碩士學位論文

數學史 導入을 통한 數學敎科 指導方案

- 中學校 9-가, 9-나 敎育課程을 中心으로 -

指導敎授 梁 成 豪

濟州大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

鄭 泰 宗

2004年 7月 日

數學史 導入을 통한 數學敎科 指導方案

- 中學校 9-가, 9-나 敎育課程을 中心으로 -

指導敎授 梁 成 豪

이 論文을 敎育學 碩士學位 論文으로 提出함

2004年 5月 日

濟州大學校 敎育大學院 數學敎育專攻

提出者 鄭 泰 宗

鄭泰宗의 敎育學 碩士學位 論文을 認准함

2004年 7月 日

審査委員長 印

審 査 委 員 印

審 査 委 員 印

< 抄錄 >

數學史 導入을 통한 數學敎科 指導方案

- 中學校 9-가, 9-나 敎育課程을 中心으로 -

鄭 泰 宗

濟州大學校 敎育大學院 數學敎育專攻

指導敎授 梁 成 豪

본 연구에서는 중학교 9-가, 9-나 학생들을 대상으로 수학에 대한 흥미를 유발하고 수학에 대한 자신감과 수학적 사고력 신장은 물론 스스로 공부할 수 있는 동기를 부여하기 위하여 다음과 같이 수학사의 지도 방안에 대하여 고찰하였다.

첫째, 수학사 지도에 대한 문헌 연구를 통하여 수학사를 수업에 도입해야만 하는 필요성과 역사 발생적 원리를 바탕으로 하는 수학 수업의 중요성을 논하였다.

둘째, 중학교 9-가, 9-나 교과서에 나타나있는 수학사의 도입 실태를 파악하고 분석하였다.

셋째, 수학에 대한 흥미를 이끌어 내어 수업 참여를 높일 수 있도록 각 단원별 수학사 및 지도 방안을 제시하였다.

※ 본 논문은 2004년 8월 제주대학교 교육대학원 위원회에 제출된 교육학 석사학위 논문임.

목 차

표 목 차

그림 목차

Ⅰ. 서론

1. 연구의 목적

시대가 급변하고 과학이 고도화됨에 따라 현대 사회는 처한 상황에서 무엇을 할 수 있는지를 묻고, 또 무엇인가를 지속적으로 해 내기를 요구하고 있다. 과학과 산업 기술의 기반으로서의 수학은 자연과 사회를 발전시켜 왔으며, 개개인의 사고력과 다양한 개성을 중시하며 문명의 발전 속도에 따라 적용 범위를 더해가며 주어진 문제를 논리적으로 분석하는 능력을 기르기를 요구하고 있다.

수학은 그 특성상 이러한 요구에 가장 적합한 과목으로서 그 중요성이 날로 더해 가는 실정이다. 그러나 현재 우리나라의 대부분의 학생들에게 '수학'이라는 과목에 대한 견해를 조사해보면 '딱딱하고 재미없다', '입시 준비를 위해 어쩔 수 없다', '골칫덩어리 수학', '지겹다' 등 수학에 대한 가치와 아름다움을 모르고 입시 과목으로서의 중요함만 인지한다는 것을 알 수 있다.

수학 공부를 하는 것은 배를 타고 강을 거슬러 올라가는 것과 같다고 한다. 하류 에서는 물살이 약하므로 쉽게 올라갈 수 있지만, 상류로 올라갈수록 물살이 빨라 지므로 잠시라도 노를 놓게되면 자기가 힘들여왔던 거리보다 더 멀리 하류 쪽으로 떠내려가고 만다. 따라서 학교 생활에서는 학생들이 자연과 수학을 스스로 연결하고, 수학은 아직도 창조적인 상태에 있음을 깨닫도록 하는 것이 수학 지도에 중요한 일이라 생각한다.

7차 교육과정 수학 교과의 교육목표에도 잘 나타나 있듯이 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 하는 것이 중요한 목표 중의 하나로 되어 있으며 학생

들로 하여금 흥미와 관심을 갖게 하는 방법은 다양하다. 그 중에서도 수학사의 지도는 수학에 대한 유용함과 즐거움을 느끼고 수학에 대한 태도를 호의적으로 변화시킬 수 있다. 그러나 지금까지의 글에서 대부분의 학생들이 접하는 수학사는 기껏 해야 단원 도입 부분에서 간단한 역사적 발달 과정이나 일화를 언급하고 단원의 내용과 관련된 수학자를 소개하는 정도로 미흡하고 단편적이며 수학사를 통해 학습 흥미 유발을 직접적으로 불러일으키는 방법을 제시하지는 못하였다.

21세기의 수학 교육에서는 다양한 수업 방법으로 학생들에게 재미있고 즐거운 수학 교실을 만들어야하는 의무가 우리들에게 있다. 따라서 이 글에서는 이를 실현 하는 훌륭한 도구로서 수학사의 역할을 고찰하여 그 중요성과 필요성을 환기시키고, 수학사 도입의 실태를 조사, 분석하여 도입 방법을 모색하는 데 그 목적이 있다.

2. 연구의 필요성

우리나라의 교육 현실을 보면 대부분의 학생들이 ‘수학을 왜 하는가?’, ‘그것들이 무슨 의미가 있는가?’, ‘어렵고 딱딱한 학문이다’ 등 거부감을 가지고 있으면서도 정작 입시를 위해서는 하지 않으면 안 된다는 생각을 가지고 있다. 따라서 학생들에게 보다 의미 있고 충실하게 학습할 수 있도록 수학 학습에 대한 흥미와 동기를 유발시켜주는 방법의 개발이 무엇보다 중요하다고 하겠다.

수학사를 통해 수학은 하루아침에 이루어진 산물이 아니며 수학은 성공과 실패를 거듭해온 인간적 활동임을 알게 할 수 있다. 수학 교육은 수학적 지식만 일방적으로 전달하는 것이 아니고 인간적이며 수학적인 사고 활동을 촉진하는 교육이

되어야 한다.

중학생이 되면 본인 스스로 역사적 사건의 내면적인 흐름에 관심을 갖게되고 나름대로 역사의식을 형성하기 시작한다고 한다. 그러므로 매우 제한된 수학 사적인 내용을 소개하더라도 학생들은 상상을 통해 수학의 역사적 흐름을 나름대로 짐작할 수도 있을 것이다.

따라서 수학 교육에 수학사를 도입하는 것은 수학에 대한 학생들의 흥미와 관심을 자연스럽게 유발시키고 수학 교육을 인간화하는 한 방법이 되고, 나아가 인류라고 하는 가장 큰 학습자의 학습 과정인 수학사를 자연스럽게 지도함으로써 동기와 흥미를 학습에 지속시키며 수학적 사고 방법을 기르는 데 도움이 되어 수학 교육의 진정한 목표에 달성하게 하는 중요한 수단으로서의 의미를 갖게 할 수 있다.

3. 연구 내용

위와 같은 목적을 달성하기 위하여 본 연구에서는 다음과 같은 구체적인 연구 내용을 선정하고자 한다.

첫째, 수학사 지도에 대한 문헌 검토로써 수학 교육과 수학사에 대한 견해 및 수학사의 역할을 검토해 보고, 그 문제점과 수학사 지도의 의의를 논한다.

둘째, 중학교 9-가, 9-나 수학 교과 과정 중에서 몇 개의 단원을 정하여 그 단원에 대한 역사적 배경, 발견 과정과 공헌한 수학자의 일생을 조사한다. 이는 학생들에게 모두 전달하는 것이 목적이 아니며, 교사가 좀 더 폭넓게 단원의 배경을 알고 수업하는 데 도움이 되고자 함이다.

셋째, 수학사의 시대별 흐름, 각 단원에서의 활용 문제 등 교수·학습 시 지도 방안을 제시한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 역사 발생적 원리

역사 발생적 원리는 개체발생은 종족발생의 전 과정을 단축된 형태로 반복한다는 생물학적 원리를 정신 영역에 적용한 것이다. 역사 발생적 원리는 기본적으로는 수학을 역사 발생 과정에 따라 가르치자는 주장을 옹호한다. 그러나 복잡한 역사의 우회로와 미로를 그대로 답습하는 것은 불필요한 일이므로 역사 발생적 원리가 역사 발생의 전 과정을 그대로 답습하게 하자는 것은 아니다. 역사적으로 일어났던 모든 과정, 모든 오류를 학생이 다 반복할 필요는 없는 것이다.

학생은 역사를 반복하기는 반복하되, 실제로 일어났던 역사를 반복해야 하는 것이 아니라 현재의 관점에서 재해석되고 재구성된 역사를 반복하는 것으로 충분 하다. 프로이덴탈(Freudental, 1983)은 이를 '실제로 일어났던 역사를 반복해야 하는 것이 아니라 현재 우리가 알고 있는 사실을 우리 선조 들이 알고 있었다면 그 때 일어났었을 그 역사를 반복해야 한다.'고 표현한바 있다.

현재 우리가 알고 있는 사실을 선조 들이 알고 있었다면, 그 때 일어났었을 그 역사는 어떤 것일까? 예를 들어, 정수를 자연수, 대수적 확장에 의한 형식적 구성물로 보는 현대의 견해를 과거 사람들이 알고 있었다면, 역사는 어떻게 전개되었을까? 우선 현재 우리가 알고 있는 사실을 선조 들이 알고 있었다면 '이러이러한 일이 일어났을 것'이기 보다는 '이러이러한 일이 일어나지 않았을 것' 이라고 생각하는 것이다.

중학교 1학년 1학기에서 배우는 정수의 사칙 계산 규칙을 보자. 역사적으로 음수는 실제로 존재하는 대상의 기호적 표현이라기보다는 뺄셈과 방정식의 풀이와

같은 대수적인 필요성 때문에 만들어진 개념이었다. 다시 말해 일상의 필요성보다는 수학 내적인 필요성 때문에 만들어진 개념이라는 것이다. 정수의 사칙 계산의 규칙은 실세계의 구체적인 현상으로부터 만들어진 것이 아니다. 음수는 대수적인 필요성에서 만들어졌지만, 이에 만족하지 못하는 인간은 그것에 무엇인가 구체적인 실체성을 부여하기 위해서 여러 가지 직관적인 모델을 찾아왔다. 그러나 아직까지도 음수의 사칙 계산과 같은 대수적 성질을 일관되게 만족하는 직관적인 좋은 모델은 발견되지 않았다. 그러한 모델은 존재하지 않는 것으로 보이며, 현재 교과서에서 사용되고 있는 수직선 모델도 음수의 모든 연산을 직관적으로 명확하게 보여주지는 못한다.

19세기에 독일의 수학자 한켈(Hankel)에 의해 혁신적인 관점의 변화가 일어난다. 그는 관점을 완전히 바꾸어 음수를 실제적인 대상을 나타내는 기호로 보고 그 직관적인 모델을 찾으려는 입장을 버리고 음수를 형식적인 구성물로 보았다. 그는 음수를 양의 개념과 관련짓지 않고 순전히 형식적인 개념으로 간주하였고, 정수 체계를 자연수 체계의 형식적인 확장물로 구성하였다. 이러한 음수의 역사가 우리에게 시사하는 바는 무엇인가? 첫째로는 인간에게는 눈에 보이는 직관적 모델을 찾아야 만족하는 성향이 있다는 것이다. 둘째로는 옛날 사람들이 음수에 관한 완전한 직관적 모델은 없고, 음수는 자연수로부터의 형식적 확장으로 만들어진 대상이라는 현대의 관점을 알았다면, 음수의 실질적인 모델을 찾으려고 그렇게까지 노력하지 않았을 것이며 음수 개념을 그렇게 오랫동안 거부하지도 않았을 것이라는 점이다.

중학교에서 정수의 사칙 계산 단원의 지도 목적은 '같은 부호를 가진 두 정수의 합은 그 수들의 절대값의 합에 공통인 부호를 붙인 것과 같다.'거나 '서로 다른 부호를 가진 두 정수의 곱은 그들의 절대값의 곱에 음의 부호를 붙인다.'와 같은 계산 규칙을 알고 이를 자동적으로 계산에 적용할 수 있게 되는 것이다. 정수의 사칙계산 규칙을 그냥 외우라고 할 것이 아니라면, 그 규칙의 타당성을 어떤 형태로

든 제시해 주어야 한다. 여기서 두 가지 방법이 가능하다.

하나는 눈에 보이는 직관적 모델을 보아야 만족하는 성향을 만족시켜 주는 방법이다. 수직선 모델, 셈 돌 모델, 우체부 모델 등 여러 모델을 사용하여 음수의 계산 규칙에 구체적인 의미를 부여해 주는 것이다. 다른 하나는 정수 체계는 자연수 체계로부터 확장된 형식적 산물이라는 점에 주목하여, 음수의 사칙 계산 규칙의 타당성을 자연수의 계산 규칙으로부터 형식적으로 확장하는 방식으로 보여주는 것이다. 여기에는 형식 불역의 원리나 귀납-외삽법을 사용할 수 있다. 형식 불역의 원리에 의한 음수의 계산 규칙의 유도가 학생들에게 수용되기 어려운 것이라면, 자연수의 계산으로부터 귀납-외삽법을 써서 정수의 계산 규칙을 확장하도록 하는 것이 좋을 것이다.

현재 교과서에서는 일반적으로 정수의 덧셈, 뺄셈 규칙의 설명에는 수직선 모델을 쓰고 곱셈의 계산 규칙의 설명에는 귀납-외삽법을 쓰고 있는데, 덧셈, 뺄셈의 계산 규칙에도 귀납-외삽법을 쓰지 못할 이유가 없다.

$3+2=5, 3+1=4, 3+0=3, 3+(-1)=2$와 같은 식으로 하면 된다. 직관적 모델을 써서 힘들게 정수의 계산 규칙의 타당성을 설명하려고 하는 것보다 오히려 이렇게 형식적으로 타당성을 설명하는 것이 쉬울지 모른다. 중학교 1학년 1학기에 나오는 음수의 사칙 계산 규칙은 적절한 직관적인 실제적인 모델을 갖지 않는 순수한 수학을 학생들이 접하게 되는 거의 최초의 경우라는 점으로 보아도 이는 그다지 나쁘지 않은 방법이다. 이와 같은 방식으로 정수의 계산 법칙의 타당성을 깨닫게 한 후에는 물론 정수의 계산이 자동화될 수 있을 정도로 연습을 시켜야 할 것이다.

2. 수학 교육의 특성

(1) 수학 교육의 중요성

수학 교과는 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하게 하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하고 사고하는 능력을 기르게 하여, 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르게 하는 교과라고 할 수 있다. 즉 수학을 배움으로써 합리적이고 논리적인 사고력, 추상적 사고력, 창의적 사고력, 비판적 능력, 기호화하고 형식화하는 능력, 단순화하고 종합화하는 능력이 신장될 수 있는 것이다. 또한, 수학은 다른 교과의 학습을 위해 선행적으로 요구되는 기초적인 교과이기도 하다. 수량 관계나 도형에 관한 수학적 개념, 논리적인 사고, 합리적인 문제 해결 능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분의 교과들의 성공적인 학습을 위해 필요하기 때문이다. 그러므로 학교교육에 있어 수학 교육의 중요성이 더욱 강조되고 있다.[1)]

(2) 수학 학습에서의 흥미와 수학사

교실에서 학생들의 학습 활동을 면밀히 관찰해 보면 주의력을 집중하여 열심히 학업을 수행하고 있는 학생과 그렇지 못한 학생이 있음을 쉽게 찾을 수 있다. 뿐만 아니라 학습 활동에의 학습 의욕도 시간의 흐름에 따라, 학습 과제에 따라, 또는 학습 분위기에 따라 그 강도가 변하고 있음을 느낄 수 있다. 학습 활동에의 참여 의욕은 학습자의 지적 활동을 촉진시킬 수 있는 외적 사상 즉 외부의 자극을 어떻게 배역 제시하느냐에 따라 좌우하게 된다. 특히 학습 활동의 시발점에서는 학습자의 주의를 끌고 집중하게 하는 것이 중요하다. 주의를 환기시키는 가장 좋은 방법은 학습자의 흥미에 호소하는 일이며, 흥미는 활동이 되므로 흥미가 없는 활동이나 작업은 학습자에 있어서 큰 의미가 없다.

그러므로 학습자가 학습 목적, 활동, 내용 등에 깊은 흥미를 느끼고 있을 때

1) 정혜윤, "수학사와 관련한 중학교 학습 자료 개발", 아주대학교 교육대학원 교육학 석사 학위 논문, 2002, pp.4-5

비로소 학습은 가장 용이하며 효과가 있는 것이므로, 교사는 이와 같은 점을 충분히 감안하여 지도해야 한다.(이희종, 1994) 즉 학생이 학습에 대한 흥미 유발은 매우 중요한 것이며, 교사는 학습 내용의 구성과 전개에 있어서 학습자가 흥미를 느낄 수 있는 지도 방법을 동원해야 한다.

Guilford(1959)는 흥미를 '어떤 활동 군에 이끌리게 되는 개인의 일반화된 행동 경향'이라고 정의하고 있는데, 이는 곧 개인이 어떤 특별한 활동(예를 들면: 수학)에 만족을 얻어 그 활동을 좋아하게 되는 것을 의미하고 있다. 또한 흥미에서 노력이 출발하게 되나 노력은 또 새로운 흥미를 일으키게 되며, 이와 같은 순환 작용은 학습 활동을 더욱 강하게 하고 보다 나은 발전을 낳게 하는 계기가 되는 것이므로 교사는 학생들의 흥미와 그 변화에 대하여 특히 유의 하여 지도하여야 한다.

사람에게는 자신의 뿌리를 찾으려는 본능적인 욕구가 있으므로, 수학 시간에 수학사를 언급함으로써 수학사가 수학의 이용가치를 담고 있으며 수학자들이 수학의 발견에 보인 열정을 보여줌으로써 학생들에게 수학 학습 활동을 가치 있게 여기면서 수학에 대한 학생들의 흥미와 관심을 자연스럽게 유발할 수가 있다.

3. 수학 교육에서 수학사의 역할

수학사를 수학 교육에 도입해야하는 필요성과 그 중요성에 대한 고찰로 과연 수학사가 수학 교육에 어떠한 영향을 미치는지 알아보고자 한다. 수학 교육에서 수학사의 교육적 이용의 중요성과 가치에 대하여 우정호는 다음과 같은 이점을 들고 있다.[2)]

2) 황정희, "수학 교육의 흥미 유발을 위한 연구", 인천대학교 교육대학원 교육학 석사 학위 논문, 2002, p.9

첫째, 알고리즘인 계산 수학을 반성하여 개념적 사고를 고취하는데 이용할 수 있다.

둘째, 교육 과정 구성에서 자연스러운 내용 배열의 준거가 되며, 학습-지도에서 수학적 아이디어의 발달 과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있다.

셋째, 수학의 역사적 발달 과정을 소급해 봄으로써 수학적 사고의 인간적인 모습을 모습을 접하여 봄으로써 학습 동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어넣을 방안을 찾을 수 있다.

넷째, 현대 기술 문명의 발달에서의 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다.

이성현(1975)은 수학사의 연구와 실제의 수학 교육과는 다음과 같은 깊은 의의가 있다고 하였다.

첫째, 수학사는 과학이나 산업 기술의 기반으로서의 수학이 자연과 사회를 배경으로 어떻게 발전되어 왔으며, 또 인간의 생활 개선에 어떠한 역할을 해 왔는가를 인식시켜 준다.

둘째, 수학사는 교재의 취급과 연수에 있어서 또한 지도상의 문제점의 해결에 있어서 많은 도움을 준다.

셋째, 수학사는 학생에게 수학에의 친근감 형성에 도움을 주고, 무미 건조하기 쉬운 수학을 흥미 있는 학습으로 이끌 수 있으며, 수학에 대한 자신과 용기를 준다.

또한 백석윤(1990)은 수학 교육에서의 수학사 지도의 의의를 다음과 같이 적고 있다.

첫째, 기존의 수학 교육을 보다 효과적으로 이끌고 수학 내용을 보다 충실히 전달한다.

둘째, 수학에 대한 교사와 학생의 부정적 통념을 제거하거나 극소화한다.

셋째, 기존의 수학 내용을 학생들에게 보다 재미있게 전달하고 수학에 대한 흥

미를 유발시킨다.

넷째, 수백 수천 년 전의 수학 문제나 이와 관련된 수학자들의 일화, 수학적 구조와 개념의 변천과 발전 사를 학생들에게 경험케 하여 학생들의 흥미뿐만 아니라 보다 윤택한 수학 학습을 가능케 한다.

