

---

碩士學位論文

유색 측정잡음을 갖는 기동표적의  
추적 알고리즘

濟州大學校 大學院

電子工學科



제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

權 成 淑

1997年 12月

유색 측정잡음을 갖는 기동표적의  
추적 알고리즘

指導教授 金 慶 淵

權 成 淑

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함

1997年 12月



權成淑의 工學 碩士學位 論文을 認准함.

審査委員長 \_\_\_\_\_ 印  
委 員 \_\_\_\_\_ 印  
委 員 \_\_\_\_\_ 印

濟州大學校 大學院

1997年 12月

---

**Tracking algorithm of a maneuvering target  
with colored measurement noise**

**Seong-Sook Kwon**

( Supervised by Professor Kyung-Youn Kim )

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING

DEPARTMENT OF ELECTRONIC ENGINEERING  
GRADUATE SCHOOL  
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

1997. 12.

# 목 차

Summary .....	1
I. 서 론 .....	2
II. 표적의 운동 및 측정모델 .....	5
III. 비상관 프로세스 및 추정 알고리즘 .....	9
1. 비상관 프로세스 .....	9
2. 추정 알고리즘 .....	10
IV. 표적추적 알고리즘 .....	23
1. 칼만 필터 알고리즘 .....	23
2. 평방근 정보필터 알고리즘 .....	25
3. 제안된 상호간섭 다중모델 알고리즘 .....	31
V. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 .....	37
1. AR 파라미터 추정 알고리즘 .....	37
2. 칼만필터 알고리즘 .....	42

---

3. 제안된 상호간섭 다중모델 알고리즘 .....	45
VI. 결론 .....	54
참고문헌 .....	55



---

## Summary

In tracking a maneuvering target by a practical radar system, the measurement noise is significantly correlated to time when the measurement frequency is high. The colored measurement noise may degrade the performance of the tracking algorithm. A decorrelation process based on the autoregressive(AR) model is used in common to get around the performance degradation problem. In this paper, we propose an efficient interacting multiple model(IMM) algorithm based on the square root information filter(SRIF) to enhance the tracking performance of the maneuvering target with colored measurement noise. The SRIF is employed instead of the conventional Kalman filter since it exhibits more effective features in handling the decorrelation process and improved numerical characteristics. Also, we describe a decorrelation process with parameter estimation technique which is based on the AR model of the colored measurement noise. The Monte Carlo simulations for the maneuvering target are provided to demonstrate the enhanced tracking performance of the proposed algorithm.

## I. 서론

잡음이 포함되어 있는 측정 데이터로부터 표적의 위치, 속도 및 가속도 등의 정보를 추정하는 것을 표적추적(target tracking)이라고 한다. 표적추적에서 가장 중요한 것중의 하나는 표적의 동력학(dynamics)에 대한 정확한 수학적 모델을 찾는 것이며, 이 문제는 오랜 기간동안 연구되어 왔다(Wang and Varshney, 1993), (Chang and Tabaczynski, 1984), (Blackman, 1986), (Bar-Shalom and Fortmann, 1988). 가속 또는 기동(maneuvering)운동을 하는 표적에 대한 수학적 모델은 일정한 직선을 따라 등속운동을 하는 표적에 대한 수학적 모델과는 다르다. 또한 이러한 수학적 모델이 정확하지 않으면 아무리 우수한 추적기(tracker or filter)를 설계하더라도 실제 추적성능은 저하되며, 심지어 표적을 잃어버리기도(track loss)한다. 예로 표적이 갑작스런 기동을 하는 경우, 기동입력의 크기나 기동시작 및 종료시각 등을 관측자가 정확히 알지 못하여 항상 시간지연이 존재하므로 정확한 표적모델을 구할 수가 없기 때문에 추적필터를 설계하는 것은 매우 어렵다.

이러한 실제 표적에 대한 수학적 모델의 불일치문제를 극복하기 위한 연구는 다각도로 진행되어 왔으며, 크게 세 가지로 분류할 수 있다. 표적의 잔류오차(residual error)로부터 미지의 기동 입력을 추정하여 보상하는 입력추정(input estimation)기법(Bolger, 1987), (Chan 등 1979), (Bar-Shalom 등 1989), 기동이 탐지되면 저차의 모델을 고차의 모델로 바꾸고 기동필터를 재초기화 시키는 가변차원(variable dimension)기법(Cloutier 등 1993), (Bar-Shalom and Birimiwal, 1982), 그리고 여러개의 필터를 사용하여 각 필터의 출력을 확률적도에 따라 서로 조합하여 예측상태를 구하는 상호간섭다중모델(interacting multiple model)기법(Wu and Cheng, 1994), (Blom and Bar-Shalom, 1988), (Lerro and Bar-Shalom, 1993), (Blair 등 1991) 등이 있다. 입력추정기법은 많은 수의 필터가 필요하므로 비효과적이며, 가변차원기법은 비록 간단하지만 기동이 탐지되면 저차의 모델을 고차의 모델로 전환하여 재초기화 시켜야 함으로 데이터의 처리과정에서 불연속

성이 발생하여 실시간 구현이 어렵다. 상호간섭 다중모델기법은 나머지 두 기법에 비해 상대적으로 비교적 양호한 계산부담(computational load)으로 좋은 추적 성능을 보이며, 여러 가지 표적추적의 실시간 구현에 응용되고 있다.

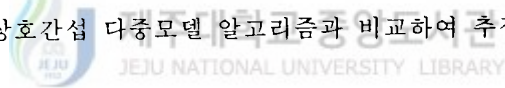
그러나, 지금까지 소개된 상호간섭 다중모델 알고리즘들은 추적필터 설계시 모두 전통적인 칼만필터를 사용하고 있다. 칼만필터는 그것이 갖는 고유의 간단성(simplicity)과 다양성(versatility), 그리고 디지털 컴퓨터로의 구현이 용이한 점 등 때문에 추적시스템에서 가장 널리 응용되고 있으나, 필터링과정 중에 컴퓨터의 라운드오프(round-off) 오차에 민감하므로 공분산행렬의 양한정성(positive-definite)이 보장되지 않는 등의 수치적으로 불안정한 특성을 나타내며, 특히 악조건(ill-condition)시에는 추적성능이 현저히 저하된다(Bierman, 1977), (Kaminski 등 1971).

일반적으로, 추적시스템에서는 측정잡음 및 프로세스잡음을 백색 가우시안으로 가정하여 최적추적필터를 설계하고 있으며, 이들 필터의 최적성은 이러한 가정에만 보장된다. 만약 이러한 가정이 성립하지 않으면 추적필터는 더 이상 최적필터가 아니며 따라서 추적성능도 저하된다. 실제 측정잡음은 여러 가지 형태의 유색잡음(colored noise)이며 각종 센서의 종류에 따라 특정한 바이어스가 포함되는 경우가 빈번하다. 예를 들어, 실제적인 레이더 시스템에 있어서 센서의 측정주파수가 고주파수일 경우, 측정잡음은 시간적으로 독립이지 못하므로 상관관계를 갖으며, 이는 추적성능을 저하시키는 요인이 된다. 이러한 상관된 측정잡음을 갖는 표적을 효과적으로 추적하기 위하여, Rogers(1987)는 측정잡음을 1차 마코프(Markov) 프로세스로 모델링하여  $\alpha-\beta$  필터를 설계함으로써 비기동 표적에 대한 추적성능을 향상시켰다. 또한, Guu와 Wei(1991)는 Rogers의 방법을 기초로 한 비상관 프로세스(decorrelation process)를 설계하여 상호간섭 다중모델에 적용함으로써 상관된 측정잡음을 갖는 기동표적에 대한 추적성능을 향상시켰다. 여기에서는 시간에 상관된 측정잡음을 AR모델(autoregressive model)로 설정하였으나, AR모델의 파라미터를 추정하지 못하여 실제 적용시 임의적으로 값을 선정해야 하는 문제점을 가지고 있었다. 이 문제점은 역시 Guu와 Wei(1991)에 의하여 해결



되었으나, 이 방법은 계산량이 너무 많고 Markov 가속도 모델(Markovian acceleration model)에만 적용가능하므로 일반성이 결여된다. 최근 최근 Wu와 Chang(1996)은 측정데이터의 간단한 조작으로 새로운 유색잡음을 추출하여 이를 MA(moving average) 필터와 fading memory 기술을 이용하여 AR 파라미터 추정 알고리즘을 설계하고 있다. 하지만 이를 칼만필터에 기초로 한 상호간섭 다중 모델에 적용하여 추적필터를 구성하기 때문에 위에서 언급한 칼만필터의 문제점을 갖게 된다.

본 논문에서는 칼만필터가 갖는 수치적인 불안정성을 해결하기 위해서 평방근 정보필터를 기초로 하는 상호간섭 다중모델 알고리즘을 제안하였다. 평방근 정보필터는 필터링과정 중에 공분산 행렬 대신에 그의 평방근을 전파함으로써 이들로 부터 얻어지는 공분산행렬의 대칭성(symmetry)과 양한정성이 보장되며, 동일한 word-length를 갖는 컴퓨터에서 칼만필터에 비해 실제적인 정확도가 2배 증가됨이 입증된 바 있다(Kaminski 등 1971). 제안된 상호간섭 다중모델 알고리즘은 등속 및 등가속 모델에 대한 병렬 평방근 정보필터로 구성되며, 이들 평방근 정보필터는 칼만필터에 비해 비상관 프로세스를 수용할 수 있는 구조적인 장점을 갖는다. 제안된 상호간섭 다중모델 알고리즘을 표준 상호간섭 다중모델과 Wu와 Chang(1996)의 상호간섭 다중모델 알고리즘과 비교하여 추적성능을 확인한다.



## II. 표적의 운동 및 측정모델

일반적으로 추적시스템에서는 표적에 대한 운동모델은 직각좌표계(Cartesian coordinates)를 사용하고, 센서에 의한 측정모델은 구좌표계(spherical coordinates)를 사용한다. 따라서 표적의 운동모델은 위치, 속도 및 가속도 등의 상태벡터로 표시되는 선형상태방정식이 되며, 센서의 측정모델은 거리, 방위각 및 고도각 등의 출력벡터로 표시되는 비선형 측정방정식이 된다. 여기서 비선형성은 직각좌표계에서 구좌표계로의 변환시에 발생한다.

표적에 대한 이산시간 선형동적모델은 다음과 같이 주어진다.

$$x_{k-1} = \Phi x_k + \Psi w_k \quad (2.1)$$

여기서,  $x_k$ 는 시각  $k$ 에서 표적상태벡터이며, 상태변수는 다음과 같이 각 축의 위치, 속도 및 가속도벡터로 구성된다.

$$x_k \equiv [x(k) \ v_x(k) \ a_x(k) \ y(k) \ v_y(k) \ a_y(k) \ z(k) \ v_z(k) \ a_z(k)]^T \quad (2.2)$$

한편, 상태전이행렬  $\Phi$ 와 프로세스 잡음이득행렬  $\Psi$ 는

$$\Phi = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & F & 0 \\ 0 & 0 & F \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} G & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

으로 주어지며, 여기서

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 1/2T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1/2T^2 \\ T \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

이다. 식(5)에서  $T$ 는 측정센서의 샘플링간격을 나타낸다.

또한,  $w_k$ 는 프로세스 잡음으로 통상 평균이 '0'인 백색잡음으로 모델링되며, 다음과 같이 공분산  $Q$ 를 갖는다고 가정한다.

$$E[w_k(w_j)^T] = Q\delta_{kj}, \quad \delta_{kj} : \text{크로네커델타함수} \quad (2.6)$$

표적의 측정모델은 통상적으로 센서에 의해 표적의 위치가 관측되며, 이때 레이다의 측정오차 때문에 실제적으로 측정잡음이 더해진 표적의 위치가 측정되게 된다. 그리고 일반적으로 비선형 방정식으로 기술되지만, 상태 추정치 및 공분산의 계산상 매우 복잡해지는 단점이 있어 여기서는 편의상 다음과 같이 선형으로 간주하여 계산 시간을 단축한다.

$$z_k = Hx_k + \nu_k \quad (2.7)$$

여기서, 측정행렬  $H$ 는 다음과 같이 직각 좌표계의 위치 정보만 측정한다고 가정한다.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

한편,  $\nu_k$ 는 측정잡음을 나타내는 데, 측정주파수가 고주파일 경우에는 측정잡

음의 시간에 대한 상관관계를 무시할 수가 없게 된다. 따라서, 측정잡음을 다음과 같이 1차 AR 프로세스로 모델링한다.

$$\nu_k = \alpha \nu_{k-1} + \eta_k \quad (2.9)$$

여기서,  $\alpha$ 는 모델의 상관계수이며,  $\eta_k$ 는 영평균 백색 가우시안 잡음을 나타낸다.  $\eta_k$ 의 공분산은  $\nu_k$ 의 분산이  $R$ 이라고 할 때  $(1 - \alpha^2)R$ 의 값을 갖는다 (Rogers, 1987).

$$E[\nu_k(\nu_j)^T] = R\delta_{kj} \quad (2.10)$$

$$E[\eta_k(\eta_j)^T] = (1 - \alpha^2)R\delta_{kj} \quad (2.11)$$

최적필터를 설계하기 위해서는 몇 가지 가정이 더 필요하다. 우선, 프로세스잡음과 측정잡음은 다음과 같이 서로 독립이 되어야 한다.

$$E[w_k(\nu_j)^T] = 0 \text{ for all } k, j \quad (2.12)$$

추가적으로 공분산 행렬  $Q$ 와  $R$ 는 다음과 같이 이들의 평방근을 정의하기 위해  $Q$ 는 최소한 양반한정(positive semidefinite)행렬이어야 하고  $R$ 은 모든 측정이 잡음의 영향을 받으므로 양한정행렬이 됨을 가정한다.

$$Q^{-1} = R_u^T R_u \quad (2.15)$$

$$R^{-1} = R_j^T R_j \quad (2.16)$$

표적추적문제는 시간  $k$ 까지의 측정된 출력으로부터 시간  $k$ 에서의 표적상태벡터를 최적으로 추정하고 시간  $k+1$ 에서의 표적상태벡터를 예측하고 반복하는 것이다. 그림1은 이러한 표적추적문제를 블록선도로 표현하였다.

