

碩士學位論文

數值流體解析에 있어서  
SPH法の의 適用



濟州大學校 大學院

土木海洋工學科

高 行 植

2008年 2月

# 數值流體解析에 있어서 SPH法の 適用

指導教授 金 南 亨

高 行 植

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함

2008年 2月

高行植의 工學 碩士學位 論文으로 認准함

審査委員長 \_\_\_\_\_ 印

委 員 \_\_\_\_\_ 印

委 員 \_\_\_\_\_ 印

濟州大學校 大學院

2008年 2月

# The Application of SPH Method in Numerical Fluid Analysis

Haeng-Sik Ko

(Supervised by Professor Nam-Hyeong Kim)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for the  
degree of Master of Engineering

2008. 2

This thesis has been examined and approved

Thesis director, Sang-Jin Kim, Prof. of Civil & Ocean Engineering

Thesis director, Dong-Wook Lee, Prof. of Civil & Ocean Engineering

Thesis director, Nam-Hyeong Kim, Prof. of Civil & Ocean Engineering

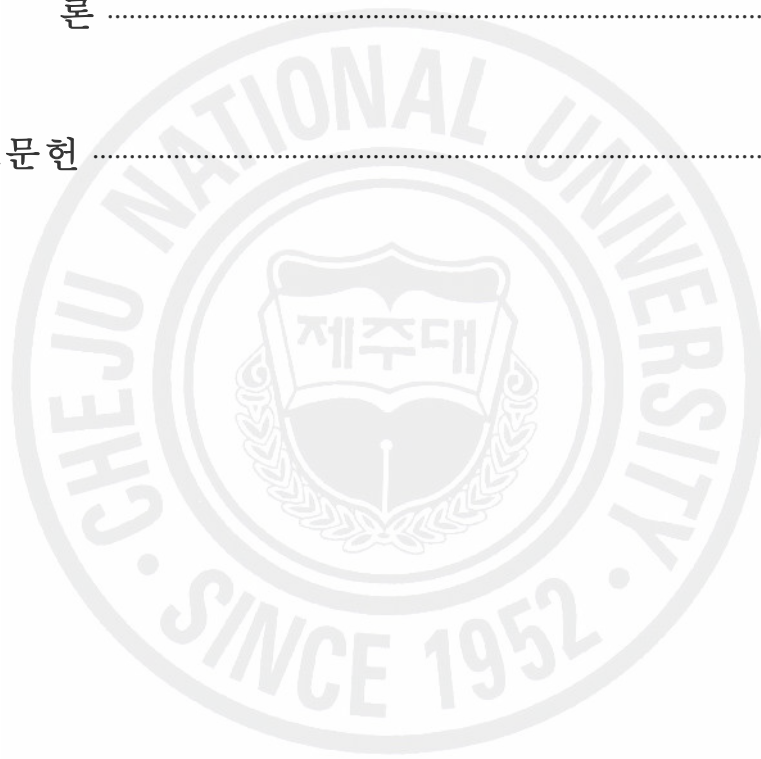
*February. 2008*

Department of Civil & Ocean Engineering  
GRADUATE SCHOOL  
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

# 목 차

List of Figures .....	iii
List of Tables .....	v
Summary .....	vi
<b>I. 서 론</b> .....	1
1. 연구 배경 .....	1
2. 연구 목적 .....	3
3. 논문의 구성 .....	4
<b>II. SPH 기법</b> .....	5
1. SPH 근사법(SPH Approximation) .....	5
2. 핵함수(Kernel Function) .....	7
3. 완화길이(Smoothing Length) .....	9
4. 지배방정식(Governing Equation) .....	10
5. 상태방정식(State Equation) .....	12
6. 인공점성(Artificial Equation) .....	13
7. 경계조건(Boundary Condition) .....	14
8. 시간적분(Time Integration) .....	15
9. 해석의 안정조건(Stability Condition) .....	16
<b>III. 수치모의 결과 및 고찰</b> .....	17
1. 물기둥 붕괴에 관한 수치모의 .....	17
1.1 계산영역 산정 .....	17

1.2 타당성 검토 .....	19
1.3 민감도 해석 .....	21
1.4 수치모의 해석결과 .....	24
2. 고립과 현상에 관한 수치모의 .....	28
2.1 계산영역 산정 및 고립과 생성조건 .....	28
2.2 타당성 검토 .....	30
2.3 수치모의 해석결과 .....	32
IV. 결    론 .....	43
V. 참고문헌 .....	45



## List of Figures

Fig. 1. Shape of Kernel Function .....	8
Fig. 2. Shape of derivative of Kernel Function .....	8
Fig. 3. Smoothing Length .....	9
Fig. 4. Definition sketch showing a water column collapse .....	18
Fig. 5. Comparison of SPH results with other numerical results and the experimental data for the water column collapse .....	20
Fig. 6. The effects of time step( $\delta_t$ ) on water column collapse .....	21
Fig. 7. The effects of $\alpha$ -term in artificial viscosity on water column collapse .....	22
Fig. 8. The effects of particle numbers on water column collapse .....	23
Fig. 9. Particle configurations on water column collapse .....	25
Fig. 10. Velocity vectors on water column collapse .....	26
Fig. 11. Variation of free surface on water column collapse .....	27
Fig. 12. Definition sketch showing a solitary wave .....	28
Fig. 13. Wave board trajectories for generation of solitary wave .....	29
Fig. 14. Maximum runup of solitary wave with different amplitudes on a vertical wall .....	30
Fig. 15. Maximum runup of solitary wave with different amplitudes on a slope wall of 1:2.08 .....	31
Fig. 16. Particle configurations on solitary wave propagation on a vertical wall .....	34
Fig. 17. Velocity distribution on solitary wave propagation on a vertical wall .....	36
Fig. 18. Particle configurations on solitary wave propagation on a slope wall of 1:2.08 .....	39

Fig. 19. Velocity distribution on solitary wave propagation  
on a slope wall of 1:2.08 ..... 41

Fig. 20. Comparison of SPH results and experimental data about  
water surface profiles of solitary wave on a slope wall of 1:2.08 ..... 42



## List of Tables

Table 1. Comparison of SPH results with the experimental data for surge front( $Z$ ) and Height( $H$ ) of the water column collapse ..... 20





## Summary

Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method is one of meshless methods using the particle, which is different from previous methods using the mesh. This method uses smoothed particles as interpolation points to represent materials at discrete locations, so it can easily trace material interfaces, free surfaces and moving boundaries due to large deformations since SPH uses particles or points rather than mesh as computational frame to interpolate.

Fundamentally, SPH method is based the continuity equation and momentum equation by SPH approximation. To analyze the incompressible and viscous Fluid, this method is used the artificial equation and state equation. The equation of boundary condition proposed by Monaghan (1994) for distinguishing between fluid and boundary particles is used. The discrete SPH equation can be integrated with leap-frog method scheme.

In this study, two kinds of numerical simulation by SPH method is carried out. First of all, it is simulated about water column collapse and the result is compared with Martin and Moyce's experimental data and the result of MPS and SMAC method. And a good result is obtained. The sensitive analyses on the time step ( $\delta_t$ ), artificial viscosity  $\alpha$ -term and particle number are performed. It is presented that the controlling these term is related to the efficiency and accuracy of the numerical simulation, and the phenomenon of water column collapse by using the particle and velocity vector is also visualized.

Secondly, the numerical simulation about solitary wave propagation using SPH method is carried out. The results of maximum wave runup on a vertical and slope wall obtained this simulation are compared with the experimental data and are obtained good results. For the more detail comparison, water surface profile on a slope wall is also compared in detail with experimental data and is

obtained a good agreement. The results through particle configuration and velocity distribution at various times are visualized. It is shown to be capable of simulating about sloshing phenomena of a solitary wave propagation, runup, rundown and backwash.

Finally, it is shown that this method could be applied to the breaking phenomenon of hydraulic structures such as dam break and the model of ocean waves like tsunami or storm surge.



# 1. 서 론

## 1. 연구배경

컴퓨터의 용량과 연산속도가 증가함에 따라 이론적으로 해석이 쉽지 않은 물리적 현상들을 해결하기 위하여 컴퓨터를 이용한 수치모의기법들이 활발히 연구되어져 왔다. 이러한 수치모의기법들은 종래 많은 시간과 비용이 드는 실험에 의하지 않고서도 측정하기 어려운 물리적 현상을 예측하고, 실험에 의해서도 측정하기 어려운 복잡한 현상 내에서의 유체유동을 계산하는데 널리 이용되고 있다. 이러한 수치모의의 결과로 얻어지는 자료들도 또한 컴퓨터 그래픽기술의 발전으로 실제의 유동현상과 가깝게 시간에 따라 가시적으로 보여줄 수 있고, 실시간으로 분석하는 것을 가능하게 하였다.

이러한 수치모의를 수행하기 위해 기존의 유동현상을 해석하는 방법에는 격자구조를 이용하여 해석하는 유한차분법(Finite difference method), 경계요소법(Boundary element method), 유한요소법(Finite element method) 등이 있다. 그러나 이 방법들은 격자들을 통해서 몇 개의 절점을 선정하고 이들의 연관성을 찾는 과정이 우선시 되어야 하기 때문에 움직이는 물질의 접촉면, 경계의 변형, 자유표면을 처리하기 위한 어려움을 가지고 있다.

최근에 격자를 선정해야 하는 번거로움과 어려움을 없애고 전체 계산 영역에서 흩어져 있는 입자만을 이용하여 기존의 방법들의 지닌 어려움을 해결해 보기 위한 무격자입자법(Meshfree particle method) 들이 많이 개발되어 적용되고 있는 중이다. Smoothed particle hydrodynamics(SPH) 법은 이들 무격자 방법 중의 하나로서, 격자대신 입자를 이용한 순수 Lagrangian 기법이다. 이 방법 역시 무격자 방법의 장점을 살려 이산적인 공간에서 보간점들으로써 격자구조 대신에 완화입자들을 사용하여 물질의 대변형에 따른 이동경계, 자유수면, 물질의 접촉면을 쉽게 추적하여 처리할 수 있는 장점을 지니고 있다. 이 방법은 1970년대 천체물리학 분야(Lucy, 1977; Gingold and Monaghan, 1977)에서 시작되어, 그 후 자

유수면의 유동에 대한 적용(Monaghan, 1994), 점성을 고려한 유체해석(Takeda et al., 1994), 낮은 레이놀즈 수에서 비압축성 유체해석(Morris et al., 1997), 파동 문제의 적용(Monaghan and Kos, 1999), 해양구조물에 작용하는 파압연구(Gomez and Dalrymple, 2004) 등 다양한 분야로 적용이 시도되고 있는 실정이다.



## 2. 연구목적

본 연구에서는 기존의 격자구조를 이용한 수치모의 방법과는 다른 입자만을 이용한 무격자방법 중의 하나인 SPH법을 이용하여 유체의 유동현상해석에 있어서 적용 가능성을 알아보하고자 두 가지 경우로 나누어서 수치모의를 수행하였다.

우선 선행단계로 실제 댐 붕괴에 관한 유동현상과 관련지을 수 있는 자유표면을 가지는 중력에 의한 물기둥 붕괴에 관한 수치모의를 실행하여 Matin and Moyce(1952)의 실험데이터와 비교하였다. 민감도 분석으로서 인공점성의  $\alpha$ 항, 시간중분( $\delta_t$ ), 유체입자의 수가 해석결과에 어떠한 영향을 끼치는지를 알아보았다. 물기둥 붕괴에 관한 유동현상을 입자와 속도벡터를 이용하여 가시화하여 관찰하였다.

그 다음 단계로 단일과봉을 가지는 고립파의 전파현상에 대해 수치모의 하였다. 그리고 자연현상에서 Tsunami가 해안선으로 내습해오는 현상과 관련지을 수 있는 고립파의 최대 처오름 높이를 수치모의하여 직립벽과 경사면에 대하여 각각 Chan and Street(1970)과 Li and Raichlen(2001)과 비교하였다. 그리고 이에 따른 고립파의 전파현상에 관해 입자와 속도분포를 통해 시간에 따라 나타내 보았다. 이러한 수치모의를 통해 SPH법이 다양한 유동현상에 적용가능한 지를 살펴보기 위함이다.

### 3. 논문의 구성

본 논문에서는 우선 II장에서 SPH근사법 즉 SPH의 기본원리를 시작으로 해석의 정확성과 효율성을 결정짓는 핵함수와 완화길이에 대해 기술하였고, 그리고 지배방정식에 따른 압력과 점성을 결정짓는 상태방정식과 인공점성을 차례로 기술하였다. 그리고 부가적으로 그에 따른 경계면처리와 시간적분 그리고 해석의 안정조건에 대해 기술하였다. III장에서는 본 연구에서 시행한 수치모의에 결과에 대해서 기술하였다. 여기서는 두 가지 형태의 수치모의로서 물기둥 붕괴에 관한 수치모의와 고립파의 전파현상에 관한 수치모의를 실행하였다. 그리고 그에 따른 실험데이터와 비교를 통하여 타당성을 검증하였고, 입자와 속도벡터를 통하여 가시화 하여 나타내었다. IV장은 결론으로서 본 논문에서 얻어진 결론들을 종합적으로 서술하였다.



## II. SPH 기법

### 1. SPH 근사법(SPH Approximation)

SPH는 요소나 격자가 아닌 입자를 통해 해석대상을 구성하고, 핵함수를 이용하여 인접한 입자들의 물리량과 입자간의 관계로부터 각 입자들의 물리량(밀도, 속도, 에너지 등)을 계산한다. 임의 입자의 물리량을 결정하기 위하여 핵함수를 이용하는 핵함수 근사(kernel approximation)와 연속계의 적분을 이산계 입자의 총합으로 근사하는 입자 근사(particle approximation)을 사용하고 있다.

일반적으로 SPH의 함수  $f(x)$ 는 적분형으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f(x) = \int_{\Omega} f(x') \delta(x - x') dx' \quad (1)$$

여기서  $\delta(x - x')$ 는 다음의 조건을 갖는 Dirac Delta 함수이다.

$$\delta(x - x') = \begin{cases} 1 & x = x' \\ 0 & x \neq x' \end{cases} \quad (2)$$

이에 기초하여 Dirac Delta 함수와 유사한 형태를 취하는 핵함수( $W$ )를 이용하면 식(3)과 같은 핵함수 근사식을 얻을 수 있다.

$$\langle f(x) \rangle = \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \quad (3)$$

여기서  $W(x - x', h)$ 는 핵함수이고,  $h$ 는 완화길이(Smoothing Length)로서 핵함수가 값을 가지게 되는 영역의 길이를 나타낸다.

SPH는 유한개의 이산적인 입자들로 해석 영역이 구성되므로, 연속계의 영역 적분을 유한개의 입자들의 합으로 치환하면 핵함수 근사식(4)는 다음과 같은 입자 근사식의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\langle f(x_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(x_i - x_j, h) \quad (4)$$

여기서 입자  $i$ 에서의 입자 근사함수  $f(x)_i$ 는 주변 입자  $j$ 의 함수와 핵함수에 의하여 표시되면,  $m_j$ 와  $\rho_j$ 는 입자  $j$ 의 질량과 밀도이고,  $m_j/\rho_j$ 는 입자  $j$ 의 체적을 나타낸다.

그리고 공간도함수 형태로서 입자근사식을 다음의 식(5)와 같이 나타낼 수도 있다.

$$\langle \nabla f(x_i) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \nabla_i W_{ij} \quad (5)$$

$$W_{ij} = W(x_i - x_j, h) = W(|x_i - x_j|, h)$$

$$\nabla_i W_{ij} = \frac{x_i - x_j}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} = \frac{x_{ij}}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}}$$

여기서  $r_{ij}$ 은 입자  $i$ 와  $j$ 사이의 거리이다.





## 2. 핵함수(Kernel Function)

핵함수는 Dirac Delta함수와 유사한 특성을 나타내야 함으로 다음과 같은 세 가지 조건을 만족해야 한다.