이상으로 수학사가 수학교육에 미치는 영향을 정리해 보면 첫째, 수학을 지루하고 딱딱한 교과가 아니라 흥미롭고 재미있는 교과로 인식시킬 수 있다. 수학사를 잘 모르는 교사는 결과적인 지식이나 계산 기능 위주의 지도만 하기 쉬우며 그런 교사가 가르친 학생들은 수학을 어렵고 지루한 교과로 인식하게 된다. 학생들이 수학적 활동을 이해하는 제일 좋은 방법은 수학자들의 활동이 역사적으로 어떻게 변화하고 발전되어 왔는지를 알아보는 것이다. 수학사를 배움으로써 학생들은 수학학습 중에 겪는 어려움을 이해할 수 있다. 수학자들의 시행착오 과정을 배움으로써 수학 학습 과정상의 어려움을 대처할 수 있는 방안의 실마리를 찾을 수도 있다. 수학의 역사 속에서 수학자들의 수학은 우연히 알려진 완벽한 체계가 아니고 날마다 새로워지는 가설적인 이론이며 당연히 실수가 많기 때문이다. 수학은 오랜 세월을 거쳐 수많은 시행착오를 통해 오늘날의 모습을 이루게 되었고 그 발전의 내면에는 많은 수학자들의 고뇌와 노력이 점철되어 있다 많은 수학자들의 다양한 일화나 수학적 변화과정은 학생들에게 흥미를 유발시켜 수학 수업에 집중시키고 문제 해결 능력을 증진시킬 수 있다. 그러므로 수학적 아이디어의 발생과 그 과정을 간과하여 수학적 사고과정의 중요성을 놓칠 수는 없는 일이다.

둘째, 생활과 수학의 밀접한 관계를 알려주어 학생들에게 그 중요성을 이해시킨다. 실생활에서 존재하는 여러 가지 원리들이 수학과 어떤 관련이 있는가를 수학의 역사에서 발견되는 여러 가지 사실을 통해서 이해할 수 있으며 수학은 적용 범위가 광범위한 기초과학 과목이라는 폭 넓은 이해를 갖는 데 도움이 된다. 예를 들어 2진법은 오늘날 컴퓨터의 발전에 직접적인 영향을 주어 정보를 수집하고 정리 하는 데 도움을 주고 있다.

또한 수학은 수학 그 자체로서도 매우 큰 역할을 하는데 순수 이론으로서의 수학은 아직 알려지지 않은 물리적인 현상, 사회적인 현상, 경제적인 현상 등을 발견하는 데 꼭 필요한 학문으로 취급된다. 수학 수업에 지도하고 있는 내용의 역사적 배경은 물론이고 인류 문명의 발달에 미친 수학의 결정적인 영향력에 대한 설명과 더불어 위대한 수학자의 생애와 그 업적에 대한 이야기를 자주 해줌으로써 수학의 중요성과 가치를 인식하고 수학을 즐길 수 있도록 해주어야 할 것이다.

4. 수학 교육의 문제점

이제까지의 수학 교과서를 보면 학생의 흥미 유발을 위한 내용이나 창의성과는 거리가 먼 딱딱한 공식, 증명의 소개, 문제 풀이, 계산 등으로 이루어져 있다. 또한 일부 학생들은 교사가 설명한 정리나 성질을 이해하지 못한 채 그저 공식 암기에 급급하고 교사가 풀어준 문제와 유형이 비슷한 문제들을 반복하는 것이 수업의 전부로 알고 있다. 자연히 학생들은 어려서부터 가져왔던 숫자에 대한 호기심과 흥미가 학년이 올라가면서 점점 줄어들게 되고 수학은 딱딱하고 재미없다는 생각을 가지게 된다. 단지 소수의 학생들만이 관심을 가지고 수학을 공부할 뿐 대다수의 학생들은 수학에 대한 자신감을 잃고 진학을 위한 수단으로써의 수학으로 인식 하게 된 것이다. 수학 교육의 목표가 단지 계산을 잘하도록 하고 대학을 가기 위해서 있는 건 아니다. 학생들이 가져야 할 기초적인 수학적 지식의 습득도 중요하게 여기지만 여러 가지 사물의 현상을 수학적으로 표현하고, 사고하고 처리하는 능력과 수학적 태도를 육성하는 데 그 목표가 있으며 더 나아가서 학생 스스로가 수학에 대한 지적 탐구심을 키워나갈 수 있도록 도와주어야 한다. 교실에서는 교사의 일방적인 설명과 자리에 앉아서 수업을 듣는 수동적인 학생들이 수업을 듣는 형태로 수업이 진행된다. 수업 시간은 주로 교과서에만 의존하고 있는데 그 이유는 수업 계획표에 따른 진도를 맞추기에 급급하여 다양한 수학의 세계를 접할 여유가 없기 때문이다. 따라서 교과서의 단원 시작 부분에 소개되어 있는 수학사적인 이

야기조차 거의 지도되지 않고 있는 실정이다. 수학의 발생이나 변천과정, 수학자들의 노력과 고뇌, 그리고 그들의 생애가 그냥 묻혀지고 학생들은 수학의 진정한 맛을 느껴볼 수가 없다.

지금까지의 교과서는 그 검정 기준이 엄격하여 검정에 통과한 교과서는 거의 비슷해서 어느 교과서를 채택하거나 별반 다를 것이 없었다. 그러나 7차 교육과정의 교과서 검정 과정에서는 검정 기준을 완화하여 각 출판사들의 새로운 교과서 실험이 가능하도록 배려한 흔적을 많이 찾아 볼 수 있다. 교과서마다 다양한 읽을거리가 제공되어 수학의 유용성을 인식시킬 수 있도록 되어 있다. 그러나 이런 정도가 수학의 유용성과 중요성을 학생들에게 인식시킬 수 있는지 의구심이 든다. 단순히 수학자의 생애만을 명시한 교과도 있어서 학생들의 흥미를 끌기에 역부족인 면도 없지 않다. 좀 더 유연하고 자연스러운 접근 방법의 모색이 절실하다. 교과서 단원과 그 단원에 관련된 수학자의 생애가 따로 명시된 것이 아니라 교과서의 각 단원과 연관된 수학사적인 사실을 교과서의 내용과 연관시켜 지도함이 바람직하다.

제 7차교육과정에서는 수학 교과의 경우 단계형으로 이루어져 있고 매 단계 마다 일정 수준에 미달하는 학생에게는 그 단계를 재이수하도록 하게 되어 있다. 또한 6차교육과정에 이어 7차교육과정에서도 수준별 교수 학습을 권장하고 있다. 물론 이것은 수준별로 반을 편성하는 것이 아니라 반에서 분단을 나누어 수준별로 수업을 지도하도록 권장하고 있다. 그러나 교과서에는 수준별로 전개하는 부분에 대한 고려가 전혀 없다. 특히 잘하는 학생보다 수업에 흥미가 없고 잘하지 못하는 학생에 대한 배려는 부족한 현실이다. 이러한 현실에서는 교사의 역량이 매우 중요하고 교육에 필요한 연구를 계속해야만 한다.

5. 수학사 지도의 의의

수학의 지도에 수학사를 이용하는 것은 학생들이 수학을 재미있게 공부하고 수학이 특수한 몇 사람의 소유물이 아니며, 평범한 사람도 살아가는 중에 수학적인 아이디어를 찾아낼 수 있고, 이들을 조직하여 다시 실생활에 유용하게 활용할 수 있다는 확신을 갖도록 하기 위한 것이다. 그리고 수학을 자칫 이기적이고 차디찬 학문이라고 생각하는 학생들에게 인간적으로 살아간 수학자들의 생활상을 알게 함으로써 수학에 대한 친근감을 갖도록 할 수 있다.

수학은 책 속에 활자화된 무미건조하고 딱딱한 이야기만은 아니다. 수학의 장구한 역사는 수학의 존재 가치와 중요성을 대변한다. 수학사에는 인간의 줄기찬 노력, 실패와 성공, 고통과 환희의 이야기가 있다. 수학사는 분명히 수학 교육에 활용할만한 충분한 가치가 있는 것이기 때문이다.

(1) 수학사 지도의 필요성

정동권(1998)은 교사를 위한 수학사 개론에서 수학 교육에 수학사를 도입해야 할 필요성과 그 역할을 아래와 같이 말하였다.

첫째, 수학에 대한 올바른 인식을 하게 해 준다. 수학사는 수학적인 문제 그 자체 외에도 수학의 형성 배경이라 할 수 있는 수학자와 관련된 이야기나 당시 사회와 관련된 흥미로운 에피소드, 그리고 하나의 수학적 개념이나 내용의 변천 과정에 얽혀 있는 이야기 등으로, 학생들로 하여금 수학에 대하여 갖고 있는 잘못된 선입관, 또는 편견을 바람직한 방향으로 유도를 가능하게 할 것이다.

둘째, 수학에 대한 흥미를 유발시키기도 하며, 수학 수업을 활기차게 만들어 주는 역할을 한다. 수학사에 대한 풍부한 지식과 이해는 수학 교사에게 수학적인 지식과 아울러 상호 보완의 역할을 하여 즐거운 수학 학습의 기회를 교사나 학생 모두에게 가져다 줄 것이다.

셋째, 자연현상과의 관련을 이해하게 하여 수학이 폭넓은 기초과학임을 자각하게 해 준다. 수학사에 종종 등장하는 자연관찰의 발달 현상에 대한 이야기는

자연계에 존재하는 여러 가지 원리들이 수학과 어떠한 관련이 있는가를 간접적으로나마 이해할 수 있게 해 준다.

넷째, 수학 교육과정의 연구에 있어서 중요한 참고자료가 된다. 수학사는 수학교육과 관련해서 보다 광범위하고 일반적인 측면에서도 응용될 수 있다. 수학사에서 찾아볼 수 있는 일련의 수학적 구조나 개념의 형성, 발전 과정의 고찰은 학생들의 수학적 구조나 개념을 형성 과정을 연구하는 데 도움이 될 것이며, 나아가서는 수학교육과정의 연구에도 중요한 참고자료가 될 것이다.

(2) 수학사 지도의 역할과 효과

신영미(1992)는 수학 교육에서 수학사의 역할을 다음과 같이 적고 있다.

첫째, 수학사를 통해서 학생들에게 현대문명의 발달에서 수학이 담당한 중심적 역할과 문화적인 역할을 이해하게 하여 수학에 대한 올바른 인식을 갖게 할 수 있다.

둘째, 수학사는 인류라는 가장 큰 학습자의 학습과정이기 때문에 수학사에 대한 고찰은 수학사의 구조나 학생들의 개념형성 과정을 이해하고 연구하는 데 중요한 자료가 되며 나아가 수학 교육과정의 연구와 지도법의 연구에 핵심적인 자료를 제공한다.

셋째, 수학사는 수학의 역사적 발달 과정을 되돌아보게 함으로써 수학적 활동의 인간적인 모습과 수학의 진정한 모습을 접하게 하여 학습 동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어 넣는다.

넷째, 기계적인 알고리즘적 계산 수학을 반성하게 하여 반성적 사고를 고취하게 하므로 진정한 수학적 사고 교육을 가능하게 한다.

다섯째, 보다 구체적으로 말하면 수학사를 통한 수학 지도는 다음 사항에 대한 이해를 도와서 효율적인 수학 교육을 이루게 한다.

・수학 내용 자체에 대한 이해

・수학이 창조, 발전되며 변천되고 일반화되는 과정과 이유에 대한 이해

· 수학과 실세계의 현상과의 관계에 대한 이해

· 수학의 구조, 공리적 체계, 증명 등의 이해

즉, 요약하면 다음과 같다.

㈎ 인류의 문화와 기술 문명 발달에서의 수학의 중심적 역할에 대한 교육

㈏ 수학 교육 연구에 중요한 자료 제공

㈐ 수학 학습에 생기를 주고 학습 동기를 유발

㈑ 개념적 사고의 고취

㈒ 다양한 문제 해결 방법의 제공

㈓ 학생들이 겪는 학습 상의 어려움에 대한 적절한 대처 방법을 제공

㈔ 수학의 형성 과정에 대한 이해

㈕ 수학과 실세계와의 관계에 대한 이해

㈖ 수학의 구조, 공리적인 체계, 증명 등의 이해

그리고 김영춘(1993)은 수학 교육에서의 수학사 도입의 효과를

첫째, 흥미와 자신감을 고취시킨다.

둘째, 수학의 형성 배경과 변천 과정을 통해 새로운 수학 관을 확립한다.

셋째, 수학의 폭 넓은 수용성과 과학 발달 현상과의 연관성을 이해한다.

넷째, 학생 성장에 따른 교육과정 개발에 참고가 된다.

다섯째, 대안적인 해법을 제시한다.

위의 내용을 더 세분해 보면 다음과 같다.

㈎ 학습 동기 고취에 도움을 준다.

㈏ 수학에 인간적인 모습을 준다.

㈐ 역사적 발달은 커리큘럼 내의 내용 배열 결정에 도움을 준다.

㈑ 학생에게 여러 개념이 어떻게 개발되어 왔나를 보여줌으로써 이해를 돕는다.

㈒ 수학에 대한 학생의 인식은 바꾼다.

㈓ 고대와 현대와의 비교가 현대 기술의 가치를 확립한다.
㈔ 다 문화적 접근을 개발하는 데 도움을 주며 연구 기회를 제공한다.
㈕ 발달에 관한 과거의 장애가 오늘날 학생들이 어려워하는 것이 무엇인지를 설명하는 데 도움을 준다.
㈖ 학생들이 문제를 갖고 있는 것이 자신만이 아님을 깨달음으로써 안심케 한다.
㈗ 우수 학습자에게 좀 더 깊이 성찰하도록 격려한다.
㈘ 사회에서의 수학의 역할을 설명한다.
㈙ 수학을 덜 놀라운 것으로 만든다.
㈚ 수학사 탐구는 수학에 대한 관심과 열의를 유지시킨다.
㈛ 다른 과목 교사나 학생들과의 교육과정의 연구 기회를 제공한다.

따라서 수학사는 수학 교육에서 담당할 수 있는 역할이 매우 다양하고 이러한 역할들은 수학의 진정한 모습을 대할 수 있게 할 뿐만 아니라 의미 있는 수학교육을 가능하게 하며 수학 교육을 인간화하는 데 수학사가 매우 중요하고 필요한 도구임을 말해 준다.

(3) 수학사 지도의 방법

수학사에서 수학은 변화하고 발전하는 학문으로 끊임없이 창조된다는 것을 알 수 있다. 인류는 실용적인 필요성에서 수학을 시작하였지만 여러 가지 수학적 지식과 이론들이 어떠한 동기와 관심을 가지고 시작되었는지, 수학자들의 수학적 이론과 지식이 어떠한 사회적 배경과 과정을 거쳐 형성되고 노력하였는지 알 수 있다.

수학사 지도의 필요성과 효과가 긍정적으로 판정됨에 따라 지도 방법에 대하여 백석윤(1990)은 다음과 같이 제시하고 있다.

첫째, 단원 내용과 관련된 수학 용어나 수학자의 생애와 업적, 일화, 시대적 배경 등 역사적 배경의 소재를 통하여 배우고자 하는 내용의 역사적 연계성이나 입체감을 학생들이 느끼게 함으로써 흥미를 유발시킨다.

둘째, 수학사에 등장했던 문제들을 학생들에게 제시하여 직접 풀어보게 하고, 교사가 과거의 풀이 방법과 현재의 풀이 방법을 비교·설명함으로써 극적인 경험을 하게 한다.

셋째, 과거 수학자들이 미래 사회에서 필요로 하는 수학적 내용에 대한 예견이나 그 예견이 현재 사회의 요구에 부합되고 있는 경우를 수학사에서 예를 들어 설명한다.

넷째, 그밖에 다양한 수학 사적 참고 자료들은 단순히 학생들의 주의 환기나, 관심 집중을 위한 방법으로도 학습 현장에 이용될 수 있다.

다섯째, 이미 학습했거나 학습하게 될 수학 내용과 관련된 수학적 주체들의 목록을 제시하여 수학사 연대표를 학생들 스스로 만들어 보게 한다.

여섯째, 한 가지 문제에 대하여 수학사에 나오는 다양한 해결 방법을 소개하여 비교해 봄으로써 학생들의 문제 해결 능력의 증진과 함께, 대개 수학문제의 풀이 방법이 한 가지 뿐이라고 생각하는 선입관을 해소시키고 서로 다른 시대, 다른 장소에서 활동했던 사람들의 다양하고 창조적인 수학적 사고를 경험할 수 있는 기회를 제공한다.

(4) 수학사 지도의 이점

우정호(1997)는 수학사를 수학 교육에 이용하면 다음과 같은 이점이 있다.

첫째, 알고리즘인 계산 수학을 반성하여 개념적 사고를 고취하는 데 이용할 수 있다.

둘째, 교육 과정 구성에서 '자연스런' 내용 배열의 준거가 되며, 학습-지도에서 수학적 아이디어의 발달 과정을 따름으로써 자연스럽게 그 이해를 도울 수 있다.

셋째, 수학의 역사적 발달 과정을 소급해 봄으로써 수학적 사고의 인간적

인 모습을 접해보게 하고, 학습 동기를 유발하고 수학 학습에 생기를 불어 넣을 방안을 찾을 수 있다.

넷째, 현대 기술 문명의 발달에서의 수학의 중심적인 역할과 수학의 문화적인 역할, 특히 인간관과 세계관 형성에 미친 수학의 역할을 이해함으로써 수학에 대한 학생들의 인식을 바꿀 수 있다.

수학사 활용의 필요성과 수학사의 역할과 효과, 그리고 수학사의 지도 방법과 이점을 바탕으로 다시 정리해 보면 자칫 지루하고 딱딱해지기 쉬운 수학 수업에 활력을 주어 흥미를 유발시키고 수학자의 생애를 통하여 인간적인 면을 느끼게 할 수 있다. 수학 내용이나 개념 및 원리의 이해에 도움을 주며 수학이 끊임 없는 발달 과정 속에 있는 수학임을 인식하게 하여 더욱 친근감과 능동적인 학습 태도를 갖게 할 수 있다는 것이다.

Ⅲ. 우리나라 수학에서 수학사의 도입 현황

이 장에서는 제 7차 교육과정의 중학교 수학 9-가, 9-나 교과서와 교사용 지도서의 수학 사적인 내용이 어느 정도 들어있는지를 조사하였다.

(1) 수학 9-가 교과서 및 지도서에서의 수학사

단 원	중단원	교과서	지도서
Ⅰ. 무리수와 실수	1. 제곱근과 실수 2. 근호를 포함한 식의 계산	루돌프	유클리드
Ⅱ. 식의 계산	1. 다항식의 곱셈 2. 인수분해	알콰리즈미 카르다노	아벨
Ⅲ. 이차방정식	1. 이차방정식 2. 이차방정식의 활용	페라리 비에트	갈루아
Ⅳ. 이차함수	1. 이차함수와 그래프 2. 이차함수의 그래프의 성질	갈릴레이	

(2) 수학 9-나 교과서 및 지도서에서의 수학사

단 원	중단원	교과서	지도서
Ⅰ. 통계	1. 상관관계		
Ⅱ. 피타고라스의 정리	1. 피타고라스의 정리 2. 활용	주비산경 피타고라스	
Ⅲ. 원	1. 원과 직선 2. 원과 각 3. 원과 비례	유클리드 아르키메데스 에라토스테네스	
Ⅳ. 삼각비	1. 삼각비 2. 삼각비의 활용	아리스타르코스 프톨레마이오스	

이상에서 조사해본 결과 수학사 도입은 단원의 도입 부분에서 간혹 간단한 역사적 일화를 언급하고 단원의 내용과 관련된 유명한 수학자를 소개하는 정도와 단원의 끝 부분에서 한두 개 정도의 수학 사적 자료를 제시하는 정도이다.

수학 교육에서는 일단 지도 내용으로 채택된 일정한 수학적 개념이나 원리는 반복 답습이 지속되기 쉽다. 그 결과 수학적 개념이 처음 발생되었을 때의 생생함이 그대로 살아남아 다음 세대에게 전달되기가 어려울 뿐만 아니라 그러한 개념을 생성시킨 본질적인 원인을 망각한 채 지도되기가 쉬운 것이다. 이러한 문제점을 극복하는 데 수학사의 도입이 결정적인 역할을 할 수 있다면 수학사는 보다 적극적으로 교과서에 도입되어야 할 것이다. 그리고 교과서에는 여러가지 제약으로 도입하지 못하는 내용들을 교사용 지도서에라도 다양하고 깊이 있게 제공해 주어야 할 것이다. 교과서 이면에 있는 의도를 교사들이 충분하게 파악하고 이를 발전시킬 수 있는 역사적인 자료의 제시가 무엇보다 필요하다. 단순한 소개나 연대기적인 나열에 그치는 자료가 아니라 수학교사에게는 수학과 수학하는 방법의 특성에 대한 올바른 파악과 태도를 전달할 수 있도록 좀더 깊이 있고 교수학적으로 번역된 자료의 제공이 요망된다.

