

碩士學位論文

양자우물에 대한 광검출 자기포논

공명



濟州大學校 大學院

物理學科

梁 强 孝

2008年 8月

양자우물에 대한 광검출 자기포논

공명

指導教授 金斗哲

梁强孝

이 論文을 理學 碩士學位 論文으로 提出함

2008年 8月

梁强孝의 理學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長

金瑢柱



委員

李尚七



委員

金斗哲



濟州大學校 大學院

2008年 8月

Optically Detected Magnetophonon
Resonances in Quantum Wells

Kang Hyo Yang

(Supervised by professor Doo Chul Kim)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for the
degree of Master of Natural Science

2008. 8.

This thesis has been examined and approved.

Y. J. Kim

Lee, Sang Chul

Doo chul kim

30.06.2008

Date

Department of Physics
GRADUATE SCHOOL
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

차례

SUMMARY	v
I. 서론	1
II. 양자우물계의 모형	3
1. 양자우물의 계면에 자기장이 수직인 경우	3
2. 양자우물의 계면에 자기장이 평행한 경우	9
III. 진동수 의존 자기전도도와 완화율	13
1. 양자우물의 계면에 자기장이 평행한 경우	13
1) Voigt 배치	13
2) Faraday 배치	15
2. 양자우물의 계면에 자기장이 수직인 경우(Faraday 배치)	17
1) 사각형 구속퍼텐셜 우물	18
2) 포물선형 구속퍼텐셜 우물	20
3. 양자우물의 계면에 자기장이 수직인 경우(Voigt 배치)	21
1) 사각형 구속퍼텐셜 우물	21
2) 포물선형 구속퍼텐셜 우물	23
IV. 수치계산 결과 및 논의	26
V. 결론	33
<참고문헌>	36
부록	39
부록 A: 식 (10)과 (11)의 상태밀도 유도	39
부록 B: 식 (13)과 (14)의 화학퍼텐셜 유도	40
부록 C: 단일전자 전류밀도 연산자의 행렬요소 유도	43
부록 D: 전자-포논 상호작용 퍼텐셜의 행렬요소 유도	46
부록 E: 식 (47)과 (51)의 완화율 유도	47
부록 F: 에너지 흡수율	51
부록 G: 진동수 의존 자기전도도 계산	51

SUMMARY

In quasi-two-dimensional (Q2D) quantum wells with square and parabolic confinement potentials under the perpendicular and parallel magnetic fields, one-electron normalized eigenfunctions and eigenvalues are investigated. The behaviors of energy dispersion relations, density of states, and chemical potentials of Q2D quantum wells based n-GaAs are showed as functions of magnetic field, temperature, surface electron density, well width, and confinement frequency.

Based on quantum linear response theory, the frequency-dependent magnetoconductivities and the relaxation rates in Q2D quantum wells with a square confinement potential and a parabolic confinement potential under the perpendicular magnetic fields are obtained for the Voigt configuration. The optical detected magnetophonon resonance (ODMPR) conditions as functions of photon frequency, confinement frequency, well-width, and magnetic field are also obtained. The behaviors of ODMPR lineshapes according to variation on photon frequency and magnetic field strength, such as the splitting and the shift of resonance peaks, are discussed. The results of this research are compared with the results of previous works for ODMPR conditions and main resonances according to the magnetic field and the incident photon directions.

I. 서론

최근, 자기포논공명(magnetophonon resonance: MPR) [1-22]과 광검출 자기포논공명(optically detected magnetophonon resonance: ODMPR) [23-29] 현상은 전자의 산란기구, 자기전도도의 진동 효과, 포논진동수와 유효질량의 측정, 두 전기 부준위 사이의 에너지 차이 결정과 같은 덩어리와 저차원 반도체의 기본적인 수송 특성을 조사하는데 사용되고 있기 때문에 많은 연구가 이루어지고 있다 [1-29]. MPR의 효과는 약한 전기장과 강한 자기장하에서 두 란다우 준위 간의 에너지 차이가 세로광학(longitudinal optical: LO) 포논에너지와 같을 때 전자의 공명산란에 기인하여 자기전도도가 진동하는 현상으로 주로 덩어리 반도체와 양자우물과 같은 저차원 반도체에서 실험 및 이론적으로 연구가 되었다 [1-22]. 양자우물에서 MPR에 대한 많은 이론 및 실험적인 연구들은 양자우물의 계면에 대하여 자기장을 수직·평행·경사 방향으로 걸어주었을 때의 효과에 관한 것이다 [12]. 반면, 광자가 입사하는 경우에 대한 MPR인 ODMPR 현상은 광학적 방법으로 MPR을 측정할 수 있는 유용한 방법을 제공하기 때문에 관심의 대상이 되고 있다 [23]. ODMPR 효과는 두 란다우(Landau) 준위 사이에서 LO 포논과 광자의 흡수 또는 방출에 의한 전자-LO 포논-광자 간의 공명산란에 기인한 자기전도도의 진동 현상으로 덩어리 반도체와 초격자·양자우물과 같은 저차원 반도체에서 실험과 이론적으로 연구가 되었다 [23-29]. Barnes 등 [23]은 이종접합구조인 $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ 에서 ODMPR에 대한 실험 결과를 보고하였고, Hai 등 [24]은 덩어리 반도체인 GaAs 에서 ODMPR 효과를 기억함수 방법에 바탕을 둔 이론 연구를 처음으로 수행하였다. 또한 Lee 등 [25, 27]은 단일전자 형식에 바탕을 둔 Mori의 사영연산자 방법으로 덩어리 반도체와 반도체 초격자에서 자기전도도를 구하여 ODMPR 현상을 분석하였다.

최근, Lee [28]은 사각형과 포물선형 구속퍼텐셜을 가지는 양자우물에 자기장이 수직하게 걸리고, 자기장에 대하여 수직으로 선편광된 광자가 자기장과 나란하게 입사하는 Faraday 배치에 대한 ODMPR 현상을 분석하였다. 또한, Lee 등 [29]은 포물선형 구속퍼텐셜을 가지는 양자우물에 자기장이 평행하게 걸리고 자

자기장의 방향으로 선편광된 광자가 자기장에 대하여 수직하게 입사하는 Voigt 배치와 자기장에 대하여 수직으로 선편광된 광자가 자기장과 나란하게 입사하는 Faraday 배치에 대하여 ODMPR 특성을 이론적으로 조사하였다. 하지만, 양자우물에 자기장이 수직하게 걸리고 자기장의 방향으로 선편광된 광자가 자기장에 대하여 수직하게 입사하는 Voigt 배치에 대한 연구는 아직 알려지지 않았다.

본 연구의 목적은 사각형과 포물선형 구속퍼텐셜을 가지는 양자우물의 계면에 자기장이 수직하게 걸리고, 자기장의 방향으로 선편광된 광자가 자기장에 대하여 수직하게 입사하는 Voigt 배치에서 진동수 의존 자기전도도와 완화율을 Mori의 사영연산자 방법 [30, 31]으로 구하여 구속진동수, 우물두께, 입사 광자진동수, 자기장 세기의 함수로 입사 광자에 의한 ODMPR 정점의 쪼개짐과 보조 ODMPR 정점의 나타남 등과 같은 ODMPR의 특성을 조사하는 것이다. 또한, 그 결과를 Faraday 배치에서 양자우물의 계면에 자기장이 수직하게 걸리는 경우와 Voigt · Faraday 배치에서 양자우물의 계면에 자기장이 평행하게 걸리는 경우의 ODMPR 현상에 대한 Lee 등 [28, 29]의 선행 연구와 비교하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II장에서 사각형과 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 계면에 자기장이 수직과 평행하게 걸렸을 때, 단일전자의 해밀토니안에 대한 고유함수, 에너지 고유값, 상태밀도, 화학퍼텐셜을 제시하고 수치 결과를 논의한다. 제 III장에서는 Lee [28, 29]가 제시한 평행자기장하에서 Voigt · Faraday 배치와 수직자기장하에서 Faraday 배치에 대하여 진동수 의존 자기전도도와 완화율을 재고찰하고, 수직자기장하에서 Voigt 배치에 대하여 Mori의 사영연산자 방법 [30, 31]으로 진동수 의존 자기전도도와 LO 포논 산란에 대한 완화율을 계산하여 ODMPR 조건을 구한다. 제 IV장에서는 진동수 의존 자기전도도를 수치적으로 조사하여 자기장 세기, 구속진동수, 우물두께에 의존하는 ODMPR 정점의 이동, 입사 광자진동수에 의한 ODMPR 정점의 쪼개짐, 그리고 자기장 세기, 구속진동수, 우물두께에 따른 주공명 정점의 이동과 같은 ODMPR 선모양의 거동을 고찰한다. 제 V장에서 결론을 맺는다.

II. 양자우물계의 모형

포논과 상호작용하는 N_e 개의 전자들이 x 와 y 축 방향의 운동은 자유롭고 z 축 방향의 운동은 구속퍼텐셜 $U(z)$ 에 의하여 구속되고, 열원과 온도 T 로 열적 평형을 이루는 양자우물에 정자기장 $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ 가 걸릴 때, 전자-포논계에 대한 전체 해밀토니안 H 는

$$H = \sum_{\lambda} \sum_{\lambda'} \langle \lambda | h_e + v | \lambda' \rangle a_{\lambda}^{\dagger} a_{\lambda'} + \sum_q \hbar \omega_q (b_q^{\dagger} b_q + \frac{1}{2}), \quad (1)$$

$$h_e = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} + e\vec{A})^2 + U(z), \quad (2)$$

$$v = \sum_q (C(\vec{q}) \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}) b_q + \text{H.c.}) \quad (3)$$

와 같이 주어진다. 여기서 $|\lambda\rangle$ 는 전도대에 있는 단일전자의 양자수 λ 에 대응하는 양자상태, h_e 는 단일전자 해밀토니안, $U(z)$ 는 z 축 방향의 구속퍼텐셜, $a_{\lambda}^{\dagger} (a_{\lambda})$ 는 전하 $-e$ 이고 전자의 유효질량 m^* 이며 운동량 \vec{p} 인 전자에 대한 생성(소멸) 연산자, $b_q^{\dagger} (b_q)$ 는 운동량이 $\hbar\vec{q}$ 이고 에너지가 $\hbar\omega_q$ 인 포논의 생성(소멸) 연산자, \vec{A} 는 벡터퍼텐셜, v 는 전자와 포논 간의 상호작용 해밀토니안, $C(\vec{q})$ 는 상호작용 퍼텐셜, 그리고 \vec{r} 은 전자의 위치 벡터이다.

1. 양자우물의 계면에 자기장이 수직인 경우

z 축 방향의 구속퍼텐셜 $U(z)$ 의 형태는 (1) 사각형 구속퍼텐셜과 (2) 포물선형 구속퍼텐셜을 취하고, 양자우물의 계면에 대하여 수직 방향으로 정자기장 $\vec{B} (\parallel \hat{z})$ 이 걸릴 때, 벡터 퍼텐셜에 대한 란다우 게이지(Landau gauge) $\vec{A} = (0, xB, 0)$ 을 사용하면 단일전자 해밀토니안 h_e 의 고유함수 ($\langle \vec{r} | \lambda \rangle$)와 에너지 고유값 (E_{λ})는

$$\langle \vec{r} | \lambda \rangle \equiv \langle \vec{r} | n, l, k_y \rangle \cong \frac{1}{\sqrt{L_y}} \exp(ik_y y) \phi_n(x-x_0) \chi_l(z) \quad (4)$$

와

$$E_\lambda \equiv E_{n,l,k_y} = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + \varepsilon_l \quad (5)$$

으로 주어진다 [28]. 여기서 $n(=0,1,2,\dots)$ 은 란다우 준위 지수, l 은 전기 부준위(electric subband level) 지수, $\omega_c = eB/m^*$ 는 사이클로트론 진동수, $\phi_n(x-x_0)$ 는 진동중심이 $x_0 = -l_B^2 k_y$ 인 단순조화진동자의 파동함수, k_y 는 y 축 방향의 파수벡터, $l_B = \sqrt{\hbar/m^* \omega_c}$ 는 (x, y) 평면에서 바닥상태에 대한 전자의 유효 케도반지름, L_y 는 y 축 방향의 규격화된 길이, 그리고 시료의 부피는 $V = L_x L_y L_z$ 이다.

z 축 방향의 구속퍼텐셜 $U(z)$ 이 무한 높이의 사각형 구속퍼텐셜 우물로 주어지는 경우, 전도대에 있는 단일전자의 고유함수 $\chi_l(z)$ 와 에너지 고유값 ε_l 는

$$\chi_l(z) = \sqrt{\frac{2}{L_z}} \sin\left(\frac{l\pi}{L_z} z\right) \quad (6)$$

와

$$\varepsilon_l = l^2 \varepsilon_0, \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

이다 [28]. 여기서 $\varepsilon_0 = \hbar^2 \pi^2 / (2m^* L_z^2)$, L_z 는 z 축 방향의 규격화 길이이다.

z 축 방향의 구속퍼텐셜 $U(z)$ 이 구속진동수 ω_z 를 갖는 $U(z) = m^* \omega_z^2 z^2 / 2$ 에 의해 주어지는 포물선형 구속퍼텐셜 우물에 대한 전도대에 있는 단일전자의 고유함수 $\chi_l(z)$ 와 에너지 고유값 ε_l 는

$$\chi_l(z) = \left(\frac{1}{2^l l! \sqrt{\pi} l_z} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{z^2}{2l_z^2}\right) H_l\left(\frac{z}{l_z}\right) \quad (8)$$

와

$$\varepsilon_l = \left(l + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_z, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

이다 [28]. 여기서 $H_l(x)$ 는 l 차 Hermite 다항식이고, l_z 는 $\sqrt{\hbar/m^* \omega_z}$ 이다.

식 (5) · (7) · (9)를 이용하면 사각형과 포물선형 구속퍼텐셜에 대한 상태밀도는

$$D(E) = 2\xi \sum_{n,l} \delta(E - (n + 1/2)\hbar\omega_c - l^2\varepsilon_0) \quad (10)$$

와

$$D(E) = 2\xi \sum_{n,l} \delta(E - (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_c - (l + \frac{1}{2})\hbar\omega_z) \quad (11)$$

로 주어진다 [부록 A 참조]. 여기서 δ 는 디랙 델타함수(Dirac delta function) [32], $\xi \equiv L_x L_y m^* \omega_c / \pi \hbar$ 는 스핀 자유도 2가 고려된 란다우 준위의 축퇴도이다 [33]. 자기장이 양자우물의 계면에 수직하게 걸리면 상태밀도는 각 란다우 준위와 전기 부준위에서 매우 좁고 높은 디랙 델타함수의 형태가 된다.

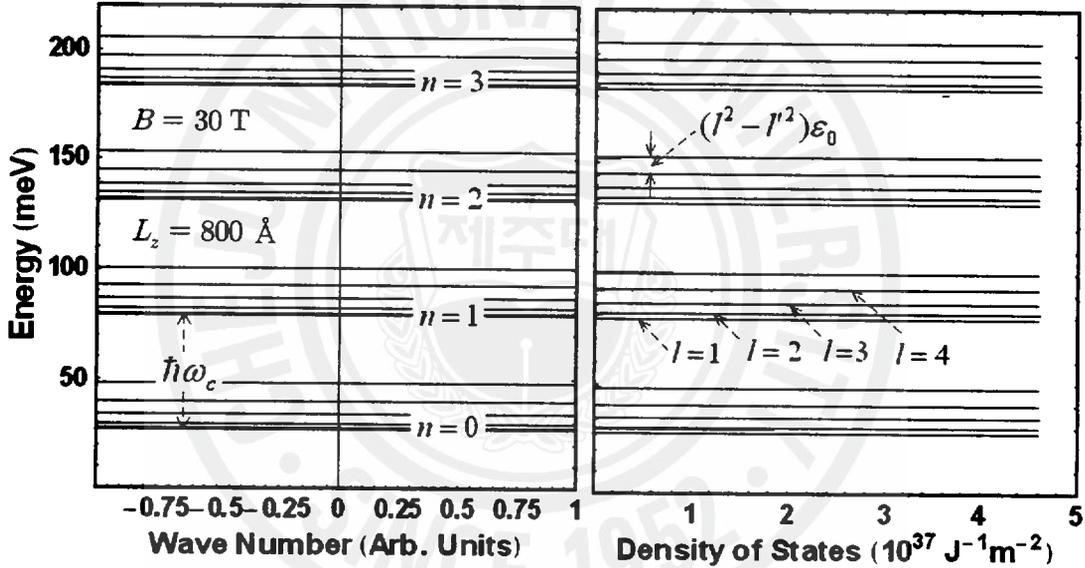


Fig. 1. Dispersion relation and density of states for well-width $L_z = 800 \text{ \AA}$ in the n-GaAs-based square confinement potential well at perpendicular magnetic field $B = 30 \text{ T}$.

Fig. 1은 우물두께 $L_z = 800 \text{ \AA}$ 인 사각형 구속퍼텐셜을 가진 n-GaAs 양자우물의 계면에 수직방향으로 자기장 $B = 30 \text{ T}$ 가 걸렸을 때 에너지 분산관계와 상태밀도를 나타낸 것이다. 지수 n 으로 나타낸 란다우 준위들이 지수 l 로 나타낸 전기 부준위로 세분화된 구조이며, 부준위 지수가 클수록 전기 부준위 사이의 에너지 간격은 사각형 구속퍼텐셜의 특성에 의하여 커진다. 또한 에너지 준위가 파

수벡터 k_y 에 대하여 분산이 없기 때문에 상태밀도는 날카로운 디락 델타함수 꼴이 된다.

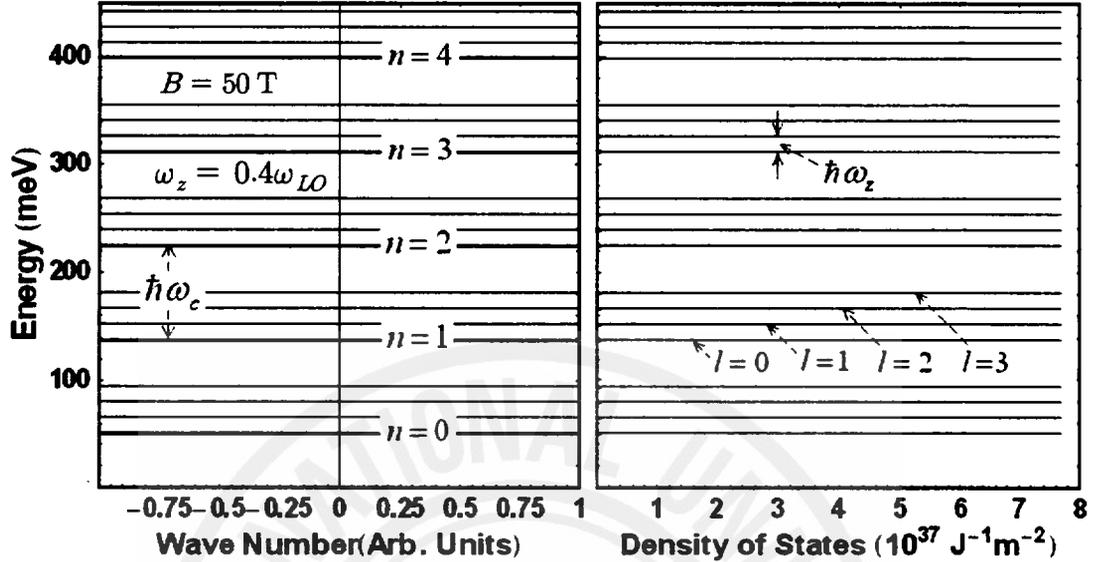


Fig. 2. Dispersion relation and density of states for confinement frequency $\omega_z = 0.4\omega_{LO}$ in the n-GaAs-based parabolic confinement potential well at perpendicular magnetic field $B = 50 \text{ T}$.

Fig. 2은 구속진동수 $\omega_z = 0.4\omega_{LO}$ 인 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 n-GaAs 양자우물의 계면에 수직방향으로 자기장 $B = 50 \text{ T}$ 가 걸렸을 때 에너지 분산관계와 상태밀도를 나타낸 것이다. 란다우 준위들이 전기 부준위로 세분화되는 구조를 갖는 점은 사각형 구속퍼텐셜의 경우와 유사하나, 전기 부준위 사이의 에너지 간격이 일정한 점은 포물선형 구속퍼텐셜의 특성을 반영한 것으로 사각형 구속퍼텐셜의 경우와 다르다. 상태밀도가 날카로운 디락 델타함수 꼴로 나타나는 것은 사각형 구속퍼텐셜의 경우와 같이 에너지 준위가 파수벡터 k_y 에 대하여 분산이 없기 때문이다.