- Normalization Condition:  $\int_{\Omega} W(x-x', h) dx' = 1$
- Delta Function Property:  $\lim_{h \rightarrow 0} W(x-x', h) = \delta(x-x')$  (6)
- Compact Condition:  $W(x-x', h) = 0$  when  $|x-x'| > \kappa h$

여기서  $\kappa$ 는 핵함수와 관련된 상수이고, 핵함수의 유효면적을 정의한다.

핵함수로는 일반적으로 2차원 공간상에서 Gaussian 핵함수(7)와 Cubic Spline 핵함수(8)가 사용된다.

$$W(R, h) = \frac{1}{\pi h^2} e^{-R^2} \quad (7)$$

$$W(R, h) = \frac{15}{7\pi h^2} \times \begin{cases} \frac{2}{3} - R^2 + \frac{1}{2}R^3 & 0 \leq R < 1 \\ \frac{1}{6}(2-R)^3 & 1 \leq R < 2 \\ 0 & R \geq 2 \end{cases} \quad (8)$$

여기서  $R = \frac{|x-x'|}{h}$ 이다.

이 함수들을 그래프로 도식하여 비교해 보면 Fig. 1과 같이 나타내어진다. Fig. 1에서 Gaussian 핵함수는 공간영역이  $3h$ 내의 입자까지 계산되는 반면, Cubic Spline 핵함수는 공간영역이  $2h$ 내에 입자까지 계산하게 된다. 그리고 Fig. 2는 이 함수들의 일차 도함수를 그래프로 도식화하였다. 이런 핵함수들의 연속성으로 인해서 SPH법은 기존의 격자를 이용한 해석방법과는 달리 격자망이 필요없다는 장점을 가지게 된다. 본 연구에서는 가장 일반적으로 쓰이는 Cubic Spline 핵함수를 사용하였다.

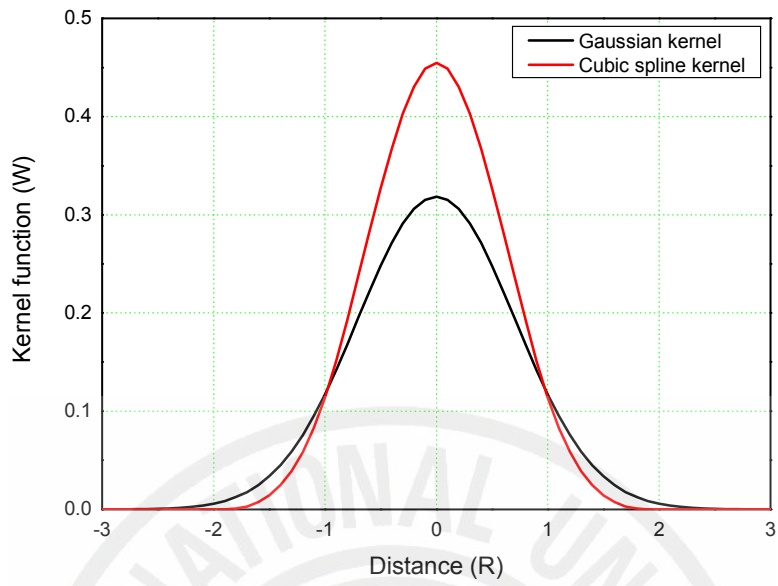


Fig. 1. Shape of Kernel Function

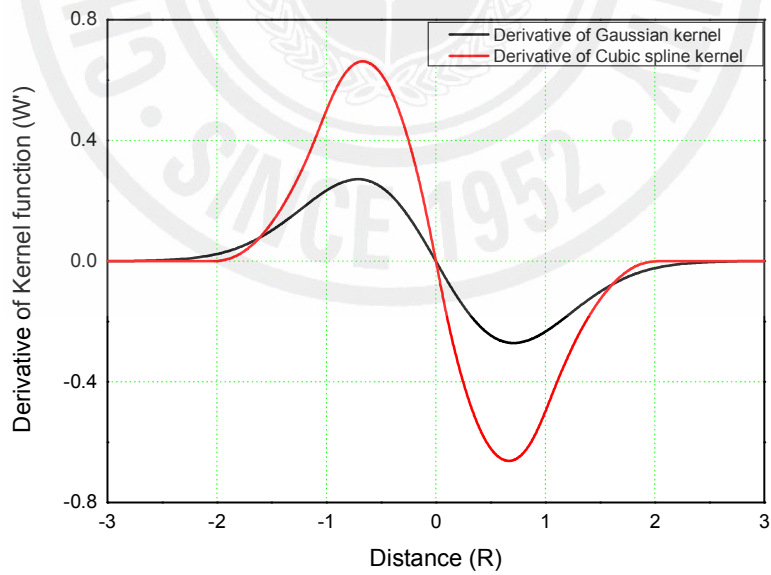


Fig. 2. Shape of derivative of Kernel Function

### 3. 완화길이(Smoothing Length)

완화길이는 Fig. 2 에서와 같이 핵함수의 효과가 미치는 유효폭을 나타내며, 또한 한 입자에 대한 다른 입자의 영향거리를 나타낸다. 이 완화거리는 계산의 효율성과 정확성에 직접적으로 영향을 주게 된다. 만약 완화거리가 너무 작을 때에는 가하는 힘에 비해 지배면적에 입자가 너무 적어 낮은 정확성을 초래하고, 그와 반대로 완화거리가 너무 길 때에는 너무 많은 입자들로 인해 계산시간이 많이 걸려 효율성이 떨어지고, 또 입자들 사이에 Smoothed Out 되는 경우가 발생해 정확성의 오히려 나빠지게 된다. SPH 기법에서는 2차원일 경우 자신을 포함한 이웃하는 입자의 수가 20~30개 분포되는 것을 최선으로 하고 있다. 그리고 입자들이 격자 안에 놓여지게 되는 경우에는 초기입자 간격의 1.2배 정도를 최선으로 한다. 이것은 FDM에서 Grid-Cell 의 폭과 같다.

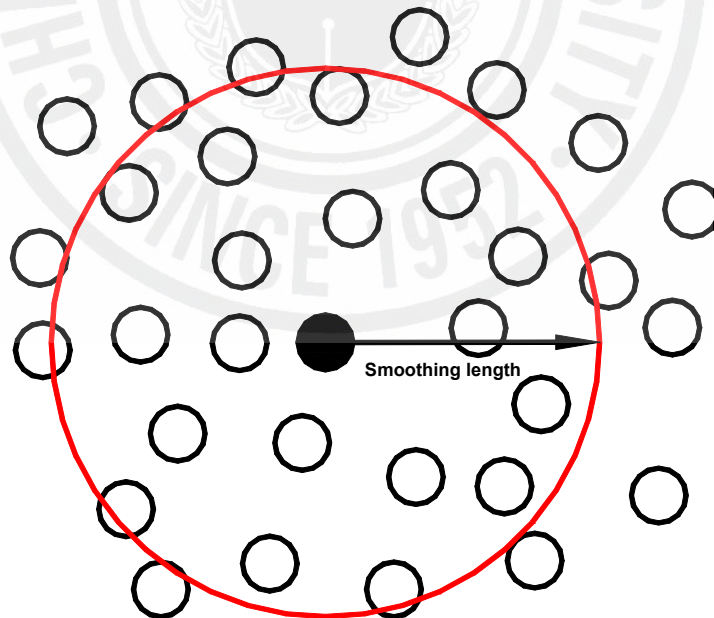


Fig. 3. Smoothing Length

#### 4. 지배방정식(Governing Equation)

기본방정식인 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta} \quad (9)$$

$$\frac{Dv^\alpha}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \quad (10)$$

$$\frac{De}{Dt} = \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho} \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} \quad (11)$$

여기서  $\rho$ 는 밀도,  $v$ 는 속도,  $e$ 는 에너지,  $\sigma$ 는 응력텐서,  $t$ 는 시간으로 표현되고,  $\alpha, \beta$ 는 텐서표기로 공간에서 나타내는 방향을 표현한다.

또, 응력과 점성에 대해서는 Newtonian 유체로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma^{\alpha\beta} = -p\delta^{\alpha\beta} + \tau^{\alpha\beta} \quad (12)$$

$$\tau^{\alpha\beta} = \mu\epsilon^{\alpha\beta} \quad (13)$$

$$\epsilon^{\alpha\beta} = \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} - \frac{2}{3}(\nabla v)\delta^{\alpha\beta}$$

여기서  $p$ 는 압력,  $\tau$ 는 전단응력,  $\mu$ 는 점성계수를 나타낸다.

에너지방정식(11)을 압력과 점성에 대하여 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{De}{Dt} = -\frac{p}{\rho} \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta} + \frac{\mu}{2\rho} \epsilon^{\alpha\beta} \epsilon^{\alpha\beta} \quad (14)$$

연속방정식(9)을 항등조건(15)과 입자근사식을 이용하여 SPH기법으로 정식화시키면 다음과 같다.

$$-\rho \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta} = -\left( \frac{\partial(\rho v^\beta)}{\partial x^\beta} - v^\beta \frac{\partial \rho}{\partial x^\beta} \right) \quad (15)$$

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j v_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \quad (16)$$

$$v_{ij}^\beta = (v_i^\beta - v_j^\beta)$$

운동량방정식(10)을 항등조건(16)과 입자근사식을 이용하여 SPH기법으로 정식화시키면 다음과 같다.

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} = \frac{\partial}{\partial x^\beta} \left( \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho} \right) + \frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x^\beta} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{Dv_i^\alpha}{Dt} &= \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{p_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{p_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \\ &= - \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} + \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\mu_i \epsilon_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\mu_j \epsilon_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\epsilon_i^{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} v_{ji}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\alpha} + \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} v_{ji}^\alpha \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} - \left( \frac{2}{3} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} v_{ji}^\gamma \nabla_\gamma W_{ij} \right) \delta^{\alpha\beta}$$

에너지방정식(14)을 두 개의 항등조건(19), (20) 입자근사식을 이용하여 SPH기법으로 정식화시키면 다음과 같다.

$$- \frac{p}{\rho} \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta} = \frac{p}{\rho^2} \left( -\rho \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta} \right) = \frac{p}{\rho^2} \frac{D\rho}{Dt} \quad (19)$$

$$- \frac{p}{\rho} \frac{\partial v^\beta}{\partial x^\beta} = - \frac{\partial}{\partial x^\beta} \left( \frac{p v^\beta}{\rho} \right) + v^\beta \frac{\partial}{\partial x^\beta} \left( \frac{p}{\rho} \right) \quad (20)$$

$$\frac{De_i}{Dt} = \frac{1}{2} \sum_j^N m_j \left( \frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) v_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \frac{\mu_i}{2\rho_i} \epsilon_i^{\alpha\beta} \epsilon_i^{\alpha\beta} \quad (21)$$

앞에 기술한 기본방정식에서 인공점성의 영향과 외부힘을 고려하여 SPH 기법으로 정식화하여 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j v_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \quad (22)$$

$$\frac{Dv_i^\alpha}{Dt} = \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{p_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{p_j^2} + \Pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + F_i^\alpha \quad (23)$$

$$\frac{De_i}{Dt} = \frac{1}{2} \sum_j^N m_j \left( \frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} + \Pi_{ij} \right) v_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \frac{\mu_i}{2\rho_i} \epsilon_i^{\alpha\beta} \epsilon_i^{\alpha\beta} \quad (24)$$

여기서  $v_i, x_i$ 는 각각 입자  $i$ 의 속도, 위치를 나타내고,  $F_i$ 는 외부 힘,  $\nabla_i$ 는 입자  $i$ 에 대한 핵함수 증감을 나타낸다. 압력  $P_i$ 는 약한 압축성이라는 가정아래에서 상태방정식 (25)을 이용하고,  $\Pi_{ij}$ 는 인공점성(28)를 통하여 구한다.

## 5. 상태방정식(State Equation)

비압축성 유동해석에서 운동량 방정식을 통하여 압력항을 효과적으로 계산하는 일은 어려운 과제이다. SPH법에서는 비압축성 자유수면의 유동을 위해 유체의 압력은 약한 압축성이라는 가정하에 다음의 상태방정식으로부터 얻을 수 있다 (Batchelor, 1967; Monaghan, 1994).

$$P = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right] \quad (25)$$

여기서  $\rho_0$ 는 초기밀도이고,  $\gamma$ 는 무차원 상수이지만, 대부분의 경우 7의 값을 사용한다. 그리고  $B$ 는 초기 압력으로 밀도의 최대 변화조건에 따라 결정되는 상수이고 다음과 같은 식을 가진다.

$$B = \frac{\rho_0 c^2}{\gamma} \quad (26)$$

비압축성의 유체의 흐름을 위해 Monaghan(1994)은 밀도변동( $\delta$ )을 다음과 같이 나타내었다.

$$\delta = \frac{\Delta \rho}{\rho_0} = \frac{|\rho - \rho_0|}{\rho_0} = \frac{v_b^2}{c^2} = M^2 \quad (27)$$

여기서  $v_b$ 는 유체의 체적 속도이고,  $M$ 은 Mach Number를 나타낸다. 음속  $c$ 가 커질 경우, Mach Number는 작아지고 밀도변동 역시 거의 무시되므로, 본 연구에서는 유체의 비압축성을 잘 나타내기 위해 Mach Number가 0.1를 넘지 않도록 초기 압력을 설정하였다.

## 6. 인공점성(Artificial Equation)

인공점성은 경계면에서의 수치적 발산을 제거하기 위하여 SPH법에서 사용된다. Monaghan and Gingold(1983)는 인공점성  $\Pi_{ij}$ 에 대한 다음의 식(24)을 제시하였다.

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha \bar{c}_{ij} \mu_{ij} + \beta \mu_{ij}^2}{\rho_{ij}}, & v_{ij} \cdot x_{ij} < 0 \\ 0, & v_{ij} \cdot x_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (28)$$

$$\bar{c}_{ij} = \frac{c_i + c_j}{2}$$

$$\bar{\rho}_{ij} = \frac{\rho_i + \rho_j}{2}$$

$$\mu_{ij} = \frac{h v_{ij} \cdot x_{ij}}{x_{ij}^2 + \eta^2}$$

여기서  $x_{ij}$ 는 입자  $i$ 와 입자  $j$ 의 상대위치,  $v_{ij}$ 는 입자  $i$ 와 입자  $j$ 의 상대속도를 나타내며,  $c$ 는 음속을 나타낸다.  $\alpha$ 항은 운동량 보존 방정식의 전단과 체적점성의 역할을 하며,  $\beta$ 항은 Von Neumann-Richtmyer Viscosity와 유사한 것으로 높은 마하수를 가진 충돌에서 입자들이 서로 섞이는 것을 방지하며,  $\eta$ 항은 분모가 영이 되지 않도록 하기 위한 작은 값으로 수치적인 발산을 방지하기 위한 값이다.

## 7. 경계벽 조건(Boundary Condition)

경계벽을 설정하기 위해선 고정된 입자들로 이루어진 경계입자를 이용하여야 한다. 경계입자는 공간상에 고정되어 있으면서, 유체의 자유로운 입자들과 상호작용을 하게 된다.

본 연구에서는 이러한 경계입자들이 고체벽면의 역할을 하기 위해서 Monaghan (1994)이 제시한 방법 가상입자들을 사용하였고, 경계벽의 침투를 막기 위해서 Lennard -Jones 형태의 다음 식을 사용하였다. 이 식은 입자들은 경계벽 근처에서 강한 반발력을 생성해 유체입자의 물리적인 경계벽 침투를 막아 준다(Monaghan, 1994).

$$f(r) = \begin{cases} D \left[ \left( \frac{r_0}{r_{ij}} \right)^{n_1} - \left( \frac{r_0}{r_{ij}} \right)^{n_2} \right] \frac{x_{ij}}{r_{ij}^2}, & \left( \frac{r_0}{r_{ij}} \right) \leq 1 \\ 0, & \left( \frac{r_0}{r_{ij}} \right) > 1 \end{cases} \quad (29)$$

여기서  $n_1$ ,  $n_2$ 는 매개변수로서 Monaghan (1994)이 제안한 4, 2 값을 각각 사용하였고,  $D$ 는 최대속도  $v_{\max}^2$ 의 값을 사용하였다. 그리고 유체입자와 고체입자의 반발력 생성거리를 결정짓는  $r_0$ 는 초기입자 간격으로 설정하였다.



