무게	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례, 반비례



초와 분 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보시다.

- 1 초침이 작은 눈금 한 칸을 지나는 데 걸리는 시간은 1초입니다.
초침이 가리키는 숫자와 초를 표로 나타내어 봅시다.



숫자	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
초	5											

- 2 시계의 초침이 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은 60초입니다.
60초는 1분입니다.
1분, 2분, 3분, ...은 각각 몇 초인지 표로 나타내어 봅시다.

분	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
초	60									

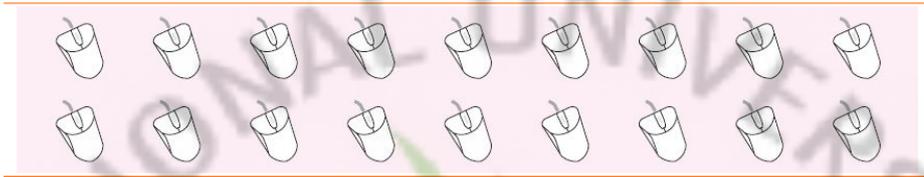
- 분과 초 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호	관련	6. 분수와 소수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
3-2-6-1	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	반비례



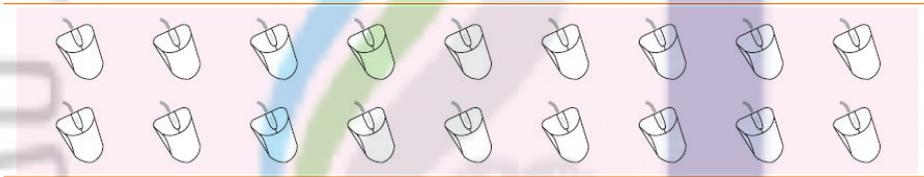
다음 수들 사이의 관계를 알아봅시다.

1 18의 $\frac{1}{2}$ 만큼 색칠하여 보시오.



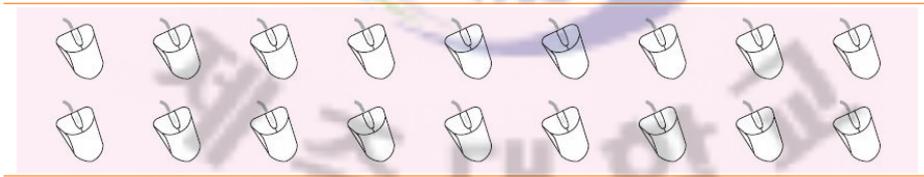
• 18의 $\frac{1}{2}$ 은 얼마입니까?

2 18의 $\frac{1}{3}$ 만큼 색칠하여 보시오.



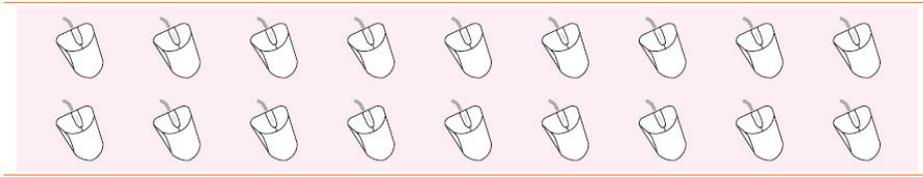
• 18의 $\frac{1}{3}$ 은 얼마입니까?

3 18의 $\frac{1}{6}$ 만큼 색칠하여 보시오.



• 18의 $\frac{1}{6}$ 은 얼마입니까?

- 4 18의 $\frac{1}{9}$ 만큼 색칠하여 보시오.



- 18의 $\frac{1}{9}$ 은 얼마입니까?

- 5 18의 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$ 을 표로 나타내어 봅시다.

18의	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$
나타내는 수	9			

- 18의 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$ 이 됨에 따라 나타내는 수는 어떻게 변화하고 있는지 이야기해 봅시다.

- 6 다음 안에 알맞은 부등호(>, <)를 넣으시오.

- 16의 $\frac{1}{4}$ 16의 $\frac{1}{8}$ • 24의 $\frac{1}{3}$ 24의 $\frac{1}{6}$

- 32의 $\frac{1}{4}$ 32의 $\frac{1}{8}$ • 42의 $\frac{1}{6}$ 42의 $\frac{1}{7}$

자료번호 3-2-6-2	관련 단원	6. 분수와 소수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		함수, 정비례



다음 수들 사이의 관계를 알아봅시다.

1 다음 안에 알맞은 수를 쓰시오.



- $\frac{1}{5}$ 은 전체를 5로 나눈 것 중에 입니다.
- $\frac{2}{5}$ 는 전체를 5로 나눈 것 중에 입니다. $\frac{2}{5}$ 는 $\frac{1}{5}$ 이 입니다.
- $\frac{3}{5}$ 은 전체를 5로 나눈 것 중에 입니다. $\frac{3}{5}$ 은 $\frac{1}{5}$ 이 입니다.
- $\frac{4}{5}$ 는 전체를 5로 나눈 것 중에 입니다. $\frac{4}{5}$ 는 $\frac{1}{5}$ 이 입니다.

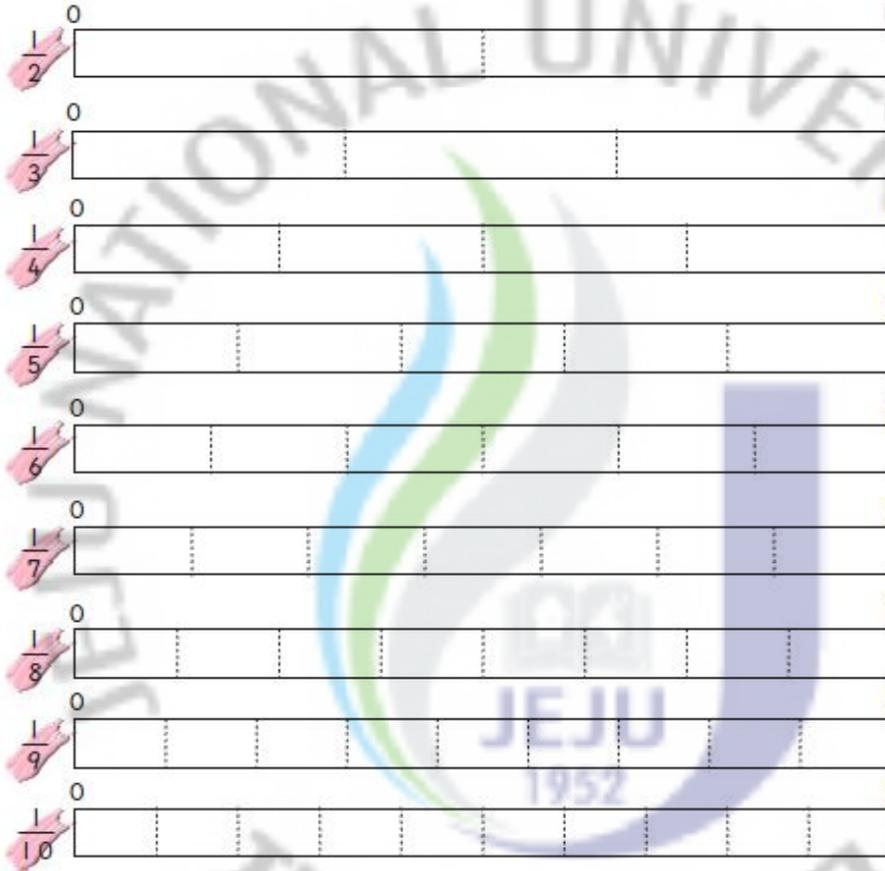
2 $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ 의 크기를 비교하여 이야기해 봅시다.

자료번호 3-2-6-2	관련 단원	6. 분수와 소수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소		함수



다음 단위 분수들 사이의 관계를 알아보시다.

1 분수의 크기만큼 색칠하고, 크기를 비교하여 봅시다.



2 분수들 사이의 크기 관계를 이야기해 봅시다.

분자가 같을 때, 분모가 1, 2, 3, ..., 8, 9, 10으로 점점 커짐에 따라 분수의 크기는 점점 (커집니다. 작아집니다.)

자료번호 4-1-1-1	관련 단원	1. 큰수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례



1000과 10000 사이의 관계를 알아보시다.

1 다음 지폐가 나타내는 수를 알아보시다.



- 1000원짜리 지폐 1장은 얼마입니까? 원
- 1000원짜리 지폐 2장은 얼마입니까? 원
- 1000원짜리 지폐 9장은 얼마입니까? 원
- 1000원짜리 지폐 10장은 얼마입니까? 원

2 1000원짜리 지폐의 장수와 그것이 나타내는 수를 표로 나타내어 봅시다.

지폐의 수(장)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
나타내는 수										

- 1000과 10000사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호	관련	1. 큰수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
4-1-1-2	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례



만과 억 사이의 관계를 알아봅시다.

1 만과 억 사이의 관계를 알아봅시다.



- 1000만원씩 1묶음은 얼마입니까? 원
- 1000만원씩 2묶음은 얼마입니까? 원
- 1000만원씩 9묶음은 얼마입니까? 원
- 1000만원씩 10묶음은 얼마입니까? 원

2 1000만원씩 묶음 수와 그것이 나타내는 수를 표로 나타내어 봅시다.