화학퍼텐셜 μ 는 다음 조건

$$N_e = \int_{-\infty}^{\infty} f(E_{n,l,k_y}) D(E) dE \quad (12)$$

에 의해 결정된다 [29]. 여기서 f 는 페르미-디락(Fermi-Dirac) 분포함수이다. 비축퇴 반도체에서 페르미-디락 분포함수는 맥스웰-볼츠만(Maxwell-Boltzmann)

분포함수 $f(E_{n,l,k_y}) \approx \exp[\beta(\mu - E_{n,l,k_y})]$ 로 근사할 수 있으며, 식 (10)과 (11)을 사용하면 사각형과 포물선형 구속퍼텐셜에 대한 화학퍼텐셜 μ 는

$$\mu = k_B T \ln \left[\frac{4\pi n_e^{2D} \hbar}{m\omega_c} \frac{\sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c\right]}{(\vartheta_3(0, e^{-\beta\epsilon_0}) - 1)} \right] \quad (13)$$

와

$$\mu = k_B T \ln \left[\frac{4\pi n_e^{2D} \hbar}{m\omega_c} \sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c\right] \sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_z\right] \right] \quad (14)$$

으로 주어진다 [28, 부록 B 참조]. 여기서 $\beta = 1/k_B T$ 는 역온도, k_B 는 볼츠만 (Boltzmann) 상수, T 는 온도, $n_e^{2D} = N_e/(L_x L_y)$ 는 양자우물의 계면에 평행한 단위면적당 전자수(표면전자밀도), $\vartheta_3(z, q)$ 는 $\vartheta_3(z, q) = 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} q^n \cos 2nz$ ($|q| < 1$)로 정의되는 세타함수이다 [34]. 화학퍼텐셜 μ 는 온도 T , 자기장 B , 표면전자밀도 n_e^{2D} , 구속진동수 ω_z 또는 ϵ_0 의 함수이다.

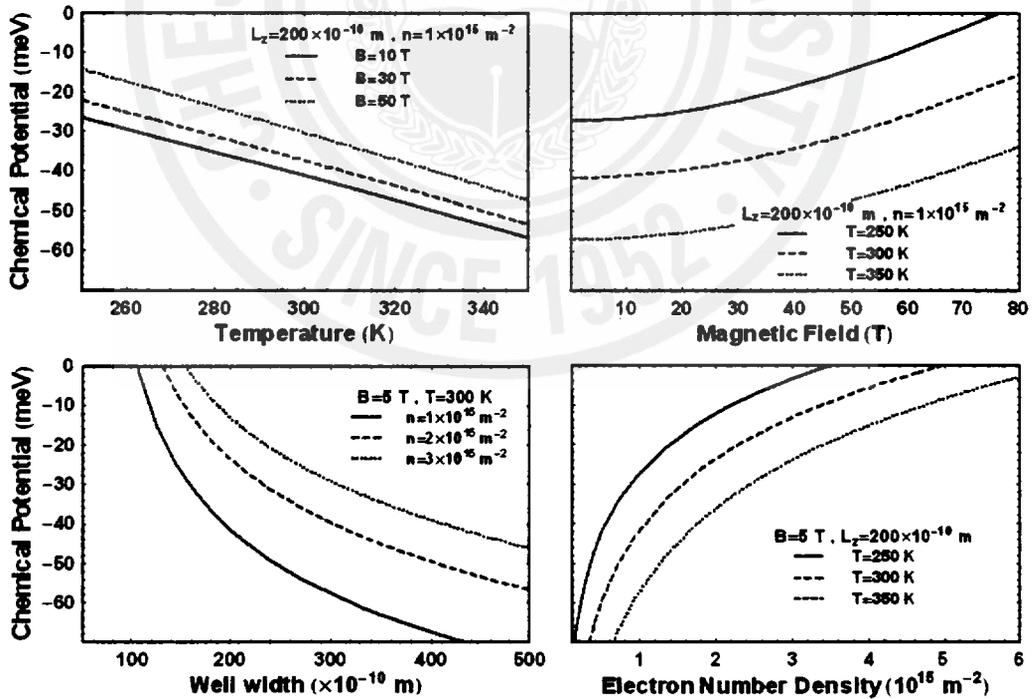


Fig. 3. Chemical potentials in the n-GaAs-based square confinement potential well under the perpendicular magnetic field.

Fig. 3은 사각형 구속퍼텐셜을 가진 n-GaAs 양자우물의 계면에 수직자기장이 걸린 경우의 화학퍼텐셜을 온도, 자기장 세기, 우물두께, 표면전자밀도의 함수로 나타낸 것이다. 여기서 온도와 우물두께가 증가하면 화학퍼텐셜은 작아지고, 자기장 세기와 표면전자밀도가 증가하면 화학퍼텐셜은 커짐을 알 수 있다.

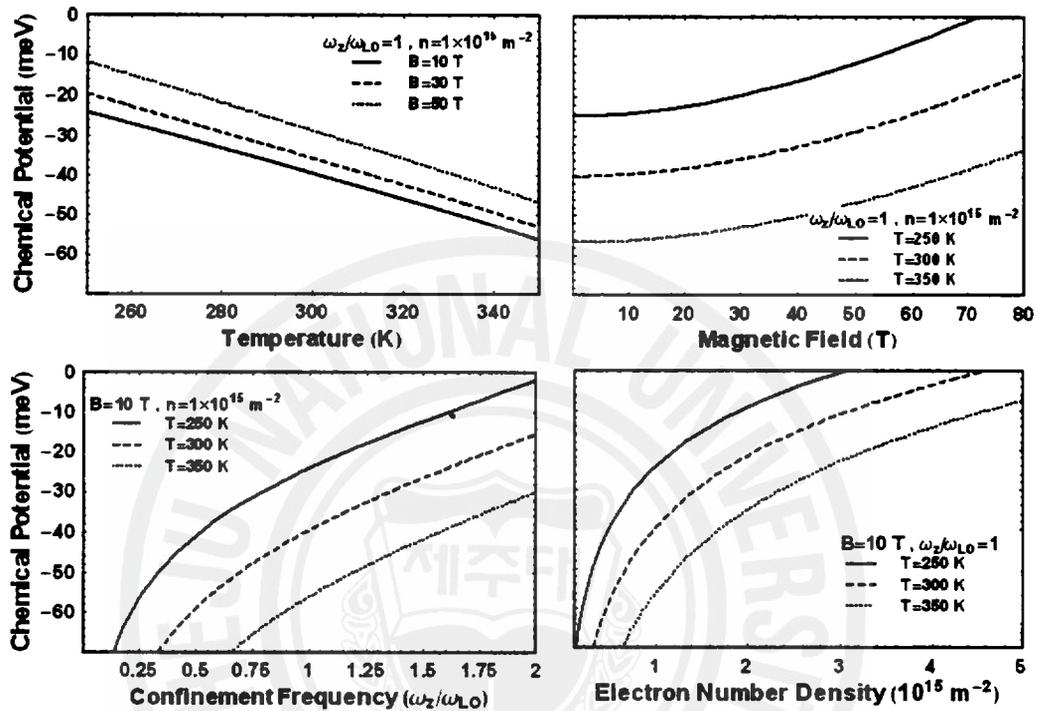


Fig. 4. Chemical potentials in the n-GaAs-based parabolic confinement potential well under the perpendicular magnetic field.

Fig. 4은 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 n-GaAs 양자우물의 계면에 수직자기장이 걸린 경우의 화학퍼텐셜을 온도, 자기장 세기, 구속진동수, 표면전자밀도의 함수로 나타낸 것이다. 온도, 자기장 세기, 표면전자밀도에 따른 화학퍼텐셜의 변화는 사각형 구속퍼텐셜과 유사하다. 구속진동수가 증가하면 구속이 커지므로 화학퍼텐셜이 증가한다. 이는 사각형 구속퍼텐셜에서 우물두께가 감소할 때, 구속이 커져서 화학퍼텐셜이 증가하는 결과와 유사하다.

2. 양자우물의 계면에 자기장이 평행한 경우

z 축 방향으로 특성 진동수 ω_z 를 갖고 있는 이상적인 포물선형 퍼텐셜 우물 $U(z) = m^* \omega_z^2 z^2 / 2$ 이 형성된 준이차원 양자우물에 정자기장 $\vec{B} (\parallel \hat{x})$ 가 양자우물 장벽에 평행한 방향으로 걸려있는 경우, 벡터 퍼텐셜에 대한 란다우 게이지 $\vec{A} = (0, -zB, 0)$ 를 사용하면 단일전자 해밀토니안 H 는

$$H = \frac{p_x^2}{2m^*} + \frac{(p_y - ezB)^2}{2m^*} + \frac{p_z^2}{2m^*} + \frac{1}{2} m^* \omega_z^2 z^2 \quad (15)$$

와 같이 주어진다. 전도대의 단일전자에 대한 에너지 고유값과 규격화된 고유함수는

$$E_{n, k_x, k_y} = (n + \frac{1}{2}) \hbar \Omega + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B} \quad (16)$$

와

$$\Psi_n(k_x, k_y) = \frac{1}{\sqrt{L_x L_y}} e^{ik_x x} e^{ik_y y} \phi_n(z - z_0) \quad (17)$$

와 같이 주어진다 [29]. 여기서 $n (= 0, 1, 2, \dots)$ 는 유효 란다우 준위 지수, L_x 는 x 축 방향에 대한 규격화된 길이, k_x 와 k_y 는 각각 x 와 y 축 방향에 대한 전자의 파수벡터 성분, $\Omega = \sqrt{\omega_z^2 + \omega_c^2}$ 는 재규격화된 사이클로트론 진동수, $m_B = m^* \Omega^2 / \omega_z^2$ 는 재규격화된 유효질량으로 구속진동수 ω_z 와 사이클로트론 진동수 ω_c 에 의존한다. 그리고 $\phi_n(z - z_0)$ 는 진동중심이 $z_0 = l_B^2 k_y$ 인 단순조화진동자의 파동함수

$$\phi_n(z - z_0) = \left(\frac{1}{\sqrt{\pi} l_B 2^n n!} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{(z - z_0)^2}{2l_B^2} \right] H_n \left(\frac{z - z_0}{l_B} \right) \quad (18)$$

이다. 여기서 유효 자기장 길이 $l_B = \sqrt{\hbar \omega_c / (m^* \Omega^2)}$ 는 (y, z) 평면에서 바닥상태에 있는 전자의 유효 궤도반지름이다. 식 (16)을 보면, 준이차원 양자우물에서 전도 전자의 에너지 스펙트럼은 z 축 방향으로의 구속퍼텐셜과 평행자기장에 의한 혼성 자기전기 준위로 양자화되어 있음을 알 수 있다. 준이차원 양자우물에 수직자

기장이 걸렸을 때는 에너지 스펙트럼이 자기장에 의한 란다우 준위와 z 축 방향의 구조적 구속에 의한 크기 양자화(size quantization)인 전기 부준위의 합으로 주어지고, 이때 각 란다우 준위는 축퇴되지만, 준이차원 양자우물에 평행자기장이 가해질 때는 에너지 스펙트럼은 축퇴되지 않음을 알 수 있다 [29]. 이러한 에너지 고유치의 비축퇴와 x 축 방향과 y 축 방향의 유효질량의 비등방성은 평행 자기장에 기인한다.

전도전자의 단위 면적당 상태밀도는

$$D(E) = \frac{\sqrt{m_B m^*}}{\pi \hbar^2} \sum_{n=0}^{\infty} \theta\left(E - \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \Omega\right) \quad (19)$$

와 같이 표현된다 [29]. 여기서 $\theta(x)$ 는 Heaviside 계단함수로서, $x \geq 0$ 에서 $\theta(x) = 1$, $x < 0$ 에서 $\theta(x) = 0$ 이다. 식 (19)의 각 항은 한 개의 란다우 준위의 기여에 의한 것이다.

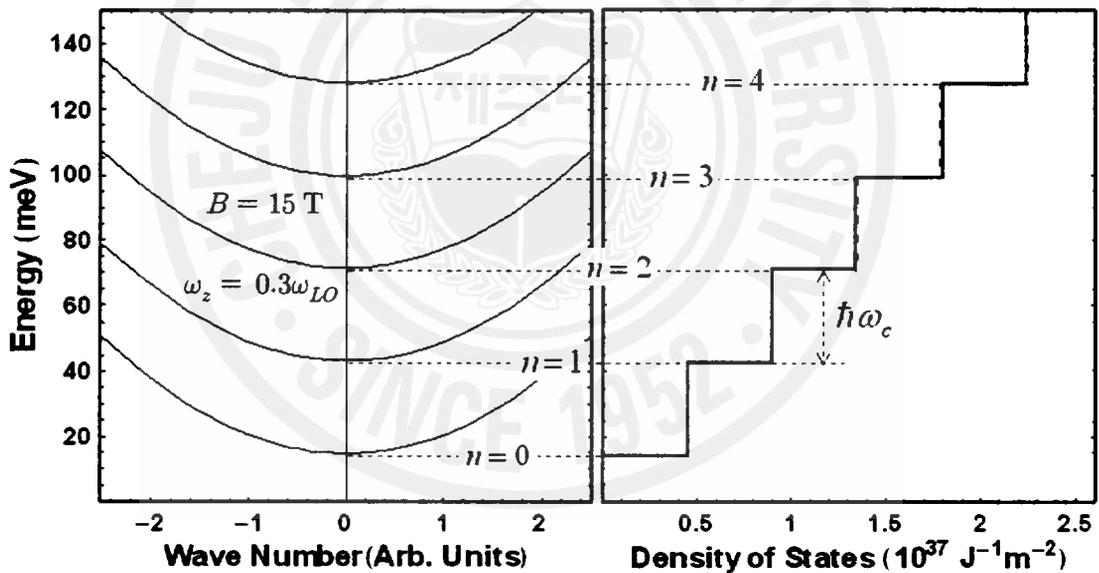


Fig. 5. Dispersion relation and density of states for confinement frequency $\omega_z = 0.3\omega_{LO}$ in the n-GaAs-based parabolic confinement potential well at magnetic field $B = 15$ T.

Fig. 5은 구속진동수 $\omega_z = 0.3\omega_{LO}$ 인 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 제면에 평행 자기장 세기 $B = 10$ T가 작용할 때, 에너지 분산관계와 상태밀도를 나타낸 것이다. 각 에너지 준위는 파수 k_x 와 k_y 에 대하여 포물면 형태의 분산

관계를 가지고 각 란다우 준위의 하단에서 상태밀도는 일정하다. 따라서 평행자 기장하에 있는 양자우물의 상태밀도는 높이가 $\sqrt{m_B m^*} / (\pi \hbar^2)$ 인 계단 형태이다.

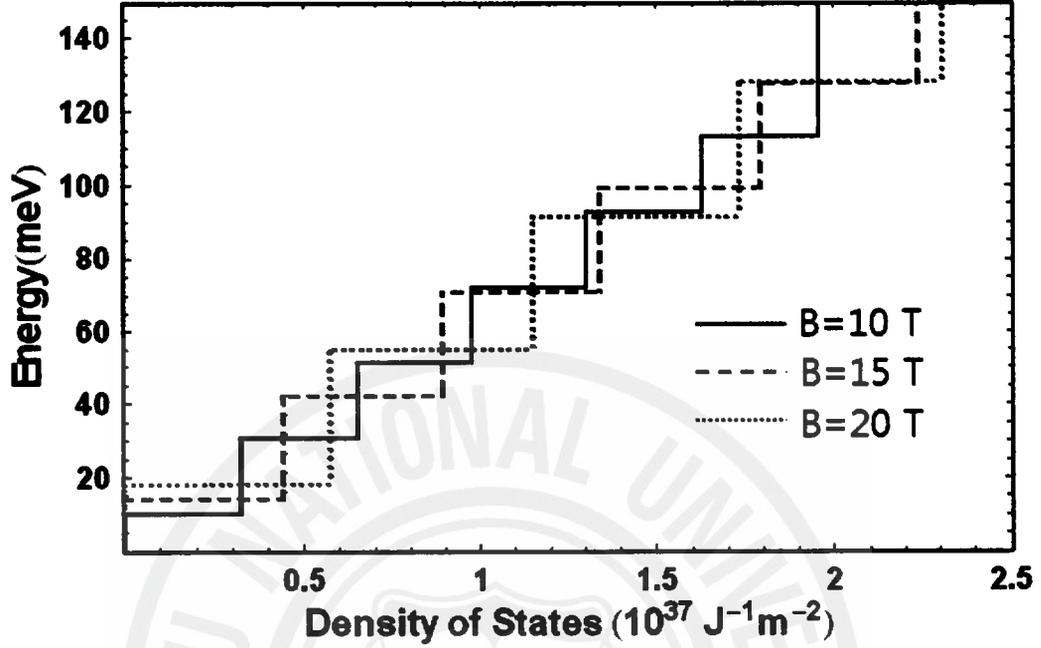


Fig. 6. Density of states for confinement frequency $\omega_z = 0.3\omega_{LO}$ in the n-GaAs-based parabolic confinement potential well at magnetic field $B = 10 \text{ T}$, $B = 15 \text{ T}$, and $B = 20 \text{ T}$.

Fig. 6은 구속진동수 $\omega_z = 0.3\omega_{LO}$ 인 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 계면에 평행 자기장 세기 $B = 10 \text{ T}$, $B = 15 \text{ T}$, $B = 20 \text{ T}$ 가 작용할 때 상태밀도를 나타낸 것이다. 자기장이 커질수록 상태밀도의 계단 높이는 커짐을 알 수 있다. 자기장이 0이면 $m_B \rightarrow m^*$ 로 바뀌고 상태밀도는

$$D(E) = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \sum_{n=0}^{\infty} \theta\left(E - \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_z\right) \quad (20)$$

가 된다 [29].

페르미-디랙 분포함수는 비축퇴 반도체에 대한 맥스웰-볼츠만 분포함수 $f(E_{n,k_x,k_y}) \approx \exp[\beta(\mu - E_{n,k_x,k_y})]$ 로 근사하고, 식 (19)을 사용하면 화학퍼텐셜 μ 는

$$\mu = k_B T \ln \left[\frac{2\pi m_e^{2D} \beta \hbar^2}{\sqrt{m^* m_B}} \sinh\left(\frac{\beta \hbar \Omega}{2}\right) \right] \quad (21)$$

로 쉽게 구할 수 있다. 화학 퍼텐셜은 온도, 표면전자밀도, 구속진동수, 자기장 세기에 의존한다 [29].

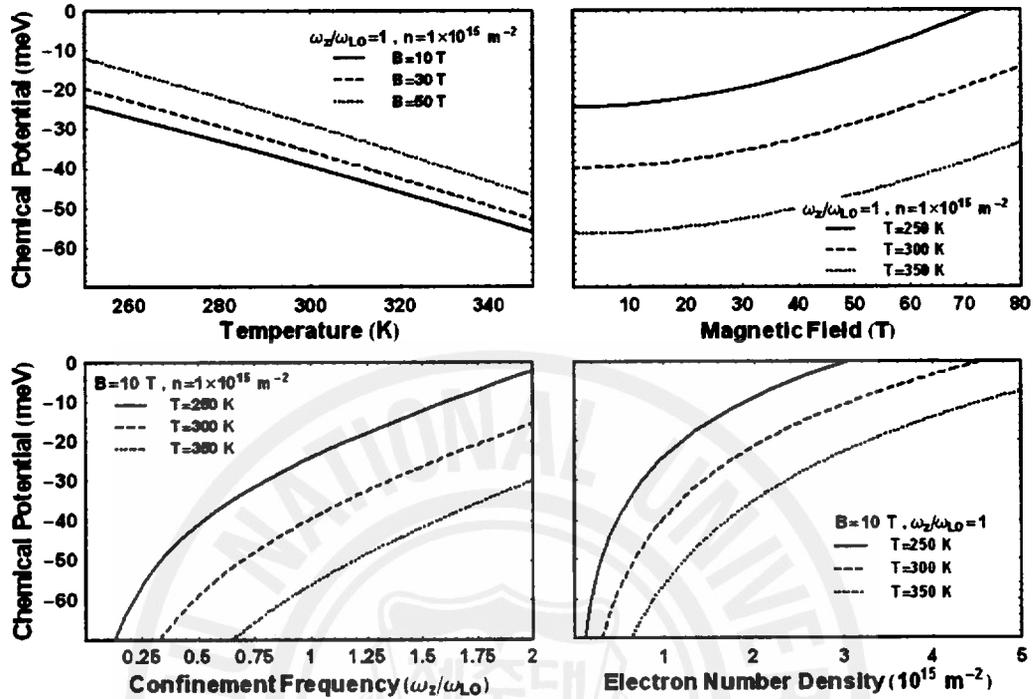


Fig. 7. Chemical potentials in the n-GaAs-based parabolic confinement potential well under the parallel magnetic field.

