

碩士學位請求論文

정적-외연적 방법을 이용한 강소성
박판성형공정해석에서 수렴성
극복에 관한 연구



機械工學科

李 承 勳

2003年 12月

정적-외연적 방법을 이용한 강소성
박판성형공정해석에서 수렴성
극복에 관한 연구

指導教授 鄭 東 垣

李 承 勳

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함



李承勳의 工學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長 _____ 印

委 員 _____ 印

委 員 _____ 印


濟州大學校 大學院

2003年 12月

A Study on the overcome of convergence in the
Sheet Metal Forming by using the
Static-Explicit Rigid-Plastic Finite Element
Method

Seoung-Hun Lee

(Supervised by professor Dong-Won Jung)

 제주대학교 중앙도서관
A thesis submitted in partial fulfillment of the
requirement for the degree of Master of
Engineering

Department of Mechanical Engineering
GRADUATE SCHOOL
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

November 2003

목 차

NOMENCLATURE	i
SUMMARY	iii
I. 서 론	1
II. 이론 해석	4
2-1 강소성 유한요소 수식화	4
2-2 경사면 경계조건을 이용한 접촉처리	6
2-3 Ferguson spline을 이용한 금형묘사	9
2-4 정적-외연적방법	11
2-5 초기변위장 생성	15
III. 해석결과 및 고찰	16
3-1 정적-외연적 방법의 개선	16
3-2 정적-내연적, 정적-외연적 방법의 결과비교	19
3-3 정적-외연적 방법의 편치행정구간에 따른 영향 분석	27
3-4 Osakada방법에서 변형율증분에 따른 영향 분석	34
IV. 결론	39
V. 참고문헌	41

NOMENCLATURE

- B : 절점변위 행렬
 (\bar{e}_x, \bar{e}_y) : (\bar{X}, \bar{Y}) 방향의 단위벡터
 \bar{dE} : Local drag force
 $\bar{d\varepsilon}$: 유효변형율 증분
 $\bar{d\varepsilon}_0$: 초기 변형율 증분
 f : 단위면적당 표면력
 d_i : Ferguson스플라인 곡선의 현 길이
 F : 유체 압력을 제외한 외력에 의한 절점력
 K : 강성행렬
 m : Hill의 신이방성 이론에서의 계수
 n : 가공경화 지수
 R : 불균형 힘 벡터
 r : 수직이방성 계수
 $r(u)$: 3차원 매개변수 다항식의 방정식
 T : 좌표변환 행렬
 U : 직교좌표계에서 총합된 절점변위벡터
 \bar{U} : 변환된 좌표계에서의 총합된 절점 변위벡터
 U_r : 절점의 금형에 대한 상대변위
 w_i : 현 길이의 비
 β : 감속계수

σ_n : 금형표면에 수직인 방향의 접촉응력

ϕ : 금형표면에 수직인 방향의 접촉간극

상첨자

o : 시간 t_o 에서의 상태

τ : 시간 t_τ 에서의 상태



SUMMARY

A plane-strain finite element analysis of sheet metal forming is carried out by using the rigid-plastic FEM based on the membrane theory. The sheet metal was assumed to be rigid-plastic material obeying Hill's quadratic yield criterion and its associated flow rule. A formulation of initial guess generation for the displacement field is derived by using the nonlinear elastic FEM. In rigid-plastic finite element method, there is a heavy computation time and convergence problem.

In this study, Static-explicit rigid-plastic finite element method will be introduced. This method is the way that restrict the convergence interval.

In order to verify the validity of the developed method, plane-strain drawing with tools in analytic expression and with arbitrarily shaped tools is analyzed and compared with the published results. The comparison shows that the present method can be effectively used in the analysis of plane-strain sheet metal forming and thus provides the basis of approximate sectional analysis of panel-like sheet forming.