묶음 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
나타내는 수										

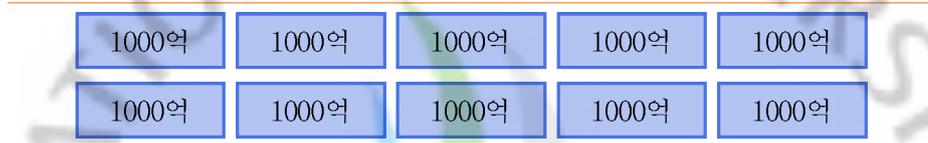
- 1000만과 억 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.
- 만과 억 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호	관련	1. 큰수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
4-1-1-3	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례



억과 조 사이의 관계를 알아봅시다.

1 억과 조 사이의 관계를 알아봅시다.



- 1000억원씩 1묶음은 얼마입니까? 원
- 1000억원씩 2묶음은 얼마입니까? 원
- 1000억원씩 9묶음은 얼마입니까? 원
- 1000억원씩 10묶음은 얼마입니까? 원

2 1000억원씩 지폐의 묶음과 그것이 나타내는 수를 표로 나타내어 봅시다.

묶음 수	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
나타내는 수										

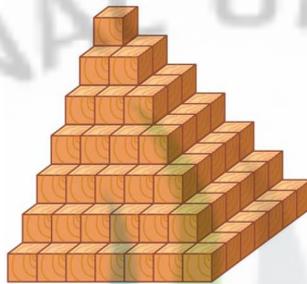
- 1000억과 조 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.
- 억과 조 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호	관련	8. 문제푸는 방법	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
4-1-8-1	단원	찾기	중학교 관련	정비례
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	



쌓기나무의 층수와 쌓기나무 개수 사이의 관계를 알아보시다.

1 각 층별로 쌓기나무의 개수를 세어봅시다.



- 1층에는 쌓기나무 몇 개가 있습니까?
- 2층에는 쌓기나무 몇 개가 있습니까?
- 4층에는 쌓기나무 몇 개가 있습니까?
- 6층에는 쌓기나무 몇 개가 있습니까?

	개
	개
	개
	개

2 각 층별 쌓기나무 개수를 표로 나타내어 봅시다.

층	1	2	3	4	5	6	7	8	9
쌓기나무 개수									

- 쌓기나무의 층수와 쌓기나무 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 다양한 방법으로 이야기해 봅시다.

3 여러 가지 방법으로 쌓기나무의 개수를 세어보고, 그 방법을 이야기해 봅시다.

자료번호 4-1-8-2	관련 단원	8. 문제 푸는 방법 찾기	학습요소 중학교 관련 학습 요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론) 정비례
자료개발의 준거	기하학적 패턴과 일반화	맥락		



바둑돌의 배열과 바둑돌의 개수 사이의 관계를 알아보시다.

1 바둑돌의 배열을 보고 수로 나타내어 봅시다.



- 첫째 번에는 바둑돌 몇 개가 있습니까? 개
- 둘째 번에는 바둑돌 몇 개가 있습니까? 개
- 셋째 번에는 바둑돌 몇 개가 있습니까? 개
- 넷째 번에는 바둑돌 몇 개가 있습니까? 개

2 바둑돌 배열 순서별로 바둑돌을 놓아보고, 개수를 세어 표로 나타내어 봅시다.

배열 순	1째 번	2째번	3째번	4째번	5째번	6째번	7째번	8째번	9째번
바둑돌의 개수									

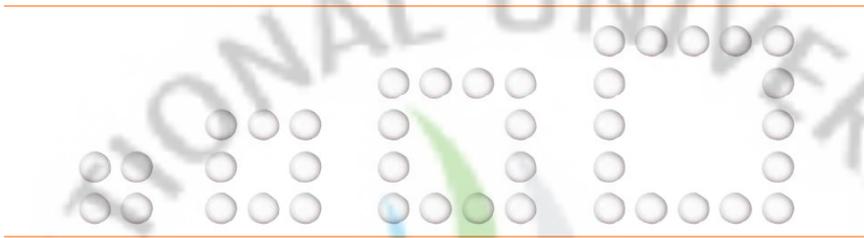
- 바둑돌 배열 순서별로 바둑돌의 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 다양한 방법으로 이야기해 봅시다.
- 20째 번에는 바둑돌이 몇 개 놓이겠습니까?

자료번호 4-1-8-3	관련 단원	8. 문제 푸는 방법 찾기	학습요소 중학교 관련 학습 요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론) 정비례
자료개발의 준거	기하학적 패턴과 일반화	맥락 일반화		



바둑돌의 배열과 바둑돌의 개수 사이의 관계를 알아보시다.

1 바둑돌의 배열을 보고 수로 나타내어 봅시다.



- 첫째 번에는 바둑돌 몇 개가 있습니까? 개
- 둘째 번에는 바둑돌 몇 개가 있습니까? 개
- 셋째 번에는 바둑돌 몇 개가 있습니까? 개
- 넷째 번에는 바둑돌 몇 개가 있습니까? 개

2 바둑돌 배열 순서별로 바둑돌을 놓아보고, 개수를 세어 표로 나타내어 봅시다.

배열 순	1째 번	2째번	3째번	4째번	5째번	6째번	7째번	8째번	9째번
바둑돌의 개수									

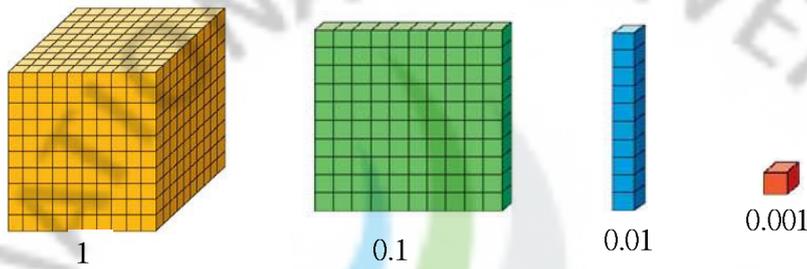
- 바둑돌 배열 순서별로 바둑돌의 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 다양한 방법으로 이야기해 봅시다.
- 20째 번에는 바둑돌이 몇 개 놓이겠습니까?

자료번호 4-2-2-1	관련 단원	2. 소수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례, 반비례



1, 0.1, 0.01, 0.001 사이의 관계를 알아보시오.

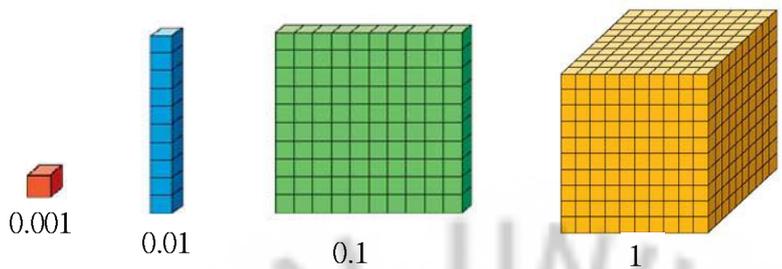
1 다음 그림을 보고 1과 0.1, 0.01, 0.001 사이의 관계를 알아보시다.



- 1의 $\frac{1}{10}$ 은 얼마입니까?
- 0.1의 $\frac{1}{10}$ 은 얼마입니까?
- 0.01의 $\frac{1}{10}$ 은 얼마입니까?
- 1, 0.1, 0.01, 0.001 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.



2 다음 그림을 보고 1과 0.1, 0.01, 0.001 사이의 관계를 알아보시다.



- 0.001의 10배는 얼마입니까?
- 0.01의 10배는 얼마입니까?
- 0.1의 10배는 얼마입니까?
- 1, 0.1, 0.01, 0.001 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.



3 다음 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.

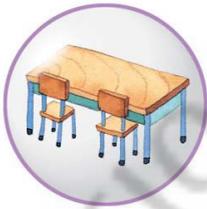
- 0.004의 100배는 입니다. • 10.73의 10배는 입니다.
- 83.4의 $\frac{1}{100}$ 은 입니다. • 0.39의 $\frac{1}{10}$ 은 입니다.

자료번호	관련	8. 문제 푸는 방법	학습요소	승법적 사고
4-2-8-1	단원	찾기		(곱의 관계 추론)
자료개발의	기하학적 맥락	중학교 관련		정비례
준거	패턴과 일반화	학습 요소		



두 수 사이의 관계를 알아봅시다.

1 책상 1개에 의자가 2개씩 놓여있습니다. 책상수와 의자 수 사이의 관계를 알아봅시다.



- 책상이 1개일 때 의자는 몇 개입니까? 개
- 책상이 2개일 때 의자는 몇 개입니까? 개
- 책상이 4개일 때 의자는 몇 개입니까? 개

• 책상 수에 따른 의자 수를 표로 나타내어 봅시다.

책상 수	1	2	3	4	5	6	7
의자 수	2						

• 책상 수와 의자 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

2 의자 1개에는 다리가 4개 있습니다. 의자수와 의자 다리 수 사이의 관계를 알아봅시다.



- 의자 1개의 다리 수는 몇 개입니까? 개
- 의자 2개의 다리 수는 몇 개입니까? 개
- 의자 4개의 다리 수는 몇 개입니까? 개

• 의자 수에 따른 의자 다리 수를 표로 나타내어 봅시다.

의자 수	1	2	3	4	5	6	7
의자 다리 수	4						

• 의자 수와 의자 다리 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

3 개미의 다리는 6개입니다. 개미 다리 수와 개미 수 사이의 관계를 알아보시다.



