碩士學位 請求論文

전자기 관련 단위계의 전환 방법

指導敎授 康 禎 友

濟州大學校 敎育大學院

物 理 敎 育 專 攻

趙 祀 範

1994年 8月

전자기 관련 단위계의 전환 방법

指導敎授　康　禎　友

이 論文을 敎育學 碩士學位 論文으로 提出함.

1994年　6月　　日

濟州大學校 敎育大學院 物理敎育 專攻

提出者　趙　祀　範

趙祀範의 敎育學 碩士學位 論文을 認准함.

1994年　7月　　日

審査委員長 김 귀 용

審査委員 박 기 은

審査委員 강 정 우

< 초 록 >

전자기 관련 단위계의 전환 방법

趙 昶 範

濟州大學校 敎育大學院 物理敎育專攻

指導敎授 康 禎 友

단위계 전환 방법에 사용하는 행렬 방법과 전환 인자 방법을 확장하여 단위계간의 차원과 수치 및 물리식들을 상호 전환할 수 있는 방법을 알아냈다.

차원 전환 방법은 단위계의 기본량과 차원 대응 관계에서 구한 차원 전환행렬과 이미 알고 있는 단위계의 차원들을 열행렬로 표현한 것을 행렬곱하여 알고자 하는 단위계의 차원을 구하는 방법으로 국제 단위계에서 가우스단위계와 esu단위계 그리고 emu단위계로 차원을 전환하였으며, esu단위계와 emu단위계에서 국제단위계로의 차원도 전환하였다. 단, 가우스단위계에서 국제단위계로의 전환은 행렬 방법으로는 되지 않았다.

수치 전환행렬은 기본단위의 대응 관계에서 구할 수 있으며, 행렬 곱의 결과를 10의 지수값으로 표현하는 방법으로 국제단위계에서 가우스단위계로 수치 전환을 하였고, 몇 가지 예외적인 경우가 있었지만 각 단위계간의 수치 관계를 알 수 있었다.

그리고 전환 인자와 전환 규칙을 사용하여 국제단위계에서 가우스단위계로, 또는 가우스단위계에서 국제단위계로 물리식의 형태를 전환할 수 있는 방법을 제시하였다.

차 례

I. 서 론

어떤 물질의 양이나 크기를 나타내려면 비교의 기준이 되는 것이 있어야 한다. 이때 비교의 기준이 되는 일정한 양이나 크기를 단위(unit)라고 한다. 단위는 종류가 아주 다양하고, 처음에는 지방이나 나라마다 제각기 다른 단위를 사용하였다. 그러나 교통과 산업이 발달한 오늘날에는, 사용하는 단위가 서로 다름으로 인한 많은 불편을 해소하기 위해 세계적으로 통일된 단위를 사용하고 있다. 우리 나라에서도 오랜 옛날에 중국에서 들어온 척관법을 사용해 오다가 1963년 5월 31일부터 새로 제정된 계량법에 의해 미터법(국제단위계와 같음)으로 통일하여 사용하고 있다.[1,2] 그렇지만 일부 국가나 우리 사회 특정 분야에서는 그 분야의 전통적인 단위를 사용하고 있어, 그로 인한 혼란과 불편을 겪고 있다.

물리학을 구성하고 있는 요소는 물리학의 모든 법칙을 표현하는 물리량들이다. 이와 같은 물리량의 크기를 나타낼 때는 비교의 기준이 되는 단위를 사용해야 한다. 그러나 물리량이 너무 많이 있기 때문에 길이, 질량, 시간과 같은 소수의 기본량을 정한 다음, 국제적으로 표준을 부여[2,3]하여 기본단위(base unit)로 정하고 있다. 그리고 물리방정식 또는 물리량의 정의에 따라 기본량들을 조합하여 얻은 물리량을 유도량이라 하며, 기본단위에 따른 유도량의 단위를 유도단위(derived unit)라 한다. 그 외에 평면각의 라디안 (rad ; radian), 입체각의 스테라디안(sr ; steradian) 등을 보조단위 (supplementary unit)로 사용하고 있다. 이러한 단위들을 이용하여 하나의 계통적인 단위의 모임으로 조직화한 것이 단위계[2,4,5] (system of units)이다.

단위계는 물리학의 기본량인 길이, 질량, 시간의 단위를 센티미터(cm; centimeter)-그램(g;gram)-초(s;second)로 정한 CGS 단위계와 미터 (m; meter)-킬로그램(kg;kilogram)-초(s;second)로 채택한 MKS단위계로 대

별된다. 그리고 MKS단위계에 전류의 암페어(A;ampere), 열역학적인 온도의 켈빈(K;kelvin), 물질의 양의 몰(mol;mole), 광도의 칸델라(cd;candela)를 포함한 7가지의 기본단위로 조직화된 국제단위계 (SI ; Le Système International d'Unités)가 있다. 국제단위계에서는 매우 크거나 아주 작은 수를 나타낼 때 10의 몇 승 방식을 적당한 접두어로 정의한 국제단위계 접두어[2,5)][예를 들면 10^3 = k(kilo), 10^6 = M(mega), 10^{-3} = m(mili), 10^{-6} μ(micro) 등]를 보조단위로 사용하고 있다. 이외에 역학량의 중력단위계가 있고, 기본단위를 길이의 피트(feet), 힘의 파운드(pound), 시간의 초(second)로 정한 영국 공학단위계(혹은 피트-파운드 단위계)가 있다. 전자기 물리량에 대해서는 MKSA 단위계(국제단위계와 같음) 이외에도 CGS 단위계와 조합되어 사용되는 여러 종류의 전자기의 단위계가 있는데, 대표적인 것은 가우스단위계이다.

물리량의 유도량을 기본량의 조합으로 표시한 것이 차원(dimension)이다. 그런데, 동종의 물리량은 같은 차원을 갖는다는 차원해석적 방법으로 물리 현상을 이해할 수 있다. 모든 역학적 물리량을 차원으로 표시하면 기본량인 길이, 질량, 시간의 조합이 되어 CGS 단위계나 MKS 단위계 혹은 국제단위계에서 사용한 단위계에 관계없이 같은 차원이 된다. 그러므로 물리 현상을 해석하는데 아무런 어려움이 없고, 동종의 물리량은 같은 차원을 갖는다. 그러나 전자기적 물리 현상은 하전입자의 운동으로 볼 수 있으므로 전류를 기본량에 포함시켜야 한다. 그러므로 기본량으로 길이, 질량, 시간을 사용하는 가우스단위계에서 전자기적 물리량을 차원으로 표시한 것과 길이, 질량, 시간, 전류를 기본량으로 하는 MKSA 단위계에서의 전자기적 물리량을 차원으로 표시한 것은 동종의 물리량이라도 차원은 다르게 표시된다. 그뿐만 아니라 같은 의미를 갖는 방정식도 사용하는 단위계에 따라 서로 다르게 표현된다. 그로 인해 차원해석이나 전자기 현상을 이해하는데 많은 불편과 어려움이 따르게 된다.

관습상 사용하는 영국 공학단위계는 국제단위계의 기본단위로 곧 대체될 수 있기 때문에 별 문제가 없다. 그러나 가우스단위계와 국제단위계는 현

실적으로 혼용되고[6,7] 있으므로 전자기 분야에서 물리량이나 물리방정식을 다룰때, 필요에 따라 이들 단위계를 서로 바꾸어서 사용해야 할 경우가 있다. 이런 경우에는 관련 서적의 표를 참조하는데, 단위계간의 전환 과정을 모르고 차원식과 환산표 및 전자기 관련 물리식만 이용함으로 인해 전자기 현상을 이해하는데 많은 혼란이 생긴다.

관련 표가 없더라도 물리량에 관한 두 단위계의 차원과 수치 및 물리식에 대해 알 수 있는 관계식이 필요하다. 이러한 전환 방법에 대해서는 Be-nard Leroy는 행렬방법[8]으로 Yun-tung Lau는 전환 인자[9]를 이용해서 구한 바 있다. 그러나 행렬방법은 주로 전기적 물리량의 차원과 수치에 대해서만 성립되고, 전환 인자 방법은 단순히 물리식의 전환만을 다루고 있어 차원과 수치에 대해서는 알 수 없다.

이와 같은 전환 방법을 확장하여 보다 일반적으로 사용할 수 있는 간단한 방법을 구해서 전기적 물리량뿐만 아니라 자기적 물리량에서도 적용되는 차원 및 수치 전환행렬과 보다 간단하게 물리식을 전환시킬 수 있는 전환 규칙을 만들어 국제단위계(혹은 MKSA 단위계)와 가우스단위계간의 차원과 수치 및 물리식을 간단하게 상호 전환할 수 있는 단위계의 전환 방법에 대해 알아 보려고 한다.

본 논문의 순서는 Ⅱ장에서 전자기 관련 단위계에 관한 역사와 기본 이론 및 종류에 대해 기술하고, Ⅲ장에서 단위계의 전환 방법을 알아 보겠다. 그런 다음 Ⅳ장에서 결론을 맺겠다.

Ⅱ.이론적 배경

1. 역사적 고찰

인류는 먼 옛날부터 전기와 자기에 관한 지식을 갖고 있었다. 최초의 기록은 기원전 600년에 희랍의 철학자 탈레스(Thales)가 호박(희랍어로 eletron)을 마찰하면 그것이 작은 먼지나 가벼운 종이를 흡인한다는 것을 알아낸 것이다. 그뿐만 아니라 자석이 철을 끌어 당기는 것도 이 시대에 알고 있었다. 또한 중국에서는 자석이 남북의 방향으로 정지한다는 나침반의 원리를 알고 있었다. 이렇게 전기적 현상과 자기적 현상들에 대해서는 일찍부터 알고 있었지만, 과학적이고 조직적인 연구가 시작된 것은 16세기 이후였다. 영국의 과학자 윌리엄 길버트(William Gilbert, 1540-1603)가 마찰 전기에 양, 음의 두 가지가 있다는 것과 지구가 큰 자석이라는 것을 발표한[10,11] 이래, 정전기에 관한 연구가 1750-1800년 사이에 거의 완성되였다.

이와 같이 전기학과 자기학은 별개의 영역으로 다루어져 오다가, 1820년 덴마아크의 물리학자 에르스텟(Hans Christian Oersted,1777-1851)이 실험 강의 도중에 우연히 전류가 흐르는 도선 위에 도선과 나란하게 나침반이 놓이면 나침반 바늘이 움직이는 현상을 발견했다.[10,11] 이것은 전류와 자기는 서로 무관한 별개의 현상이 아니라 서로 관련이 있음을 보여주고 있다. 이로부터 전류에 관한 연구가 앙페르(Ampere Andre Marie, 1775-1836), 패러데이(Michael Faraday, 1791-1867), 가우스(Carl Friedrich Gauss, 1777-1855), 비오(Jean Baptiste Biot, 1774-1862)와 사바르(Felix Savart, 1791-1841) 등에 의해, 1800-1850년 사이에 활발하게 진행되였다. 그후 1850-1900년까지는 전자파 연구를 시작하여 근세기에 와서는 원자의 연구로 발전하였다.[10,11]

이상과 같이 전기 및 자기 현상을 과학적으로 연구한 것은 18세기부터

19세기 초이다. 이들의 연구를 완성한 것은 맥스웰(James Clerk Maxwell, 1831-1879)인데, 그는 전자기학의 여러 현상을 해결할 수 있는 기본 방정식을 완성하였다.[10,11]

지금까지 알아본 바와 같이 오늘날의 전자기학은 전기학과 자기학이 별도의 영역에서 개개의 현상에 대한 연구 결과로 확립된 것이다. 그런데 이 과정에서 개개의 현상을 기술하는데 편리한 단위가 사용되여 서로 다르게 발달하게 되었다. 그래서 서로 다른 전자기 관련 단위계를 만들게 된 것이다.

2. 차원식

물리량 중에서 기본량을 A, B, C, ... 등으로 나타내고, 유도량을 X로 나타낸다면 γ를 수계수라 할때 X의 정의식은 $X = \gamma A^e B^f C^g \ldots$로 표시된다. 이때 X를 다음과 같은 방정식

$$[\ X\ ] = A^e B^f C^g \ldots \qquad (2\text{-}1)$$

으로 표현할 때 e, f, g ...는 각각의 물리량에 대응하는 기본량 A, B, C, ...에 관한 차원이라 하고, (2-1)식을 차원식[4,12]이라 한다. 그리고 기본량은 각각에 대해 독립이므로 이들의 지수값 e, f, g ... 도 독립적이며, 기본량의 종류가 m이면 m차원계라 불린다.

길이 L과 질량 M및 시간 T를 기본량으로 하는 3차원계에서는, 예를 들면 속도의 차원식은 LM^0T^{-1}이고, 질량과 가속도의 곱으로 정의되는 힘의 차원식은 $[F] = LMT^{-2}$ 이다. 여기서 F는 힘이란 유도 물리량을 나타내는 관용기호이다. 그리고 평면각과 입체각은 둘다 무차원량으로 L^0 이고, 일과 힘의 모멘트는 차원이 같아 L^2MT^{-2}가 된다.

차원식은 기본단위와의 관계를 나타내는 것으로 기본단위가 어떤 단위계에 관계되는가는 직접적인 관계가 없다. 이에 비해 속도의 단위를 (m/s)와 같이 나타내는 경우에는 기본단위계를 명시한 것이 되므로 이와 같은 표시법을 단위식이라 한다.

물리 법칙은 그 안에 나타나는 물리량의 단위를 선택하는 방법과는 관계

없이 성립한다. 그러므로 기본량이 같은 단위계에서 물리량이나 물리법칙의 차원은 같다. 그러나 기본량이 다른 단위계를 사용하면 동종의 물리량이나 물리법칙이라도 차원은 다르게 표현된다.

3. 전자기 단위의 기본식

전기 및 자기적 여러 가지 양들을 조합하여 역학적 양과 결합시키기 위해 사용되는 기본 관계식에 대해 알아 보겠다.

전기력 및 자기력에 관한 쿨롱의 법칙[4,5,13]은 거리 r 만큼 떨어져 정지하고 있는 두 개의 점전하 q_1, q_2 (또는 자극 m_1, m_2)사이에 작용하는 힘 F(또는 F_m)는 두 점전하(또는 자극)의 결합선 방향으로 향하고, 그 크기는

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad F_m \propto \frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{2-2}$$

으로 표현된다. 이때 전하 또는 자극의 부호가 같으면 반발력, 부호가 다르면 인력이다. 이것은 1785년 쿨롱(C. Coulomb, 1736-1806)이 정밀한 비틀림 저울을 만들어 대전체 상호간 및 자극 상호간의 힘을 실측하여 발견하였다. 그러므로 힘 F(또는 F_m)을 쿨롱힘이라고도 한다.

전기에 관해서는 쿨롱보다 먼저 1773년에 캐번디시(Henr Cavendish, 1731-1810)가 속이 빈 도체의 내부 표면에 전기가 존재하지 않는다는 실험을 토대로 해서 역자승의 법칙이 성립하는 것을 알아냈으나,[13] 일반적으로 알려지지는 않았다. 점전하 혹은 자극이 고른 매질 속에 있을 때, 쿨롱힘은 그 유전율(permittivity; 전속밀도와 전기장의 비) 또는 투자율(permeability ;자속밀도와 자기장의 비)에 역비례한다는 법칙[4,13]으로 보충된다. 다만 이 경우도 유도에 의해서 생기는 전하, 자극까지 고려하면 진공중의 쿨롱의 법칙이 성립한다. 진공중인 경우 (2-2)식의 비례기호를 등호로 바꾸면 전하, 자극 강도의 단위가 결정되며, 이렇게 결정된 단위를 각각 정전단위, 전자 단위(또는 정자 단위)라고 한다.[4,6] 뿐만 아니라 진공중인 경우 MKSA유리화단위계로 나타내면 전기력의 비례상수는 $1/4\pi\varepsilon_0$ (ε_0는 진공

의 유전율), 자기력의 비례상수는 $\mu_0/4\pi$(μ_0 는 진공의 투자율)가 된다. 그리고 가우스단위계에서의 비례상수는 진공중에서 모두 1 로 놓는다.