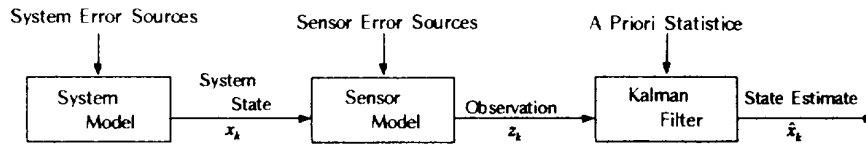


Fig. 1. Block diagram of target tracking problem.

### Ⅲ. 비상관 프로세스 및 추정 알고리즘

#### 1. 비상관 프로세스

상관된 측정잡음을 시간에 대해 독립이 되도록 하기 위해서, 여기서는 실제 측정벡터인  $z_k$  대신에 새로운 인위적인 측정벡터  $y_k$ 를 유도한다. 하지만 실제의 상관계수를 알 수 없으므로,  $\alpha$  대신 추정한 상관계수를  $\bar{\alpha}$ 로 표기하여 센서의 측정모델을 다음과 같이 전개한다.

$$y_k = z_k - \bar{\alpha} z_{k-1} \quad (3.1.1)$$

$$\begin{aligned} &= (Hx_k + \nu_k) - \bar{\alpha}(Hx_{k-1} + \nu_{k-1}) \\ &= Hx_k - \bar{\alpha}Hx_{k-1} + (\nu_k - \bar{\alpha}\nu_{k-1}) \\ &= [Hx_k - \bar{\alpha}H\Phi^{-1}(x_k - \Psi w_{k-1})] + (\nu_k - \bar{\alpha}\nu_{k-1}) \\ &= [H - \bar{\alpha}H\Phi^{-1}]x_k + \bar{\alpha}H\Phi^{-1}\Psi w_{k-1} + (\alpha\nu_{k-1} + \eta_k - \bar{\alpha}\nu_{k-1}) \\ &= [H - \bar{\alpha}H\Phi^{-1}]x_k + \bar{\alpha}H\Phi^{-1}\Psi w_{k-1} + [(\alpha - \bar{\alpha})\nu_{k-1} + \eta_k] \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

여기서, 선형방정식형태로 표현하기 위해 아래와 같이 치환하면, 식(3.1.5)과 같은 새로운 센서의 측정모델식을 얻을 수 있다.

$$\hat{H} = H - \bar{\alpha}H\Phi^{-1} \quad (3.1.3)$$

$$\hat{\nu}_k = \bar{\alpha}H\Phi^{-1}\Psi w_{k-1} + [(\alpha - \bar{\alpha})\nu_{k-1} + \eta_k] \quad (3.1.4)$$

$$y_k = \hat{H}x_k + \hat{\nu}_k \quad (3.1.5)$$

이렇게 전개된 측정모델을 아래와 같이 대치시켜 기본추정 알고리즘에 포함시킨다.

$$H \rightarrow \hat{H}, \quad \nu_k \rightarrow \hat{\nu}_k, \quad z_k \rightarrow y_k \quad (3.1.6)$$

만일  $\bar{\alpha} \approx \alpha$  이라면, 새로운 측정잡음  $\hat{\nu}_k$  은 백색잡음이 되지만, 프로세스잡음  $w_{k-1}$  과 상관관계가 있는 백색잡음이 된다. 하지만 여기서, 대부분 실제적인 시스템에서는 식(3.1.4)의 첫 번째 항  $\bar{\alpha}H\Phi^{-1}\Psi w_{k-1}$  의 값은 매우 작은 값을 보인다. 그러므로 이 값은 추적효율의 미세한 감소를 보여 비상관프로세스에 의해 유도된  $\hat{\nu}_k$  은 시간에 대해 독립적인 측정잡음으로 표현될 수 있다.

## 2. 추정 알고리즘



비상관프로세스는 AR 파라미터( $\alpha$ 와  $\sigma_\eta^2$ )를 알고 있다고 가정하고 유도를 한 것이다. 하지만 실제 응용에서는 이러한 파라미터를 미리 안다는 것은 어렵기 때문에 이절에서는 AR 파라미터를 추정하기 위한 알고리즘이 필요하다. 여기에서는 Wu와 Chang(1996)이 제안한 효과적인 추정알고리즘을 소개하고자 한다. 추정하는 과정은 다음의 3단계로 이루어지며 이에 대한 블록선도는 그림2와 같다.

1) 유색잡음의 생성

측정모델에는 상태변수  $x_k$ 가 포함되어 있기 때문에 정확한 AR 파라미터를 추정하는 것은 어렵다. 그래서 이러한 상태변수를 제거함으로써 더욱 편리하게 파라미터를 추정할 수 있다. 우선, Newton 법칙을 이용하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$x_{k+1} = x_k + v_k T + \frac{1}{2} a_k T^2 \quad (3.2.1)$$

$$v_{k+1} = v_k + a_k T \quad (3.2.2)$$

(3.2.1)과 (3.2.2)를 이용하여 다음과 같이 상태변수  $x_k$ 를 포함하지 않는 새로운 신호  $\bar{u}_k$ 를 얻는다.

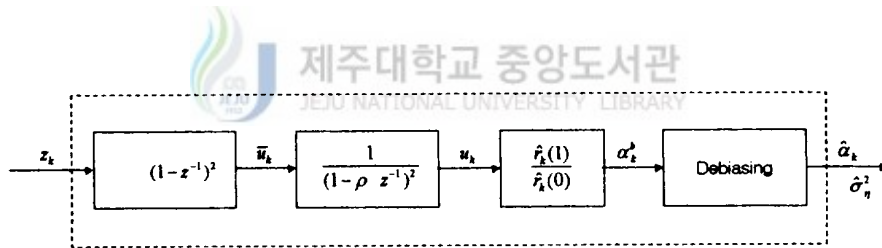


Fig. 2. Block diagram of AR parameter estimation algorithm.



$$\begin{aligned}
\bar{u}_k &= z_k - 2z_{k-1} + z_{k-2} \\
&= (z_k - z_{k-1}) - (z_{k-1} - z_{k-2}) \\
&= (\nu_k - 2\nu_{k-1} + \nu_{k-2}) + (x_k - x_{k-1}) - (x_{k-1} - x_{k-2}) \\
&= (\nu_k - 2\nu_{k-1} + \nu_{k-2}) + (v_{k-1}T + \frac{1}{2}a_{k-1}T^2) - (v_{k-2}T + \frac{1}{2}a_{k-2}T^2) \\
&= (\nu_k - 2\nu_{k-1} + \nu_{k-2}) + (v_{k-1} - v_{k-2})T + \frac{1}{2}a_{k-1}T^2 - \frac{1}{2}a_{k-2}T^2 \\
&= (\nu_k - 2\nu_{k-1} + \nu_{k-2}) + a_{k-2}T^2 + \frac{1}{2}a_{k-1}T^2 - \frac{1}{2}a_{k-2}T^2 \\
&= (\nu_k - 2\nu_{k-1} + \nu_{k-2}) + \frac{1}{2}(a_{k-1} + a_{k-2})T^2 \tag{3.2.3}
\end{aligned}$$

필터링의 효과를 판단하기 위해  $z$ 영역으로 변환한다. 우선 (3.2.3)를  $z$ 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\bar{u}(z) &= (1 - z^{-1} + z^{-2})\nu(z) + m(z) \\
&= (1 - z^{-1})^2\nu(z) + m(z) \tag{3.2.4}
\end{aligned}$$

여기서,  $m(z) = \frac{1}{2}(z^{-1} + z^{-2})a(z)T^2$  이다.

(2.9)과 같이 AR 프로세스로 모델링된  $\nu_k$ 의  $z$ 변환은 다음과 같다.

$$\nu(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}} \eta(z) \tag{3.2.5}$$

(3.2.5)를 (3.2.4)에 대입하여  $\bar{u}(z)$ 를 다시 표현하면 다음과 같은 ARMA(auto-regressive moving average) 프로세스모형을 유도할 수 있다.

$$\bar{u}(z) = \frac{(1-z^{-1})^2}{1-\alpha z^{-1}} \eta(z) + m(z) \quad (3.2.6)$$

하지만 (3.2.6)에서 단위원상에 2개의 영점이 존재하기 때문에 AR 파라미터를 추정하기 어렵다. 이문제를 해결하기 위해 2개의 영점을 제거하기 위한 MA 필터를 구성한다. 이 필터의 전달함수는 다음과 같다.

$$F(z) = \frac{1}{(1-\rho z^{-1})^2} \quad (3.2.7)$$

여기서  $0 \leq \rho \leq 1$ 이다.  $\bar{u}(z)$ 가  $F(z)$ 를 통과하면서 다음과 같은 출력  $u(z)$ 를 얻는다.

$$u(z) = \frac{1}{1-\alpha z^{-1}} \frac{(1-z^{-1})^2}{(1-\rho z^{-1})^2} \eta(z) + \frac{m(z)}{(1-\rho z^{-1})^2} \quad (3.2.8)$$

비기동표적인 경우  $m(z)=0$ 이기 때문에 (3.2.8)의 오른쪽 두 번째 항은 0이다. 만일,  $\rho=1$ 이면 2개의 영점은 완전히 제거된다. 그러므로 (3.2.8)로부터  $u_k$ 는 완전히 유색잡음인  $v_k$ 와 다음과 같이 동일함을 알 수 있다.

$$u_k = \alpha u_{k-1} + \eta_k \quad (3.2.9)$$

하지만 기동표적인 경우 가속항  $m(z)$ 를 무시할 수가 없다. 이 경우  $\rho$ 는 1을 선택할 수 없다. 필터의 전달함수  $F(z)$ 를 다음과 같이 푸리에 변환을 하여 이를 쉽게 확인 할 수 있다.

$$F(e^{jw}) = \frac{1}{(1 - \rho e^{-jw})^2} \quad (3.2.10)$$

(3.2.10)의 크기를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} |F(e^{jw})| &= \left| \frac{1}{1 - \rho e^{-jw}} \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{1 - \rho(\cos w - j\sin w)} \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{(1 - \rho \cos w)^2 + (\rho \sin w)^2}} \right|^2 \\ &= \frac{1}{(1 + \rho^2) - 2\rho \cos w} \end{aligned} \quad (3.2.11)$$

만일 (3.2.11)에서  $\rho$ 가 1이고  $w$ 가 작은 값으로 갈수록  $F(z)$ 의 푸리에변환 크기는 커지게 되어 전체 추정 알고리즘의 항복영역이 된다. 이를 해결하기 위해  $\rho$ 는 0.9 혹은 이보다 조금 작은 값을 선택을 하게된다. 그 결과 (3.2.8)의 두 번째항의 영향은 첫 번째 항에 비해 매우 작은 값을 갖는다. 그러므로 적당한  $\rho$ 를 선택하게 되면 (3.2.8)의 두번째항은 무시할 수 있다. 따라서 (3.2.8)은 다음과 같이 근사시킬 수 있다.

$$u(z) \approx \frac{1}{1 - az^{-1}} \frac{(1 - z^{-1})^2}{(1 - \rho z^{-1})^2} \eta(z) \quad (3.2.12)$$

2) 바이어스된 상관계수  $a^b$ 의 계산

(3.2.12)에서  $\rho$ 가 1이 아니기 때문에 또 다른 문제를 갖게 된다.  $u_k$ 는 더 이상 실제 측정잡음  $v_k$ 와 동일하지 않으며 바이어스를 갖게 됨을 알 수 있다.

한편, (3.2.9)의 양변에  $u_{k-l}^*$ 을 곱한후(여기서 \*는 공액복소전치를 나타냄) 기

대값을 취하게 되면 다음과 같은 방정식을 수할 수 있다.

$$E[u_k u_{k-l}^*] = \alpha E[u_{k-1} u_{k-l}^*] + E[\eta_k u_{k-l}^*]$$

$$r(l) - \alpha r(l-1) = E[\eta_k u_{k-l}^*], \quad l=0, 1 \quad (3.2.13)$$

여기서,  $r(\cdot)$ 는  $u_k$ 의 자기상관함수이다.

(3.2.13)을 확장된 행렬형태로 표기하면 다음과 같은 Yule-Walker 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} r(0) & r(1) \\ r(1) & r(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_\eta^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.14)$$

여기서,  $\sigma_\eta^2$ 은  $\eta_k$ 의 공분산이다.

(3.2.14)로 부터 바이어스된 상관계수  $\alpha^b$ 와 공분산  $\sigma_\eta^2$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.



$$\hat{\alpha}^b = \frac{\hat{r}(1)}{\hat{r}(0)} \quad (3.2.15)$$

$$\sigma_\eta^2 = \hat{r}(0) - \alpha \hat{r}(1) \quad (3.2.16)$$

여기서 자기상관함수는 다음과 같이 fading memory 기술(Haykin, 1996)을 이용하여 구한다.

$$\hat{r}_k(0) = \beta \hat{r}_{k-1}(0) + (1-\beta)u_k^2 \quad (3.2.17)$$

$$\hat{r}_k(1) = \beta \hat{r}_{k-1}(1) + (1 - \beta)u_k u_{k-1} \quad (3.2.18)$$

여기서  $0 < \beta < 1$  이며 forgetting factor이다. 만일  $\beta$ 가 크면  $\hat{r}(\cdot)$ 의 수렴은 느려지며  $\alpha$ 의 변화에 재빨리 응답할 수 없다. 하지만  $\beta$ 를 크게 사용하면 추정분산은 작아진다. 반대로  $\beta$ 가 작아지면  $\hat{r}(\cdot)$ 의 수렴과 응답은 빨라지긴 하지만 추정분산은 커지게 된다.