- 개미 다리가 6개일 때 개미는 몇 마리입니까?

마리

- 개미 다리가 12개일 때 개미는 몇 마리입니까?

마리

- 개미 다리가 12개일 때 개미는 몇 마리입니까? 마리

- 개미 다리 수에 따른 개미 수를 표로 나타내어 봅시다.

개미 다리 수	6	12		24	30		
개미 수	1		3			6	7

- 개미 다리 수와 개미 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

4 세발 자전거 1대에는 바퀴가 3개 있습니다.

자전거 바퀴 수와 자전거 수 사이의 관계를 알아보시다.



- 자전거 바퀴 수가 3개일 때 자전거는 몇 대입니까?

대

- 자전거 바퀴 수가 6개일 때 자전거는 몇 대입니까?

대

- 자전거 바퀴 수가 9개일 때 자전거는 몇 대입니까? 대

- 자전거 바퀴 수에 따른 자전거 수를 표로 나타내어 봅시다.

자전거 바퀴 수	3	6	9		15		
자전거 수	1			4		6	

- 자전거 바퀴 수와 자전거 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 4-2-8-2	관련 단원 기하학적 패턴과 일반화	8. 문제 푸는 방법 찾기 맥락 일반화	학습요소 중학교 관련 학습 요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론) 정비례
-----------------	-----------------------	--------------------------------	-------------------------	-----------------------------



두 수 사이의 관계를 알아보시다.

1 대응표를 보고, □와 △ 사이의 관계를 말하십시오.

□	1	2	3	4	5	6	
△	2	4	6		10		

- □가 4일 때, △는 얼마입니까?
- 위의 대응표를 완성하십시오.
- △는 □의 몇 배입니까? 배
- □와 △ 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

2 대응표를 보고, □와 △ 사이의 관계를 말하십시오.

□	3	6	9	12	15	18	
△	1	2	3		5		

- □가 12일 때, △는 얼마입니까?
- 위의 대응표를 완성하십시오.
- □와 △ 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

3 대응표를 보고, □와 △ 사이의 관계를 말하시오.

□	0	1	2	3	4	5	6
△	0	4	8	12			24

• □가 4일 때, △는 얼마입니까?

• 위의 대응표를 완성하시오.

• □와 △ 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

4 대응표를 보고, □와 △ 사이의 관계를 말하시오.

□	5	10	15	20	25	30	35
△	1	2	3		5		

• □가 20일 때, △는 얼마입니까?

• 위의 대응표를 완성하시오.

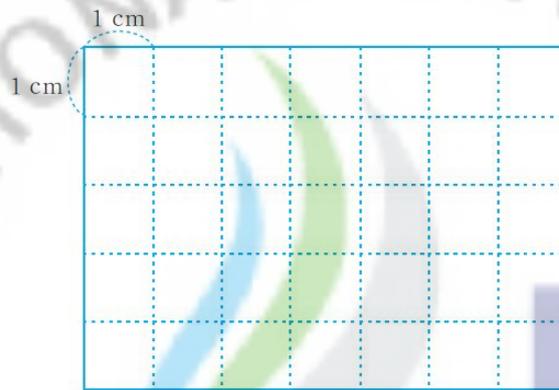
• □와 △ 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 4-2-평면도형의 둘레와 넓이1	관련 단원	평면도형의 둘레와 넓이	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례, 닮음



정사각형의 한 변의 길이와 둘레의 길이 사이의 관계를 알아봅시다.

- 1 다음 모눈종이에 한 변의 길이가 각각 1cm, 2cm, 3cm인 정사각형을 그리고 둘레의 길이를 구해 봅시다.



- 한 변의 길이가 1cm인 정사각형의 둘레의 길이는 얼마입니까? cm
- 한 변의 길이가 2cm인 정사각형의 둘레의 길이는 얼마입니까? cm
- 한 변의 길이가 3cm인 정사각형의 둘레의 길이는 얼마입니까? cm

- 2 정사각형의 한 변의 길이에 대한 둘레의 길이를 표로 나타내어 봅시다.

한 변의 길이	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
둘레의 길이										

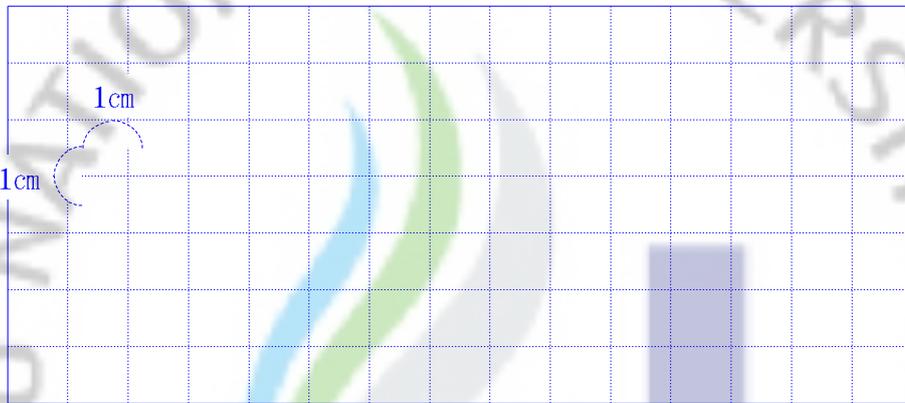
- 정사각형의 한 변의 길이와 둘레의 길이 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 4-2-평면도형의 둘레와 넓이2	관련 단원	평면도형의 둘레와 넓이	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례, 닮음



둘레가 14cm인 직사각형의 가로와 세로 사이의 관계를 알아보시다.

- 1 다음 모눈종이에 둘레가 14cm인 서로 다른 직사각형을 그리고 그 때의 가로와 세로를 구해봅시다.



- 가로가 1cm일 때 세로는 몇 cm입니까? cm
- 가로가 2cm일 때 세로는 몇 cm입니까? cm
- 가로가 3cm일 때 세로는 몇 cm입니까? cm

- 2 둘레가 14cm인 직사각형의 가로와 세로를 표로 나타내어 봅시다.

가로(cm)	1	2	3	4	5	6
세로(cm)						

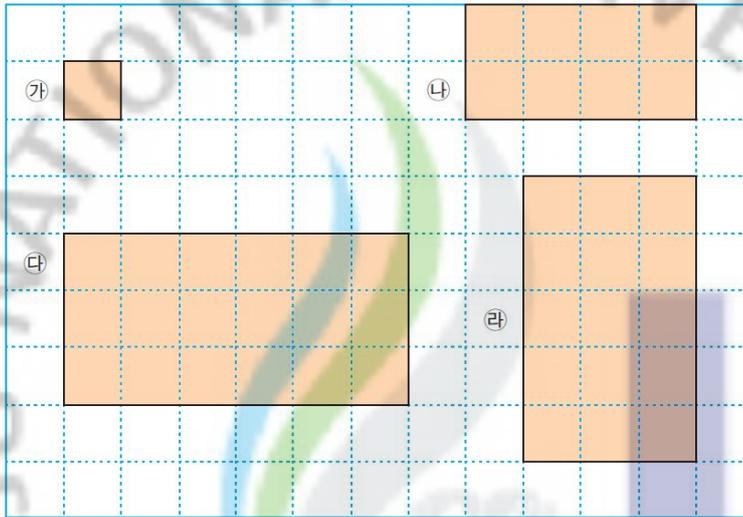
- 둘레가 14cm인 직사각형의 가로와 세로 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 42-평면도형의 둘레와 넓이3	관련 단원	평면도형의 둘레와 넓이	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례, 닮음



직사각형의 가로, 세로와 넓이 사이의 관계를 알아봅시다.

- 1 다음 그림에서 ㉠은 한 변의 길이가 1cm이고 넓이가 1cm²인 정사각형입니다. ㉡, ㉢, ㉣의 넓이는 몇 cm²인지 알아봅시다.



- ㉠을 ㉡에 겹치지 않게 몇 번 놓을 수 있습니까?

$$4 \times 2 = \square, \square \text{ 번}$$

㉡의 넓이는 얼마입니까?

$$1952 \text{ cm}^2$$

- ㉠을 ㉢에 겹치지 않게 몇 번 놓을 수 있습니까?

$$6 \times 3 = \square, \square \text{ 번}$$

㉢의 넓이는 얼마입니까?

$$\square \text{ cm}^2$$

- ㉠을 ㉡에 겹치지 않게 몇 번 놓을 수 있습니까?

$$\square \times \square = \square, \square \text{ 번}$$

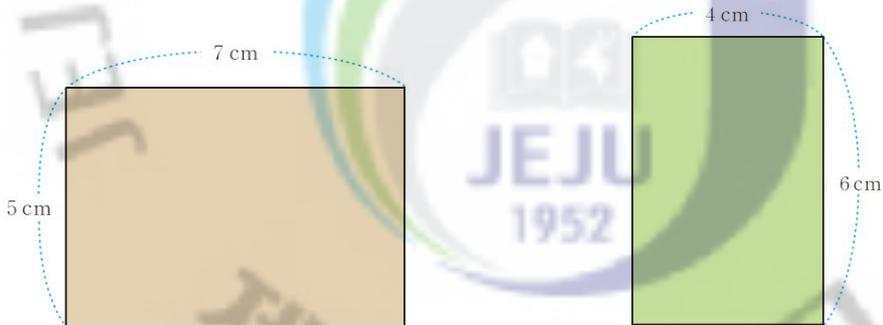
㉡의 넓이는 얼마입니까? $\square \text{ cm}^2$

- 2 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣의 가로, 세로와 넓이를 표로 나타내어 봅시다.