Ⅳ. 수학사 도입 방법의 제시

1. 시대별 수학사의 흐름

(1) 오리엔트 수학의 특징 : 실용적인 산술과 측량

아프리카의 나일 강변(이집트 문명), 서아시아의 티그리스·유프라테스 강 유역(메소포타미아 문명), 남 중앙아시아의 인더스 강 유역(인더스 문명), 동아시아의 황하 유역(중국 문명)에 기원 전 2000년까지에는 고대 4대 문명이라고 부르는 상당히 발달된 고대 국가 사회가 형성되어 있었다.

고대 국가의 주요 경제 활동은 농업과 목축으로 이 강들의 홍수로부터 농토를 관리하는 일과 거기서 나오는 생산물을 분배하고 조정하는 일은 무엇보다 중요하다. 따라서 초기의 수학은 주로 고대 오리엔트(그리스의 동쪽)의 지역에서 농업이나, 토목, 건축과 같은 일에 필요한 실용적인 과학으로써 발생했다. 즉, 초기 수학의 특징은 실용적인 산술과 측량에 있었다. 이로부터 대수와 기하학의 시초가 발전하였다. 그러나 오리엔트 수학에서는 오늘날 '증명'이라고 부르는 것을 전혀 찾아볼 수 없다. 이를테면 '이렇게 하여라.' 그러면 구하는 넓이 등이 구해진다고 할 뿐, 왜 그렇게 하면 그것이 구해진다는 이유를 밝힌 것은 없는데, 이것은 Ⅱ에서 논하는 고대 그리스 수학과는 근본적으로 다른 것이며 수학에서는 하늘과 땅의 차이다.

이와 같은 고대 문명에서 수학은 필수적인 요소의 하나였는데 오늘날 기록 으로 남아 있는 것은 이집트와 바빌로니아(메소타미아)의 것뿐이다. 결국 오리엔트 수학은 토지측량, 토목공사 등 현실 문제 해결의 수단으로만 쓰여진 '생활수학'이었기 때문에 그 이상의 발전을 하지 못하고 말았다. 바빌로니아인들은 영구적인 구운 점토판을 사용했고 건조한 기후 지역의 이집트인들은 돌과 나일강 변

의 갈대로 만든 파피루스를 사용했다. 그러나 초기 중국인들과 인도인들은 나무 껍질이나 대나무와 같은 썩기 쉬운 재료에 기록을 남겨 놓아 오늘날까지 확실하게 전해진 것이 별로 없다.

① 바빌로니아 수학

<그림 1> 바빌로니아 지역

초기 바빌로니아인 들은 바늘을 가지고 젖은 점토판에 뾰족한 이등변 삼각형을 새겨 넣어 쐐기 문자를 만든 다음 기록을 영구히 보전하기위해 그 판을 화덕 속에서 구워서 남겼다.

이것이 19C에 와서 기원전 1600년경의 함무라비 왕조의 점토판이 발굴되고 쐐기문자 원문을 해독함에 따라 바빌로니아인 들이 상업과 농업에 있어서 상당히 높은 수준의 계산술을 사용했고 60진법의 수 체계를 사용했음을 알 수 있다.

바빌로니아의 기하학은 거의 실제 측량과 관계된 것으로 특징은 대수적 성질에 있다. 바빌로니아인 들은 2차 방정식의 해법과 연립 2원 2차 방정식의 해법도 알고 있었으며 3,4차 방정식의 간단한 것도 다룰 정도로 대수가 싹트고 있었다. 오늘날 원주를 360등분하는 것도 틀림없이 고대 바빌로니아인 들의 업적이다.

② 이집트 수학

이집트인들은 나일강의 하류 지방에 있는 파피루스라는 갈대와 비슷한 풀을 이용하여 종이를 만들어 사용했다. 기원전 1650년경의 사원의 서기인 아메스가 쓴 '아메스의 파피루스'(발견자의 이름을 따서 린드 파피루스라고도 함)에는 농토의 면적을 구하는 방법, 분수 계산의 방법과 같은 당시의 수학이 기록되어 있다. 고대 이집트인들은 원의 면적을 직경의 8/9의 제곱과 같다고 했고,

직원기둥의 부피와 삼각형의 넓이를 구하였으며, 거대한 피라미드의 부피도 구하였지만 바빌로니아인 들에 비하여 1차 방정식 밖에 다루지 못하였다.

(2) 그리스 수학의 특징 : 논증적인 기하학

수학이 학문 또는 과학으로서 주목되는 것은 고대 그리스 시대로 대략 기원전 6세기경이라고 볼 수 있다. 물론 그 이전에도 일찍 문명의 꽃을 피운 고대의 인도, 중국, 바빌로니아에서는 수학을 비롯하여 괄목할 만한 문화가 발달되었다. 그리스인들은 이집트에서 기하학을 바빌로니아에서 대수학을 배운 것으로 알려져 있다. 그리스의 탈레스나 피타고라스, 또 플라톤도 이집트에 유학하여 그 문화에 접하였다. 그리스는 이들 문화를 받아들여 새로운 문명의 한 시기를 형성하여 수학에서 불멸의 업적을 남기고 있다.

유클리드의 <원론>, 아르키메데스의 많은 연구 업적, 아폴로니우스의 <원추곡선론>, 디오판투스의 <산학> 등이 그것이다. 아리스토텔레스, 플라톤 등으로 대표되는 여러 학자들의 관심사는 철학과 수학이었다. 플라톤이 그의 강당의 입구에 "기하학을 모르는 자는 들어오지 말라"고 써 붙였다는 이야기는 유명하다. 유클리드도 아리스토텔레스와 플라톤의 영향을 많이 받았다고 알려져 있다. 그의 <원론>은 역사상 처음으로 수학을 논리적으로 정리하여 체계화한 것으로써 유럽에서는 19세기 말경까지 교과서로 쓰이고 있었다. 이 책은 공리에서 출발하여 차례 차례로 정리를 증명하여 체계화하여 나가는 오늘날의 수학의 형식에 가까운 것을 이미 기원전 3세기경에 보여주었다. 이 체계에는 오늘날의 눈으로 보면 여러 가지 결점도 있다. 그러나 그 이후의 수학에 끼친 영향은 엄청나게 크다. 그런데 그리스 수학은 이론적으로 매우 뛰어났으나, 수나 계산 방면에는 큰 진전이 없었다. 디오판투스의 대수 방면의 연구도 역시 이론적인 면이 현저하였다. 그후, 10세기경까지의 유럽은 인도나 근동 여러 나라에서 발전한 산술-대수를 수입하는 상태였다.

⑶ 중세 유럽 수학의 특징 : 암흑시대의 수도원 수학

디오판토스 이후 10세기 경까지의 유럽은 인도나 근동 여러 나라에서 발전한 산술, 대수를 수입하는 상태였다. 인도에서는 7세기에 아리아바타(Aryabhata, 475-553)가 <아리야바티야, Aryabhattiya,449>에서 기수법과 천문학적 관측론을 자세히 다루고 있다. 오늘날 아라비아 숫자라고 불리는 것이 발명된 것도 이 때의 인도이다. 이탈리아의 피보나치가 이것을 유럽에 소개하였다.

⑷ 16세기의 이탈리아 수학의 특징 : 르네상스의 상업 수학

15, 16세기 경에는 르네상스의 부흥기를 겪으면서도 수학의 면에서는 그리스 시대나, 17C 이후에 보여지는 현저한 발전은 없었다. 다만, 이탈리아에의 3차, 4차 방정식의 해법이라든가, 프랑스에서의 대수학을 계통적으로 기호화한 점이 주목될 뿐이다. 르네상스 설령 수학의 체계 자체에는 획기적인 변화를 주지 않았다 하더라도 갖가지 풍요로운 소재로 이 학문에 활기를 불어넣었다. 그러나, 르네상스 수학의 가장 중요한 의의는 그리스의 수학과 인도-아라비아의 수학이 통합됨으로써 여기에서 유럽 수학의 전통이 굳혀지고, 이것을 발판으로 하여 근대수학을 출발시켰다는 점에서 찾아야 한다.

16세기의 수학적 성취를 요약하면 다음과 같다. 기호 대수가 훌륭하게 시작되었고, 인도-아라비아 숫자 계산이 표준화되었으며, 소수가 개발되었고, 3차 및 4차 방정식이 풀렸고, 방정식이 일반적으로 진보되었으며, 음수가 받아들여졌고, 삼각법이 완성되고, 체계화되어 몇 가지 훌륭한 표가 만들어졌다. 그리하여 다음 세기의 놀라운 진보를 위한 무대가 만들어졌던 것이다.

⑸ 17세기 영국 수학의 특징 : 미 적분학의 영웅 시대

유럽은 17세기에 접어들면서 철학, 천문학, 물리학 등의 발전과 더불어 근대,

그리고 현대에 이어지는 이른바 '과학 혁명의 시대'에 돌입하게 된다. 이 세기에는 과학 혁명기다운 눈부신 발견과 창의가 차례로 쏟아져 나왔다. 케플러, 네이피어, 페르마를 비롯하여 데카르트, 파스칼, 뉴턴, 라이프니츠 등이 새로운 분야를 개척하였다. 이들은 예외 없이 물리학-천문학-철학 등의 여러 분야까지 점하여 연구한 천재들이었으며, 이런 면에서 후대의 수학자들과는 그 면목을 달리하고 있다. 그들의 연구나 창의적 발견에도 이 특색이 잘 나타나 있다. <방법론 서설>을 지은 철학자 데카르트는 해석기하학의 창시자로서 불후의 이름을 남기고 있다. 기하학을 대수학과 결부시켜서 대수학적 방법을 발견하였다. 이것은 라이프니츠의 미적분 발견에 영향을 끼치고 있다고 보고 있다.

뉴턴과 라이프니츠는 각각 독립적으로 미 적분학을 창시하여 근대 해석학의 발단을 열었다. 수 백년 동안 진전이 없었던 수학이 급속히 진보하여 기하학, 대수학의 세계에서 해석학으로 비약하여 물리학에도 큰 영향을 끼쳤다. 뉴턴은 1671년에 미적분학을 체계화하였다. 우주의 중력의 법칙 발견, 빛의 입자설 등 찬란한 업적을 남겼다.<프린키피아, Philosophiae naturalis Principia mathematica>는 1687년에 간행되었다. 후에 라이프니츠와 뉴턴은 미 적분학의 창설을 둘러싸고 많은 논쟁이 있었으나, 결국 양자는 각각 독립으로 그 업적을 이루었다는 것이 해명되었다. 라이프니츠는 수학의 기호화에도 큰 공적을 남겼다. 현재의 미적분학의 기호는 그에 힘입은 바가 크다. 법률학, 철학에도 큰 업적을 남겼다.

(6) 18세기 프랑스 수학의 특징 : 해석학의 발전 시대

18세기는 17세기에 창설된 해석학의 발전 시대로 새롭고 강력한 방법인 미적분학을 개발하는 데 소요되었다. 이 세기 동안 삼각법, 해석기하학, 정수론, 방정식론, 확률론, 미분방정식, 해석역학 등의 분야에서 상당히 높은 수준의 발전이 있었으며 또한 보험통계학, 변분법, 고차함수, 편 미분 방정식, 화법 기하학, 미분 기하학 등 수많은 새로운 분야가 창조되었다.

18세기는 스위스의 베르누이 일가족과 프랑스의 수학자들의 활약이 눈부시다. 베르누이 일가의 업적과 같이 스위스의 오일러의 수많은 독창력이 해석학의 면목을 일신시켰다. 또 이탈리아에 살고 있던 프랑스인 라그랑주는 오일러와 더불어 변분학을 만들었다. 달랑베르는 해석학의 기초에 관심을 쏟았으며, 람베르트는 평행공준에 관한 논문을 썼다. 해석학에 크게 공헌한 라플라스, 화법 기하학을 창시한 몽주도 이 시대의 사람들이었다. 1799년 6월 22일에 프랑스 혁명을 계승한 프랑스 공화정은 도량형의 미터법을 채택했다.

(7) 19세기 독일 수학의 특징 : 근대 수학

17세기를 새로운 수학의 창설의 시대, 18세기를 그의 발전의 시대라고 한다면 19세기는 현대에 이어지는 충실과 창설이 또 다시 계속되는 시대라고 할 수 있을 것이다. 이 세기는 대체로 모든 과학이 완성의 단계를 향하여 달린 시대라 하겠다. 수학에 있어서 18세기는 프랑스인 들의 활약이 두드러진 데 비하여 「19세기에 들어와서는 독일 사람들이 놀랄만한 진전을 보여 주었다.」 가우스를 비롯하여 바이어슈트라스, 리만, 데데킨트, 칸토르, 클라인, 힐베르트 등이 현대수학의 건설에 큰 소임을 담당하였다. 가우스의 정수론을 위시하여 많은 분야의 연구, 프랑스인 코시의 해석학의 연구, 헝가리의 보야이의 비 유클리드 기하학의 연구, 노르웨이인 아벨의 대수학과 해석학에 대한 공헌, 프랑스인 갈로아의 방정식론, 군론에 있어서의 업적, 바이어 슈트라스-리만의 해석학, 리만 기하학의 창시 등이 이 19세기 수학의 핵심 부문이라고 할 수 있을 것이다.

19세기는 비 유클리드 기하학의 출현으로 인한 기하학의 해방, 대수학의 추상화, 해석학의 산술화와 같이 수학의 각 분야에 있어 일찍이 볼 수 없었던 위대한 세기이다. 이 세기에는 수학의 엄밀성, 추상성, 보편성이 추구되었다.

(8) 현대 수학의 특징 : 공리주의 수학

20세기 수학 연구의 많은 부분은 주제의 논리적 기초와 구조를 검증하는 데 전념 되어왔다. 이것은 점차 공리론(axiomatics) 즉, 공준 집합과 그것들의 성질에 관한 연구를 탄생시켰다. 많은 수학의 기본 개념이 눈부시게 발전되고 일반화 되었으며, 집합론, 추상 대수, 위상 수학 같은 순전히 기본적인 분야가 광범위하게 발달되었다.

일반 집합론은 까다로운 논증을 요구하는 약간 심오하고 혼란스런 역설에 부딪혔다. 그래서 주어진 가정으로부터 결론을 얻어내는 데 수학에서 사용하는 장치인 논리 자체를 면밀히 검토하게 되었으며, 마침내 수리 논리가 등장하였다. 논리와 철학 사이의 유대는 현대의 다양한 수리 철학의 주요 학파로 발전하였다. 그리고 20세기의 컴퓨터 혁명 또한 수학의 많은 분야에 깊은 영향을 끼쳤다.

데데킨트는 절단(Schnitt)이라는 개념을 도입하여 수학의 기초를 확립하는 데 힘을 경주하였다. 클라인은 해석학에서 많은 업적을 남겼을 뿐만 아니라 이른바 에를랑겐 목록(Erlangen Pragram)을 발표하여 기하학 전체를 명확하게 분류 하고, 나아가서는 새로운 기하학이 탄생할 길을 트게 하였다. 또, 그는 수학 교육에도 참신한 의견을 제창하였다. 힐베르트의 기하학의 공리계의 연구는 현대의 공리주의 수학의 기초를 이루었다. 현대의 수학은 한편 그의 기초를 확립하는 작업을 강력히 추진하면서, 한편으로는 종래의 성과 위에 새로운 성과를 축적해 나가고, 또 수학의 많은 분야의 통일화와 그의 응용을 꾀하는 등 참으로 부단한 진보와 발전을 거듭하고 있는 것이다.

2. 위대한 업적을 남긴 수학자

(1) 집합의 정의 : 칸토어와 러셀

19세기 후반, 칸토어(Cantor, G., 1845~1918)에 의해 집합론이 창시되었으나 집합의 개념과 집합의 연산 법칙은 칸토어 이전부터 사용되고 있었다. 집합론의 생성 배경에는 당시까지 비약적으로 발전을 거듭해 오던 해석학에 관한 엄밀한 분석적 논의들이 큰 역할을 하였다. 코시, 바이어슈트라스, 리만 등의 수학자들은 실수의 엄밀한 정의를 기초로 해석학을 재구성하였다.

데데킨트(Dedekind, J. W. R., 1813~1916)는 절단(切斷, cut)이라는 개념으로 무리수를 정의하였다. 이 정의 무리수의 합리화에 큰 역할을 했을 뿐만 아니라. 이것에 의하여 실수의 구조가 명백해지고, 실수는 한직선 위의 점과 일대일 대응을 이루게 됨이 밝혀졌다. 칸토어는 이와 같이 수(數)의 집단이 점(點)의 집단으로 대치될 수 있음에 착안하여 이러한 점의 집단의 개념을 추상화시켜 집합의 개념에 도달하였다. 무한에 관한 연산을 특성으로 하는 집합론에는 다음과 같은 기본적 사실이 있다.

① 두 집합 A, B에 대하여 합집합 A∪B를 만드는 일

② 두 집합 A, B에 대하여 교집합 A∩B를 만드는 일

③ 집합 A에 대한 집합 B의 차집합A-B를 만드는 일

④ 집합 A의 부분집합 B를 만드는 일

⑤ 집합 A에 대하여 A의 부분집합 전체로 이루어진 집합P(A)를 만드는 일

위의 ①,②,⑤ 의 경우, 두집합 A, B 대신에 무한개의 집합을 생각할 수도 있다. 이러한 방법을 반복함으로써 이미 알고 있는 집합으로부터 새로운 집합을 만들어낸다.

● 칸토어의 집합론

칸토어는 수의 집합을 유한과 무한으로 구분했다. 유한과 무한을 단어로만 구분 짓는다는 것은 수학적으로 엄밀한 설명이 되지는 못한다. 칸토어는 여기에 무한집합의 크기를 재는 데 가산(countable)과 불가산(uncountable)의 개념을 도

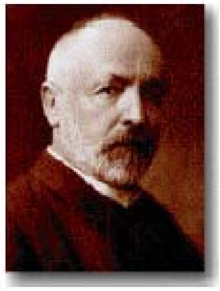
입했다.

어떤 무한집합이 가산이라고 정의될 때에는 자연수의 집합과 일대일 대응 관계에 있다는 것이다. 또, 불가산인 무한집합은 자연수의 집합과 일대일 대응 관계에 있지 못한 경우이다.

예를 들어, 무한집합인 정수의 집합이 가산인지 불 가산인지를 생각해 보자. 이를 풀려면 자연수의 집합과 일대일 대응 관계에 있는지를 확인해 보아야 한다. 정수의 집합과 자연수의 집합 사이에는 일대일 대응 관계에 있으므로 정수의 집합은 가산 집합이며, 유리수의 집합도 가산집합이다. 한편, 칸토어는 칸토어의 대각법(Cantor′s Diagonal Method)‘으로 자연수의 집합과 실수의 집합은 일대일 대응 관계에 있지 않다는 것을 증명했다. 실수의 집합은 불 가산 집합이고 무리수의 집합도 불 가산 집합이다.

● 칸토어의 생애

칸토어는 1845년 러시아의 성 페테르부르크에서 덴마크인 부모 밑에서 태어나서 1856년에 부모와 함께 독일의 프랑크푸르트로 이주하였다. 아버지는 신교로 개종한 유태인이었고, 어머니는 태어날 때부터 카톨릭 신자였다. 그 아들은 중세 신학, 연속성과 무한에 관한 복잡한 논쟁에 깊은 관심을 가졌다. 그 결과, 그는 공업 기술사가 되라는 아버지의 제안을 철학, 물리, 수학을 공부하기 위하여 포기하고 취리히, 괴팅겐, 베를린(이 곳에서 바이어슈트라스의 영향을 받았고, 1867년 박사 학위를 받았다) 대학교에서 공부하다가 1869년부터 1905년까지 할레 대학에서 오랫동안 강의하다가 1918년 할레에 있는 정신병원에서 죽었다.



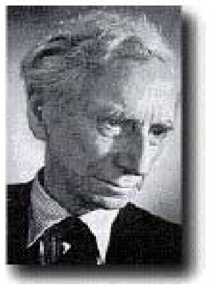
<그림 2 >칸토어

칸토어의 초기 관심사는 정수론, 부정 방정식, 삼각 급수에 있었다. 그는 삼각 급수의 미묘한 이론에서 영감을 얻어 해석학의 기초로 눈을 돌렸던 것 같다. 그는 수렴하는 유리수 수열을 활용하고, 데데킨트의 기하학적인 견해를 반영한 취

급법과는 다른 무리수의 아름다운 취급법을 만들어 내고, 1874년에 집합론과 무한 이론에 관한 혁명적인 연구를 시작하였다. 이 후자의 연구로, 칸토어는 수학 연구의 완전히 새로운 분야를 창조하였다. 그는 논문에서 실제적인 무한의 수학적 취급에 기초를 두어 초한수 이론을 발전시키고, 유한수 들의 계산법과 유사하게 초한수의 계산법을 만들었다.