### 3) $\alpha$ 와 $\sigma_\eta^2$ 추정

두 번째 단계에서 구한 상관계수와 공분산의 바이어스를 보정하기 위해서는  $\hat{\alpha}$ 와  $\frac{\hat{r}(1)}{\hat{r}(0)} (= \hat{\alpha}^b)$ 의 관계를 알아야 한다. (3.2.12)를 다시 아래와 같이 전개할 수 있다.

$$[1 - (2\rho + \alpha)z^{-1} + (2\alpha + \rho^2)z^{-2} - \alpha\rho^2 z^{-3}]u(z) = (1 - 2z^{-1} + z^{-2})\eta(z) \quad (3.2.19)$$



(3.2.19)에서 확인되듯이  $u(z)$ 는 ARMA 프로세스이다. 우선 이의 Yule-Walker 방정식을 구하기 위해 다음과 같이 시간영역으로 전환한다.

$$u_k - a_1 u_{k-1} - a_2 u_{k-2} - a_3 u_{k-3} = \eta_k - 2\eta_{k-1} + \eta_{k-2} \quad (3.2.20)$$

$$u_k = a_1 u_{k-1} + a_2 u_{k-2} + a_3 u_{k-3} + \eta_k - 2\eta_{k-1} + \eta_{k-2} \quad (3.2.21)$$

여기서,

$$a_1 = 2\rho + \alpha \quad (3.2.22)$$

$$a_2 = -(2\rho\alpha + \rho^2) \quad (3.2.23)$$

$$a_3 = \rho^2\alpha \quad (3.2.24)$$

이다.

(3.2.20)의 양변에  $u_{k-l}^*$  을 곱한 후 기대값을 취하면 다음과 같은 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[u_k u_{k-l}^*] - a_1 E[u_{k-1} u_{k-l}^*] - a_2 E[u_{k-2} u_{k-l}^*] - a_3 E[u_{k-3} u_{k-l}^*] \\ = E[\eta_k u_{k-l}^*] - 2E[\eta_{k-1} u_{k-l}^*] + E[\eta_{k-2} u_{k-l}^*] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r(l) - a_1 r(l-1) - a_2 r(l-2) - a_3 r(l-3) \\ = E[\eta_k u_{k-l}^*] - 2E[\eta_{k-1} u_{k-l}^*] + E[\eta_{k-2} u_{k-l}^*], \quad l=0, 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (3.2.25)$$

(3.2.25)을 다음과 같이 확장된 형태로 표기한다.

$$\begin{aligned} r(0) - a_1 r(1) - a_2 r(2) - a_3 r(3) \\ = E[\eta_k u_k^*] - 2E[\eta_{k-1} u_k^*] + E[\eta_{k-2} u_k^*] \end{aligned} \quad (3.2.26)$$

$$\begin{aligned} -a_1 r(0) + (1 - a_2) r(1) - a_3 r(2) \\ = E[\eta_k u_{k-1}^*] - 2E[\eta_{k-1} u_{k-1}^*] + E[\eta_{k-2} u_{k-1}^*] \end{aligned} \quad (3.2.27)$$

$$\begin{aligned}
& -a_2r(0) - (a_1 + a_3)r(1) + r(2) \\
& = E[\eta_k u_{k-2}^*] - 2E[\eta_{k-1} u_{k-2}^*] + E[\eta_{k-2} u_{k-2}^*]
\end{aligned} \tag{3.2.28}$$

$$\begin{aligned}
& -a_3r(0) - a_2r(1) - a_1r(2) + r(3) \\
& = E[\eta_k u_{k-3}^*] - 2E[\eta_{k-1} u_{k-3}^*] + E[\eta_{k-2} u_{k-3}^*]
\end{aligned} \tag{3.2.29}$$

$E[\eta_{k-r} u_{k-i}^*]$  은  $l-r > 0$  이면 서로 상관관계가 없기 때문에 0이며,  $l-r \leq 0$  면 다음과 같이 (3.2.21)을 대입하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
E[\eta_k u_k^*] & = a_1 E[\eta_k u_{k-1}^*] + a_2 E[\eta_k u_{k-2}^*] + a_3 E[\eta_k u_{k-3}^*] \\
& \quad + E[\eta_k \eta_k^*] - 2E[\eta_k \eta_{k-1}^*] + E[\eta_k \eta_{k-2}^*] \\
& = \sigma_\eta^2
\end{aligned} \tag{3.2.30}$$

$$\begin{aligned}
E[\eta_{k-1} u_k^*] & = a_1 E[\eta_{k-1} u_{k-1}^*] + a_2 E[\eta_{k-1} u_{k-2}^*] + a_3 E[\eta_{k-1} u_{k-3}^*] \\
& \quad + E[\eta_{k-1} \eta_k^*] - 2E[\eta_{k-1} \eta_{k-1}^*] + E[\eta_{k-1} \eta_{k-2}^*] \\
& = a_1 \sigma_\eta^2 - 2\sigma_\eta^2 = (a_1 - 2)\sigma_\eta^2
\end{aligned} \tag{3.2.31}$$

$$\begin{aligned}
E[\eta_{k-2} u_k^*] & = a_1 E[\eta_{k-2} u_{k-1}^*] + a_2 E[\eta_{k-2} u_{k-2}^*] + a_3 E[\eta_{k-2} u_{k-3}^*] \\
& \quad + E[\eta_{k-2} \eta_k^*] - 2E[\eta_{k-2} \eta_{k-1}^*] + E[\eta_{k-2} \eta_{k-2}^*] \\
& = a_1(a_1 - 2)\sigma_\eta^2 + a_2\sigma_\eta^2 + \sigma_\eta^2 \\
& = (a_1^2 - 2a_1 + a_2 + 1)\sigma_\eta^2
\end{aligned} \tag{3.2.32}$$

(3.2.30)~(3.2.32)을 이용하여 (3.2.26)~(3.2.29)을 재정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r(0) - a_1 r(1) - a_2 r(2) - a_3 r(3) &= \sigma_7^2 - 2(a_1 - 2)\sigma_7^2 + (a_1^2 - 2a_1 + a_2 + 1)\sigma_7^2 \\ &= (a_1^2 - 4a_1 + a_2 + 6)\sigma_7^2 \end{aligned} \quad (3.2.33)$$

$$-a_1 r(0) + (1 - a_2)r(1) - a_3 r(2) = -2\sigma_7^2 + (a_1 - 2)\sigma_7^2 = (a_1 - 4)\sigma_7^2 \quad (3.2.34)$$

$$-a_2 r(0) - (a_1 + a_3)r(1) + r(2) = \sigma_7^2 \quad (3.2.35)$$

$$-a_3 r(0) - a_2 r(1) - a_1 r(2) + r(3) = 0 \quad (3.2.36)$$

우선 여기서 (3.2.35)와 (3.2.36)을 사용하여  $r(2)$ 와  $r(3)$ 를 다음과 같이 치환한다.

$$r(2) = a_2 r(0) + (a_1 + a_3)r(1) + \sigma_7^2 \quad (3.2.37)$$

$$\begin{aligned} r(3) &= a_3 r(0) + a_2 r(1) + a_1 r(2) \\ &= a_3 r(0) + a_2 r(1) + a_1 [a_2 r(0) + (a_1 + a_3)r(1) + \sigma_7^2] \\ &= (a_1 a_2 + a_3)r(0) + (a_1^2 + a_1 a_3 + a_2)r(1) + a_1 \sigma_7^2 \end{aligned} \quad (3.2.38)$$

(3.2.37)와 (3.2.38)를 (3.2.33)과 (3.2.34)에 대입하여  $r(2)$ 와  $r(3)$ 을 소거한다.



$$\begin{aligned}
& r(0) - a_1 r(1) - a_2 r(2) - a_3 r(3) \\
&= r(0) - a_1 r(1) - a_2 [a_2 r(0) + (a_1 + a_3) r(1) + \sigma_7^2] \\
&\quad - a_3 [(a_1 a_2 + a_3) r(0) + (a_1^2 + a_1 a_3 + a_2) r(1) + a_1 \sigma_7^2] \\
&= (a_1^2 - 4a_1 + a_2 + 6) \sigma_7^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (a_2^2 + a_1 a_2 a_3 + a_3^2 - 1) r(0) + (a_1 + a_1 a_2 + 2a_2 a_3 + a_1^2 a_3 + a_1 a_3^2) r(1) \\
&\quad + (a_1^2 - 4a_1 + 2a_2 + a_1 a_3 + 6) \sigma_7^2 = 0 \tag{3.2.39}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -a_1 r(0) + (1 - a_2) r(1) - a_3 r(2) \\
&= -a_1 r(0) + (1 - a_2) r(1) - a_3 [a_2 r(0) + (a_1 + a_3) r(1) + \sigma_7^2] \\
&= (a_1 - 4) \sigma_7^2
\end{aligned}$$

$$(a_1 + a_2 a_3) r(0) + (a_2 + a_1 a_3 + a_3^2 - 1) r(1) + (a_1 + a_3 - 4) \sigma_7^2 = 0 \tag{3.2.40}$$

(3.2.22)~(3.2.24)를 (3.2.39)와 (3.2.40)에 대입하여 다음과 같이 재정리한다.

$$\begin{aligned}
& [-2\rho^3 \alpha^3 + (4\rho^2 - 4\rho^4) \alpha^2 + (4\rho^3 - 2\rho^5) \alpha + \rho^4 - 1] r(0) \\
&\quad + [(\rho^2 + \rho^4) \alpha^3 + (2\rho^5 - 2\rho) \alpha^2 + (2\rho^4 - 5\rho^2 + 1) \alpha + (2\rho - 2\rho^3)] r(1) \tag{4.41} \\
&\quad + [(1 + \rho^2) \alpha^2 + (2\rho^3 - 4) \alpha + (2\rho^2 - 8\rho + 6)] \sigma_7^2 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [-2\rho^3 \alpha^2 + (1 - \rho^4) \alpha + 2\rho] r(0) \\
&\quad + [(\rho^2 + \rho^4) \alpha^2 + (2\rho^3 - 2\rho) \alpha - (\rho^2 + 1)] r(1) \tag{3.2.42} \\
&\quad + [(1 + \rho^2) \alpha + (2\rho - 4)] \sigma_7^2 = 0
\end{aligned}$$

(3.2.42)를  $\sigma_7^2$  에 대해 풀면 다음과 같다.

$$\sigma_7^2 = - \frac{[-2\rho^3\alpha^2 + (1-\rho^4)\alpha + 2\rho]\gamma(0) + [(\rho^2 + \rho^4)\alpha^2 + (2\rho^3 - 2\rho)\alpha - (\rho^2 + 1)]\gamma(1)}{[(1 + \rho^2)\alpha + (2\rho - 4)]} \quad (3.2.43)$$

(3.2.43)을 (3.2.41)에 대입하여 다음과 같이  $\alpha$ 에 대한 고차방정식으로 간단히 할 수 있다.

$$\xi_3\alpha^3 + \xi_2\alpha^2 + \xi_1\alpha + \xi_0 = 0 \quad (3.2.44)$$

여기서,

$$\alpha^b = \frac{\gamma(1)}{\gamma(0)} \quad (3.2.45)$$

$$\xi_3 = (\rho + 1)^3 \quad (3.2.46)$$

$$\xi_2 = (-2\rho^2 - 10\rho - 4) + (-6\rho - 2)\alpha^b \quad (3.2.47)$$

$$\xi_1 = (-\rho^3 - 3\rho^2 + 5\rho + 7) + (8\rho + 8)\alpha^b \quad (3.2.48)$$

$$\xi_0 = (2\rho^2 + 2\rho - 4) + (-2\rho - 6)\alpha^b \quad (3.2.49)$$

이다.

(3.2.46)~(3.2.49)에서  $\xi_3 + \xi_2 + \xi_1 + \xi_0 = 0$  이므로  $\alpha = 1$ 은 (3.2.44)의 하나의 근이다. 하지만  $\alpha \neq 1$  이기 때문에 이 근은 버린다. 그래서 (3.2.44)를 다음과 같이 간단히 할 수 있다.

$$\xi_3 \alpha^3 + \xi_2 \alpha^2 + \xi_1 \alpha + \xi_0 = (\alpha - 1)[\xi_3 \alpha^2 + (\xi_3 + \xi_2)\alpha + (\xi_3 + \xi_2 + \xi_1)] = 0$$

$$\xi_3 \alpha^2 + (\xi_3 + \xi_2)\alpha + (\xi_3 + \xi_2 + \xi_1) = 0 \quad (3.2.50)$$

(3.2.50)의 두 근은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\alpha = \begin{cases} \frac{-(\xi_3 + \xi_2) + \sqrt{(\xi_3 + \xi_2)^2 - 4\xi_3(\xi_3 + \xi_2 + \xi_1)}}{2\xi_3} \\ \frac{-(\xi_3 + \xi_2) - \sqrt{(\xi_3 + \xi_2)^2 - 4\xi_3(\xi_3 + \xi_2 + \xi_1)}}{2\xi_3} \end{cases} \quad (3.2.51)$$

수치적으로 확인한 결과 (3.2.51)의 첫 번째 근은  $0 \leq \rho < 1$  인 동안 항상 1보다 크다. 그러므로 실제 상관계수  $\alpha$ 는 (3.2.51)의 두 번째 식으로 공분산  $\sigma_y^2$ 은 (3.2.43)으로 추정할 수가 있다.

## IV. 표적추적 알고리즘

### 1. 칼만 필터 알고리즘

추적 시스템에서 가장 널리 응용되는 칼만필터는 시간갱신(time update)단계와 측정갱신(measurement update)단계의 반복적인 순환구조로 이루어 진다(Gelb, 1974), (Grewal and Andrews, 1993). 표적의 운동모델 (2.1)과 의사측정모델 (3.1.5)에 대한 칼만필터 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

▶ 1단계 : 시간갱신

$$x_{k+1|k} = \Phi x_{k|k} \quad (4.1.1)$$

$$P_{k+1|k} = \Phi P_{k|k} \Phi^T + \Psi Q \Psi^T \quad (4.1.2)$$

▶ 2단계 : 측정갱신

$$x_{k+1|k+1} = x_{k+1|k} + K_{k+1}[y_{k+1} - \hat{H}x_{k+1|k}] \quad (4.1.3)$$

$$P_{k+1|k+1} = [I - K_{k+1}\hat{H}]P_{k+1|k} \quad (4.1.4)$$

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} \hat{H}^T [HP_{k+1|k} \hat{H}^T + R]^{-1} \quad (4.1.5)$$

위의 측정갱신단계인 (4.1.3)~(4.1.5)에서  $y_{k+1}$  과  $\hat{H}$ 는 비상관프로세스에 의해 유도된 새로운 의사측정벡터와 행렬이다. 이상의 칼만필터를 그림으로 나타내면 그림3과 같다.