## 8. 시간 적분(Time Integration)

본 연구에서는 Leap-frog법을 사용하여 연속방정식과 운동량방정식에 의하여 결정된 밀도, 속의 항을 시간에 대해 적분하였다. 밀도에 대한 시간 적분은 시간  $t$ 에서의 각 변수의 값에 변수의 미분값과 시간 증분의 곱을 더하여 시간  $t+\delta_t$ 에서의 값을 계산하는 형태로 식(30)과 같이 나타낸다.

$$\rho_i^{n+1} = \rho_i^n + \frac{D\rho_i}{Dt} \delta_t^n \quad (30)$$

여기서  $n$ 과  $n+1$ 은 각각 시간  $t$ 와  $t+\delta_t$ 를 나타낸다.

속도의 경우에는  $t$ 와  $t+\delta_t$ 의 중간 시간에서의 값을 구하는 형태로 식(31)과 같이 나타낸다. 이는 중앙 적분법을 위치 변수인  $x_i$ 에 적용하기 위한 것으로서 속도적분식(31)로부터 입자위치는 식(32)과 같이 결정된다.

$$v_i^{n+\frac{1}{2}} = v_i^{n+\frac{1}{2}} + \frac{Dv_i}{Dt} \frac{(\delta_t^n + \delta_t^{n-1})}{2} \quad (31)$$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + v_i^{n+\frac{1}{2}} \delta_t^n \quad (32)$$

여기서  $n-\frac{1}{2}$ 과  $n+\frac{1}{2}$ 은 각각 시간  $t-\frac{1}{2}\delta_t$ 와  $t+\frac{1}{2}\delta_t$ 를 나타낸다.

이렇게 결정된 위치, 밀도, 속도는 다시 다음 시간에서의 각 변수들의 시간 미분을 계산하기 위하여 사용되며, 이와 같은 과정을 시간에 따라 반복하게 된다.

## 9. 해석의 안정조건(Stability Condition)

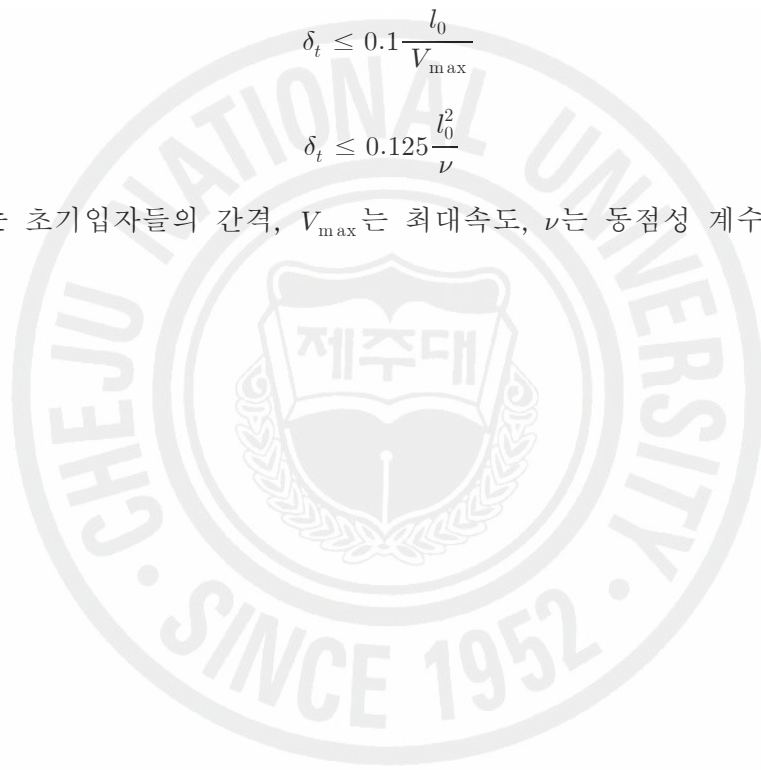
해석의 정확성과 안정성을 위해서는 무조건적인 시간증분( $\delta_t$ )설정 보다는 해석의 안정조건 범위 내에서의 시간증분 설정이 필요하다.

본 연구에서는 Shao and Lo(2004)의 Courant조건식(33)과, 점성확산을 고려한 조건식(34)을 이용하였다. 이 둘 조건을 만족하는 범위내에서 시간증분을 설정하였다.

$$\delta_t \leq 0.1 \frac{l_0}{V_{\max}} \quad (33)$$

$$\delta_t \leq 0.125 \frac{l_0^2}{\nu} \quad (34)$$

여기서  $l_0$ 는 초기입자들의 간격,  $V_{\max}$ 는 최대속도,  $\nu$ 는 동점성 계수이다.



### III. 수치모의 결과 및 고찰

#### 1. 물기둥 붕괴에 관한 수치모의

##### 1.1 계산영역 산정

본 연구에서는 Fig. 4에 나타낸 것과 같이  $10m \times 3m$ 인 전체영역에서 Martin and Moyce실험과 같이 폭과 높이의 비가 1:2인  $1.25m \times 2.5m$ 크기의 물기둥을 입자수  $20 \times 40$ 개로 동일한 간격으로 배열하였다. 여기서 시간증분  $\delta_t = 10^{-4}sec$ , 중력가속도  $g = 9.81m/sec^2$ 의 값을 각각 가진다. 경계입자는 아래바닥면  $10m$ 와 왼쪽벽면  $3m$ 에 배열하였고, 입자배열은 Dalrymple and Knio(2000)가 제안한 엇갈림 배열을 사용하였다. 그리고 물기둥 붕괴가 일정시간 지난 후 장애물에 대한 유동현상을 알아보기 위해  $7m$ 지점에 폭  $1m$ , 높이  $0.1m$ 의 타원형 장애물을 배치하였다. 이는 물기둥 붕괴에 큰 영향을 끼치지 않는 범위에서의 유동현상을 알아보기 위함이다. 유체입자의 초기밀도조건은 정압력이 형성되도록 다음의 식(35)을 사용하였다.

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{\rho_0 g (H - y)}{B} \right)^{1/\gamma} \quad (35)$$

여기서  $H$ 는 초기수심,  $y$ 는 바닥에서의 수직거리이다. 본 연구에서는  $\rho_0 = 1000kg/m^3$ 을 사용하였고,  $B$ 값은 Monaghan(1994)이 제시한  $200gH\rho_0/\gamma$ 을 사용하였다. 여기서  $\gamma = 7$ 을 이용하였다.

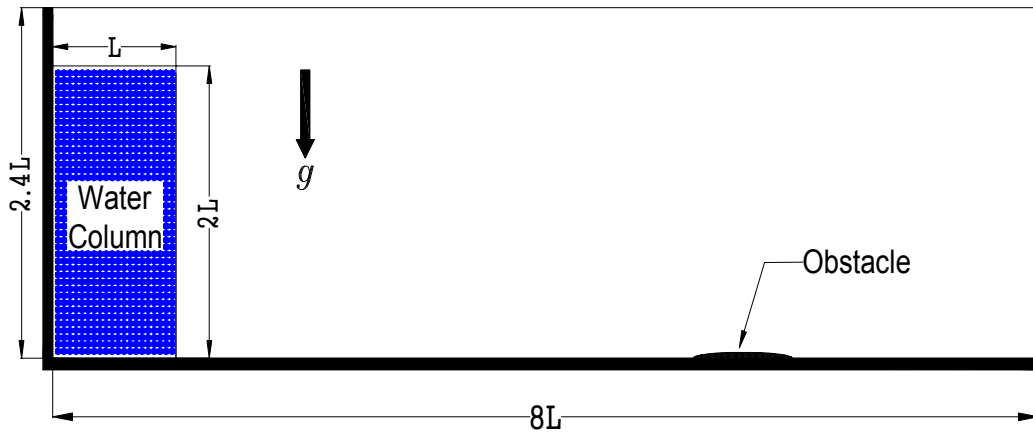
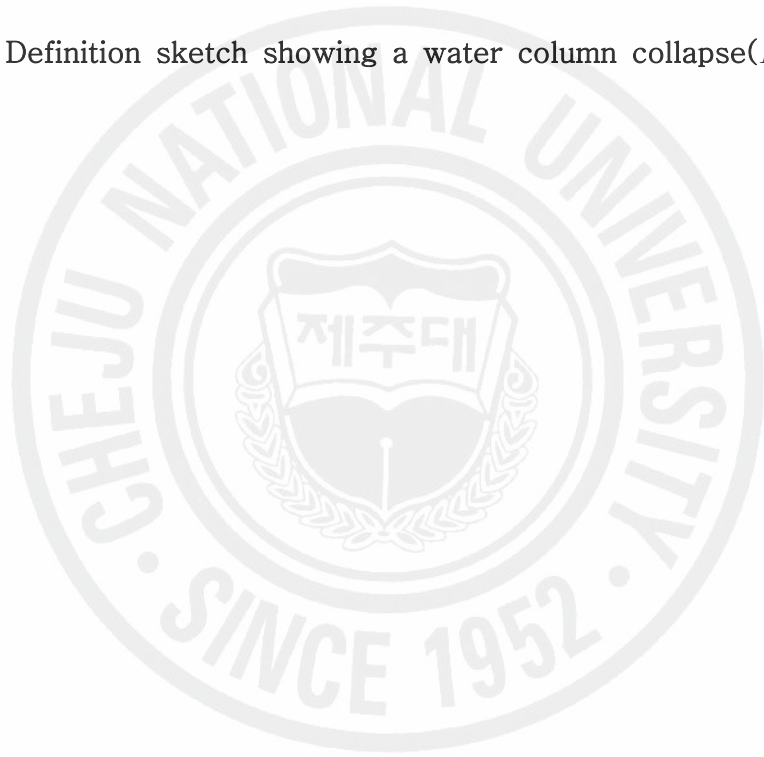


Fig. 4. Definition sketch showing a water column collapse( $L = 1.25$ )



## 1.2 타당성 검토

Fig. 5는 SPH법을 이용한 수치모의의 타당성을 검증하기 위하여, 본 연구의 계산결과를 Martin and Moyce(1952)의 실험 데이터, SPH법과 유사하게 입자를 이용한 Koshizuka and Oka(1996)의 MPS(Moving-Particle Semi-implicit)법 계산결과, 기존의 격자를 나누어 해석하는 김과 김(2001)의 SMAC(Simplified Marker and Cell)법 계산결과와 비교하여 도표로 나타낸 것이다. Martin and Moyce는 실험시 물기둥의 폭은 2.25inch, 1.125inch로 하였고, 물기둥의 높이의 폭의 2배를 사용하였다. Fig. 5의 가로축은 무차원의 시간, 세로축은 처음의 물기둥 폭과 물기둥 붕괴시 시간의 진행에 따라 선단이 퍼져 나간 거리와의 비이다. Fig. 5의 결과로부터 Martin and Moyce(1952)의 실험 데이터, Koshizuka and Oka(1996)의 MPS법 계산결과, 김과 김(2001)의 SMAC법 계산결과와 정성적으로 유사한 물기둥 붕괴현상을 나타내고 있다고 생각된다.

Table 1은 수치모의의 세부적인 타당성을 검증하기 위해 본 연구의 계산결과를 Martin and Moyce(1952) 실험데이터와 정량적으로 비교한 것이다. 그 결과 본 연구의 계산결과와 Martin and Moyce(1952) 실험데이터가 근사적으로 일치하는 것을 알 수 있었다. 여기서  $T=nt(g/L)^{1/2}$ ,  $t$ 는 경과시간,  $n^2$ 은 물기둥 폭에 대한 높이의 비,  $H=h/2L$ ,  $h$ 는 시간에 따른 물기둥 최고높이,  $Z=z/L$ ,  $z$ 는 시간에 따른 물기둥 선단 이동거리 이다.

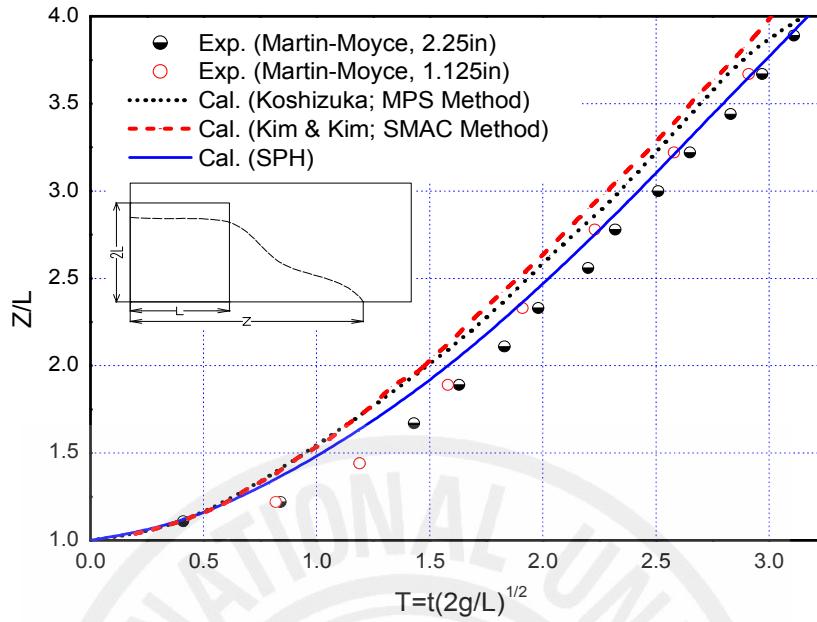


Fig. 5. Comparison of SPH results with other numerical results and experimental data for the water column collapse

Table 1. Comparison of SPH results with experimental data for surge front( $Z$ ) and Height( $H$ ) of the water column collapse

$T$	$H(\text{Exp.})$	$H(\text{SPH})$	$T/n$	$z(\text{Exp.})$	$z(\text{SPH})$
0.77	0.89	0.89	0.84	1.22	1.34
1.08	0.78	0.80	1.63	1.89	2.04
1.46	0.67	0.70	2.20	2.56	2.74
1.84	0.56	0.61	2.65	3.22	3.31

### 1.3 민감도 해석

시간증분( $\delta_t$ )는 수치해석의 안정성을 위해 고려되어야 한다. 식(33), (34)를 통해 시간증분( $\delta_t$ )의 최대범위를 결정한 후, 그 범위내에서의 시간증분의 변화를 통해 민감도 해석을 수행하였다. Fig. 9는 입자수  $20 \times 40$ 이고, 인공점성의  $\alpha$ 항이 0.05일때 시간증분( $\delta_t$ )을  $10^{-4}$ ,  $5 \times 10^{-5}$ ,  $10^{-5}$  으로 변화시켜 Martin and Moyce(1952)의 실험 데이터와 비교한 것을 Fig. 6에 나타내었다. 그 결과 시간증분( $\delta_t$ )의 변화와 관계없이 Martin and Moyce(1952)의 실험 데이터와 일치하는 것을 알 수 있다. 그러나 시간증분의 감소는 직접적으로 해석시간의 증가하는 결과를 가져오므로 시간증분( $\delta_t$ )은 수치적 안정성 범위내에서 적절하게 고려되어야 할 필요가 있다고 생각된다.