이와 같이 쿨롱의 법칙은 전기력 및 자기력에 관한 원격작용론의 기본법칙이었으나 장(field)의 이론이 확립됨에 따라 이론의 출발점으로 맥스웰 방정식이 되고, 이 법칙은 정전기학, 정자기학에 대해 성립하는 하나의 정리로 간주하게 되었다.[13)]

쿨롱의 법칙으로부터 두 점전하 사이에 작용하는 힘은

$$F = C_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{2-3}$$

으로 나타내고, 암페어의 법칙으로부터 얻어지는 평행한 두 직선 전류 사이의 단위 길이당 작용하는 힘은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{dF}{dz} = 2C_m \frac{I_1 I_2}{\rho} \tag{2-4}$$

여기서 C_e 와 C_m 은 유전율과 투자율에 관계되는 비례상수로서 상수값은 단위계에 따라 임의로 선택되므로 단위계마다 달라진다. (2-3)식 및 (2-4)식에서 ρ 와 z 는 길이 차원을 가지고, q_1 과 q_2 는 두 점전하의 전하량이며 I_1 과 I_2 는 두 직선의 전류를 뜻한다. 따라서 $C_e q_1 q_2 / r^2$ 과 $C_m I_1 I_2$ 는 둘 다 힘의 차원을 가져야 하므로 C_e/C_m 의 수량 관계는 c^2 이고 차원 관계는 L^2T^{-2} 가 된다. 그러므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left[\frac{C_e}{C_m}\right] = c^2 = L^2T^{-2} \tag{2-5}$$

여기서 c 는 실험적으로 $c = 3\times10^{10}$ cm/s 가 되어 빛의 속도와 같음[4~7,11)] 이 알려져 있다. 그러므로 $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 1/c$의 관계식이 성립되고, 비례상수 C_e 와 C_m 은 임의로 선택할 수 있으나 다른 값은 (2-5)식에 따라 고정되어야 한다. 쿨롱의 법칙에 의해 결정된 전하 혹은 자극 강도의 단위로 전류(단위 시간당 흐르는 전하량)를 나타내기 위해서는 $I = Q/T$ 의 관계로부터 얻은 다음과 같은 차원 관계를 이용해야 한다.

$$[\,Q\,] = I\,T \tag{2-6}$$

여기서 Q 는 전하량, I 는 전류, T 는 시간을 의미한다.

같은 종류라 생각되는 물리량의 단위라도, 단위계에 따라 차원과 수자

계수가 다른 것이 많으므로 전자기의 모든 법칙에 나타나는 계수도 바뀐다. 반대로 이 계수의 차이에 따라 단위계의 기본적인 특징을 나타낼 수가 있다. γ를 단위계에 수반되는 수자계수라면 진공중에서의 전자파의 전파속도[4~7,11]는

$$\frac{\gamma}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c \tag{2-7}$$

가 된다. 이 제한 아래 γ, ε_0, μ_0 중의 두 개는 임의로 선택할 수 있고, 이것에 의해 각 종의 단위계로 구별된다.

4. 전자기의 단위계

전자기 관련 단위계에는 MKSA 단위계외에 여러 종류의 단위계가 있다. 보통 CGS 단위계와 조합되어 사용된다.

1) esu 단위계

esu 단위계는 기본단위로 길이는 cm, 질량은 g, 시간은 s 로 정하고, 전기에 관한 독립적인 양으로써 유전율 ε을 택한 단위계이다. 그러므로 CGS 정전단위계(esu system; system of electro static unit)[4~7,10,11]라고도 불린다. 이 단위계는 (2-7)식에서 $\gamma = 1$, $\varepsilon_0 = 1$ 로 정하였기 때문에 $\mu_0 = (1/9)\times10^{-20}\ s^2/cm^2$으로 선택한다. 따라서 ε_0는 무차원 상수로 취급한다. 그리고 기본 전하량은 진공중에 서로 같은 전하가 1cm 떨어져서 서로가 치는 힘이 1 dyne일 때, 이들의 전하를 1 esu의 전하라 한다. 따라서 정전기의 쿨롱의 법칙은 3절에서 설명한 바와 같이

진공중에서 : $$F = \frac{q_1q_2}{r^2}\ (\text{dyne}) \tag{2-8}$$

유전율 ε 의 매질중에서 : $$F = \frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2}\ (\text{dyne}) \tag{2-9}$$

이 된다. 단, 이때 진공중의 유전율 $\varepsilon_0 = 1$ 이므로 유전율 ε는 비유전율 ε_s와 수치적으로 같다.[4,14] 즉, 다음과 같다.

$$\varepsilon = \varepsilon_s \tag{2-10}$$

이와 같은 규칙에서 출발하여 이루어진 전자기적인 양에 관한 단위계를

esu 단위계라 한다.

이 단위계를 차원적으로 분석해보면, ε_0 를 무차원의 상수로 보기 때문에 (2-7)식에서 $1/\sqrt{\mu_0} = c$ 가 되고, c의 차원은 LT^{-1} 이므로 $[\mu_0] = L^{-2}T^2$ 의 차원을 갖는다. 그리고 (2-8)식을 차원식으로 표기하면

$$LMT^{-2} = \frac{[Q]^2}{L^2} \qquad (2\text{-}11)$$

이 된다. 따라서 전하량은

$$[Q] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-1} \qquad (2\text{-}12)$$

이라는 차원을 갖는다. 이것을 전하량의 기본 차원식인 (2-6)식과 비교하기 위해

$$[Q] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2} \cdot T^1 \qquad (2\text{-}13)$$

으로 표현하면, 진공중에서 전류의 차원은

$$[I] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2} \qquad (2\text{-}14)$$

가 된다.

esu 단위계에서 비례상수 $C_e = 1$ 이므로 (2-5)식에서 $C_m = 1/c^2$ 이 된다. 그러므로 (2-3)식과 (2-4)식에서, 쿨롱의 법칙은

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad (2\text{-}8)$$

이다. 그리고 평행한 두 직선 전류 사이의 단위길이당 작용하는 힘은

$$\frac{dF}{dz} = 2\frac{I_1 I_2}{c^2 \rho} \qquad (2\text{-}15)$$

으로 표현된다. 이와 같은 (2-8)식과 (2-15)식에서 정전 쿨롱과 정전 암페어를 정의할 수 있고 더욱 나아가 정전 패러드, 정전 저항 등을 기술할 수 있게 되여 [4~7,10,11] 이런 단위들로 esu 단위계를 구성한다. 이러한 단위계는 전기적 물리량을 설명하는데 편리하다.

2) emu 단위계

3개의 기본단위 cm, g, s 외에 다른 하나의 독립된 단위로 투자율 μ를 택하고, 이 단위의 크기는 $\mu_0 = 1$ 로 한다. 그러므로 이 단위계를 CGS

정자단위계 혹은 CGS 전자단위계(emu system;system of electro magnetic units)[4~7,10,11]라 한다. 그리고 (2-7)식에서 $\gamma = 1$ 로 하였기 때문에 $\varepsilon_0 = (1/9) \times 10^{-20}\, s^2/cm^2$ 이다. 뿐만 아니라 진공중에서 1cm 떨어져서 서로 미치는 힘이 1dyne인 자극을 1CGS 전자단위(CGS emu)의 자극이라 한다.

자기력에 관한 쿨롱의 법칙은 3절에서 설명한 것 처럼

$$\text{진공중에서 : } F = \frac{m_1 m_2}{r^2} \ (\text{dyne}) \tag{2-16}$$

$$\text{투자율 } \mu \text{의 매질중에서 : } F = \frac{m_1 m_2}{\mu r^2} \ (\text{dyne}) \tag{2-17}$$

으로 나타낼 수 있다. 이때 진공중의 투자율 $\mu_0 = 1$ 이므로 투자율 μ 는 비투자율 μ_s 와 수치적으로 같다.[4,14] 그러므로

$$\mu = \mu_s \tag{2-18}$$

이다. 이와 같은 규칙에서 출발하여 이루어진 전자기적 양에 관한 단위계를 emu 단위계라 한다.

emu 단위계는 esu 단위계와 달리 μ_0 를 무차원의 상수로 놓았기 때문에 (2-7)식에 의해 ε_0 는 $1/c^2$ 이 되고, 차원은 $[\varepsilon_0] = L^{-2}T^2$ 이 된다. 그리고 μ_0 에 관계되는 C_m 은 무차원 상수 시키면 (2-3)식과 (2-4)식은 (2-5)식의 관계에 따라 $C_e = c^2$ 이 되므로 평행한 두 직선 전류 사이의 단위 길이당 작용하는 힘은

$$\frac{dF}{dz} = \frac{I_1 I_2}{\rho} \tag{2-19}$$

이다. 그리고 쿨롱의 법칙은

$$F = c^2 \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{2-20}$$

이 된다. (2-19)식을 차원식으로 나타내면

$$\frac{LMT^{-2}}{L} = \frac{[I]^2}{L} \tag{2-21}$$

이다. 여기서 진공중에서 전류의 차원을 구하면

$$[I] = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \tag{2-22}$$

이 된다. 그래서 esu단위계에서와는 다른 emu단위계에서의 전류의 차원을 얻는다.

이와 같은 방법으로 정의되는 전류의 단위를 절대 암페어(abampere: absolute에서 유래)[4~7,11]라고 한다. 이렇게 해서 정의되는 단위들을 조직화한 것이 emu단위계이다. 이 단위계는 자기 현상을 설명하는데 편리하다.

3) 가우스단위계

가우스단위계는 정전단위계와 정자단위계를 혼합시켜 놓은 것이다. 즉, esu단위계의 전기적 물리량 단위와 emu단위계의 자기적 물리량 단위를 채용한 단위계[4~7,11]이며, 이 단위계에서는 기본단위로 cm, g, s 를 사용하고 $\varepsilon_0 = 1$, $\mu_0 = 1$ 로 정하여 무차원 상수로 취급하였다. 그러면 (2-7)식에서 $\gamma = 3\times10^{10}$ cm/s 가 된다. 이 단위계는 가우스와 헤르쯔(Heinrich Rudolf Hertz, 1857-1894)에 의해 채택[11,15] 되었다.

이와 같이 가우스단위계에서는 $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$ 로 취급하기 때문에 전기적 물리량을 취급할 때는 마치 esu 단위계처럼 되고, 자기적 물리량을 취급할 때는 emu 단위계처럼 된다. 그러므로 가우스단위계에서는 전류의 차원을 나타낼 때 전기적 물리량에서는 esu 단위계에서와 같이 $[I] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$ 로 표시되고, 자기적 물리량에서는 emu 단위계에서 처럼 $[I] = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 으로 표현된다.

지금까지 알아본 바와 같이 esu 단위계와 emu 단위계는 쿨롱의 법칙을 출발점으로 하는 역사적 체계로 정해진 것이다. 그리고 esu 단위계는 전기만, emu 단위계는 자기만이 관계하는 현상에 대해서 각각 가우스단위계와 일치한다. 그러므로 이들 esu 단위계와 emu 단위계 및 가우스단위계는 각각의 전기와 자기적인 물리 현상을 다룰 때 편리하여 물리나 화학에서 이론 전개에 편리하다. 그러나 실용적으로는 단위가 너무 작고, 전기와 자기와의 연결식에 c 가 포함되어 불편할 뿐 아니라 전기의 실용 단위(국제단위계와 같음)와의 관계도 아주 복잡해진다는 결함이 있다

4) MKSA 단위계

이 단위계는 기본단위로서 길이의 미터(m), 질량의 킬로그램(kg), 시간의 초(s), 전류의 암페어(A)를 기본단위로 정하였으므로 MKSA 단위계라고 한다. 그리고 진공의 투자율 μ_0 를 다음과 같이 정하여[4~7,11] 사용한다.

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}\ (\mathrm{H/m}) \qquad (2\text{-}23)$$

μ_0 를 (2-23)식과 같이 정하면 간격이 1m 로 평행한 2 개의 전선에 동일한 전류를 흘렸을 때, 양 전선의 단위길이 마다에 작용하는 전기력이 10^{-7} N 되는 때의 전류의 크기를 1A로 정할 수 있는 전류의 절대 측정의 기초가 된다. 그러므로 MKSA단위계에서는 μ_0를 (2-23)식과 같이 정하고, $\gamma = 1$로 놓는다. 따라서 (2-7)식에 의하여

$$\varepsilon_0 = 1/36\pi \times 10^{-9}\ \mathrm{C^2/m^2 \cdot N}\ \ (\mathrm{F/m}) \qquad (2\text{-}24)$$

이다. 그리고 MKSA단위계에서 전류의 차원식은 $[I] = I$ 이다. 왜냐하면 MKSA 단위계에서는 전류가 기본 물리량에 속하기 때문이다.

맥스웰 방정식에 4π 란 계수가 나타나느냐 않느냐에 따라 비유리화단위계(system of irrational units)와 유리화단위계(system of rational units)의 구별이 있다.[4~6] μ_0를 (2-23)식과 같이 정하는 MKSA단위계는 엄밀하게는 MKSA 유리화단위계이다. 이와는 달리

$$\mu_0 = 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}\ (\mathrm{H/m}) \qquad (2\text{-}25)$$

로 정하여 구성하는 단위계를 MKSA 비유리화단위계라 한다.

쿨롱의 법칙은 MKSA 유리화단위계에서는 비례상수 $C_e = 1/4\pi\varepsilon_0$, $C_m = \mu_0/4\pi$ 로, MKSA 비유리화단위계에서는 $C_e = 1/\varepsilon_0$, $C_m = \mu_0$ 로 한다. 그러면 MKSA 유리화단위계는 맥스웰 방정식에 4π란 계수가 나타나지 않는 등 모든 전자기 관련 방정식이 간단해 진다. 그리고 가우스단위계는 맥스웰 방정식에 4π 가 포함되어 있어 비유리화단위계인데, 가우스단위계를 유리화하기 위해서는 가우스단위계에서 나타나는 4π 계수를 1 로 바꾸면 된다. 이러한 유리화 절대 단위계를 헤비사이드-로렌쯔 단위계(Heaviside-Lorentz system of units)[4,6]라 한다.

전자기 현상은 미소 거리간 하전 입자의 운동으로 볼 수 있으므로 기본 단위가 일상생활에 알맞게 선택된 MKSA 단위계로 기술하는 것보다 기본 단위가 작은 가우스단위계로 기술하는 것이 보다 더 자연 현상에 가깝고, 전자기학의 발달과정에서 전통적으로 esu 단위계와 emu 단위계를 사용해 왔으므로 아직도 이론 물리학자들 사이에는 MKSA 단위계보다 앞에 서술한 가우스단위계를 많이 사용하고 있다.[4,6,7,16]

가우스단위계는 전기 현상과 자기 현상을 각각 쿨롱의 법칙에서 출발하여 전개하므로 가장 자연적인 성격을 띠고 있어 정전기적 물리량과 정자기적 물리량이 대응 관계에 있음을 쉽게 알게 해주며, 전하 개개 입자를 다루는 동전자기학에서나 미시적이고 상대론적인 문제를 다루는데 유용하다. 그리고 양자역학을 물질의 미시적인 전자기 성질에 응용할 때도 가우스단위계가 편리하다. 이것은 이론을 전개하는데 있어, 국제단위계는 미시적인 현상을 설명하기에는 그 기준단위가 너무 크고 오히려 가우스단위계처럼 비유리화된 단위계가 편리할 때가 있기 때문이다.[4,6,7,16]

지금까지 알아본 각 단위계에 따른 전자기 물리량의 차원과 환산표[17,18]를 부록 A와 B에 제시하였다. 그리고 이미 언급한 바와 같이 국제단위계의 기본단위 중에서 전자기 현상을 기술하는데 필요한 기본량은 길이, 질량, 시간, 전류로 MKSA 단위계와 같다. 본 논문에서는 전자기 현상을 기술하는 단위계에 대해서만 논하고 있으므로 MKSA 단위계와 국제단위계를 동일하게 사용한다. 그러므로 앞으로는 MKSA 단위계보다 세계적으로 통일된 국제단위계(SI단위계)로 표기하겠다.