	㉠	㉡	㉢	㉣
가로(cm)	1			
세로(cm)	1			
넓이(cm ²)	1			

- 직사각형의 가로, 세로와 넓이 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

- 3 다음 직사각형의 넓이를 구해 보시오.



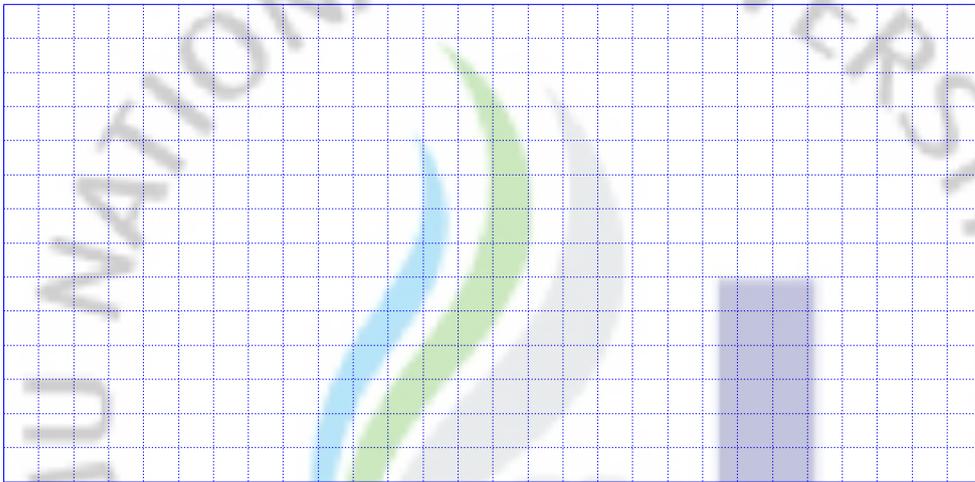
$$\square \times \square = \square, \square \text{ cm}^2 \quad \square \times \square = \square, \square \text{ cm}^2$$

자료번호 4-2-평면도형의 둘레와 넓이4	관련 단원	평면도형의 둘레와 넓이	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례, 닮음



넓이가 28cm^2 인 직사각형의 가로와 세로 사이의 관계를 알아보시다.

- 1 다음 모눈종이에 넓이가 28cm^2 인 서로 다른 직사각형을 그리고 그 때의 가로와 세로를 구해봅시다.
(단, 모눈종이의 작은 눈금 한 칸의 길이는 모두 1cm 입니다.)



- 가로가 1cm 일 때 세로는 몇 cm 입니까? cm
- 가로가 2cm 일 때 세로는 몇 cm 입니까? cm
- 가로가 4cm 일 때 세로는 몇 cm 입니까? cm

- 2 넓이가 28cm^2 인 직사각형의 가로와 세로를 표로 나타내어 봅시다.

가로(cm)	1	2	4	7	14	28
세로(cm)						

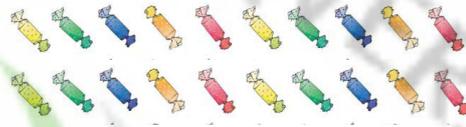
- 넓이가 28cm^2 인 직사각형의 가로와 세로 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호	관련	분수	학습요소	비, 비례배분
5-1-분수-1	단원			
자료개발의	기하학적 맥락	중학교 관련		
준거	패턴과 일반화	학습 요소		함수



전체와 부분 사이의 관계를 알아보시다.

- 1** 사탕 20개를 남학생 3명과 여학생 2명에게 똑같이 나누어 주려고 합니다.
남학생이 받을 사탕은 전체의 얼마인지 알아보시오



- 사탕은 모두 몇 개 있습니까? 개
- 나누어 주어야 할 사람은 모두 몇 명입니까? 명
- 사탕 20개를 똑같이 5묶음으로 나누면 한 묶음에 사탕이 몇 개 있습니까?

$$20 \div 5 = \text{□}, \text{□ 개}$$

- 1명이 갖게 될 사탕 수는 전체 20을 로 나눈 것 중의 입니다.
즉, 4는 20의 $\frac{\text{□}}{\text{□}}$ 입니다.
- 2명이 갖게 될 사탕 수는 전체 20을 로 나눈 것 중의 입니다.
즉, 8은 20의 $\frac{\text{□}}{\text{□}}$ 입니다.
- 3명이 갖게 될 사탕 수는 전체 20을 로 나눈 것 중의 입니다.
즉, 12는 20의 $\frac{\text{□}}{\text{□}}$ 입니다.
- 남학생 3명이 갖게 될 사탕 수는 전체의 얼마입니까? $\frac{\text{□}}{\text{□}}$

자료번호	관련	분수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
5-1-분수2	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례



전체와 부분 사이의 관계를 알아봅시다.

1 부분은 전체의 얼마인지 분수로 나타내어 봅시다.



• 테이프 12cm를 똑같이 네 칸으로 나누시오.

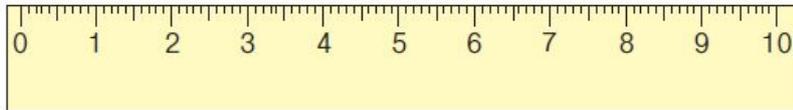
• 한 칸은 몇 cm입니까? cm

• 3cm는 12cm의 입니다.

• 6cm는 12cm의 입니다.

• 9cm는 12cm의 입니다.

2 부분은 전체의 얼마인지 분수로 나타내어 봅시다.

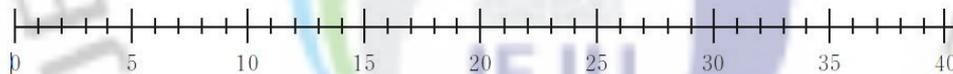


cm

• 10cm인 자를 똑같이 다섯 칸으로 나누어 보시오.

- 한 칸은 몇 cm입니까? cm 2cm는 10cm의 $\frac{\square}{\square}$ 입니다.
- 두 칸은 몇 cm입니까? cm 4cm는 10cm의 $\frac{\square}{\square}$ 입니다.
- 세 칸은 몇 cm입니까? cm 6cm는 10cm의 $\frac{\square}{\square}$ 입니다.
- 네 칸은 몇 cm입니까? cm 8cm는 10cm의 $\frac{\square}{\square}$ 입니다.

3 부분은 전체의 얼마인지 분수로 나타내어 봅시다.



- 15는 40의 $\frac{\square}{\square}$ 입니다. • 25는 40의 $\frac{\square}{\square}$ 입니다.
- 30은 36의 $\frac{\square}{\square}$ 입니다. • 27은 36의 $\frac{\square}{\square}$ 입니다.

자료번호	관련	분수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
5-1-분수3	단원			
자료개발의 준거	기하학적 패턴과 일반화	맥락	중학교 관련 학습 요소	정비례



전체와 부분 사이의 관계를 알아봅시다.

1 전체에 대한 분수 만큼은 얼마인지 알아봅시다.



• 별 18개를 똑같이 6묶음으로 나누어 보시오.

• 한 묶음에는 별이 몇 개 있습니까? 개

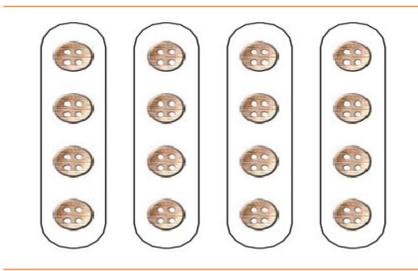
• 18의 $\frac{1}{6}$ 은 입니다.

• 18의 $\frac{2}{6}$ 는 입니다.

• 18의 $\frac{2}{6}$ 는 입니다.

• 18의 $\frac{5}{6}$ 는 입니다.

2 전체에 대한 분수 만큼은 얼마인지 알아보시다.



- 16의 $\frac{1}{4}$ 은 입니다.
- 16의 $\frac{2}{4}$ 는 입니다.
- 16의 $\frac{3}{4}$ 은 입니다.

3 전체에 대한 분수 만큼은 얼마인지 알아보시다.



- 20의 $\frac{1}{5}$ 은 입니다.
- 20의 $\frac{2}{5}$ 는 입니다.
- 20의 $\frac{3}{5}$ 은 입니다.
- 20의 $\frac{4}{5}$ 는 입니다.

4 전체에 대한 분수만큼은 얼마인지 알아보시다.



- 42의 $\frac{1}{7}$ 은 입니다.
- 42의 $\frac{2}{7}$ 는 입니다.
- 42의 $\frac{3}{7}$ 은 입니다.
- 42의 $\frac{5}{7}$ 는 입니다.

자료번호	관련	분수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
5-1-분수-4	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례, 반비례, 닮음



두 수 사이의 관계를 알아보시다.

1 두 수의 크기를 비교하여 봅시다.