Fig. 7은 평행자기장하에서 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물에서 화학퍼텐셜을 온도, 자기장, 구속진동수, 표면전자밀도의 함수로 나타낸 것이다. 수직자기장하에서 화학퍼텐셜과 차이가 거의 없다.

III. 진동수 의존 자기전도도와 완화율

진폭 F 와 각진동수 ω 인 선편광된 전자기파가 계에 입사되었을 때, 계로 전달되는 평균 에너지 흡수율은 $P(\omega) = F^2 \sigma_{ii}(\omega)/4$ 이다. 여기서 $\sigma_{ii}(\omega) = \bar{\sigma}_{ii}(\omega) + \bar{\sigma}_{ii}(-\omega)$ ($i = x, y, z$)는 진동수 의존 자기전도도 텐서로 좌원편광된 전자기파에 의한 $\bar{\sigma}_{ii}(\omega)$ 와 우원편광된 전자기파에 의한 $\bar{\sigma}_{ii}(-\omega)$ 의 합으로 표현된다.

1. 양자우물의 계면에 자기장이 평행한 경우

이 절에서는 Lee [29]가 제시한 평행자기장하에 있는 포물선형 구속퍼텐셜을 가지는 양자우물의 Voigt 배치와 Faraday 배치에 대해 진동수 의존 자기전도도와 완화율을 재고찰 한다.

1) Voigt 배치

포물선형 구속퍼텐셜을 가진 준이차원 양자우물에 x 축 방향으로 선편광된 전자기파 $\vec{F} = F(\cos\omega t, 0, 0)$ 가 입사하는 Voigt 배치($\vec{B} \parallel \vec{F}$)에서, 식 (16)와 (17)에 주어진 단일전자의 에너지 고유값과 고유함수를 사용하면 선형응답 이론 [30, 31]에 의하여 좌원편광에 대한 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{xx}(\omega)$ 는

$$\bar{\sigma}_{xx}(\omega) = \frac{e^2 \hbar^3 \beta}{2\pi^2 L_z m^{*2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \sum_{n=0}^{\infty} k_x^2 f(E_{nk,k_y}^0) [1 - f(E_{nk,k_y}^0)] \frac{\Gamma_{nk,k_y;nk,k_y}(\omega)}{(\hbar\omega)^2 + \Gamma_{nk,k_y;nk,k_y}^2(\omega)} \quad (22)$$

와 같이 주어진다 [29]. 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{xx}(\omega)$ 를 얻기 위해 단일전자 전류연산자의 x 성분에 대한 행렬 요소

$$|\langle nk_x k_y | j_x | n' k_x' k_y' \rangle|^2 = \frac{e^2 \hbar^2 k_x^2}{m^{*2}} \delta_{n,n'} \delta_{k_x, k_x'} \delta_{k_y, k_y'} \quad (23)$$

를 사용하였다. 여기서, $j_x = -ep_x/m^*$, 크로네커(Kronecker) 기호($\delta_{n,n'}$, $\delta_{k_x, k_x'}$, $\delta_{k_y, k_y'}$)은 선택 규칙을 의미한다. 또한, 식 (22)을 얻는 과정에서 k_x 와 k_y 의 합은 다음의 관계식 $\sum_{n, k_x, k_y} (\dots) = (L_x L_y / 4\pi^2) \int_{-\pi/L_x}^{\pi/L_x} \int_{-\pi/L_y}^{-\pi/L_y} dk_x dk_y (\dots)$ 을 사용하였다.

식 (22)의 전자-포논 상호작용에 기인한 완화율 Γ 를 계산하기 위하여 전자-LO 포논 산란에 대한 상호작용 퍼텐셜 $|C(q)|^2 = D/(Vq^2)$ 을 고려한다 [25-29]. 여기서 D 는 상호작용 상수이고, 포논은 분산이 없다(즉, $\hbar\omega_q \approx \hbar\omega_{LO} \approx \text{constant}$, ω_{LO} 는 LO 포논 진동수)고 가정하였다. 사각형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 Voigt 배치에서 양자상태 $|n, k_x, k_y\rangle$ 와 $|n, k_x, k_y\rangle$ 사이의 전이와 연관된 LO 포논 산란에 대한 완화율은

$$\begin{aligned} \Gamma_{nk_x k_y, nk_x k_y}(\omega) &= \frac{\pi D}{8\sqrt{2}\pi^3 l_B} \sum_{\pm} \sum_{n' \neq n} \int_0^\infty du_z u_z^{-1/2} |J_{n,n'}(u_z)|^2 \int_{-\infty}^\infty dq_x \\ &\times \left\{ (n_q^- + 1) \frac{\theta(\Theta_1(k_y))}{\sqrt{\frac{2\hbar^2 \Theta_1(k_y)}{m_B}}} \frac{1}{q_x^2 + \left(k_y \pm \sqrt{\frac{2m_B \Theta_1(k_y)}{\hbar^2}}\right)^2 + \frac{2}{l_B^2} u_z} \right. \\ &\times n_q^- \frac{\theta(\Theta_2(k_y))}{\sqrt{\frac{2\hbar^2 \Theta_2(k_y)}{m_B}}} \frac{1}{q_x^2 + \left(k_y \pm \sqrt{\frac{2m_B \Theta_2(k_y)}{\hbar^2}}\right)^2 + \frac{2}{l_B^2} u_z} \\ &+ \frac{\pi D}{8\sqrt{2}\pi^3 l_B} \sum_{\pm} \sum_{n' \neq n} \int_0^\infty du_z u_z^{-1/2} |J_{n,n'}(u_z)|^2 \int_{-\infty}^\infty dq_x \\ &\times (n_q^- + 1) \frac{\theta(\Theta_3(k_y))}{\sqrt{\frac{2\hbar^2 \Theta_3(k_y)}{m_B}}} \frac{1}{q_x^2 + \left(k_y \pm \sqrt{\frac{2m_B \Theta_3(k_y)}{\hbar^2}}\right)^2 + \frac{2}{l_B^2} u_z} \\ &\left. + n_q^- \frac{\theta(\Theta_4(k_y))}{\sqrt{\frac{2\hbar^2 \Theta_4(k_y)}{m_B}}} \frac{1}{q_x^2 + \left(k_y \pm \sqrt{\frac{2m_B \Theta_4(k_y)}{\hbar^2}}\right)^2 + \frac{2}{l_B^2} u_z} \right\} \quad (24) \end{aligned}$$

으로 주어진다 [29]. 여기서

$$\Theta_1(k_y) = \hbar\omega + (n-n')\hbar\Omega - \hbar\omega_{LO} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 (k_x - q_x)^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B}, \quad (25a)$$

$$\Theta_2(k_y) = \hbar\omega + (n-n')\hbar\Omega + \hbar\omega_{LO} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 (k_x - q_x)^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B}, \quad (25b)$$

$$\Theta_3(k_y) = \hbar\omega + (n-n')\hbar\Omega + \hbar\omega_{LO} + \frac{\hbar^2 (k_x + q_x)^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B}, \quad (25c)$$

$$\Theta_4(k_y) = \hbar\omega + (n-n')\hbar\Omega - \hbar\omega_{LO} + \frac{\hbar^2 (k_x - q_x)^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B} \quad (25d)$$

이고,

$$|J_{n,n'}(u_z)|^2 = \frac{n_<!}{n_>!} \exp[-u_z] u_z^{\Delta n} [L_{n_<}^{\Delta n}(u_z)]^2 \quad (26)$$

이며, $n_<$ 는 $\omega_q = \omega_{LO}$ 를 가진 포논 분포 함수 $[\exp(\beta\hbar\omega_{LO}) - 1]^{-1}$ 를 의미한다. 또한 $n_> = \max\{n, n'\}$, $n_< = \min\{n, n'\}$, $\Delta n = n_> - n_< = |n - n'|$, $u_z = l_B^2 q_z^2 / 2$ 이고, $L_n^l(u)$ 은 Laguerre 연관 다항식 [34]이다.

2) Faraday 배치

포물선형 구속퍼텐셜을 가진 준이차원 양자우물에 x 축 방향으로 선편광된 전자기파 $\vec{F} = F(\cos\omega t, 0, 0)$ 가 y 축을 따라 입사하는 Faraday 배치($\vec{B} \perp \vec{F}$)에서, 식 (16)과 (17)에 주어진 단일전자의 고유함수와 에너지 고유값을 사용하면 선형 응답 이론 [30, 31]에 의하여 좌원편광에 대한 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{zz}(\omega)$ 는

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}(\omega) &= \frac{n_e^{2D} \beta e^2 \hbar^3 \omega_z}{\pi L_z m^{*2} \omega} e^{-\beta\hbar\Omega/2} \sinh^2\left[\frac{\beta}{2}\hbar\Omega\right] \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) e^{-\beta(n+\frac{1}{2})\hbar\Omega} \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \frac{e^{-\frac{\beta\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\beta\hbar^2 k_y^2}{2m_B}} \Gamma_{n+1, k_x, k_y; n, k_x, k_y}(\omega)}{(\hbar\omega - \hbar\Omega)^2 + \Gamma_{n+1, k_x, k_y; n, k_x, k_y}^2(\omega)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{n_e^{2D} \beta e^2 \hbar^3 \omega_z}{\pi L_z m^* \Omega} e^{-\beta \hbar \Omega / 2} \sinh^2 \left[\frac{\beta}{2} \hbar \Omega \right] \sum_{n=0}^{\infty} n e^{-\beta(n+\frac{1}{2})\hbar \Omega} \\
& \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \frac{e^{-\frac{\beta \hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\beta \hbar^2 k_y^2}{2m_B}} \Gamma_{n-1, k_x, k_y; n, k_x, k_y}(\omega)}{(\hbar \omega + \hbar \Omega)^2 + \Gamma_{n-1, k_x, k_y; n, k_x, k_y}^2(\omega)}
\end{aligned} \tag{27}$$

와 같이 주어진다 [29]. 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{zz}^{2D}(\omega)$ 를 얻기 위해 단일 전자 전류 연산자의 z 성분 에 대한 행렬 요소

$$|\langle n k_x k_y | j_z | n' k_x' k_y' \rangle|^2 = \frac{e^2 \hbar \Omega}{2m^*} \{ (n+1) \delta_{n+1, n'} + n \delta_{n-1, n'} \} \delta_{k_x, k_x'} \delta_{k_y, k_y'} \tag{28}$$

이다. 여기서 $j_z = -ep_z/m^*$ 이고, 크로네커 기호 ($\delta_{n \pm 1, n'}$, $\delta_{k_x, k_x'}$, $\delta_{k_y, k_y'}$) 은 선택 규칙을 의미하며, 전자의 전이는 최인접 란다우 준위들 사이에만 일어남을 뜻한다 [29].

식 (27)의 완화율 Γ 를 계산하기 위하여, 사각형 구속퍼텐셜에서 사용한 전자-LO 포논 산란에 대한 상호작용 퍼텐셜 $|A(q)|^2 = D/(Vq^2)$ 을 고려하자 [25-29]. 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 Faraday 배치에서 양자상태 $|n \mp 1, k_x, k_y \rangle$ 와 $|n, k_x, k_y \rangle$ 사이의 전이와 연관된 LO 포논 산란에 대한 완화율은

$$\begin{aligned}
\Gamma_{n \mp 1, k_x, k_y; n, k_x, k_y}(\omega) &= \frac{\pi D}{8\sqrt{2} \pi^3 l_B} \sum_{\pm} \sum_{n \neq n'} \int_0^{\infty} du_z u_z^{-1/2} |J_{n \mp 1, n'}(u_z)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} dq_x \\
&\times \left\{ (n_q \mp 1) \frac{\theta(\Theta_1)}{\sqrt{\frac{2\hbar^2 \Theta_1}{m_B} q_x^2 + \left(k_y \pm \sqrt{\frac{2m_B \Theta_1}{\hbar^2}} \right)^2} + \frac{2}{l_B^2} u_z} \right. \\
&\times n_q \frac{\theta(\Theta_2)}{\sqrt{\frac{2\hbar^2 \Theta_2}{m_B} q_x^2 + \left(k_y \pm \sqrt{\frac{2m_B \Theta_2}{\hbar^2}} \right)^2} + \frac{2}{l_B^2} u_z} \\
&+ \frac{\pi D}{8\sqrt{2} \pi^3 l_B} \sum_{\pm} \sum_{n \neq n'} \int_0^{\infty} du_z u_z^{-1/2} |J_{n, n'}(u_z)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} dq_x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (n_q + 1) \frac{\theta(\Theta_3)}{\sqrt{\frac{2\hbar^2\Theta_3}{m_B}}} \frac{1}{q_x^2 + \left(k_y \pm \sqrt{\frac{2m_B\Theta_3}{\hbar^2}}\right)^2 + \frac{2}{l_B^2}u_z} \\
& + n_q \left. \frac{\theta(\Theta_4)}{\sqrt{\frac{2\hbar^2\Theta_4}{m_B}}} \frac{1}{q_x^2 + \left(k_y \pm \sqrt{\frac{2m_B\Theta_4}{\hbar^2}}\right)^2 + \frac{2}{l_B^2}u_z} \right\} \quad (29)
\end{aligned}$$

와 같이 표현된다 [29]. 여기서

$$\Theta_1(k_y) = \hbar\omega + (n - n')\hbar\Omega - \hbar\omega_{LO} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 (k_x - q_x)^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B}, \quad (30a)$$

$$\Theta_2(k_y) = \hbar\omega + (n - n')\hbar\Omega + \hbar\omega_{LO} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 (k_x - q_x)^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B}, \quad (30b)$$

$$\Theta_3(k_y) = \hbar\omega + (n' - n \mp 1)\hbar\Omega + \hbar\omega_{LO} + \frac{\hbar^2 (k_x + q_x)^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B}, \quad (30c)$$

$$\Theta_4(k_y) = \hbar\omega + (n' - n \mp 1)\hbar\Omega - \hbar\omega_{LO} + \frac{\hbar^2 (k_x - q_x)^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} - \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_B} \quad (30d)$$

이다. 식 (24)와 (29)을 얻기 위하여 제1 브릴루앙(Brillouin) 영역의 \vec{q} 에 대한 합을 적분 형태로 $\sum_q(\dots) \rightarrow V/(8\sqrt{2}\pi^3 l_B) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dq_x dq_y \int_0^{\infty} du_z u_z^{-1/2}(\dots)$ 와 같이 바꾸고, 디락 델타함수의 성질: $\delta[f(x)] = \sum_i \delta[x - x_i]/|f'(x_i)|$ (여기서 x_i 는 $f(x)$ 의 근)을 사용하였다. LO 포논 산란에 대한 완화를 식 (24)과 (29)으로부터 다음의 ODMPR 조건

$$P\hbar\Omega \pm \hbar\omega = \hbar\omega_{LO} \quad (P \equiv n' - n = 1, 2, 3, \dots) \quad (31)$$

에서 공명 현상을 보인다 [29].

2. 양자우물의 계면에 자기장이 수직한 경우(Faraday 배치)

이 절에서는 Lee [28]가 제시한 수직자기장하에 있는 사각형과 포물선형 구속 퍼텐셜을 가지는 양자우물의 Faraday 배치에 대한 진동수 의존 자기전도도와 완

화율을 재고찰 한다.

1) 사각형 구속퍼텐셜 우물

사각형 구속퍼텐셜을 가진 준이차원 양자우물에 x 축 방향으로 선편광된 전자 기파 $\vec{F} = F(\cos\omega t, 0, 0)$ 가 z 축 방향으로 입사하는 Faraday 배치($\vec{B} \perp \vec{F}$)에서, 식 (4-7)에 주어진 단일전자의 고유함수와 에너지 고유값을 사용하면 선형 응답 이론 [30, 31]에 의하여 좌원편광에 대한 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{xx}(\omega)$ 는

$$\bar{\sigma}_{xx}(\omega) = \frac{4n_c^{2D} e^2 \hbar^2}{m^* L_z} \frac{\sinh^2[\frac{\beta}{2} \hbar \omega_c]}{\vartheta_3(0, e^{-\beta \epsilon_0}) - 1} \sum_{n=0, l=1}^{\infty} e^{-\beta l - \beta(n+1/2)\hbar\omega_c} \quad (32)$$

$$\times \left(\frac{(n+1)e^{-\beta\hbar\omega_c/2} \Gamma_{n+1, l, k_y; n, l, k_y}(\omega)}{(\hbar\omega - \hbar\omega_c)^2 + \Gamma_{n+1, l, k_y; n, l, k_y}^2(\omega)} + \frac{ne^{\beta\hbar\omega_c/2} \Gamma_{n-1, l, k_y; n, l, k_y}(\omega)}{(\hbar\omega + \hbar\omega_c)^2 + \Gamma_{n-1, l, k_y; n, l, k_y}^2(\omega)} \right)$$

와 같이 주어진다 [28]. 식 (32)을 계산하기 위하여 단일 전자 전류 연산자의 x 성분에 대한 행렬 요소

$$|\langle nk_y | j_x | n' l' k_y' \rangle|^2 = \frac{e^2 \hbar \omega_c}{2m^*} \{ (n+1)\delta_{n+1, n'} + n\delta_{n-1, n'} \} \delta_{l, l'} \delta_{k_y, k_y'} \quad (33)$$

를 사용하였다. 여기서 $j_x = -ep_x/m^*$ 이다. 식 (33)에서 크로네커 기호들($\delta_{n+1, n'}$, $\delta_{n-1, n'}$, $\delta_{l, l'}$, $\delta_{k_y, k_y'}$)은 선택규칙으로 가장 가까이 이웃하는 란다우 준위들 사이의 전이만 가능함을 의미한다. 또한 식 (32)의 계산에서 k_y 에 대한 합은 다음의 관계식

$$\sum_{k_y} (\dots) = \frac{L_y}{2\pi} \int_{-m^* \omega_c L_y / 2\hbar}^{m^* \omega_c L_y / 2\hbar} dk_y (\dots) \quad (34)$$

을 사용하였다. 적분의 상한과 하한은 진동중인 x_0 가 x 축 방향의 시료 크기 $-L_x/2 < x_0 < L_x/2$ 안에 제한된다는 사실로부터 얻을 수 있다.

진동수 의존 자기전도도의 완화율 Γ 를 계산하기 위하여 전자-LO 포논 산란에 대한 상호작용 퍼텐셜 $|C(q)|^2 = D/(Vq^2)$ 을 고려하고 [25-29], 포논은 분산이 없다(즉, $\hbar\omega_q \approx \hbar\omega_{LO} \approx \text{constant}$, ω_{LO} 는 LO 포논 진동수)고 가정하였다. 사각형

구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 Faraday 배치에서 양자상태 $|n \pm 1, l, k_y\rangle$ 와 $|n, l, k_y\rangle$ 사이의 전자 전이와 관련된 완화율은

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{n \pm 1, l, k_y; n, l, k_y}(\omega) &= \frac{D}{8\pi^2} \sum_{(n', l') \neq (n, l)} K_{n+1, l; n', l'} \{ (n_q^- + 1) \\
 &\quad \times \delta[\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 - \hbar\omega_{LO}] \\
 &\quad + n_q^- \delta[\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 + \hbar\omega_{LO}] \} \\
 &\quad + \frac{D}{8\pi^2} \sum_{(n', l') \neq (n, l)} K_{n, l; n', l'} \{ (n_q^+ + 1) \\
 &\quad \times \delta[\hbar\omega + (n' - n \mp 1)\hbar\omega_c + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 + \hbar\omega_{LO}] \\
 &\quad + n_q^+ \delta[\hbar\omega + (n' - n \mp 1)\hbar\omega_c + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 - \hbar\omega_{LO}] \}
 \end{aligned} \tag{35}$$

으로 주어진다 [28]. 여기서

$$K_{n, l; n', l'} = \frac{2\pi}{l_B^2} \int_0^\infty |J_{n, n'}(u_\perp)|^2 I_{l, l'}(q_\perp) du_\perp, \tag{36}$$

$$|J_{l, l'}(u_\perp)|^2 = \frac{l_{<}!}{l_{>}!} \exp[-u_\perp] u_\perp^{l_{>} - l_{<}} [L_{l_{<}}^{l_{>} - l_{<}}(u_\perp)]^2, \tag{37}$$

$$\begin{aligned}
 I_{l, l'}(q_\perp) &= \int_{-\infty}^\infty \frac{|F_{l, l'}(q_z)|^2}{q_\perp^2 + q_z^2} dq_z \\
 &= \pi L_z \left[\frac{1 + \delta_{ll'}}{(l - l')^2 \pi^2 + q_\perp^2 L_z^2} + \frac{1}{(l + l')^2 \pi^2 + q_\perp^2 L_z^2} \right] (1 - \epsilon_{ll'})
 \end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{ll'} &= \frac{q_\perp L_z [1 \mp \exp(-q_\perp L_z)]}{[(l - l')^2 \pi^2 + q_\perp^2 L_z^2][(l + l')^2 \pi^2 + q_\perp^2 L_z^2]} \\
 &\quad \times \frac{32\pi^2 l^2 l'^2}{[(l - l')^2 \pi^2 + q_\perp^2 L_z^2][(l + l')^2 \pi^2 + q_\perp^2 L_z^2] + (1 + \delta_{ll'})[(l + l')^2 \pi^2 + q_\perp^2 L_z^2]}
 \end{aligned} \tag{39}$$

이며, $l_{>} = \max\{l, l'\}$, $l_{<} = \min\{l, l'\}$, $\Delta l = l_{>} - l_{<}$, $u_\perp = l_B^2 q_\perp^2 / 2$, $q_\perp = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$ 이다. 여기서 식 (39)에서 $l = l'$ ($l \neq l'$)이면 -표시(+표시)를 취하라는 뜻이다. 식 (38)의 $|F_{l, l'}(q_z)|^2$ 는

$$|F_{l,l'}(q_z)|^2 = \left(\frac{\sin^2 t}{\cos^2 t} \right) \times \frac{(\pi^2 l' t \sin t)^2}{\left[\left\{ \frac{(l+l')\pi}{2} \right\}^2 - t^2 \right]^2 \left[\left\{ \frac{(l-l')\pi}{2} \right\}^2 - t^2 \right]^2}, \quad (40)$$

이고, 여기서 $t = L_z q_z / 2$ 이다. 식 (40)의 $\sin^2 t$ 항은 l 과 l' 이 둘 다 짝수이거나 둘 다 홀수인 경우에 해당하며, $\cos^2 t$ 항은 둘 중의 하나는 짝수이고 다른 것은 홀수인 경우에 해당한다. 전기 부준위 사이의 전이($l \neq l'$)는 $|F_{l,l'}(q_z)|^2$ 에서 $\cos^2 t$ 항을 취해야만 한다 [28]. 식 (35)를 얻기 위하여 제1 브릴루앙 영역의 포논 파수벡터 \vec{q} 에 대한 합을 $\sum_q (\dots) \rightarrow V / (4\pi^2 l_B^2) \int_0^\infty du_\perp \int_{-\infty}^\infty dq_z (\dots)$ 와 같이 적분형태로 변환하였다.