칸토어는 종교에 깊이 빠져 있었고 어떤 의미에서 제논의 역설과 관련된 논쟁의 연장인 그의 논문은 무한의 실체에 관한 중세 학자의 고찰에 대한 그의 동정적인 경의를 반영하고 있다. 그의 견해는 상당한 반대에 부딪쳤는데. 주로 베를린 대학교의 크로네커로부터 였고 베를린 대학교의 교수직을 얻으려는 칸토어의 노력을 확고부동하게 반대한 사람도 크로네커였다. 오늘날, 칸토어의 집합론은 거의 모든 수학 분야에 스며들었고, 위상과 실 함수론의 기초에서 특히 중요하다는 것이 증명되었다.

● 러셀


<그림 3 > 러셀

화이트헤드(Alfred North Whitehead)는 1861년 영국의 램스게이트에서 태어나서 셰르본느 스쿨과 케임브리지 대학의 트리니티 칼리지에서 수학하였다. 1885년부터 1911년까지 트리니티 칼리지에서 수학을 강의하였고, 그 후 런던 대학교의 유니버시티 칼리지에서 응용수학과 역학을 강의하였다. 1914년부터 1924년까지 런던 대학교 과학기술 대학의 수학교수를 지냈고, 미국으로 가서 하버드 대학교의 철학 교수가 되어 1936년 정년 할 때까지 그 직에 있었다.

그는 1947년 매사추세츠 주의 케임브리지에서 죽었다. 가장 뛰어난 제자인 러셀의 입장과 마찬가지로 화이트헤드는 수학의 입장에서 철학을 고찰하였으며, 두 사람이 함께 1910-1913년에 획기적인 <수학의 원리>를 저술하였다.

귀족 집안의 자손인 러셀(Berrand Atrand Arthur William Russell)은 1872년 웨일즈의 트렐렉 근교에서 태어났다. 케임브리지 대학교 트라니티 칼리지에서

공모 장학금을 받은 그는 수학과 철학에서 명성을 크게 떨쳤으며, 화이트헤드 밑에서 공부하였다. 그는 주로 미국의 대학교에서 강의하였고 수학, 논리, 철학, 사회학, 교육학에 관한 책을 40권 이상 저술하였다. 그는 실베스터, 드모르간과 공동 수상한 영국학술원상 (1934), 메릿 훈장(1940), 노벨 문학상(1950)과 같은 많은 상을 수상하였다. 그는 거리낌없이 의견을 말하여 종종 논쟁에 휘말렸다. 제 1차 세계대전 중에 평화주의자적인 견해를 피력하고 징병제도를 반대하여 케임브리지 대학교에서 쫓겨나고 4개월 동안 옥살이를 하였다. 1960년대 초에 핵무기에 반대하는 평화주의 운동을 이끌어 다시 잠깐 동안 투옥되었다. 뛰어난 지성과 능력의 소유자였던 그는 1970년 98세의 고령에도 끝까지 정신이 흐트러지지 않은 채 세상을 떠났다.

● 러셀의 역설

어느 날 도서관 사서는 책이 꽂혀 있는 선반을 둘러보다가 한 묶음의 카탈로그를 발견했다. 거기에는 소설, 참고서, 시집 등의 제목이 일목요연하게 소개되어 있었다. 그런데 일부 카탈로그 목록에는 카탈로그 자신까지 소개되어 있고, 다른 카탈로그는 그렇지 않았다. 사서는 책의 분류 체계를 단순화하기 위해 두 개의 카탈로그를 추가로 만들었다. 그 중 하나는 다른 책들의 목록과 함께 자기 자신(카탈로그)의 제목까지 수록되어 있는 카탈로그들을 소개하는 카탈로그였다. 그런데 작업이 끝나갈 무렵, 도서관 사서는 난관에 봉착했다. 자기 자신은 소개되어 있지 않는 카탈로그의 명단을 모두 수록한 두 번째 카탈로그의 명단에 자기 자신을 수록해야 할 것인가? 만일 수록한다면 그것은 사서의 카탈로그 제작 의도에 위배된다.

이 카탈로그는 앞서 말한 대로 '자기 자신은 소개되어 있지 않은 카탈로그들' 만을 수록해야 하기 때문이다. 그러나 수록하지 않는다면 정의에 의해 이 문제의 카탈로그는 그 안에 수록되어야 한다. 결국 사서는 이러지도 못하고 저러지도 못하는 상황에 처하고 말았다는 이야기이다.

① 어느 변호사의 논리

어느 사형수가 토요일에 판사로부터 다음과 같은 선고를 받았다.

"교수형은 다음 주 7일 중 어느 날인가 오후에 집행한다. 그러나 형을 집행하는 날 아침에 그 사실을 알릴 때까지 너는 그 날이 어느 날인지 모른다."

그 재판관은 약속을 잘 지키기로 소문난 사람이었다. 죄수는 변호사와 함께 감방으로 돌아왔다. 단둘이 마주 앉았을 때 변호사는 미소를 지으면서 "판사의 판결은 실시 불가능이야." 라고 말했다. "무슨 뜻인지 저는 모르겠습니다." 라고 죄수가 말하자, "그러면 설명하지. 다음 주 토요일에 형의 집행이 불가능한 것은 확실하다. 토요일은 주의 마지막 날이다. 금요일 오후까지 만일 살아있다고 가정하면 토요일에 형이 집행된 다는 것을 너는 안다. 즉, 토요일 아침 형이 집행되기 전에 너는 알아버린 것이 된다. 그것은 판사의 판결에 위배된다.", "그렇군요."라고 죄수는 말하였다. 변호사는 계속하였다. "그래서 토요일은 확실히 제외된다. 그러면 금요일이 집행 가능한 최후의 날이다. 그러나 목요일 오후가 되면 다음 금요일, 토요일의 이틀밖에 없으므로 금요일의 집행은 불가능하다. 토요일의 집행이 불가능하니까 금요일이 최종 집행일 이어야 되는 데 이 사실을 네가 알았으니, 이 날 집행하는 것은 판사의 판결에 위배된다.", "알 것 같습니다.", "똑같은 이유로 목요일, 수요일, 화요일, 월요일도 집행이 불가능하다. 그렇다면 내일뿐인데 우리가 이미 내일이라고 아는 이상 내일 집행도 불가능하다." 판사의 판결은 자승자박 속에 빠진 것 같다. 그러나 그의 판결을 구성하고 있는 두 진술에 이론적 모순은 없지만 과연 형의 집행이 불가능한가? 어떤 일이든 진단하는 데 모순되지 않는 상반된 논리가 있을 수 있다.

예를 들면, "5마리 참새가 전깃줄에 앉아 있는데, 포수가 총을 쏘아 2마리를 맞혔다면 몇 마리가 남았는가?" 라는 질문에 "3마리가 남았다."와 "한 마리도 없다." 는 대답의 논리는 보는 관점에 따라 둘 다 옳을 수도 있다.

이와 같이 수학은 엄격하고 빈틈없는 논리 체계로 이루어져 있지만 현실과 다를 수도 있다는 것을 가끔 생각해 볼 필요가 있을 것이다.

② 아킬레스와 거북의 경주

그리스의 철학자 제논은 역설로써 수학자들을 괴롭혔다. 역설이란 이론적으로 참인 것처럼 보이나 참이 아닌 것을 말하는 데,'제논의 역설' 가운데에는 다음과 같은 얘기가 있다.

아킬레스(그리스 신화에 나오는 발이 빠른 영웅)가 느린 거북과 경주를 할 때 거북이 몇 m만 먼저 출발하면, 그리스식 논리에 따른다면 아킬레스는 결코 거북을 따라잡지 못한다. 왜 그럴까? 제논은 다음과 같이 그 까닭을 말하였다. 아킬레스가 거북의 출발점 A에 도착하였을 때는 거북은 이미 B지점에 가 있을 것이며, 아킬레스가 B지점에 왔을 때는 거북은 약간 앞인 C지점에 가 있으며, 아킬레스가 C지점에 이르면 거북은 그보다 조금 더 앞을 가게 된다. 이처럼 아킬레스가 아무리 달려도 거북은 항상 아킬레스보다는 조금씩 더 앞을 가게 된다. 즉, 아킬레스는 영원히 거북을 앞지를 수 없는 것이다. 경험이나 상식으로는 아킬레스가 거북을 따라잡을 수 있다는 것은 뻔한 이치지만, 막상 그것을 증명하려면 쉬운 일이 아니다. 이것은 아킬레스와 거북의 관계가 무한히 계속된다는 생각 때문에 빚어진 묘한 역설이다.

● 음수의 등장

우리는 학교에서 음수란 '0보다 작은 수'라고 배워 왔다. 그러나 이 의미에 많은 학생들이 이상하다고 느껴 본 적이 있을 것이다. 왜냐하면 0은 아무것도 없는 상태인데 그보다 더 작은 것이 있다니 말이다. 이러한 의문을 갖는 것은 바람직한 생각이다. 의문이 생기면 그 의문을 충분히 이해가 갈 때까지 따져 보고 문제를 해결해 나가는 태도가 중요하다. 16세기쯤 유럽의 수학자들도 음수란 0보다 작은 수라고 하면서 실제로 존재하지 않는 '가짜의 수'라고 생각하고 있었다. 현재도 음수는 실제로 존재하는 것이 아니고, 수학 속에서만 다루어지는 수라고 여기는 사람들이 많은 것 같다. 그렇다면 많은 사람들이 실제로 존재한다고 생각하고 있는 자연수, 즉 1, 2, 3,… 은 어디에 존재하는 것일까? 사실 자연수 1, 2, 3,… 이라는 수는 어디에도 존재하고 있지 않은 수이며 다만, 이들 수를

사용하면 실제로 생활에 편리하기 때문에 우리 인간끼리 약속을 한 것일 뿐이다. 이런 뜻에서라면 음수도 실제 생활에 쓸모가 있으면 '실제로 존재하는 수'라고 여길 수 있을 것이다. 그 예를 들어 보자. 여기서 주의해야 할 것은 음수가 0보다 작은 수라고 할 때, 0은 아무 것도 없다는 뜻이 아니라 기준으로서의 0을 가리킨다는 사실이다.

지금 A, B, C라는 세 사람이 수학 시험을 보았는데, A는 60점, B는 80점, C는 90점을 받았다고 하자. 이 때 B에 비하여 A, C 두 사람의 수학 점수의 차이는 B의 점수를 0이라고 할 때, A는 -20점, C는 +10점이 된다. 이와 같이 -20점과 같은 음수는 실제로 존재하고 있다. 뿐만 아니라 온도계에서는 영하의 온도를 마이너스(-)로 나타낸다든가, 수면의 위쪽 높이를 +, 그 아래쪽을 -로 나타낸다든가 등, 음수 즉 마이너스(-)의 쓰임새는 실제 생활의 여러 곳에서 찾아볼 수 있다. 이와 같이 음수도 단지 계산에만 등장하는 수가 아니고, 현실 세계의 여러 가지 양을 나타내는 수란 사실을 알 수 있다.

● 음수를 처음 사용했던 중국

고대 인도에서는 음수의 존재를 최초로 인식하였지만, 이것이 일반적으로 받아 들여 지기까지는 오랜 세월이 걸렸다. 그런데 중국에서는 이미 2000년 전부터 음수의 계산이 행해지고 있었던 사실이 '구장산술' 등에 의해 전해지고 있다.

그 당시 중국에서는 산목(算木)을 나열하여 계산을 하였는데, 양수는 빨간색, 음수는 검은색의 산목을 사용했다. 또, 후에는 한 종류의 산목만으로 계산을 하였는데, 수를 나타내는 산목의 밑에 다른 하나의 산목을 밑에 다른 하나의 산목을 비스듬히 놓아 음수를 나타내었다.

● 음수의 역사

'0보다 작은 수'에 대한 개념이 생긴 것은 방정식이 성립되면서, '작은 수에서 큰 수를 뺄 때에는 어떻게 하면 좋을까'라는 의문이 생긴 후부터라고 생각된다.

예를 들어, 5 + □ = 8 이 되는 □의 수는 8 - 5로 계산하여 3임을 알 수 있

었다. 그러나 5 + □ = 2 가 되는 □의 수를 정하기 위해서는 2 - 5의 계산을 할 필요가 있었다. 이러한 사실에서,'0보다 작은 수'인 음수의 존재는 아주 오랜 옛날부터 알려져 있었던 듯하다. 그러나 일반적으로 받아들여져 사용하게 된 것은 그리 오래 된 일이 아니다.

고대 그리스의 디오판토스(3세기경)는 방정식의 답이 음수가 될 경우에는 답이 없는 것으로 취급하였다. 또, 최초로 음수를 발견했다고 하는 인도에서는 양수는 재산, 음수는 부채로 비유하여 설명하고 있지만, 음수의 곱셈이나 나눗셈은 수학자들 사이에서조차 정확하게 이해하고 있었는지에 대해서는 불확실하다. 아무튼, 그 당시의 사회에서는 아직 음수는 그 필요성이 없었고, 더욱이 일반인들에게는 전혀 거리가 먼 수였다. 그런데 음수가 받아들여져 사용된 것은 이탈리아의 수학자 카르다노(1501～1576)의 공적에 힘입은 바 크다. 그의 유명한 저서인 '아르스마그나'에 방정식의 일반적인 성질을 자세하고 체계적으로 서술하고 있는데, 그 중에서도 음수의 개념을 확립하고 양수와의 여러 가지 법칙을 명확하게 밝히고 있다. 그러나 음수의 중요성이 결정적으로 부과된 것은 근래 350여년 사이로, 특히 데카르트(1596～1650)가 좌표를 고안하여 사용하기 시작했을 때부터 이다.

● 소수의 등장

지금부터 약 1500년 전, 이미 인도에서는 1, 2, …, 9의 숫자와 0의 기호, 그리고 십진법을 발명하였다. 그러나 그들은 0보다 크고 1보다 작은 수, 즉 소수를 나타내기 위한 간단한 기호법을 발명하지는 못하였다. 최초로 소수에 관한 법칙을 세운 사람은 네덜란드의 스테빈(Stevin, S. ; 1548～1620)이었다. 그러나 그는 소수를 알고 그것을 계산에 사용하기는 했지만, 그의 소수에는 적당한 기호법이 빠져 있었다. 예를 들어, 6.345를 6⓪3①4②5③과 같이 쓰고 있다. 그 후, 스테빈의 제자 지라르(Girad, A. ; 1595～1632)는 1629년에 오늘날과 같은 소수점을 썼는데, 그 뜻을 알고 썼는지는 확실하지 않다. 소수점을 분명히 의식하고 처음으로 쓴 사람은 월리스(Wallis, J. ; 1616～1703) 이다. 그 후, 소수 기호는 여러 수

학자들에게 알려지게 되어 0과 1 사이의 수를 정확하고 편리하게 나타낼 수 있게 되었고, 이러한 소수의 발견은 수학이 발전하는 데 많은 도움을 주었다.

(2) 방정식과 부등식

① 방정식의 기원

문자가 들어있는 식 가운데 가장 중요한 것이 방정식이다. 방정식의 종류는 여러 가지 있는데 최 고차 항의 계수에 따라 1, 2차 방정식이라 부르고, 여러 방정식을 동시에 고려할 경우 연립 방정식이라 한다. 이들 방정식과 연립 방정식의 해를 구하는 일이 계속적으로 발전되어 왔다.

실제 문제를 푸는데 미지수를 사용하여, 즉 어떤 수라는 말 대신 문자를 사용하여 푸는 효과적인 방법을 도입한 사람은 이집트의 프톨레마이오스 왕조 때 알렉산드리아에서 살았던 그리스인으로 당시의 수학의 대가로 알려진 디오판토스(Diophantos: 246 - 330)이다. 그는 대수학을 정상에 올려 놓았고, 그의 가장 유명한 책 "수론"은 대수학에서의 "유클리드의 기하학 원론"처럼 비유되고 있다. 그의 묘비에 새겨진 다음과 같은 비문은 그가 생각해낸 미지수를 이용한 일차방정식의 풀이로써 그 해답을 쉽게 구할 수 있다. "디오판토스는 일생의 1/6은 소년이었고, 1/12후에 수염이 자랐고, 1/7이 지나자 결혼하였다. 5년 후에 낳은 아들은 아버지 나이의 꼭 반을 살았고, 아들이 죽은 지 4년 후에 세상을 떠났다. " 그가 몇 살까지 살았는지를 구하여 보라. 당시 디오판토스는 방정식의 해를 정수나 유리수로 한정시켜 생각했기 때문에 수론 에서는 방정식의 해를 묵시적으로 정수해로 생각하고 있었다. 오늘날 정수해를 구하는 방정식을 디오판토스의 방정식으로 부르는 것도 이에 연유하고 있다.

② 디오판토스 산학, 묘비

대수의 발전에서 대단히 중요하고 또 그 이후의 유럽 수론 학자들에게 깊은 영향을 준 사람이 바로 알렉산드리아의 디오판토스(Diophantus)이다. 헤론처럼 디오판토스도 그 출생 시기와 장소가 분명하지 않다. 물론 그가 헤론과 동

시대 인일 것이라는 약간의 증거가 있긴 하지만 대부분의 역사 학자들은 그를 3세기경의 인물로 보는 경향이 있다. <그리스 명시선집>에도 그의 생애에 대한 풍자적 문제가 있긴 하지만 그가 알렉산드리아에서 활약했다는 사실 이외에는 어떤 것도 확실하게 전해 내려온 것이 없다.

디오판토스에게는 세 개의 저작이 있는데 그것은 다음과 같다.

<산학, Arithmetica>

<다각수에 관하여, On Polygonal Numbers>

<계론, Porisms>

<산학>은 디오판토스의 가장 중요한 저술로서 모두 13권의 책으로 되어 있으나 그중 여섯 권만이 현존하고, <다각수에 관하여>는 단지 일부만이 현존해 있으며 <계론>은 분실되고 말았다. <산학>은 대수적 수론을 해석적 논법으로 쓴 책으로서 디오판토스를 이 분야에서 천재로 만들어 준 책이다. 이 저작의 현존하는 부분은 약 130여 개의 다양한 문제의 해를 다루고 있으나 대체로 1차 또는 2차 방정식과 관계된 것이다. 매우 특별한 3차 방정식 문제도 하나 풀려 있다. 제 I 권은 미지수가 하나인 정 방정식에 관한 문제를 다루고 있고 나머지 책에서는 두 개 또는 세 개의 미지수를 갖는 2차 또는 종종 고차의 부정 방정식에 관한 문제를 다루고 있다. 그러나 놀라운 것은 이들이 일반적인 해법으로 풀리는 것이 아니라 각 문제마다 그때그때 특별한 방법으로 해가 구해지고 있다는 사실이다. 디오판토스도 단지 양의 유리해만을 인정하고 있고 대부분의 경우에 하나의 답만으로 만족했다. 단지, 유리해만을 구하는 부정 대수 문제는 흔히 디오판토스 문제로 일컬어져 왔다. 현대에 와서는 해의 조건을 정수로 제한하는 경우도 있다. 그러나 디오판토스가 이러한 종류의 문제를 처음 만든 것은 아니다. 더구나 그가 부정 방정식을 푼 최초의 인물도 아니고 2차 방정식을 기하하적이 아닌 방법으로 처음 푼 것도 아니었다. 그러나 그가 생략 속기법의 대수적 표기를 이용한 최초의 인물이었음은 틀림없다.

디오판토스는 미지수, 미지수의 6승까지의 멱, 뺄셈, 등식, 역수 등에 대하여 생략 포기를 사용했다. 그가 살았던 그리스 시대에는 주로 기하학만이 연구

되었고 산수와 대수가 분리되지 않은 상태였다.

디오판토스가 약자(또는 문자)를 도입함으로써 대수는 산수로부터 확실하게 구분되어 갈라지게 된다. 두 학문의 가장 큰 차이점은 바로 구분되어 갈라지게 된다. 두 학문의 가장 큰 차이점은 바로 문자의 사용 여부이다. (또 하나는 음수를 수로 인정하느냐 하는 점이다.)

디오판토스의 이러한 공로와 수학에 대한 열정을 문제 하나로 대신한 그의 묘비명은 참으로 멋진 생각이 아닐 수 없다.

③ 페르마의 마지막 정리

● 페르마


<그림 4> 페르마

페르마가 1601년 8월 17일에 툴루즈 근교의 로망에서 태어났다는 믿을 만한 근거가 있다. 그는 1665년 1월 12일 카스트레 또는 툴루즈에서 죽은 것으로 알려져 있다. 그의 비석은 원래 툴루즈에 있는 아우구스티누스 교회에 있었으나, 후에 지방 박물관으로 옮겨졌다.