Ⅲ. 전환 방법 고찰

단위계마다 사용하는 기본량과 기본단위가 다르기 때문에 같은 물리량일지라도 사용하는 단위계에 따라서 차원과 수치 및 물리식이 다르게 표현된다. 현재 사용하고 있는 단위계에서 정의된 물리량에 관한 것을 필요에 의해 다른 단위계로 바꾸려면 관련 서적의 표를 참조하거나 아니면, 관련 단위계의 기본적인 차원을 알고 정의식에서 유도하여야 한다. 이와 같은 복잡하고 번거로운 과정 없이 차원과 수치 및 물리식을 단위계간 상호 전환할 수 있는 방법에 대해 알아 보겠다.

1. 차원 전환

1) 가우스단위계로 전환

길이를 L, 질량을 M, 시간을 T, 전류를 I 로 표기할 때, Ⅱ장에서 설명한 바와 같이 국제단위계의 기본량은 L, M, T, I 이고 가우스단위계의 기본량은 L, M, T 이므로 국제단위계에서의 차원을 가우스단위계로 전환하려면 전류 I 의 차원을 가우스단위계로 바꾸어야 한다.

가우스단위계에서는 전류의 차원을 $L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$ 만[17,18]을 사용(부록A 참조)하고 있으므로 국제단위계에서의 차원과 가우스단위계에서의 차원간의 대응 관계를 알아보면

$$\begin{aligned} L\,(SI) &\leftrightarrow L\,(G) \\ M(SI) &\leftrightarrow M\,(G) \\ T\,(SI) &\leftrightarrow T\,(G) \\ I\,(SI) &\leftrightarrow L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\,(G) \end{aligned} \tag{3-1}$$

이다. 이 관계는 또한 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} L\,(SI) &\leftrightarrow L^1M^0T^0\,(G) \\ M(SI) &\leftrightarrow L^0M^1T^0\,(G) \end{aligned} \tag{3-2}$$

$$T\ (SI) \leftrightarrow L^0M^0T^1\ (G)$$
$$I\ (SI) \leftrightarrow L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\ (G)$$

여기서 (SI)란 표기는 국제단위계에서의 표현을 의미하고, (G)란 표기는 가우스단위계에서의 표현을 의미한다. 대응 관계를 차원식 (2-1)식으로 나타내기 위해 국제단위계에서 물리량을 차원으로 나타낼 때 $L^{\kappa}M^{l}T^{m}I^{n}$라 하고, 이 물리량을 가우스단위계에서의 차원으로 나타낸 것을 $L^{\kappa'}M^{l'}T^{m'}$라고 하면 이 둘 사이를 연결해 줄 관계식이 필요하다.

(3-2)식을 이용하여 어떤 물리량의 국제단위계와 가우스단위계 사이의 관계를 차원으로 나타내면

$$\begin{aligned} L^{\kappa}\ (SI) &\leftrightarrow L^{1\kappa}M^{0\kappa}T^{0\kappa} && (G) \\ M^{l}\ (SI) &\leftrightarrow L^{0l}M^{1l}T^{0l} && (G) \\ T^{m}\ (SI) &\leftrightarrow L^{0m}M^{0m}T^{1m} && (G) \\ I^{n}\ (SI) &\leftrightarrow L^{3n/2}M^{n/2}T^{-2n} && (G) \end{aligned} \qquad (3\text{-}3)$$

이다. 여기에 log를 취하면

$$\begin{aligned} \kappa \log L\ (SI) &\leftrightarrow 1\kappa \log L + 0\kappa \log M + 0\kappa \log T && (G) \\ l \log M\ (SI) &\leftrightarrow 0l \log L + 1l \log M + 0l \log T && (G) \\ m \log T\ (SI) &\leftrightarrow 0m \log L + 0m \log M + 1m \log T && (G) \\ n \log I\ (SI) &\leftrightarrow 3n/2 \log L + n/2 \log M - 2n \log T && (G) \end{aligned} \qquad (3\text{-}4)$$

라고 쓸 수 있다. (3-4)식을 좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리 더하면

$$\begin{aligned} \kappa \log L + l \log M + m \log T + n \log I & \\ \leftrightarrow (1\kappa + 0l + 0m + 3n/2) \log L & \\ + (0\kappa + 1l + 0m + n/2) \log M & \qquad (3\text{-}5) \\ + (0\kappa + 0l + 1m - 2n) \log T & \end{aligned}$$

이다. 여기서 좌변의 L, M, T, I와 κ, l, m, n 는 각각 국제단위계의 기본량과 차원을 나타내며, 우변의 L, M, T는 가우스단위계의 기본량을 뜻한다. 그리고 우변 괄호 안의 관계식은 국제단위계에서 가우스단위계로 전환될 때, 국제단위계의 차원을 이용해서 가우스단위계의 차원을 나타내는 관계식이다.

(3-5)식의 우변은 결국 가우스단위계의 차원으로 나타낸 $L^{\kappa'}M^{l'}T^{m'}$ 의 각 기본량의 차원과 일치해야 한다. 그러므로 $L^{\kappa'}M^{l'}T^{m'}$ 에 log 를 취하면

$$\kappa' \log L + l' \log M + m' \log T \tag{3-6}$$

이다. (3-5)식 우변과 (3-6)식은 같아야 하므로 이 관계는

$$\begin{aligned} &(1\kappa + 0l + 0m + 3n/2) \log L \\ &+ (0\kappa + 1l + 0m + n/2) \log M \\ &+ (0\kappa + 0l + 1m - 2n) \log T \\ &= \kappa' \log L + l' \log M + m' \log T \end{aligned} \tag{3-7}$$

으로 표현된다. 그리고 (3-7)식에서 L, M, T 는 각각 독립적인 물리량이므로 이들의 계수들도 각각 독립적이다. 그러므로 (3-7)식이 성립하려면 다음과 같은 식을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} (1\kappa + 0l + 0m + 3n/2) &= \kappa' \\ (0\kappa + 1l + 0m + n/2) &= l' \\ (0\kappa + 0l + 1m - 2n) &= m' \end{aligned} \tag{3-8}$$

그런데 다음과 같은 연립방정식은 행렬로

$$\begin{aligned} a_1x + a_2y + a_3z + a_4w &= x' \\ b_1x + b_2y + b_3z + b_4w &= y' \\ c_1x + c_2y + c_3z + c_4w &= z' \end{aligned} \tag{3-9}$$

나타낼 수 있다.[19~21] (3-9)식을 행렬로 나타내면

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \tag{3-10}$$

이 된다. 그러므로 (3-8)식에서 κ'을 x'으로, l'을 y'으로, m'을 z'으로 치환하고 κ, l, m, n를 각각 x, y, z, w로 치환하면, (3-8)식을 다음과 같은 행렬로 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \tag{3-11}$$

(3-11)식의 행렬 관계는 간단하게

$$A\,S = G \qquad (3\text{-}12)$$

로 표현할 수 있다. 여기서 행렬 A는 국제단위계로 표현된 물리량의 차원을 가우스단위계로 전환시킬 수 있는 행렬이다. 앞으로는 이 행렬을 차원전환행렬이라 부르겠다. 행렬 S는 국제단위계로 표현된 임의의 물리량의 차원을 나타내는 열행렬[(4×1)행렬]이다. 여기서 1행은 길이의 차원을, 2행은 질량의 차원을, 3행은 시간의 차원을 그리고 4행은 전류의 차원을 나타낸다. 그리고 행렬 G는 가우스단위계로 전환된 차원을 나타내는 (3×1)행렬이다. 즉, x'은 가우스단위계에서 길이의 차원을, y'은 질량의 차원을 z'은 시간의 차원을 의미한다. Leroy는 국제단위계에서 가우스단위계로 물리량의 차원을 전환 시킬때 (3-11)식과 같은 행렬 방정식을 이용하여 구한 바 있다.[8] 차원 전환관계를 알아보기 위해 (3-11)식에서 차원 전환행렬

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}13)$$

을 이용하여 전자기 물리량에 대입해 보겠다.

첫번째로, 전기장의 세기 E의 경우는 정의식이

$$E = \frac{F}{q} \qquad (3\text{-}14)$$

이다. 힘 F의 차원은 LMT^{-2}이고, 전하의 차원은 IT이므로 (3-14)식을 차원식으로 나타내면

$$[E] = \frac{LMT^{-2}}{IT} = LMT^{-3}I^{-1} \qquad (3\text{-}15)$$

이다. 즉, 국제단위계에서 전기장의 세기 E의 차원은 $LMT^{-3}I^{-1}$이다. 이를 가우스단위계의 차원으로 전환하기 위해서 (3-11)식에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}16)$$

이다. 즉, 가우스단위계에서 전기장의 세기 E의 차원은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$을

얻는다. 이를 확인하기 위해서 가우스단위계에서 전하 q의 차원[17,18] $L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$ (부록 A참조)과 힘 F의 차원을 (3-14)식에 대입해주면

$$[E] = \frac{LMT^{-2}}{L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}} = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1} \quad (3\text{-}17)$$

이다. 그러므로 가우스단위계에서 정의식을 이용하여 구한 전기장의 세기 E의 차원은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$이다. 이와 같이 차원 전환행렬을 이용해서 구한 가우스단위계의 전기장의 세기 E의 차원[식(3-16)]과 정의식을 이용해서 구한 가우스단위계의 전기장의 세기 E의 차원[식(3-17)]이 일치함을 알 수 있다.

두번째로, 국제단위계에서의 전기저항은 다음과 같은 식으로

$$R = \frac{V}{I} \quad (3\text{-}18)$$

정의된다. (3-18)식을 차원식으로 나타내기 위해서는 전압 V의 차원도 알아야 한다. 전압 $V=Ed$이고, d는 길이를 나타내므로 전압 V의 차원은 $[V] = [E][L] = L^2MT^{-3}I^{-1}$이다. 그러므로 국제단위계에서 전기저항 R의 차원은 (3-18)식에서

$$[R] = \frac{L^2MT^{-3}I^{-1}}{I} = L^2MT^{-3}I^{-2} \quad (3\text{-}19)$$

임을 알 수 있다. 그리고 가우스단위계에서 전기저항 R의 차원을 차원 전환행렬을 이용하여 구해 보면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3\text{-}20)$$

이다. 따라서 가우스단위계에서 R의 차원은 $L^{-1}M^0T^1$이다. 이를 정의식으로부터 확인하기 위해 (3-18)식을 이용하는데, 가우스단위계에서 전기장의 세기 E의 차원은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$이므로 전압 $V=Ed$라는 관계식에서 전압 V의 차원은 $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$이다. 그리고 가우스단위계에서 전류의 차원은 $L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$이므로 가우스단위계에서 전기저항의 차원은

$$[R] = \frac{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}} = L^{-1}M^{0}T^{1} \quad (3\text{-}21)$$

이다. 이와 같이 전기저항의 경우도 정의식에서 구한 가우스단위계의 차원[식(3-21)]과 차원 전환행렬을 이용해서 구한 가우스단위계의 차원[식(3-20)]이 일치함을 알 수 있다.

이외에 행렬을 이용하여 전기적 물리량의 차원을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환하는 계산은 부록 C에 제시하였다.

그러나 이러한 Leroy의 행렬 방법으로 자기적 물리량을 국제단위계에서 가우스단위계로 차원 전환시킬때는 (3-11)식이 성립되지 않았다. 예를 들면, 자기유도 B의 경우 국제단위계에서의 차원은

$$F = ilB \quad (3\text{-}22)$$

라는 정의식에서 알 수 있다. (3-22)식을 차원식을 이용하여 풀면

$$[B] = \frac{LMT^{-2}}{IL} = L^{0}M^{1}T^{-2}I^{-1} \quad (3\text{-}23)$$

이다. 여기에서 자기유도 B의 차원을 차원 전환행렬 관계식[식(3-11)]에 대입하여 보면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 \\ 1/2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3\text{-}24)$$

이다. (3-24)식에 의하면 가우스단위계에서 자기유도 B의 차원은 $L^{-3/2}M^{1/2}T^{0}$이 된다. 그러나 실제 가우스단위계에서의 자기유도 B의 차원[17,18]은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$(부록 A참조)으로 일치하지 않는다. Leroy는 이와 같은 자기적 물리량인 경우에는 정의식을 고찰하여 광속 c나 c^2의 차원으로 나누어 주거나 곱하면 된다고 하였다. 그렇지만 이 방법은 일반성이 없고 번거롭다. 그래서 다른 방법을 찾아 보겠다.

가우스단위계는 esu단위계와 emu단위계의 혼합 단위계이고, 자기적 물리량을 취급할 때에는 emu단위계를 사용하는 것이 편리하므로 전류의 차원도 emu 단위계에서 구한 차원 $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$[식(2-22)]을 사용해 보겠다. 그러면 가우스단위계에서 자기유도 B의 차원은

$$[B] = \frac{LMT^{-2}}{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}L^{1}} = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1} \qquad (3\text{-}25)$$

가 되어 실제 차원과 일치하고 있다. 이와 같이 Leroy 의 차원 전환행렬만으로는 모든 전자기적 물리량의 차원을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환시키지는 못하는 것은 전류의 차원을 어떻게 정의하는가에 달려 있는 것으로 보인다.

이러한 문제점들을 보완하기 위해서는 국제단위계로 표현된 자기적 물리량의 차원을 가우스단위계로 바로 전환시킬 수 있는 새로운 행렬을 구해야 한다. 이 행렬을 구하기 위해서는 emu 단위계에서 구한 전류의 차원을 써서 행렬을 만들어 사용하면 될 것 같다. 그래서 국제단위계와 가우스단위계간의 차원 대응 관계를 알아보면

$$\begin{aligned} L\,(SI) &\leftrightarrow L^{1}M^{0}T^{0} \quad (G) \\ M\,(SI) &\leftrightarrow L^{0}M^{1}T^{0} \quad (G) \\ T\,(SI) &\leftrightarrow L^{0}M^{0}T^{1} \quad (G) \\ I\,(SI) &\leftrightarrow L^{1/2}M^{1/2}T^{-1} \,(G) \end{aligned} \qquad (3\text{-}26)$$

이다. 이 대응 관계를 이용하여 (3-2)식에서 (3-11)식을 얻는 방법과 같은 방법으로 행렬을 구해보면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ f \\ g \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e' \\ f' \\ g' \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}27)$$

이다. 그러면 차원 전환행렬 A 를 다음과 같이 행렬 A' 으로 수정하여야 한다.

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}28)$$

새로운 차원 전환행렬 A' 을 이용하여 자기적 물리량의 차원을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환시킬 수 있는지 알아보겠다. 예를 들면 자기유도 B 의 경우, 국제단위계에서의 차원은 $L^{0}M^{1}T^{-2}I^{-1}$ 이고 이를 (3-27)식에 대입하면 그 결과가 가우스단위계에서의 차원인 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 를 만족해야

한다. 차원 전환행렬 A' 에 국제단위계로 표현된 자기유도 B 의 차원을 대입하면, (3-27)식은 다음과 같이

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}29)$$

된다. 여기에서 행렬 방정식으로 구한 자기유도 B 의 차원 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$과 정의식에서 구한 자기유도 B의 차원 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$[식(3-25)]이 일치하고 있음을 알 수 있다. 그 뿐만 아니라 자기화 M 의 경우, 국제단위계에서의 정의식은

$$\vec{m} = \int \vec{M}(\vec{x}')\, d^3x' \qquad (3\text{-}30)$$

로 주어지고 자기화의 단위는 A/m 이다. (3-30)식에서 m 은 자기모멘트로서 국제단위계에서 차원은 $[\,m\,] = L^2M^0T^0I^1$ 이다.[17,18] 그러므로 자기화 M 의 차원은

$$[M] = \frac{L^2M^0T^0I^1}{L^3} = L^{-1}M^0T^0I^1 \qquad (3\text{-}31)$$

이다. 이 차원을 새로 구한 차원 전환행렬 A' 을 이용하여 (3-27)식에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}32)$$

이다. 여기서 가우스단위계에서의 자기화 M 의 차원은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 임을 나타내고 있다. 이것은 정의식에서 확인할 수 있는데 자기모멘트 m 의 가우스단위계에서 차원은 $[\,m\,] = L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$ 이므로 (3-30)식에서

$$[M] = \frac{L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^3} = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1} \qquad (3\text{-}33)$$

이다. 그러므로 새로운 차원 전환행렬 A' 을 이용하여 얻은 자기화의 차원과 정의식에서 구한 자기화의 차원이 일치함으로서 (3-27)식의 행렬 방정식이 성립함을 알 수 있다. 나머지 자기적 물리량에 관한 계산은 부록 C에서 다루었다. 부록 C에서 보는 바와 같이 모든 자기적 물리량에 대해

성립하고 있음을 알 수 있다.