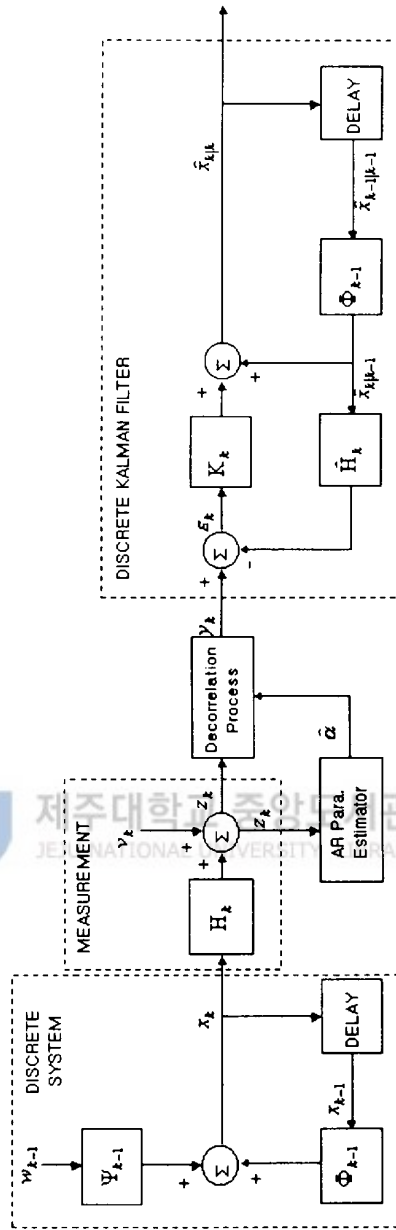


Fig. 3. Block diagram of the modified Kalman filter.

## 2. 평방근 정보 필터 알고리즘

비상관프로세스를 갖는 평방근 정보필터를 구성하기 위해, 동적조건(dynamic constraint)인 (2.1)과 2절의 비상관프로세스에서 유도된 새로운 센서의 측정모델 (3.1.5)를 이용하여 비용함수를 다음과 같이 정의한다.

$$J_K = \|x_0 - x_{0|-1}\|_{P_{0|-1}}^2 + \sum_{k=0}^K \|y_k - \hat{H}x_k\|_R^2 + \sum_{k=0}^{K-1} \|w_k - \bar{w}_k\|_Q^2 \quad (4.2.1)$$

여기서,  $x_{0|-1}$  와  $P_{0|-1}^{-1}$  는 각각 추정된 초기상태벡터와 초기오차공분산행렬이며,  $\bar{w}_k = E[w_k]$  이다.

우선적으로, 첫단계 비용함수  $J_1$  를 최소화한다. (2.15)와 (2.16)을 사용하여  $J_1$  을 아래와 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} J_1 &= (x_0 - x_{0|-1})P_{0|-1}^{-1}(x_0 - x_{0|-1}) + (y_0 - \hat{H}x_0)R^{-1}(y_0 - \hat{H}x_0) \\ &\quad + (y_1 - \hat{H}x_1)R^{-1}(y_1 - \hat{H}x_1) + (w_0 - \bar{w}_0)Q^{-1}(w_0 - \bar{w}_0) \\ &= \|R_{0|-1}x_0 - z_{0|-1}\|^2 + \|R_{\nu}y_0 - R_{\nu}\hat{H}x_0\|^2 \\ &\quad + \|R_{\nu}y_1 - R_{\nu}\hat{H}x_1\|^2 + \|R_w w_0 - R_w \bar{w}_0\|^2 \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

여기서,

$$P_{k|k-1}^{-1} = R_{k|k-1}^T R_{k|k-1} \quad (4.2.3)$$

$$z_{k|k-1} = R_{k|k-1} x_{k|k-1} \quad (4.2.4)$$

다시 (4.2.2)를 노름(norm)의 특성을 이용하여 다음과 같은 편리한 형태로 나타낼 수 있다.

$$J_1 = \left\| \begin{bmatrix} R_{0|-1} \\ R_\nu \hat{H} \end{bmatrix} x_0 - \begin{bmatrix} z_{0|-1} \\ R_\nu y_0 \end{bmatrix} \right\|^2 + \|R_\nu y_1 - R_\nu \hat{H} x_1\|^2 + \|R_w w_0 - R_w \bar{w}_0\|^2 \quad (4.2.5)$$

다음으로 Householder 직교 변환을 이용하여, (4.2.5)의 첫 번째 항의 노름을 최소화하는 상태추정벡터를 찾는다.

$$T_{0|0} \begin{bmatrix} R_{0|-1} & z_{0|-1} \\ R_\nu \hat{H} & R_\nu y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{0|0} & z_{0|0} \\ 0 & e_0 \end{bmatrix} \quad (4.2.6)$$

여기서,  $e_0$  는 측정 잔류 오차이다.

위의 (4.2.6)으로부터 필터링후의 최적화된 상태벡터를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$x_{0|0} = R_{0|0}^{-1} z_{0|0} \quad (4.2.7)$$

이러한 절차는 평방근 정보필터의 두가지 단계중 측정갱신에 해당된다. 여기서 다시 (4.2.5)에 (4.2.6)을 대입하여 비용함수를 다음과 같이 재구성한다.

$$J_1 = \|e_0\|^2 + \|R_{0|0} x_0 - z_{0|0}\|^2 + \|R_\nu y_1 - R_\nu \hat{H} x_1\|^2 + \|R_w w_0 - R_w \bar{w}_0\|^2 \quad (4.2.8)$$

$$\begin{aligned}
&= \|e_0\|^2 + \|R_{010}\Phi^{-1}(x_1 - \Psi w_0) - z_{010}\|^2 \\
&\quad + \|R_{\nu}y_1 - R_{\nu}\hat{H}x_1\|^2 + \|R_u w_0 - R_u \bar{w}_0\|^2 \\
&= \|e_0\|^2 + \|R_{010}\Phi^{-1}x_1 - R_{010}\Phi^{-1}\Psi w_0 - z_{010}\|^2 \\
&\quad + \|R_{\nu}y_1 - R_{\nu}\hat{H}x_1\|^2 + \|R_u w_0 - R_u \bar{w}_0\|^2 \\
&= \|e_0\|^2 + \left\| \begin{bmatrix} R_u & 0 \\ -R_{010}\Phi^{-1}\Psi & R_{010}\Phi^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ x_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_u \bar{w}_0 \\ z_{010} \end{bmatrix} \right\|^2 \\
&\quad + \|R_{\nu}y_1 - R_{\nu}\hat{H}x_1\|^2 \tag{4.2.9}
\end{aligned}$$

다음으로 (4.2.9)의 두 번째 항의 노름을 최소로 하는 상태추정벡터를 찾기 위해 다음의 Householder 직교 변환를 이용한다.

$$\begin{aligned}
T_{110} \begin{bmatrix} R_u & 0 & R_u \bar{w}_0 \\ -R_{010}\Phi^{-1}\Psi & R_{010}\Phi^{-1} & z_{010} \end{bmatrix} \\
= \begin{bmatrix} R_u^*(0) & R_{ux}^*(0) & (R_u \bar{w}_0)^* \\ 0 & R_{110} & z_{110} \end{bmatrix} \tag{4.2.10}
\end{aligned}$$

이 절차는 시간갱신에 해당되며, 예측된 상태추정벡터는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$x_{110} = R_{110}^{-1} z_{110} \tag{4.2.11}$$

다시 (4.2.9)에 (4.2.10)을 적용시켜 비용함수를 재구성하면, 아래와 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
J_1 = \|e_0\|^2 + \|R_u^*(0)w_0 + R_{ux}^*(0)x_1 - (R_u \bar{w}_0)^*\|^2 \\
+ \|R_{110}x_1 - z_{110}\|^2 + \|R_{\nu}y_1 - R_{\nu}\hat{H}x_1\|^2
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \|e_0\|^2 + \|R_u^*(0)w_0 + R_{ux}^*(0)x_1 - (R_u \bar{w}_0)^*\|^2 \\
&\quad + \left\| \begin{bmatrix} R_{110} \\ R_v \hat{H} \end{bmatrix} x_1 - \begin{bmatrix} z_{110} \\ R_v y_1 \end{bmatrix} \right\|^2
\end{aligned} \tag{4.2.12}$$

앞의 측정갱신단계에 해당하는 경우와 똑같이 필터링후의 상태추정벡터를 찾기 위해서는 다음의 Householder 직교 변환를 다시 이용한다.

$$T_{111} \begin{bmatrix} R_{110} & z_{110} \\ R_v \hat{H} & R_v y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{111} & z_{111} \\ 0 & e_1 \end{bmatrix} \tag{4.2.13}$$

결과적으로 다음과 같은 상태추정벡터를 구할 수 있다.

$$x_{111} = R_{111}^{-1} z_{111} \tag{4.2.14}$$

이것은 또한 측정갱신단계에 해당된다. 그리고 다음의 시간갱신을 위해서 다시 (4.2.12)에 (4.2.13)을 대입하여 비용함수를 다음과 같이 재구성한다.

$$J_1 = \|e_0\|^2 + \|e_1\|^2 + \|R_u^*(0)w_0 + R_{ux}^*(0)x_1 - (R_u \bar{w}_0)^*\|^2 + \|R_{111}x_1 - z_{111}\|^2 \tag{4.2.15}$$

계속해서 측정갱신과 시간갱신을 순환적으로 반복시행하면 최종시간까지의 비용함수  $J_K$ 를 최소화시킬 수 있다. 여기서, 최종시간의 비용함수는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$J_K = J_{K-1} + \|y_K - \hat{H}x_K\|_{R^{-1}}^2 + \|w_{K-1} - \bar{w}_{K-1}\|_{Q^{-1}}^2 \tag{4.2.16}$$

다음으로 최종시간의 시간갱신절차를 구하기 위해 (4.2.16)을 아래와 같이 표현한다.

$$\begin{aligned}
J_K &= \sum_{k=0}^{K-1} \|e_k\|^2 + \sum_{k=0}^{K-2} \|R_w^*(k)w_k + R_{ux}^*(k)x_{k+1} - (R_w \bar{w}_k)^*\|^2 \\
&\quad + \|R_{K-1|K-1}x_{K-1} - z_{K-1|K-1}\|^2 + \|R_\nu y_K - R_\nu \hat{H}x_K\|^2 \\
&\quad + \|R_w w_{K-1} - R_w \bar{w}_{K-1}\|^2 \\
&= \sum_{k=0}^{K-1} \|e_k\|^2 + \sum_{k=0}^{K-2} \|R_w^*(k)w_k + R_{ux}^*(k)x_{k+1} - (R_w \bar{w}_k)^*\|^2 \\
&\quad + \|R_{K-1|K-1}\Phi^{-1}(x_K - \Psi w_{K-1}) - z_{K-1|K-1}\|^2 \\
&\quad + \|R_\nu y_K - R_\nu \hat{H}x_K\|^2 + \|R_w w_{K-1} - R_w \bar{w}_{K-1}\|^2 \\
&= \sum_{k=0}^{K-1} \|e_k\|^2 + \sum_{k=0}^{K-2} \|R_w^*(k)w_k + R_{ux}^*(k)x_{k+1} - (R_w \bar{w}_k)^*\|^2 \\
&\quad + \|R_{K-1|K-1}\Phi^{-1}x_K - R_{K-1|K-1}\Phi^{-1}\Psi w_{K-1} - z_{K-1|K-1}\|^2 \\
&\quad + \|R_\nu y_K - R_\nu \hat{H}x_K\|^2 + \|R_w w_{K-1} - R_w \bar{w}_{K-1}\|^2 \\
&= \sum_{k=0}^{K-1} \|e_k\|^2 + \sum_{k=0}^{K-2} \|R_w^*(k)w_k + R_{ux}^*(k)x_{k+1} - (R_w \bar{w}_k)^*\|^2 \\
&\quad + \left\| \begin{bmatrix} R_w & 0 \\ -R_{K-1|K-1}\Phi^{-1}\Psi & R_{K-1|K-1}\Phi^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{K-1} \\ x_K \end{bmatrix} \right. \\
&\quad \left. - \begin{bmatrix} R_w \bar{w}_{K-1} \\ z_{K-1|K-1} \end{bmatrix} \right\|^2 + \|R_\nu y_K - R_\nu \hat{H}x_K\|^2 \\
&= \sum_{k=0}^{K-1} \|e_k\|^2 + \sum_{k=0}^{K-2} \|R_w^*(k)w_k + R_{ux}^*(k)x_{k+1} - (R_w \bar{w}_k)^*\|^2 \\
&\quad + \left\| \begin{bmatrix} R_w & 0 \\ -R_{K-1|K-1}\Phi^{-1}\Psi & R_{K-1|K-1}\Phi^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{K-1} \\ x_K \end{bmatrix} \right. \\
&\quad \left. - \begin{bmatrix} R_w \bar{w}_{K-1} \\ z_{K-1|K-1} \end{bmatrix} \right\|^2 + \|R_\nu y_K - R_\nu \hat{H}x_K\|^2
\end{aligned} \tag{4.2.17}$$

여기서 다시 Householder 직교 변환을 이용하여 (3.2.17)을 최소화하는 예측된 상태추정벡터를 찾는다.

$$\begin{aligned}
T_{K|K-1} &\begin{bmatrix} R_w & 0 & R_w \bar{w}_{K-1} \\ -R_{K-1|K-1}\Phi^{-1}\Psi & R_{K-1|K-1}\Phi^{-1} & z_{K-1|K-1} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} R_w^*(K-1) & R_{wx}^*(K-1) & (R_w \bar{w}_{K-1})^* \\ 0 & R_{K|K-1} & z_{K|K-1} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.2.18}$$

그 결과로 다음과 같은 예측된 상태추정벡터를 얻을 수 있다.

$$x_{K|K-1} = R_{K|K-1}^{-1} z_{K|K-1} \quad (4.2.19)$$

여기서 다시 (4.2.17)에 (4.2.18)을 대입하여 측정갱신을 수행하기 위해 다음과 같이 비용함수를 재구성한다.

$$\begin{aligned} J_K &= \sum_{k=0}^{K-1} \|e_k\|^2 + \sum_{k=0}^{K-1} \|R_w^*(k)w_k + R_{ux}^*(k)x_{k+1} - (R_w \bar{w}_k)^*\|^2 \\ &\quad + \|R_{K|K-1}x_K - z_{K|K-1}\|^2 + \|R_{yK}y_K - R_{\nu} \hat{H}x_K\|^2 \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} \|e_k\|^2 + \sum_{k=0}^{K-1} \|R_w^*(k)w_k + R_{ux}^*(k)x_{k+1} - (R_w \bar{w}_k)^*\|^2 \\ &\quad + \left\| \begin{bmatrix} R_{K|K-1} \\ R_{\nu} \hat{H} \end{bmatrix} x_K - \begin{bmatrix} z_{K|K-1} \\ R_{yK} \end{bmatrix} \right\|^2 \end{aligned} \quad (4.2.20)$$

다음으로 (4.2.20)을 최소화하는 필터링후의 상태추정벡터를 찾기위해 다음의 Householder 직교 변환을 이용한다.

$$T_{K|K} \begin{bmatrix} R_{K|K-1} & z_{K|K-1} \\ R_{\nu} \hat{H} & R_{yK} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{K|K} & z_{K|K} \\ 0 & e_K \end{bmatrix} \quad (4.2.21)$$

그 결과 상태추정벡터는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$x_{K|K} = R_{K|K}^{-1} z_{K|K} \quad (4.2.22)$$

그래서, 초기시간에서 최종시간까지의 누적된 최소화된 비용함수를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$J_K = \sum_{k=0}^K \|e_k\|^2 + \sum_{k=0}^{K-1} \|R_u^*(k)w_k + R_{ux}^*(k)x_{k+1} - (R_u \bar{w}_k)^*\|^2 + \|R_{K|K}x_K - z_{K|K}\|^2 \quad (4.2.23)$$

이상과 같이, 평방근 정보필터의 비용함수는 두가지 단계 즉, 시간갱신단계와 측정갱신단계의 반복으로 최소화되며, 각 시간마다 최적화된 상태추정벡터를 구할 수 있다. 한편 (4.2.18) 및 (4.2.21)은 각각 시간갱신단계 및 측정갱신단계에 해당된다.