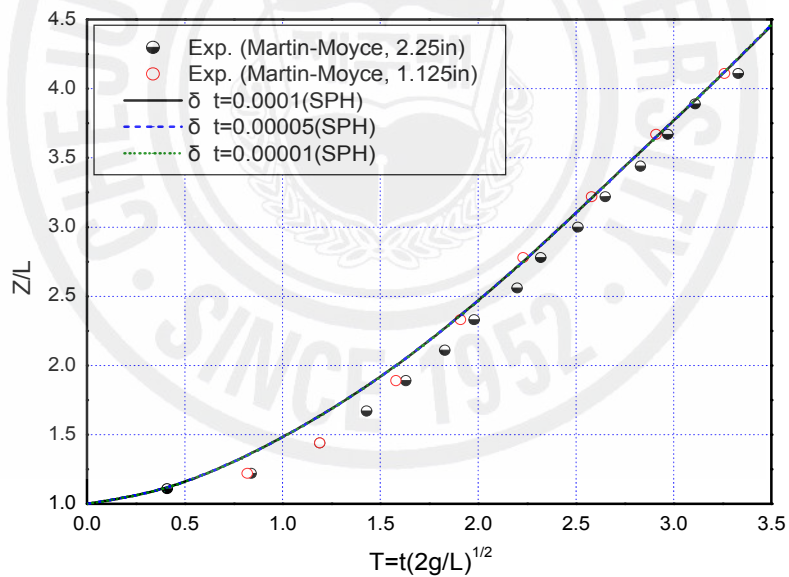


Fig. 6. The effects of time step( $\delta_t$ ) on water column collapse

SPH법에서 앞서 말한바와 같이 인공점성은 경계면에서의 수치적 발산을 제거하기 위하여 사용된다. 식(28)에서와 같이 인공점성의 크기를 결정하기 위해서는 무차원 상수인  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\eta$ 항 값의 결정이 중요하다.  $\alpha$ 항은 운동량 보존 방정식의 전단과 체적점성의 역할을 하며,  $\beta$ 항은 Von Neumann-Richtmyer Viscosity와 유사한 것으로 높은 마하수를 가진 충돌에서 입자들이 서로 섞이는 것을 방지하고,  $\eta$ 항은 수치적으로 발산을 막기 위한 작은 값을 사용한다. Fig. 7은 시간증분이  $\delta_t = 10^{-4}$ sec이고, 입자수  $20 \times 40$ 일때 물기둥 붕괴 현상에 관련된  $\alpha$ 항의 값만을 0.01, 0.05, 0.10로 변화시켜 Martin and Moyce (1952)의 실험 데이터와 비교를 하여 도표로 나타내었다. 여기서 물기둥 붕괴는 고속충돌이 아닌 경우이므로  $\beta$ 항은 0으로 설정하였다. Fig. 10에서 보면  $\alpha$ 항에 따라서 미세한 차이를 보이는 것을 알 수 있다.  $\alpha$ 항의 값이 증가할수록 Martin and Moyce (1952)의 실험 데이터와 근접해가는 것을 알 수 있다. 그러나  $\alpha = 0.50$ 일때 Martin and Moyce(1952)의 실험데이터와 차이를 보이는 것으로 보인다. 이는 인공점성도 인위적인 힘을 부과하는 것이므로 적당한 범위 내에서의 조절이 필요하다.

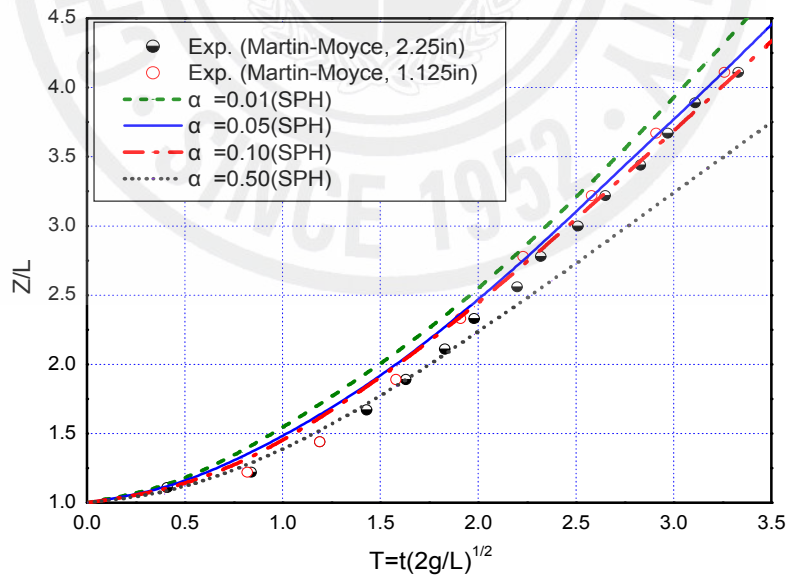


Fig. 7. The effects of  $\alpha$ -term in artificial viscosity on water column collapse



SPH에서는 입자수에 따라 입자간의 간격과 완화길이를 조절해야 더 정확한 해석결과를 얻을 수 있다. 그러나 무조건적인 입자수의 증가는 식(33)에서의 초기입자들 사이의 간격( $l_0$ )을 줄어들게 하여, 수치적 안정성을 위하여 시간증분이 작아져 해석시간이 증가하는 결과가 생긴다. Fig. 11은 시간증분  $\delta_t = 10^{-4}$ sec이고, 인공점성의  $\alpha$ 항이 0.05일때 입자수를  $10 \times 20$ ,  $15 \times 30$ ,  $20 \times 40$ 으로 변화시켜 Martin and Moyce(1952)의 실험 데이터와 비교를 하여 Fig. 8에 나타내었다. 입자수가 증가하면 할수록 Martin and Moyce(1952)의 실험 데이터와 근접해가는 것을 알 수 있다. 이는 입자수가 증가할수록 해석의 정확성에도 기여하는 것으로 보여진다. 그러나 그에 따른 해석시간이 증가에도 기여하므로, 최적의 입자수 선정은 해석의 정확성과 효율성을 높일 수 있다고 생각된다.

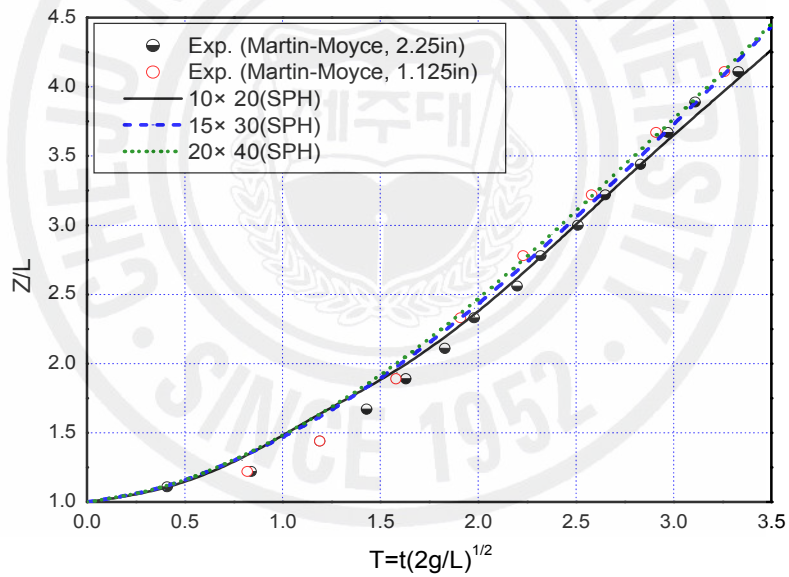
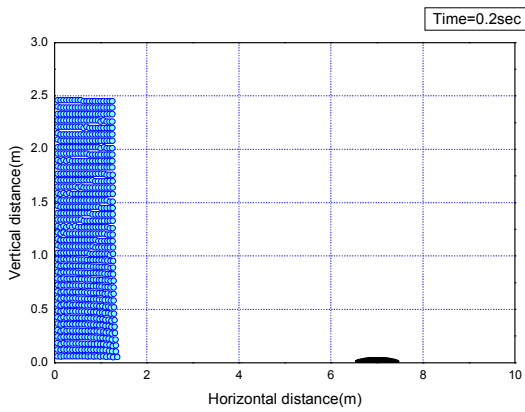


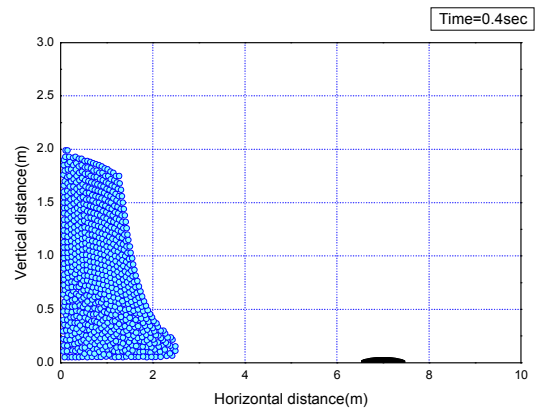
Fig. 8. The effects of particle numbers on water column collapse

#### 1.4 수치모의 해석결과

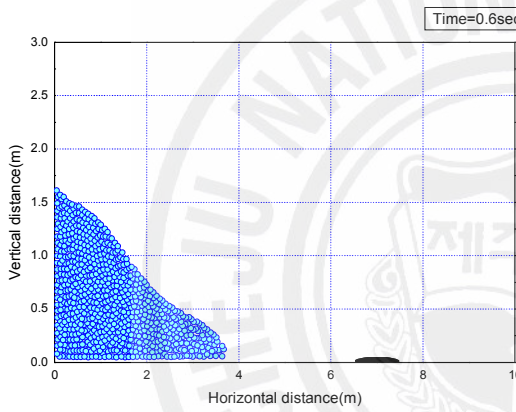
해석결과의 입자분포와 속도벡터의 분포를 Fig. 9과 Fig. 10에 각각 나타내었다. Fig. 9(a)~(e)와 Fig. 10(a)~(e)은 정지해 있던 물기둥이 중력가속도에 의해 쏟아져 내린 현상을 입자와 속도벡터의 분포를 시간에 따라 보여주고 있고, Fig. 9(f)와 Fig. 10(f)는 물기둥 붕괴가 일정시간 지나서 타원형 장애물을 만나서 월류하는 현상을 입자분포와 속도벡터의 분포를 통해 보여주고 있다. Fig. 9(a)~(e)에서는 물기둥의 오른쪽 위 자유표면에서부터 붕괴하기 시작하여 점차 바닥을 따라 유동하고 있음을 관찰할 수 있으며, Fig. 9(f)에서는 타원형 장애물을 비교적 완만하게 월류하는 것을 관찰할 수 있다. Fig. 9(a)~(e)에서는 쏟아져 내린 물이 시간이 지남에 따라 유속이 증가하면서 자유수면이 바닥을 따라서 진행되는 것을 관찰할 수 있으며, Fig. 10(f)에서는 원만한 타원형 장애물을 빠른 속도로 원래의 방향성을 유지하면서 진행하는 것을 관찰할 수 있다.



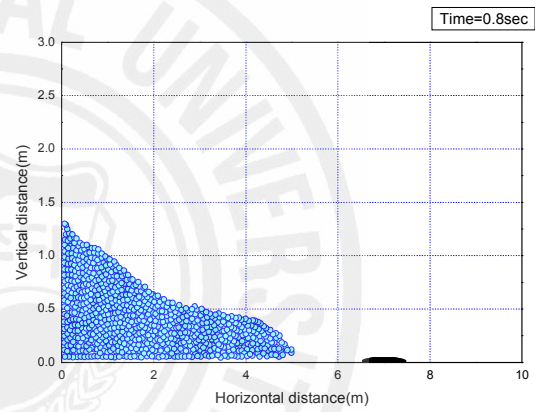
(a) Time=0.2sec



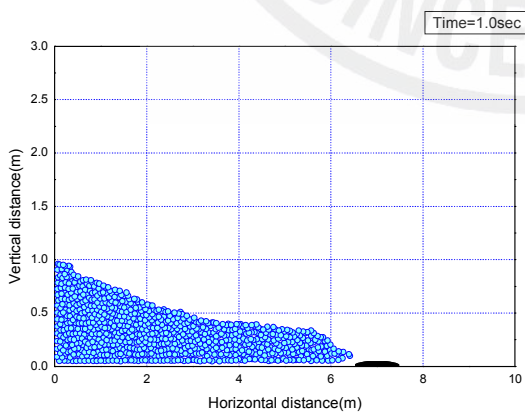
(b) Time=0.4sec



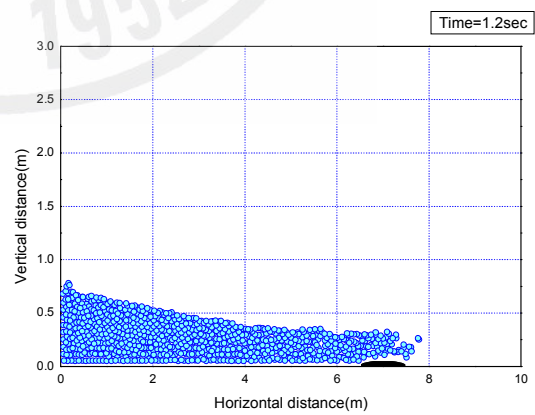
(c) Time=0.6sec



(d) Time=0.8sec

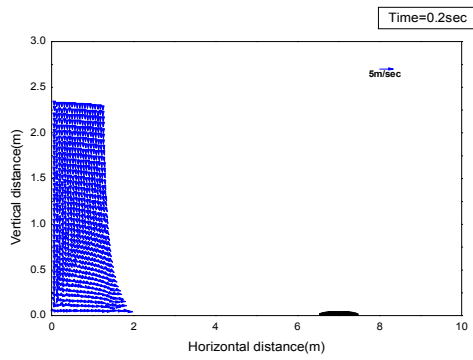


(e) Time=1.0sec

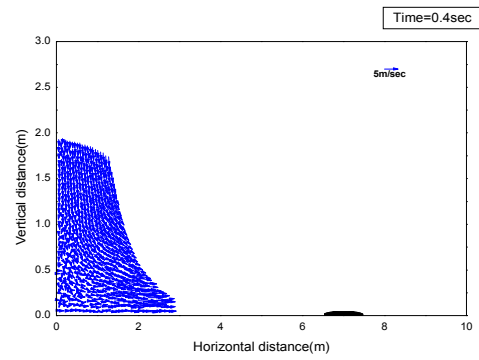


(f) Time=1.2sec

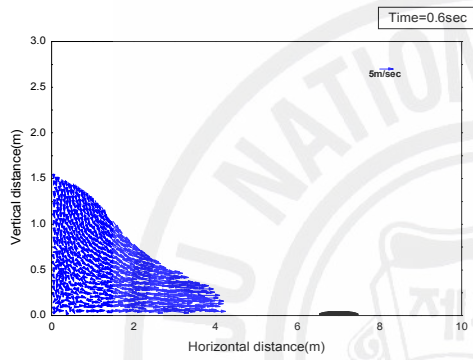
Fig. 9. Particle configurations on water column collapse



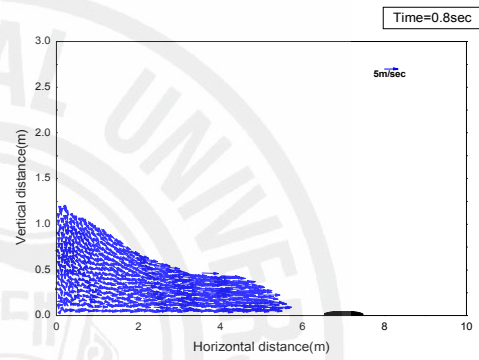
(a) Time=0.2sec



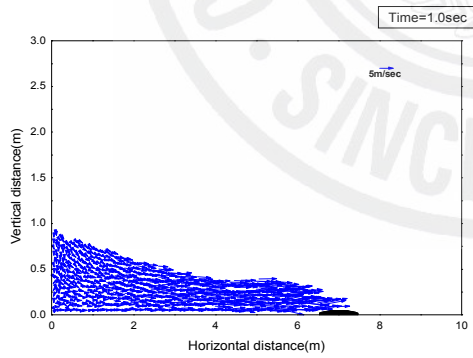
(b) Time=0.4sec



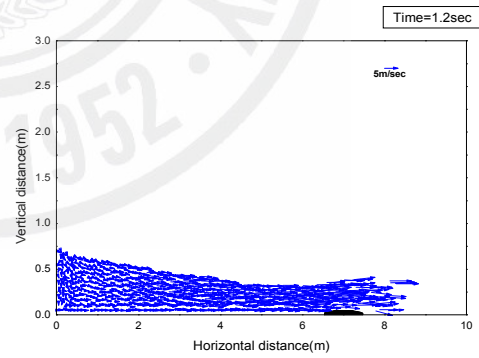
(c) Time=0.6sec



(d) Time=0.8sec



(e) Time=1.0sec



(f) Time=1.2sec

Fig. 10. Velocity vectors on water column collapse

Fig. 11은 Fig. 9에서 나타낸 물기둥의 외부입자들을 이용하여 각 시간대별의 물기둥 붕괴에 따른 자유표면의 변화를 나타낸 것이다. Fig. 11은 수평 거리축을 통해 시간에 따른 물기둥 선단의 이동거리를 잘 나타내고 있으며 수직 거리축을 통해 시간의 지남에 따라 수직거리의 변화량이 점차 줄어드는 것을 보여준다. 이는 시간의 지남에 따라 물기둥 자유표면이 점차 안정되고 있다는 것으로 사료된다.