그러나 Leroy가 제시한 차원 전환행렬은 전기적 물리량에 대해서는 성립되고, 자기적 물리량에 대해서는 성립이 안되듯이 새로운 차원 전환행렬 A'은 자기적 물리량에 대해서는 성립이 되지만 전기적 물리량에 대해서는 성립이 안되고 있다. 예를 들어 앞에서 구한 국제단위계에서 전기장의 세기의 차원을 (3-27)식에 대입하여 가우스단위계로 전환이 되는지 계산해보면, 국제단위계에서의 전기장의 세기 E의 차원은 (3-15)식에서 $LMT^{-3}I^{-1}$ 이고 가우스단위계에서의 차원은 (3-17)식에서 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 이다. (3-15)식에서 구한 차원을 (3-27)식에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}34)$$

이다. (3-34)식에서 구한 전기장의 세기 E의 차원은 $L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}$ 로 (3-17)식에서 구한 차원과 일치하지 않는다. 그러므로 차원 전환행렬 A' 은 전기적 물리량을 국제단위계 차원에서 가우스단위계의 차원으로 전환시키지 못한다. 이것은 가우스단위계가 진공중에서 전기적 물리량을 다룰 때에는 esu단위계를 사용하는 것과 같고, 자기적 물리량을 다룰 때에는 emu단위계을 사용하는 것과 같은 혼합 단위계이기 때문이다.

Leroy의 행렬만으로는 전기적 물리량은 바로 차원 전환이 가능하나 자기적 물리량의 차원 전환은 불완전한 상태[8]이다. 그러나 emu단위계의 전류 차원에서 착안하여 자기적 물리량을 전환시킬때는 새로운 차원 전환행렬을 만들어 사용하면 편리하다는 것을 알았다. 이러한 행렬을 이용한 차원 전환 방법의 장점은 가우스단위계에서의 전자기적 물리량의 정의식이나 다른 물리량의 차원을 모르고 있더라도 국제단위계로 표현된 차원만 정확히 알고 있으면 표를 이용하지 않고 행렬을 이용하여 바로 가우스단위계의 차원으로 전환할 수 있다는 점이다. 그러나 차원 전환행렬을 이용하지 않을 경우, 정의식에서 출발하여 관련 물리량의 차원을 전부 알아야 국제단위계에서 가우스단위계로 차원 전환할 수 있다.

2) 국제단위계로 전환

차원 전환행렬 A와 A'을 이용하면 국제단위계로 표현된 물리량의 차원을 가우스단위계로 전환할 수 있음을 알았다. 그러나 이 역과정 즉, 가우스단위계로 표현된 물리량의 차원을 국제단위계로 전환키 위해서는 행렬 A와 행렬 A'의 역행렬이 존재해야 한다. 왜냐하면 행렬 방정식 $AS = G$에서 $S = A^{-1}G$이기 때문이다.[19-21] 그러나 차원 전환행렬인 A와 A'은 (3×4)행렬로 정방행렬이 아니다. 따라서 역행렬이 존재하지 않는다.[19~21] 이와 같은 이유로 인해 역행렬을 구하는 방법으로는 가우스단위계에서 국제단위계로 직접 차원을 전환할 수가 없었다.

그런데 이미 II장에서 언급하였듯이 emu 단위계는 기본량이 L, M, T, μ이고, esu 단위계의 기본량은 L, M, T, ε이다. 그리고 가우스단위계는 $\varepsilon = \mu = 1$로 놓기 때문에 기본량이 L, M, T인 단위계이다. 이들 emu단위계 및 esu단위계와 MKSA단위계간에는 기본량 수가 모두 4개이므로 차원 전환행렬이 정방행렬이 되리라고 본다.

먼저, MKSA 단위계(L, M, T, I)에서 esu 단위계(L, M, T, ε)로의 차원 전환을 알아보기 위해 (3-2)식과 같은 차원 대응 관계에서, 이들 간의 관계를 (3-11)식과 같은 행렬 방정식으로 표현하기 위해서는 esu단위계에서 전류의 차원을 알아야 한다. (2-9)식을 차원식으로 표기하여 전하의 차원을 구하면

$$LMT^{-2} = \frac{[Q]^2}{\varepsilon L^2} \tag{3-35}$$

이므로

$$[Q] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{1/2} \tag{3-36}$$

이다. 이와 같은 전하의 차원을 (2-6)식과 비교하여 전류의 차원을 구할 수 있다. 즉,

$$[I] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2} \tag{3-37}$$

이다. 그러면 국제단위계와 esu 단위계간에는 (3-3)식에서 (3-11)식을 얻는

것과 같은 방법으로 행렬 방정식을 구하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} \tag{3-38}$$

가 된다. 이것을 $BS = E_s$ 로 간단히 표기하면, 행렬 B

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \tag{3-39}$$

는 국제단위계에서 물리량의 차원을 esu 단위계로 변환시키는 차원 전환행렬이다. 그리고 행렬 S 는 국제단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬(x 는 L 의 차원, y 는 M 의 차원, z 는 T 의 차원, w 는 I 의 차원)이고, 행렬 E_s 는 전환된 esu 단위계의 차원을 나타낸다. 즉, x' 는 L 의 차원을, y' 은 M 의 차원을, z' 은 T 의 차원을 그리고 w' 은 ε 의 차원을 의미한다.

국제단위계에서 전기장의 세기 E 의 차원은 $LMT^{-3}I^{-1}$ 이다.[식(3-15)] 이것을 esu 단위계로 전환하기 위해 (3-38)식을 이용하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} \tag{3-40}$$

이므로 esu 단위계에서 전기장의 세기 E 의 차원은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{-1/2}$ 이 되어졌는데, 이것은 실제값[17,18](부록 A 참조)과 일치한다. 그리고 국제단위계에서 자기유도 B의 차원은 $L^0M^1T^{-2}I^{-1}$[식(3-23)]이다. (3-38)식을 이용해서 esu 단위계에서의 차원을 구하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix} \tag{3-41}$$

이므로 $L^{-3/2}M^{1/2}T^0\varepsilon^{-1/2}$ 을 얻는다. 이것은 실제값[17,18](부록 A 참조)과 일치하고 있다. 그외에 다른 전자기 물리량에 대해서 계산한 것은 부록 D에

제시하였다.

이와 같이 (3-39)식의 차원 전환행렬을 이용하면 모든 전자기 물리량에 대해 국제단위계의 차원을 esu 단위계의 차원으로 전환 가능하다. (3-39)식은 (4×4)행렬로 정방행렬이기 때문에 역행렬이 존재할 수 있다.(왜냐하면 $det(B) \neq 0$) 그런데 역행렬의 정의식은[19~21]

$$B^{-1} = \frac{C_{ij}^{T}}{det(B)} \qquad (3\text{-}42)$$

이다. 여기서 C_{ij}^{T}는 여인수를 이용해서 얻은 행렬의 행과 열을 바꾸어 준 전치행렬이다. (3-42)식을 이용해서 차원 전환행렬 B의 역행렬을 구해보면

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}43)$$

이 되어 $BB^{-1} = 1$(단위행렬)이 성립한다. 그러므로 $B^{-1}E_s = S$가 된다. 전기장의 세기 E인 경우, esu 단위계에서의 차원은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{-1/2}$ 이므로 (3-43)식을 이용하면 $B^{-1}E_s = S$에서

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad (3\text{-}44)$$

이 되어 국제단위계에서의 전기장의 세기 E의 차원은 $LMT^{-3}I^{-1}$이 된다. 그런데 이값은 실제 값[17,18][식(3-15)]과 같다. 그러므로 (3-43)식이 esu 단위계의 차원을 국제단위계로 전환하는 차원 전환행렬임을 말해 준다.

자기유도 B의 경우도 (3-44)식과 같은 방법으로 하면 esu 단위계에서 국제단위계로 차원 전환이 가능하다. 그 외 모든 전자기 물리량의 차원도 esu 단위계에서 국제단위계로 차원 전환행렬 B^{-1}을 이용해서 구할 수 있다. 각 물리량에 대해서 계산한 것은 부록 E에 제시하였다.

지금까지 알아본 바와 같이 가우스단위계에서 국제단위계로 차원 전환을 직접 하지는 못한다. 그러나 전기적 물리량인 경우 esu 단위계의 차원에서

$\varepsilon = 1$ 로 대체하면 이것이 곧 가우스단위계에서의 차원이 된다.(부록 A참조) 그리고 차원 전환행렬 B^{-1} 를 이용하면 esu 단위계에서의 모든 물리량의 차원을 국제단위계로 차원 전환됨을 확인하였다. 그러므로 가우스단위계에서 국제단위계로 차원 전환을 하려면, 먼저 해당되는 물리량의 차원이 esu 단위계에서는 어떻게 표현되는가를 알고 난 다음 차원 전환행렬 B^{-1} 을 이용하면 전기적 물리량인 경우 국제단위계로의 차원 전환이 가능하다.

자기적 물리량인 경우에는 emu 단위계에서의 차원에서 $\mu = 1$ 로 대체하면 이것이 곧 가우스단위계에서의 차원이다(부록 A참조). 그러므로 가우스단위계에서 국제단위계로 차원 전환을 하려면 동일 물리량의 차원이 emu 단위계에서는 어떤가를 알고 나서 역행렬을 이용하면 될 것이다. 먼저 emu 단위계에서 전류의 차원을 구해 보겠다.

투자율 μ 의 매질 중에서 평행한 두 직선 전류 사이의 단위 길이당 작용하는 힘 (2-4)식은 다음과 같이 표현할 수 있다.[4,6]

$$\frac{dF}{dz} = \frac{2\mu}{4\pi}\frac{I_1 I_2}{\rho} \tag{3-45}$$

(3-45)식을 차원식으로 나타내면

$$\frac{LMT^{-2}}{L} = \frac{\mu[I]^2}{L} \tag{3-46}$$

이다. 여기서 전류의 차원은

$$[I] = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2} \tag{3-47}$$

이 된다.

국제단위계에서 emu 단위계로의 차원 전환을 나타내는 행렬 방정식을 (3-11)식을 구하는 방법과 같은 동일한 방법으로 구하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} \tag{3-48}$$

이고, 이것은 다시 $DS = E_m$ 으로 간단히 표기할 수 있다. 여기서 행렬 D 는

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \tag{3-49}$$

이다. 그러므로 행렬 D는 국제단위계에서 emu 단위계로 차원을 전환시키는 차원 전환행렬이고, 행렬 S는 국제단위계에서의 차원을 나타내는 (4×1) 행렬 (x는 L의 차원, y는 M의 차원, z는 T의 차원, w는 I의 차원)이다. 행렬 E_m는 전환된 emu 단위계에서의 차원을 나타낸다. 즉, x'은 L의 차원, y'은 M의 차원을, z'은 T의 차원을 그리고 w'은 μ의 차원을 나타낸다.

국제단위계에서 전기장의 세기 E의 차원은 $LMT^{-3}I^{-1}$ 이다[식(3-15)]. 이것을 (3-48)식에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \tag{3-50}$$

이다. 그러므로 emu단위계에서 전기장의 세기 E의 차원이 $L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}$로 계산되었다. 이것은 실제값[17,18](부록 A 참조)과 일치하고 있다. 그리고 자기유도 B의 차원은 국제단위계에서 $L^0M^1T^{-2}I^{-1}$[식(3-24)]인데, (3-48)식을 이용해서 emu 단위계에서의 차원을 구하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} \tag{3-51}$$

이므로 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$ 가 되어 실제 값[17,18](부록 A 참조)과 일치하고 있다. 그 외에 다른 전자기 물리량에 대해 계산한 것은 부록 F에 제시하였다. 이와 같이 차원 전환행렬 D[식(3-49)]를 이용하면 모든 전자기 물리량에 대해 국제단위계에서 emu 단위계로의 차원 전환이 가능하다.

emu단위계에서 국제단위계로 차원 전환을 하기 위해서 (3-42)식을 이용하여 행렬 D의 역행렬을 구하면 다음과 같다.

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \tag{3-52}$$

그리고 $D^{-1}D=\mathbf{1}$(단위행렬)이 성립한다. 그러므로 $D^{-1}E_m = S$가 된다. 자기유도 B는 emu 단위계에서 차원이 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$이므로 (3-52)식을 이용하여 $D^{-1}E_m = S$의 행렬 방정식에 대입하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} \tag{3-53}$$

이 된다. 그러므로 국제단위계에서 자기유도 B의 차원은 $L^0M^1T^{-2}I^{-1}$이다. 이것은 실제값[17,18](부록 A참조)과 일치한다. 그 외 모든 전자기 물리량의 차원도 emu단위계에서 국제단위계로의 차원 전환이 가능하다. 이때의 차원 전환행렬은 D^{-1}가 된다. 모든 전자기 물리량에 관한 계산과정은 참조적으로 부록 G에 제시하였다.

이상과 같이 가우스단위계에서의 자기적 물리량의 차원을 국제단위계로 전환하려면 먼저 자기적 물리량에 관한 emu 단위계에서의 차원을 알고 난 다음 $\mu = 1$로 치환한 값과 차원 전환행렬 D^{-1}을 이용하면 된다.

3) 차원 전환 규칙

지금까지 1)절과 2)절에서 알아본 각 단위계의 상호 차원 전환에 대해 일반적으로 적용시킬 수 있는 규칙성을 찾아 보겠다. 행렬 A와 A'은 국제단위계에서 가우스단위계로 차원을 전환하는데 이용된다. 단 A는 전기적 물리량인 경우에, 그리고 A'는 자기적 물리량에 대해서만 성립한다. 행렬 B는 국제단위계에서 esu 단위계로, 행렬 D는 국제단위계에서 emu 단위계로, 행렬 B^{-1}는 esu 단위계에서 국제단위계로 그리고 행렬 D^{-1}는 emu 단위계에서 국제단위계로의 차원 전환시에 사용할 수 있는 차원 전환 행렬임을 알았다. 이러한 차원 전환행렬을 X, 알고 있는 단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬을 Y 그리고 알고자 하는 단위계에서의 차원을 나타

내는 열행렬을 Z 라 하면 이에 따른 행렬 방정식은 $XY = Z$ 라고 간단하게 나타낼 수 있고 이를 행렬 방정식으로 나타내면 다음과 같이 일반적으로 표현할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 1 & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 1 & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} \tag{3-54}$$

그러므로 다음과 같은 규칙을 이용하면 단위계 상호간에 차원 전환을 간단하게 할 수 있다.

전자기 관련 단위계 상호간의 차원 전환 규칙은 행렬 방정식 $XY = Z$ 에서

(1) 차원 전환행렬 X 는 (4×4)행렬로 $a_{11} = a_{22} = a_{33} = 1$ 이고, 제4열의 원소는 전류의 차원을 대입한다. 그리고 나머지 원소는 모두 0을 대입한다.

(2) esu 단위계에서의 전류 차원 $[I] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$ 이고, emu 단위계에서의 $[I] = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$ 이다. 그러면 행렬 X 의 a_{14}는 L 의 차원을, a_{24} 는 M 의 차원을, a_{34} 는 T 의 차원을, 그리고 a_{44} 는 ε 이나 μ 의 차원을 대입한다.

(3) 행렬 Y 는 (4×1)행렬로 이미 알고 있는 단위계에서 정의된 물리량의 차원식에서 a_{11} 는 L 의 차원을, a_{21} 는 M 의 차원을, a_{31} 은 T 의 차원을, 그리고 a_{41} 는 I 혹은 ε 이나 μ 의 차원을 대입한다.