2) 포물선형 구속퍼텐셜 우물

포물선형 구속퍼텐셜을 가진 준이차원 양자우물에 x 축 방향으로 선편광된 전자기파 $\vec{F} = F(\cos \omega t, 0, 0)$ 가 z 축 방향으로 입사하는 Faraday 배치($\vec{B} \perp \vec{F}$) 에서, 식 (4) · (5) · (8) · (9)에 주어진 단일전자의 고유함수와 에너지 고유값을 사용하면 선형응답 이론 [30-31]에 의하여 좌원편광에 대한 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{xx}^{2D}(\omega)$ 는

$$\sigma_{xx}^{2D}(\omega) = \frac{2n_e^{2D} e^2 \hbar^2}{m^* L_z} \sum_{n=0, l=1}^{\infty} e^{-\beta E_{n,l,k}} \sinh\left[\frac{\beta}{2} \hbar \omega_c\right] \sinh\left[\frac{\beta}{2} \hbar \omega_z\right] \times \left(\frac{(n+1)e^{-\beta \hbar \omega_c / 2} \Gamma_{n+1, l, k_y; n, l, k_y}(\omega)}{(\hbar \omega - \hbar \omega_c)^2 + \Gamma_{n+1, l, k_y; n, l, k_y}^2(\omega)} + \frac{ne^{\beta \hbar \omega_c / 2} \Gamma_{n-1, l, k_y; n, l, k_y}(\omega)}{(\hbar \omega + \hbar \omega_c)^2 + \Gamma_{n-1, l, k_y; n, l, k_y}^2(\omega)} \right) \quad (41)$$

와 같이 주어진다 [28]. 식 (41)을 계산하기 위하여 단일 전자 전류 연산자의 x 성분에 대한 행렬 요소

$$|\langle n l k_y | j_x | n' l' k_y' \rangle|^2 = \frac{e^2 \hbar \omega_c}{2m^*} \{ (n+1) \delta_{n+1, n'} + n \delta_{n-1, n'} \} \delta_{l, l'} \delta_{k_y, k_y'} \quad (42)$$

를 사용하였다. 식 (42)에서 가장 가까운 이웃하는 란다우 준위들 사이의 전이만 가능함을 알 수 있다.

진동수 의존 자기전도도의 완화율 Γ 를 계산하기 위하여 전자-LO 포논 산란에 대한 상호작용 퍼텐셜 $|C(q)|^2 = D/(Vq^2)$ 을 고려하였고 [25-29], 포논은 분산이 없다(즉, $\hbar\omega_q \approx \hbar\omega_{LO} \approx \text{constant}$, ω_{LO} 는 LO 포논 진동수)고 가정하였다. 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 Faraday 배치에서 양자상태 $|n \pm 1, l, k_y\rangle$ 와 $|n, l, k_y\rangle$ 사이의 전자 전이와 관련된 완화율은

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{n \pm 1, l, k_y; n, l, k_y}(\omega) &= \frac{D}{4\sqrt{2}\pi l_B^2 l_z} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{|J_{n \pm 1, n'}(u_\perp)|^2 |J_{l, l'}(u_z)|^2 u_z^{-1/2}}{u_\perp/l_B^2 + u_z/l_z^2} du_\perp du_z \\
 &\quad \times \sum_{(n', l') \neq (n, l)} \{ (n_q + 1) \delta[\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l - l')\hbar\omega_z - \hbar\omega_{LO}] \\
 &\quad + n_q \delta[\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l - l')\hbar\omega_z + \hbar\omega_{LO}] \} \\
 &+ \frac{D}{4\sqrt{2}\pi l_B^2 l_z} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{|J_{n, n'}(u_\perp)|^2 |J_{l, l'}(u_z)|^2 u_z^{-1/2}}{u_\perp/l_B^2 + u_z/l_z^2} du_\perp du_z \\
 &\quad \times \sum_{(n', l') \neq (n, l)} \{ (n_q + 1) \delta[\hbar\omega + (n' - n \mp 1)\hbar\omega_c + (l - l')\hbar\omega_z + \hbar\omega_{LO}] \\
 &\quad + n_q \delta[\hbar\omega + (n' - n \mp 1)\hbar\omega_c + (l - l')\hbar\omega_z - \hbar\omega_{LO}] \} \quad (43)
 \end{aligned}$$

이다 [28]. 여기서 $u_z = l_z^2 q_z^2 / 2$, $l_z = \sqrt{\hbar / (m^* \omega_z)}$ 이다.

3. 양자우물의 계면에 자기장이 수직인 경우(Voigt 배치)

이 절에서는 수직자기장하에 있는 사각형과 포물선형 구속퍼텐셜을 가지는 양자우물의 Voigt 배치에 대한 진동수 의존 자기전도도와 완화율을 제시한다 [37].

1) 사각형 구속퍼텐셜 우물

사각형 구속퍼텐셜을 가진 준이차원 양자우물에 z 축 방향으로 선편광된 전자 기파가 y 축을 따라

$$F_x = 0, F_y = 0, F_z = F \cos \omega t \quad (44)$$

와 같이 입사하는 Voigt 배치($\vec{F} \parallel \vec{B}$)에서, 식 (4-7)에 주어진 단일전자의 고유 함수와 에너지 고유값을 사용하면 선형응답이론 [30, 31]에 의하여 좌원편광에 대응하는 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{zz}(\omega)$ 는

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}(\omega) &= \frac{128n_e^{2D} e^2 \hbar}{m^* L_z \pi^2} \frac{\sinh\left[\frac{\beta \hbar \omega_c}{2}\right]}{\Theta_3(0, e^{-\beta \epsilon_0}) - 1} \\ &\times \sum_{n=0, l=1, m=0}^{\infty} \frac{l^2 (l+2m+1)^2 (1 - e^{-\beta(2m+1)(2l+2m+1)\epsilon_0})}{(2m+1)^3 (2l+2m+1)^3} \\ &\times \frac{e^{-\beta E_{n,l,k}} \Gamma_{n,l+2m+1,k_y;n,l,k_y}(\omega)}{[\hbar\omega - (2m+1)(2l+2m+1)\epsilon_0]^2 + \Gamma_{n,l+2m+1,k_y;n,l,k_y}^2(\omega)} \end{aligned} \quad (45)$$

와 같이 얻을 수 있다.

진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{zz}(\omega)$ 를 얻기 위하여, 단일전자 전류연산자의 z 성분에 대한 행렬 요소

$$|\langle n l k_y | j_z | n' l' k_y' \rangle|^2 = \frac{16e^2 \hbar^2}{m^* L_z^2} \frac{l^2 (l+2m+1)^2}{(2m+1)^2 (2m+1+2l)^2} \delta_{n,n'} \delta_{l+2m+1,l'} \delta_{k_y,k_y'} \quad (46)$$

을 사용하였다 여기서, $j_z = -ep_z/m^*$ 이고, $m=0,1,2,\dots$ 이며, 크로네커 델타 기호 $\delta_{n,n'}, \delta_{l+2m+1,l'}, \delta_{k_y,k_y'}$ 는 선택규칙이다.

전자-포논 상호작용에 대하여 식 (45)의 완화율 Γ 를 계산하기 위하여 전자-LO 포논 산란에 대한 상호작용 퍼텐셜 $|C(q)|^2 = D/(Vq^2)$ 을 고려한다 [25-29]. 여기서, D 는 상호작용 상수이고, 포논은 분산이 없다(즉, $\hbar\omega_q \approx \hbar\omega_{LO} \approx \text{constant}$, ω_{LO} 는 LO 포논 진동수)고 가정하였다. 사각형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 Voigt 배치에서 양자상태 $|n, l+2m+1, k_y\rangle$ 와 $|n, l, k_y\rangle$ 사이의 전이와 연관된 LO 포논 산란에 대한 완화율은

$$\begin{aligned}
\Gamma_{n,l+2m+1,k_y;n,l,k_y}(\omega) &= \frac{D}{8\pi^2} \sum_{(n',l') \neq (n,l)} K_{n,l+1+2m;n'l'} \{ (n_q^- + 1) \\
&\times \delta[\hbar\omega + (n-n')\hbar\omega_c + (l^2 - l'^2)\varepsilon_0 - \hbar\omega_{LO}] \\
&+ n_q^- \delta[\hbar\omega + (n-n')\hbar\omega_c + (l^2 - l'^2)\varepsilon_0 + \hbar\omega_{LO}] \} \\
&+ \frac{D}{8\pi^2} \sum_{(n',l') \neq (n,l)} K_{n,l;n'l'} \{ (n_q^- + 1) \\
&\times \delta[\hbar\omega + (n-n')\hbar\omega_c + ((l+1+2m)^2 - l'^2)\varepsilon_0 + \hbar\omega_{LO}] \\
&+ n_q^- \delta[\hbar\omega + (n-n')\hbar\omega_c + (l'^2 - (l+1+2m)^2)\varepsilon_0 - \hbar\omega_{LO}] \}
\end{aligned} \tag{47}$$

으로 주어진다.

2) 포물선 구속퍼텐셜 우물

포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물에 z 축 방향으로 선편광된 전자기파가 y 축을 따라

$$F_x = 0, F_y = 0, F_z = F \cos \omega t \tag{48}$$

와 같이 입사하는 Voigt 배치($\vec{F} \parallel \vec{B}$)에서, 식 (4) · (5) · (8) · (9)에 주어진 단일 전자의 고유함수와 에너지 고유값을 사용하면 선형응답 이론 [30, 31]에 의해서 좌원편광에 대응하는 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{zz}(\omega)$ 는

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}_{zz}(\omega) &= \frac{4\hbar n_e^{2D} e^2}{m^* L_z} \sum_{n=0, l=1} \sinh \left[\frac{\beta}{2} \hbar\omega_c \right] \sinh^2 \left[\frac{\beta}{2} \hbar\omega_z \right] \\
&\times \left(\frac{(l+1) e^{-\beta\hbar\omega_z/2} \Gamma_{n,l+1,k_y;n,l,k_y}(\omega)}{(\hbar\omega - \hbar\omega_z)^2 + \Gamma_{n,l+1,k_y;n,l,k_y}^2(\omega)} + \frac{l e^{\beta\hbar\omega_z/2} \Gamma_{n,l-1,k_y;n,l,k_y}(\omega)}{(\hbar\omega + \hbar\omega_z)^2 + \Gamma_{n,l-1,k_y;n,l,k_y}^2(\omega)} \right)
\end{aligned} \tag{49}$$

와 같이 얻을 수 있다. 식 (49)을 얻기 위하여 단일전자 전류연산자의 z 성분에 대한 행렬 요소

$$|\langle n l k_y | j_z | n' l' k'_y \rangle|^2 = \frac{e^2 \hbar \omega_c}{2m^*} \{ (l+1) \delta_{l+1,l'} + l \delta_{l-1,l'} \} \delta_{n,n'} \delta_{k_y,k'_y} \tag{50}$$

을 사용하였다. 여기서 식 (50)의 크로네커 델타 기호 $\delta_{n,n'}$, $\delta_{l\pm 1,l'}$ 및 δ_{k_y,k'_y} 은 선

택규칙으로 전자 전이는 인접한 전기 부준위들 사이에만 일어남을 의미한다 [28, 29].

식 (49)의 완화율 Γ 를 계산하기 위하여, 사각형 구속퍼텐셜에서 사용한 전자-LO 포논 산란에 대한 상호작용 퍼텐셜 [25-29] $|C(q)|^2 = D/(Vq^2)$ 을 고려하자. 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 Voigt 배치에서 양자상태 $|n, l \pm 1, k_y\rangle$ 와 $|n, l, k_y\rangle$ 사이의 전자 전이와 관련된 LO 포논 산란에 대한 완화율은

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{n, l \pm 1, k_y; n, l, k_y}(\omega) &= \frac{D}{4\sqrt{2}\pi l_B^2 l_z} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{|J_{n, n'}(u_\perp)|^2 |J_{l \pm 1, l'}(u_z)|^2 u_z^{-1/2}}{u_\perp/l_B^2 + u_z/l_z^2} du_\perp du_z \\
 &\times \sum_{(n', l') \neq (n, l)} \{ (n_q + 1) \delta[\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l - l')\hbar\omega_z - \hbar\omega_{LO}] \\
 &+ n_q \delta[\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l - l')\hbar\omega_z + \hbar\omega_{LO}] \} \\
 &+ \frac{D}{4\sqrt{2}\pi l_B^2 l_z} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{|J_{n, n'}(u_\perp)|^2 |J_{l, l'}(u_z)|^2 u_z^{-1/2}}{u_\perp/l_B^2 + u_z/l_z^2} du_\perp du_z \\
 &\times \sum_{(n', l') \neq (n, l)} \{ (n_q + 1) \delta[\hbar\omega + (n' - n)\hbar\omega_c + (l' - l \mp 1)\hbar\omega_z + \hbar\omega_{LO}] \\
 &+ n_q \delta[\hbar\omega + (n' - n)\hbar\omega_c + (l' - l \mp 1)\hbar\omega_z - \hbar\omega_{LO}] \}
 \end{aligned} \tag{51}$$

와 같이 표현된다.

식 (35) · (43) · (47) · (51)의 디랙 델타함수는 전자가 포논과 광자의 충돌(방출과 흡수)과정에 대한 에너지 보존을 의미하는 것으로, 전자가 포논과 광자를 흡수 또는 방출을 하여 한 양자상태에서 다른 양자상태로 전이가 일어나는 것을 나타낸다. 포논과 광자의 방출과 흡수 과정이 란다우 준위와 전기 부준위에 기인한 ODMPR 현상을 나타나게 한다. 식 (35) · (43) · (47) · (51)의 합기호에 대한 선택 규약 $(n', l') \neq (n, l)$ 는 (1) $n' \neq n, l' = l$ (2) $n' = n, l' \neq l$ (3) $n' \neq n, l' \neq l$ 으로 세 가지 조건을 가지게 된다. 이들 조건으로부터 양자우물에 세 가지 가능한 전자의 전이, (1) (x, y) 평면에서 란다우 준위 간의 전이, (2) z 축 방향에 대한 전기 부준위 간의 전이, (3) (x, y) 평면에서 란다우 준위와 z 축 방향에 대한 전기 부준위 간의 동시에 일어나는 전이가 있다 [5]. 따라서 LO 포논 산란에 대한 완

화울의 세 가지 전이 조건에서 다음과 같은 ODMPR 조건

$$P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} \pm \hbar\omega, P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 \pm \hbar\omega, (l^2 - l'^2)\epsilon_0 = \hbar\omega_{LO} \pm \hbar\omega \quad (52)$$

와

$$P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} \pm \hbar\omega, P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l - l')\hbar\omega_z \pm \hbar\omega, (l - l')\hbar\omega_z = \hbar\omega_{LO} \pm \hbar\omega \quad (53)$$

를 얻을 수 있다. 여기서, P 는 $n - n' = 1, 2, 3, \dots$ 이다. 란다우 준위에 기인한 ODMPR 조건 $P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} \pm \hbar\omega$ 는 Lee 등 [3]이 덩어리 반도체에서 제시한 것과 동일한 형태로 양자우물의 특성이 포함되어 있지 않다. 전기 부준위 사이에서 가상 전이가 일어나는 경우인 $(l^2 - l'^2)\epsilon_0$ 와 $(l - l')\hbar\omega_z$ 를 포함하는 ODMPR 조건 $P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 \pm \hbar\omega$ 와 $P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l - l')\hbar\omega_z \pm \hbar\omega$ 는 양자우물의 z 축 방향의 전기 부준위의 구조를 반영한다 [28]. 따라서 공명 정점의 양 옆 쪽으로 보조 정점들이 추가로 나타난다. 또한, 완화율은 $(l^2 - l'^2)\epsilon_0 = \hbar\omega_{LO} \pm \hbar\omega$ 와 $(l - l')\hbar\omega_z = \hbar\omega_{LO} \pm \hbar\omega$ 에서 z 축 방향의 전기 부준위에 기인한 광검출 전기포논 공명(optically detected electrophonon resonance: ODEPR)현상이 나타난다 [26]. ODEPR은 LO 포논과 광자의 에너지가 양자우물과 같은 저차원 전자계의 전기 부준위간의 에너지 차이와 같을 때 포논과 광자의 흡수 또는 방출에 의한 전자의 공명산란에 기인하여 일어나는 공명 현상으로 저차원 양자구조에만 일어나는 현상이다. 식 (52)과 (53)에서 공명산란이 일어나는 과정에서 ODMPR(또는 ODEPR) 조건이 만족될 때, 란다우 준위(또는 전기 부준위)에 있는 전자들은 란다우 준위 n (또는 l)에서 LO 포논에너지 $\hbar\omega_{LO}$ 를 흡수하는 동안 에너지 $\hbar\omega$ 인 광자를 흡수하거나 방출함으로써 란다우 준위(또는 전기 부준위) 중의 하나인 n' (또는 l')로 전이할 수 있다. ODMPR 효과는 전기적 현상인 ODEPR 효과에 대하여 자기적으로 등가이다. 자기장이 없는 경우에 진동수 의존 자기전도도에 대한 모든 결과는 선행 연구의 결과를 이끌어 낸다 [26]. Voigt 배치 상태에 있는 양자우물에서 식 (52)과 (53)은 진동수 의존 자기전도도의 스펙트럼 선모양에 대한 기본 방정식으로 ODMPR(또는 ODEPR) 현상을 분석할 수 있다.

IV. 수치계산 결과 및 논의

이 장에서는 사각형과 포물선형 구속퍼텐셜을 가지는 양자우물에서 Voigt 배치에 대한 ODMPR에 관련된 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{zz}(\omega) = \bar{\sigma}_{zz}(\omega) + \bar{\sigma}_{zz}(-\omega)$ 의 수치결과를 제시한다 [37]. 수치계산에 사용된 n-GaAs의 물리상수들은 유효 질량 $m^* = 0.067m_0$ (m_0 는 전자의 정지질량), LO 포논 에너지 $\hbar\omega_{LO} = 36.6\text{meV}$, 표면전자밀도 $n_e^{2D} = 4 \times 10^{16} \text{ m}^{-2}$, 상호작용 상수 $D = 1.1558 \times 10^{-49} \text{ kg}^2\text{m}^5\text{s}^{-4}$ 를 사용했다 [35-36]. 시료의 온도는 $T = 250 \text{ K}$ 로 가정했다. 수치결과는 우물두께, 구속진동수, 입사 광자진동수 그리고 자기장 세기에 의존하는 ODMPR 선모양의 거동을 분석하였다.