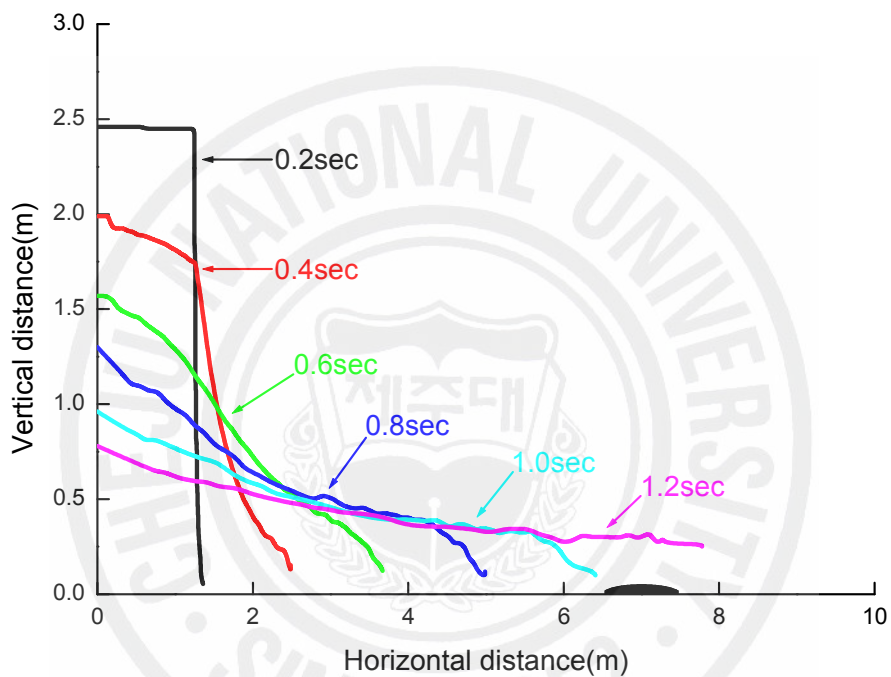


Fig. 11. Variation of free surface on water column collapse

## 2. 고립파 현상에 관한 수치모의

### 2.1 계산영역 산정 고립파 생성조건

본 연구에서는 Fig. 12에 나타낸 것과 같이 Piston 형식의 조파기를 이용하여 단일파봉  $\eta(x, t)$ 로 이루어진 고립파를 생성하였다. 그리고 일정한 수심( $d$ )에서 다양한 파고( $a$ )의 변화에 따른 처오름 높이( $R$ ) 현상을 직립벽 ( $\beta = 90^\circ$ )과 경사면 ( $\beta \approx 26^\circ$ )에 대해 각각 수치모의 하였다.

여기서  $X_1$ 은 경사면 선단으로부터 고립파 파장( $L$ )에 대하여 1/2값 떨어진 곳으로 설정한다. 자유수면 비교 시 실험데이터와 동일한 시간대를 가지기 위함이다. 그리고 고립파 파장에 관한 식은 Li and Raichlen (2001)이 제안한 식(36)을 사용하였다.

$$L = \frac{2}{\sqrt{\frac{3a}{4d}}} \left[ \operatorname{arccosh} \left( \sqrt{\frac{1}{0.05}} \right) \right] \quad (36)$$

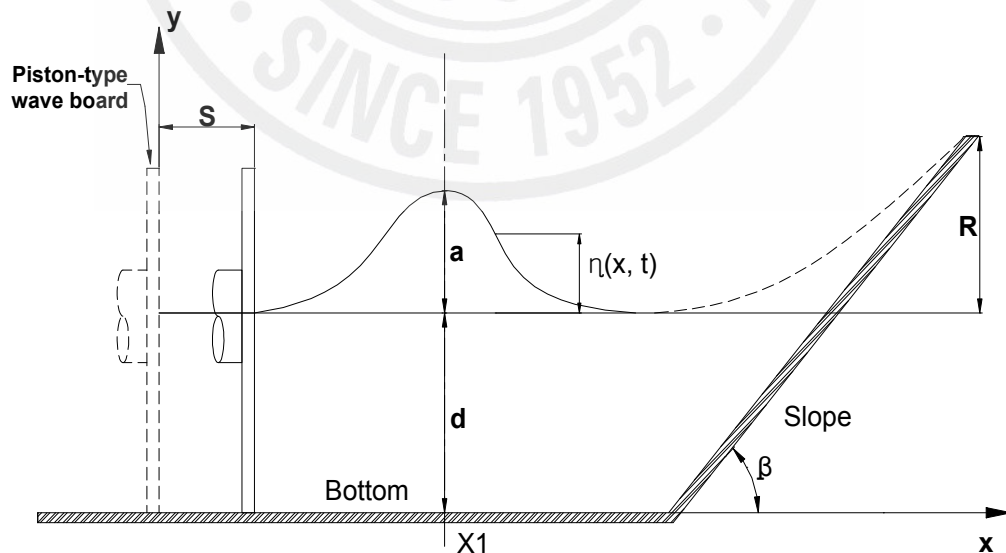


Fig. 12. Definition sketch showing a solitary wave

고립파의 생성 조건으로는 Goring and Raichlen에 의한 시간에 따른 조파기의 이동변위에 관한 식(37)을 사용하였다(Hughes, 1993).

$$X_p(t) = \frac{a}{dl} \tanh[l(ct - X_0)] \quad (37)$$

그리고 이 식을 피스톤이 전 행정( $S = X_0/2$ )을 할 수 있게 시간에 관한 정수( $t_c = X_0/c$ )를 이용 변형하면 다음과 같은 피스톤 전 행정에 관한 피스톤 이동변위에 관한 식(38)과 이동속도에 관한 식(39)을 얻을 수 있다.

$$X_p(t) = \frac{a}{dl} \tanh[cl(t - t_c)] \quad (38)$$

$$v_p(t) = \frac{ac}{d} \operatorname{sech}^2[cl(t - t_c)] \quad (39)$$

여기서,  $t_c$ 는  $X_p(0) = -X_0$ 일 때의 시간으로 설정하였고, 고립파의 전파속도  $c$ 는  $\sqrt{g(d+a)}$ 이고,  $l$ 은  $\sqrt{3a/4d^3}$ 이며,  $g$ 는 중력가속도를 나타낸다.

Fig. 13은 수심에 관한 입사파고의 변화( $a/d$ )가 0.1, 0.3, 0.6일 때의 시간에 따른 조파기의 이동변위를 그래프로 도식화 하여 나타내었다.

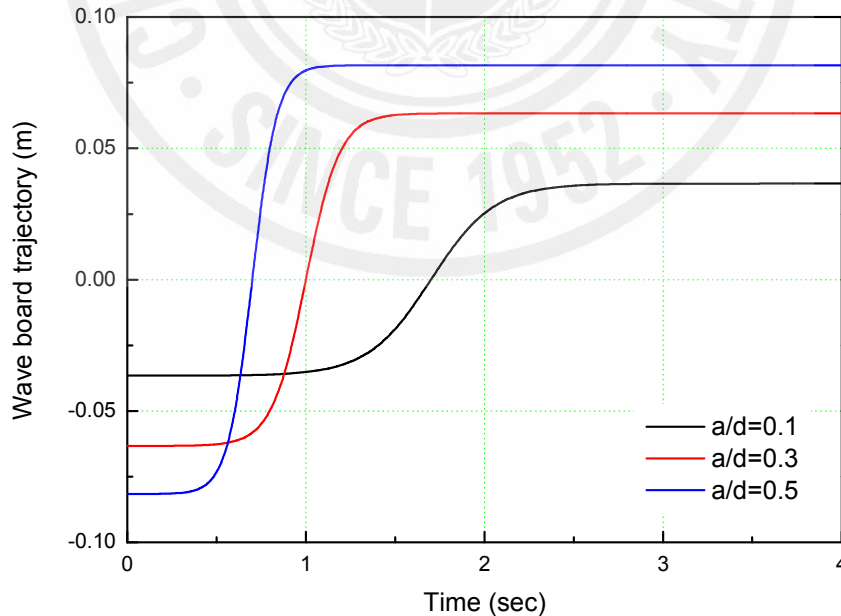


Fig. 13. Wave board trajectories for generation of solitary wave

## 2.2 타당성 검토

우선 직립벽에 관한 다양한 입사파고의 변화에 따른 고립파의 최대 처오름 높이를 수치모의 하였다. 여기서 시간증분은  $\delta_t = 10^{-4} \text{sec}$ 으로 설정하였고, 인공점성에 관한  $\alpha$ 항은 0.001로 설정하였다. 유체입자의 수는 1490개가 사용되었고, 수심은  $0.1m$ 로, 입자의 초기 간격  $l = 0.01m$ 로 설정하였다. 경계입자는 바닥면과 오른쪽 벽면에 배열하였고, 그 배열방식은 Dalrymple and Knio(2000)가 제안한 격자 배열을 사용하였다. 그리고 조파기 입자는 왼쪽에 배열하여 시간에 따라 퍼스톤 이동변위 식(38)에 따라 움직이게 하였다. 수치모의 한 결과 값을 검증하기 위해 Chan and Street(1970)의 수치모의 결과 값과 실험 데이터와 비교하여 Fig. 14에 도식하였다. Fig. 14에서 가로축은 수심에 관한 입사파고 비, 세로축은 수심에 관한 최대 처오름 높이의 비이다. Fig. 14의 결과로부터 SPH 계산결과와 실험데이터가 정성적으로 유사한 고립파의 최대 처오름 높이를 나타내고 있다고 생각된다.

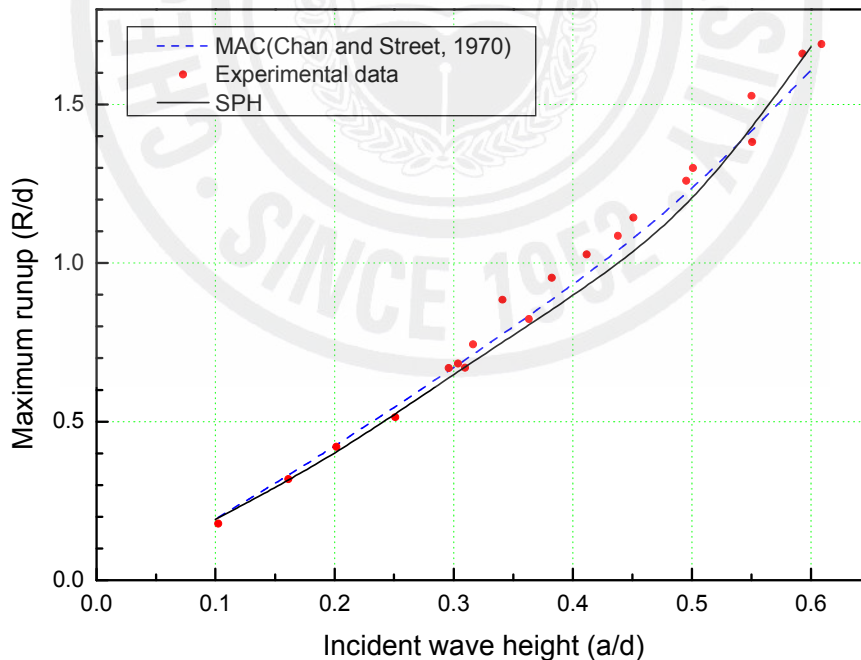


Fig. 14. Maximum runup of solitary wave with different amplitudes on a vertical wall



경사면에 대해서도 입사파고의 변화에 따른 고립파의 최대 처오름 높이를 수치모의 하였다. 여기서 시간증분과 인공점성에 관한  $\alpha$ 항은 앞선 직립벽에 관한 조건과 동일하게  $10^{-4}\text{sec}$ , 0.001로 각각 설정하였다. 유체입자의 수는 4781개가 사용되었고, 수심은  $0.21\text{m}$ 로, 입자의 초기 간격  $l=0.01\text{m}$ 로 설정하였다. 경계입자는 바닥면만 배열하였고, 경사면에서의 정수면일 때의 위치를  $x=0$ 로 설정하여 음의 방향을 외해방향, 양의 방향을 내해방향으로 설정하였다. 경사면 선단의 위치를  $x=-0.43$ 에 위치하였고, 경사면은 1:2.08이 되도록 입자를 배열하였다. 그 배열방식은 Darlymple and Knio(2000)가 제안한 격자 배열을 사용하였다. 그리고 조파기 입자는 왼쪽에 배열하여 시간에 따라 피스톤 이동변위 식(38)에 따라 움직이게 하였다. 수치모의 한 결과 값을 검증하기 위해 Li and Raichlen(2001)의 실험 데이터와 비교하여 Fig. 15에 도식하였다. Fig. 15에서 가로축은 수심에 관한 입사파고 비, 세로축은 수심에 관한 최대 처오름 높이의 비이다. Fig. 14와 Fig. 15의 결과들로부터 처오름 높이의 SPH의 계산결과가 직립벽에 대해서 뿐만 아니라 경사면에 대해서도 실험데이터들과 정성적으로 유사한 결과를 나타내고 있음을 알 수 있었다.

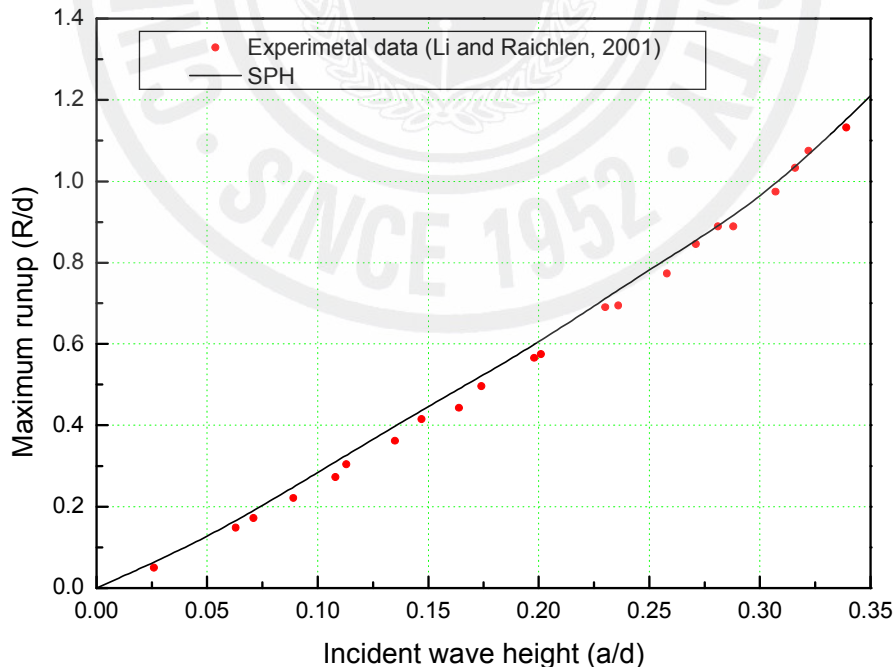


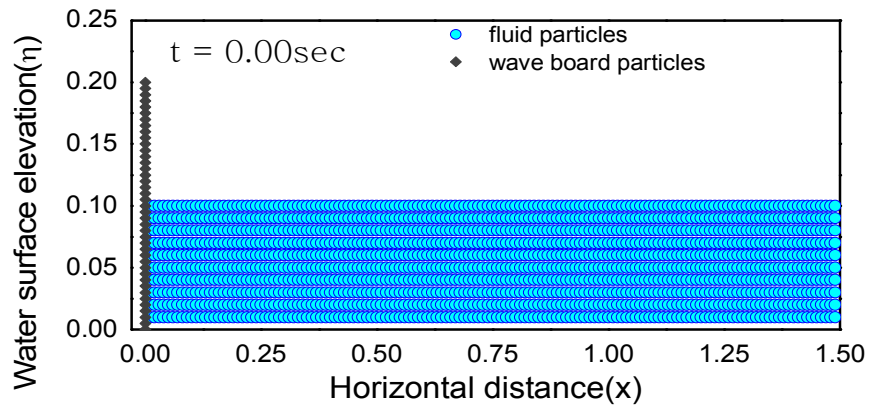
Fig. 15. Maximum runup of solitary wave with different amplitudes on a slope wall of 1:2.08