(4) 행렬 Z 는 알고자 하는 단위계에서의 차원을 나타내는데 a_{11} 는 L 의 차원, a_{21} 는 M 의 차원, a_{31} 은 T 의 차원이 되며, 그리고 a_{41} 는 행렬 X 의 a_{44} 가 없는 (3×4)행렬인 경우에 (3×1)행렬이 되고 X의 a_{44} 값이 있는 (4×4)행렬인 경우에는 전류 I 의 차원이 된다.

(5) 국제단위계에서 가우스단위계로 차원 전환할 때는 a)전기적 물리량인 경우 esu 단위계의 전류 차원에서 $\varepsilon = 1$ 로 대체한 것을 b)자기적 물리량인 경우 emu 단위계의 전류 차원에서 $\mu = 1$ 로 대체해서 행렬 X 에 대입한다.

(6) 국제단위계에서 esu 단위계로 차원 전환할 때는 esu 단위계에서의 전류 차원을 행렬 X 에 대입한다.

(7) 국제단위계에서 emu 단위계로 차원 전환할 때는 emu 단위계에서의 전류 차원을 행렬 X 에 대입한다.

(8) esu 단위계에서 국제단위계로 차원 전환할 때는 행렬 X 에 $a_{11} = a_{22} = a_{33} = 1$, $a_{14} = -3$, $a_{24} = -1$, $a_{34} = 4$, $a_{44} = 2$, 그리고 나머지 원소는 모두 0을 대입한다.

(9) emu 단위계에서 국제단위계로 차원 전환할 때는 행렬 X 에 $a_{11} = a_{22} = a_{33} = 1$, $a_{14} = 1$, $a_{24} = 1$, $a_{34} = -2$, $a_{44} = -2$, 그리고 나머지 원소는 모두 0을 대입한다.

(10) 가우스단위계에서 국제단위계로 차원 전환할 때는 먼저 같은 물리량에 대한 차원을 a)전기적 물리량인 경우 esu 단위계에서의 차원을 b)자기적 물리량인 경우 emu 단위계에서의 차원을 알고난 다음, (8)과 (9)의 규칙을 따른다.

2. 수치 전환

국제단위계에서는 기본단위로 m, kg, s, A 를 사용하고 가우스단위계에서는 cm, g, s 를 사용한다. 따라서 한 단위계에서 다른 단위계로 전환되면 단위계마다 사용하는 기본량의 크기가 다름으로 인해 수치도 달라진다. 이러한 관계도 행렬을 이용하여 구할 수 있다. 우선 가우스단위계에서 1 A 에 해당하는 수치값을 구하기 위해 쿨롱의 법칙을 이용한다. 국제단위계에서 두 점전하가 1C의 전하량을 갖고 있을 때 반발력은 9×10^{9} N이다. 이 힘은 가우스 단위계로 표시하면 9×10^{14} dyne이다. 이 힘을 가우스단위계로 표현된 쿨롱의 법칙에 대입하면

$$9\times10^{14}\ \text{dyne} = \frac{q_1 q_2}{r^2} \tag{3-55}$$

이다. q_1 과 q_2 는 같은 전하량을 갖고, 거리 r 을 1m 대신 1×10^{2} cm 을 대입해서 가우스단위계에서 전하량을 구하면

$$q = 3\times 10^{9}\ \mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{3-56}$$

이다. (3-56)식의 전하량은, 이 전하량을 띤 두 전하가 100 cm(= 1 m) 떨어졌을때 작용하는 힘이 가우스단위계로는 9×10^{14}dyne 혹은 국제단위계로 9×10^{9} N 이 된다는 것이다. 그러므로 가우스단위계에서의 전하량은 국제단위계에서 1 C 의 전하량과 같다고 볼 수 있다. 따라서

$$1\,\mathrm{C} = 3\times 10^{9}\ \mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-1}\ (\text{혹은 statcoulomb}) \tag{3-57}$$

이다. 그리고 (2-6)식을 적용하면 1 A = 1 C/s 이므로

$$1\,\mathrm{A} = 3\times 10^{9}\ \mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-2} \tag{3-58}$$

이다. 따라서 국제단위계와 가우스단위계 사이의 기본단위 대응 관계는

$$\begin{array}{lcl} (\mathrm{SI}) & & (\mathrm{G}) \\ 1\,\mathrm{m} & = & 10^{2}\,\mathrm{cm} \\ 1\,\mathrm{kg} & = & 10^{3}\,\mathrm{g} \\ 1\,\mathrm{s} & = & 10^{0}\,\mathrm{s} \\ 1\,\mathrm{A} & = & 3\times 10^{9}\ \mathrm{g}^{1/2}\,\mathrm{cm}^{3/2}\,\mathrm{s}^{-2} \end{array} \tag{3-59}$$

이다. (3-59)식을 이용하여 1절에서 차원 전환행렬을 얻는 것과 같은 동일한 방법을 이용하면 수치 전환행렬 방정식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 9+\log 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \eta \tag{3-60}$$

(3-60)식에서 x, y, z, w 는 국제단위계에서의 전자기 물리량의 차원을 나타낸다. Leroy 는 (3-60)식과 같은 행렬 방정식을 이용하여 수치 전환을 하였다.[8)] (3-60)식에서

$$Z = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 9+\log 3 \end{pmatrix} \tag{3-61}$$

는 수치 관계의 전환을 나타내므로 앞으로는 수치 전환행렬이라 부르겠다.

단위계가 다르더라도 물리량의 크기는 같으므로 (3-60)식으로 수치 관계를 전환시킬수 있다. 전기용량(capacitance)인 경우, 국제단위계에서 기본량은 1 F 이다. 1 F 은 가우스단위계에서는 어느 정도의 수량인가를 수치

전환행렬을 이용하여 알아 보겠다. 전기용량은 전위에 대한 전하량의 비로써 정의된다. 그러므로 국제단위계에서의 차원은

$$[C] = \frac{[Q]}{[V]} = \frac{IT}{L^2MT^{-3}I^{-1}} = L^{-2}M^{-1}T^4I^2 \qquad (3\text{-}62)$$

이다. 이것을 (3-60)식에 대입하면

$$(\ 2\ \ 3\ \ 0\ \ \ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 11 + 2\log 3 \qquad (3\text{-}63)$$

이다. 그리고 차원 전환행렬로 구한 전기용량 C 의 차원은 L^1 이고, (3-63)식은 $10^n = 3^2 \times 10^{11}$ 을 나타내므로 1 F (SI) = 9×10^{11} cm (G)임을 의미한다. 이들의 결과는 실제값[17,18]과 일치하고 있다.(부록 B참조) (3-15)식에서 구한 것처럼 전기장의 세기 E 의 차원식은 $[E] = L^1M^1T^{-3}I^{-1}$ (SI) 이다. 전기장의 세기 E 의 차원을 (3-60)식에 대입하면

$$(\ 2\ \ 3\ \ 0\ \ \ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = -4 - \log 3 \qquad (3\text{-}64)$$

이다. 이것은 1 V/m 가 가우스단위계에서는 $1/3 \times 10^{-4}$(statvolt / cm) = $c^{-1} \times 10^6$(statvolt / cm)으로 표기할 수 있음을 나타낸다. 여기서 c는 c = 3×10^{10} cm/s 이다. 즉, 빛의 속도를 가우스단위계로 표시한 것이다. 왜냐하면 가우스단위계에서 물리식은 c 의 항이 포함되어 표기되기 때문이다. 이 결과도 실제값[17,18]과 일치하고 있고, 다른 전기적 물리량의 수치 전환은 부록 H에 제시하였다.

수치 전환행렬 Z 가 자기적 물리량에 대해서도 성립 하는가를 자기모멘트 m 을 대입해서 알아보겠다. 자기모멘트 m 인 경우 국제단위계에서 차원은 $L^2M^0T^0I^1$ 이고 단위는 A · m^2 이다. 이를 가우스단위계의 양으로 나타내면 10^3gauss · cm^{3}이 되어야 한다[6,11]. 자기모멘트 m 의 차원을 (3-60)식에 대입해서 계산하면

$$(2 \ 3 \ 0 \ \ 9+\log 3)\begin{pmatrix}2\\0\\0\\1\end{pmatrix} = 13 + \log 3 \qquad (3\text{-}65)$$

이다. 이는 $1\ \mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2 = 3\times 10^{13}\ \mathrm{gauss}\cdot\mathrm{cm}^3$이라는 수량 관계를 나타내는 것으로 잘못된 것이다. 이처럼 Leroy의 방법으로는 국제단위계에서의 물리량의 크기를 가우스단위계의 양으로 수치 전환하는데에는 앞의 차원 전환행렬처럼 전기적 물리량에서는 성립이 되나 자기적 물리량에 대해서는 성립이 안된다.

이와 같은 Leroy의 수치 전환행렬의 문제점을 보완하기 위해서는 자기적 물리량을 전환할 수 있는 다른 수치 전환행렬을 구해야 한다. 국제단위계에서 가우스단위계로 차원을 전환할 때에 가우스단위계는 esu 단위계와 emu 단위계의 혼합이므로 전기적 물리량일 때와 자기적 물리량일 때 전류의 차원을 따로 정의한 차원 전환행렬을 사용한 바가 있다. 이와 마찬가지로 emu 단위계에서 1 A에 해당하는 전류값을 알아내고 이 전류값을 대입한 행렬을 이용하면 자기적 물리량도 바로 수치 전환이 가능할 것이다.

emu 단위계에서의 9×10^9 N의 힘을 발생시키는 절대 전하량은 (2-20)식에서

$$9\times10^{14}\ \mathrm{cm\,g\,s^{-2}}\ (\mathrm{dyne}) = \frac{(3\times10^{10}\ \mathrm{cm/s})^2\times q^2}{(10^2\ \mathrm{cm})^2} \qquad (3\text{-}66)$$

이 되고 (3-66)식을 정리하면

$$9\times10^{14}\,\frac{9\times10^{-20}}{10^{-4}} = q^2 \qquad (3\text{-}67)$$

이 되어 $q = 10^{-1}$(emu)이 된다. 그러므로

$$1\mathrm{C} = 10^{-1}\ \mathrm{abcoulomb} \qquad (3\text{-}68)$$

이고, 1 A와 1절대 암페어(abampere)와의 관계는 $Q = IT$에서

$$1\ \mathrm{A} = 10^{-1}\ \mathrm{abamperes} \qquad (3\text{-}69)$$

가 된다.

그러므로 지금까지 알아본 바와 같이 (3-60)식의 관계식은 다음과 같이

수정해야 한다.

$$(2\ 3\ 0\ -1)\begin{pmatrix} k \\ l \\ m \\ n \end{pmatrix} = \eta \tag{3-70}$$

그리고 자기적 물리량인 경우, 수치 전환행렬도 다음과 같이 수정해야 한다.

$$Z' = (2\ 3\ 0\ -1) \tag{3-71}$$

(3-70)식에 국제단위계의 자기적 물리량의 차원을 대입하면 국제단위계로 나타낸 수치를 가우스단위계에서의 자기적 물리량의 수치로 전환할 수 있다. Leroy는 이 방법을 사용하지 않고 국제단위계에서의 전류를 가우스단위계의 혼합 단위계 중의 하나인 esu단위계의전류 차원으로 나타낸 행렬을 이용하여 수치 전환을 하고 있으나[8], 얻고자 하는 자기적 물리량의 차원을 광속 c나 c^2의 차원으로 나누어 주고 난후 계산함으로 규칙성이 없고 번거롭다. 이런 방법보다는 자기적 물리량에 해당하는 행렬, 즉 (3-70)식을 사용하면 간단하게 국제단위계로 표현된 자기적 물리량의 수치를 가우스단위계로 전환할 수 있다. Leroy의 방법으로는 성립치 않았던 자기모멘트를 새로 구한 수치 전환행렬로 알아보면

$$(2\quad 3\quad 0\quad -1)\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \tag{3-72}$$

이다. 이와 같이 $1\,(\mathrm{A \cdot m^2}) = 1\times10^3(\mathrm{gauss \cdot cm^3})$임을 알 수 있다. 이것은 실제값[17,18]과 일치하고 있다. 그 외 다른 물리량에 관한 계산 예는 부록 H에 제시하였다.

지금까지 알아 본 바와 같이 국제단위계에서 가우스단위계로 수치 전환할때 Leroy 방법처럼 esu단위계에서 얻은 전류의 값만을 사용한 수치 전환행렬[식(3-61)]을 사용하는 것은 전기적 물리량에 대해서만 성립하고, 자기적 물리량일 때는 수정한 수치 전환행렬인 (3-71)식을 사용하면 바로 수치 전환이 가능하다.

그러나 이러한 수치 전환행렬은 일부의 자기적 물리량에 대해서는 성립치 않았다. 예를 들면, 자기장의 세기 H 의차원은 $[H] = L^{-1}M^0T^0I^1$이다. 이를 (3-70)식에 대입하면

$$(2\ 3\ 0\ -1)\begin{pmatrix}-1\\0\\0\\1\end{pmatrix} = -3 \qquad (3\text{-}73)$$

이다. 이것은 $1\,(A/m) = 1\times10^{-3}\,(Oe)$를 뜻한다. 그런데 $1\,(A/m) = 4\pi \times 10^{-3}\,(Oe)$ 가 실제 단위계의 올바른 수치 전환이다. 결국 4π 를 포함하지 않고 있어 성립이 안되고 있다. 그러나 이것은 국제단위계가 유리화단위계인데 반해 가우스단위계는 비유리화단위계라는 차이에서 발생하는 것이라고 본다. 성립이 안 되는 경우는 기자력 F, F_m, 자기장의 세기 H, 자기화 M, 자기극 세기 m, 자기량 m, 투자율 μ이다. 이때에는 이들 물리식에서 4π 계수를 나누어 주거나 곱해 주어야만 정확한 수치 전환을 할 수 있다. 이들 관계는 부록 H에 나타내었다. 부록 H에서 * 표기는 (3-61)식과 (3-71)식의 수치 전환행렬로 단위계간 수치 전환이 안 되는 경우이다.

지금까지 수치 전환에 대해 알아본 것을 정리하면,

(1) 수치 전환시켜 국제단위계와 가우스단위계간의 수량적 관계를 안다면, 이 관계에서 역수를 취하여 가우스단위계에서의 단위를 국제단위계의 단위로 간단히 표현할 수 있다. 예를 들면, $1\,V/m = c^{-1}\times10^6$statvolt /m 에서 1 statvolt /m $= c\times10^{-6}$ V/m 가 된다. 그러므로 가우스단위계의 수치를 국제단위계로 표현하기 위하여 수치 전환을 할 필요는 없다.

(2) 가우스단위계는 수식에 광속 c가 포함된 단위계이므로 수치 전환행렬 Z를 이용해서 구한 수량관계, 예를 들어 $a\times10^x$ 형태를 광속 c를 포함한 $c\times10^y$의 형태로 바꾸어서 표현해 준다. 그러면 전기적인 물리량인 경우는 가우스단위계와 esu 단위계의 수치가 같다. emu 단위계에서는 $c = 1$로 놓으면 된다. 단, 전기변위 D에서는 $4\pi c a$로, 유전율 ε 인 경우에는 $4\pi c^2 a$의 형을 취해 주어야 한다.

(3) 국제단위계에서의 수치를 가우스단위계로 표현하기 위해, 수치 전환 행렬 Z' 를 이용해서 구한 자기적 물리량의 수량 관계는 가우스단위계와 emu 단위계에서 동일하다. 그렇지만 예외적으로 $a\times10^x$ 의 수량 관계에서 기자력과 자기장의 세기, 전기변위의 경우는 $4\pi a$ 를 해주고 자기량과 투자율의 경우는 $(4\pi)^{-1}a$ 를 해주어야 한다. 그러나 국제단위계와 esu 단위계의 수치 전환은 상수 a 대신 광속 c 나 c^{-1} 혹은 c^{2} 등을 곱해주어야 한다.