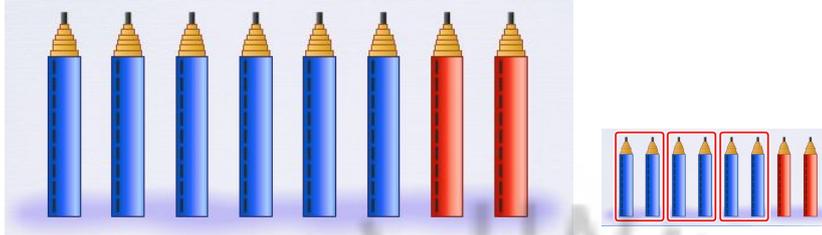
- 20은 4씩 몇으로 나눌 수 있습니까?
- 20은 4의 몇 배라고 생각합니까?
- 4는 20의 얼마라고 생각합니까?

 배



- 3은 12의 얼마입니까?
- 9는 12의 얼마입니까?

- 2 파란 색연필 6자루와 빨간 색연필 2자루가 있습니다.
두 색연필의 수를 비교해 봅시다.



- 2자루를 기준으로 하여 6자루를 비교할 때, 6자루는 2자루의 몇 배입니까?

배

- 6자루를 기준으로 하여 2자루를 비교할 때, 2자루는 6자루의 얼마입니까?

- 3 다음 두 그루의 나무의 높이를 비교하여 봅시다.



- 8m는 2m의 몇 배입니까?

배

- 2m는 8m의 얼마입니까?

자료번호	관련	분수	학습요소	승법적 사고 (곱의 관계 추론)
5-1-분수-5	단원			
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화		중학교 관련 학습 요소	정비례, 반비례, 닮음

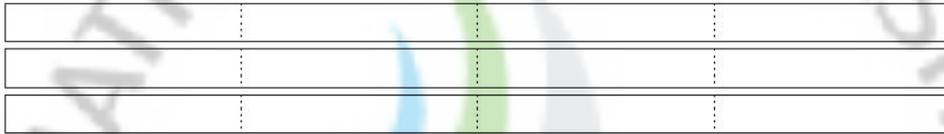


(자연수) ÷ (자연수)에서 두 수 사이의 관계를 알아보시다.

- 1 3 m짜리 색 테이프를 네 사람이 똑같이 나누어 가지려고 합니다. 한 사람이 가지는 색 테이프의 길이를 알아보시오.



- 1 m짜리 색 테이프 3개를 각각 넷으로 똑같이 나누어 보시오.



0

1

- 한 도막의 길이는 얼마입니까?
- 한 사람이 가질 수 있는 테이프만큼 색칠하여 보시오.
- 한 사람이 몇 개의 도막을 갖게 됩니까?
- 한 사람이 가질 수 있는 테이프의 길이는 모두 몇 m입니까?

/ m

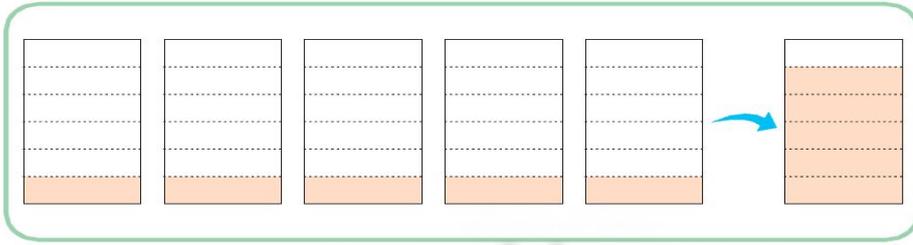
개

/ m

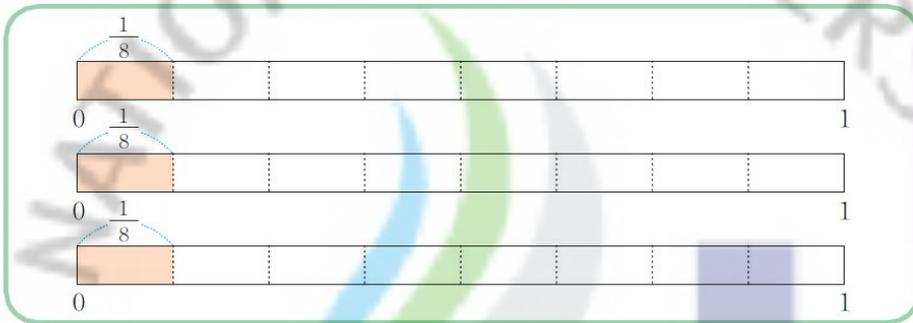
- $3 \div 4$ 는 분수로 얼마입니까?

/

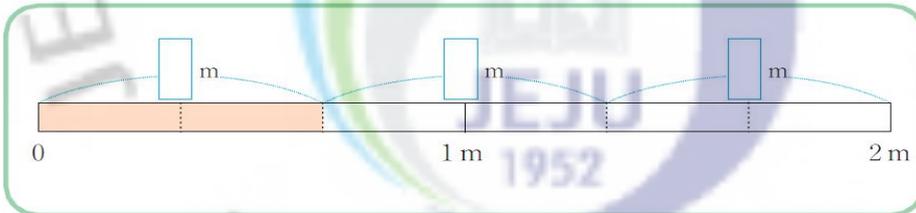
2 그림을 보고, 다음 안에 알맞은 수를 써 넣으시오.



• $5 \div 6 = \frac{\square}{\square}$



• $3 \div 8 = \frac{\square}{\square}$



• $2 \div 3 = \frac{\square}{\square}$

3 (자연수) ÷ (자연수)에서 두 수 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

자료번호 5-2-비와 비율-1	관련 단원	비와 비율	학습요소	승법적 사고, 비
자료개발의 준거	기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례, 반비례, 닮음	



기준량, 비교하는 양과 비 사이의 관계를 알아봅시다.

1 나무의 높이를 비를 이용하여 비교하여 봅시다.



- 비 '2 : 8'은 무엇에 대한 비입니까?
 - 의 에 대한 비
 - 에 대한 의 비
 - 와 의 비
 - 이 때, 기준량과 비교하는 양은 각각 얼마입니까?
기준량 , 비교하는 양
- 비 '8 : 2'는 무엇에 대한 비입니까?
 - 의 에 대한 비
 - 에 대한 의 비
 - 와 의 비
 - 이 때, 기준량과 비교하는 양은 각각 얼마입니까?
기준량 , 비교하는 양
- '2 : 8'과 '8 : 2'는 같습니까?
왜 그렇게 생각하나요?
- 기준량과 비교하는 양을 이용하여 비를 표현해 봅시다.

자료번호 5-2-비와 비율-2	관련 단원	비와 비율	학습요소	승법적 사고, 비
자료개발의 준거		기하학적 맥락 패턴과 일반화	중학교 관련 학습 요소	정비례, 반비례, 닮음



두 수를 비교하여 얻은 값과 기준량, 비교하는 양 사이의 관계를 알아봅시다.

1 다음 두 길이를 비교하여 두 길이 사이의 관계를 알아봅시다.



- 21cm는 3cm의 몇 배입니까?
 - 기준량은 얼마입니까?
 - 비교하는 양은 얼마입니까?
 - 21cm는 3cm의 몇 배입니까? 배
- 3cm는 21cm의 얼마입니까?
 - 기준량은 얼마입니까?
 - 비교하는 양은 얼마입니까?
 - 3cm는 21cm의 얼마입니까?

• 6cm는 21cm의 얼마입니까?

▪ 기준량은 얼마입니까?

▪ 비교하는 양은 얼마입니까?

▪ 6cm는 21cm의 얼마입니까?

• 18cm는 21cm의 얼마입니까?

▪ 기준량은 얼마입니까?

▪ 비교하는 양은 얼마입니까?

▪ 18cm는 21cm의 얼마입니까?

• 두 수를 비교하여 얻은 값과 기준량, 비교하는 양 사이에는 어떤 관계가 있는지 이야기해 봅시다.

IV. 결론 및 제언

비와 비율의 개념 학습에 있어서 곱의 관계 추론 즉, 두 양을 비교할 때 승법적 사고를 통한 접근은 아동에게 비를 학습시키는데 바탕이 될 수 있다.

본 연구에서는 비가 두 양 사이의 관계를 나타내는 것임을 감안하여 초등학교 1학년 과정에서부터 두 양에 대하여 비교활동 즉, 초기대수적 방법인 추론을 통해 관계를 파악해보도록 자료를 개발하였다. 두 양을 비교하는 방법으로는 차의 관계와 곱의 관계가 있으며 두 양 사이에 곱셈적 관계가 성립하면 ‘비’, 덧셈적 관계가 성립하면 ‘차이’로 표현할 수 있다. 교육과정상 학습의 순서가 덧셈 과정에서 곱셈과정으로 전개됨으로 자료의 개발 순서도 차의 관계를 추론하는 활동에서 시작하여 점차 곱의 관계를 추론하는 활동의 순으로 비와 비율 지도를 위한 자료를 개발하였다.

이 과정에서 김정준(2003)이 제시하였듯이 자료에 제시된 그림 자료는 수를 하나의 양으로 표현하면서 대상으로 파악하고 이해하는데 도움이 될 것이다. 특히 두 양에서 한 양이 다른 양의 배가 되는 ‘닻음’을 이용한 그림 자료는 산술을 양의 산술로 이해하고 양을 개념적으로 파악하여 양을 가지고 관계를 추론하는데 도움이 될 수 있는 효과적인 시각적 표현이라 할 수 있다.