### 2.3 수치모의 해석결과

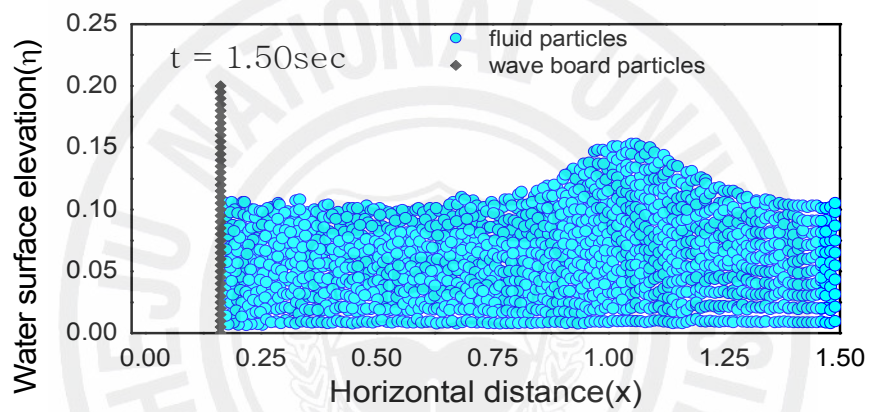
입사파고비  $a/d=0.5$ 일 때의 고립파에 관한 해석결과를 입자분포를 이용하여 시간대 별로 Fig. 16(a)~(f)에 나타내었다. Fig. 16(a)는 고립파가 생성되기 전에 정수면 상태를 보여주고, 고립파가 초오름 현상, 최대 초오름 현상, 처내림 현상을 Fig. 16(c), Fig. 16(d), Fig. 16(e)에서 보여주고 있다. Fig. 16(f)는 고립파가 처내림 후 처음 전파방향과 반대방향으로 역류하는 현상을 보여주고 있다.

입자분포를 통한 고립파의 해석결과와 같은 조건으로 속도벡터를 이용하여 직립벽에 관한 고립파의 전파과정을 속도 분포화시켜 Fig. 17(a)~(f)에 나타내었다. Fig. 17(b)는 고립파봉이 위치한 곳에서 속도벡터가 빠르다는 것을 보여주고 있으며, Fig. 17(c)는 속도벡터가 직립벽에 수면에 대해 위로 향하는 것으로 초오름일 때를 보여주고 있으며, Fig. 17(d)는 고립파가 최대 초오름 높이에 이르렀을 때 큰 속도 변화 없는 것을 보여주고 있고, Fig. 17(e)는 속도벡터가 수면에 대해 아래로 향하는 것으로 처내림일 때의 현상을 보여주고 있다. Fig. 17(f)는 고립파의 처음의 전파 방향과 반대방향으로 역류하는 속도벡터를 보여주고 있고, 이는 처음의 전파속도에 비해 다소 감소된 현상을 보여주고 있다.

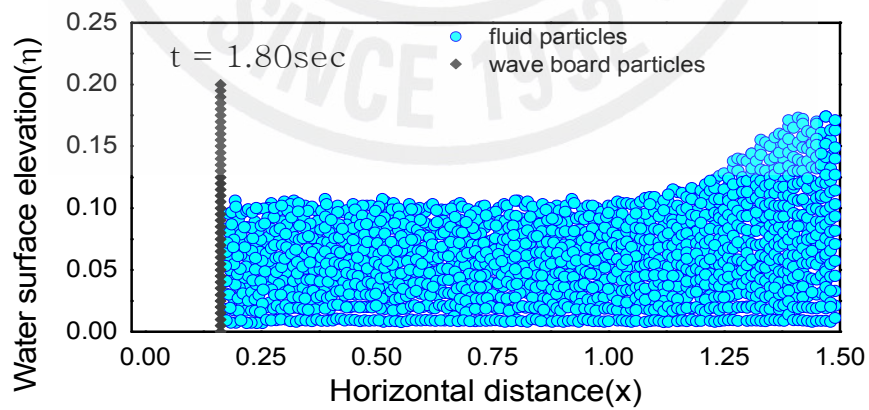
Fig. 16(a)~(f)과 Fig. 17(a)~(f)는 입자분포와 속도분포를 통해 고립파의 전파과정과 직립벽에서의 고립파로 인한 슬로싱현상을 잘 보여주고 있다고 사료된다.



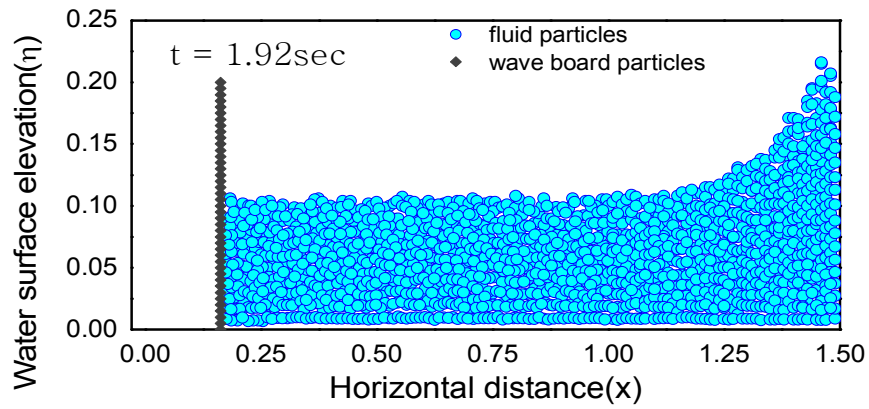
(a) Time=0.00sec



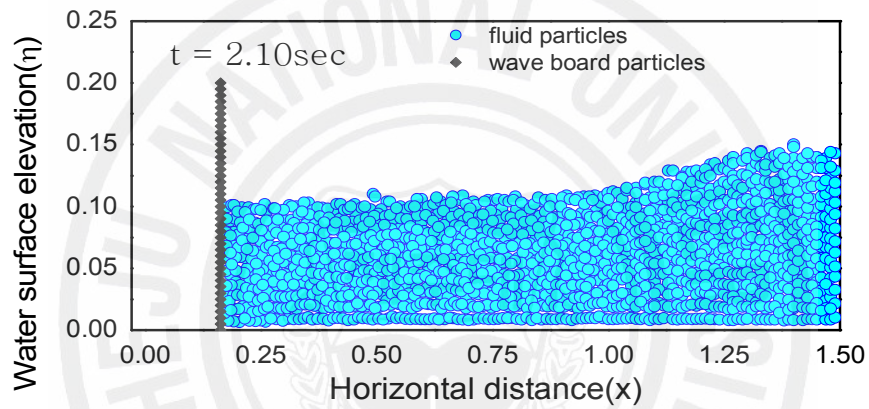
(b) Time=1.50sec



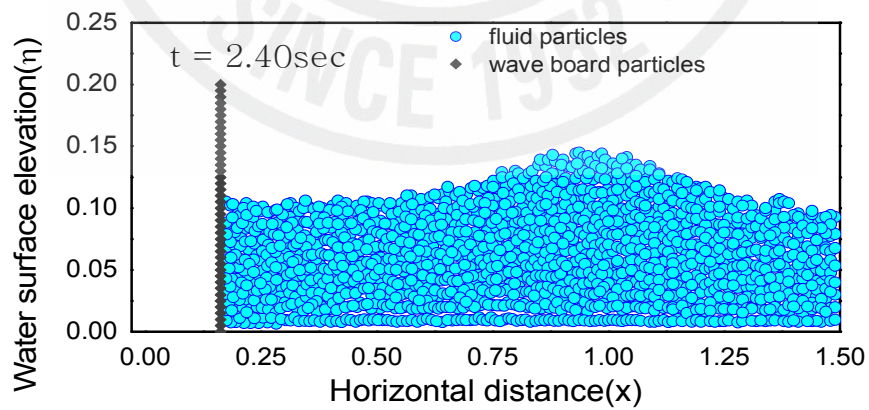
(c) Time=1.80sec



(d) Time=1.92sec

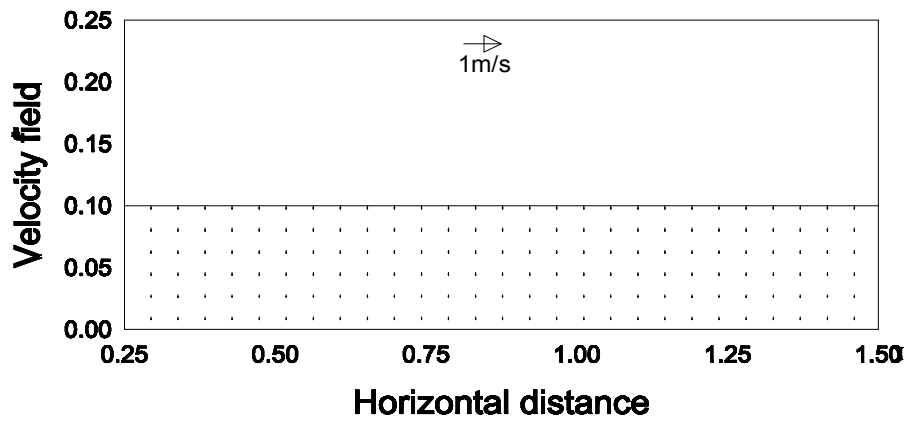


(e) Time=2.10sec

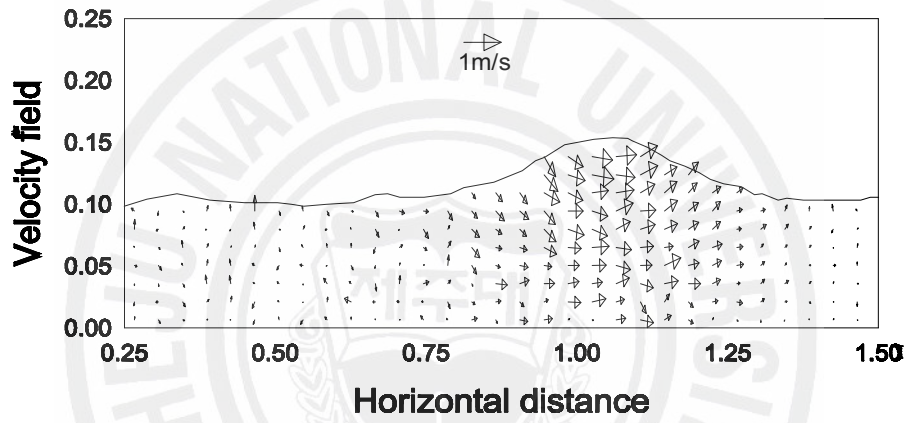


(f) Time=2.40sec

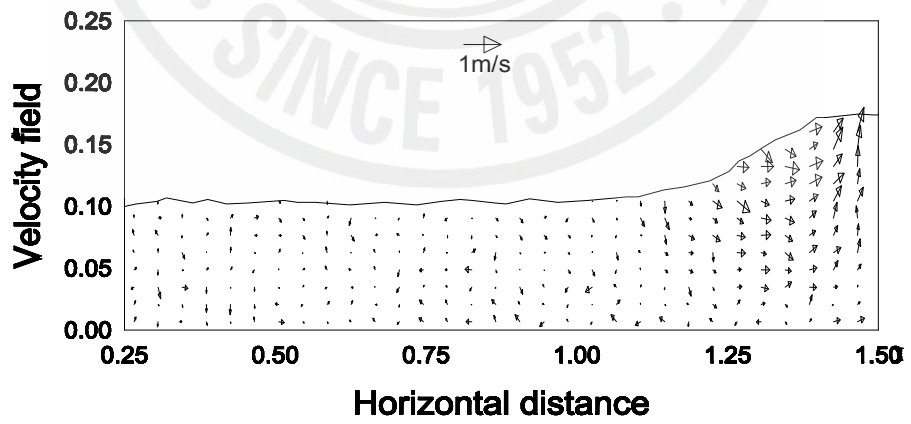
Fig. 16. Particle configurations on solitary wave propagation on a vertical wall



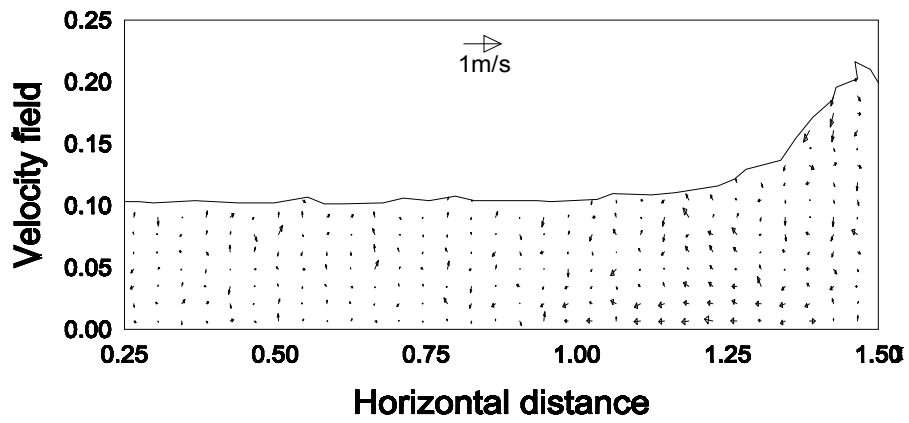
(a) Time=0.00sec



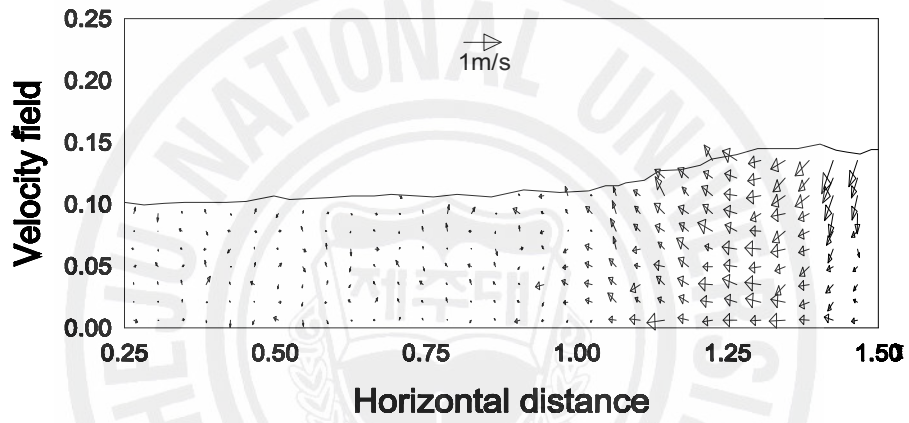
(b) Time=1.50sec



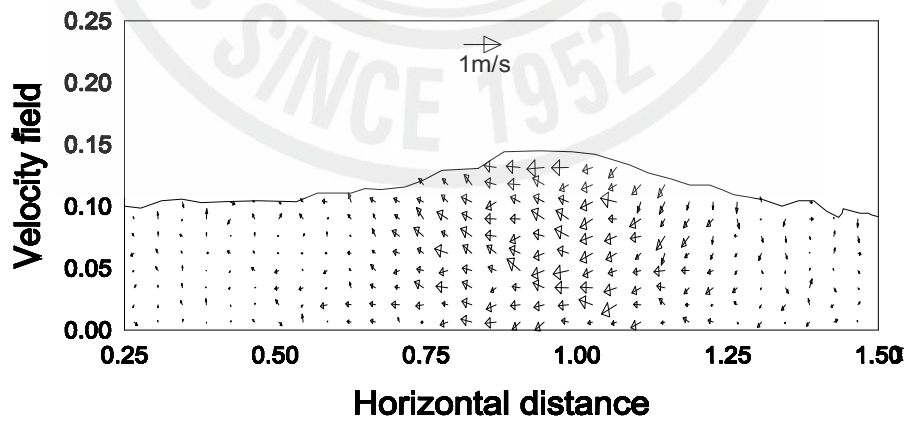
(c) Time=1.80sec



(d) Time=1.92sec



(e) Time=2.10sec



(f) Time=2.40sec

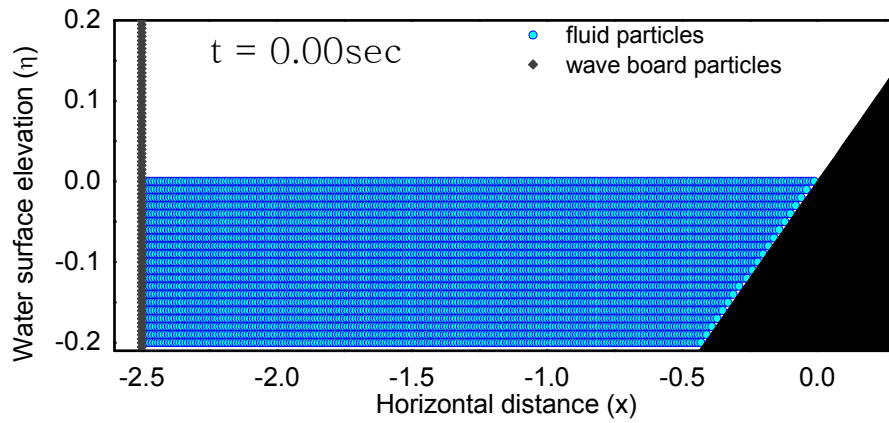
Fig. 17. Velocity distribution on solitary wave propagation on a vertical wall