3. 물리식 전환

1) 전환 인자

전자기 기본식인 쿨롱의 법칙이 국제단위계와 가우스단위계에서 서로 다르게 표현됨을 II장에서 기술한 바 있다. 이와 같은 전자기 관련 방정식은 표 1.에서 보는 바와 같이 사용하는 단위계에 따라 다르게 표현된다. 대표적인 예는 맥스웰 방정식[16,22~24]이다. 그러므로 단위계가 바뀌면 물리식도

표 1. 단위계에 따른 전자기 관련식

번호	국제단위계	가우스단위계
(1)	$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = 4\pi\rho$
(2)	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$	$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$
(3)	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
(4)	$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$	$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \dfrac{4\pi}{c}\vec{J} + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
(5)	$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$	$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}$
(6)	$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M}$	$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M}$
(7)	$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})$	$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}/c\times\vec{B})$

* (1)전기에 대한 가우스법칙, (2)자기에 대한 가우스법칙, (3)패러데이 유도법칙, (4)암페어법칙, (5)전기변위식, (6)자기유도식, (7)로렌쯔 힘

단위계에 알맞는 형태로 전환시켜야 한다.

Yun-tung Lau [9]는 국제단위계와 가우스단위계에서 전자기 현상을 나타낸 방정식의 형태로부터 관련식을 전환할 수 있는 몇 가지 간단한 전환 인자를 얻었다. 그는 이 전환 인자를 사용하여 전자기 관련식을 국제단위계에서 가우스단위계로 또는 가우스단위계에서 국제단위계로 전환하는 방법을 제안하였다.

먼저 국제단위계에서 가우스단위계로 물리식을 전환하기 위해서 두 단위계의 물리식을 살펴 보겠다. 국제단위계와 가우스단위계에서 각각의 전기변위 D와 자기유도 B에 관한 방정식은

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} \quad \text{(SI)} \\ \vec{B} &= \mu_0\vec{H} + \mu_o\vec{M} \quad \text{(SI)} \\ \vec{D} &= \vec{E} + 4\pi\vec{P} \quad \text{(G)} \\ \vec{B} &= \vec{H} + 4\pi\vec{M} \quad \text{(G)} \end{aligned} \tag{3-74}$$

이다.[16,22~25] (3-74)식의 첫번째 식에 4π를 곱하면

$$4\pi\vec{D} = 4\pi\varepsilon_0\vec{E} + 4\pi\vec{P} \tag{3-75}$$

라는 식을 얻게 된다. 여기에서 $4\pi\varepsilon_0$가 1로 대응될 수 있고, $4\pi\vec{D}$가 $\vec{D}$로 대응될 수 있다면 즉,

$$\begin{aligned} 4\pi\varepsilon_0 &\leftrightarrow 1 \\ 4\pi\vec{D} &\leftrightarrow \vec{D} \end{aligned} \tag{3-76}$$

으로 대체하고 $\vec{E}$와 $\vec{P}$는 변하지 않는다고 한다면, (3-75)식은 (3-76)식의 대응 관계에 따라서

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} \tag{3-77}$$

으로 표현할 수 있다. 그러면, (3-77)식은 바로 (3-74)식에 나타난 가우스단위계에서 전기변위 물리식이 된다. 이로부터 (3-76)식과 같은 대응 관계를 얻을 수 있으며, 이것이 국제단위계에서 가우스단위계로 물리식 전환을 시켜주는 전환 인자가 된다.

그런 다음 비슷한 방법으로 (3-74)식의 국제단위계에서의 자기유도 B에 $4\pi/c$를 곱하면

$$4\pi \vec{B}/c = 4\pi \mu_0 \vec{H}/c + 4\pi \mu_0 \vec{M}/c \tag{3-78}$$

가 된다. 그런데, Ⅱ장에서 알아본 바와 같이 (2-7)식에서 $c^2 = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1}$ (단, $\gamma = 1$일 때)이다. 그리고 (3-76)식에서 구한 전환 인자 $4\pi\varepsilon_0 \leftrightarrow 1$ 를 사용하기 위해 μ_0 로 양변을 나누어 주고, 좌변에는 ε_0 를 분자와 분모에 곱하면 (3-78)식은

$$4\pi \varepsilon_0 \vec{B}/\varepsilon_0 \mu_0 c = 4\pi \vec{H}/c + 4\pi \vec{M}/c \tag{3-79}$$

이 된다. 여기에 (3-76)식과 $c^2 = (\varepsilon_0 \mu_0)^{-1}$ 의 관계를 대입하여 정리하면

$$c\vec{B} = 4\pi \vec{H}/c + 4\pi \vec{M}/c \tag{3-80}$$

이다. 그런데 (3-80)식을 가우스단위계의 방정식과 같게 하기 위해서

$$\begin{aligned} c\vec{B} &\leftrightarrow \vec{B} \\ \frac{4\pi\vec{H}}{c} &\leftrightarrow \vec{H} \\ \frac{\vec{M}}{c} &\leftrightarrow \vec{M} \end{aligned} \tag{3-81}$$

라고 가정하여 사용하면 (3-80)식은

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} \tag{3-82}$$

이 된다. 이와 같이 국제단위계 물리식을 가우스단위계로 바꾸면서 전환 인자를 얻었다. 이 전환 인자를 이용하면 전자기 관련 방정식을 간단하게 국제단위계에서 가우스단위계로 전환할 수 있다.

이상과 같이 구한 전환 인자들을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{ccc} (\ \mathrm{SI}\ ) & & (\ \mathrm{G}\ ) \\ 4\pi\varepsilon_0 & \leftrightarrow & 1 \\ c\vec{B} & \leftrightarrow & \vec{B} \\ \dfrac{4\pi\vec{H}}{c} & \leftrightarrow & \vec{H} \\ 4\pi\vec{D} & \leftrightarrow & \vec{D} \\ \dfrac{\vec{M}}{c} & \leftrightarrow & \vec{M} \\ c^2 & = & (\varepsilon_0\mu_0)^{-1} \end{array} \tag{3-83}$$

물리식에 (3-83)식과 같은 물리량이 포함되었으면 전환 인자에 의거하여 방정식을 전환시키고, 그렇지 않는 경우는 방정식을 그대로 사용하여 전환시킨다. (3-83)식과 같은 전환 인자를 이용하는 예를 몇 가지 들어 보겠다.

(a) 국제단위계에서 암페어 법칙[22,23]은

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{3-84}$$

이다. (3-84)식 양변에 $4\pi/c$ 를 곱하면

$$\vec{\nabla}\times\frac{4\pi\vec{H}}{c} = \frac{4\pi\vec{J}}{c} + \frac{4\pi}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{3-85}$$

이다. 그리고 (3-83)식의 전환 인자를 이용하여 $4\pi\vec{H}/c$ 를 $\vec{H}$ 로, $4\pi\vec{D}$ 를 $\vec{D}$ 로 정리하고, 이 외에 물리량은 변함이 없으므로 (3-85)식은

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{4\pi\vec{J}}{c} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{3-86}$$

가 된다. 바로 이 식이 가우스단위계에서의 암페어 법칙[24,25]이다.

(b) 무한 공간에서 벡터 퍼텐셜[22,23]은

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x' \qquad \text{(SI)} \tag{3-87}$$

이다. 그리고 벡터 퍼텐셜과 자기유도 $\vec{B}$를 벡터 퍼텐셜로 표현하면

$$\vec{B} = \nabla\times\vec{A} \tag{3-88}$$

이다. 그런데 벡터 퍼텐셜 $\vec{A}$ 는 자기유도 B 에 직접 관련되는 물리량으로 자기유도 B가 (3-83)식에서 주어진 것처럼 $c\vec{B}$ 가 $\vec{B}$ 로 바뀔때, 자기유도 B 와 선형 관계가 있는 벡터퍼텐셜 $\vec{A}$ 도 이 관계를 따라야 한다. 이러한 경우는 자기화 M 이나 자기장의 세기 H 인 경우도 마찬가지다.
그러므로 벡터 퍼텐셜 $\vec{A}$ 는

$$c\vec{A}\,(SI) \leftrightarrow \vec{A}\,(G) \qquad (c\vec{B}\leftrightarrow\vec{B}) \tag{3-89}$$

이다. 따라서 (3-87)식의 양변에 c 를 곱한 다음 (3-87)식 우변에만 c 를 분자, 분모에 한번 더 곱해주면

$$c\vec{A}(\vec{x}) = \frac{c^2\mu_0}{4\pi c}\int\frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x'$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 c}\int \frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x' \qquad (3\text{-}90)$$

이 된다. (3-90)식에 $c^2 = 1/\varepsilon_0\mu_0$ 를 대입하고, (3-83)식에서 $4\pi\varepsilon_0 \leftrightarrow 1$ 을 대입하여 정리하면 가우스단위계에서 벡터 퍼텐셜[25,26]은

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{c}\int \frac{\vec{J}(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|}d^3x' \ (G) \qquad (3\text{-}91)$$

가 된다.

(c) 국제단위계에서 자기모멘트[22,23]는

$$\vec{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\int \vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}')\,d^3x' \quad (SI) \qquad (3\text{-}92)$$

이다. 그런데 자기장에서의 퍼텐셜 에너지 $W = -\vec{\mathrm{m}}\cdot\vec{B}$ 에서 두 단위계 사이의 자기모멘트 전환 관계를 설명할 수 있다. 이 관계는

$$W = -\vec{\mathrm{m}}\cdot\vec{B}\ (SI) \rightarrow -(\vec{\mathrm{m}}/c)\cdot\vec{B} = -\vec{\mathrm{m}}\cdot\vec{B}\ (G) \qquad (3\text{-}93)$$

이다. 여기서 $\vec{\mathrm{m}}/c \leftrightarrow \vec{\mathrm{m}}$으로 놓는 이유는, (3-83)식의 전환 인자를 사용하면 자기유도 $\vec{B}$는 국제단위계에서 가우스단위계로 물리식을 전환할 때 $c\vec{B}$가 된다. 그러면 자기장에서의 퍼텐셜 에너지 W의 차원은 달라지게 된다. 그러나 역학적 물리량의 경우 가우스단위계 뿐만아니라 국제단위계에서도 길이(L), 질량(M), 시간(T)으로만 차원을 나타내므로 차원은 동일해야 한다. 따라서 자기모멘트 m은 가우스단위계로 방정식을 전환할 때는 $\vec{\mathrm{m}}/c$로 된다고 가정해야만 자기유도 전환 인자를 사용해도 차원적으로 성립하게 된다. 여기서 얻은 결과를 이용하여 (3-92)식을 가우스단위계로 전환한다면

$$\vec{\mathrm{m}} = \frac{1}{2c}\int \vec{x}'\times\vec{J}(\vec{x}')\,d^3x' \ (G) \qquad (3\text{-}94)$$

이 된다. 이것이 가우스단위계에서의 자기모멘트 방정식이다.[25,26]

이상 3가지 예에서 알아본 바와 같이 전환 인자를 사용하여 몇 가지 단계를 거치면 간단하게 국제단위계에서 가우스단위계로 물리식을 전환할 수 있다. 지금까지 알아본 방법은 물론 역과정도 가능하다. 이제까지 예로 보인 과정을 거꾸로 밟아 가우스단위계에서 국제단위계로 물리식을 전환할

수도 있다. 이미 설명한 바와 같이 헤비사이드-로렌쯔 단위계는 가우스단위계를 유리화하기 위해서 맥스웰 방정식이나 관련식에 계수 4π를 삭제한 것이다. 따라서 국제단위계에서 헤비사이드-로렌쯔 단위계로 전환하는 방법은 (3-83)식에서 구한 전환 인자들에서 계수 4π를 1로 보면

$$\begin{array}{ccc} \text{(SI)} & & \text{(H-L)} \\ \varepsilon_0 & \leftrightarrow & 1 \\ c\vec{B} & \leftrightarrow & \vec{B} \\ \dfrac{\vec{H}}{c} & \leftrightarrow & \vec{H} \\ \vec{D} & \leftrightarrow & \vec{D} \\ \dfrac{M}{c} & \leftrightarrow & M \\ c^2 = (\varepsilon_0\mu_0)^{-1} & & \end{array} \tag{3-95}$$

이다. 여기서 (H-L)은 헤비사이드-로렌쯔 단위계를 의미한다. (3-95)식을 이용하여 국제단위계에서 헤비사이드-로렌쯔 단위계로 물리식을 전환 시켜 보도록 하겠다.

(a)에서의 암페어의 법칙을 각 단위계에서 표현하면

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}\times\vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} && \text{(SI)} \\ \vec{\nabla}\times\vec{H} &= \frac{4\pi}{c}\vec{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} && \text{(G)} \\ \vec{\nabla}\times\vec{H} &= \frac{\vec{J}}{c} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} && \text{(H-L)} \end{aligned} \tag{3-96}$$

이다. 여기서 국제단위계에서의 물리식을 헤비사이드-로렌쯔단위계로 전환하기 위해 (3-96)식의 국제단위계에서의 물리식 양변을 c로 나누어 주면

$$\vec{\nabla}\times\frac{\vec{H}}{c} = \frac{\vec{J}}{c} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{3-97}$$

가 된다. 여기에 (3-95)식을 적용하여 $\vec{H}/c$는 $\vec{H}$로 전환하고 나머지는 변하지 않는다고 하면 (3-97)식은

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{\vec{J}}{c} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad \text{(H-L)} \tag{3-98}$$

이 된다. 따라서 국제단위계에서 헤비사이드-로렌쯔 단위계로도 쉽게 물리

식 전환이 가능함을 알 수 있다.

Lau의 방법은 간단하게 전자기 관련식을 단위계에 따라 전환할 수 있는 잇점이 있으나 두 단위계는 어떤 수량적 관계를 갖고 있는지 관해서는 알 수가 없고, 차원간의 관계도 설명할 수가 없다. 즉, 같은 물리량에 대해 국제단위계에서의 차원과 가우스단위계에서의 차원이 어떻게 달라지는가에 대해서는 설명을 못한다. 그러나 흔히 가장 많이 쓰이는 맥스웰 방정식을 국제단위계와 가우스단위계 또는 헤비사이드-로렌쯔 단위계 사이를 복잡한 이론이 없이 간단한 몇 가지 전환 인자들을 사용하여 관련식을 전환할 수 있는 장점도 있다.

2) 전환 규칙

전환 인자 방법을 응용하여, Lau가 설명한 방법[9] 보다 더 간단하게 물리식을 전환시킬 수 있는 방법에 대해 알아 보겠다. 이 방법은 좌변과 우변을 동시에 변화시키는 것이 아니라 우변식만 변화하면서 다른 단위계로 전환하는 것으로 다음과 같은 규칙을 따르면 간단하게 물리식 전환이 된다.

전환 규칙.1 ; 국제단위계에서 가우스단위계로 방정식을 전환할 때는 우선 우변에만 $1/c$을 곱한다. (단 전자기 물리량이 1/x의 곱의 형태로 된 경우 $1/c$를 곱하는 것이 아니라 c를 곱한다.) 가우스단위계에서 국제단위계계로 고칠 때는 이 과정을 역으로 한다.

전환 규칙.2 ; 국제단위계에서 가우스단위계로 방정식을 전환할 때에는 우변식에 μ가 있다면 μ 대신에 $(4\pi/\mu_0)\mu$를 대입하고, ε가 있다면 ε 대신에 $(1/4\pi\varepsilon_0)\varepsilon$을 대입한다. 단, 좌변식에는 곱하지 않는다. 반대로 가우스단위계에서 국제단위계로 전환할 때에는 이 과정을 역으로 하면 된다. 즉, 다음과 같이 바꾸어 준다.

$$\begin{array}{ccc} \text{(SI)} & & \text{(G)} \\ \mu & \leftrightarrow & \dfrac{4\pi}{\mu_o}\mu \end{array} \qquad (3\text{-}99)$$

$$\varepsilon \leftrightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\varepsilon \tag{3-100}$$

전환 규칙.3 ; 자기장의 세기 H 인 경우에는 우변에만 4π를 곱해준 다음, 전환 인자 방법을 따른다. 가우스단위계에서 국제단위계로 전환할 때는 이과정을 반대로 하면 된다. 이 방법의 타당성은 여기에서 2가지를 보이고, 나머지 예는 부록 I에 제시하겠다.