### 3. 제안된 상호간섭다중모델 알고리즘

상호간섭 다중모델 알고리즘은 기동 및 비기동운동을 동시에 수행하는 표적의 추적에 가장 널리 이용되며, Blom과 Bar-Shalom(1988)에 의해 상세히 기술되고 있다. 본 논문에서 제안한 상호간섭 다중모델 알고리즘은 비상관 프로세스를 갖는 평방근 정보필터로 구성되며 이는 칼만필터로 구성된 표준 상호간섭 다중모델 알고리즘에 비해 백색 측정잡음을 갖는 경우에 추적성능을 개선할 수 있다. 그림 4는 차원이 다른 두개의 평방근 정보필터가 병렬로 접속되어 있고, 모델의 확률갱신부(model probability update), 각 필터입력부의 상태변수 예측혼합기(estimate mixer) 및 각 필터출력부의 상태변수 예측결합기(estimate combiner) 등의 4부분과 비상관프로세스 및 AR 파라미터 추정알고리즘으로 구성된다. 그림 4에서, 각 필터의 입력은 그 전단계에서 측정갱신된 상태추정치가 모델의 확률에 따라 혼합된  $x_{k-1|k-1}^{01}$ ,  $x_{k-1|k-1}^{02}$  및 새로운 의사측정치  $y_k^i$  및 추정된 AR파라미터이다. 이들은 평방근 정보필터의 시간갱신단계 및 측정갱신단계를 거쳐  $x_{k|k}^1$  및  $x_{k|k}^2$ 가 구해지며, 최종적으로 모델의 확률에 따른 하중치가 곱해져 최종 상태에

측값  $x_{k|k}$  가 구해진다.

그림4의 제안된 상호간섭 다중모델 알고리즘을 각 단계별로 요약하면 다음과 같다.

1) 1단계 : 상태변수 예측혼합

전 단계에서 얻어진 상태추정치  $x_{k-1|k-1}^i$ , 그의 오차공분산  $P_{k-1|k-1}^i$  이 모델 확률  $\eta_{k-1}^i (i=1, 2)$  에 따라 혼합된다.

$$x_{k-1|k-1}^{oi} = \sum_{j=1}^2 x_{k-1|k-1}^j \eta_{k-1}^{ji} \quad (4.3.1)$$

$$P_{k-1|k-1}^{oi} = \sum_{j=1}^2 \eta_{k-1}^{ji} [P_{k-1|k-1}^j + (x_{k-1|k-1}^j - x_{k-1|k-1}^{oi})(x_{k-1|k-1}^j - x_{k-1|k-1}^{oi})^T] \quad (4.3.2)$$

여기서,

$$\eta_{k-1}^{ji} = \frac{1}{c_i} p_{ji} \eta_{k-1}^j \quad (4.3.3)$$

$$\bar{c}_i = \sum_{j=1}^2 p_{ji} \eta_{k-1}^j \quad (4.3.4)$$

이며,  $p_{ji}$  는 모델  $j$ 에서 모델  $i$ 로의 천이확률을 의미하는 마코프 연쇄(Markov chain)를 나타낸다.

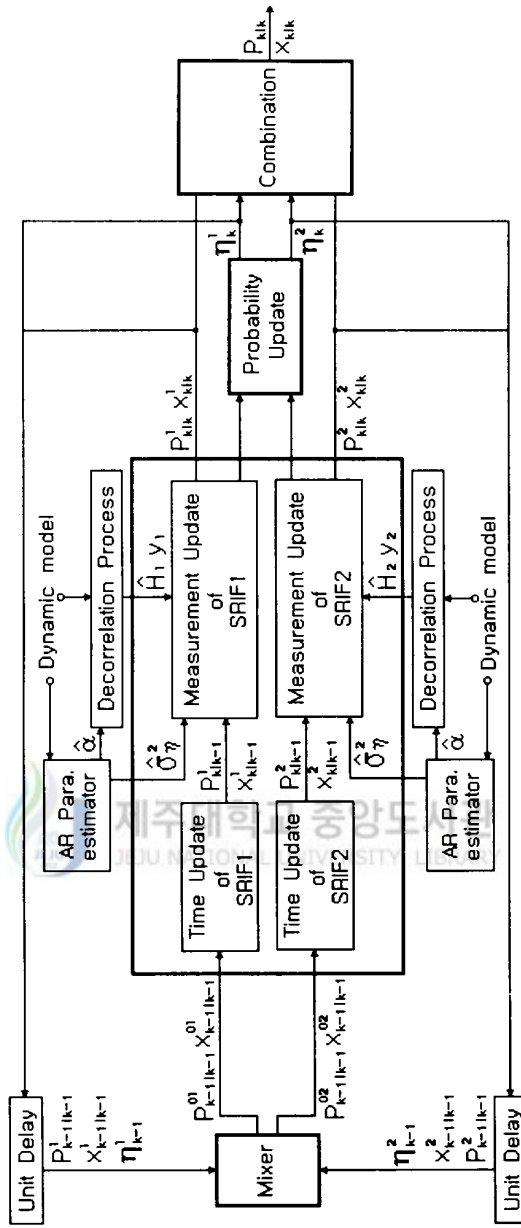


Fig. 4. Block diagram of the proposed IMM algorithm.

2) 2단계 : 필터링

(1) 시간갱신

혼합된 상태추정치와 그의 오차 공분산은 아래와 같이 시간갱신된다.

$$\begin{aligned}
 T_{k|k-1}^i & \begin{bmatrix} R_w^i & 0 & R_w^i \bar{w}_{k-1}^i \\ -R_{k-1|k-1}^i (\Phi^i)^{-1} \Psi^i & R_{k-1|k-1}^i (\Phi^i)^{-1} & z_{k-1|k-1}^i \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} R_w^{i*} & R_{wx}^{i*} & (R_w^i \bar{w}_{k-1}^i)^* \\ 0 & R_{k|k-1}^i & z_{k|k-1}^i \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

여기서,  $T_{k|k-1}^i$  는 Householder 직교변환을 나타내며,  $R_{k|k-1}^i$  와  $z_{k|k-1}^i$  는 아래와 같이 정의된다.

$$(P_{k|k-1}^{oi})^{-1} \equiv R_{k|k-1}^i (R_{k|k-1}^i)^T \quad (4.3.6)$$

$$z_{k|k-1}^i = R_{k|k-1}^i x_{k|k-1}^{oi} \quad (4.3.7)$$

(4.3.5)로부터 아래와 같이 시간갱신된 상태추정벡터를 구할 수 있다.

$$x_{k|k-1}^i = (R_{k|k-1}^i)^{-1} z_{k|k-1}^i \quad (4.3.8)$$

(2) 측정갱신

시간갱신된 상태추정치와 그의 오차공분산은 아래와 같이 Householder 직교변환  $T_{k|k}^i$  에 의해 측정갱신된다.

$$T_{k|k}^i \begin{bmatrix} R_{k|k-1}^i & z_{k|k-1}^i \\ R_v^i & \hat{H}^i \\ & R_{v,y_k}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{k|k}^i & z_{k|k}^i \\ 0 & e_k^i \end{bmatrix} \quad (4.3.9)$$

여기서,  $\hat{H}^i$  와  $y_k^i$ 는 비상관 프로세스에 의해 구한 새로운 의사 측정행렬과 측정벡터이며, 필터링된 상태추정벡터는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$x_{k|k}^i = (R_{k|k}^i)^{-1} z_{k|k}^i \quad (4.3.10)$$

### 3) 3단계 : 모델의 확률갱신

두 모델의 likelihood 함수는 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\Lambda_k^i = \frac{1}{\sqrt{2\pi |S_k^i|}} \exp[-0.5(\bar{z}_k^i)^T (S_k^i)^{-1} \bar{z}_k^i] \quad (4.3.11)$$

여기서,  $\bar{z}_k^i$ 와  $S_k^i$ 는 각각  $i$ 필터의 잔류오차(residual error)와 그의 공분산이며, 2단계의 평방근 정보필터로부터 다음과 같이 구해진다(Bierman 등 1990).

$$|S_k^i| = \frac{|R_{k|k}^i|}{|R_{k|k-1}^i| |R_v^i|} \quad (4.3.12)$$

$$(\bar{z}_k^i)^T (S_k^i)^{-1} \bar{z}_k^i = (e_k^i)^T e_k^i \quad (4.3.13)$$

한편, (4.3.11)을 사용하여 모델확률을 아래와 같이 갱신한다.

$$\eta_k^i = \frac{1}{c} \Lambda_k^i \bar{c}_i \quad (4.3.14)$$



여기서,  $\bar{c}_i$ 는 (4.3.4)에 정의되어 있으며,  $c$ 는 아래와 같이 정의되는 정규화 상수(normalization constant)이다.

$$c \equiv \sum_{j=1}^2 \Lambda_k^j \bar{c}_j \quad (4.3.15)$$

4) 4단계 : 상태변수 예측결합

측정갱신된 상태추정치와 그의 오차공분산은 갱신된 모델의 확률척도, (4.3.14)에 따라 가중치가 곱해져 결합됨으로써 최종 상태예측값과 그의 오차공분산을 얻는다.

$$x_{k|k} = \sum_{i=1}^2 x_{k|k}^i \eta_k^i \quad (4.3.16)$$

$$P_{k|k} = \sum_{i=1}^2 \eta_k^i [P_{k|k}^i + (x_{k|k}^i - x_{k|k})(x_{k|k}^i - x_{k|k})^T] \quad (4.3.17)$$



## V. 컴퓨터 시뮬레이션 결과

### 1. AR 파라미터 추정 알고리즘

3장에서 소개된 AR 파라미터 추정 알고리즘의 성능을 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 분석하고자 한다. (3.2.51)의 근의 성질 검토하고자 우선  $a^b$ 가 -1에서 1로 변화되는 동안의  $\sqrt{\quad}$ 안의 수치를 그림5에 도시하였다. 여기서  $\rho$ 는 0.05에서 0.95로 0.05의 간격으로 변화를 시켰다. 그림5에서  $\rho$ 가 커질수록  $\sqrt{\quad}$ 안의 수치가 양이 되는  $a^b$ 의 범위가 커짐을 확인할 수 있다. 허근이 존재하지 않기 위해서 일정한  $a^b$ 에 대해  $\rho$ 는 작은 값을 선택해야 함을 알 수 있다.

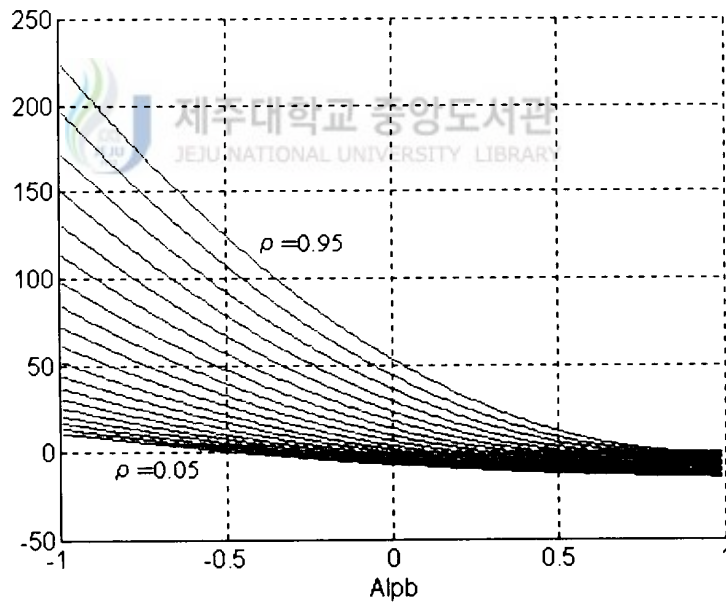


Fig. 5. Values inside  $\sqrt{\quad}$  in (3.2.51) for different  $\rho$ .

다시  $\rho$ 를 0.05에서 0.95로 0.05의 간격으로 변화를 주면서  $\alpha$ 와  $\alpha^b$ 의 관계를 확인하고자 한다. 우선, (3.2.51)의 두근중 첫 번째 근이  $0 \leq \rho < 1$ 인 동안 전구간에 대해 1보다 크게됨을 그림6을 통해 알 수 있다. 그러므로 이는 옳은 해가 될 수 없다. 그림7에서는  $\rho$ 가 1에 가까울수록  $\alpha$ 와  $\alpha^b$ 는 거의 선형관계에 가까워짐을 확인할 수 있다. 이로서  $\rho \neq 1$ 이면, 추정된 상관계수는 바이어스가 되어 있음을 알 수 있는 것이다.