그 비석에 의하면 죽은 날짜는 위와 같고 나이는 57세이다. 이 모순되는 정보로 인해 페르마의 연대는 대개 1601-1665라고 기록된다. 실제 여러 가지 이유로 해서 페르마의 출생 연도는 서로 다른 작가에 의해 1590년에서 1608년까지 다르게 제시되고 있다. 페르마는 가죽 상인의 아들이었고 조기 교육은 가정에서 받았다. 30세 때 툴루즈 지방의회의 의원직을 얻어 겸손하고 꼼꼼하게 직무를 수행하였다. 소박한 은퇴 변호사로서 활동하는 동안 많은 여가 시간을 수학 연구에 바쳤다. 비록 생애 동안 거의 발표를 하지는 않았지만 그는 그 시대의 많은 뛰어난 수학자들과 과학적 교류를 가졌고, 이렇게 하여 동 시대인들에게 상당한 영향을 끼쳤다. 그는 수학의 다양한 분야에서 많은 중요한 공헌을 하여 발전시켰기 때문에 17세기의 가장 위대한 프랑스 수학자라고 불리고 있다.

● 페르마의 마지막 정리

″n>2일때 $x^n + y^n = z^n$을 만족하는 양의 정수 x, y, z, n은 존재하지 않는다. 이 유명한 추측(conjecture)은 페르마의 마지막 ″정리″(Fermat′s last theorem)로 알려져 있다. 페르마는 이것을 자신이 가지고 있는 디오판토스의 번역판 2권의 8번 문제 옆 여백에 다음과 같이 적어 놓았다. ″주어진 제곱수를 두 제곱수의 합으로 나타내는 것과 세 제곱수를 두 세 제곱수의 합으로 나타내는 것, 일반적으로 4 이상 어떤 차의 수를 동일한 차의 두 수의 합으로 나타내는 것 중 후자는 불가능하다. 나는 이미 이것의 감탄할 만한 증명을 틀림없이 하였지만, 여백이 너무 좁아서 여기에 쓸 수 없다.″ 페르마가 실제로 이 문제의 확실한 증명을 했는지는 아마도 영원히 수수께끼로 남을 것이다. 그 시대이래 뛰어난 많은 수학자들이 그 문제를 풀려고 노력했으나, 일반적인 경우는 여전히 증명되지 않고 있다. n=4인 경우는 페르마가 다른 곳에서 증명했고, n=3인 경우는 오일러가 증명을 제시했다.(후에 다른 사람들이 완벽하게 했음) 1825년경에 르장드르와 디리클레가 n=5인 경우의 증명을 독립적으로 하고 1839년에는 라메(Lame)가 n=7인 경우의 증명을 하였다. 이 문제의 연구에 관한 매우 의미 있는 발전이 독일 수학자 쿠머(E.Kummer, 1810-1893)에 의해서 만들어졌다. 1843년 쿠머는 그 증명을 만든 논문을 다리클레에게 제출했는데, 디리클레는 추론과정의 하나의 실수를 지적했다. 쿠머는 새롭게 그 문제에 집착하였고, 대수학에 관련된 중요한 분야인 이데알 이론이 발달된 수년 후, 페르마의 관계식이 해를 갖지 않기 위한 매우 일반적인 조건을 이끌어냈다. 이 문제에 관한 중요한 후속 발전은 거의 대부분 쿠머의 연구를 바탕으로 하여 이루어지고 있다. 페르마의 마지막 ″정리″는 n<100,000인 모든 n및 다른 여러 특별한 n에 대해서도 성립함이 알려져 있다. 1908년 독일 수학자 볼프스켈(Paul Wolfskehl)은 그 ″정리″의 완벽한 증명을 최초로 하는 사람에게 줄 상금으로 100,000마르크를 괴팅겐의 과학원에 유언으로 기탁했다. 그 결과 명예와 돈을 쫓는 속인들의 당

치않은 증명이 쇄도하였고, 지금까지도 각의 삼등분과 원적 문제처럼 아마추어들을 괴롭히고 있다. 페르마의 마지막 "정리"는 가장 많은 틀린 증명이 발표되고 있는 수학 문제라는 특성을 지니고 있다. 1994년, 미국의 앤드류 와일즈 교수가 드디어 "페르마의 정리"를 완전하게 증명하여 "1994년을 빛낸 각계의 인물"에 오르기도 하였다. 수 백년 동안 풀리지 않는 숙제로 남아있던 "페르마의 대 정리" 못지 않게 수수께끼였던 것은, 과연 페르마가 그것을 정말로 증명했겠느냐는 것이었는데, 이에 대해서는 대부분의 학자들이, 당시의 수학 발달의 정도에 비추어 볼 때 그것은 불가능했을 것이라고 추측하고 있다.

④ 부등식의 배경

일반적으로 대소 관계를 표현할 경우 부등호를 사용하게 된다. 즉 부등호를 사용하여 두 수나 식의 대소 관계를 나타낸 식을 부등식이라고 부른다. 대수학은 이집트의 "린드파피루스"에서 시작하여 그리스의 디오판토스의 "수론"과 아라비아의 알콰라즈미(Alkwarizmi, 780-850)의 "이항과 정리"를 거쳐 유럽에 전파 되었다. 그리고 프랑스의 비에트(Viete, 1540-1603)에 이르러 정리되었으며, 근대적인 대수적 기호법이 이 때 확립되었다. 현재 우리가 사용하고 있는 부등호 < , >를 처음 사용한 사람은 영국의 해리엇(Harriot, 1560-1621)이다.

(3) 함수

① 함수의 기원

우리 나라의 고등학교 교육과정 중에서 공통수학 과목의 내용 중 함수에 관련된 내용은 1/3이상으로 큰 비중을 차지하고 있다. 그러면 함수(函數)의 역사는 어떻게 될까? 함수라는 용어가 수학에서 쓰여진 것은 17세기였으며, 함수의 개념은 라이프니츠(Leibniz, G.W.;1646-1716, 독일)에 의하여 처음으로 확립되었다. 17세기 이전에도 프톨레마이오스(Ptolemaeos, K.; ?-?, 그리스)에 의해서 만들어

진 삼각 함수적인 표가 있었다. 이것은 함수 개념의 발달에 필요한 운동, 변화, 무한성이라든지, 두 양 사이의 상관적인 관계를 통한 법칙성의 발견이라는 입장에서 다루고자 하는 의도는 없었던 것이다. 또한 르네상스 이후에 코페르니쿠스(Copernicus; 1473-1543,폴란드), 케플러(Kepler, J.;1571-1630, 독일), 갈릴레이(Galilei, G.; 1564-1642, 이탈리아)등은 이미 그리스 수학에서, 운동이나 무한에 대해서 회피하였던 것을 운동이나 무한은 물론 상관에 대해서도 파악하고자 노력 하였다. 그러나, 이들 대부분은 관찰이나 실험이 주된 것이어서, 수학의 분양에 있어서 논리적으로 확실히 다루어진 것은 아니었다. 라이프니츠는 '변수 x의 값의 변화에 따라서 다른 변수 y가 정해진다면, y를 x의 함수'라고 정의하였고, 함수와 곡선을 같은 것으로 보아 곡선이 함수를 규정하는 것이라고 생각하였다. 그 후, 1694년에 함수라는 것은 방정식에 의하여 표시되는 사실이라고 주장하게 되었고, 함수 관계를 그림이나 식의 어느 쪽으로 나타내어도 무방한 것이라는 태도를 취하게 되었다. 그러나, 그의 연구 방법은 주로 기하학적인 것이어서, 그림을 통한 직관적인 판단이 선행되었으므로 논리적 엄밀성이 결여되었고, 증명도 완벽하지 못하였으며, 함수라는 용어도 막연한 것이었다. 18세기에 들어서서 역학을 다루는 범위가 광범위하여 탄성체, 유체와 같은 연속체의 역학과 그에 따른 천체 역학 등이 탄생되니 여러 문제를 해결하기 위하여 미적분의 연산에 대한 짜임새를 최대한으로 활용하기에 이르러 외형적으로는 현재의 해석학과 비슷한 단계까지 발달되었으며, 자연과학에 있어서 강력한 도구로서의 역할을 하게 되었다. 18세기의 가장 위대한 수학자인 오일러(Euler, L.;1707-1783, 스위스)는 '변수와 상수에 의해서 만들어지는 해석적인 식'이라고 함수를 정의하여, 함수를 그림과는 분리된 해석적인 표현을 하게 되었으나, 오일러는 임의 함수를 정한 것이나 실제로는 해석적인 함수에 한정되어 있었다. 19세기는 종래의 해석적인 함수에 대한 비판적인 시기였다. 디리클레(Dirichlet, P.;1805-1859, 프랑스)는 '두 변수 x, y에 있어서 x의 값을 정하면 그에 따라서 y의 값이 정해질 때, y는 x의 함수이다.'라고 함수를 정의하여, 라이프니츠의 함수에 대한 개념을 뒤덮고 함수는 식 표시 이전의 것이라는 데에 처음으로 주목하였다. 그는 분명히

y를 식으로 나타낸다는 종래의 입장을 벗어나 대응이라는 생각을 표면에 드러내고 있다. 오늘날에는 그의 정의를 더욱 발전시켜서 곡선이 먼저이고 그것에 의하여 함수가 정해지는 것으로 생각하게 되었다.

③ 함수 그래프의 역사

함수야말로 우리의 주변 현상의 모든 것을 수학적으로 설명하는 법칙이나 규칙을 연구 표현하게 되는 매우 중요한 수단이 되고 있다. 이러한 함수를 좌표평면에서 그래프로 나타내기를 시도한 사람은 데카르트(Descartes, R. 1596-1650)이다. 그는 창조적인 아이디어로 기하학과 해석학을 하나로 묶는 오늘날의 해석기하학을 창시했다. 그의 아이디어는 기하학적 내용을 대수적 방정식으로 나타내어 그 결과를 기하학적으로 다시 번역하는 것이다. 또한 함수의 개념을 명확히 곡선의 방정식으로 나타내는 획기적인 표현법을 마련한 것이다. 이것의 본질은 좌표 (x,y)라는 개념을 도입하여, 직선에 의한 양수와 음수를 표현함으로써 기하학과 대수학이라는 이질적인 것을 하나로 통합하는 계기가 되었다. 또한 대수적 방정식을 그래프로 나타내어 직관적으로 파악하는 것이 가능하게 하였다.

● 데카르트


<그림 5 >데카르트

데카르트(Rene Descartes)는 1596년 루트(Tours) 근교에서 태어나서 여덟 살 때라 플레쉬에 있는 예수회 학교로 보내졌다. 바로 거기에서 (처음에는 몸이 약해서)그의 평생 습관이 된 아침에 늦게까지 침대에 누워 있는 버릇이 길러졌다. 후에 데카르트는 아침 휴식 중의 명상 시간을 가장 생산적인 시간으로 여겼다. 1612년 데카르트는 학교를 떠나 곧장 파리로 가서 메르센과 미도르주와 더불어 얼마간 수학연구에 전념했다. 1617년 그는 오렌지공 모르스 왕자의 군대에 입대하여 몇 년간의 군 생활을 시작했다. 군 생활을 마치자마자 독일, 덴마크, 네덜란드, 스위스, 이탈리아를 여행하면서 4, 5년을 보냈다. 몇 년

동안 파리에 다시 정착해 있으면서 수학 연구와 철학적 명상을 계속하였으며, 한동안 광학 기구를 제조하기도 하다가 당시 국력이 최고조에 달한 네덜란드로 이주하기로 결심했다. 그는 거기서 20년 간 살면서 철학, 수학, 과학에 몰두했다. 1649년 크리스티나 여왕의 초대를 받고 마지못해 스웨덴으로 갔다. 몇 개월 후 폐렴에 감염되어 1650년 초에 스톨홀롬에서 세상을 떠났다. 위대한 철학자이며 수학자는 스웨덴에 묻혔으며, 유품을 프랑스로 옮기려는 노력은 실패했다.

데카르트가 죽고 난 17년 후에 오른손 뼈를 제외한 유골은 프랑스로 돌아와 파리에 있는 지금의 판테온에 다시 안장되었다. 오른손 뼈는 당시 유골의 수송을 맡았던 프랑스 재무장관이 기념품으로 보관하고 있다. 데카르트가 저술을 완성한 것은 네덜란드에서 20년 간 체류하는 동안이었다. 우주에 대한 물리적 설명서인 <천체론, Lemonde>을 집필하는 데 처음 4년을 보냈으나, 교회측이 갈릴레오에게 유죄판결을 내렸다는 소식을 듣고 신중히 고려한 끝에 포기하고 미완성인 채로 놔 두었다. 그는 <방법서설, Discours de la methode pour bien conduire sa raison er chercher la verite dans les sciences>이라는 제목의 모든 과학에 관한 철학적 논문의 집필로 방향을 전환했는데, 이 책은 굴절광학, 기상학, 기하학의 세 부록을 달고 있다. <방법서설>은 부록과 함께 1637년에 출간되었으며, 해석기하학에 대한 데카르트의 공헌은 세 권의 부록 중 마지막 권에 나타나 있다. <방법서설>의 유명한 세 번째 부록인 <기하학, La geometrie>은 약 100페이지에 달하는 분량이며, 그 자체가 세 권으로 나누어져 있다. 제 1권은 대수적 기하학의 약간의 이론을 설명하고, 전 그리스 시대에서의 발전상을 그리고 있다. 그리스인들은 한 변수는 임의의 선분의 길이에, 두 변수의 곱은 직사각형의 넓이에, 세 변수의 곱은 직육면체의 부피에 대응시켰다. 그리스 시대에서는 그 이상의 발전은 없었다. 반면에 데카르트는 X2를 넓이라기보다는 1:X=X:X2의 비례에서 네 번째 항으로 생각하고, X를 알 때 쉽게 계산될 수 있는 적당한 선분의 길이를 표시하는 것으로 제안했다. 이 방법으로 우리는 단위 선분을 이용하여 한 변수의 몇 제곱이나 몇 개의 변수의 곱을 선분의 길이로 나타낼 수 있고, 변수 값이 정해지면 유클리드 도구를 사용하여 실제로 선분의 길

이를 그릴 수 있다. 데카르트가 해석 기하학을 만들게 된 동기를 설명하는 몇몇 전설 같은 이야기가 있다. 그중 하나는 꿈에서 나타났다는 것이다. 1616년 11월 10일 성 마틴 이브에 다뉴브 강둑 위에 있는 군대의 겨울 막사에서 야영하고 있는 동안, 그의 전 인생을 변화시켰다고 그가 말하는 기이하고 생생하며 조리 있는 몇 편의 꿈을 꾸었다. 그의 말에 의하면, 그 꿈들이 인생에 있어서 목표를 명확히 해 주고, "경이로운 과학"과 "놀라운 발견"을 밝히는 데 그의 미래의 모든 노력을 다하기로 결심하게 해 주었다.

데카르트는 무엇이 경이로운 과학이며 훌륭한 발견인지는 결코 명백히 밝히지는 않았으나, 일부 사람들은 그것이 해석기하학 또는 대수학의 기하학에의 응용, 그리고 모든 과학적 방법의 기하학에의 적용일 것이라고 믿고 있다. 18년 후에야 비로소 그의 착상의 일부를 <방법서설>에 상술했다. 다른 이야기는, 뉴턴의 떨어지는 사과 이야기와 같이, 데카르트가 천장을 기어다니는 파리를 보고 해석기하학에 대한 착상을 떠올렸다는 것이다. 파리의 경로는 인접한 두 벽으로부터 파리까지의 거리를 연결시키는 관계만 알면 나타낼 수 있다는 생각이 스쳤다. 이 두 번째 이야기는 비록 출처가 의심스러울지라도 상당한 교육적 가치가 있다.

● 라이프니츠

<그림6> 라이프니츠

수학에서 함수는 매우 큰 비중을 차지하고 있다. 그런데 '함수'라는 말은 1694년 라이프니츠(1646~1716)에 의하여 처음 수학에 도입되었다고 알려져 있다. 그는 또 함수와 같은 연속적인 양에 대한 수학과, 확률과 같이 흩어져 있는 양에 대한 수학 모두에 관심을 갖고 연구를 하였는데, 이렇게 두 방면에서 업적을 남긴 수학자는 드물다고 한다.

17세기의 위대한 세계적 천재였으며 미적분법의 발명에서 뉴턴의 경쟁자였던 고트프리드 빌헬름 라이프니츠(Gottfried Wilberm Leibniz)는 1646년 라이프치히

에서 태어났다. 어릴 때부터 라틴어와 그리스어를 독학하여 스무 살이 되기 전에 보통 교과서를 다 공부하여 수학, 신학, 철학, 법학의 지식을 지니고 있었다. 그는 어린 나이에 <일반 특성, characteristica generalis>의 첫 번째 착상을 발전 시키기 시작했는데 그것은 훗날 부울(George Boole, 1815-1864)의 기호 논리로 꽃피우고, 또 훨씬 후인 1910년에는 화이트헤드와 러셀의 <수학의 원리, Principia mathematica>를 꽃피운 뿌리가 되었다. 라이프치히 대학에서 젊다고 하는 표면적인 이유 때문에 법학 박사 학위를 거절당한 그는 뉴렘베르크로 이사했다. 그 곳에서 그는 역사적 방법에 의한 법 교육에 관한 탁월한 글을 써서 마인츠 제후에게 헌납했다. 이 일로 해서 마인츠 제후는 그를 법령 재편찬위원회에 임명하였다. 이때부터 그는 대사 관원으로 보내게 되는데, 처음에는 마인츠 제후를 위해 1676년부터 그가 죽을 때까지는 하노비에서 브룬스빅 공의 지위를 위해 봉사했다. 1672년 외교적 업무로 파리에 있을 때 라이프니츠는 그 곳에 살고 있던 호이겐스를 만났는데, 이 젊은 외교관은 그 과학자를 설득하여 자기에게 수학을 가르쳐 주도록 하였다. 그 이듬해 라이프니츠는 정치적 임무를 띠고 런던으로 파견되었는데, 그 곳에서 올덴버그와 사귀었으며 영국 학술원에 계산기를 만들어 보내기도 하였다. 파리를 떠나기 전에 브룬스빅 공의 사서라는 유리한 직책에 취임하기 위하여 라이프니츠는 이미 미 적분학의 기본 정리를 발견하고 이 주제에 관한 개념의 대부분을 개발하였으며, 미분법의 수많은 기본 공식을 만들어 내었다. 그의 일생을 마감하는 7년 간은 미적분의 발견에서 뉴턴과 독립적으로 했느냐에 관해 뉴턴 사이에서 발생한 다른 사람들의 논쟁으로 해서 한층 비참하게 되었다. 1714년 그의 군주는 최초로 영국의 게르만 왕이 되었으나 라이프니츠는 하노버에 남겨져 무시되었다. 2년 후인 1716년에 죽었을 때 그의 장례식에는 단지 그의 충실한 시종만이 참석하였다고 전해진다.

라이프니츠는 천부적으로 낙천주의자였다. 자기 생애 동안 대립하는 종파를 하나의 일반적인 교회로 재결합시키려는 희망을 가졌을 뿐 아니라, 이진 산술의 상이라고 믿고 있었던 것에 의하여 전 중국을 기독교 화하는 방법을 가질 수도 있다고 느꼈다. 신은 1로 무는 0으로 나타낼 수도 있기 때문에 이진법에서 모든

수가 0과 1로 표현되는 것과 똑같은 신은 무에서부터 모든 것을 창조했다고 추측 하였다. 이러한 생각에 매우 흡족한 라이프니츠는 그 생각이 중국의 현 황제와 나아가 중국의 모든 사람들을 기독교로 개종시킬 수 있을 것이라는 바람으로 중국 수학 위원회 위원장인 예수회 수사 그리말디에게 그것을 알렸다. 라이프니츠의 종교적인 환상의 또 다른 예는 허수가 기독교 성경의 성령-존재와 비존재 사이의 중간쯤이 양서류의 일종과 닮았다고 한말에서 엿볼 수 있다.

인간으로서 유일하게 가지고 있었던 그의 재능에 대한 마지막 찬사로 라이프니치에 대한 설명을 마친다. 연속과 이산이라는 수학적 사고의 넓고 대조적인 두 영역이 존재하는데, 라이프니츠는 수학의 역사에서 사고의 이 두 가지 성질을 완전하게 가졌던 유일한 사람이다.

(4) 확률과 통계

① 확률의 역사적 배경

100만년 전 인류가 탄생한 이래로 자연의 우연과 필연 사이를 인간이 계속적으로 접하며 살아 왔으나, 궁극적인 우연과 불 확실에 대한 학문적인 접근은 이루어 지지 않았었다. 최근 500여 년 전인 16세기에 이르러서야 구체적으로 확률 계산에 대한 생각을 하게 되었다.