Fig. 8(a)과 1(b)는 사각형 구속퍼텐셜의 Voigt 배치에서 n-GaAs에 대한 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{zz}(\omega)$ 의 스펙트럼 선모양을 우물두께가 $L_z = 50 \text{ \AA}$ 과 150 \AA 일 때 자기장 세기의 함수로 나타낸 것이다. Fig. 8에서 보는 바와 같이 공명 정점들은 $(l, l'; P)$ 으로 표시된 높은 자기장 영역에서 전기 부준위들 사이의 전이($l \neq l'$)에 기인한 ODMPR 공명 정점들과 P 값으로 표시된 낮은 자기장 영역에서 란다우 준위들 사이의 전이($l = l'$)에 기인한 ODMPR 공명 정점들로 구성되어 있다. 이들 공명 정점들은 ODMPR 조건 $P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 \pm \hbar\omega$ 을 만족한다. $(l^2 - l'^2)\epsilon_0$ 을 포함하는 높은 자기장 영역의 공명 정점들은 z 축 방향에 대한 전기 부준위 구조를 반영한다. Fig. 8(a)에서 낮은 자기장 영역에서 란다우 준위 사이의 전이에 기인한 ODMPR 공명 정점의 쪼개짐은 분명하게 나타나고 높은 자기장 영역에서 전기 부준위들 사이의 전이에 의한 ODMPR 공명 정점의 쪼개짐은 명확하지 않다. 반면에 Fig. 8(b)에서는 란다우 준위들과 전기 부준위들 사이의 전이에 의한 ODMPR 공명 정점의 쪼개짐이 전체 자기장 영역에서 명확히 나타남을 볼 수 있다.

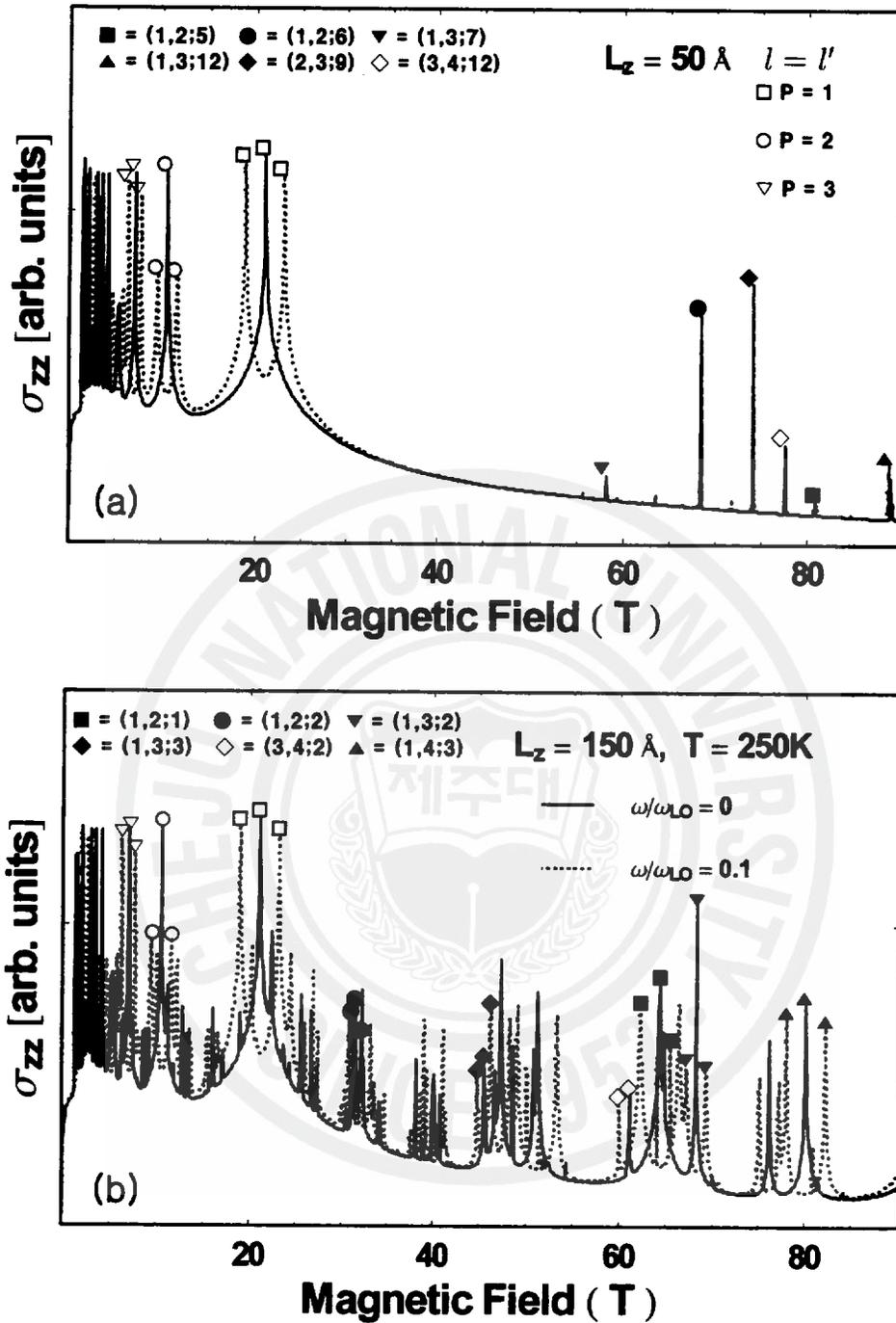


Fig. 8. Photon frequency dependence of the magnetoconductivities $\sigma_{zz}(\omega)$ for n-GaAs as a function of the magnetic strength for well-widths $L_z = 50 \text{ \AA}$ and 150 \AA , respectively, at $T = 250 \text{ K}$ for the Voigt configuration in the square well. The solid and dotted lines are denoted for $\omega/\omega_{LO} = 0$ and 0.1 .

이와 같은 현상은 높은 자기장 영역에서 우물두께가 $L_z = 50 \text{ \AA}$ 인 경우에 전기 부준위간의 에너지 차이가 란다우 준위간의 에너지 차이보다 매우 크기 때문에, 한 전기 부준위의 란다우 준위들과 다른 전기 부준위의 란다우 준위들 사이에서 많은 전자 전이로 인해서 좁은 간격의 공명 정점이 나타난다. 하지만, 우물두께가 증가하면 두 전기 부준위 간의 에너지 차이가 감소하여 란다우 준위간의 에너지 차이와 비슷하게 되어 란다우 준위와 전기 부준위 사이에서 일어나는 전자 전이는 넓은 간격의 공명 정점으로 나타난다.

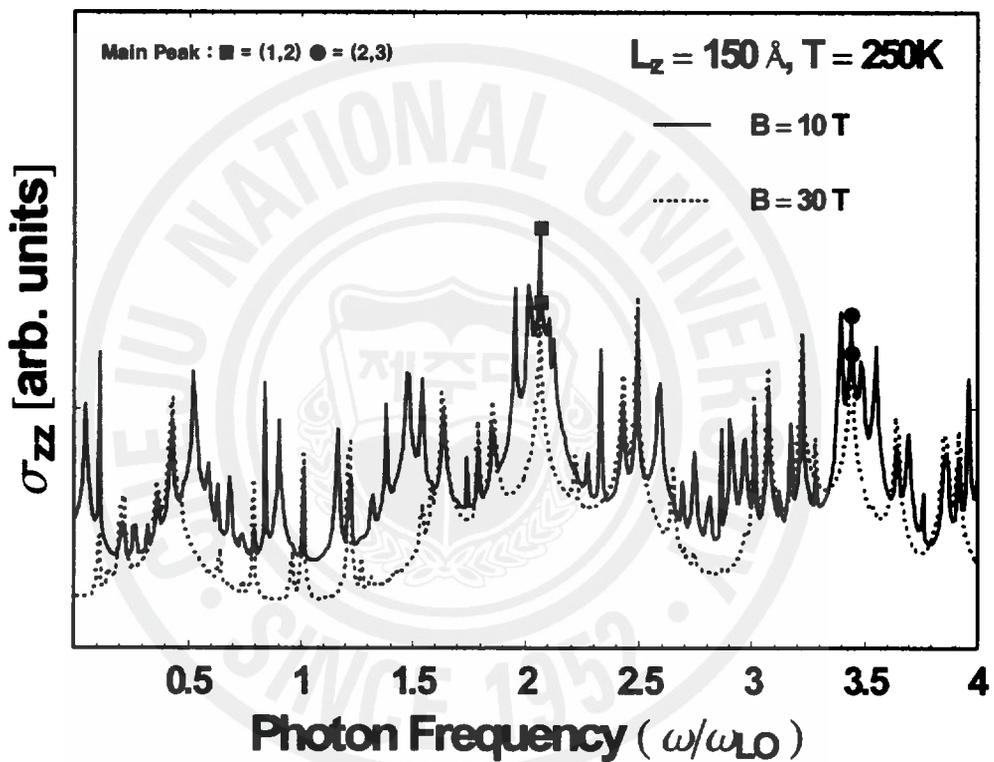


Fig. 9. Magnetic field dependence of the magnetoconductivities $\sigma_{zz}(\omega)$ for n-GaAs as a function of the photon frequency for the well-widths $L_z = 150 \text{ \AA}$ at $T = 250 \text{ K}$ for the Voigt configuration in the square well. The solid and dotted lines are denoted for $B = 10 \text{ T}$ and 30 T .

Fig. 9는 사각형 구속퍼텐셜의 Voigt 배치에 대하여 온도 $T = 250 \text{ K}$ 와 우물두께 $L_z = 150 \text{ \AA}$ 에서 자기장 세기가 $B = 10 \text{ T}$ 와 30 T 일 때 입사 광자진동수의 함수로 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{zz}(\omega)$ 의 스펙트럼 선모양을 나타낸 것이다. 식

(45)는 Lorentzian 형태의 자기전도도

$$\bar{\sigma}_{zz}(\omega) \sim \frac{\Gamma_{n,l+2m+1,k_y;n,l,k_y}(\omega)}{(\hbar\omega - (2m+2l+1)(2l+1)\epsilon_0)^2 + \Gamma_{n,l+2m+1,k_y;n,l,k_y}^2(\omega)} \quad (54)$$

이므로 주공명(main resonance) 정점은 $\hbar\omega = (l'^2 - l^2)\epsilon_0 = (2m+2l+1)(2m+1)\epsilon_0$ ($m=0,1,2,\dots$)에서 일어난다. Fig. 9에서 (l,l') 으로 표시된 주공명 정점은 여러 개 있고 자기장 세기에 의존하지 않음을 볼 수 있다. 이것은 Lee [28]가 연구한 사각형 구속퍼텐셜의 Faraday 배치에서 양자우물에 자기장이 수직하게 걸리는 경우의 진동수 의존 자기전도도인 식 (32)는 Lorentzian 형태의 진동수 의존 자기전도도

$$\bar{\sigma}_{xx}(\omega) \sim \frac{\Gamma_{n+1,l,k_y;n,l,k_y}(\omega)}{(\hbar\omega - \hbar\omega_c)^2 + \Gamma_{n+1,l,k_y;n,l,k_y}^2(\omega)} \quad (55)$$

으로 주공명 정점은 $\omega = \omega_c$ 인 사이클로트론 공명진동수에서 일어나서 자기장이 증가함에 따라 주공명 정점의 위치가 더 큰 광자 진동수 영역으로 이동하는 결과와 상이하다. Fig. 9에서 보조 공명 정점들은 광자가 포논과 전자와의 강한 결합에 기인하여 나타나는 것으로 ODMPR 조건 $P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 \pm \hbar\omega$ 으로 설명된다.

Fig. 10(a)와 10(b)는 포물선형 구속퍼텐셜의 Voigt 배치에 대하여 온도 $T=250$ K에서 구속진동수 $\omega_z = 0.4\omega_{LO}$ 와 $1.2\omega_{LO}$ 일 때 자기장 세기의 함수로 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{zz}(\omega)$ 의 스펙트럼 선모양을 나타낸 것이다. Fig. 10에서 $(P,l-l')$ 으로 표시된 다양한 공명 정점들은 ODMPR 조건 $P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l-l')\hbar\omega_z \pm \hbar\omega$ 을 만족한다. 구속진동수 ω_z 가 증가함에 따라 전기 부준위들 사이의 전이($l \neq l'$)에 기인한 ODMPR 정점의 위치는 높은 자기장 영역으로 이동하지만 란다우 준위들 사이의 전이($l = l'$)에만 기인한 ODMPR 정점의 위치는 변하지 않는다.

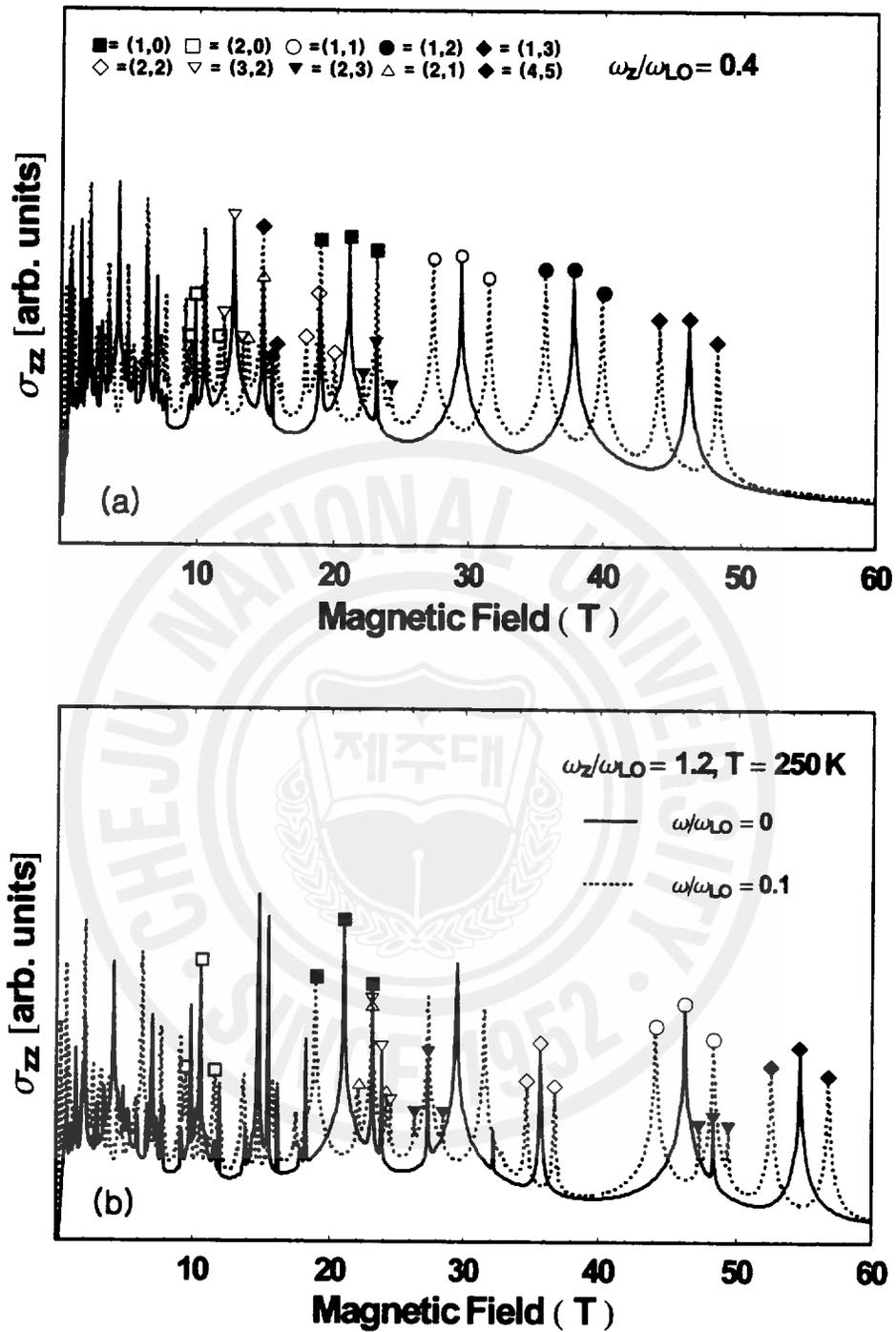


Fig. 10. Photon frequency dependence of the magnetoconductivities $\sigma_{zz}(\omega)$ for n-GaAs as a function of the magnetic field strength for the confinement frequency $\omega_z = 0.4\omega_{LO}$ and $1.2\omega_{LO}$, respectively, at $T = 250$ K for the Voigt configuration in the parabolic well. The solid and dotted lines are denoted for $\omega/\omega_{LO} = 0$ and 0.1.

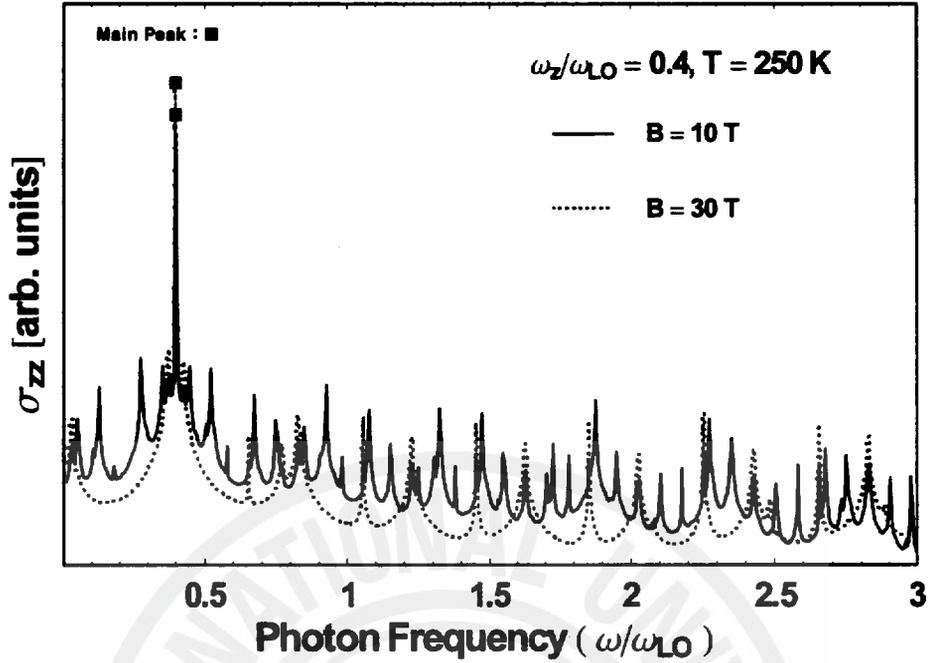


Fig. 11. Magnetic field dependence of the magnetoconductivities $\sigma_{zz}(\omega)$ for n-GaAs as a function of the photon frequency for the confinement frequency $\omega_z = 0.4\omega_{LO}$ at $T = 250$ K for the Voigt configuration in the parabolic well. The solid and dotted lines are denoted for $B = 10$ T and 30 T.

Fig. 11는 포물선형 구속퍼텐셜의 Voigt 배치에 대하여 온도 $T = 250$ K와 구속진동수 $\omega_z = 0.4\omega_{LO}$ 에서 자기장 세기가 $B = 10$ T와 30 T일 때 입사 광자진동수의 함수로 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{zz}(\omega)$ 의 스펙트럼 선모양을 나타낸 것이다. 식 (49)는 Lorentzian 형태의 자기전도도는

$$\bar{\sigma}_{zz}(\omega) \sim \frac{\Gamma_{n,l+1,k_y;n,l,k_y}(\omega)}{(\hbar\omega - \hbar\omega_z)^2 + \Gamma_{n,l+1,k_y;n,l,k_y}^2(\omega)} \quad (56)$$

이므로 Fig. 11에서 (l, l') 으로 표시된 주공명 정점들은 $\omega = \omega_z$ 에서 일어난다. 주공명 정점은 한 개 뿐이고 구속진동수 ω_z 에 의존하지만 자기장 세기에 의존하지 않음을 Fig. 9을 보면 확인할 수 있다. 이는 포물선 구속퍼텐셜 우물의 Faraday 배치에서 양자우물에 자기장이 평행하게 걸리는 경우의 진동수 의존 자기전도도인 식 (27)은 Lorentzian 형태의 진동수 의존 자기전도도

$$\bar{\sigma}_{zz}(\omega) \sim \frac{\Gamma_{n+1, k_x k_y; n, k_x k_y}(\omega)}{(\hbar\omega - \hbar\Omega)^2 + \Gamma_{n+1, k_x k_y; n, k_x k_y}^2(\omega)} \quad (57)$$

으로 주공명 정점은 $\omega = \Omega = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_z^2}$ 에서 일어나서 자기장 세기가 증가함에 따라 주공명 정점은 더 큰 광자진동수 쪽으로 이동하는 Lee [29]의 결과와 다르다. Fig. 11의 보조 공명 정점들은 ODMPR 조건을 만족한다.