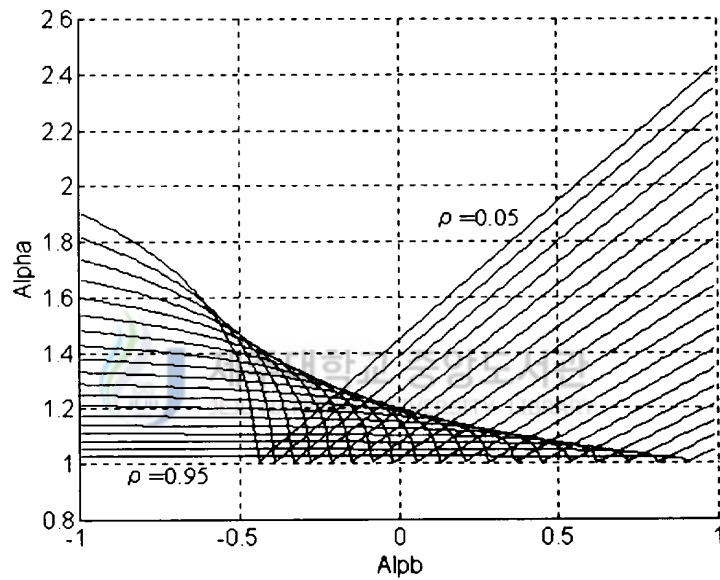


Fig. 6. Characteristics of the first root of (3.2.51) for different  $\rho$ .

그림8은 추정알고리즘에 의해 추정된  $\hat{a}$ 와  $\hat{a}^b$ 를 50회의 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하여 도시한 결과이다. 실제 상관계수  $\alpha$ 는 0.8, 0.4, 0, -0.4 그리고 -0.8로 5가지의 경우에 대해 수행을 하였으며, 이때의  $\rho$ 는 0.9,  $\beta$ 는 0.99로 설정하였다. 여기서 실제 상관계수  $\alpha$ 가 작을수록 바이어스가 작아짐을 분명하게 확인할 수 있다. 추정된 백색잡음공분산은 그림9에 나타내었는데, 실제 상관계수  $\alpha$ 가 작을수록 과도응답이 더욱 악화되며, 공분산에 대한 바이어스는 실제 상관계수와 무관하게 모든  $\alpha$ 에 대해 일정함을 알 수 있다.

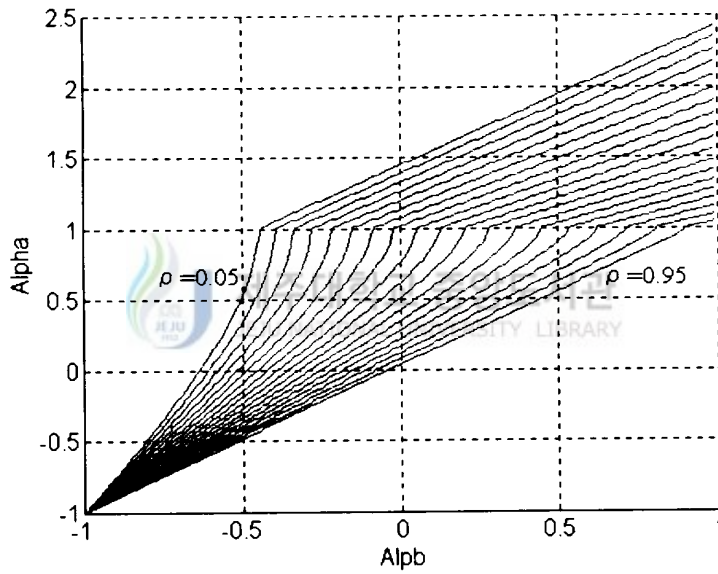


Fig. 7. Characteristics of the second root of (3.2.51) for different  $\rho$ .

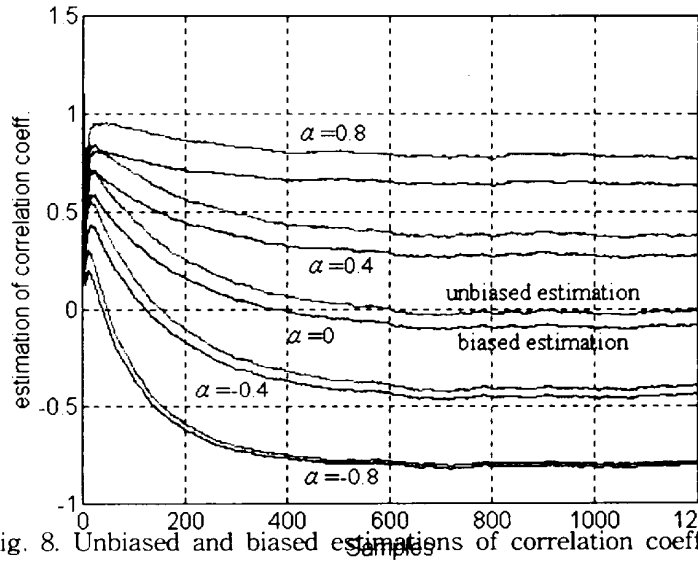


Fig. 8. Unbiased and biased estimations of correlation coeff..

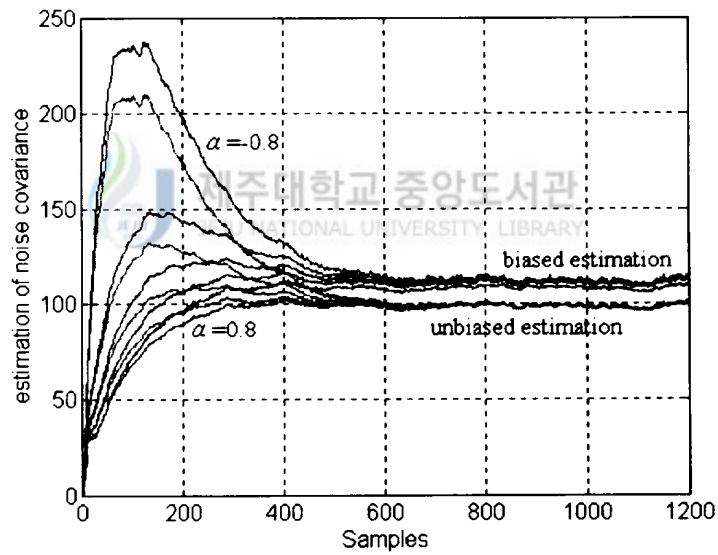


Fig. 9. Unbiased and biased estimations of noise covariance.

또한, 표적의 가속도 및 측정잡음의 분산 크기도 AR 파라미터의 추정에 영향을 끼친다. 그림10(a)~(d)는 각각 가속도의 크기를 0%, 10%, 100%, 1000%로 설정하고 분산크기를 0.001에서 10000까지 변화를 주면서 결과를 도시한 것이다. 그림10에서 가속도의 크기가 작을수록, 그리고 분산의 크기가 클수록 실제 상관계수인 0.8에 유사하게 추정되고 있음을 확인할 수 있다.

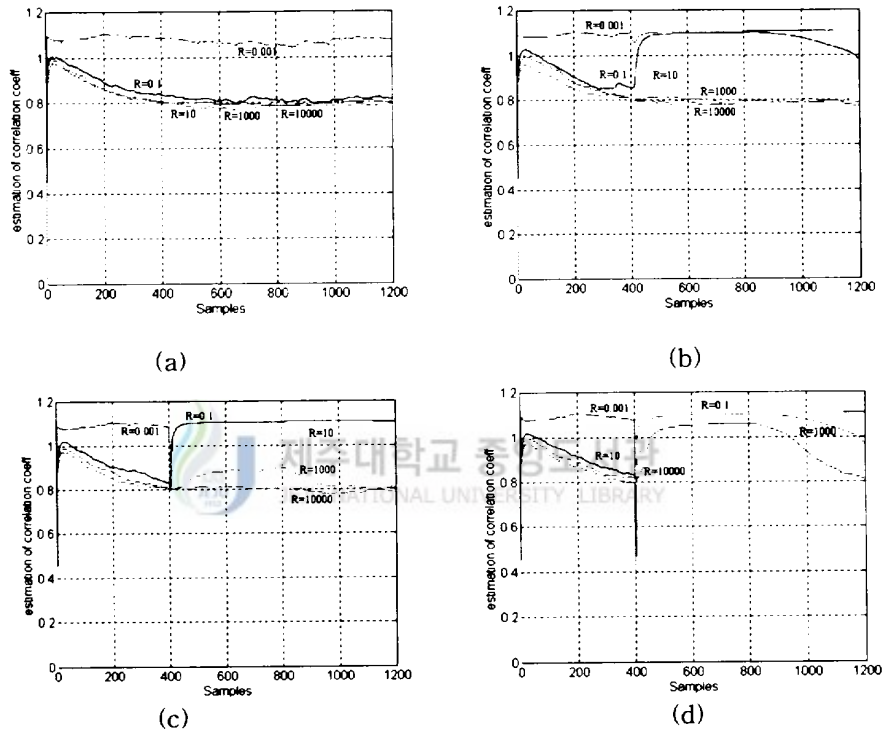


Fig. 10. Behavior of correlation coeff. estimates for different accelerations and noise variances.

AR 파라미터 추정 알고리즘은 fading memory 기술을 이용해서 자기상관함수를 구하게 된다. 여기서  $\beta$ 의 크기에 따라 영향을 주게 되는데 이의 결과는 그림 11에 나타내었다. 그림 11은  $\beta$ 가 커질수록 추적성능이 개선됨을 보이고 있다.

## 2. 칼만필터 알고리즘

본절에선 시간에 상관된 측정잡음에 대한 비상관프로세스의 효과를 확인하기 위하여 비상관프로세스를 갖는 칼만필터(KF\_DP)를 표준 칼만필터(KF)와 비교하여 그의 추적성능을 분석하고자 한다.

표적은 상관된 측정잡음을 갖는 기동표적이며, 2차원 공간을 원운동하는 경우에 대해 수행하였다. 실제 표적의 궤적은 그림 12에 나타내었다.

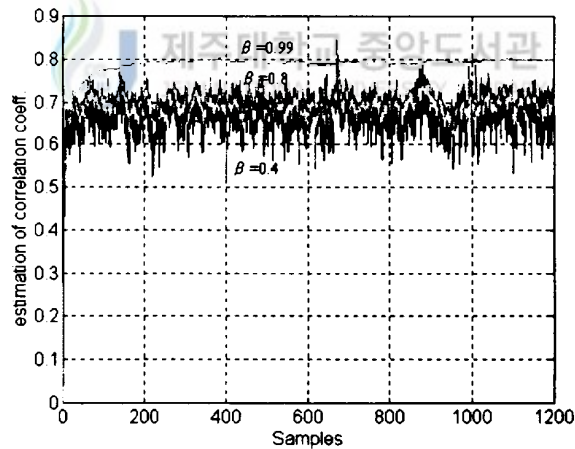


Fig. 11. Behavior of correlation coeff. estimates for different  $\beta$ .

50회의 몬테 카를로(Monte Carlo) 시뮬레이션을 수행하여 위치, 속도 및 가속도 대한 RMS(root mean square) 오차의 평균을 그림13~15에 도시하였다. 그림13~15에서 나타나듯이, 위치와 속도 그리고 가속도 모두에 대해 KF\_DP가 KF보다 우수한 추적성능이 있음을 알 수 있다. 특히, 속도와 가속도에 대해서는 더욱 확실한 추적성능의 개선을 보이고 있다.

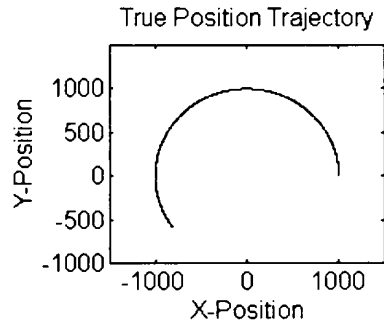


Fig. 12. True target position trajectory.

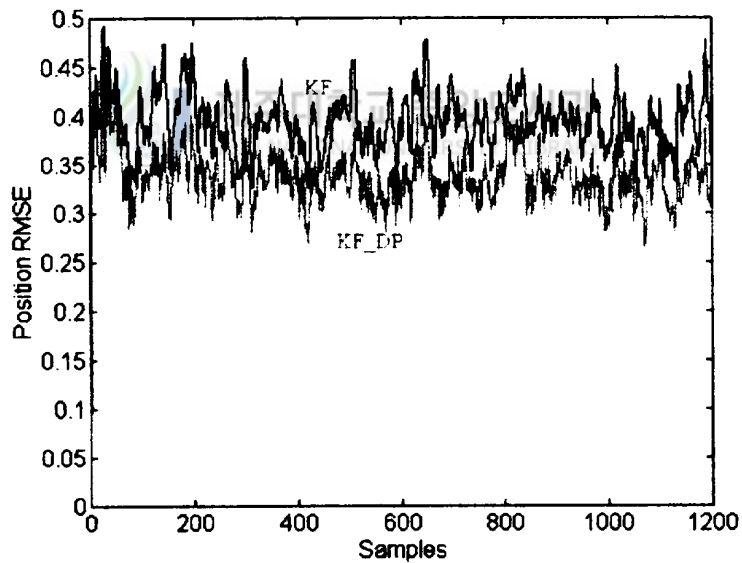


Fig. 13. Comparing RMSE in position estimate of KF\_DP and KF.



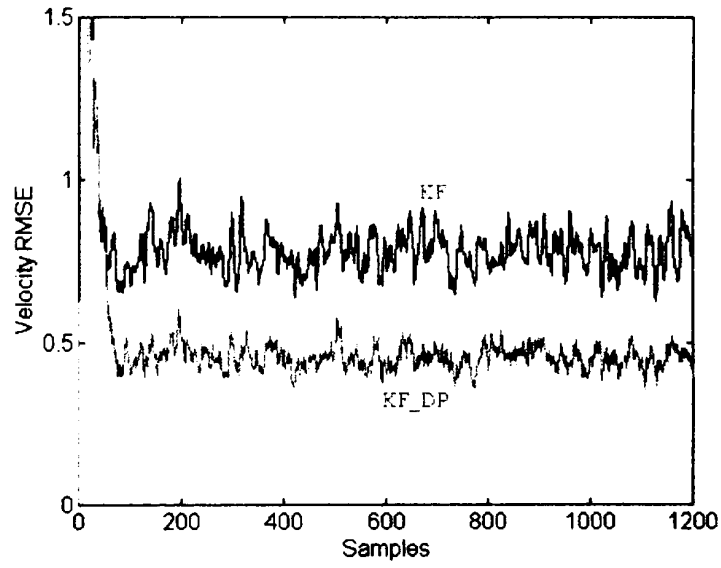


Fig. 14. Comparing RMSE in velocity estimate of KF\_DP and KF.