(a) 국제 단위계에서의 암페어 법칙

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{3-84}$$

에 전환 규칙.1에 따라 $1/c$을 곱하면

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{\vec{J}}{c} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{3-101}$$

가 된다. 그런 다음 전환 규칙.3을 적용하여 우변에만 4π를 곱하면

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{4\pi\vec{J}}{c} + \frac{4\pi}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{3-102}$$

가 된다. 그런데 $4\pi\vec{D}$ 는 Lau의 전환 인자 방법에 의하면 $4\pi\vec{D}(SI) \leftrightarrow \vec{D}(G)$ 의 관계가 있기 때문에 (3-102)식은

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \frac{4\pi\vec{J}}{c} + \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\ (\mathrm{G}) \tag{3-86}$$

가 된다. 반대로, 가우스단위계에서 국제단위계로 전환할 때에는 전환 규칙.1에 의해 (3-86)식에 우선 c를 곱한다. 그러면 (3-86)식은

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = 4\pi\vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{3-103}$$

이 된다. 이때 전환 규칙.3에 의해 우변만 4π로 나누어 주면 (3-103)식은

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{1}{4\pi}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{3-104}$$

이다. 그런데 Lau의 전환 인자 방법을 응용하면 가우스단위계에서 국제단위계로 전환될 때에 전기변위는 (3-83)식에 의해서 $\vec{D}/4\pi(G) \leftrightarrow \vec{D}(SI)$이므로

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \tag{3-84}$$

이다.

(b) 표피 깊이(skin depth)는 (고주파 전류 또는 전자기장이 도체의 표면층에 국한되어서 내부로 들어가지 않는 현상을 표피 효과라고 하고, 전자기장의 세기가 표면의 $1/e$ 되는 깊이를 표피 깊이라고 한다.)[18,22,23]는

$$\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu\mu_0\sigma}\right)^{1/2} \ (SI) \tag{3-105}$$

으로 표현된다. 여기서 전기적 물리량 σ가 수식에서 $1/x$이므로 전환 규칙.1에 따라서 $1/c$ 대신에 c를 곱해준다. 그러면 c를 곱하고 $\mu \to 4\pi\mu/\mu_0$를 대입하여 (3-105)식을 정리하면

$$\delta = \left(\frac{c^2}{2\pi\omega\mu\sigma}\right)^{1/2} \ (G) \tag{3-106}$$

로 간단하게 가우스단위계로[25,26] 전환된다.

역으로, $\delta = (c^2/2\pi\omega\mu\sigma)^{1/2}$ (G)에서 $1/c$을 곱하고 μ 대신에 $(\mu_0/4\pi)\mu$를 대입하여 정리하면

$$\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu\mu_0\sigma}\right)^{1/2} \ (SI) \tag{3-105}$$

가 된다.

지금까지 설명한 방법은 Lau의 방법과 비슷하나 전환 인자 방법에 비해서 간단하다. 전환 인자 방법은 어떤 인자들을 선택하며, 특히 $4\pi\varepsilon_0$을 1로 대응 시킬때는 언제이며, 뿐만아니라 언제 $\varepsilon_0\mu_0$를 만들어 c^2으로 전환해야 할 것인지를 선택해야 한다. 그러나 전환 규칙 방법은 전환 규칙에 의해 전환하고, 부가하여 Lau의 전환 인자들을 사용하면 아주 간단히 국제단위계에서의 물리식에서 가우스단위계에서의 물리식으로 전환할 수 있다.

그러나 이 방법 역시 두 단위계 사이의 물리량의 차원 관계와 수치 관계를 설명할 수는 없지만, 전환 인자와 전환 규칙을 혼용하여 사용하면 간단하게 단위계의 전환에 따른 물리식을 알 수 있다.

IV. 결 론

지금까지 알아본 전자기 관련 단위계의 차원과 수치 및 물리식의 전환 방법에 관한 것을 요약하면 다음과 같다.

1. 차원 전환행렬을 X 라 하고, 이미 알고 있는 단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬을 Y 그리고 앞으로 알고자 하는 단위계의 차원을 나타낸 열행렬을 Z 라고 하면, 차원의 단위계간 전환은 $XY = Z$ 의 행렬 방정식으로 구할 수 있다. 이러한 차원 전환에는 일정한 규칙[Ⅲ-1-3)절 참조]이 있다.

2. 국제단위계에서 가우스단위계로의 차원 전환행렬은 전기적 물리량인 경우에는 (3×4)행렬인 차원 전환행렬 A[식(3-13)], 자기적 물리량인 경우에는 (3×4)행렬인 차원 전환행렬 A'[식(3-28)]을 사용한다.

3. 국제단위계에서 esu 단위계로의 모든 전자기 물리량의 차원 전환행렬은 행렬 B[식(3-39)]를 사용하고, 국제단위계에서 emu 단위계로의 모든 전자기적 물리량의 차원 전환행렬은 행렬 D[식(3-49)]를 사용한다.

4. 가우스단위계에서 국제단위계로의 차원 전환은 행렬 A 와 A' 의 역행렬이 존재하지 않아 직접 전환할 수 없다. 그리고 행렬 이외에 다른 방법으로 차원 전환하는 것은 앞으로의 연구 과제이다.

5. esu 단위계의 전기적 물리량 차원에서 $\varepsilon = 1$ 로 대치하면 가우스단위계에서의 차원이 되고, emu 단위계에서의 자기적 물리량 차원에서 $\mu = 1$ 로 대치하면 가우스단위계에서의 차원이 된다. 그러므로 esu 단위계와 emu 단위계에서의 차원을 먼저 알아본 다음에 동일 물리량의 차원을 국제단위계로 전환할 수 있다. 그래서 esu 단위계에서 국제단위계로의 차원 전환은 행렬 B^{-1}[식(3-43)], emu단위계에서 국제단위계로의 차원 전환은 행렬 D^{-1}

[식(3-52)]를 이용하여 $XY = Z$의 행렬 방정식으로 차원 전환한다.

6. 수치 전환에 대해서는 수치 전환행렬을 Z, 이미 알고 있는 단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬을 S, Z와 S의 행렬 방정식의 결과를 η라 하면 행렬 방정식은 $ZS = η$ 이다. 이때 η를 10의 지수값으로 취하면 이것이 알고자 하는 단위계의 수치가 된다.

7. 수치 전환행렬을 이용해서 전기적 물리량을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환할 때는 행렬 Z[식(3-61)]를, 자기적 물리량을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환할 때는 행렬 Z'[식(3-71)]을 사용한다. 그리고 이러한 수치 전환행렬를 사용해서 얻은 수치를 역수로 바꾸어 주면 가우스단위계에서 국제단위계로 수치 전환이 바로 된다.

8. 국제단위계에서 가우스단위계로 수치 전환한 것을 $c^{a} \times 10^{y}$의 형태로 바꾸어 표현하면, 전기적 물리량인 경우는 가우스단위계와 esu 단위계의 수치가 같다. 그리고 $c = 1$ 로 놓으면 emu 단위계에서의 수치가 된다. 또는 행렬 Z'을 사용하여 바로 국제단위계에서 emu 단위계로 수치 전환이 가능하다. 그러나 자기적 물리량인 경우, 국제단위계에서 esu 단위계로의 수치 전환은 4π 계수가 없는 물리량의 경우 c^{-1}을 곱해 주어야 한다.

9. 전환행렬을 이용한 수치 전환에서 성립치 않는 경우가 있다. 전기변위 D, 유전율 ε, 기자력 F_m, 자기장의 세기 H, 자기화 M은 수치전환 후 얻은 수치에 4π를 곱해주어야 하며, 자기량 m과 투자율 μ는 $(4π)^{-1}$을 곱해주어야 올바른 수치 전환이 된다. 이것은 국제단위계는 유리화단위계이고 나머지 전자기의 단위계는 비유리화단위계이기 때문이다.

10. 전환 인자[식(3-83)]와 전환 규칙[Ⅲ-3-2)절 참조]을 함께 사용하면 전환 인자 방법 보다 더 간단하게 물리식간의 상호 전환이 가능하다.

참 고 문 헌

1) 동아출판사 백과사전부 편; 동아 원색 세계백과사전, 제12권, 동아출판사, p.625 (1987).

2) 한국 표준 과학연구원; 알기쉬운 국제단위계(SI)해설, 한국 표준 과학연구원, pp.4-97 (1992).

3) D. Holliday and R. Resnick; Fundamentals of Physics, 2nd ed. (Extended version), John Willy & Sons. Inc., Appendix A (1991).

4) 김의균, 박세환; 신전자기학, 도서출판 기한재, pp.504-510 (1993).

5) 박기수 역(William Hayt 저); 전기자기학, 청문각, pp.516-521 (1981).

6) 강우형 외 3인 공역(Roald K. Wangsness 저); 전자기학, 이우출판사, pp.407-413 (1990).

7) 지창열 외 3인 공역(John R. Reitz and Fredrick J. Milford 저); 전자기학, 교문사, pp.403-407 (1979).

8) Benard Leroy; Am. J. Phys. 52, 3, pp.230-233 (1984).

9) Yun-tung Lau; Am. J. Phys. 56, 2, pp.135-137 (1988).

10) 김의균, 박세환; 신전자기학, 도서출판 기한재, pp.3-19 (1993).

11) 이창효, 박승범; 알고보면 재미나는 전기자기학, 전파과학사, pp. 10-242 (1993).

12) 김병희 외 15인 편; 성문 이화학사전, 교육서관, p1272 (1993).

13) 전학제 외 3인 편; 최신 이화학 대사전(증보판), 법경출판사 p.1173 (1986).

14) 이영희 외 2인; 전기자기학, 보성문화사, pp.22-25 (1989).

15) 전학제 외 3인 편; 최신 이화학 대사전(증보판), 법경출판사 pp.1000-1001 (1986).

16) Roland H. Good, Jr. and Terence J. Nelson; Classical Theory of Electric and Magnetic Fields, Academic Press, pp.246-260 (1971).

17) 전학제 외 3인 편; 최신 이화학 대사전(증보판), 법경출판사 p.1615 (1986).

18) 김병희 외 15인 편; 성문 이화학사전, 교육서관, pp1579-1580 (1993).

19) 강주상 역(Mary L. Boas 저); 수리물리학, 이우출판사. pp.121-129 (1984).

20) Frank Ayres, Jr.; Matrices, McGraw-Hill book co., pp.55-62 (1962).

21) George Arfken; Mathematical methods for physicists, 2nd ed, Academy Press, pp.168-184 (1970).

22) 오철한 역(Paul Larrain and Dale R. Corson 저); 기초 전자기학, 청문각, pp.233-394 (1993).

23) John R. Reitz, Frederick J. Milford and Robert W. Christy; Foundations of Electromagnetic Theory, 3rd ed, pp.160-380 (1984).

24) John D. Jackson; Classical Electrodynamics, 2nd ed., John Willey & Sons. Inc., pp.811-821 (1990).

25) Hans C. Ohanian; Classical Electrodynamics, Ally and Bacon. Inc., pp.255-403 (1988).

26) John D. Jackson; Classical Electrodynamics 2nd ed., John Willey & Sons. Inc., pp.75-298 (1990).

<Abstract>

The Converting Methods of Electromagnetic Unit Systems.*

Cho, Chang-Pum
Physics Education Major
Graduate School of Education, Cheju National University
Cheju, Korea
Supervised by Professor **Khang, Jeong-Woo**

We extended the matrix method and the factor method which are used to convert unit systems and found the method which is useful to convert dimensions, numerical values and the form of physical equation between one unit system and the other unit system.

The conversion method of dimension converts dimensions of the known unit system to those of the unit system which we wish to know by means of doing the product of the conversion matrix which is found out the corresponding relations of the fundamental quantity by the column matrix of dimension of the known unit systems. Using this method, the SI units are converted to Gaussian, esu, emu units and

* A thesis submitted to the Committee of the Graduate School of Education, Cheju National University in partial fulfillment of the requirement for the degree of Master of Education in August, 1994.

conversely esu, emu units are converted to SI units. However, the matrix method could not convert dimensions from Gaussian units to SI units.

The conversion matrix of numerical value which is used to change numerical values from SI units to Gaussian units is found out from the corresponding relation of basic units. Besides some exceptional cases, we knew the relation of numerical values of the various units system.

Using the conversion factors and conversion rules, We presented the methods converting the form of physical equation from SI units to Gaussian units or from Gaussian units to SI units.

부　　록

부록 A. 전자기 관련 물리량의 차원

	관용 기호	국 제 단위계	emu 단위계	가우스 단위계	esu 단위계
전 하 (charge)	Q	$L^0M^0T^1I^1$	$L^{1/2}M^{1/2}T^0\mu^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{1/2}$
전 류 (current)	I	$L^0M^0T^0I^1$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$
전위차, 기전력 (electromotive force)	V,E	$L^2M^1T^{-3}I^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{-1/2}$
전 기 변 위 (electric displacement)	D	$L^{-2}M^0T^1I^1$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^0\mu^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{1/2}$
전기장의 세기 (field intensity)	E	$L^1M^1T^{-3}I^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\mu^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\varepsilon^{-1/2}$
전기저항 (resistance)	R	$L^2M^1T^{-3}I^{-2}$	$L^1M^0T^{-1}\mu^1$	$L^{-1}M^0T^1$	$L^{-1}M^0T^1\varepsilon^{-1}$
전기전도도 (conductivity)	σ	$L^{-3}M^{-1}T^3I^2$	$L^{-2}M^0T^1\mu^{-1}$	$L^0M^0T^{-1}$	$L^0M^0T^{-1}\varepsilon^1$
전 도 도 (conductance)	G	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	$L^{-1}M^0T^1\mu^{-1}$	$L^1M^0T^{-1}$	$L^1M^0T^{-1}\varepsilon^1$
전기용량 (capacitance)	C	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-1}M^0T^2\mu^{-1}$	$L^1M^0T^0$	$L^1M^0T^0\varepsilon^1$
유 전 율 (permittivity)	ε	$L^{-3}M^{-1}T^4I^2$	$L^{-2}M^0T^2\mu^{-1}$	$L^0M^0T^0$	$L^0M^0T^0\varepsilon^1$
자 기 선 속 (flux magnetic)	Φ	$L^2M^1T^{-2}I^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^0\varepsilon^{-1/2}$
기 자 력 (magnetomotive force)	F_m	$L^0M^0T^0I^1$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$
자기장의 세기 (magnetic field)	H	$L^{-1}M^0T^0I^1$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$
자 기 화 (magnetizarion)	M	$L^{-1}M^0T^0I^1$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$
자 기 모 멘 트 (magnetic moment)	m	$L^2M^0T^0I^1$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^0\varepsilon^{-1/2}$
자 기 유 도 (magnetic induction)	B	$L^0M^1T^{-2}I^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^0\varepsilon^{-1/2}$
자 기 편 극 (magnetic polarization)	J	$L^0M^1T^{-2}I^{-1}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{-3/2}M^{1/2}T^0\varepsilon^{-1/2}$
자 기 극 세 기 (magnetic poles intensity)	m	$L^2M^1T^{-2}I^{-1}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{1/2}M^{1/2}T^0\varepsilon^{-1/2}$
유도계수 (inductance)	L	$L^2M^1T^{-2}I^{-2}$	$L^1M^0T^0\mu^1$	$L^1M^0T^0$	$L^{-1}M^0T^2\varepsilon^{-1}$
자 기 량 (magnetic charge)	$\mathfrak{m}$	$L^1M^0T^0I^1$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$	$L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$	$L^{5/2}M^{1/2}T^{-2}\varepsilon^{1/2}$
투 자 율 (permeability)	μ	$L^1M^1T^{-2}I^{-2}$	$L^0M^0T^0\mu^1$	$L^0M^0T^0$	$L^{-2}M^0T^2\varepsilon^{-1}$