이 우연의 게임은 1494년의 파촐리(Pacioli, 1450～1520)가 지은 ″summa de arithmetica″ 라는 책에서 게임이 중단되었을 경우의 상금의 분배 문제를 언급하고 있다. 또한, 우연의 사실을 법칙으로 수학 화하려고 노력한 여러 사람들 중에 파스칼(Pascal, 1623-1662)은 친구의 부탁으로 주사위 문제와 분배의 문제를 1654년에 고려하고 숙고하였으며, 이 문제를 페르마(Fermat, 1601-1655)에게 전하고 이들 두 사람은 이 문제를 명쾌하게 해결하였다. 이 사건이 확률이 수학적 이론으로서 세워지는 것을 제기하게 된 결정적 계기로 보고 있다. 이들 두 사람의 연구는 당시에 확률에 대한 지대한 관심을 촉발시켰고, 이로 인해 확률론의 초기의 문제는 주로 우연의 게임의 결과에 모아졌으며, 확률에 대한 불충분한 정의로부터 야기되는 여러 가지 문제점이 있었으나 1700년을 지나면서 발전하기

시작했다. 1655년에 호이겐스(Huygens, 1629-1695)는 파스칼의 아이디어를 이용하여 확률에 관한 독자적인 논문을 처음 작성하게 된다.

그 후 베르누이(Bernoulii,1667-1748)에 의해 확률론만을 다룬 저서가 만들어지고 드므와브르(DeMoivre, 1667-1754)와 오일러(Euler, 1707-1783), 라플라스(Laplace, 1749-1827), 가우스(Gauss, 1777-1855) 등의 노력으로 확률론은 급속히 발전해 나갔다. 그러나 아직까지도 확률의 정의가 역시 불충분한 관계로 20세기에 들어와 수학자들의 연합된 노력의 결과로 1930년대에 출판된 콜모고로프(Kolmogorov)의 확률론의 기초라는 책에서 엄밀한 공리론적 토대 위의 공리적 확률을 정의하기에 이른다.

② 확률의 정의

"확률이란 무엇인가?" 라고 질문을 받는다면 우리는 무엇이라고 말하겠는가? 이러한 쉽지 않은 질문의 대답으로써 다음과 같은 각각의 확률의 의미를 알아보자.

㉠ 고전적 확률(수학적 확률)

같은 조건 하에서 여러 번 반복할 수 있는 어떤 시행에서 일어날 가능성이 있는 모든 결과를 원소로 하는 집합 S를 그 시행의 표본공간(sample space)이라고 한다. 이 때 어떤 사건이 일어날 가능성이 같은 정도로 기대되어(equally likely)질 때 이를 수치적 척도로서 고정하여 가정하는 것으로 라플라스는 다음과 같이 확률을 정의하였다.

N개의 근원 사건으로 구성된 표본 공간에서 각각의 근원 사건이 일어날 가능성이 같은 정도일 때, m개의 근원 사건으로 구성된 사건 A가 일어날 확률 P(A)는 $P(A) = m/N$ 이다. 그러나 이 정의는 근원 사건이 유한 개인 경우만 적용 가능하며 실제로 일어나는 문제에 이 개념을 도입하기가 어렵다.

㉡ 통계적 확률(경험적 확률)

오랜 시간을 두고 여러 번 통계적 시행을 반복하면 한 사건 A의 상대 도수는 어떤 값에 가까워질 것이다. 즉, 오랜 관찰 끝에는 일정한 패턴을 찾아 낼

수 있는 것처럼 상대 도수의 극한으로 확률을 정의할 수 있다. 그러나 이 극한도 증명할 방법은 없다는 단점을 가지고 있다.

㉢ 공리적 확률

이 때문에 러시아 수학자 Kolmogorov는, 수학자들이 기하학에서 점과 선에 대한 개념을 탄생시키는 것과 같은 흡사한 과정으로 추상적 접근을 하게 되는데 이것이 다음과 같은 공리적 확률이다. 이는 오늘날의 확률 공리로서 도입되어 확률 이론을 정립하게 되었다. 이는 오랫동안 쌓아온 확률 현상에 대한 경험적 인식을 이론적으로 뒷받침할 필요가 있었기 때문이다.

표본 공간 S에서의 임의의 사건 A에 대하여

ⓐ $0 \le P(A) \le 1$

ⓑ $P(S)=1$

ⓒ 서로 배반인 사건 A, B에 대하여 $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$를 만족할 때, 이 $P(A)$를 사건 A의 확률이라고 한다.

③ 확률의 랜덤 현상

통계적 사고(思考)의 출발은 어디일까? 혹은 '어떤 문제가 통계적인 문제인가'하는 질문에 답하기는 쉽지 않다. 그러나 통계 문제는 통계적 관점에서 인식하는 모든 문제로 정의한다면 관심을 두고 있는 구체적 현상 속에서 불확실성을 발견하였거나 그 현상을 랜덤 현상으로 가정하며 접근한다면 이는 모두 통계문제라고 할 수 있다. 여기서 랜덤현상이란 다음과 같은 속성을 만족하는 확률실험을 말하고 있다.

· 나타날 수 있는 가능한 모든 결과들을 예상할 수 있다.

· 나타난 결과를 미리 알 수 없는 상황이다.

· 예측할 수 있는 장기모형은 존재한다.

· 많은 시행 후에 나타나는 결과의 상대도수분포에 의해 표현될 수 있다.

이러한 랜덤 현상의 인식과 표현 중에 주사위 던지기, 동전 던지기, 카드놀이 등의 단순 게임을 반복하면서 나타나는 현상의 표현을 통하여 랜덤 현상을 인식

시키고 있다. 이 때에 우리가 알고 있어야 하는 개념의 첫째는 표본 공간과 사건이다. 표본 공간은 랜덤 현상의 특성 중 '모든 예상되는 가능한 결과들의 전체 모임'을 나타내는 개념이다. 그리고 사건은 이 표본 공간에서 관찰될 수 있는 임의의 부분집합을 말한다.

③ 파스칼

파스칼은 1623년 프랑스의 오베르뉴 지방에서 태어났고 어려서부터 수학에 비상한 능력을 보였다. 그가 젊었을 때의 여러 이야기들이 후에 페리에 부인이 된 누이 질베르트에 의해 전해지고 있다. 그는 허약한 체질 때문에 과로하지 않도록 집에만 갇혀 있었다. 아버지는 아이들 교육은 처음에는 언어 공부에 한하여야하며, 어떠한 수학도 포함되어서는 안 된다고 결정하였다. 학습에서 수학을 배제시킨 것이 오히려 소년의 호기심을 불러 일으켜 가정교사에게 기하학의 특성에 관하여 질문을 하도록 했다.


<그림 7> 파스칼

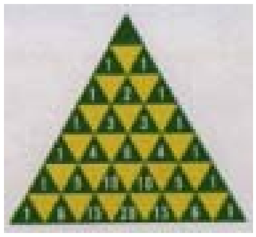
가정교사는 그것은 정밀한 도형과 그것의 다른 부분의 성질을 공부하는 것이라고 알려주었다. 가정교사의 설명과 아버지의 금지 명령에 자극 받아서 그는 노는 시간을 포기하면서까지 몇 주만에 스스로 기하학적도형의 많은 성질, 특히 삼각형의 내각의 합은 평각과 같다는 사실을 은밀히 발견하였다. 어느 날 기하학을 공부하고 있는 아들과 우연히 마주친 아버지는 소년의 능력에 매우 놀라서 아들에게 유클리드<원론>의 복사본을 주었는데, 그 어린애는 그것을 탐욕스럽게 읽어서 빠르게 숙달하였다. 14세 때 파스칼은, 나중에 프랑스 학술원이 된 프랑스 수학자 단체의 매주 한 번 모이는 모임에 참여하였다. 16세 때 그는, 데카르트가 소년의 작품으로 도저히 믿을 수 없고 아버지의 것임이 틀림이 없다고까지 추측한, 원추곡선에 관한 소론을 썼다. 18, 19세 때에는 최초의 계산기를 발명하였는데, 그것이 왕에서 정부의 회계감사를 하고 있었던 부친을 돕기 위하여 고안했다. 파스칼은 50여 개의 계산기를 만들었는데, 그 중 몇 개는 파리에

있는 한 박물관에 여전히 보존되어 있다. 21세 때 기압에 관한 토리첼리의 책에 관심을 갖게 되었고, 그의 비범한 재능을 물리학에 사용하기 시작한 결과 유체역학의 '파스칼의 법칙'이 오늘날 고등학교에서 물리를 배우는 모든 학생들에게 알려지고 있다. 몇 년 후인 1648년에 그는 원추곡선에 관한 포괄적인 미발표 원고를 썼다. 이렇게 놀랍고 조숙한 활동은 파스칼이 건강이 나빠져 고생하면서 수학과 과학의 연구활동을 포기하고 종교적인 명상에 몰두하기로 결심했던 1650년에 돌연 막을 내렸다. 그러나 3년 후 그는 짧은 기간 수학으로 되돌아왔다. 이때 그는 <수삼각형론, Traite du triangle arithmetique>을 저술하였고 유체압에 관한 여러 실험을 행했으며, 페르마와 서신 왕래를 통하여 확률의 수학적 이론의 기초를 세우는 데 노력하였다. 그러나 1654년 말에 그는 재개된 활동들이 신을 기쁘게 하지 않는다는 강한 암시를 받게 된다. 신의 암시는 그의 고삐 풀린 말이 뉘일르의 다리 난간으로 돌진했으나 그 자신은 봇줄이 기적적으로 끊어져 겨우 목숨을 건졌을 때 나타났다. 그리하여 종교적 명상에로 충실하게 되돌아갔다. 파스칼은 1658년에 단 한 차례 수학으로 다시 돌아왔다. 치통으로 고통받고 있던 중 약간의 기하학적 착상이 떠올랐고 치통은 갑자기 사라졌다. 이것을 신의 뜻이라고 생각하여 8일 동안 온 힘을 기울여 착상을 발전시켰는데, 이 기간에 사이클로이드의 거의 완전한 기하학적 설명을 만들어 냈다. 오늘날 초기 프랑스 문학의 모델로서 읽혀지는 그의 유명한<시골사람에 대한 편지, Provincial Letters>와 <명상록, Pensees>은 짧은 생애의 끝 무렵에 쓰여졌다. 그는 1662년 파리에서 죽었다. 데자르그와 파스칼은 같은 해에 죽었는 데, 데자르그는 69세였으나 파스칼은 불과 39세였다.

● 파스칼의 삼각형

파스칼은 페르마와 더불어 확률론을 구축하였는데, 어떤 도 박사로부터 주사위 도박을 중단하였을 때는 판돈을 어떻게 나눌 것인가 하는 질문을 받고 연구를 시작한 것이 이 확률론 구축의 동기라 한다. '파스칼의 삼각형'은 바로 이 확률 연구 중에 발표되었다고 한다. '파스칼의 삼각형'은 조합(순서가 문제

되지 않는 경우의 수)의 개수를 간단히 구하기 위해 만든 것으로 삼각형 안에 있는 각각의 수는 그 바로 위, 좌우의 수의 합이다. 위의 삼각형을 파스칼의 삼각형이라 부르는 데 이 삼각형은 다음과 같은 특징을 가지고 있다.



<그림 8>파스칼의 삼각형

⑴ 어느 단이나 양끝의 숫자는 1이다.

⑵ 좌우 대칭이다.

⑶ 양끝 이외의 수는 그 상단의 비스듬히 위에 있는 두 수의 합이다.

(5) 도형

① 기하학의 역사적 배경

원래 실용적인 이유에서 발생하여 발달한 수학은 점차로 경험적 지식이 누적되면서 이론적으로 체계화되어 논증적인 측면을 중시하게 되었다. 따라서, 논증의 근거가 되는 가정, 즉 공리계의 설정이 필요하게 되었으며, 그 공리계의 설정에 따라서 여러 가지 수학이 발달되었다. 수학의 한 분야인 기하학은 영어로 geometry라고 하는데, 이것은 geo가 ‘토지’, metry가 ‘측량한다’는 뜻이라는 사실에서 그 기원을 잘 나타내고 있다. 고대 이집트에서는 해마다 나일강의 홍수가 지나가고 나면 토지의 경계가 없어져서 본래대로 경작지를 다시 구분해야 하는 등 애를 먹었다고 한다. 이런 이유로 토지를 측량하는 기술이 발달하게 되었는데, 이것이 오늘날의 기하학의 기초가 되었다. 이 이집트의 실용 수학을 그리스에 들여온 사람이 탈레스(640?～546 B.C.)인데, 그는 실용적인 수학을 근거로 해서 이론적 연구에 몰두하여 실용 기하에서부터 이론 기하, 논증 기하의 시초를 이루게 되었다. 즉, 탈레스는 구체적인 도형을 벗어나서 추상적이고 일반적인 도형의 성질을 연구하는 추상 과학의 길을 닦은 것이다.

탈레스의 뒤를 이어 논증 기하를 발전시킨 사람은 피타고라스(572?～492? B.C.)인데, 그를 중심으로 한 학파는 기하와 수론과의 연관성을 연구하였다.

예를 들면, 유명한 피타고라스의 정리를 사용하여 직각삼각형의 변의 길이를

나타내는 정수(피타고라스의 수)를 찾아내는 방법을 생각해 냈던 것이다. 그 후, 그리스의 수학은 소피스트(sophist)들을 중심으로 3대 작도 문제가 연구되었고, 철학자 플라톤(427?~347?B.C.)이나 논리학자 아리스토텔레스(384?~322?B.C.)에 의하여 추론의 형식, 정의, 공리에 대한 연구가 추진되었고, 그 연역적 전개 방법이 확립되었으며. 이런 배경에서 유명한 수학자 유클리드(330?~275?B.C.)는 '유클리드 원론(Elements)'을 저술하였다.

유클리드는 이 '유클리드 원론에서, 그리스 시대까지에서 얻어진 기하학의 지식을 집대성하여 하나의 논리적 체계를 완성하였으며. 기하학의 기초를 확립 하였다.

② 유클리드 기하학 원론

'원론'은 완전한 형태로 현대까지 전해지고 있는 가장 오래 된 그리스의 수학책이며, 수학의 성서라 일컬어진다. '유클리드 원론'은 모두 13권으로 되어 있다. 제 1권은 직선, 평행선, 평면도형, 제 2권은 직사각형, 정사각형의 넓이, 제 3권은 원, 제 4권은 원에 내접, 외접하는 다각형, 제 5권은 비례론, 제 6권은 닮은 도형, 제 7, 8, 9권은 정수론, 제 10권은 무리수론, 제 11, 12, 13권은 입체기하를 취급하고 있다.

제 1권에는 23개의 정의, 5개의 공준, 5개의 공통 개념이 실려 있다. 유클리드는 이들 정의, 공준, 공통개념을 근거로 해서, 기하학의 모든 개념을 연역적 추론에 따라 유도하였는데, 전권 13권을 통하여 465개에 달하는 명제를 증명 하였다. 그 규모의 크기나 논리적 체계의 엄밀성은 그 후 오랫동안 수학의 전형으로 군림해 왔다. 그러나 '원론'은 논리적으로 볼 때 엄밀성을 가지고 있지만 완전하다고는 할 수 없다.

공리란 증명할 필요도 없거나, 또는 증명할 수 없는 것으로서 이미 옳다고 인정되어 다른 명제의 바탕이 되는 명제를 말한다.

공준 이란, 공리처럼 절대로 확실한 것은 아니지만. 어떤 이론을 설명하기 위해서는 그 기초로서 인정할 필요가 있는 근본 명제를 말한다. 다음은 유클리드

의 원론 전 13권 중 제 1권에 수록되어 있는 공리와 공준 이다.

● 유클리드의 공리

㉠ 같은 것과 같은 것은 같다.

㉡ 서로 같은 것에 같은 것을 더하면 그 합 또한 서로 같다.

㉢ 서로 같은 것에서 같은 것을 빼면 그 차 또한 서로 같다.

㉣ 서로 같은 것을 반으로 한 것은 서로 같다.

㉤ 전체는 부분보다 크다.

● 유클리드의 공준

㉠ 한 점에서 다른 점에 직선을 그을 수 있다.

㉡ 선분을 연장하여 하나의 직선을 만들 수 있다.

㉢ 한 점을 중심으로 하고, 한 선분을 반지름으로 하는 원을 그릴 수 있다.

㉣ 모든 직각은 서로 같다.

㉤ 두 직선이 한 직선과 만날 때 한 쌍의 동측내각의 합이 180°보다 작으면 두 직선은 동측내각이 있는 쪽에서 만난다.

③ 고대 그리스의 3대 작도 불가능

그리스인들은 논리적인 사고를 중시했던 사람들이었다. 그들은 실용적인 가치보다도 바른 지식 체계를 중요시했기 때문에 의외로 쉽게 풀 수 있는 문제를 어렵게 푸는 경우도 많았다. 그 대표적인 예가 3대 작도 문제이다.

㉠ 정 6면체의 배적 : 주어진 정6면체 부피의 두 배의 부피를 갖는 정 6면체의 모서리를 작도하는 문제

㉡ 각의 삼등분 : 임의의 각을 삼등분 하는 문제

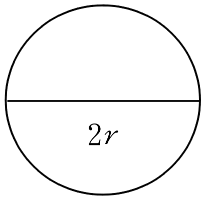
㉢ 원적 : 주어진 원과 동일한 면적을 갖는 정사각형을 작도하는 문제

이 세 가지 문제는 (눈금이 없는)자와 컴퍼스만으로 해결해야 하는 데 자와 컴퍼스만으로는 이 세 가지 작도가 불가능하다는 것이 2천년 동안 미해결 문

제로 남아 있었으며 이 세 가지 문제를 풀기 위한 왕성한 연구가 결국 그리스 기하학에 큰 영향을 끼쳤고 그 밖의 원추곡선, 3차 또는 4차 곡선, 초월곡선과 같은 많은 풍부한 발견을 초래했으며 훨씬 뒤에는 유리수성의 문제, 대수적 수, 군론의 발전에 영향을 주었다.

④ π값 계산

원의 넓이를 구하는데는 π라는 기호가 사용된다. 이것을 원주율이라고 한다. 원주율은 원의 지름(2r)에 대한 원의 둘레(ℓ)의 배율인데 원주율은 어떤 원에서도 항상 일정하다.



$\pi = \dfrac{l}{2r}$: 일정

l : 원의 둘레

원주율을 π라고 쓰기 시작(1737년)한 사람은 오일러이다.

<그림 9> 원주율

실제로 아르키메데스의 방법으로 원의 넓이를 구하려면

원주율 π의 값을 알아야 한다. 아르키메데스는 원주율의 값을 정확히 구할 수가 없자(물론 누구라도 무리수 π의 값을 구할 수 없지만) 그에 가까운 근사치를 구하였다. 그는 내·외접 정6각형으로부터 출발하여 단위직경을 갖는 원에 내접하는 정 96각형까지 그리고, 또 그 원에 외접하는 정96각형을 그렸다. 그러면 원의 둘레는 내접 96각형의 둘레보다는 길고, 외접96각형의 둘레보다는 작음을 알 수 있다. 즉, (내접 96각형의 둘레) < 2πr(외접96각형의 둘레) 3?1/7 < π < 3?10/71

이것은 약 3.14084 < π< 3.142858 이니 꽤 정확한 값이다. 아르키메데스는 원주율의 근사값으로 3.14를 이용하였다.