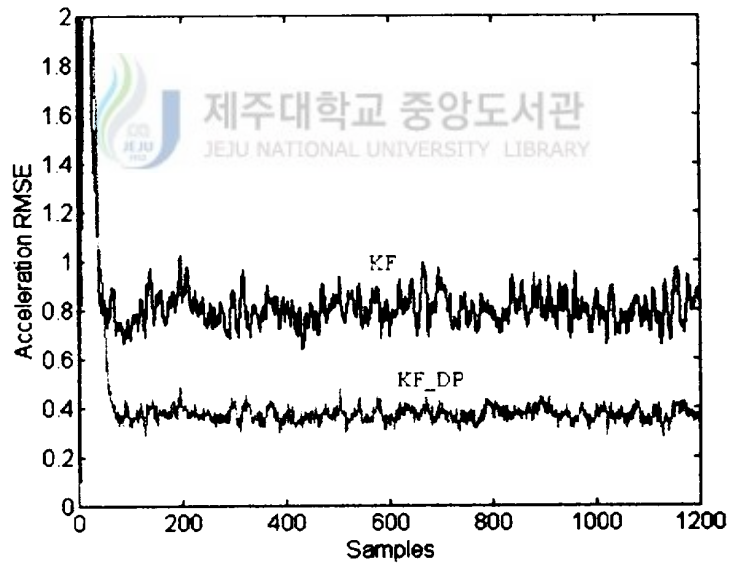


Fig. 15. Comparing RMSE in acceleration estimate of KF\_DP and KF.

### 3. 상호간섭다중모델 알고리즘

AR 파라미터 추정기, 비상관 프로세스와 평방근 정보필터로 구성된 제안된 상호간섭다중모델(PIMM)을 표준 상호간섭다중모델(IMM) 및 AR 파라미터 추정기, 비상관 프로세스와 칼만필터로 구성된 수정된 상호간섭다중모델(MIMM\_K)과 비교하여 그의 추적성능을 분석하였다. 실제표적은 400샘플링 순간까지는 등속운동을 하다가 401에서 800샘플링순간까지는 등가속운동을 하며, 다시 801부터 1200 샘플링 순간까지 등속운동을 하는 기동표적이며, 다음과 같은 운동모델을 이용하여 발생시켰다. 편의상 표적의 운동공간은 X평면에 한정하였다.

$$x_{k+1} = \Phi x_k + B u_k + \Psi w_k$$

여기서,  $x_k \equiv [x(k) \dot{x}(k)]^T$  이며, 각 계수의 수치는 다음과 같다.

$$u_k = 0, \quad 0 < k \leq 400 \text{ \& } 801 \leq k \leq 1200$$

$$u_k = 20, \quad 401 \leq k \leq 800$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \Psi = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} T^2 \\ T \end{bmatrix}$$

그리고, 초기 상태벡터  $x_0 = [1000 \ 150]^T$ 이며, 샘플링간격은  $T = 0.05 \text{ sec}$ , 실제 프로세스 잡음 공분산은 50으로 설정하였다.

한편 IMM 알고리즘의 평방근정보필터 및 칼만필터는 하나의 2차 등속필터와 두 개의 3차 등가속필터로 다음과 같이 구성하였다.

▶ 등속필터

$$\begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} T^2 \\ T \end{bmatrix} w_k$$

▶ 등가속필터

$$\begin{bmatrix} x \\ v \\ a \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & T & \frac{1}{2} T^2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \\ a \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \frac{1}{6} T^3 \\ \frac{1}{2} T^2 \\ T \end{bmatrix} w_k^m$$

여기서,  $w_k$ 와  $w_k^m$ 은 백색잡음이다.

모델간의 마코프 천이확률행렬은 다음과 같이 가정하였다.

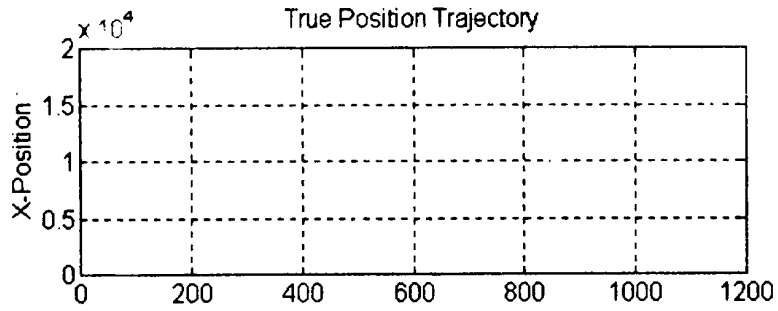
$$[p_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.99 & 0.01 & 0.00 \\ 0.33 & 0.34 & 0.33 \\ 0.00 & 0.01 & 0.99 \end{bmatrix}$$

비상관 프로세스의 실제 상관계수는 등속구간은 0.8187, 등가속구간은 0.6067로 가정하였다. 그리고, 두 필터의 초기 추정상태는 실제 표적의 초기상태와 같게 하였으며, 초기 오차 공분산행렬은  $P = 100I_3$ 로 두었다. 그리고 AR 파라미터 추정 알고리즘의  $\beta$ 는 0.99로 선택하였으며,  $\rho$ 는 0.9로 설정하였다.

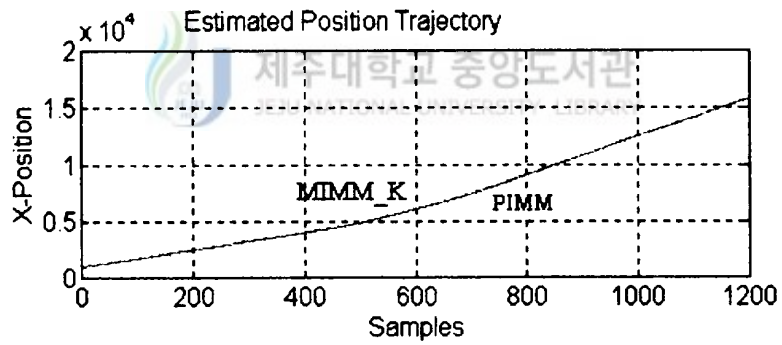
그림16(a)는 표적의 실제궤적을 나타낸 것이며, 그림16(b)는 PIMM과 MIMM\_K에 의해 추정된 표적의 위치궤적을 도시하였다. PIMM 및 MIMM\_K은 거의 유사한 추적성능을 나타내고 있으며, 실제 표적의 위치궤적을 정확하게 추적하고 있음을 알 수 있다.

그림17(a)는 실제 표적의 속도궤적을 나타낸 것이며, 그림17(b)는 PIMM, MIMM\_K 그리고 IMM에 의해 추정된 속도궤적이다. 점선은 IMM에 의해 추정

된 것이며 진한 실선은 PIMM, 연한 실선은 MIMM\_K에 의한 것이다. 그림17(a)에서 보면 400샘플링 순간까지는 일정한 속도를 유지하다가 800회까지 1차적으로 증가하며 그 후부터는 다시 일정한 속도를 유지함을 알 수 있다. 그림17(b)에서 PIMM와 MIMM\_K가 IMM에 비해 추적성능의 개선을 보이고 있다.



(a)



(b)

Fig. 16. Target position trajectory.

그림18(a)는 실제 표적의 가속도궤적을 나타낸 것이며, 그림18(b)는 PIMM, MIMM\_K 그리고 IMM에 의해 추정된 가속도궤적이다. 그림17에서와 마찬가지로 PIMM과 MIMM\_K는 실선으로 IMM은 점선으로 도시하였다. 401샘플링 순간에서 700샘플링 순간까지는 크기가 10인 일정한 가속도를 가지고 있으며 그 외의 구간은 0이다. 가속도에 추적성능은 PIMM이 IMM에 비해 현저히 개선됨을 알 수 있다. 또한 MIMM\_K에 비해서도 추적성능이 개선됨을 확인할 수 있다.

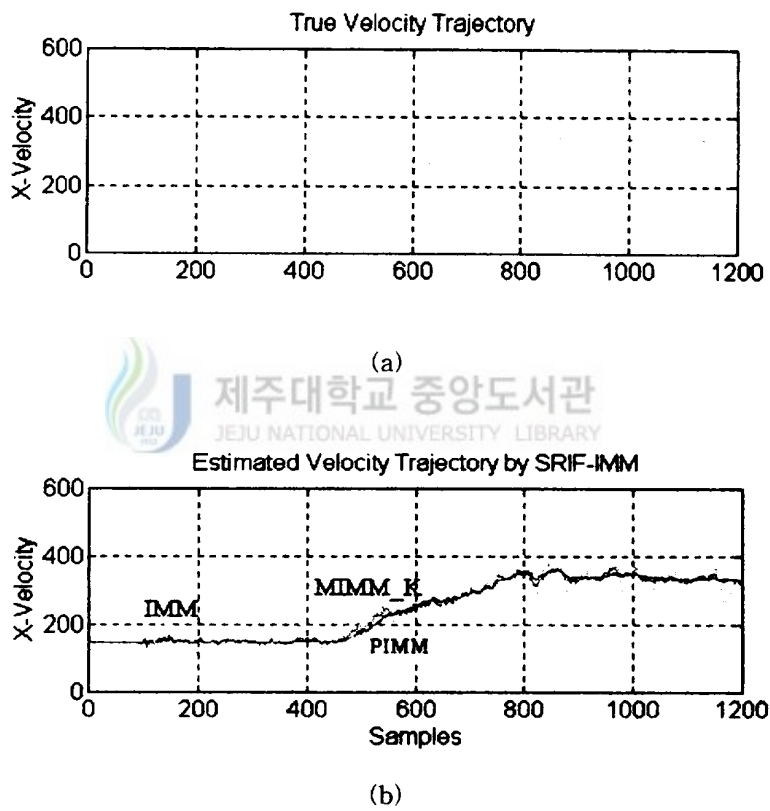
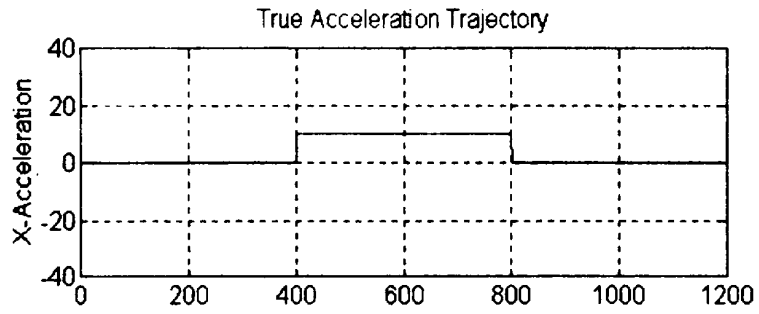
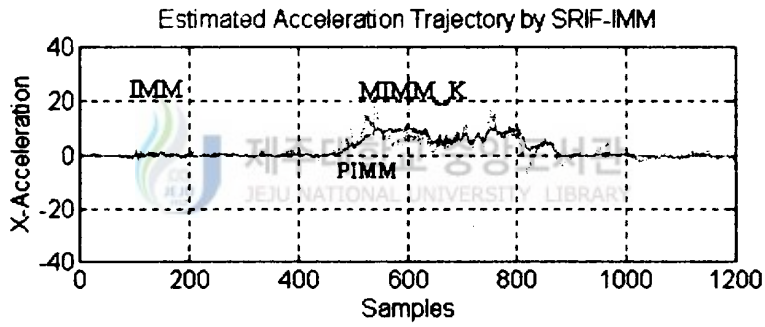


Fig. 17. Target velocity trajectory.

추적성능을 보다 정확하게 비교하기 위하여, 50회의 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하여 위치와 속도, 그리고 가속도 값들에 대한 RMS 오차를 그림 19, 20 및 21에 나타내었다.



(a)



(b)

Fig. 18. Target Acceleration trajectory.

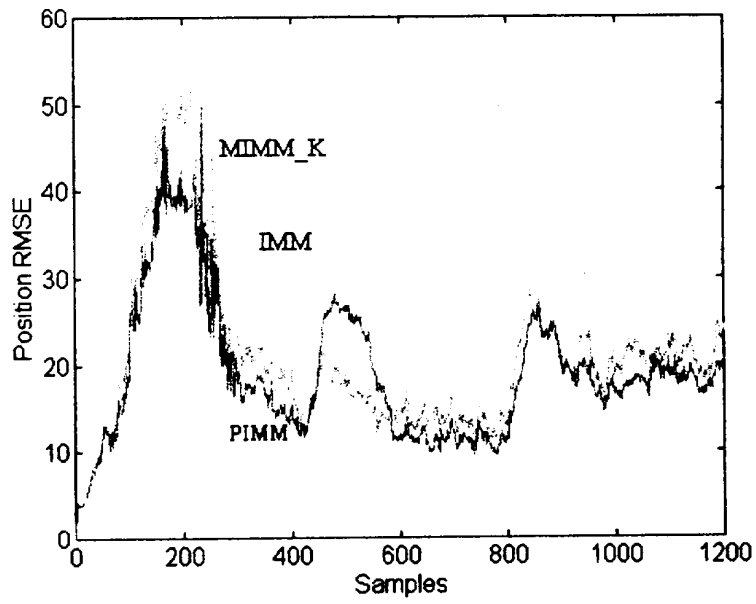


Fig. 19. RMSE in position estimates.