V. 결론

사각형과 포물선형 구속퍼텐셜을 가지는 준2차원 양자우물에 자기장이 걸렸을 때, 자기전도도 특성을 이해하기 위하여 양자우물의 계면에 대하여 자기장이 수직과 평행하게 걸린 경우의 단일전자 해밀토니안에 대한 고유함수와 에너지 고유값을 구하여 에너지 분산 관계, 상태밀도, 화학퍼텐셜의 물리적 특성을 수치적으로 조사하였다.

양자우물에 수직 자기장이 걸린 경우에 에너지 분산관계가 없고, 전기 부준위간 에너지 간격은 우물의 모양에 따라 달라진다. 평행자기장이 걸린 경우에 우물의 계면과 수직인 방향으로 자기장과 우물의 구속에 의하여 에너지 간격이 일정한 혼성 자기전기 부준위가 형성되고 우물의 계면과 나란한 방향으로 자유입자처럼 행동하므로 포물면 형태의 에너지 분산 관계를 가진다. 상태밀도는 양자우물의 계면에 수직하게 자기장이 걸린 경우 에너지 분산이 없기 때문에 디랙 델타함수 꼴로 나타나며, 평행자기장이 걸린 경우에는 포물면 형태의 분산관계를 가지므로 Heaviside 계단함수 꼴로 혼성 자기전기 부준위 지수에 따라 증가한다. 화학퍼텐셜은 양자우물에 자기장이 걸린 방향에 따라 큰 변화는 없으며, 자기장, 구속퍼텐셜, 표면전자밀도가 클수록 커지고, 온도가 증가하면 작아진다.

사각형과 포물선형 구속퍼텐셜을 가지는 양자우물에 수직 자기장과 Voigt 배치에 대하여 Mori의 사영연산자 방법으로 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{zz}(\omega)$ 를 구하여 ODMPR 현상에 대한 이론을 제시하였고, ODMPR 발생 조건을 자기장 세기, 광자진동수, 우물두께, 구속진동수에 따라 수치적으로 조사하였다. 특히, 입사 광자에 의한 ODMPR 정점의 쪼개짐과 구속진동수, 우물두께, 광자진동수, 자기장 세기의 함수로 보조 ODMPR 정점의 나타남 등과 같은 ODMPR의 선모양 특성을 고찰하였다.

사각형 구속퍼텐셜 우물에서 Voigt 배치에 대한 양자우물의 ODMPR 정점들은 란다우 준위 사이의 전이($l=l'$)와 전기 부준위간 전이($l \neq l'$)에 기인한 공명 정점으로 구성되어 있고, ODMPR 조건 $Ph\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 \pm \hbar\omega$ 을 만족한

다. $(l^2 - l'^2)\epsilon_0$ 를 포함하는 높은 자기장 영역의 공명 정점들은 z 축 방향에 대한 전기 부준위 구조를 반영한다. 사각형 우물에서 주공명 정점들은 $\hbar\omega = (l'^2 - l^2)\epsilon_0 = (2m + 2l + 1)(2m + 1)\epsilon_0$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) 에서 일어난다. 주공명 정점은 여러 개 있고 우물두께 L_z 에 의존하지만 자기장 세기에 의존하지 않는다. 이것은 Lee [28]가 Faraday 배치에서 사각형 구속퍼텐셜의 양자우물에 수직자기장이 걸리는 경우의 주공명 정점은 사이클로트론 공명진동수 ($\omega = \omega_c$)로 자기장에 의존하는 결과와 다르다.

포물선형 구속퍼텐셜에서 Voigt 배치에 대한 양자우물의 ODMPR 정점들은 ODMPR 조건 $P\hbar\omega_c = \hbar\omega_{LO} + (l - l')\hbar\omega_z \pm \hbar\omega$ 을 만족한다. 구속진동수 ω_z 가 증가함에 따라 전기 부준위들 사이의 전이($l \neq l'$)에 기인한 ODMPR 정점의 위치는 높은 자기장 영역으로 이동하지만 란다우 준위들 사이의 전이($l = l'$)에만 기인한 ODMPR 정점의 위치는 변하지 않는다. 주공명 정점은 사각형 우물과 다르게 한 개 뿐이고 $\omega = \omega_z$ 에서 일어난다. 주공명 정점의 위치는 구속진동수 ω_z 에 의존하지만 자기장 세기에 의존하지 않는다. 이는 포물선형 양자우물의 Faraday 배치에서 평행자기장이 걸리는 경우의 주공명 정점은 $\omega = \sqrt{\omega_c^2 + \omega_z^2}$ 으로 자기장 세기가 증가함에 따라 주공명 정점의 위치가 더 큰 광자진동수 쪽으로 이동하는 Lee의 결과 [29]와 다르다.

준2차원 양자우물에서 ODMPR은 자기장이 걸린 방향에 의존하며, 주공명 현상은 자기장과 전자기파 입사 방향에 따라 달라진다. 결론적으로 준2차원 양자우물에서 ODMPR에 대한 선행 연구 결과 [28, 29]와 본 연구 결과를 비교·요약하면 다음과 같다.

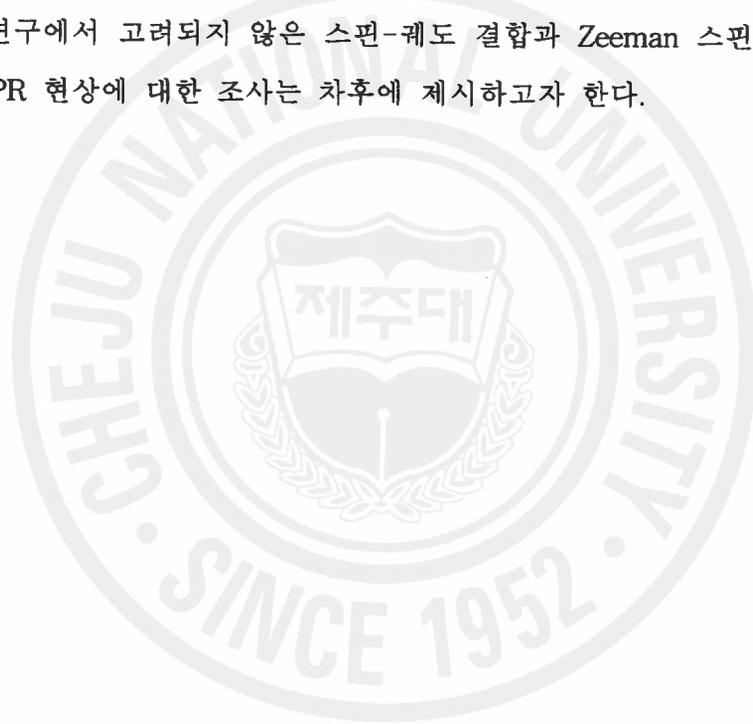
1. 자기장 방향이 양자우물 계면에 수직인 경우, ODMPR은 란다우 준위 사이의 에너지 간격이 LO 포논 에너지, 광자 에너지, 전기 부준위 사이의 에너지 차이의 합과 같을 때 발생하며, 자기장 방향이 계면에 평행할 때는 혼성 자기전기 부준위 사이의 에너지 차이가 LO 포논 에너지와 광자 에너지의 합과 같을 때 발생한다.
2. 수직자기장의 Voigt 배치인 경우 주공명 현상은 광자 에너지가 이웃하는

전기 부준위 사이의 에너지 차이와 같을 때 발생하며, Faraday 배치인 경우 광자 에너지가 최인접 란다우 준위 사이의 에너지 차이와 같을 때 일어난다.

3. 평행 자기장의 Voigt 배치인 경우 주공명 현상이 일어나지 않으며, Faraday 배치인 경우 광자 에너지가 이웃하는 혼성 자기전기 부준위 사이의 에너지 차이와 같을 때 일어난다.

본 연구에서는 스핀-궤도 결합과 Zeeman 스핀 쪼개짐의 영향을 무시하였다. 이러한 단점에도 불구하고, 본 연구에서 제시한 양자우물 구조에서 ODMPR 효과는 앞으로 수행될 실험결과와 비교 분석하는데 도움이 될 것으로 기대한다.

또한, 연구에서 고려되지 않은 스핀-궤도 결합과 Zeeman 스핀 쪼개짐에 기인한 ODMPR 현상에 대한 조사는 차후에 제시하고자 한다.

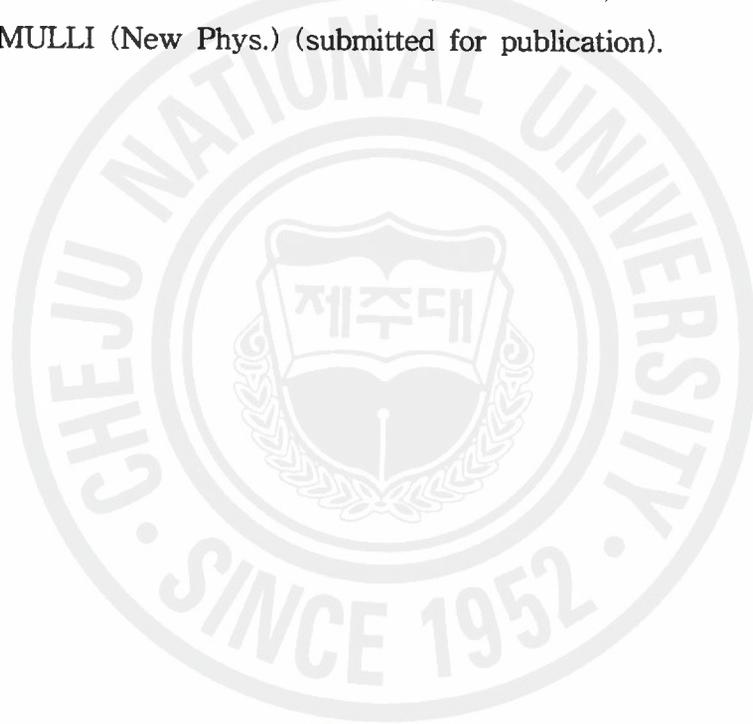


<참고문헌>

- [1] P. G. Harper, J. W. Hodby, and R. A. Stradling, *Rep. Progr. Phys.* **37**, 1 (1973).
- [2] R. J. Nicholas, *Prog. Quant. Electr.* **10**, 1 (1985).
- [3] P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. B* **33**, 8587 (1986).
- [4] P. Vasilopoulos, M. Charbonneau, and C. M. Van Vliet, *Phys. Rev. B* **35**, 1334 (1987).
- [5] N. Mori, H. Murata, K. Taniguchi, and C. Hamaguchi, *Phys. Rev. B* **38**, 7622 (1988).
- [6] P. Warmenbol, F. M. Peeters, and J. T. Devreese, *Phys. Rev. B* **39**, 7821 (1989); **37**, 4694 (1988).
- [7] P. Warmenbol, F. M. Peeters, and J. T. Devreese, *Phys. Rev. B* **39**, 7821 (1989).
- [8] A. Suzuki, *Phys. Rev. B* **45**, 6731 (1992).
- [9] N. Mori, H. Momose, and C. Hamaguchi, *Phys. Rev. B* **45**, 4536 (1992).
- [10] A. Suzuki, *Physica B* **183**, 191 (1993).
- [11] J. Y. Ryu and R. F. O. Connell, *Phys. Rev. B* **48**, 9126 (1993); J. Y. Ryu, G. Y. Hu, and R. F. O. Connell, *Phys. Rev. B* **49**, 10437 (1994).
- [12] J. Y. Ryu, B. Y. Kang, S. Oh, Akira Suzuki, and S. D. Choi, *Phys. Rev. B* **52**, 11089 (1995).
- [13] S. C. Lee, Y. B. Kang, J. Y. Ryu, G. Y. Hu, and S. D. Choi, *Phys. Rev. B* **57**, 11875 (1998).
- [14] A. Suzuki and M. Ogawa, *J. Phys. C* **10**, 4659 (1998).
- [15] G. Ploner, J. Smoliner, G. Strasser, M. Hauser, and E. Gornik, *Phys. Rev. B* **57**, 3966 (1998).
- [16] S. C. Lee, B. Y. Kang, D. C. Kim, J. Y. Ryu, N. L. Kang, and S. D. Choi, *Phys. Rev. B* **55**, 6719 (1997); S. C. Lee, J. Y. Ryu, S. W. Kim, and C. S. Ting, *Phys. Rev. B* **62**, 5045 (2000).
- [17] S. C. Lee and S. W. Kim, *J. Kor. Phys. Soc.* **45**, 963 (2004).
- [18] D. Smirnov, O. Drachenko, J. Leotin, H. Page, C. Becker, C. Sirtori, V. Apalkov, and T. Chakraborty, *Phys. Rev. B* **66**, 125317 (2002).

- [19] V. V. Afonin, V. L. Gurevich, and R. Laiho, Phys. Rev. B **62**, 15913-15924 (2000); V. V. Afonin, V. L. Gurevich, and R. Laiho, Phys. Rev. B **65**, 115301 (2002).
- [20] C. Faugeras, D. K. Maude, G. Martinez, L. B. Rigal, C. Proust, K. J. Friedland, R. Hey, and K. H. Ploog, Phys. Rev. B **69**, 073405 (2004).
- [21] T. Strutz, T. Takamasu, H. Sakaki, and N. Miura, Phys. Rev. B **74**, 075208 (2006).
- [22] R. S. Deacon, R. J. Nicholas, and P. A. Shields, Phys. Rev. B **74**, 121306 (2006).
- [23] D. J. Barnes, R. J. Nicholas, F. M. Peeters, X. G. Wu, J. T. Devreese, J. Singleton, C. J. G. M. Langerak, J. J. Haris, and C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **66**, 794 (1991).
- [24] G. -Q. Hai and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **60**, 16513 (1999).
- [25] S. Y. Choi, S. C. Lee, H. J. Lee, H. S. Ahn, S. W. Kim, and J. Y. Ryu, Phys. Rev. B **66**, 155208 (2002); S. C. Lee, H. S. Ahn, D. S. Kang, S. O. Lee, and S. W. Kim, Phys. Rev. B **67**, 115342 (2003); S. C. Lee, Y. H. Yu, D. S. Kang, H. S. Ahn, and S. W. Kim, J. Korean Phys. Soc. **42**, 386 (2003); S. C. Lee, Y. B. Kang, and S. W. Kim, J. Korean Phys. Soc. **45**, 577 (2004); S. C. Lee, J. W. Kang, N. L. Kang and S. W. Kim, J. Korean Phys. Soc. **47**, 900 (2005).
- [26] S. C. Lee, J. W. Kang, H. S. Ahn, M. Yang, N. L. Kang, and S. W. Kim, Physica E **28**, 402 (2005).
- [27] Sang Chil Lee, J. Korean Phys. Soc. **51**, 1973 (2007).
- [28] Sang Chil Lee, J. Korean Phys. Soc. **51**, 1979 (2007).
- [29] Sang Chil Lee and Suck Whan Kim, SAEMULLI (New Phys.) **55**, 322 (2007).
- [30] J. Y. Ryu, Y. C. Chung, and S. D. Choi, Phys Rev. B **32**, 7769 (1985); J. Y. Ryu and S. D. Choi, Progr. Theor. Phys. **72**, 429 (1984).
- [31] S. D. Choi and O. H. Chung, Solid State Commun. **46**, 717 (1983).
- [32] George B. Arfken and Hans J. Weber, Mathematical Methods for Physicists (Academic Press, New York, 2001), p. 832.
- [33] John H. Davies, *The physics of low-dimensional semiconductors*

- (Cambridge University Press, New York, 1998), p. 224.
- [34] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series and Products* (Academic, New York, 1965), p. 921; *Handbook of Mathematical Functions*, edited by M. Abramowitz and I. A. Stegun, Natl. Bur. Stand. Appl. Math. Ser. (GPO, Washington, 1965), p. 576.
- [35] J. Singh, *Physics of Semiconductors and Their heterostructures* (McGraw-Hill, Singapore, 1993), p. 455.
- [36] B. K. Ridley, *Quantum Processes in Semiconductors* (Clarendon Press, Oxford, 1993), p. 256.
- [37] K. H. Yang, D. C. Kim, S. C. Lee, H. S. Ahn, S. E. Cho, S. W. Kim, SAEMULLI (New Phys.) (submitted for publication).



부록

부록 A: 식 (10)과 (11)의 상태밀도 유도

단위 에너지 구간 $E \sim E+dE$ 내에 허용되는 양자상태 $|\lambda\rangle$ 의 수를 의미하는 상태밀도 $D(E)$ 는 일반적으로

$$D(E) = \frac{d\Omega}{dE} = \sum_{\sigma} \sum_{\lambda} \delta(E - E_{\lambda}) \quad (\text{A-1})$$

으로 정의된다. 여기서 Ω 는 계에 허용된 상태수, σ 는 스핀 상태를 의미하고, E_{λ} 는 양자상태 $|\lambda\rangle$ 에 대응하는 계의 에너지 고유값이다. 계의 스핀 상태가 축퇴되어 있으면 스핀 상태에 대한 합 \sum_{σ} 은 2이다. 사각형과 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 계면에 대하여 자기장이 수직하게 걸린 경우, 식 (5)·(7)·(9)로 주어진 에너지 고유값을 사용하여 상태밀도를 구하면

$$D(E) = \sum_{\sigma=\pm n, l, k_y} \sum \delta(E - E_{n, l, k_y}) = 2 \sum_{k_y} \sum_{n, l} \delta(E - (n+1/2)\hbar\omega_c - \epsilon_l) \quad (\text{A-2})$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서 k_y 에 대한 합 \sum_{k_y} 은 에너지 고유값에 k_y 가 없기 때문에 각 란다우 준위는 축퇴되어 있다. 고전적으로는 전자는 (x, y) 평면에서 사이클로트론 운동을 한다. 전자 기체가 각 변의 길이가 L_x, L_y, L_z 인 직육면체에 있고 자기장이 z 축 방향으로 걸린 경우에 자기장에 의한 각 란다우 준위의 축퇴도(Degeneracy) ξ 를 구하려고 한다. 식 (4)의 고유함수 $\langle \vec{r} | \lambda \rangle$ 에서 일차원 단순 조화진동자의 파동함수 $\phi_n(x-x_0)$ 에 있는 $x_0 = -l_B^2 k_y$ 는 사이클로트론 운동의 중심의 위치를 의미한다. 다른 k_y 값은 사이클로트론 운동의 중심 위치는 다름을 뜻한다. 사이클로트론 운동은 시료 안에 포함되어야 하므로, x_0 의 범위는

$$-L_x/2 < x_0 < L_x/2 \quad (\text{A-3})$$

이 되어야 한다. 따라서 허용된 k_y 의 범위는

$$-\frac{m^* \omega_c L_x}{2\hbar} < k_y < \frac{m^* \omega_c L_x}{2\hbar} \quad (\text{A-4})$$

로 주어진다. k_y 공간에서 $2\pi/L_y$ 마다 한 개의 k_y 가 가능하다. k_y 공간에서 허용된 k_y 의 수인 축퇴도 ξ 는 k_y 공간에서 허용된 범위 식 (A-4)의 구간 차이 $\Delta k_y = m^* \omega_c L_x / \hbar$ 를 길이가 L_y 인 일차원 기체의 허용되는 k_y 값들 사이의 간격 $2\pi/L_y$ 으로 나눈 것으로 주어진다. 따라서, 축퇴도 ξ 는

$$\xi = \frac{\Delta k_y}{2\pi/L_y} = \frac{m^* \omega_c L_x L_y}{2\pi \hbar} = \frac{L_x L_y}{2\pi l_B^2} \quad (\text{A-5})$$

이다. 여기서 $l_B = \sqrt{\hbar/m^* \omega_c}$ 는 전자의 유효 반지름이다. 각 란다우 준위의 축퇴도 ξ 는 시료의 단면적 $L_x L_y$ 을 전자의 유효면적 $2\pi l_B^2$ 으로 나눈 것과 같다. 이것은 란다우 준위 지수 n 와 전기 부준위 l 가 고정했을 때 ξ 개의 양자상태가 축퇴되어 있다.

그러므로 수직자기장하에 있는 양자우물에서 전자의 상태밀도는

$$D(E) = 2\xi \sum_{n,l} \delta(E - (n+1/2)\hbar\omega_c - \varepsilon_l) \quad (\text{A-6})$$

가 된다.

따라서, 사각형 구속퍼텐셜의 상태밀도는

$$D(E) = \frac{L_x L_y m \omega_c}{\pi \hbar} \sum_{n,l} \delta(E - (n+1/2)\hbar\omega_c - l^2 \varepsilon_0) \quad (\text{A-7})$$

이며, 포물선형 구속퍼텐셜의 상태밀도는

$$D(E) = \frac{L_x L_y m \omega_c}{\pi \hbar} \sum_{n,l} \delta(E - (n+1/2)\hbar\omega_c - (l+1/2)\hbar\omega_z) \quad (\text{A-8})$$

이다.