B. 전자기 관련 물리량의 환산표

양	관용 기호	국제 단위계	전자 단위계	가우스 단위계	정전 단위계
전하	Q	$1C=1A\cdot s$	$=10^{-1}$	$=c\times10^{-1}$	$=c\times10^{-1}$
전류	I	$1A$	$=10^{-1}$	$=c\times10^{-1}$	$=c\times10^{-1}$
전위차, 기전력	V, E	$1V=1W/A$	$=10^{8}$	$=c^{-1}\times10^{8}$	$=c^{-1}\times10^{8}$
전기변위	D	$1C/m^2$	$=4\pi10^{-5}$ *	$=4\pi c\times10^{-5}$*	$=4\pi c\times10^{-5}$ *
전기장의세기	E	$1V/m$	$=10^{6}$	$=c^{-1}\times10^{6}$	$=c^{-1}\times10^{6}$
전기저항	R	$1\Omega=1V/A$	$=10^{9}$	$=c^{-2}\times10^{9}$	$=c^{-2}\times10^{9}$
전기전도도	σ	$1\,(ohm-m)^{-1}$	$=10^{-11}$	$=c^{2}\times10^{-11}$	$=c^{2}\times10^{-11}$
전도도	G	$1S$	$=10^{-9}$	$=c^{2}\times10^{-9}$	$=c^{2}\times10^{-9}$
전기용량	C	$1F=1C/V$	$=10^{-9}$	$=c^{2}\times10^{-9}$	$=c^{2}\times10^{-9}$
유전율	ε	$1F/m$	$=4\pi10^{-11}$ *	$=4\pi c^{2}\times10^{-11}$*	$=4\pi c^{2}\times10^{-11}$*
자기선속	ϕ	$1Wb=1V\cdot s$	$=10^{8}Mx$	$=10^{8}Mx$	$=c^{-1}\times10^{8}$
기자력	F, F_m	$1A$	$=4\pi\times10^{-1}Gb$*	$=4\pi\times10^{-1}Gb$*	$=4\pi c\times10^{-1}$ *
자기장의세기	H	$1A/m$	$=4\pi\times10^{-3}\,Oe$*	$=4\pi\times10^{-3}\,Oe$*	$=4\pi c\times10^{-3}$ *
자기화	M	$1A/m$	$=4\pi\times10^{-3}$ *	$=4\pi\times10^{-3}$ *	$=4\pi c\times10^{-3}$ *
자기모멘트	m	$1A\cdot m^2$	$=10^{3}$	$=10^{3}$	$=c^{-1}\times10^{3}$
자기유도	B	$1T=1Wb/m^2$	$=10^{4}G$	$=10^{4}G$	$=c^{-1}\times10^{4}$
자기편극	J	$1T=1Wb/m^2$	$=10^{4}$	$=10^{4}$	$=c^{-1}\times10^{4}$
자기극세기	m	$1Wb$	$=(4\pi)^{-1}\times10^{8}$ *	$=(4\pi)^{-1}\times10^{8}$*	$=(4\pi c)^{-1}\times10^{8}$*
자기량	$\mathbf{m}$	$1Am$	$=(4\pi)^{-1}\times10^{1}$ *	$=(4\pi)^{-1}\times10^{1}$*	$=c^{-1}\times10^{8}$
유도계수	L	$1H=1\Omega\cdot s$	$=10^{9}$	$=10^{9}$	$=c^{-2}\times10^{9}$
투자율	μ	$1H/m$	$=(4\pi)^{-1}\times10^{7}$ *	$=(4\pi)^{-1}\times10^{7}$	$=(4\pi c^{2})^{-1}\times10^{7}$*

* 표는 수치 전환후 4π 또는 $1/4\pi$를 곱해야 하는 경우임

부록 C. MKSA단위계에서 가우스 단위계로 차원 전환

전 하 Q

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전 류 I

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

전위차, 기전력 V.E

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전기변위 D

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전기장의 세기 E

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전기저항 R

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

전기전도도 σ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전 도 도 G

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전기용량 C

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

유전율 ε

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

자기선속 ϕ

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

기 자 력 F_m

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

자기장의 세기 H

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

자 기 화 M

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

자기모멘트 m

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

자기유도 B

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

자 기 편 극 J

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\-2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

자기극세기 m

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

유 도 계 수 L

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

투 자 율 μ

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\-2\\-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}$$

자기량 m

$$\begin{pmatrix}1&0&0&1/2\\0&1&0&1/2\\0&0&1&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3/2\\1/2\\-1\end{pmatrix}$$

부록 D. MKSA 단위계에서 esu 단위계로 차원 전환

전 하 Q

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

전 류 I

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

전위차, 기전력 V, E

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

전 기 변 위 D

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

전기장의 세기 E

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

전기저항 R

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전기전도도 σ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

전도도 G

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

전기용량 C

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

유전율 ε

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자기선속 ϕ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

기자력 F_m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

자기장의 세기 H

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

자 기 화 M

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

자기모멘트 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

자기유도 B

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

자기편극 J

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

자기극세기 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

유도계수 L

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

투 자 율 μ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

자기량 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

부록 E. esu단위계에서 MKSA단위계로 차원 전환

전 하 Q

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

전 류 I

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

전위차, 기전력 V, E

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전 기 변 위 D

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

전기장의 세기 E

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전기저항 R

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

전기전도도 σ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

전도도 G

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

전기용량 C

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

유전율 ε

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

자기선속 ϕ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

기 자 력 F_m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자기장의 세기 H

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자 기 화 M

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자기모멘트 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자기유도 B

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

자 기 편 극 J

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

자기극세기 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

유 도 계 수 L

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

투 자 율 μ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

자기량 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

부록 F. MKSA단위계에서 emu단위계로의 차원 전환

전 하 Q

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

전 류 I

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

전위차, 기전력 V, E

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

전 기 변 위 D

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

전기장의 세기 E

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

전기저항 R

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

전기전도도 σ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전도도 G

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

전기용량 C

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

유전율 ε

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

자기선속 ϕ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

기자력 F_m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

자기장의 세기 H

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

자 기 화 M

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

자기모멘트 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

자기유도 B

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

자기편극 J

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

자기극세기 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

유도계수 L

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

투 자 율 μ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자기량 $\mathfrak{m}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

부록 G. emu 단위계에서 MKSA 단위계로 차원 전환

전 하	Q	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
전 류	I	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
전위차, 기전력	V. E	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$
전 기 변 위	D	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3/2 \\ 1/2 \\ 0 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
전기장의 세기	E	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$
전기저항	R	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$
전기전도도	G	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
전 도 도	σ	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
전기용량	C	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$
유 전 율	ε	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

자기선속 ϕ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

기 자 력 F_m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자기장의 세기 H

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자 기 화 M

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -2 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자기모멘트 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

자 기 유 도 B

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

자 기 편 극 J

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

자기극세기 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

유 도 계 수 L

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

투 자 율 μ

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

자 기 량 m

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

부록 H. MKSA단위계에서 가우스단위계로 수치 전환

	수치전환행렬	η	10^{η}	실제값
전 하	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}0\\0\\1\\1\end{pmatrix}$	$= 9 + \log 3$	$\rightarrow 3\times 10^{9}$	$= c\times 10^{-1}$
전 류	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$	$= 9 + \log 3$	$\rightarrow 3\times 10^{9}$	$= c\times 10^{-1}$
전위차 기전력	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}2\\1\\-3\\-1\end{pmatrix}$	$= -2 - \log 3$	$\rightarrow 1/3\times 10^{-2}$	$= c^{-1}\times 10^{8}$
전기변위	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}-2\\0\\1\\1\end{pmatrix}$	$= 5 + \log 3$	$\rightarrow 3\times 10^{5}$	$= \overset{*}{4}\pi c\times 10^{-5}$
전기장의 세기	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}1\\1\\-3\\-1\end{pmatrix}$	$= -4 - \log 3$	$\rightarrow \frac{1}{c}\times 10^{6}$	$= c^{-1}\times 10^{6}$
전기저항	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}2\\1\\-3\\-2\end{pmatrix}$	$= -11 - 2\log 3$	$\rightarrow \frac{1}{c^{2}}\times 10^{9}$	$= c^{-2}\times 10^{9}$
전 기 전도도	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}-3\\-1\\3\\2\end{pmatrix}$	$= 9 + \log 3$	$\rightarrow 9\times 10^{9}$	$= c^{2}\times 10^{-11}$
전 도 도	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}-2\\-1\\3\\2\end{pmatrix}$	$= 11 + 2\log 3$	$\rightarrow c^{2}\times 10^{-9}$	$= c^{2}\times 10^{-9}$
전기용량	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}-2\\-1\\4\\2\end{pmatrix}$	$= 11 + 2\log 3$	$\rightarrow c^{2}\times 10^{-9}$	$= c^{2}\times 10^{-9}$
유 전 율	$(2\ 3\ 0\ 9+\log 3)\begin{pmatrix}-3\\-1\\4\\2\end{pmatrix}$	$= 9 + 2\log 3$	$\rightarrow c^{2}\times 10^{-11}$	$= \overset{*}{4}\pi c^{2}\times 10^{-11}$

자기선속	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$= 8 \rightarrow$	$10^{8} =$	10^{8}
기 자 력	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$= -1 \rightarrow$	$10^{-1} =$	$\overset{*}{4}\pi \times 10^{-1}$
자기장의 세 기	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$= -3 \rightarrow$	$10^{-3} =$	$\overset{*}{4}\pi \times 10^{-3}$
자 기 화	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$= -3 \rightarrow$	$10^{-3} =$	$\overset{*}{4}\pi \times 10^{-3}$
자 기 모 멘 트	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$= 3 \rightarrow$	$10^{3} =$	10^{3}
자기유도	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$= 4 \rightarrow$	$10^{4} =$	10^{4}
자기편극	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$= 4 \rightarrow$	$10^{4} =$	10^{4}
자 기 극 세 기	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	$= 8 \rightarrow$	$10^{8} =$	$\overset{*}{(4\pi)^{-1}} \times 10^{8}$
유도계수	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$= 9 \rightarrow$	$10^{9} =$	10^{9}
투 자 율	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$	$= 7 \rightarrow$	$10^{7} =$	$\overset{*}{(4\pi)^{-1}} \times 10^{7}$
자 기 량	(2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$= 1 \rightarrow$	$10^{1} =$	$\overset{*}{(4\pi)^{-1}} \times 10^{1}$

* 는 실제값과 일치하지 않는 경우이며 수치 전환행렬로 구한 수치값에 4π 또는 $(4\pi)^{-1}$를 곱해주는 경우임

부록 I. 전환 규칙에 의한 물리식 변환

전환 규칙을 이용하여 물리식을 전환한 예를 III-3-2)절의 (a) 암페어법칙, (b) 표피 깊이에 이어서 제시하겠다.

c) 선형이고 균질한 등방성 매질에서의 전자기파 에너지 밀도는 국제단위계에서

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \ (SI) \tag{I-1}$$

이다. 전환 규칙.1를 써서 $1/c$을 곱하면

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2c} + \frac{B^2}{2c\,\mu\mu_0} \tag{I-2}$$

이 된다. 그리고 전환 규칙.2에 따라 μ대신에 $4\pi\mu/\mu_0$을 대입하고 ε대신에 $\varepsilon/4\pi\varepsilon_0$정리하면, 가우스단위계에서

$$\omega = \frac{E^2}{2c} \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\varepsilon + \frac{B^2}{2c} \times \frac{\mu_0}{4\pi\mu} \tag{I-3}$$

또는

$$\omega = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\varepsilon E^2}{2C} + \frac{B^2}{2\mu c}\right) \ (G) \tag{I-4}$$

이 된다. 역으로 (I-4)식을 국제단위계로 고치기 위해서 c를 곱하고 $\mu \rightarrow \mu_0\mu/4\pi$를 $\varepsilon \rightarrow 4\pi\varepsilon_0\varepsilon$를 대입하여 정리하면

$$\omega = \frac{1}{4\pi} \times c\left(\frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}{2c}E^2 + \frac{B^2 4\pi}{2\mu_0\mu c}\right)$$

$$= \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \qquad (SI) \tag{I-5}$$

가 된다.

d) 긴 솔레노이드에서의 자기인덕턴스는 국제단위계에서

$$L = \mu\mu_0 n^2 l\pi r^2 \ (SI) \tag{I-6}$$

이다. 여기에 $1/c$을 곱하고 $\mu \rightarrow 4\pi\mu/\mu_0$을 대입하여 정리하면, 가우스단위계에서

$$L = 4\pi \frac{\mu}{\mu_0} \cdot \mu_0 n^2 l \pi r^2 \times \frac{1}{c}$$

$$= \frac{4\pi\mu n^2 l\ \pi r^2}{c} \qquad (G) \qquad (\mathrm{I}-7)$$

이 된다. 역으로 $L = 4\pi\mu n^2 l\pi r^2 / c$ 에서 우변에 c를 곱하고 μ대신에 $\mu \rightarrow \mu_0\mu / 4\pi$를 대입하면,

$$L = c \cdot \frac{n^2 l\pi r^2}{c} \cdot 4\pi \cdot \frac{\mu_0\mu}{4\pi} \qquad (\mathrm{I}-8)$$

이 된다. 이식을 정리하면, $L = \mu\mu_0 n^2 l\pi r^2$ (SI) 가 된다.

e) 자기 모멘트는 국제단위계에서

$$\vec{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\int \vec{x'} \times \vec{J}(\vec{x'}) d^3x' \ (SI) \qquad (\mathrm{I}-9)$$

이다. 우변에만 $1/c$을 곱하면, 가우스단위계에서는

$$\vec{\mathrm{m}} = \frac{1}{2c}\int \vec{x'} \times \vec{J}(\vec{x'})\, d^3x' \ (G) \qquad (\mathrm{I}-10)$$

이 된다. 역으로 c를 곱하면

$$\vec{\mathrm{m}} = c \cdot \frac{1}{2c}\int \vec{x'} \times \vec{J}(\vec{x'}) d^3x' \ (SI)$$

$$= \frac{1}{2}\int \vec{x} \times \vec{J}(\vec{x'}) d^3x' \ (SI) \qquad (\mathrm{I}-11)$$

이 된다.

f) 선형 등방성 매질에서의 벡터 퍼텐셜은 가우스단위계에서

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu}{c}\int \frac{\vec{J}(\vec{x'})}{|\vec{x} - \vec{x'}|} d^3x' \qquad (G) \qquad (\mathrm{I}-12)$$

이다. 여기에 전환규칙.2를 적용하여 계산하면 국제단위계에서의 표현은

$$\vec{A}(\vec{x}) = c \cdot \frac{\mu}{c} \cdot \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{x'})}{|\vec{x} - \vec{x'}|} d^3x'$$

$$= \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{x'})}{|\vec{x} - \vec{x'}|} d^3x' \qquad (SI) \qquad (\mathrm{I}-13)$$

이 된다. 역으로, (I-13)식에 전환규칙.2를 적용하면

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{c} \cdot \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{J}(\vec{x'})}{|\vec{x} - \vec{x'}|} d^3x' \qquad (\mathrm{I}-14)$$

그러면,

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{\mu}{c}\int \frac{\vec{J}(\vec{x'})}{|\vec{x}-\vec{x'}|} d^3x' \ (G) \qquad \text{(I-12)}$$

가 된다.

g) 국제단위계에서 자기유도 B에 관한 식은

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \ (SI) \qquad \text{(I-15)}$$

이다.(표 1. 참조) 우변에 $1/c$을 곱하고, μ_0대신에 $4\pi/\mu_0$를 대입한다. 그러면

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{H} 4\pi}{c\mu_0} + \frac{\mu_0 4\pi \vec{M}}{c\mu_0}$$

$$= \frac{4\pi \vec{H}}{c} + \frac{4\pi \vec{M}}{c} \qquad \text{(I-16)}$$

이다. 그런데, Lau의 전환 인자 $4\vec{H}/c \rightarrow \vec{H}$, $\vec{M}/c \rightarrow \vec{M}$ 를 적용하면

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi\vec{M} \qquad \text{(I-17)}$$

으로 가우스단위계의 물리식이 된다. 역으로 c를 곱하고, 4π 대신에 $\mu_0/4\pi$를 대입한다. 그런 다음 Lau의 전환 인자 $c/4\pi\,\vec{H} \rightarrow \vec{H}, c\vec{M} \rightarrow \vec{M}$를 적용하면,

$$\vec{B} = c \cdot \frac{\mu_0}{4\pi}\vec{H} + c \cdot \frac{4\pi\mu_0}{4\pi}\vec{M}$$

$$= \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} \qquad \text{(I-15)}$$

가 된다. 즉, 자기유도에 관한 방정식이 가우스단위계에서 국제단위계로 전환되었다.