In result, convergence problem and computation time due to large non-linearity in the existing numerical analysis method were no longer a critical problem. It is expected that various results from the numerical analysis will give very useful information for the design of tools in sheet metal forming process.

I. 서론

많은 산업분야에서 각종 박판성형을 이용해 많은 제품을 성형하고 있다. 박판성형이란, 금속판재를 이용한 다양하고 복잡한 형상의 제품을 만드는 공정을 의미하며, 타 가공 공정에 비해 제품의 경량화, 상품성, 높은 정밀도 및 대량생산을 실현할 수 있는 장점을 가지고 있다. 우수한 박판성형품을 생산하기 위해서는 성형상의 특성을 적절히 고려한 공정설계와 이에 따르는 금형설계가 필수적이다. 박판성형공정 시 변형의 복잡성과 성형한계에 대한 이해부족으로 지금까지의 금형설계는 주로 시행 착오법에 의존해왔다.

따라서, 보다 빠르면서 좋은 품질의 제품을 생산하기 위해서는 박판성형공정에 대한 이해와 더불어 유한요소법을 이용한 해석 시뮬레이션을 이용하여 쉽고 빠르게 산업현장에서 이용할 수 있는 해석기반의 필요가 절실하다. 박판성형을 효과적으로 해석하기 위해서는 기하학적, 재료적 비선형성을 고려한 해석이 필수적이다.[1]

이러한 요구에 발맞추기 위하여 다양한 방법을 통해서 현장에 손쉽게 적용될 수 있는 해석기법이 연구되고 있다. 비선형 유한요소법(Non-linear finite element method)은 타 방법에 비해서 적용범위가 넓고, 비교적 정확한 해석을 할 수 있다는 특징 때문에 대부분의 박판 성형공정 해석에 주로 사용되고 있다. 이러한 유한요소를 이용한 해석에도 수치적 기법에 따라 여러 가지로 구분되어지는데, Fig. 1과 같이 크게 큰 시간간격을 가지며 각 단계마다 힘 평형을 맞추며 여러 번 축차(Iteration)하여 수렴해나가는 내연적 유한요소법(Implicit finite element method)과 작은 시간간격을 가지고 각 단계에서 동적 평형방정식을 만

족시키는 해를 구하며 축차하지 않는 외연적 유한요소법(Explicit finite element method)으로 구분된다. 그 중에서 정적 내연적 방법(Static-implicit method)은 큰 시간간격을 가지고 각 단계마다 힘 평형을 맞추며 여러 번 축차를 통해 수렴시켜 나가는 방법으로서 수렴을 위한 계산시간이 길다는 단점과 기하학적 형상이 매우 복잡하거나 대용량의 문제에 대해서는 수렴성이 문제가 되어 정량적 해를 얻을 수 없다는 단점이 있지만 비교적 정확한 해석을 할 수 있다는 장점을 가지고 있다.[2],[3]