부록 B: 식 (13)과 (14)의 화학퍼텐셜 유도

화학퍼텐셜 μ 는 엔트로피와 체적을 고정하고 계에 입자 1개를 더할 때 계의 내부에너지 변화량이다. 절대영도에서 전도대에 있는 전자의 화학퍼텐셜은 가장 높게 채워진 궤도의 에너지로 정의되는 페르미에너지와 같다. 전자의 상태밀도 $D(E)$ 와 페르미-디랙 분포함수 $f(E) = 1/(e^{\beta(E-\mu)} + 1)$ 를 이용하면 계의 전자의 총수 N_e 는

$$N_e = \int_{-\infty}^{\infty} D(E)f(E)dE \quad (B-1)$$

로 주어진다. 식 (B-1)을 이용하여 계의 화학퍼텐셜 μ 을 구할 수 있다. 식 (A-6)를 식 (B-1)에 대입하면,

$$\begin{aligned} N_e &= 2\xi \sum_{n,l} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(E - (n+1/2)\hbar\omega_c - \varepsilon_l) f(E) dE \\ &= 2\xi \sum_{n,l} f(E_{n,l}) \end{aligned} \quad (B-2)$$

와 같이 쓸 수 있다. 식 (A-5)의 축퇴도 ξ 를 대입하면, 계에 포함된 전자의 총 수 N_e 는

$$N_e = \frac{L_x L_y m \omega_c}{\pi \hbar} \sum_{n,l} \frac{1}{e^{\beta(E_{n,l} - \mu)} + 1} \quad (B-3)$$

와 같이 표현된다. 따라서, 표면전자밀도 n_e^{2D} 는

$$n_e^{2D} = \frac{N}{L_x L_y} = \frac{m \omega_c}{\pi \hbar} \sum_{n,l} \frac{1}{e^{\beta(E_{n,l} - \mu)} + 1} \quad (B-4)$$

이다. 여기서, 비축퇴 반도체에서 페르미-디랙 분포함수는 맥스웰-볼츠만 분포함수 $f(E_{n,l,k_y}) \approx \exp[\beta(\mu - E_{n,l,k_y})]$ 로 근사하면, 식 (B-4)는

$$n_e^{2D} \approx \frac{m \omega_c}{\pi \hbar} \sum_{n,l} e^{-\beta(E_{n,l} - \mu)} \quad (B-5)$$

와 같이 근사할 수 있다.

사각형 구속퍼텐셜의 에너지 고유값 식 (5)·(7)을 대입하면

$$n_e^{2D} = \frac{m \omega_c}{\pi \hbar} e^{\beta\mu} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta(n+\frac{1}{2})\hbar\omega_c} \sum_{l=1}^{\infty} e^{-\beta l^2 \varepsilon_0} \quad (B-6)$$

와 같이 표현되며, 합 \sum 의 계산은 바닥상태($n=0, l=1$)에서 무한대($n=\infty, l=\infty$)까지 수행한다. 우변의 첫 번째 항은 등비가 $e^{-\beta\hbar\omega_c}$ 인 무한급수의 합으로

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta(n+\frac{1}{2})\hbar\omega_c} = \frac{1}{e^{\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c} - e^{-\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c}} = \frac{1}{2\sinh[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c]} \quad (B-7)$$

와 같이 계산된다. 두 번째 항의 무한급수는 세타함수를 사용하면

$$\sum_{l=1}^{\infty} e^{-\beta l^2 \epsilon_0} = \frac{\vartheta_3(0, e^{-\beta \epsilon_0}) - 1}{2} \quad (\text{B-8})$$

와 같이 쓸 수 있다. 따라서, 표면전자밀도 n_e^{2D} 는

$$n_e^{2D} = \frac{m\omega_c}{4\pi\hbar} \frac{e^{\beta\mu} (\vartheta_3(0, e^{-\beta\epsilon_0}) - 1)}{\sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c\right]} \quad (\text{B-9})$$

이다. 식 (B-9)를 화학퍼텐셜 μ 에 대하여 풀면

$$\varepsilon_F \approx \mu = k_B T \ln \left[\frac{4\pi n_e^{2D} \hbar}{m\omega_c} \frac{\sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c\right]}{(\vartheta_3(0, e^{-\beta\epsilon_0}) - 1)} \right] \quad (\text{B-10})$$

이며, 근사적으로 페르미에너지 ε_F 와 같다. 화학퍼텐셜 μ 는 일반적으로 온도 T , 자기장 B , 표면전자밀도 n_e^{2D} , 우물두께 L_z 의 함수이다.

포물선형 구속퍼텐셜의 에너지 고유값 식 (5) · (9)를 대입하면

$$n_e^{2D} = \frac{m\omega_c}{\pi\hbar} e^{\beta\mu} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta(n+\frac{1}{2})\hbar\omega_c} \sum_{l=0}^{\infty} e^{-\beta(l+\frac{1}{2})\hbar\omega_z} \quad (\text{B-11})$$

와 같이 쓸 수 있으며, 우변의 첫 번째와 두 번째 항은

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\beta(n+\frac{1}{2})\hbar\omega_c} = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega_c/2} - e^{-\beta\hbar\omega_c/2}} = \frac{1}{2\sinh[\beta\hbar\omega_c/2]} \quad (\text{B-12})$$

$$\sum_{l=0}^{\infty} e^{-\beta(l+\frac{1}{2})\hbar\omega_z} = \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega_z/2} - e^{-\beta\hbar\omega_z/2}} = \frac{1}{2\sinh[\beta\hbar\omega_z/2]} \quad (\text{B-13})$$

으로 계산된다. 따라서 표면전자밀도 n_e^{2D} 는

$$n_e^{2D} = \frac{N}{L_x L_y} = \frac{m\omega_c}{4\pi\hbar} \frac{e^{\beta\mu}}{\sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c\right] \sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_z\right]} \quad (\text{B-14})$$

이며, 화학퍼텐셜 μ (근사적으로 페르미에너지 ε_F) 는

$$\varepsilon_F \approx \mu = k_B T \ln \left[\frac{4\pi n_e^{2D} \hbar}{m\omega_c} \sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_c\right] \sinh\left[\frac{\beta}{2}\hbar\omega_z\right] \right] \quad (\text{B-15})$$

으로 주어진다. 화학퍼텐셜 μ 는 일반적으로 온도 T , 자기장 B , 표면전자밀도 n_e^{2D} , 구속진동수 ω_z 의 함수이다.

부록 C: 단일전자 전류밀도 연산자의 행렬요소 유도

1. 사각형 구속퍼텐셜의 전류밀도 연산자의 행렬요소

단일전자 해밀토니안 식 (2)로부터 단일전자 전류밀도 연산자의 z 성분 j_z 는

$$j_z = -e \frac{\partial h_e}{\partial p_z} = -e \frac{p_z}{m^*} \quad (\text{C-1})$$

이다. 식 (4)·(6)의 고유함수를 사용하면 z 축 방향의 단일전자 전류밀도 연산자 j_z 의 행렬요소는

$$\begin{aligned} \langle n, l, k_y | j_z | n', l', k_y' \rangle &= -\frac{e}{m^*} \langle n, l, k_y | p_z | n', l', k_y' \rangle \\ &= -\frac{e}{m^*} \delta_{n,n'} \delta_{k_y, k_y'} \left(\sqrt{\frac{2}{L_z}} \right)^2 \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{l\pi z}{L_z}\right) \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \right) \sin\left(\frac{l'\pi z}{L_z}\right) dz \\ &= -\frac{2e}{m^* L_z} \left(-i\hbar \frac{l'\pi}{L_z} \right) \delta_{n,n'} \delta_{k_y, k_y'} \int_0^{L_z} \sin\left(\frac{l\pi z}{L_z}\right) \cos\left(\frac{l'\pi z}{L_z}\right) dz \end{aligned} \quad (\text{C-2})$$

와 같이 계산된다. 우변의 적분항은 $x = \pi z / L_z$ 두고 정리하면,

$$\int_0^{L_z} \sin\left(\frac{l\pi z}{L_z}\right) \cos\left(\frac{l'\pi z}{L_z}\right) dz = \frac{L_z}{\pi} \int_0^\pi \sin(lx) \cos(l'x) dx \quad (\text{C-3})$$

와 같이 쓸 수 있다. 삼각함수 공식

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta \quad (\text{C-4})$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta \quad (\text{C-5})$$

를 사용하면 식 (C-3)의 적분은

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \sin(lx) \cos(l'x) dx &= \frac{l(\cos l\pi \cos l'\pi - 1) + l' \sin l'\pi \sin l\pi}{l'^2 - l^2} \\ &= \frac{l(1 - (-1)^{l+l'})}{l'^2 - l^2} \end{aligned} \quad (\text{C-6})$$

와 같이 된다. 따라서 식 (C-6)을 이용하면 단일전자 전류밀도 연산자 j_z 의 행렬요소는

$$\langle n, l, k_y | j_z | n', l', k_y' \rangle = i \frac{2e\hbar}{m^* L_z} \frac{l'(1-(-1)^{l'+l})}{l^2-l'^2} \delta_{n,n'} \delta_{k_y, k_y'} \quad (\text{C-7})$$

와

$$|\langle n, l, k_y | j_z | n', l', k_y' \rangle|^2 = \left[\frac{2e\hbar}{m^* L_z} \frac{l'(1-(-1)^{l'+l})}{l^2-l'^2} \right]^2 \delta_{n,n'} \delta_{k_y, k_y'} \quad (\text{C-8})$$

와 같이 얻어진다. 또,

$$\frac{L_z}{\pi} \frac{l(1-(-1)^{l+l'})}{l^2-l'^2} = \begin{cases} 0 & , \quad l=l' \\ 0 & , \quad l=\text{odd}, l'=\text{odd} \text{ or } l=\text{even}, l'=\text{even} \\ \frac{L_z}{\pi} \frac{2l}{l^2-l'^2} & , \quad l=\text{odd}, l'=\text{even} \text{ or } l=\text{even}, l'=\text{odd} \\ \frac{L_z}{\pi} \frac{2l}{l^2-l'^2} & , \quad l=\text{odd}, l'=\text{even} \text{ or } l=\text{even}, l'=\text{odd} \end{cases} \quad (\text{C-9})$$

와

$$\begin{aligned} 1 - \delta_{l,l'} &= \begin{cases} 0 & , \quad l=l' \\ 0 & , \quad l=\text{odd}, l'=\text{odd} \\ 0 & , \quad l=\text{even}, l'=\text{even} \\ 1 & , \quad l=\text{odd}, l'=\text{even} \end{cases} \\ &= 1 - \delta_{l', l, \text{even}} \\ &= 1 - \delta_{l', l, 2m} \\ &= \delta_{l', l, 2m+1} \\ &= \delta_{l', l+2m+1}, \quad (m=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (\text{C-10})$$

을 사용하면 식 (C-6)은

$$\int_0^{L_z} \sin\left(\frac{l\pi z}{L_z}\right) \cos\left(\frac{l'\pi z}{L_z}\right) dz = \frac{L_z}{\pi} \frac{2l}{l^2-l'^2} \delta_{l', l+2m+1} \quad (\text{C-11})$$

로 표현된다. 따라서, 단일전자 전류밀도 연산자 j_z 의 행렬요소 식 (C-7)은

$$\begin{aligned} \langle n, l, k_y | j_z | n', l', k_y' \rangle &= i \frac{4e\hbar}{m^* L_z} \frac{l'}{l^2-l'^2} \delta_{l', l+2m+1} \delta_{n,n'} \delta_{k_y, k_y'} \\ &= -i \frac{4e\hbar}{m^* L_z} \frac{l(l+2m+1)}{(2m+1)(2m+1+2l)} \delta_{l', l+2m+1} \delta_{n,n'} \delta_{k_y, k_y'} \end{aligned} \quad (\text{C-12})$$

으로 주어진다. 또, 식 (C-12)을 사용하면 다음의 관계식

$$|\langle n, l, k_y | j_z | n', l', k_y' \rangle|^2 = \frac{16e^2 \hbar^2}{m^{*2} L_z^2} \frac{l^2 (l+2m+1)^2}{(2m+1)^2 (2m+1+2l)^2} \delta_{l', l+2m+1} \delta_{n, n'} \delta_{k_y, k_y'} \quad (C-13)$$

을 얻을 수 있다.

2. 포물선형 구속퍼텐셜의 전류밀도 연산자의 행렬요소

단일전자 해밀토니안 식 (2)로부터 단일전자 전류밀도 연산자의 z 성분 j_z 는

$$j_z = -e \frac{\partial h_e}{\partial p_z} = -e \frac{p_z}{m^*} \quad (C-16)$$

이다. 여기서 소멸연산자 a 와 생성연산자 a^+ 를

$$a = \sqrt{\frac{m^* \omega_z}{2\hbar}} z + i \sqrt{\frac{1}{2m^* \hbar \omega_z}} p_z, \quad a^+ = \sqrt{\frac{m^* \omega_z}{2\hbar}} z - i \sqrt{\frac{1}{2m^* \hbar \omega_z}} p_z \quad (C-17)$$

으로 정의하면, z 와 p_z 는

$$z = \sqrt{\frac{\hbar}{2m^* \omega_z}} (a + a^+) = \sqrt{\frac{l^2}{2}} (a + a^+), \quad p_z = -i \sqrt{\frac{m^* \hbar \omega_z}{2}} (a - a^+) \quad (C-18)$$

가 된다. 생성연산자와 소멸연산자의 다음 성질을

$$a|l\rangle = \sqrt{l}|l-1\rangle, \quad a^+|l\rangle = \sqrt{l+1}|l+1\rangle \quad (C-19)$$

이용하면, 단일전자 전류밀도 연산자 j_z 의 행렬요소는

$$\begin{aligned} \langle n, l, k_y | j_z | n', l', k_y' \rangle &= -\frac{e}{m^*} \langle n, l, k_y | p_z | n', l', k_y' \rangle \\ &= \frac{e}{m^*} i \sqrt{\frac{m^* \hbar \omega_z}{2}} \langle n, l, k_y | a - a^+ | n', l', k_y' \rangle \\ &= i \sqrt{\frac{e^2 \hbar \omega_z}{2m^*}} \{ \sqrt{l+1} \delta_{l+1, l'} - \sqrt{l} \delta_{l-1, l'} \} \delta_{n, n'} \delta_{k_y, k_y'} \end{aligned} \quad (C-20)$$

으로 계산된다. 단일전자 전류밀도 연산자 j_z 의 행렬요소에 대한 절대치 제곱은

$$|\langle n, l, k_y | j_z | n', l', k_y' \rangle|^2 = \frac{e^2 \hbar \omega_z}{2m^*} \{ (l+1) \delta_{l+1, l'} - l \delta_{l-1, l'} \} \delta_{n, n'} \delta_{k_y, k_y'} \quad (C-21)$$

으로 주어진다.

부록 D: 전자-포논 상호작용 퍼텐셜의 행렬요소 유도

전자-포논 상호작용 퍼텐셜 γ_q 은

$$\gamma_q = C_q e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} \quad (\text{D-1})$$

으로 주어진다. 여기서 C_q 는 상호작용 퍼텐셜의 Fourier 성분이다.

1. 사각형 구속퍼텐셜에 대한 γ_q 의 행렬요소

식 (4) · (6)의 고유함수를 사용하면, γ_q 의 행렬요소는

$$\begin{aligned} |\langle n, l, k_y | \gamma_q | n', l', k_y' \rangle|^2 &= |\langle n, l, k_y | C_q e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | n', l', k_y' \rangle|^2 \\ &= |C(\vec{q})|^2 \left[\int \phi_n^* e^{\pm i q_x x} \phi_n dx \right]^2 \\ &\quad \times \left[\int \chi_l^* e^{\pm i q_z z} \chi_l dz \right]^2 \left[\langle k_y | e^{\pm i q_y y} | k_y' \rangle \right]^2 \end{aligned} \quad (\text{D-2})$$

으로 얻을 수 있다. 여기서 식 (D-2)의 첫 번째와 두 번째 적분은

$$|J_{n,n'}(\pm q_x)|^2 = \left| \int \phi_n^* e^{\pm i q_x x} \phi_n dx \right|^2, \quad (\text{D-3})$$

$$|F_{l,l'}(\pm q_z)|^2 = \left| \int \chi_l^* e^{\pm i q_z z} \chi_l dz \right|^2 \quad (\text{D-4})$$

으로 정의하고, k_y 에 대한 적분은

$$\left[\langle k_y | e^{\pm i q_y y} | k_y' \rangle \right]^2 = \delta_{k_y, k_y' \pm q_y} \quad (\text{D-5})$$

으로 주어진다. 따라서 γ_q 의 행렬요소는

$$|\langle n, l, k_y | \gamma_q | n', l', k_y' \rangle|^2 = |C(\vec{q})|^2 |J_{n,n'}(\pm q_x)|^2 |F_{l,l'}(\pm q_z)|^2 \delta_{k_y, k_y' \pm q_y} \quad (\text{D-6})$$

가 된다.

2. 포물선형 구속퍼텐셜에 대한 γ_q 의 행렬요소

식 (4) · (8)의 고유함수를 사용하면, γ_q 의 행렬요소는

$$\begin{aligned}
| \langle n, l, k_y | \gamma_q | n', l', k_y' \rangle |^2 &= | \langle n, l, k_y | C_q e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | n', l', k_y' \rangle |^2 \\
&= |C(\vec{q})|^2 \left[\int \phi_n^* e^{\pm i q_x x} \phi_n dx \right]^2 \\
&\quad \times \left[\int \chi_l^* e^{\pm i q_z z} \chi_l dz \right]^2 | \langle k_y | e^{\pm i q_y y} | k_y' \rangle |^2
\end{aligned} \tag{D-7}$$

와 같이 표현된다. 여기서, 식 (D-7)의 첫 번째와 두 번째 적분은

$$|J_{n,n'}(\pm q_x)|^2 = \left[\int \phi_n^* e^{\pm i q_x x} \phi_n dx \right]^2, \tag{D-8}$$

$$|J_{l,l'}(\pm q_z)|^2 = \left[\int \chi_l^* e^{\pm i q_z z} \chi_l dz \right]^2 \tag{D-9}$$

와 같이 정의된다. 식 (D-7)의 k_y 에 대한 적분은

$$| \langle k_y | e^{\pm i q_y y} | k_y' \rangle |^2 = \delta_{k_y, k_y' \pm q_y} \tag{D-10}$$

으로 계산된다. 따라서 γ_q 의 행렬요소는

$$| \langle n, l, k_y | \gamma_q | n', l', k_y' \rangle |^2 = |C(\vec{q})|^2 |J_{n,n'}(\pm q_x)|^2 |J_{l,l'}(\pm q_z)|^2 \delta_{k_y, k_y' \pm q_y} \tag{D-11}$$

가 된다.

부록 E: 식 (47)과 (51)의 완화율 유도

일반적으로 양자상태 λ 와 λ' 사이의 완화율은

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\lambda\lambda'}(\omega) &= \pi \sum_q \sum_{\lambda' \neq \lambda} [(n_q^- + 1) |\gamma_{q\lambda\lambda'}^-|^2 \delta(\hbar\omega + E_\lambda - E_{\lambda'} - \hbar\omega_q^-) \\
&\quad + n_q^- |\gamma_{q\lambda\lambda'}^+|^2 \delta(\hbar\omega + E_\lambda - E_{\lambda'} + \hbar\omega_q^-)] \\
&\quad + \pi \sum_q \sum_{\lambda' \neq \lambda} [(n_q^+ + 1) |\gamma_{q\lambda'\lambda}^+|^2 \delta(\hbar\omega + E_{\lambda'} - E_\lambda + \hbar\omega_q^+) \\
&\quad + n_q^+ |\gamma_{q\lambda'\lambda}^-|^2 \delta(\hbar\omega + E_{\lambda'} - E_\lambda - \hbar\omega_q^+)]
\end{aligned} \tag{E-1}$$

으로 표현된다. 여기서,

$$|\gamma_{q\lambda\lambda'}^-|^2 = |C_q^-|^2 | \langle \lambda | \exp(i\vec{q} \cdot \vec{r}) | \lambda' \rangle |^2, \tag{E-2}$$

$$|\gamma_{q\lambda\lambda'}^+|^2 = |C_q^+|^2 | \langle \lambda | \exp(-i\vec{q} \cdot \vec{r}) | \lambda' \rangle |^2 \tag{E-3}$$

이다.