이러한 그림 자료를 포함한 기하학적 맥락에서의 비에 대한 학습은 초기 학년에서 비에 대한 학습을 가능하게 하며, 이를 바탕으로 두 양 사이의 관계를 패턴과 일반화를 통해 파악하는 활동, 즉 초기대수적 방법에 의한 학습은 어린 학년에서 점차적으로 양들 사이의 차이 관계와 곱의 관계를 추론하는 기회를 갖도록 함으로써 비를 학습할 수 있는 밑바탕을 마련하고 나아가 산술 및 대수 학습에도 도움이 될 수 있을 것이다.

그러나, 본 연구에서 개발한 비와 비율 지도를 위한 초기대수 학습 자료가 현장에서 효과를 거둘 수 있을 것인가에 대해서는 아직 검증이 되지 않았다. 따라서 본 연구에서 개발한 지도 자료를 학생들에게 투입해보고 신뢰도와 타당도가 검증된 검사지를 투입하여 사전 사후 검사 결과를 비교함으로써 그 효과를 검증하는 사후 연구가 뒤따라야할 것이다. 이러한 일련의 활동들은 아동들의 비와 비율에 대한 이해를 돕고 수학적 문제해결력을 향상해 줄 것이며 나아가 수학수업의 개선에도 도움이 될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 강문봉, 강완, 김남희, 김수환, 나귀수, 박경미, 박영배, 백석운, 송상현, 유현주, 이경화, 이중권, 임문규, 임재훈, 장혜원, 정동권, 정영옥, 정은실, 허혜자 역(2004). 초등 수학 학습지도의 이해. 서울: 양서원.
- 강신덕, 함남우, 홍인숙, 김영우, 이재순, 전민정, 라미영(2008). 중학교 수학 1. 서울: (주)교학사
- 강옥기, 정순영, 이환철(2001). 중학교 수학 8-나. 서울: (주)두산.
- 강옥기, 정순영, 이환철(2001). 중학교 교사용 지도서 수학 7-가. 서울: (주)두산.
- 강행고, 이화영, 박성기, 박진석, 이용완, 한경연, 이준홍, 이혜련, 송미현, 박정숙 (2008). 중학교 수학 7-가. 서울: (주)중앙교육진흥연구소
- 교육과학기술부(2007). 초등학교 교육과정 해설(IV) -수학, 과학, 실과-. 서울: 교육과학기술부.
- 교육과학기술부(2007). 중학교 교육과정 해설(III) -수학, 과학, 기술·가정-. 서울: 교육과학기술부.
- 교육과학기술부(2009). 수학 6-가. 서울: 교육과학기술부.
- 교육과학기술부(2009). 수학 익힘책 6-가. 서울: 교육과학기술부.
- 교육과학기술부(2009). 초등학교 교사용 지도서 수학 6-가. 서울: 교육과학기술부.
- 교육부(1997). 제7차 중학교 수학과 교육과정 해설. 서울: 교육부.
- 교육부(1998). 초등학교 교육과정 해설(IV) -수학, 과학, 실과-. 서울: 교육부.
- 김성준(2003a). '초기대수'를 중심으로 한 초등대수 고찰. 대한수학교육학회지: 수학교육학연구. 13(3), 309-327.
- 김성준(2003b). 패턴과 일반화를 강조한 대수 접근법 고찰. 대한수학교육학회지: 수학교육학연구. 5(3), 343-360.
- 김수미(2003). 수학과 오류의 진단과 처방에 관한 교사용 자료 개발 연구. 학교 수학. 5(2), 209-221.
- 김수현, 나귀수(2008). 비와 비율 지도에 대한 연구. 대한수학교육학회지: 수학교육학연구. 18(3), 309-333.

- 정은실(2003). 비 개념에 대한 교육적 분석. 대한수학교육학회지: 수학교육학연구. 13(3), 247-265
- 우정호, 김성준(2007). 대수의 사고 요소 분석 및 학습-지도 방안의 탐색. 대한수학교육학회지: 수학교육학연구. 17(4), 453-475
- Freudenthal. H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Kaput, J., Blanton, M. (2001). Algebrafying the elementary mathematicss experience Part I: Transforming task structures. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent & J. Vincent(Eds.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference: The future of the teaching and learning of algebra*(pp. 344-351). The University of Melbourne, Australia.
- Streefland, L. (1985). Search for the roots of ratio: some thoughts on the long term learning process (towards a theory) partII: the outline of the long term learning process. *Eductional Studies in Mathematics*, 16, 75-94.

ABSTRACT

Development about Early Algebra Learning Materials for teaching Ratio and Proportion

Kim, Dong In

Major in Elementary Mathematics Education
Graduate School of Education
Jeju National University

Supervised by Professor Kim, Hae Gyu Ph. D

Ratio and proportion which is introduced in elementary school 6th grade for the first time are connected with middle school direct proportion, inverse proportion, a mathematical function and similarity.

If we look how they teach ratio and proportion in the elementary school, we can know that concept of ratio is involved with the connection through the pattern and generalization, ratio which is the geometric context, and ratio which is connection in the amount, between the amount, and also geometric context.

According to the 2007 reformed curriculum that will be apply to 5th, 6th grade from 2011, period of learning about ratio and proportion will be taught at 5th grade and direct proportion and inverse proportion which learned at middle school also will be taught at 6th grade.

We study middle math concept of rate which is basic of proportional allotment at middle school which is important factors to success study.

Therefore direct proportion and inverse proportion related with algebra learning learned in elementary school which means elementary math can lead to algebra through the early algebra method.

Therefore, in this research, we will develop an early algebraic mathematics materials for teaching ratio and proportion.

For the first time we analyze 7th mathematics curriculum and 2007 reformed curriculum and then confirm relation between elementary and middle school in terms of consist learning context and know that concept of ratio is involved with the connection through the pattern and generalization, ratio which is the geometric context, and ratio which is connection in the amount, between the amount, and also geometric context by analyzing middle school textbooks.

Next we develop teaching materials to teach ratio and proportion by using early algebra at elementary school. These materials can teach concept of rate more clearly and make basics which can easily relate to algebra learning by inference activity through pattern and generalization.

※ key words: early algebra (초기대수), ratio (비) proportion (비율)

부 록

[부록 1] 수학과 <6-가> 『비와 비율』 관련 평가

[부록 2] 수학과 <6-가> 『비와 비율』 관련 평가 정답



【6】㉠과 ㉡에 알맞은 수는 얼마입니까?.

$$\frac{\textcircled{1}}{4} = \frac{6}{8} = \frac{72}{\textcircled{2}}$$

㉠ : () ㉡ : ()

< 한국교육과정평가원 출제 >

2009년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【7번】 문제

【7】 다음 대화에서 석우가 말한 수를 △, 헤미가 말한 수를 □라 할 때, △와 □ 사이의 관계를 바르게 설명하십시오.



()

< 한국교육과정평가원 출제 >

2009년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【12번】 문제

【8】 다음 백분율을 소수로 나타내시오.

$$75.3 \%$$

()

< 한국교육과정평가원 출제 >

2005년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【21번】 문제

【9】 다음 비의 비의 값을 구하고, 비의 값이 큰 순서대로 나열하십시오.

비	비의 값
㉠ 5 : 2	
㉡ 3 : 4	
㉢ 2 : 5	
㉣ 4 : 3	
㉤ 4 : 7	

· 비의 값이 큰 순서
()

< 한국교육과정평가원 출제 >

2006년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【20번】 문제

【10】 다음은 인규네 학교 학생 200명의 취미를 조사하여 나타낸 띠그래프입니다. 취미가 운동인 학생은 몇 명입니까?

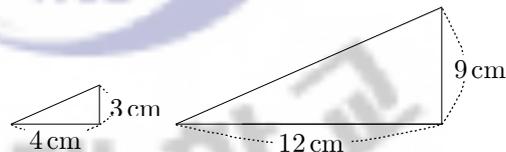


() 명

< 한국교육과정평가원 출제 >

2009년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【14번】 문제

【11】 왼쪽의 작은 삼각형으로 겹치는 부분과 빈틈이 없도록 오른쪽의 큰 삼각형을 덮으려면 작은 삼각형이 몇 개 필요합니까?



() 개

< 한국교육과정평가원 출제 >

2007년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【27번】 문제

【12】 체육 시간에 농구 연습을 하였습니다. 상훈이는 공을 50번 던져서 30번 넣었고, 경석이는 40번 던져서 26번 넣었습니다. 두 사람의 성공률을 백분율로 각각 나타내고, 누구의 성공률이 더 높은지 쓰시오.

▪ 상훈이의 성공률 (백분율) 구하는 풀이과정

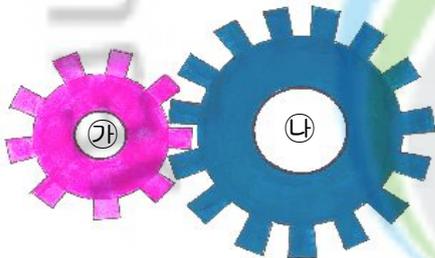
▪ 경석이의 성공률 (백분율) 구하는 풀이과정

▪ 누구의 성공률이 더 높은가요? ()

< 한국교육과정평가원 출제 >

2008년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 **【수행평가 6번】** 문제

【13】 ㉠ 톱니바퀴가 5번 회전하는 동안 ㉡ 톱니바퀴는 3번 회전합니다. ㉠ 톱니바퀴가 30번 회전하는 동안 ㉡ 톱니바퀴는 몇 번 회전하겠습니까?