입사파고비  $a/d=0.163$  일때의 경사면에 관한 고립파 전파의 해석결과를 입자분포를 이용하여 시간대 별로 Fig. 18(a)~(f)에 나타내었다. Fig. 18(a)는 고립파가 생성되기 전에 입자들의 초기상태를 보여주고 있고, 고립파가 쳐오름 현상, 최대 쳐오름 현상, 쳐내림 현상을 Fig. 18(c), Fig. 18(d), Fig. 18(e)에서 보여주고 있다. Fig 18(f)는 고립파가 쳐내림 후 처음 전파방향과 반대방향으로 역류하는 현상을 보여주고 있다.

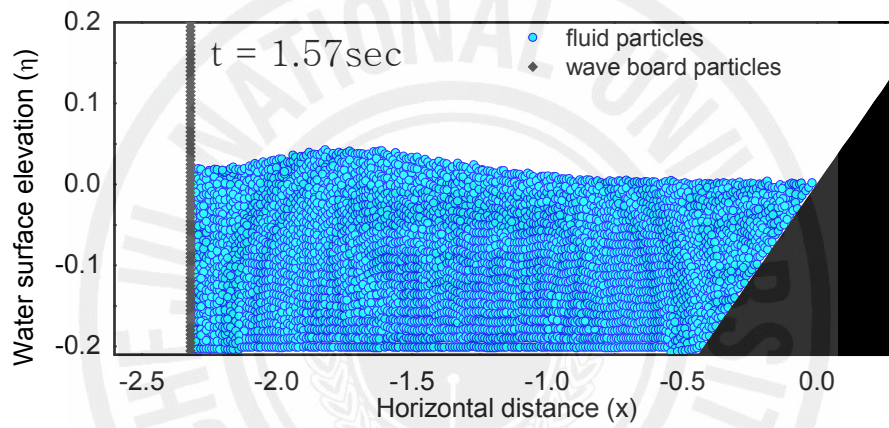
입자분포를 통한 고립파의 해석결과와 같은 조건으로 속도벡터를 이용하여 경사면에 관한 고립파의 전파과정을 속도 분포화시켜 Fig. 19(a)~(f)에 나타내었다. Fig. 19(b) 고립파봉이 위치한 곳에서 속도벡터가 빠르다는 것을 보여주고 있으며, Fig. 19(c)는 속도벡터가 경사면을 완만하게 오르는 것으로 쳐오름일 때를 보여주고 있으며, Fig. 19(e)는 속도벡터가 경사면을 따라 완만하게 내려오는 것으로 쳐내림일때의 현상을 보여주고 있다. Fig 19(f)는 고립파의 처음의 전파 방향과 반대방향으로 역류하는 현상을 보여주고 있다.

Fig. 18(a)~(f)과 Fig. 19(a)~(f)는 입자분포와 속도분포를 통해 고립파의 전파과정과 경사면에서의 고립파의 파동현상을 잘 보여주고 있다고 사료된다.

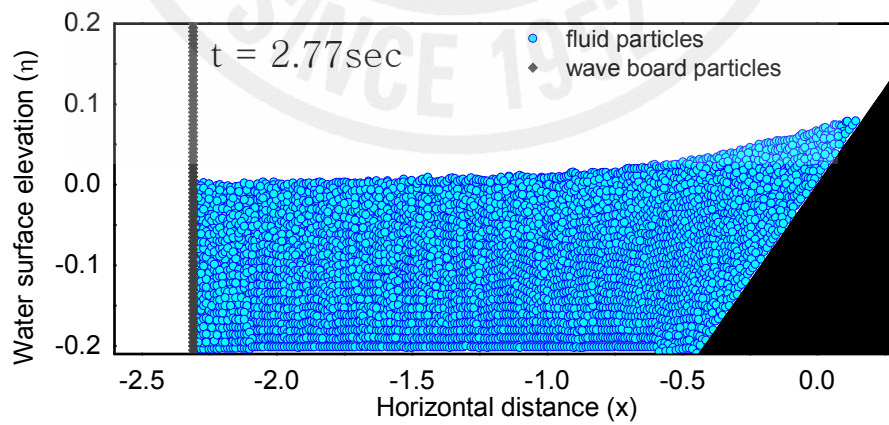
경사면에서의 고립파의 변화를 좀 더 세밀하게 비교하기 위하여 경사면에서의 쳐오름에서부터 쳐내림 동안의 SPH에 의한 자유수면을 추출하여 실험데이터(Li and Raichlen, 2001)와 비교하여 Fig. 20(a)~(d)에 나타내었다. 여기서의 시간단위는 무차원의 시간단위를 사용하였고, 실험데이터와 시간을 일치하기 위해 고립파의 파봉이  $X_1$ 에 위치할 때  $t=0$ 으로 설정하였다. 그 결과 고립파가 쳐내림일 때 SPH 결과가 다소 빠르게 진행되는 것 외에는 전체적으로는 자유수면이 동일 시간대에 일치하는 결과를 보여주고 있다.



(a) Time=0.00sec

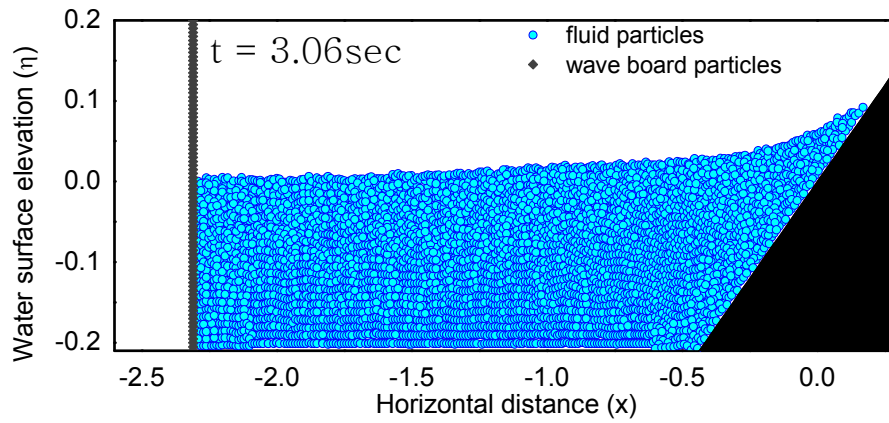


(b) Time=1.57sec

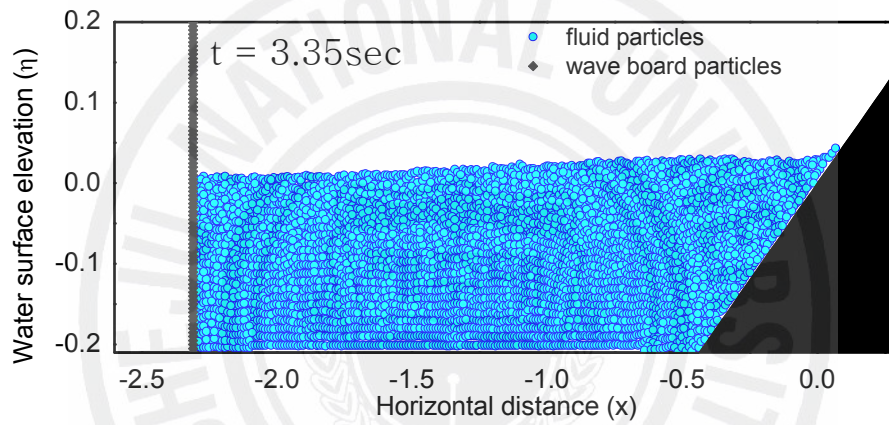


(c) Time=2.77sec

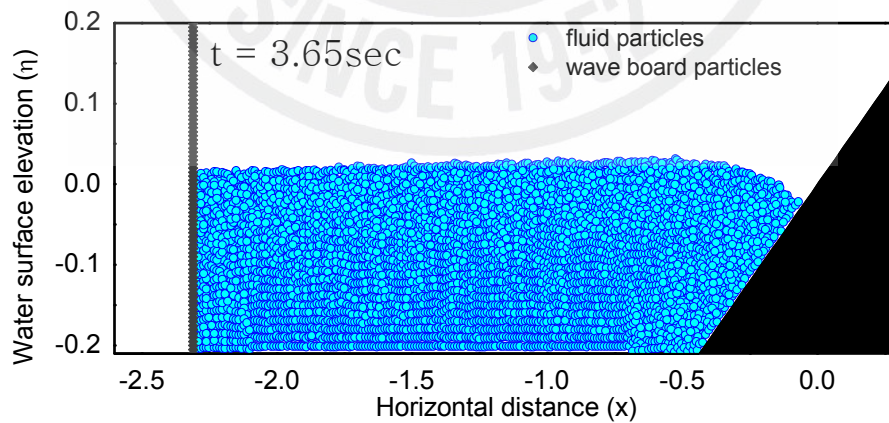




(d) Time=3.06sec

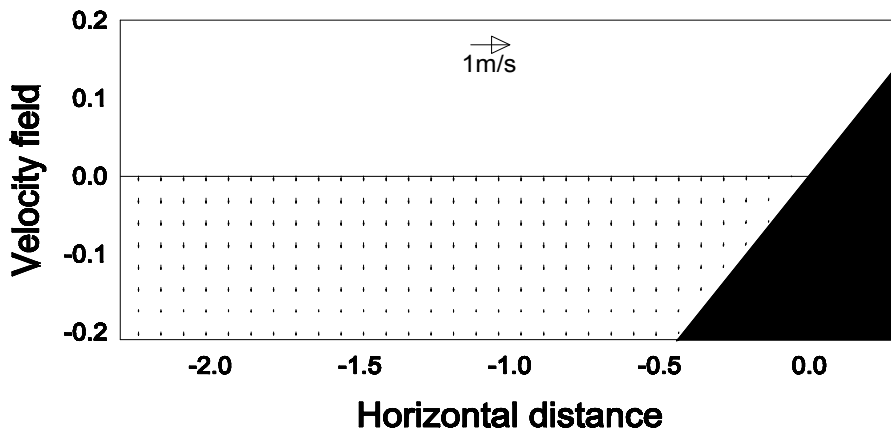


(e) Time=3.35sec

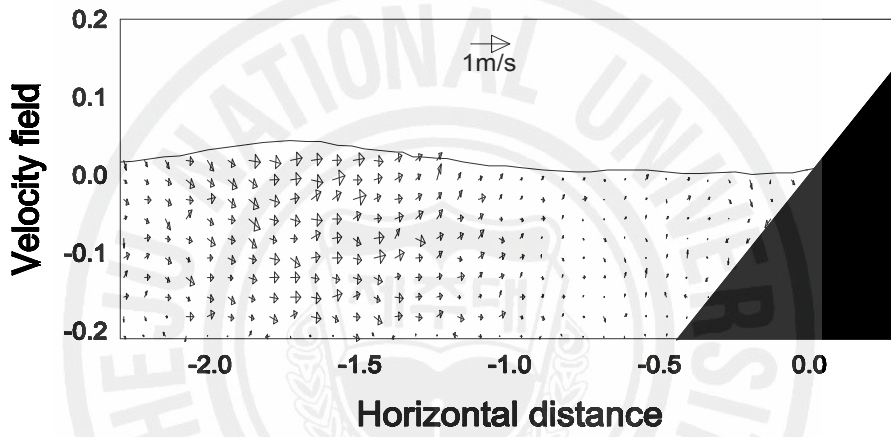


(f) Time=3.65sec

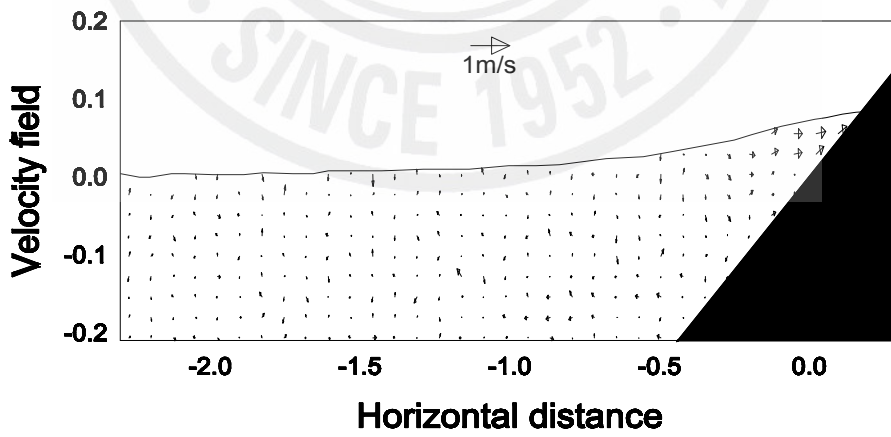
Fig. 18. Particle configurations on solitary wave propagation on a slope wall of 1:2.08