● 원주율의 근사값

㉠ 아메스의 파피루스 π ≒ 3.16

㉡ 구장산술 π ≒ 3

㉢ 아르키메데스 π ≒ 3.14

㉣ 조충지 π ≒ 3.1415929

⑤ 아르키메데스

<그림 10>
아르키메데스

모든 시대를 통틀어 가장 위대한 수학자 중의 한 사람이며 또 가장 위대한 고대인이었던 아르키메데스(Archimedes)는 기원전 287년경 시칠리아 섬에 있던 옛 그리스 도시 시러큐스(Syracuse) 에서 천문학자의 아들로 태어났으며 로마가 시러큐스를 정복한 기원전 212년에 죽었다. 그는 평소에 시러큐스의 히에론(Hieron)왕의 깊은 총애를 받았다. 또 그가 코논(Conon), 도시 테우스(Dositheus), 에라토스테네스 (Eratosthenes) 등과 교분을 가졌다는 사실로 미루어 보아 (앞의 두 사람은 유클리드 후계자들이고 마지막 사람은 알렉산드리아 대학의 사서였는데, 아르키메데스의 많은 연구 결과가 이들과의 편지 속에서 발견되었다). 그는 아마도 이집트에 건너가 알렉산드리아 대학에서 공부했던 것 같다. 로마의 역사학자들은 아르키메데스에 관한 많은 재미있는 이야기를 전하고 있다. 특히 로마 장군 마르켈루스(Marcellus)가 시러큐스를 공격했을 때
아르키메데스가 시러큐스의 방어를 위하여 고안한 여러 가지 훌륭한 장치에 대한 설명이 있다. 그런 것 중에는 저의 배가 도시 성곽에 가까이 접근했을 때 그 배에 무거운 돌을 떨어뜨릴 수 있는 투석기가 있었는데 그것은 사정거리를 조정할 수도 있고 이동 발사장치도 갖고 있었다. 또 그는 적의 배를 물에서 끌어올리게 할 수 있는 기중기도 만들었으며 적의 배를 불태우기 위해 커다란 볼록렌즈를 사용했다는 이야기도 있다. 한편 많은 사람들이 달라붙어야 간신히 끌어올릴 수 있는 커다란 배를 그는 합성 도르래장치를 이용하여 혼자서 간단히 끌어올린 다음 다음과 같이 외쳤다고 한다. "나에게 서 있을 자리를 다오. 그러면 지구를 움직여 보일 것이다. "아르키메데스는 너무 강력한 정신집중을 했기 때문에 한 문제에 몰두하면 주위에 대하여 망각했다는 이야기도 있다. 한 예로서 히에론 왕의 왕관과 수상쩍은 금세공에 대한 유명한 일화가 있다. 그 이야기는 다음과 같다. 히에론 왕이 금세 공인에게 명령해서 금으로 왕관을 만들게 했는데 금 세공인 이 왕관을 만들어 가져 왔을 때 하에론 왕은 그가 다소의 금을 빼

돌리고 그 대신 은을 사용하여 왕관을 만들지 않았을까 의심하였다. 그래서 그는 아르키메데스와 이 문제를 상의하고 아르키메데스는 이 문제를 골똘히 생각하다. 어느 날 공중 목욕탕에서 정수역학의 제 1법칙(부력에 관한 법칙) - 한 물체가 어떤 액체 속에 잠길 때 그것은 흘러나온 액체의 무게와 똑같은 힘으로 떠오른다 - 을 생각 해냈다. 아르키메데스는 이것을 발견하고 너무나 흥분한 나머지 자신이 발가벗었다는 것도 잊은 채 "Eureka, eureka!(알아냈다, 알아냈어!)"라고 외치면서 거리를 달렸다고 한다. 그 즉시 그는 저울의 한 쪽 접시 위에서 왕관을 놓고 또 다른 접시 위에서 똑같은 무게의 금을 얹어놓은 다음 물 속으로 그것을 집어넣었다. 그러자 왕관을 담은 접시가 위로 떠올랐고 그래서 왕관 속에 금보다 밀도가 작은 어떤 이 물질이 들어있다는 것을 보였다고 한다. 아르키메데스는 기하학을 연구할 때 대부분의 그림을 난로의 재나 목욕 후에 바르는 기름을 자기의 몸에 바른 후 그 위에다가 그렸다고 한다. 그의 최후는 로마가 시러큐스를 약탈하고 있을 때 맞이하게 된다. 그가 모래쟁반에 그림을 그려놓고 그것을 몰두하고 있었을 때 한 로마병사가 그의 앞으로 다가왔다. 그러자 아르키메데스가 병사에게 "나의 그림을 밟지 마오!"라고 외쳤는데, 이에 격분한 병사가 이 위대한 노인을 창으로 찌르고 말았다고 한다.

아르키메데스가 만든 병기 덕택으로 시러큐스는 거의 3년 간 로마의 공격으로부터 저항할 수 있었다. 그러나 자신에 넘친 시러큐스인 들이 축제를 벌이느라 경계를 소홀히 한 틈을 타 로마는 간신히 시러큐스의 방어 벽을 무너뜨릴 수가 있었다. 마르켈루스는 아르키메데스가 비록 적이긴 했지만 그에게 무한한 존경심을 갖고 있었으므로 힘겹게 시러큐스에 입성한 후, 제일 먼저 이 훌륭한 수학자에게 절대로 손을 대지 말라는 엄한 명령을 내렸었다. 그랬으므로 마르켈루스가 아라크메데스의 죽음의 소식을 듣고 얼마나 비통에 잠겼을까 하는 것은 상상이 간다. 그는 이 유명한 학자를 그 도시의 공동묘지에 깊은 영광과 존경을 바쳐서 매장했다. 아르키메데스는 평소에 자신이 발견한 한 위대한 기하학적 도형에 대하여 대단한 긍지를 가져서 자기가 죽으면 묘비 위에 직위기둥에 내접하는 구의 그림을 새겨달라고 말했었다. 그래서 마르켈루스는 그의 소원이 이루

어 지도록 해 주었다. 아르키메데스는 저작은 수학적 설명의 걸작품이며 놀라울 정도로 현대논문집의 논문들과 우수하다. 그것은 깔끔한 표현, 우아한 끝맺음, 위대한 독창성, 계산기술과 논증의 엄격함 등을 보여주고 있다. 약 열 개의 논문이 오늘날까지 전해 내려오고 있고 그 외에도 많은 논문이 쓰여졌지만 오늘날에는 분실되었다는 흔적이 있다. 이러한 저술 중 수학에서 가장 놀랄 만한 공헌은 아마도 적분법의 초기 개발일 것이다.

⑥ 피타고라스

아리스토텔레스의 제자인 에우데무스(Eudemus)가 쓴 망라하는 역사에 대한 <에우데무스 요약>(기원전 335년 이전의 그리스 기하학을 모두 망라하는 역사에 대한 요약)은 피타고라스(Pythagoras)를 탈레스 이후의 가장 뛰어난 그리스 수학자로 기술하고 있다. 그러나 피타고라스의 추종자들이 신비의 안개로 그를 감쌌기 때문에 확실하게 알려진 것이 거의 없다. 그는 기원전 572세기 경 에게해의 사모스(Samos)섬에서 태어난 것 같다. 탈레스보다 50세쯤 아래이고 또 밀레투스에 있는 탈레스의 고향 근처에서 살았던 것으로 미루어 탈레스 밑에서 공부했을 것으로 추측된다. 그 후 그는 이집트와 그 밖의 여러 곳을 여행했는데, 고향으로 돌아왔을 때 이오니아(Ionia)지방은 페르시아의 지배 하에 있었고, 사모스는 폴리크라테스(Polycrates)의 압제정치 밑에 있었다. 그래서 하는 수 없이 남부 이탈리아에 위치한 그리스의 항구도시인 크로톤으로 이주 하였다. 그곳에서 유명한 피타고라스 학교를 세웠는데, 이 학교는 철학, 수학, 자연과학의 아카데미로서 비밀을 지키고 어떤 의식을 행하는 매우 단단하게 결속된 단체로 발전하게 되었다. 머지 않아 이 단체의 영향과 귀족적 경향이 너무나 대단해져서 남부 이탈리아의 민주세력이 그 학교의 건물을 파괴하고 단체를 해산시키기에 이르렀다. 한 기록에 따르면 피타고라스는 메타폰툼(Metapontum)으로 피신을 했으나 아마 그 곳에서 살해된 듯하다. 이때 나이가 75-80세쯤 되

<그림 11 >
피타고라스

었다. 그리하여 피타고라스 학파는 흩어지지만 그 후 적어도 2세기 동안 계속 존속하였다.

● '피타고라스의 정리'의 발견

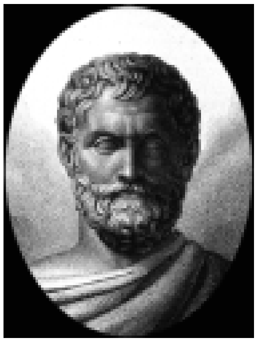
옛날부터 세계 어디에서나 직각삼각형을 그리는 방법은 잘 알려져 있었다. 땅의 넓이를 재 는데, 하늘의 별자리를 알아 보는데, 그리고 무엇보다 건물을 세우는 기초를 닦는데 직각이 필요했기 때문이다.

직각은 직각삼각형을 만들기만 하면 쉽게 얻을 수 있었으며, 직각삼각형을 만드는 것은 그리 어려운 일이 아니다. 실제로 사람들은 경험을 통해서 이것을 터득했다. 즉, 새끼줄의 길이를 3 : 4 : 5의 비가 되도록 매듭을 만들고 이 매듭이 있는 자리를 손이나 막대로 누르고 줄을 당기면 간단히 직각삼각형이 만들어진다는 것을 알게 되었다. 그러나 왜 이런 비를 사용하면 직각이 만들어지는지 알지 못하였다. 그러다가 피타고라스(Pythagoras; 572?~492? B. C)에 의해 직각삼각형의 세 변의 길이 사이에는 (밑변의 제곱)+(높이의 제곱)=(빗변의 제곱)의 관계가 있다는 것을 알게 되었다. 이 사실을 처음 밝혀낸 사람이 피타고라스이다. 그가 이집트를 여행하다 어느 사원을 찾게 되었다. 이 웅장한 사원의 여기저기를 구경하다가 지친 그는 잠시 사원 마루에 앉아 쉬고 있었다. 그러다가 그 곳에 깔린 대리석에 새겨진 아름다운 도형의 무늬를 무심코 쳐다보게 되었고, 오른쪽의 그림과 같이 직각 삼각형의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형들이 눈에 띄게 되었는데, 그 중 작은 두 개의 넓이가 나머지 한 개의 넓이와 똑같았다. 이 사실은 어떤 직각 삼감형을 어떻게 그려도 변함이 없었다. '피타고라스'라는 이름을 빛나게 한 '피타고라스의 정리'를 발견한 것도 알고 보면 이와 같이 우연히 얻은 행운의 덕분이었다.

⑦ 탈레스

탈레스는 젊은 시절에는 상인으로서 돈을 많이 벌었지만 그 이후에는 연구와 여행으로 여생을 보낸 듯하다. 한때 그는 이집트에도 머문 적이 있으며 그 곳에

서 그림자를 이용하여 피라미드의 높이를 계산하여 주위의 감탄을 자아내게 했다. 밀레투스로 돌아온 그는 다방면의 천재성에 의하여 정치가, 고문, 공학자, 실업가, 철학자, 수학자, 천문학자로서 명성을 떨치게 되었다. 탈레스는 수학적 발견과 관련되어 알려진 최초의 인물이다. 기하학에서 그는 다음과 같은 기본결과들을 밝혔다.



<그림 12> 탈레스

㉠ 원은 임의의 직경에 의하여 이등분된다.

㉡ 이등변삼각형의 두 밑각은 같다.

㉢ 두 직선이 만나서 생긴 맞꼭지각은 같다.

㉣ 두 삼각형에서 각각 두 각과 한 변이 서로 같으면 그들은 서로 같다.[탈레스는 아마 해변에서 배까지의 거리를 계산하는 데 이 결과를 이용했을 것이다]

㉤ 반원에 내접하는 각은 직각이다. [바빌로니아인 들은 이보다 1400년 전에 이미 이 결과를 알고 있었다.

위 결과에 대한 가치는 정리 그 자체에 있다기보다는 탈레스가 이를 직관과 실험 대신에 논리적 추론에 의해서 입증했다는 데 있다. 탈레스에 관한 재미있는 많은 일화는 다른 위인들의 경우처럼 사실이 아닐지도 모르지만 적어도 그럴싸한 얘기들이다. 그는 얼마나 쉽게 부자가 될 수 있는가를 보여준 적이 있었다.

올리브 대 풍작을 예견한 그는 그 지역의 모든 착유기에 대한 전매권을 얻은 다음 나중에 착유기를 빌려주어 많은 돈을 벌어들였다. 또 말을 잘 안 듣는 노새에 관한 일화가 있는데, 이 노새는 소금을 운반할 때 냇물에 이르면 그 냇물에 뒹굴어 소금을 물에 녹게 한 다음 보다 가볍게 운반하곤 했다. 그래서 탈레스는 한번은 이 노새에게 스펀지를 운반하게 해서 골치 아픈 노새의 습관을 없애 버렸다는 것이다. 또 솔론이 탈레스에게 "그대는 왜 결혼하지 않았느냐?"고 물었을 때 탈레스는 그 다음 날 솔론의 사랑하는 아들이 갑자기 사고로 죽었다는 거짓 전갈을 가지고 솔론을 찾아갔다. 그런 다음에 탈레스는 비통에 잠긴 솔론을 진정시키며 자초지종을 털어놓으면서 "나는 단순히 내가 왜 결혼하지 않았는가를 그대에게 말하고 싶었을 뿐이오."라고 말했다.

3. 각 단원에서의 수학사의 활용

(1) 문자와 식 단원에서의 활용[3)]

① 문자사용의 시초

고대 이집트 시대에는 여러 가지 사실을 기록하는 데 종이 대신 파피루스라는 것을 썼다. 기원전 19세기에 이집트의 승려 아메스가 남긴 파피루스에는 분수의 계산을 비롯하여 많은 수학 문제가 나와 있는데, 그 중에는 '아하 문제(아하란 알지 못하는 값을 말한다.)'라는 것이 있다.

아하에 아하의 $\frac{1}{7}$을 더하면 19가 된다. 아하를 구하여라

이집트 사람들은 이러한 문제를 '가정법'이라 불리는 방법을 사용해서 해결했다. 그 풀이법의 골자는 바로 이런 것이다. 먼저 답을 어떤 수, 가령 7이라고 가정한다. 그렇게 하면 $7+7\times\frac{1}{7}=8$이 된다. 그러나 원하는 값은 8이 아니라 19이므로 8을 19로 만들기 위해서는 $2, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ 배를 해서 더해야 한다. 따라서, 처음에 가정한 수 7의 $2, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ 배를 해서 더한 값이 답이 된다.

$$7\times2+7\times\frac{1}{4}+7\times\frac{1}{8}=14+\frac{7}{4}+\frac{7}{8}=\frac{133}{8}$$

이 방법은 우리가 방정식을 배우기 이전에 미지의 값을 구하기 위해 이것 저것 미리 대입해 보았던 방법과 어느 면에서는 유사하다. 가정법을 이용하거나 일일이 대입해 확인하는 과정을 거치지 않고 단번에 풀 수 있도록 한 사람은 바로 '대수학의 아버지' 디오판토스이다. 그는 모르는 수를 x로 놓고 식을 세워 문제를 풀 수 있도록 했다. 그러나 미지수를 x로 놓고 푸는 방법을 알아내는 것은 쉬운 일이 아니었다. 여기에는 '모르는 것'을 '안다'고 생각하는 사고의 대전환이 필요했다. '모르는 것'을 '아는 것'으로 하는 것, 그것이 바로 문자

3) 수학사랑 제2회 MATH FESTIVAL 2000.

x의 역할이다. 문자 x를 이용해 방정식을 세워 위에 제시된 문제를 풀어보자. 아하를 x라 하면

$x+\frac{x}{7}=19$, $8x=133$ 따라서, 아하는 $\frac{133}{8}$이다.

② 문자의 발달

대수적 표기를 향한 최초의 시도는 디오판토스의 '산학'에서 보여진다. 여기에서 미지수, 6차까지의 미지수의 거듭제곱, 뺄셈, 등호, 역수 등에 대한 축약을 찾아볼 수 있다. 예를 들어 x^3+13x^2+8x 와 x^3-8x^2+2x-3 은 각각 $K\,T\alpha\Delta\,T\iota\gamma\varsigma\eta$ 와 $K\,T\alpha\varsigma\beta\Delta\,T\eta M\gamma$와 같이 표기되었다.

인도 사람들도 또한 대수학을 축약시켰다. 덧셈은 일반적으로 병렬로 표시하고, 뺄셈은 빼는 수위에 점을 찍어 표시하였으며, 곱셈은 bha를 항 뒤에 써서 나타냈으며, 나눗셈은 나뉨수 밑에 나눔 수를 써서 표현했고, 제곱근은 ka를 그 양의 앞에 써서 나타냈다. 브라마굽타(Brahmagupta, 7세기)는 미지수를 $\overline{ya}$로 나타내었다. 이미 알고 있는 정수는 $\overline{ru}$를 앞에 붙여서 나타냈다. 그 이외의 미지수는 서로 다른 색깔에 대한 단어들의 첫 음절로 표시했다. 예를 들어 $8xy+\sqrt{10}-7$ 은 $\overline{ya}\ \overline{ka}8\ bha\ ka10\ \overline{ru}7$ 로 표현할 수 있다. 이 후 비에트, 데카르트 등의 많은 학자들에 의해 현대 문자 표기 방식이 확정되었다.

③ 문자지도에 대한 한마디

문자는 왜 생겼을까? 칠판 가득 적혀있는 문자와 식들은 수학을 못하는 학생들에게는 하나의 암호와 같다. 수학을 하나의 언어로 본다면, 아마도 대부분의 사람들에게 가장 배우기 힘든 언어의 영예를 차지할 것이다.

배우기는 힘들지만 문자라는 언어를 배워두면, 이만저만 편리한 것이 아니다. 문자는 왜 생겼는지, 얼마나 편리한지를 말로써 설명하기보다는 학생들이 직접 문자가 없는 경우 방정식으로 풀면 편리한 문제를 어떻게 표현할 수 있는지,

초기의 문자 표기방법으로 표현했을 때 어떠한 불편한 점이 있는지 직접 느껴 보게 하는 것도 좋겠다.

(2) 방정식 단원에서의 활용

① 동양의 방정식문제

㉠ 백 마리 양

갑이 한 무리의 양을 초원으로 몰아가고 있었고, 그 뒤로 을이 살찐 양 한 마리를 몰고 가고 있었다. 을이 갑에게 물었다. “시형, 양은 백마리 쯤 됩니까?” 갑이 대답했다. “만일 이 무리 양에 한배를 더하고 또 그 절반과 그 $\frac{1}{4}$을 더한 다음 아우의 살찐 양까지 합해야 100마리가 될 걸세.” 갑이 몰고 가는 양은 몇마리일까?

【풀이】 양의 수를 x라 하자. $x+x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x+1=100 \quad \therefore x=36$

이 문제는 중국 명나라 수학자 정대위(1533～1606)의 “산법통종” 제 12권에 나오는 것인데 국제적으로도 많이 알려진 문제다. 예컨데 러시아 마코포츠키의 “산수”에서도 나왔는데 이 책에는 양을 갈매기와 사람으로 표현하였다.

㉡ 백 마리의 닭 계산(부정 방정식)

수탉은 한 마리에 5전, 암탉은 한 마리에 3전 ,병아리는 3마리에 1전이다. 100전으로 100마리의 닭을 사되 수탉을 되도록 많이 사려고 한다. 수탉, 암탉, 병아리를 각각 몇 마리 사면 좋을까?

【풀이】 수탉을 x마리, 암탉을 y마리, 병아리를 z마리라 하면

$x+y+z=100$

$5x+3y+\frac{z}{3}=100$ 이 식에서 z를 소거하면 $7x+4y=100$

$7x=4(25-y)$ 이므로 x는 4의 배수이다.

$x=4n,\ y=25-7n$ 으로 된다.

따라서 $n=0$일 때, $x=0, y=25, z=75$

$n=1$일 때, $x=4, y=18, z=78$

$n=2$일 때, $x=8, y=11, z=81$

$n=3$일 때, $x=12, y=4, z=84$가 얻어진다.

이들 해답중 x 가 최대인 것은 $x=12, y=4, z=84$이다.

이 문제는 6세기 후반 중국의 수학자 장구건의 저서에 나온 것이며 이러한 문제는 이미 3세기경 중국에서 백 마리의 닭 계산 문제로 취급되고 있다. 이런 부정 방정식은 후기 그리스의 디오판토스에 의해 연구되었으나 잠시 유럽에서는 잊혀졌고 인도 아라비아를 통해 다시 유럽에 들어가 인도의 문제로서 소중하게 여겼다.

② 방정식 풀이에 관한 동서양의 차이

동서양의 수학에 대한 입장 차이는 이번 수능의 언어영역문제 지문에 잘 나타나 있다. 다음은 지문의 전문이다.

‘수학’이라고 할 때 우리는 일반적으로 서양의 수학을 떠올린다. 그렇다면 동양에는 수학적인 사고 방식이 존재하지 않았던 것일까? 이러한 의문은 우리 선조들이 수학적인 문제 상황을 어떤 방법으로 해결하였는지 확인함으로써 풀릴 수 있을 것이다.

조선 후기의 실학자인 황윤석의 『이수신편(理藪新編)』에 있는 ‘난법가(難法歌)’의 문제 중하나를 보자. “만두 백 개에 스님이 백 명인데, ‘큰스님’에게 세 개씩 나누어주고 ‘작은 스님 ’은 세 사람 당 한 개씩 나누어 준다면, 큰스님은 몇 명이고 작은 스님은 몇 명일까?