▪ 풀이과정

▪ 답 : ()번

< 한국교육과정평가원 출제 >

2006년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 **【8번】** 문제

【14】 소희와 창민이가 상점에서 주스 가루를 살 때, 상점 주인은 20% 할인하는 것을 잘못하여 10%를 할인하여 계산하였다가 다시 추가로 10%를 더 할인하여 판매하였습니다. 다음은 그 계산 과정입니다.

상품	단가	수량	금액
주스가루	3500	1	3500
	할인	10%	-350
합계			3150
합계	추가할인	10%	-315
			2835

▪ 주인의 계산이 맞았는지, 틀렸는지 아래에 ○ 표 하시오.

맞았다(), 틀렸다()

▪ 위와 같이 생각한 이유를 쓰시오.

< 한국교육과정평가원 출제 >

2003년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 **【수행평가 2번】** 문제

【15】 둘레의 길이가 70 cm인 직사각형이 있습니다. 이 직사각형의 가로가 세로의 4배일 때, 세로는 몇 cm입니까?

▪ 풀이과정

▪ 답 : 세로의 길이 () cm

< 한국교육과정평가원 출제 >

2005년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 **【25번】** 문제

【16】 민영이네 가족과 화정이네 가족은 같은 지점에서 동시에 출발하여 8km 떨어져 있는 공원에서 만나기로 하였습니다. 민영이네 차는 10분 동안 8km를 가고, 화정이네 차는 25분 동안 20km를 갑니다. 누가 먼저 도착할지 알아보고, 그렇게 생각한 이유를 쓰시오.

- 답 () (이)가 먼저 도착합니다.
- 그렇게 생각한 이유

< 한국교육과정평가원 출제 >

2005년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [수행평가 6번] 문제

【17】 다음 물음에 답하십시오.

(1) 창민이는 코코아를 사려고 합니다. 이 가게에서는 똑같은 코코아를 3가지로 다르게 포장하여 팔고 있습니다.



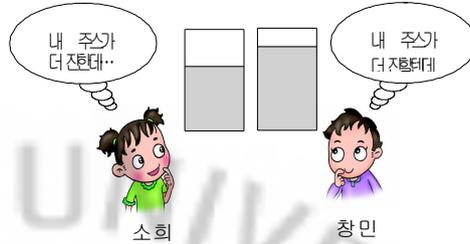
- ① 240g에 1900원
- ② 400g에 3250원
- ③ 320g에 2650원

▪ 무게에 비해 가격이 싼 코코아를 사려고 합니다. 어떤 코코아를 사는 것이 좋을까요?

() g에 ()원 하는 코코아

▪ 위와 같이 생각한 이유를 쓰시오.

(2) 소희와 창민이는 주스를 만들었습니다. 소희는 $\frac{2}{3}$ 컵의 물에 주스 가루 4 숟가락을 탔고, 창민이는 $\frac{5}{6}$ 컵의 물에 주스 가루 5숟가락을 탔습니다. 두 어린이는 똑같은 컵을 사용하였습니다.



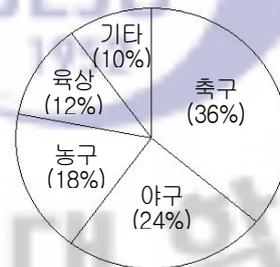
- 다음 중 옳은 것을 고르시오. ()
- ① 두 사람의 주스는 진한 정도가 같다.
- ② 소희의 주스가 더 진하다.
- ③ 창민이의 주스가 더 진하다.
- 위와 같이 생각한 이유를 쓰시오.

< 한국교육과정평가원 출제 >

2003년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [수행평가 2번] 문제

【18】 현호네 학교 6학년 학생들이 가장 좋아하는 운동을 조사하여 나타낸 원그래프입니다. 6학년 학생이 모두 250명일 때, 가장 좋아하는 운동이 야구인 학생은 몇 명입니까?

<가장 좋아하는 운동>



식: _____
 답: ()명

< 한국교육과정평가원 출제 >

2006년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [14번] 문제

【19】 소리는 공기 중에서 1초 동안에 0.34 km 간다고 합니다. 번개를 보고 나서 6.5초 후에 천둥소리를 들었다면, 소리를 들은 곳은 번개가 친 곳에서 몇 km 떨어져 있습니까? 풀이 과정과 답을 쓰시오.

▪ 풀이과정

▪ 답 : () km 떨어짐

< 한국교육과정평가원 출제 >

2007년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 **【2번】** 문제

【20】 미경이네 반 아버지들의 직업을 조사한 표입니다.

< 미경이네 반 아버지들의 직업 >

직업	농업	상업	회사원	공무원	기타	계
명수 (명)	14	10	8	6	2	40

표를 띠그래프로 나타내시오.

< 미경이네 반 아버지들의 직업 >



< 한국교육과정평가원 출제 >

2008년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 **【14번】** 문제

[부록 2]

수학과 <6-가> 『비와 비율』 관련 평가 정답

※ 다음 물음에 답하십시오.

【1】 □ 안에 알맞은 수는 무엇입니까?

18은 48의 □입니다.

($\frac{3}{8}$)

< 한국교육과정평가원 출제 >

2009년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [2번] 문제

【2】 전체 과일의 개수에 대한 사과 개수의 비를 구하십시오.

< 과일의 종류와 개수 >

과일	딸기	사과	배	전체
개수	12	5	3	20

(5 : 20)

< 한국교육과정평가원 출제 >

2005년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [8번] 문제

【3】 (가)의 3이 나타내는 수는 (나)의 3이 나타내는 수의 몇 배입니까?

8 3 7 5 0 3 0 0
(가) (나)

(10000)배

< 한국교육과정평가원 출제 >

2006년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [5번] 문제

【4】 (가), (나), (다)에 들어갈 알맞은 비율을 구하십시오.

비	비율	백분율(%)	할푼리	소수
3 : 15	(가)			
9 : 24			(나)	
7 : 25				(다)

(가) 20 %

(나) 3할 7푼 5리

(다) 0.28

< 한국교육과정평가원 출제 >

2007년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [수행평가 4번] 문제

【5】 다음 비에 대한 설명이 바르도록 () 안에 알맞은 수를 쓰시오.

11 : 20

① (11)대 (20)라고 읽습니다.

② 기준량은 (20)입니다.

③ 비교하는 양은 (11)입니다.

④ (11)의 (20)에 대한 비입니다.

⑤ (20)에 대한 (11)의 비입니다.

< 한국교육과정평가원 출제 >

2008년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [7번] 문제

【6】 ㉠과 ㉡에 알맞은 수는 얼마입니까?.

$$\frac{\textcircled{1}}{4} = \frac{6}{8} = \frac{72}{\textcircled{2}}$$

㉠ : (3) ㉡ : (96)

< 한국교육과정평가원 출제 >

2009년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [7번] 문제

【7】 다음 대화에서 석우가 말한 수를 △, 헤미가 말한 수를 □라 할 때, △와 □ 사이의 관계를 바르게 설명하십시오.



(□ = △ × 3 또는 □는 △를 3배한 수)

< 한국교육과정평가원 출제 >

2009년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [12번] 문제

【8】 다음 백분율을 소수로 나타내시오.

$$75.3 \%$$

(0.753)

< 한국교육과정평가원 출제 >

2005년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [21번] 문제

【9】 다음 비의 비의 값을 구하고, 비의 값이 큰 순서대로 나열하십시오.

비	비의 값
㉠ 5 : 2	$\frac{5}{2}$
㉡ 3 : 4	$\frac{3}{4}$
㉢ 2 : 5	$\frac{2}{5}$
㉣ 4 : 3	$\frac{4}{3}$
㉤ 4 : 7	$\frac{4}{7}$

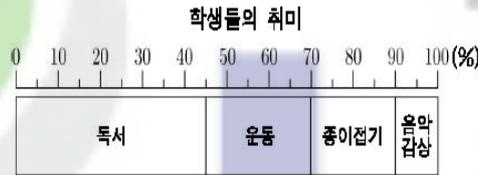
▪ 비의 값이 큰 순서

(㉣ - ㉡ - ㉤ - ㉢ - ㉠)

< 한국교육과정평가원 출제 >

2006년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [20번] 문제

【10】 다음은 인규네 학교 학생 200명의 취미를 조사하여 나타낸 띠그래프입니다. 취미가 운동인 학생은 몇 명입니까?

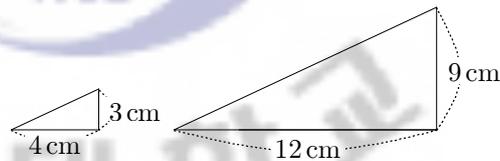


(50) 명

< 한국교육과정평가원 출제 >

2009년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [14번] 문제

【11】 왼쪽의 작은 삼각형으로 겹치는 부분이 없도록 오른쪽의 큰 삼각형을 덮으려면 작은 삼각형이 몇 개 필요합니까?



(9) 개

< 한국교육과정평가원 출제 >

2007년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 [27번] 문제

【12】 체육 시간에 농구 연습을 하였습니다. 상훈이는 공을 50번 던져서 30번 넣었고, 경석이는 40번 던져서 26번 넣었습니다. 두 사람의 성공률을 백분율로 각각 나타내고, 누구의 성공률이 더 높은지 쓰시오.