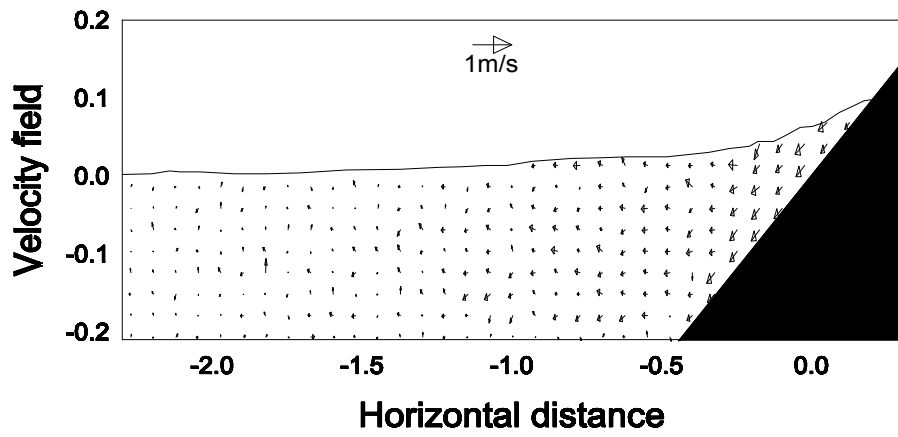
(a) Time=0.00sec



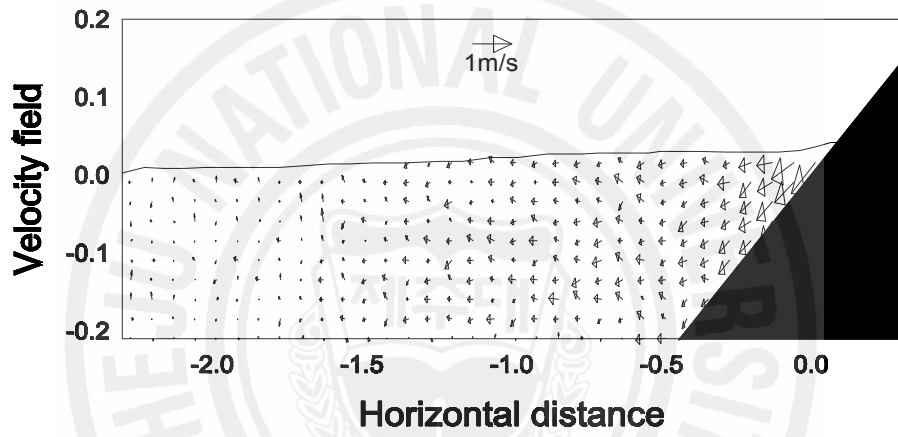
(b) Time=1.57sec



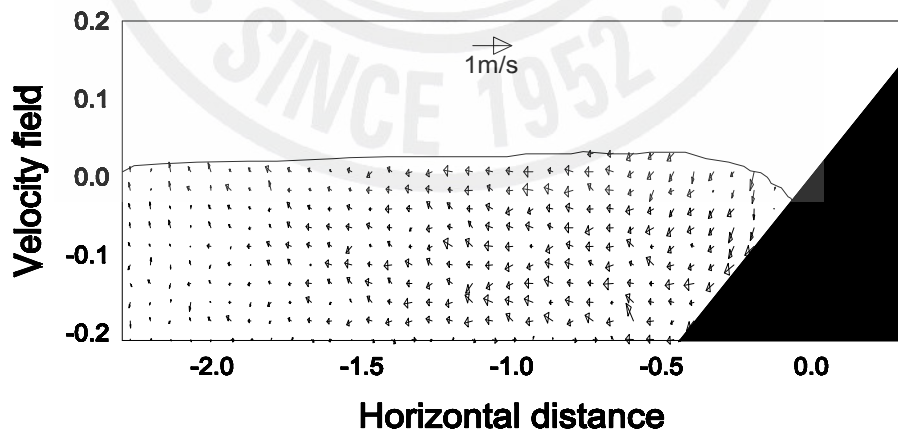
(c) Time=2.77sec



(d) Time=3.06sec



(e) Time=3.35sec



(f) Time=3.65sec

Fig. 19. Velocity distribution on solitary wave propagation on a slope wall of 1:2.08

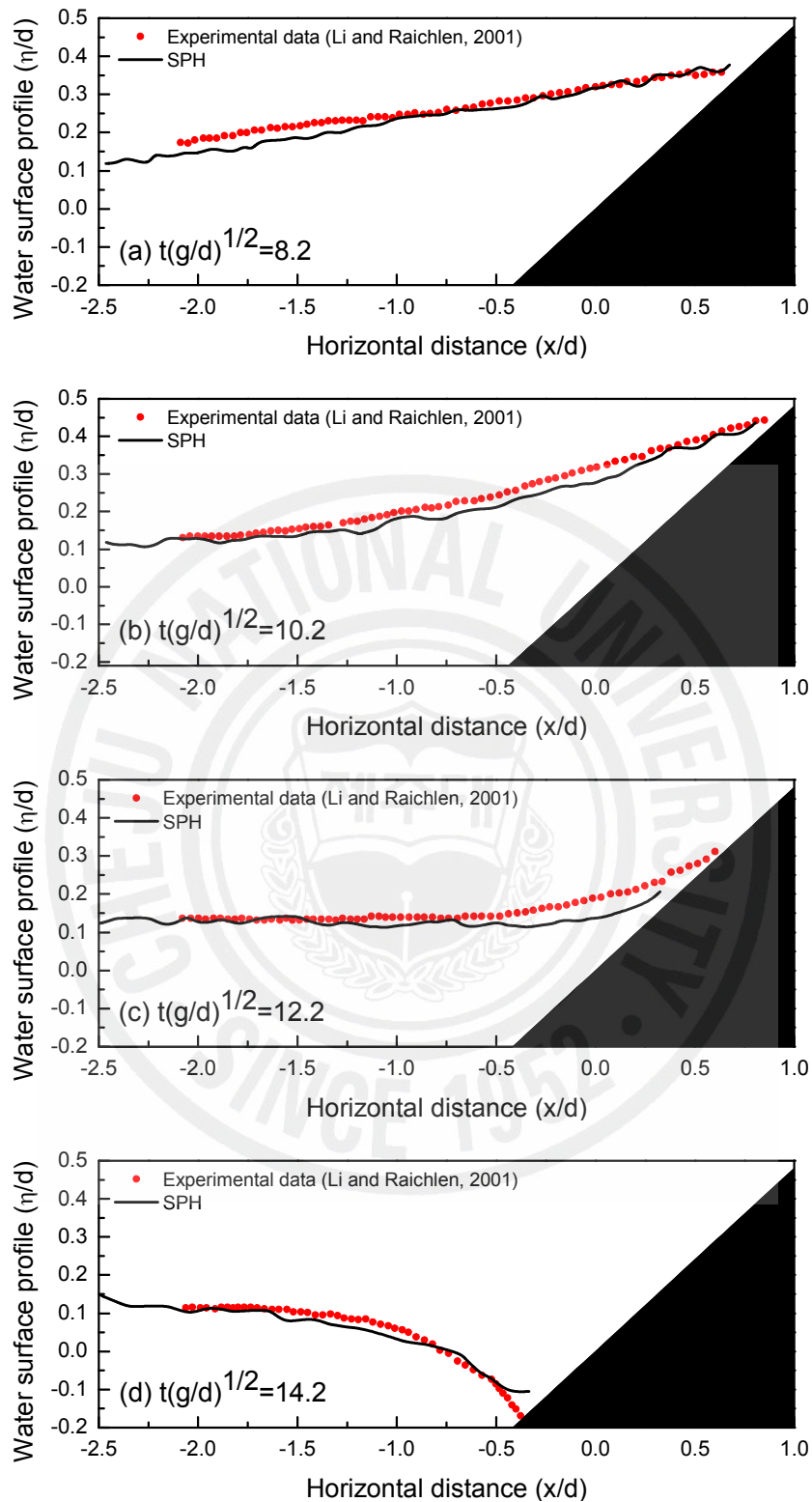


Fig. 18. Comparison of SPH results and experimental data about water surface profiles of solitary wave on a slope wall of 1:2.08

## IV. 결 론

기존의 수치모의에 관한 방법으로는 격자를 이용하여 해석하는 방법이 대부분이었다. 그리고 이들 방법은 격자구조를 이용하기 때문에 움직이는 물질의 접촉면, 경계의 변형, 자유표면을 처리하는데 많은 제약을 지니고 있다. 본 연구는 기존의 격자를 이용하는 방법과는 달리 입자를 이용하는 무격자방법의 하나인 SPH법으로 물기둥 붕괴 및 고립파동 현상에 대해 수치모의를 수행하여 그 적용 여부를 살펴보았다. 그 수치모의 결과를 요약 정리하면 다음과 같다.

- (1) 물기둥 붕괴의 수치모의 결과의 타당성을 검토하기 위해 시간에 따른 물기둥 최고높이와 물기둥 선단이동거리를 Martin and Moyce(1952)의 실험결과와 비교하여 근사적으로 일치하는 것을 알 수 있었다.
- (2) 민감도 해석으로부터 인공점성의  $\alpha$ 항에 과도한 힘을 부과시키지 않는 범위 내에서의 적절한 값의 조정과 수치적 안정범위 내에서의 시간증분의 고려와 최적의 입자수의 선정은 해석의 정확성과 효율성을 더 높일 수 있다는 것을 알 수 있었다.
- (3) 이러한 검증을 바탕으로 입자와 속도벡터를 통한 가시화 및 자유수면의 변화도를 통하여 물기둥 붕괴 시 유동변화현상에 대해 더 쉽게 관찰할 수 있었다.
- (4) 고립파의 전파현상에 관한 수치모의 결과의 타당성을 검토하기 위해 다양한 입사파고에 관한 최대 처오름 높이를 직립벽에 대해 경사면에 대해 각각 Chan and Street(1970)과 Li and Raichlen(2001)의 실험결과와 비교하여 정성적으로 유사한 결과를 나타내고 있음을 알 수 있었다.
- (5) 이러한 검증을 바탕으로 입자와 속도벡터의 가시화를 통하여 고립파 전파에 따른 파처오름, 파처내림, 역류현상들에 대해 더 쉽게 관찰할 수 있었다.
- (6) 자유수면에 대해 좀 더 세밀한 비교를 위하여 고립파가 경사면에 대해서 파처오름부터 파처내림하는 동안의 자유수면의 결과값을 Li and Raichlen(2001) 실험데이터와 비교하여 거의 일치함을 알 수 있었다.

(7) 이러한 검증과 해석을 바탕으로 본 연구에서 수행한 물기둥 붕괴의 수치모의와 고립파현상에 관한 수치모의는 각각 실제의 댐 붕괴현상과 Tsunami가 해안으로 내습해 오는 현상에 대해서 적용 가능할 것으로 판단된다.



## V. 참고문헌

- 김남형 역 (2001). 수치유체역학, 원기술.
- 김남형 · 고행식 (2007). SPH법을 이용한 물기둥 붕괴의 수치모의, 대한토목학회논문집, 제27권 제3B호, pp. 313~318.
- 김남형 · 김남국 (2000). SMAC법을 이용한 물기둥 붕괴의 가시화, 한국수자원학회 논문집, 제34권, 제6호, pp. 605-615.
- Batchelor, G.K. (1967). An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge University Press.
- Camfield, F.E. and Street, R.L. (1969). Shoaling of solitary waves on small slopes, Journal of the Waterway and Harbors Division, ASCE 95, WW1, pp. 1-22.
- Chan, R.K.-C. and Street, R.L. (1970). A computer study of finite amplitude water waves, Journal of Computational Physics, 6, pp. 68-94.
- Dalrymple, R.A. and Knio, O. (2000). SPH Modeling of water waves, Proc. Coastal Dynm., Lund 2000.
- Gingold, R.A. and Monaghan, J.J. (1977). Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-spherical stars, Mon. Not. R. Astr. Soc., 181, pp. 375-389.
- Gomez-Gesteira, M. and Dalrymple, R.A. (2004). Using a 3D SPH method for wave impact on a tall structure, Journal of Waterway Port, Coastal Ocean Eng, Vol.130 (2), pp. 63-69.
- Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996). Moving-Particle Semi-implicit Method for Fragmentation of incompressible Fluid, Nucl. Sci. Eng., Vol. 123, pp. 421-434.
- Li, Y. and Raichlen, F. (2001). Solitary wave runup on plane slopes, Journal of Waterway Port, Coastal and Ocean Engineering, 127, pp. 33-44.
- Lucy, L.B. (1977). Numerical approach to testing the fission hypothesis,

- Astronomical Journal, 82, pp.1013-1024
- Martin, J.C. and Moyce. W.J. (1952). An Experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Philos. Trans. R. Soc. London Ser. A. pp. 312-324.
- Monaghan, J.J. (1994). Simulating free surface flows with SPH, Journal of Computational Physics, 110, pp. 399-406.
- Monaghan, J.J. and Gingold, R.A. (1983). Shock Simulation by the particle method SPH, Journal of Computational Physics, 52, pp. 374-389.
- Monaghan, J.J. and Kos, A. (1999). Solitary waves on a Cretan beach, Journal of Waterway Port, Coastal and Ocean Engineering, 125, pp. 145-154.
- Monaghan, J.J. and Lattanzio, J.C. (1985). a refined particle method for astrophysical problem, Astronomy and Astrophysics, 149, pp. 135-143.
- Morris, J.P., Fox, P.J., and Zhu, Y. (1997). Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH, Journal of Computational Physics, 136, pp. 214-226.
- Shao, S.D. and Gotoh, H. (2005). Turbulence particle models for tracking free surface. Journal of Hydraulic Research, Vol.43 (3). pp. 276-289.
- Shao, S.D. and Lo, E.Y.M. (2003). Incompressible SPH method for simulating Newtonian and Non-Newtonian flows with a free Surface, Advance Water Resources, Vol.26 (7), pp. 787-800.
- Hughes, S.A. (1993). Physical models and laboratory techniques in coastal engineering, World Scientific.
- Synolakis, C.E. (1987). The runup of solitary waves, Journal of Fluid Mechanics, 185, pp. 523-545.
- Takeda, H., Miyama, S.M. and Sekiya, M. (1994). Numerical simulation of viscous flow by smoothed particle hydrodynamics, Progress of Theoretical Physics, Vol. 92, No. 5, pp. 939-960.
- Zelt, J.A. (1991). The run-up of nonbreaking and breaking solitary waves, Coastal Engineering, Vol. 15, No. 3, pp. 205-246.



## 감사의 글

부족한 점이 많았던 저에게 학문적 기본소양과 연구 자세에 대해 가르침을 주시고, 논문을 끝까지 마칠 수 있도록 끊임없는 격려와 조언을 해 주신 지도교수 김남형 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 또한 바쁘신 와중에도 심사를 맡으셔서 세심한 지도를 해 주신 김상진 교수님과 이동욱 교수님께도 진심으로 감사를 드립니다. 아울러 학부에서 대학원 과정동안 많은 가르침을 주신 양성기 교수님, 남정만 교수님, 이병걸 교수님, 박상렬 교수님께도 감사드립니다.

대학원 생활동안 함께 생활하면서 항상 힘이 되어준 강일, 향혜, 지원, Than 그리고 항상 아낌없는 관심과 도움을 주신 영택형, 지훈형, 현우형, 순보형, 민수형, 형철형, 경보형, 상민형, 덕건형에게도 고마운 마음을 전합니다. 실험실의 궂은일을 성실히 맡아 해 주었던 후배들 경배, 진석, 승현, 남호, 승만, 진환, 현철, 창림, 행석, 정운에게도 고마운 마음과 함께 희망찬 미래가 펼쳐지길 기원합니다.

논문을 쓰면서 많은 배려를 해주고 이해해 주었던 대학 선배들, 동기들, 후배들 - 창훈형, 승현형, 승범형, 태혁, 철영, 혁춘, 준호, 성환, 도형, 종완, 성룡, 상봉, 우열, 응규, 승호, 경남, 성협, 경태 - 을 포함한 모두에게 감사드립니다.

항상 변함없는 나의 진실한 벗들 정범, 경수, 철민, 희철, 재경, 선홍, 용수 그리고 힘들고 지칠 때마다 전화 한 통화로 항상 나를 웃게 해준 선민에게도 고맙다는 말을 전합니다.

공부를 끝까지 할 수 있도록 항상 나를 믿고 묵묵히 지켜보시는 아버지와 어머니, 그리고 매형, 누나, 동생, 지훈형, 영희형수님 모두에게 이 논문으로써나마 고마운 마음을 전합니다.

2007년 12월

김희석

## 발표논문 리스트

### (1) 학회지 발표논문

- ① “SPH법을 이용한 물기둥 붕괴의 수치모의”, 대한토목학회논문집, 제27권 제 3B호, pp. 313~318, 2007년 5월.
- ② “Numerical Simulation on Solitary Wave Propagation and Run-up by SPH Method”, 대한토목학회, KSCE Journal of Civil Engineering(심사중).

### (2) 학술 발표회 발표논문

- ① “SPH법을 이용한 물기둥 붕괴의 수치모의”, 대한토목학회, 2006년도 대한토목학회 정기학술대회 발표논문집, pp. 2176~2179, 2006년 10월.
- ② “Numerical Simulation on the Solitary Wave Propagation and Runup using SPH Method”, 대한토목학회, 2007년도 대한토목학회 정기학술대회 발표논문집, pp. 4542~4545, 2007년 10월.