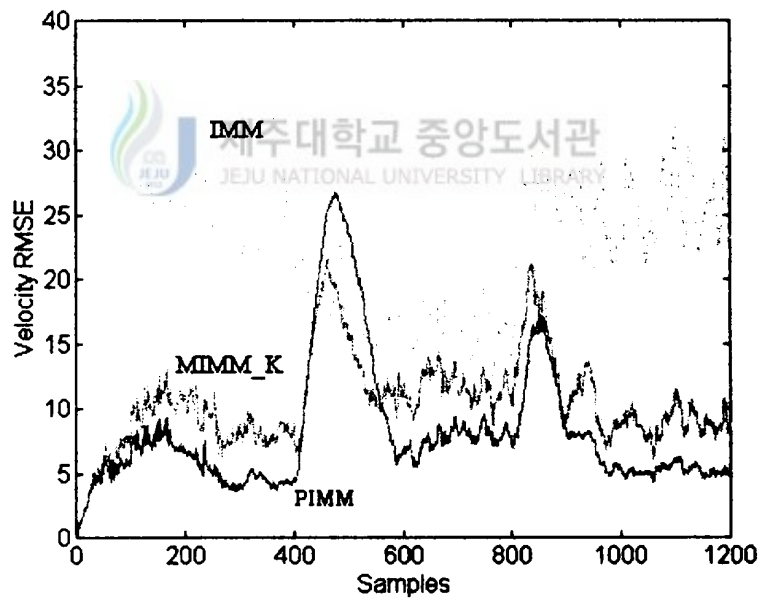


Fig. 20. RMSE in velocity estimates.

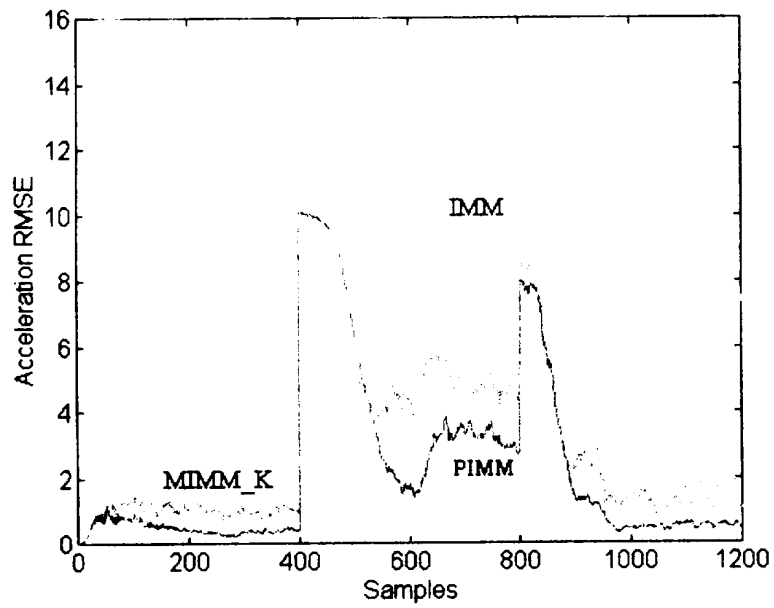


Fig. 21. RMSE in acceleration estimates.



그림22은 PIMM, MIMM\_K와 IMM의 등속모델과 등가속모델의 확률을 도시한 것이다. 등속모델의 확률은 비기동구간에 우세하며, 등가속모델의 확률은 기동구간에 우세함을 나타내고 있다.

그림23과 24는 AR 파라미터 추정알고리즘에 의해 추정된 결과를 실제 AR 파라미터와 함께 도시하였다. 실제 AR 파라미터에 근접하게 추정됨을 확인할 수 있다.

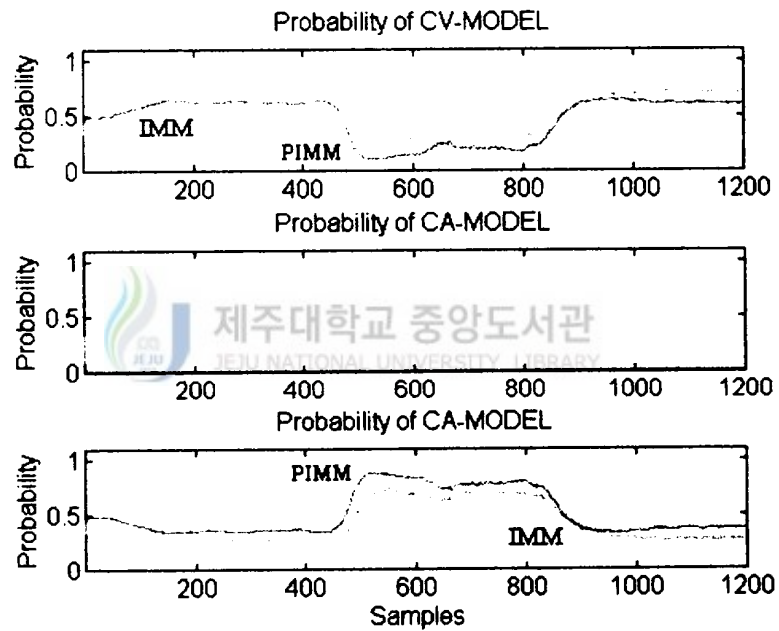


Fig. 22. Probability of the constant velocity and the constant aceleration model.

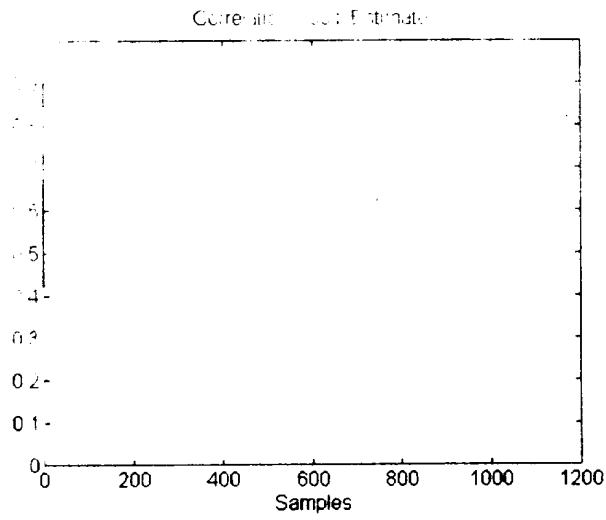


Fig. 23. Noise correlation coeff. estimate

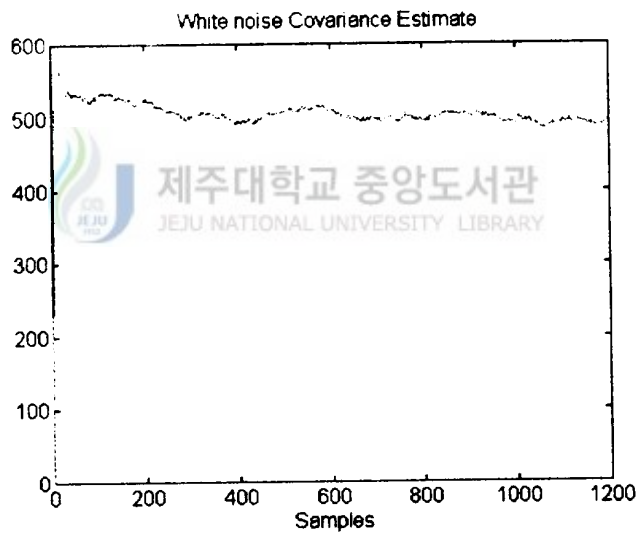


Fig. 24. White noise covariance estimate

## VI. 결론

본 논문에서는 상관된 측정잡음을 갖는 기동표적의 추적을 위해, 비상관프로세스를 갖는 평방근 정보필터로 구성된 상호간섭 다중모델 알고리즘을 제안하였다. 평방근 정보필터는 전통적인 칼만필터가 갖는 수치적인 취약점을 보완할 수 있으며 비상관 프로세스를 효과적으로 수용할 수 있는 구조적인 장점을 갖는다. 또한, 상호간섭 다중모델 알고리즘의 모델의 확률갱신 단계에서 사용되는 오차항을 평방근 정보필터의 측정갱신 단계에서 부수적으로 얻을 수 있으므로 효과적이다. 시간에 상관된 유색 측정잡음의 상관계수 및 백색잡음의 공분산을 추정하기 위해 Wu와 Chang(1996)이 제안한 AR 파라미터 추정알고리즘을 이용하였다. 일정가속 구간을 갖는 기동표적에 대한 시뮬레이션을 통하여 표준 상호간섭 다중모델 알고리즘보다 제안된 알고리즘의 추적성능이 개선됨을 확인하였다.



## 참고문헌

- Bar-Shalom, Y. and Birmiwal, K., 1982, "Variable-dimension filter for maneuvering target tracking," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-18, pp.621-629.
- Bar-Shalom, Y., Chang, K.C. and Blom, H.A.P., 1989, "Tracking a maneuvering target using input estimation versus the interacting multiple model algorithm". IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-25.
- Bar-Shalom, Y. and Fortmann, T.E., 1988, Tracking and Data Association, New York: Academic Press.
- Bierman, G.J., 1977, Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation, Academic Press, Inc., Mathematics in Science and Engineering, vol.128.
- Bierman, G.J., Belzer, M.R., Vandergraft, J.S. and Porter, D.W., 1990, "Maximum likelihood estimation using square root information filters", IEEE Transactions on automatic control, Vol.35, No.12, pp.1293-1298, Dec..
- Blackman, S.S., 1986, Multiple Target Tracking with Radar Applications, Dedham, Mass.:Artech House.
- Blair, W.D., Watson, G.A. and Rice, T.R., 1991, "tracking maneuvering targets with an interacting multiple model filter containing exponentially-correlated acceleration model, 23rd Symposium on System Theory, Columbia.
- Blom, H.A.P. and Bar-Shalom, Y., 1988, "The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients," IEEE Transactions on Automatic Control, AC-33, pp.780-783.
- Bolger, P.L., 1987, "Tracking a maneuvering target using input estimation," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-23, No.3,

- pp.298-310.
- Chan, Y.T., Hu, A.G.C. and Plant, J.B., 1979, "A Kalman filter based tracking scheme with input estimation," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-15, pp.237-244.
- Chang, Chaw-Bing and Tabaczynski, J.A., 1984, "Application of state estimation to target tracking," IEEE Transactions on Automatic Control, AC-29, No.2, pp.98-109.
- Cloutier, J.R., Lin, C.F. and Ynag, C., 1993, "Enhanced variable dimension filter for maneuvering target tracking," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-29, No.3, pp.786-797.
- Gelb, A., 1974, Applied Optimal Estimation, The analytic sciences corporation.
- Grewal, M.S. and Andrews, A.P., 1993, Kalman Filtering: Theory and Practice, Prentice-Hall, Inc..
- Guu, J.A. and Wei, C.H., 1991, "Maneuvering target tracking using IMM method at high measurement frequency," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-27, No.3, pp.514-519, May.
- Guu, J.A. and Wei, C.H., 1991, "Tracking technique for maneuvering target with correlated measurement noise and unknown parameters," IEE Proceedings, Part F, Vol.138, pp.278-288.
- Haykin, S., 1996, Adaptive Filter Theory.(third edition), Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Kaminski, P.G., Bryson, A.E., Jr. and Schmidt, S.F., 1971, "Discrete square root filtering: A survey of current techniques", IEEE Transactions on Automatic Control, AC-16, No.6, pp. 727-735.
- Kim, K.Y., 1995, "Tracking of maneuvering target with kinematic constraints using square root information filter," Journal of KIEE, Vol.44, No.12, pp.1655-1660.

- Lerro, D. and Bar-Shalom, Y., 1993, "Interacting multiple model algorithm with target amplitude feature", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-29, pp.494-509.
- Rogers, S.R., 1987, "Alpha-Beta filter with correlated measurement noise," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-23, No.4, pp.592-594.
- Wang, T.C. and Varshney P.K., 1993, "A tracking algorithm for maneuvering targets," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-29, No.3, pp.910-924.
- Wu, W.R. and Chang, D.C., 1996, "Maneuvering target tracking with colored noise," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-32, No.4, pp.1311-1320.
- Wu, W.R. and Cheng, P.P., 1994, "A nonlinear IMM algorithm for maneuvering target tracking," IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-30, No.3, pp.875-886, July.



## 감사의 글

감사합니다.

허물많은 모습이지만 이 작은 결실을 이루도록 도움을 주신 많은 분들께 감사의 인사를 드리며, 2년동안의 석사과정을 돌아보고자 합니다.

마부작침(磨斧作針)의 마음으로 학문에 임해야 한다며 끊임없는 가르침을 주시고 보다 나은 논문이 되도록 끝까지 지켜봐 주신 김경연교수님과 논문심사를 통해 깨우침을 주신 김경식교수님, 도양희교수님께 감사를 드립니다. 그리고 관심을 갖고 도움을 주셨던 이광만교수님, 고성택교수님, 강민제교수님께도 지면으로나마 깊은 감사를 드립니다.

힘들 때마다 후배로서, 어려움을 같이 나누는 친구로서, 선배로서 힘써 도와주시고 즐거움을 함께 했던 제어공학연구실원인 창일이오빠, 충협이오빠, 봉석, 용철, 민범, 양숙에게도 감사를 드리며 계속 깊은 학문의 성취를 이루시길 기대합니다. 그리고 대학원 생활동안 학문의 길을 같이 해온 경희, 희선, 영길이오빠에게도 감사의 마음을 전하며 무한한 발전과 모든 일이 다 이루어지기를 바랍니다. 항상 어렵고 힘든 일을 기꺼이 도와주었던 장경훈선배님, 김영민선배님, 데레사언니, 윤성보선생님 그리고 멀리서나마 충고를 아끼지 않은 김용규선배님, 백원석선배님께도 감사드리며, 학과일을 도맡아 처리해주신 경미언니, 김미정선생님께도 감사하는 마음을 전합니다.

이 작은 결실을 통해 저를 위해, 7남매를 위해 평생을 바치신 아버님, 어머님 두분께 조금이나마 기쁨을 드릴 수 있어 큰 보람을 느낍니다. 항상 격려와 용기로 많은 관심을 가져주던 오빠, 언니, 형부, 새언니 그리고 귀여운 조카들에게도 고마움을 전하며, 더욱 더 가정에 행복이 가득하시길 바랍니다.

끝으로 거명되지는 않았지만 보다 큰 것을 소망하도록 자극하며 새로운 날들을 기대감으로 맞이하게 도움을 주신 모든 분들과 기쁨을 같이 나누길 원합니다.