요즈음의 중·고등 학생들은 이 문제를 어떻게 풀까? 아마도 많은 학생들은 연립방정식을 세워 문제를 해결할 것이다. 즉, 큰스님의 수를 x, 작은 스님의 수를 y 라 하면 ‘ $x+y=100,\ 3x+\frac{1}{3}y=100$ ’이므로 이를 풀어 답을 구할 것이다. 이러한 해법은 서양에서 들어온 것으로, 서양에서는 17세기경부터 쓰여온 방법이다. 그런데 난법가 에서는 이를 다음과 같이 풀이한다. 만두가 100개, 스님이 100명이니까, 큰스님 1 명이 먹는 3 개와 작은 스님 3 명이 함께 먹는 1개를 묶은 4개를 기본 단위로 삼는다. 이것은 만두 4개에 스님 4 명이 대응한다는 데서 이루어진 발상이다. 그리고 만두 100개를 기본 단위인 4로 나누면 25가 나온다. 이 25는 3개씩 먹는 큰스님의 수이면서 동시에 작은 스님들이먹는 만두의 개수이다. 따라서 큰스님의 수가 25이므로, 작은 스님의 수는 75가 된다.

창의적인 문제 해결의 예로 많이 인용되는‘계토산((鷄兎算)’ 문제도 『이수신편』에 소개되어 있다. “닭과 토끼가 모두 100마리인데, 다리를 세어 보니 272개였다. 닭과 토끼는 각각 몇 마리인가?” 이 문제는 이율분신(二率分身)이라는 방법으로 풀고 있다. 이율분신이란 닭과 토끼가 모두 다리의 절반을 들고 있다고 가정하는 것이다. 그러면 닭은 하나, 토끼는 다리가 둘이 되고, 그 수는 모두 136이 된다. 여기서 다리 수와 총 마리 수의 차이, 곧 36은 토끼의 마리수 가 된다. 왜냐하면 이율분신에 의해 닭은 다리 수와 마리 수가 같지만, 토끼는 다리 수가 마리 수보다 하나씩 많기 때문이다. 기발한 착상이다. 이율분신 역시 연립방정식을 세워 푸는 과정과 비교할 때 그 착상의 실체를 확인 할 수 있다. 즉, ‘ $x+y=100,\ 2x+4y=272$ ’에서 둘째 식의 양변을 2로 나누면 ‘ $x+2y=136$ ’이 되는 것과 동일한 조작이다.

연립방정식의 해법에 익숙한 사람의 관점에서 보면, 이러한 풀이는 상당히 낯설면서도 기발한 착상이 아닐 수 없다. 그런데 이러한 풀이에 대해, 직관에만

의존하였을 뿐 수식에 입각한 논리적인 추론을 갖추지 못하였다고 비판하는 사람도 있다. 그러나 이들 풀이 과정에도 분명히 가설과 논리적인 추론이 작용한다. 직관적으로 만두 네 개와 스님 네 명을 대응시킨 것과 이율분신의 발상을 한 것은 가설에 해당하며, 이를 토대로 합리적인 설명을 해 가는 것은 바로 논리적 추론 그 자체이다. 이러한 사례는 서양과는 다른, 우리 것의 수학적 사고가 분명히 존재했다는 것을 보여 준다. 다만 그것이 현재까지 계승되지 못하였을 뿐이다.

③ 방정식에 대한 한마디

우리나라에도 수학은 있었다. 그러나, 현재까지 계승되지 못했다. 왜일까? 그것은 아마도 문제풀이의 처음 시작에 있어 우리가 알고 있는 연립방정식의 풀이는 하나의 알고리즘대로 풀면 되는 반면 전통적인 풀이 방법은 직관에 의존하기 때문이 아닐까 한다. 방정식을 이용하지 않는다면, 우리는 일상 생활에서 필요한 수치를 구할 때, 이렇게 직관에 의해 가설을 세우고 논리적 추론을 해야만 할 것이다. 이것은 아마도 대부분의 사람들에게 연립방정식에 의한 풀이보다 더 어렵게 느껴지지 않을까? 방정식 단원 끝 부분에 주어져 있는 활용 문제는 늘 보아왔던 식상한 유형인데 다가 학생들로서는 문제를 읽기조차 귀찮은 재미없는 부분이다.

학생들은 수학은 서양의 학문이고 우리나라에서는 수학이라는 것이 있지도 않았을 것이라고 생각한다. 방정식 단원을 들어가면서 우리나라를 포함한 동양의 방정식 문제를 제시해 주면 어떨까? 아마 학생들은 '아~ 우리나라에도 수학이 사용되었었구나!' 라고 신기해하며 조금은 흥미로워 할 것이다.

(3) 함수단원에서의 활용

함수단원에는 좌표에 관한 일화, 좌표를 이용한 그림 그리기, 일상생활에서 볼 수 있는 함수의 다양한 예 등의 자료가 있다.

① 함수의 근원 - 고대 바빌로니아 시대

현대 수학의 출발점인 그리스 수학에는 함수라는 것이 전혀 없었고 함수에 대해 관심도 기울이지 않았다. 오히려 바빌로니아의 수학에는 함수의 성질을 가진 것이 눈에 띈다. 기원전 5세기경의 바빌로니아 사람들이 천문학을 연구하면서 만든 수표는 함수를 나타낸다. 그들은 천체의 위치의 주기성을 발견하고 경험적 자료를 바탕으로 천체의 운동을 나타내는 경로를 추정하고 이를 수표로 나타내었다. 기울기나 그림자의 길이와 관련되어 자연스럽게 제기된 Tangent의 기원도 바빌로니아이다. 그리스의 천문학자 프톨레마이오스의 천문학 책에는 현의 표가 나오는데 이는 천체운동을 삼각함수로 기술한 것이다. 일차함수, 이차함수, 삼차함수와 같은 함수의 기원 역시 그것이 의식적으로 다루어지지는 않았지만 바빌로니아 수학에서 찾아볼 수 있다.

② 개념화된 함수의 도입 - 라이프니츠, 오일러

개념화된 함수는 17세기에 이르러 역학에서 물체의 운동을 곡선으로 나타내어 연구하는 가운데 시간과 거리와 같은 변량 사이의 관계로서 수학에 도입 되었다. 갈릴레이가 발견한 물체의 낙하 법칙에서 운동하는 물체의 위치 y는 시간 x에 대하여 $y=\frac{1}{2}gx^2$이 되는 것을 말로 서술한 것이다. 즉, 이 법칙에는 '변수 y 는 변수 x의 각각의 값(시간)에 대응하여 결정된다'는 함수 개념이 포함 되어 있다.

뉴턴과 함께 미적분학을 창시한 라이프니츠가 『접선의 역방법, 곧 함수에 관해서』라는 논문에서 처음으로 함수(functio)라는 이름을 사용했다. 그러나 이때의 함수의 개념은 지금의 함수개념과는 판이한 것이다. 여기서 functio는 접선, 접선영, 법선, 법선영 등의 기하학적인 '양(量)'을 뜻하였으나 이어서 이러한 양 사이의 '관계'로, 그리고 「변량 x의 함수란 x에 관한 식이다」라는 생각으로 바뀌어져 갔다는 것을 라이프니츠와 요한 베르누이 사이의 왕래 서신(특

히 1694, 1698년)을 통해 알 수 있다. 라이프니츠는 곡선 위를 점이 움직일 때 그 점에서 그은 곡선의 접선이나 그 점에서 나타나는 곡률을 움직이는 점의 함수라고 했다.

처음으로 함수 개념을 명확히 정의한 사람은 오일러이다. 해석기하학의 발달과 함께 여러 가지 곡선이 방정식으로 표현되면서 변량 사이의 함수 관계가 하나의 방정식으로 나타내어지게 되었다. 오일러는 그러한 상황을 일반적인 것으로 인식하고, 자신의 저서『무한소 해석 입문』에서 '정수와 변수로 조합된 해석적인 식을 그 변수의 함수라고 한다'라고 정의하였다. 그리고 해석적인 식의 예로 $a+3x$, $ax-4x^2$, $ax+b\sqrt{a^2-x^2}$ 등을 들고 있다. 오일러는 변량 사이의 관계를 나타내는 해석적인 표현, 곧 식을 함수라고 정의한 것이다. 오일러가 임의의 함수는 직선 또는 곡선을 나타내고, 역으로 임의의 곡선은 함수에 의해 나타내어진다고 한 것은 수학의 중심이 기하학으로부터 기호적 대수로 옮아가는 것을 나타내고 있다는 점에서 주목을 끈다.

③ 함수 개념의 변화 - 코시, 디리클레

18세기 후반에 진동하는 끈에 대한 편미분 방정식의 해에 대한 논의에서 하나의 해석적인 식으로 나타내어지지 않는 함수가 등장하였고, 푸리에가 임의의 함수는 삼각함수로 전개 가능하다는 주장을 제기하면서 '함수는 하나의 해석적인 표현이 가능한 것이라는 전통적인 관념'에 혁명적인 변화가 일어났다.
이로부터 코시는 하나의 특별한 형태의 곡선으로 나타내어지거나 그렇지 않거나, 규칙성이 있어 하나의 해석적인 표현이 가능하거나 그렇지 않거나, 일반적으로 어떤 독립변량의 값에 따라 그 값이 정해지는 종속변량은 모두 함수라는 생각에 이르게 되었다. 코시는 자신의 저서 『해석학 강의』에서 더욱 발전된 정의를 제시했다. 코시는 함수에 대하여 「몇 개의 변수 사이에 어떤 관계가 있고, 그 변수 가운데 한 쪽의 값이 주어져서 다른 쪽의 값을 정할 수 있을 때, 일반적으로 후자는 전자로써 표현된다고 생각하기로 한다. 이 때 전자를 독립

변수라고 하고 후자를 이 변수의 함수라고 한다」라고 하였다. 변수 사이의 대응 관계를 식으로 나타낼 수 없어도 괜찮다는 점이 오일러보다도 진보된 점이다. 이 정의는 함수 x 값에 대하여 y 값을 정하는 일종의 규칙으로서 파악하는 계기를 열었으며, 그 결과 종래 암암리에 받아들여졌던 기하학적 이미지나 구체적인 식에 의한 표현 등은 함수 개념과는 본질적인 연관이 없는 것으로 간주하게 되었다.

이런 함수 개념의 발달을 바탕으로 19세기 초 디리클레에 의해, 주어진 구간의 각 점에 임의의 값이 대응되는 대응 관계를 함수라고 정의하는 일반적인 함수 개념이 제기되었다. 디리클레는 다음과 같은, 해석적 표현으로 주어지지도 않고 자유롭게 그려진 곡선도 아닌 임의의 대응으로 함수 개념을 설명하였다.

$$D(x) = \begin{cases} c, & x\text{가 유리수일 때} \\ d, & x\text{가 무리수일 때} \end{cases}$$

그는 코시의 함수 정의를 엄격히 지켜, x와 y의 대응만 있으면, 수식 등의 법칙은 없어도 된다는 점함수(點函數)-즉, 함수를 점 대 점의 대응으로 보는-의 개념을 확립하였다. 그 뒤 칸토르의 집합론이 나타나게 되고 베르, 보렐, 르벡 등에 의해 적분론이 전개됨에 따라 함수 개념에 대한 반성이 일어났다.

20세기에 들어오면서 디리클레의 정의가 강화되어, 함수는 정의역, 공변역의 구조와도 관계가 있음을 밝혀 내었는데, 이는 거리 공간론이나 위상수학의 발전에 따른 것이다.

④ 종속에 관련된 함수의 예

㉠ 모든 요금은 거의 다 함수이다.

즉 어떤 x가 주어졌을 때 그것에 대응하는 값이 하나 존재하면 그건 다 함수라고 할 수 있다. 그러니까 각종 요금 전기, 전화 ,가스, 통신요금, 등...... 우리가 사용한 량을 x라 하면 그것에 대한 가격 y는 반드시 존재한다. 가령 전기 5 kw사용했을 때, 요금 얼마, 전화 얼마, 사용할 때 전화료 얼마, 물론 얼마까지는 기본료이고 얼마 이상부터 함수식이 적용된다.

㉡ 돈주고 사는 것도 다 함수이다.

아이스크림 한 개 200원, 두 개 400원....

개수 x에 대해 가격 y는 항상 한 개 존재한다. 물론 같은 가격에 대응하는 것도 함수이다. 예를 들어 5개까지 천 원이면 한 개도 천 원, 두개도 천 원, 세 개도 천 원 네 개도 천 원 아무튼 함수다.

노트 사는 개수 x에 대한 가격 y, 사는 것은 다 함수다.

㉢ 신체상의 자람도 다 함수다.

나이에 따른 키나 몸무게 ,가슴둘레, 등등 예를 들어 한 살 때 몇 cm, 두 살 때 몇 cm, 나이 x에 대응하는 cm인 y는 반드시 하나 존재한다.

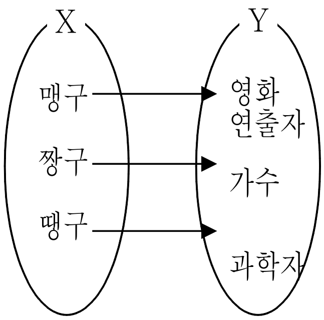
⑤ 대응에 관련된 함수의 예

※ 다음에 쓰인 짱구의 일기를 읽고 집합 X={맹구, 짱구, 땡구}의 각 원소 x에 Y의 원소 y를 주어진 관계에 의하여 대응시키고, 그림으로 나타내어라.(①~③)

오늘은 형 맹구와 동생인 땡구, 그리고 뚱보인 아빠와 장래희망에 대하여 얘기해 보았다. 우선 형은 영화 연출자가 되고 싶다고 했다. 그래서 '베트맨'같은 멋진 영화를 만든다나? 그리고 땡구는 멋진 가수가 되고 싶다고 한다. 치~ 어제도 전국노래자랑에서 '땡' 맞았으면서... 난 아주 훌륭한 과학자가 되고 싶다. 이 나라를 움직일 과학자. 하하하... 생각만 해도 멋있는 걸... 우리가 아주 재밌게 얘기하는데 옆집에 사시는 번칠이 아저씨가 오셨다. 그리고 우리는 중국집에서 맛있는 점심을 시켜 먹었는데, 형과 나는 짜장면을 먹고 땡구는 짬뽕을 먹고 아빠는 번칠이 아저씨와 외출을 하셨다. 오늘의 일기 끝.

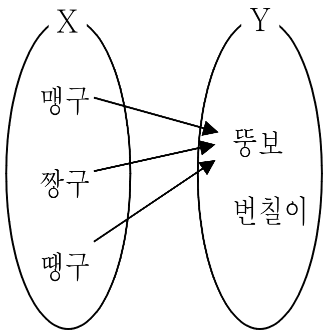
ⓐ Y={영화 연출자, 가수, 과학자}

$y = x$의 장래희망



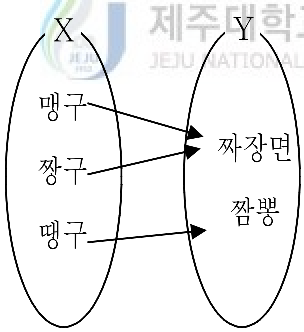
ⓑ Y={뚱보, 번칠이}

$y = x$의 아빠



ⓒ Y={짜장면, 짬뽕}

$y = x$가 점심에 먹은 음식



⑥ 함수에 대한 한마디

함수의 개념은 17세기에 변량 사이의 관계(변수 x의 값이 변함에 따른 변수 y의 값의 관계, 종속의 개념)로서 수학에 도입되어, 18세기에 오일러가 변량 사이의 해석적인 식을 함수라고 정의하였고, 19세기 초에 이르러서야 디리클레가 점 대 점의 대응으로 함수의 개념을 확립하였다. 그러나, 그 동안은 이러한 함수개념의 발달과정과 반대로 대응의 개념으로써 함수를 도입해 지도함으로써 학생들이 함수를 추상적으로 받아들여, 함수의 개념 자체를 어려워하게 만들었다.

7차 교육과정에서 “대응 관계로 도입하던 함수 개념은 비례 관계(변화 관계)를 이용하여 도입한다.”고 함수교육의 방향을 제시하고 있다. 이것은 함수의 개념이 종속에서 대응으로 발달해 왔다면 종속에서 대응의 순서로 함수를 지도하는 것이 학생들이 함수를 받아들이고 이해하는 데 더욱 효과적일 것이라는 생각을 반영한 것이다. 수학사를 교육과정에 반영한 고무적인 예라 하겠다.

함수를 종속의 개념으로 도입할 때에도 속력과 거리와의 관계라는 식상한 예보다는 일상생활에서 접할 수 있는 예를 들어주어 함수에 대한 거리감을 좁혀주어야겠다.

Ⅳ. 결론

현대 사회의 정보화 및 고도의 기술화로 인하여 수학의 역할은 더욱 증대되고 있다. 이에 따라 수학교육에서 모든 학생들에게 수학의 중요성과 가치를 인식하는 것이 중요하며 수학 교사들은 학생들이 수학을 왜 배워야 하는지를 인식시켜 주어야 한다.

우리들의 삶 속에, 생활 속에, 문화 속에 스며 있는 수학의 원리를 터득하고 수학의 가치를 인식할 수 있도록 심혈을 기울여 수학사적 자료를 찾고 가르쳐야 한다. 많은 연구에 의하면 수학사를 도입한 수업이 수학에 대한 친근감 및 흥미를 자극하여 수학에 대해 긍정적인 학습 태도를 형성한다고 한다.

따라서 본 연구는 재미있고 유익한 수학사의 내용들을 수업 내용에 도입함으로써 수학에 대한 거부감을 줄이고 나아가 흥미 유발을 통하여 수학에의 친근감을 가지게 하여 수학의 가치를 새롭게 인식시키고자 한다. 그리고 수학사적 내용을 교사가 직접 설명만 할 경우 자세한 내용을 다 설명하기가 쉽지 않고 일방적인 수업의 연장으로 생각할 수 있으므로 영상매체를 선호하는 학생들에게 멀티미디어를 활용한다면 수학지도에 더욱 효과가 있을 것이고 시간도 단축 할 수 있는 효과가 있을 것이다.

마지막으로 수학사를 수업에 적용하여 수학 교육의 효과를 높이려면 교사 자신이 우선 수학사에 대한 풍부한 지식과 안목을 가지고 있어야 하며 체계적인 방법이 모색되어야 할 것이다.

< ABSTRACT >

A Teaching Method through Introduction of the History of Mathematics

- With Reference to the Curriculum of mathematics in the Grade of 9-Ga and 9-Na of middle school -

Chung, Tae-Jong

Mathematics Education Major
Graduate School of Education, Cheju National University
Jeju, Korea

Supervised by Professor Yang, Sung-ho

The aim of this study is to develop a teaching method of mathematics by introducing the history of mathematics for developing their motives of mathematics as well as elevating their interest and confidence to self-study of mathematics among the students of the grade 9-Ga and 9-Na in the middle school.

For this aim, the contents of this thesis are as follows

(1) We discuss the necessity of introducing the history of mathematics to the class of mathematics and the importance of teaching mathematics based on the historical-generative principle of mathematics, which are investigated by studying the bibliography on the teaching the history of mathematics.

(2) We investigate and analyse the actual conditions on introducing the history of mathematics in the textbook used in the grade of 9-Ga and 9-Na of the middle school.

(3) We develop a teaching method of mathematics for inducing the learning interest of mathematics and elevating their participation in the class of mathematics by suggesting the history of mathematics for each part of the textbook of the middle school.

※ A thesis submitted to the Committee of the Graduate School of Education. Cheju National University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Education in August, 2004.

참고문헌

황정희, 수학 교육의 흥미유발을 위한 연구, 석사학위논문,
인천대학교 교육대학원, 2002
우철호, 수학사를 도입한 수학지도에 관한 연구, 석사학위논문, 동의대학교
교육대학원, 2002
정귀연, 수학사를 도입한 학습지도, 석사학위논문, 인제대학교, 교육대학원, 2002
신영미, 수학사와 수학교육 중·고등학교 수학교육을 중심으로, 서울대학교 대학원,
석사학위논문, 1992
이희종, 고등학교 수학과 학습흥미 유발을 위한 수학사적인 교수·학습자료개발 연
구, 한국교원대학교 석사학위논문,1994
김용운, 재미있는 수학이야기, 서울 : 서해문집, 1999
오승재, 수학의 천재들 , 경문사, 1995
우정호, 학교 수학의 교육적 기초, 서울대학교 출판부, 1992
이성현, 세계 수학사 및 수학 교수법, 교학사, 1975
백석윤, 수학사와 수학 교육과정, 제 5회 수학교육학 세미나 집, 1990
허민,오혜영 공역, 수학의 위대한 순간들 (How Eves, Foundations and
Fundamental Concepts of Mathnatics) 서울 : 경문사,1999.
http://library.thinkquest.org/
http://eduweb01.edunet4u.net/
http://myhome.hanafos.com/
http://www.mathschool.com.ne.kr/index1.html
http://www.mathtown.pe.kr/main00.htm
http://www.mathschool.com.ne.kr/story.htm