양자상태 $|n, l, k_y\rangle$ 와 $|n', l', k_y'\rangle$ 사이의 전자 전이와 관련된 완화율은

$$\begin{aligned}
& \Gamma_{n', l', k_y'; n, l, k_y}(\omega) \\
&= \pi \sum_q \sum_{\lambda' \neq \lambda} [(n_q^- + 1) |\gamma_{q\lambda\lambda'}^-|^2 \delta(\hbar\omega + E_{n, l}(k_y) - E_{n', l'}(k_y') - \hbar\omega_q^-) \\
&\quad + n_q^- |\gamma_{q\lambda\lambda'}^+|^2 \delta(\hbar\omega + E_{n, l}(k_y) - E_{n', l'}(k_y') + \hbar\omega_q^-)] \\
&\quad + \pi \sum_q \sum_{\lambda' \neq \lambda} [(n_q^- + 1) |\gamma_{q\lambda'\lambda}^+|^2 \delta(\hbar\omega + E_{n', l'}(k_y') - E_{n, l}(k_y) + \hbar\omega_q^-) \\
&\quad + n_q^- |\gamma_{q\lambda'\lambda}^-|^2 \delta(\hbar\omega + E_{n', l'}(k_y') - E_{n, l}(k_y) - \hbar\omega_q^-)]
\end{aligned} \tag{E-4}$$

으로 주어진다. 식 (E-2) · (E-3)을 식 (E-4)에 대입하면

$$\begin{aligned}
\Gamma_{n', l', k_y'; n, l, k_y}(\omega) &= \pi \sum_q \sum_{n', l', k_y' \neq n, l, k_y} |\mathcal{C}(\vec{q})|^2 |J_{n, n'}(u_\perp)|^2 F_{l, l'}(t)^2 [(n_q^- + 1) \\
&\quad \times \delta_{k_y, k_y' + q_y} \delta(\hbar\omega + E_{n, l}(k_y) - E_{n', l'}(k_y') - \hbar\omega_q^-) \\
&\quad + n_q^- \delta_{k_y, k_y' - q_y} \delta(\hbar\omega + E_{n, l}(k_y) - E_{n', l'}(k_y') + \hbar\omega_q^-)] \\
&\quad + \pi \sum_q \sum_{n', l', k_y' \neq n, l, k_y} |\mathcal{C}(\vec{q})|^2 |J_{n, n'}(u_\perp)|^2 F_{l, l'}(t)^2 [(n_q^- + 1) \\
&\quad \times \delta_{k_y, k_y' + q_y} \delta(\hbar\omega + E_{n', l'}(k_y') - E_{n, l}(k_y) + \hbar\omega_q^-) \\
&\quad + n_q^- \delta_{k_y, k_y' + q_y} \delta(\hbar\omega + E_{n', l'}(k_y') - E_{n, l}(k_y) - \hbar\omega_q^-)]
\end{aligned} \tag{E-5}$$

가 된다. 극성 LO 포논 산란에 대하여 $\mathcal{C}(\vec{q})$ 는

$$|\mathcal{C}(\vec{q})|^2 = \frac{2\pi\alpha\hbar(\hbar\omega_{LO})^{3/2}}{(2m^*)^{1/2}Vq^2} = \frac{D}{Vq^2} = \frac{D}{V(q_x^2 + q_y^2 + q_z^2)} \tag{E-6}$$

이다. 여기서, D 는 극성 상호작용 상수, α 는

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar} \left(\frac{m^*}{2\hbar\omega_{LO}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{k_\infty} - \frac{1}{k_0} \right) \tag{E-7}$$

으로 주어지는 무차원의 결합 상수로 k_0 는 정적 유전상수, k_∞ 는 고진동수 유전 상수이다. 포논 분포함수 $n_q^- = [\exp(\beta\hbar\omega_q^-) - 1]^{-1}$ 에서 LO 포논을 고려하면 $\omega_q^- = \omega_{LO}$ 가 된다.

1. 사각형 구속퍼텐셜에 대한 완화율

식 (E-5)로부터 사각형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 Voigt 배치에서 양자상태 $|n, l+2m+1, k_y\rangle$ 와 $|n, l, k_y\rangle$ 사이의 전이와 연관된 LO 포논의 산란에 대한 완화율은

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{n, l+2m+1, k_y; n, l, k_y}(\omega) &= \pi \sum_q \sum_{n', l', k_y' \neq n, l, k_y} |\mathcal{C}(\vec{q})|^2 |J_{n, n'}(u_\perp)|^2 |F_{l, l+2m+1}(t)|^2 \\
 &\quad \times [(n_q^- + 1) \delta(\hbar\omega + E_{n, l}(k_y) - E_{n', l'}(k_y') - \hbar\omega_{LO}) \\
 &\quad + n_q^- \delta(\hbar\omega + E_{n, l}(k_y) - E_{n', l'}(k_y') + \hbar\omega_{LO})] \\
 &+ \pi \sum_0 \sum_{n', l', k_y' \neq n, l, k_y} |\mathcal{C}(\vec{q})|^2 |J_{n, n'}(u_\perp)|^2 |F_{l, l'}(t)|^2 [(n_q^- + 1) \\
 &\quad \times \delta(\hbar\omega + E_{n', l'}(k_y') - E_{n, l}(k_y) + \hbar\omega_{LO}) \\
 &\quad + n_q^- \delta(\hbar\omega + E_{n', l'}(k_y') - E_{n, l}(k_y) - \hbar\omega_{LO})]
 \end{aligned} \tag{E-8}$$

으로 주어진다. 식 (E-6)을 대입하고 파수벡터 \vec{q} 에 대한 합

$$\sum_q (\dots) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dq_x dq_y dq_z (\dots) \tag{E-9}$$

을 적분형태로 바꾸면 완화율은

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{n, l+2m+1, k_y; n, l, k_y}(\omega) &= \frac{D}{8\pi^2} \sum_{n', l', k_y' \neq n, l, k_y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dq_x dq_y dq_z \frac{|J_{n, n'}(u_\perp)|^2 |F_{l, l+2m+1}(t)|^2}{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2} \\
 &\quad \times [(n_q^- + 1) \delta(\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l^2 - l'^2)\epsilon_0 - \hbar\omega_{LO}) \\
 &\quad + n_q^- \delta(\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l^2 - l'^2)\epsilon_3 + \hbar\omega_{LO})] \\
 &+ \frac{D}{8\pi^2} \sum_{n', l', k_y' \neq n, l, k_y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dq_x dq_y dq_z \frac{|J_{n, n'}(u_\perp)|^2 |F_{l, l+2m+1}(t)|^2}{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2} \\
 &\quad \times [(n_q^- + 1) \delta(\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + ((l+1+2m)^2 - l'^2)\epsilon_1 + \hbar\omega_{LO}) \\
 &\quad + n_q^- \delta(\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l'^2 - (l+1+2m)^2)\epsilon_0 - \hbar\omega_{LO})]
 \end{aligned} \tag{E-10}$$

이 된다. 또, 다음의 관계식

$$u_{\perp} = \frac{1}{2} l_B^2 q_{\perp}^2 = \frac{1}{2} l_B^2 (q_x^2 + q_y^2), \quad q_{\perp} dq_{\perp} = \frac{1}{l_B^2} du_{\perp} \quad (\text{E-11})$$

$$dq_x dq_y = 2\pi q_{\perp} dq_{\perp} = \frac{2\pi}{l_B^2} du_{\perp} \quad (\text{E-12})$$

$$u_z = \frac{l_z^2 q_z^2}{2}, \quad dq_z = \frac{u_z^{-1/2}}{\sqrt{2} l_z} du_z \quad (\text{E-13})$$

$$\sum_q (\dots) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dq_x dq_y dq_z (\dots) \quad (\text{E-14})$$

$$= \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{2\pi}{l_B^2} \frac{2}{\sqrt{2} l_z} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} du_{\perp} du_z u_z^{-1/2} (\dots)$$

$$= \frac{V}{2\sqrt{2} \pi^2 l_B^2 l_z} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} du_{\perp} du_z u_z^{-1/2} (\dots)$$

을 사용하면 식 (47)의 완화율을 얻을 수 있다.

2. 사각형 구속퍼텐셜에 대한 완화율

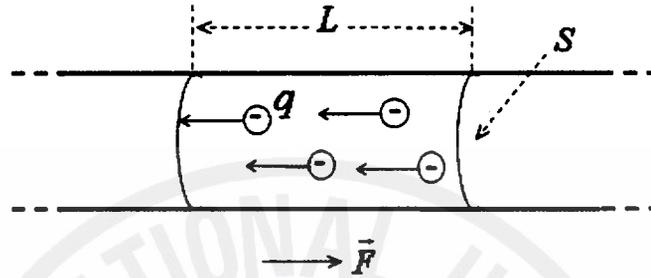
식 (E-5)와 (E-6)으로부터 포물선형 구속퍼텐셜을 가진 양자우물의 Voigt 배치에서 양자상태 $|n, l \pm 1, k_y\rangle$ 와 $|n, l, k_y\rangle$ 사이의 전이와 연관된 LO 포논의 산란에 대한 완화율은

$$\begin{aligned} \Gamma_{n, l \pm 1, k_y; n, l, k_y}(\omega) &= \frac{\pi D}{V} \sum_q \sum_{n', l' \neq n, l} \frac{|J_{n, n'}(u_{\perp})|^2 |J_{\pm 1, l'}(u_z)|^2}{q^2} \\ &\quad \times [(n_q + 1) \delta(\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l - l')\hbar\omega_z - \hbar\omega_{LO}) \\ &\quad + n_q \delta(\hbar\omega + (n - n')\hbar\omega_c + (l - l')\hbar\omega_z + \hbar\omega_{LO})] \\ &+ \frac{\pi D}{V} \sum_q \sum_{n', l', k_y' \neq n, l, k_y} \frac{|J_{n, n'}(u_{\perp})|^2 |J_{l, l'}(u_z)|^2}{q^2} \\ &\quad \times [(n_q + 1) \delta(\hbar\omega + (n' - n)\hbar\omega_c + (l' - l \mp 1)\hbar\omega_z + \hbar\omega_{LO}) \\ &\quad + n_q \delta(\hbar\omega + (n' - n)\hbar\omega_c + (l' - l \mp 1)\hbar\omega_z - \hbar\omega_{LO})] \end{aligned} \quad (\text{E-14})$$

이 된다. 파수벡터 \vec{q} 에 대한 합을 식 (E-11) · (E-12) · (E-13) · (E-14)을 사용하면 식 (51)의 완화율을 얻을 수 있다.

부록 F: 에너지 흡수율

계에 전자기파가 입사되면 전자가 흡수한 에너지는 전자의 유도전류를 통하여 줄의 열(Joule's heat)로 변하게 된다. 따라서 전자의 에너지 흡수율은 유도전류에 의한 줄의 열로부터 얻을 수 있다.



단면적이 S 인 계에서 총전하량 q 가 전기장 \vec{F} 에 의하여 t 초 동안 L 만큼 이동하였을 때, 전기장에 의하여 한 일 $\Delta W = q\vec{F} \cdot \vec{L} = qFL$ 이다. 단위부피당 일률(단위 시간당 한 일)인 단위 부피당 에너지 흡수율 P 은

$$\frac{\Delta W}{SL\Delta t} = \frac{qFL}{SL\Delta t} = \frac{q}{S} \frac{F}{\Delta t} = \frac{i}{S} F = JF = \vec{J} \cdot \vec{F} \quad (\text{F-1})$$

이다. 여기서 i 는 전류, $J(=i/S)$ 는 전류밀도이다. 따라서 시간에 의존하는 전자기파가 입사하면 단위부피당 에너지 흡수율

$$P(t) = \vec{J}(t) \cdot \vec{F}(t) \quad (\text{F-2})$$

이다. Ohm의 법칙 $\vec{J}(t) = \sigma \vec{F}(t)$ 을 적용하면 단위부피당 에너지 흡수율은 $P(t) = \sigma F^2(t)$ 이다. 따라서 선평균된 정현파 형태의 전자기파가 계에 입사하였을 때, 시간 평균 단위부피당 에너지 흡수율 P_{ave} 은

$$P_{ave} = \frac{1}{2} \sigma F^2 \quad (\text{F-3})$$

이다.

부록 G: 진동수 의존 자기전도도 계산

y 축 방향으로 진행하는 진폭 F 와 각진동수 ω 인 선편광된 전자기파

$$\begin{aligned}
\vec{F} = \hat{z}F\cos\omega t \text{ 는} \\
\vec{F} &= \hat{z}F\cos\omega t \\
&= \hat{z}F\cos\omega t + (\hat{x}F\sin\omega t - \hat{x}F\sin\omega t)/2 \\
&= (\hat{z}F\cos\omega t + \hat{z}F\cos\omega t)/2 + (\hat{x}F\sin\omega t - \hat{x}F\sin\omega t)/2 \\
&= (\hat{z}F\cos\omega t + \hat{x}F\sin\omega t)/2 + (\hat{z}F\cos\omega t - \hat{x}F\sin\omega t)/2 \\
&= \frac{1}{2}(\vec{F}_{\text{left}} + \vec{F}_{\text{right}})
\end{aligned} \tag{G-1}$$

와 같이 좌원편광된 전자기파

$$\vec{F}_{\text{left}} = \hat{z}F\cos\omega t + \hat{x}F\sin\omega t \tag{G-2}$$

와 우원편광된 전자기파

$$\vec{F}_{\text{right}} = \hat{z}F\cos\omega t - \hat{x}F\sin\omega t \tag{G-3}$$

의 선형중첩이다. 따라서, 진폭 F 와 각진동수 ω 인 선편광된 전자기파

$$\vec{F} = \hat{z}F\cos\omega t \tag{G-4}$$

가 계에 입사하였을 때, 계로 전달된 평균 에너지 흡수율은

$$P(\omega) = \frac{F^2}{2}\sigma_{zz}(\omega) \tag{G-5}$$

이다. 여기서 진동수 의존 자기전도도 $\sigma_{zz}(\omega)$ 는

$$\sigma_{zz}(\omega) = \bar{\sigma}_{zz}(\omega) + \bar{\sigma}_{zz}(-\omega) \tag{G-6}$$

으로 좌원편광된 전자기파에 의한 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{zz}(\omega)$ 와 우원편광된 전자기파에 의한 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{zz}(-\omega)$ 의 합으로 주어진다.

복소 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{zz}(\tilde{\omega})$ 의 일반적인 형태는

$$\begin{aligned}
\bar{\sigma}_{zz}(\tilde{\omega}) &= -\frac{\beta}{V}\sum_{\lambda_1} f(E_{\lambda_1}^0)[1-f(E_{\lambda_1}^0)] \langle \lambda_1 | j_z | \lambda_1 \rangle \ll \lambda_1 | \bar{j}_z(\tilde{\omega}) | \lambda_1 \gg_B \\
&+ \frac{1}{V}\sum_{\lambda_2 \neq \lambda_1} \frac{f(E_{\lambda_1}^0) - f(E_{\lambda_2}^0)}{E_{\lambda_1}^0 - E_{\lambda_2}^0} \langle \lambda_2 | j_z | \lambda_1 \rangle \ll \lambda_1 | \bar{j}_z(\tilde{\omega}) | \lambda_2 \gg_B
\end{aligned} \tag{G-7}$$

이다. 여기서, $\tilde{\omega} = \omega - i\eta$ ($\eta \rightarrow 0^+$), $\langle \dots \rangle_B$ 는 배경 (포논 또는 불순물)에 대한

평균을 의미하며, $f(E_\lambda)$ 는 상태 λ 와 관련된 페르미-디랙 분포함수이다. 식 (G-7)의 첫 번째 항은 선택규칙인 단일전자 전류밀도 연산자의 행렬요소에서 같은 양자상태로 전이(비깡충뛰기 전이: non-hopping transition)되는 경우에 적용되고, 다른 양자상태로 전이(깡충뛰기 전이: hopping transition)되는 경우에는 두 번째 항을 적용한다. 깡충뛰기 전이인 경우에 해당하는 진동수 의존 자기전도도는 복소 진동수 의존 자기전도도의 실수부를 취함으로써 구할 수 있다. 즉,

$\lim_{\eta \rightarrow 0} \text{Re} \bar{\sigma}_{zz}(\tilde{\omega}) \equiv \bar{\sigma}_{zz}(\omega)$ 이다. 여기서,

$$\begin{aligned} \langle \lambda_2 | \bar{j}_z(\tilde{\omega}) | \lambda_1 \rangle_B &= \frac{\hbar}{i} \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\langle \lambda_2 | j_z | \lambda_1 \rangle}{\hbar\tilde{\omega} + E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2} - \nabla_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega}) + i\Gamma_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega})} \\ &= \frac{\hbar}{i} \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\langle \lambda_2 | j_z | \lambda_1 \rangle}{\hbar(\omega - i\eta) + E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2} - \nabla_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega}) + i\Gamma_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega})} \end{aligned} \quad (\text{G-8})$$

이다. $\bar{\sigma}_{zz}(\tilde{\omega})$ 에 식 (F-8)을 넣으면, 복소 진동수 의존 자기전도도는

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz}(\tilde{\omega}) &= \frac{\hbar}{iV} \sum_{\lambda_2 \neq \lambda_1} \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{f(E_{\lambda_1}) - f(E_{\lambda_2})}{E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2}} \\ &\quad \times \frac{|\langle \lambda_1 | j_z | \lambda_2 \rangle|^2}{\hbar(\omega - i\eta) + E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2} - \nabla_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega}) + i\Gamma_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega})} \\ &= \frac{\hbar}{iV} \sum_{\lambda_2 \neq \lambda_1} \frac{f(E_{\lambda_1}) - f(E_{\lambda_2})}{E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2}} \\ &\quad \times \frac{|\langle \lambda_1 | j_z | \lambda_2 \rangle|^2 [\hbar\omega + E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2} - \nabla_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega}) - i\Gamma_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega})]}{[\hbar\omega + E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2} - \nabla_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega})]^2 + \Gamma_{\lambda_2\lambda_1}^2(\tilde{\omega})} \end{aligned} \quad (\text{G-9})$$

가 된다. $\bar{\sigma}_{zz}(\tilde{\omega})$ 의 실수부를 취하면, 진동수 의존 자기전도도 $\bar{\sigma}_{zz}(\omega)$ 는

$$\bar{\sigma}_{zz}(\omega) = \text{Re}(\bar{\sigma}_{zz}(\tilde{\omega})) \quad (\text{G-10})$$

$$= -\frac{\hbar}{V} \sum_{\lambda_2 \neq \lambda_1} \frac{f(E_{\lambda_1}) - f(E_{\lambda_2})}{E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2}} \frac{|\langle \lambda_1 | j_z | \lambda_2 \rangle|^2 \Gamma_{\lambda_2\lambda_1}(\omega)}{[\hbar\omega + E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2} - \nabla_{\lambda_2\lambda_1}(\tilde{\omega})]^2 + \Gamma_{\lambda_2\lambda_1}^2(\tilde{\omega})}$$

와 같이 쓸 수 있다. 여기서 ∇ 는 자체에너지(self-energy)의 실수부로 공명 진동수의 선이동(line shift)을 의미하고, Γ 는 자체에너지의 허수부로 선폭(line

width)을 나타낸다.

사각형과 포물선형 구속퍼텐셜에 대한 단일전자 전류 연산자의 행렬 요소인 식 (46)와 (50)을 식 (G-10)에 대입한 후, 선이동이 없다고(즉, $\nabla \approx 0$) 가정하고, 또, k_y 에 대한 합 \sum_{k_y} 는

$$\sum_{k_y}(\dots) = \frac{L_y}{2\pi} \int_{-\frac{\pi\xi}{L_y}}^{\frac{\pi\xi}{L_y}} dk_y(\dots) = \xi = \frac{L_x L_y m^* \omega_c}{2\pi\hbar} \quad (\text{G-11})$$

으로 축퇴되어 있음을 고려하면 진동수 의존 자기전도도인 식 (45)과 (49)를 얻을 수 있다.



감사의 글

석사학위논문의 지도교수를 선뜻 맡아서 물심양면으로 지도를 아끼지 않으시고 특히 오랜 기간 동안 많은 격려와 자상함을 보여주신 김 두 철 교수님께 진심으로 감사드립니다. 그리고 논문의 심사위원장을 맡아서 논문의 완성도를 높이기 위하여 부족한 부분을 자세하게 짚어주신 김 용 주 교수님과 논문의 시작부터 마무리까지 모든 과정을 같이하여 주신 이 상 칠 학술연구교수님께도 깊은 감사를 드립니다. 아울러 깊은 관심과 격려를 아끼지 않으신 최 치 규 교수님, 현 남 규 교수님, 고 정 대 교수님, 유 영 훈 교수님, 우 종 관 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 고생하는 모습을 옆에서 지켜보면서 안타까워했던 은서 엄마와 같이 놀아주지 않는다면 보채던 사랑하는 딸 은서에게도 감사의 말씀을 전합니다.