▪ 상훈이의 성공률 (백분율) 구하는 풀이과정

$$\frac{30}{50} \times 100 = 60 (\%)$$

▪ 경석이의 성공률 (백분율) 구하는 풀이과정

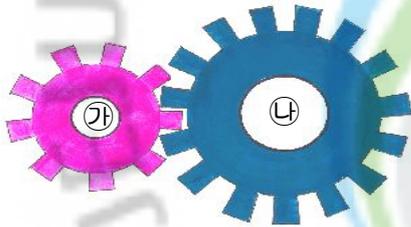
$$\frac{26}{40} \times 100 = 65 (\%)$$

▪ 누구의 성공률이 더 높은가요? (경석)

< 한국교육과정평가원 출제 >

2008년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【수행평가 6번】 문제

【13】 ㉠ 톱니바퀴가 5번 회전하는 동안 ㉡ 톱니바퀴는 3번 회전합니다. ㉠ 톱니바퀴가 30번 회전하는 동안 ㉡ 톱니바퀴는 몇 번 회전하겠습니까?



▪ 풀이과정

비례식으로 나타내면 $5 : 3 = 30 : \square$ 이다. 전항이 5에서 30으로 6배가 되었으므로 후항도 6배 하면 $3 \times 6 = 18$ 이 된다.

▪ 답 : (18)번

< 한국교육과정평가원 출제 >

2006년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【8번】 문제

【14】 소희와 창민이가 상점에서 주스 가루를 살 때, 상점 주인은 20% 할인하는 것을 잘못하여 10%를 할인하여 계산하였다가 다시 추가로 10%를 더 할인하여 판매하였습니다. 다음은 그 계산 과정입니다.

상품	단가	수량	금액
주스가루	3500	1	3500
	할인	10%	-350
합계			3150
합계	추가할인	10%	-315
			2835

▪ 주인의 계산이 맞았는지, 틀렸는지 아래에 ○ 표 하시오.

맞았다(), 틀렸다(○)

▪ 위와 같이 생각한 이유를 쓰시오.

3500원을 20% 할인할 때 지불하는 돈은 $3500 - 3500 \times 0.2 = 3500 - 700 = 2800$ (원)이기 때문이다.

< 한국교육과정평가원 출제 >

2003년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【수행평가 2번】 문제

【15】 둘레의 길이가 70 cm인 직사각형이 있습니다. 이 직사각형의 가로가 세로의 4배일 때, 세로는 몇 cm입니까?

▪ 풀이과정

(직사각형의 둘레의 길이) = 70(cm)이므로
 (가로) + (세로) = 35(cm)
 또한 (가로) = (세로) × 4 이므로,
 (가로) + (세로) = {(세로) × 4} + (세로)
 = (세로) × 5 = 35(cm)
 따라서 (세로)는 7(cm)입니다.

▪ 답 : 세로의 길이 7(cm)

< 한국교육과정평가원 출제 >

2005년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【25번】 문제

【16】 민영이네 가족과 화정이네 가족은 같은 지점에서 동시에 출발하여 8km 떨어져 있는 공원에서 만나기로 하였습니다. 민영이네 차는 10분 동안 8km를 가고, 화정이네 차는 25분 동안 20km를 갑니다. 누가 먼저 도착할지 알아보고, 그렇게 생각한 이유를 쓰시오.

▪ 답 민영이네 가족과 화정이네 가족은 똑같이 도착한다.

▪ 그렇게 생각한 이유

왜냐하면 8km를 가는데 걸리는 시간을 계산하면

민영 : 10(분)

화정 : $\frac{25}{20} \times 8 = 10$ (분)

으로 같은 시간이 걸린다. 따라서 동시에 도착한다.

< 한국교육과정평가원 출제 >

2005년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【수행평가 6번】 문제

【17】 다음 물음에 답하십시오.

(1) 창민이는 코코아를 사려고 합니다. 이 가게에서는 똑같은 코코아를 3가지로 다르게 포장하여 팔고 있습니다.



① 240g에 1900원

② 400g에 3250원

③ 320g에 2650원

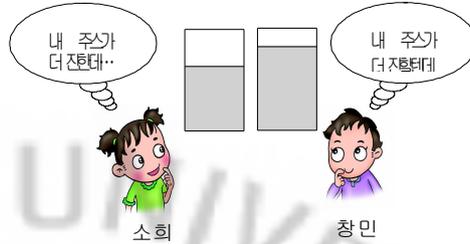
▪ 무게에 비해 가격이 싼 코코아를 사려고 합니다. 어떤 코코아를 사는 것이 좋을까요?

(200) g에 (1900) 원 하는 코코아

▪ 위와 같이 생각한 이유를 쓰시오.

240g에 1900원인 포장, 400g에 3250원인 포장, 320g에 2650원인 포장을 1g, 10g, 40g 등을 기준으로 하여 비교할 수 있다. 예를 들어, 40g을 기준으로 비교하면 각각 대략 316.7원, 325원, 331.3원이다. 따라서 가장 값이 낮은 240g에 1900원인 포장(①)을 사야 무게에 비해 싸게 물건을 사는 것이다.

(2) 소희와 창민이는 주스를 만들었습니다. 소희는 $\frac{2}{3}$ 컵의 물에 주스 가루 4 숟가락을 탔고, 창민이는 $\frac{5}{6}$ 컵의 물에 주스 가루 5숟가락을 탔습니다. 두 어린이는 똑같은 컵을 사용하였습니다.



▪ 다음 중 옳은 것을 고르시오. (1)

- ① 두 사람의 주스는 진한 정도가 같다.
- ② 소희의 주스가 더 진하다.
- ③ 창민이의 주스가 더 진하다.

▪ 위와 같이 생각한 이유를 쓰시오.

풀이1) 컵을 기준으로 하면, 소희는 주스 네 숟가락에 $\frac{2}{3}$ 컵, 즉 $\frac{4}{6}$ 컵이고, 창민이는 주스 다섯 숟가락에 $\frac{5}{6}$ 컵이므로, 두 어린이 모두 주스 한 숟가락에 $\frac{1}{6}$ 컵의 물을 부은 것이라고 볼 수 있다. 따라서 두 어린이의 주스의 진한 정도가 같다.

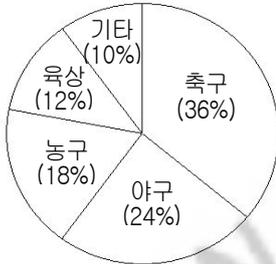
풀이2) 숟가락을 기준으로 하면, 먼저 소희는 주스 네 숟가락에 $\frac{2}{3}$ 컵, 즉 열 두 숟가락에 2컵이므로, 1컵에 주스 여섯 숟가락 정도를 넣은 꼴이다. 창민이는 주스 다섯 숟가락에 $\frac{5}{6}$ 컵이므로 서른 숟가락에 5컵으로, 마찬가지로 1컵에 주스 여섯 숟가락을 넣은 꼴이다. 따라서 두 어린이의 주스의 진한 정도는 같다.

< 한국교육과정평가원 출제 >

2003년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【수행평가 2번】 문제

【18】 현호네 학교 6학년 학생들이 가장 좋아하는 운동을 조사하여 나타낸 원그래프입니다. 6학년 학생이 모두 250명일 때, 가장 좋아하는 운동이 야구인 학생은 몇 명입니까?

<가장 좋아하는 운동>



식: 야구를 좋아하는 학생은 250명의 24%에 해당하므로

$$250 \times \frac{24}{100} = \frac{6000}{100} = 60(\text{명})\text{이다.}$$

답: 60명

< 한국교육과정평가원 출제 >

2006년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【14번】 문제

【19】 소리는 공기 중에서 1초 동안에 0.34 km 간다고 합니다. 번개를 보고 나서 6.5초 후에 천둥소리를 들었다면, 소리를 들은 곳은 번개가 친 곳에서 몇 km 떨어져 있습니까? 풀이 과정과 답을 쓰시오.

▪ 풀이과정

1초에 0.34 km를 간다고 하였으므로 6.5초인 경우는 0.34 km의 6.5배입니다.

$$\therefore 0.34 \times 6.5 = 2.21 (\text{km})$$

▪ 답 : (2.21) km 떨어져

< 한국교육과정평가원 출제 >

2007년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【2번】 문제

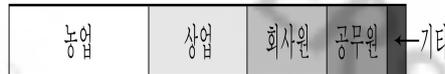
【20】 미경이네 반 아버지들의 직업을 조사한 표입니다.

< 미경이네 반 아버지들의 직업 >

직업	농업	상업	회사원	공무원	기타	계
명수 (명)	14	10	8	6	2	40

표를 띠그래프로 나타내시오.

< 미경이네 반 아버지들의 직업 >



$$\text{농업은 } \frac{14}{40} \times 100 = 35\%$$

$$\text{상업은 } \frac{10}{40} \times 100 = 25\%$$

$$\text{회사원은 } \frac{8}{40} \times 100 = 20\%$$

$$\text{공무원은 } \frac{6}{40} \times 100 = 15\%$$

$$\text{기타는 } \frac{2}{40} \times 100 = 5\%$$

< 한국교육과정평가원 출제 >

2008년도 국가수준 학업성취도 평가 수학 【14번】 문제