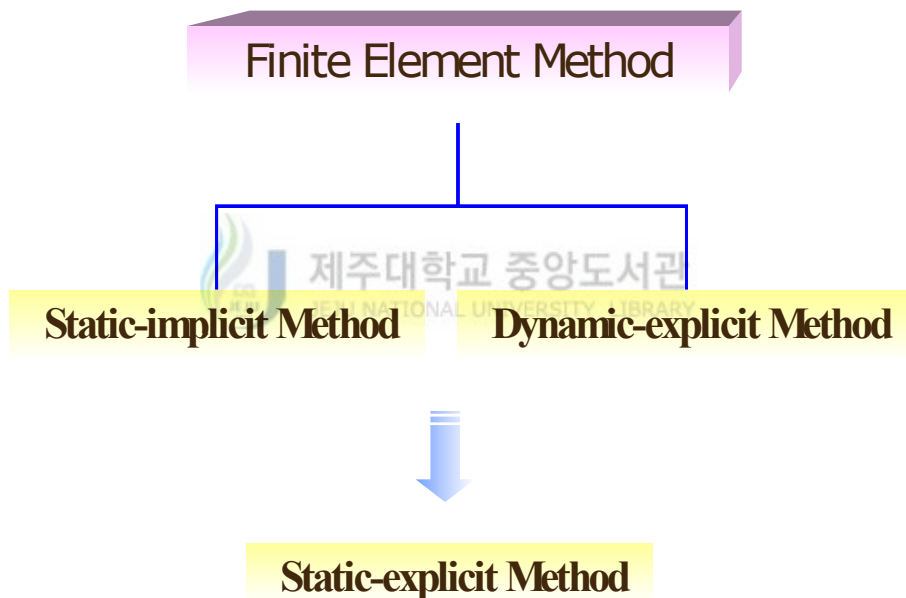


Fig. 1 Static-explicit method

반면, 동적 외연적 방법(Dynamic-explicit method)은 수렴성이 문제가 되지 않아 복잡한 형상이나 대용량의 문제에도 적용하여 정량적인 해를 얻을 수 있다. 강소성 해석방법은 각 단계마다 변형량을 조절할 수 있어 계산시간을 줄일 수 있으므로 작은 시간간격을 가지고 각 단계에서 동적 평형방정식을 만족시키며

해를 구할 수 있다. 이것은 원래 빠른 속도의 동적인 거동에 적합하기 때문에 비드(bead) 해석과 같은 복잡한 접촉현상을 포함하는 정적인 문제에 적용시킬 경우에는 해석결과에 심한 진동을 야기 시키게 된다. 따라서 해의 정확성을 보장받기 힘들고 신뢰성 있는 결과를 얻기 힘들다. 정적 내연적방법 또한, 제품의 형상이 복잡해지면서 난이한 접촉을 보이거나 형상이 아주 복잡한 대용량의 문제에 있어서는 수렴이 이뤄지지 않고 정량적 해를 얻을 수 없는 단점을 보인다.[4]

이와 같은 수치해석 진행 과정 중 일어나는 문제점들을 보완하기 위해서 본 연구에서는 정적 외연적 유한요소법(Static-explicit FEM)이라는 새로운 수치적 기법을 도입하여 강소성 문제에 대한 공정해석에 처음으로 적용시켜 보았다. 정적 외연적 방법은 내연적 방법의 기본 구성방정식에 근거하지만, 그와 차이를 보이는 점은 동적 외연적 방법과 마찬가지로 수렴검사가 이뤄지지 않는다는 것이다. 즉, 정적 외연적 방법은 현 단계에서 축차 없이 얻어진 해를 바로 다음 단계의 초기 추정 값으로 적용하며, 해의 정확도를 높이기 위해서 펀치행정(Punch stroke) 구간의 크기를 매우 작게 정하는 특징을 가지고 있다. 그리고 펀치행정 구간의 크기는 시행착오 법에 의해 경험적으로 얻을 수 있다.

외연적 유한요소해석에서 해의 정확도와 안정도에 가장 크게 영향을 미치는 것은 수렴간격이라 할 수 있다. 정확도를 높이기 위해서 수렴간격을 무한정 작게 줄일 수는 없기 때문에 그 크기를 결정할 수 있는 방법이 필요하다.

본 연구는 정적 외연적 유한요소법을 이용하여 강소성 문제에 대해서 산업 현장에서 빠르게 적용할 수 있도록 계산시간의 단축과 수렴성을 보완하는 방법을 제안하는 것이다. 즉, 수렴을 위한 축차를 제한하고 각 단계에서 변형량을 작게 조정하는 방법으로 계산시간의 단축과 수렴성 문제해결을 시도해 보았다.

II. 이론 해석

2.1 강소성 유한요소 수식화

박판성형공정은 고도의 비선형성을 내포하고 있으므로 기하학적, 재료적 비선형성을 고려하여 박판성형을 해석하는 것이 효과적이다. 위와 같은 점을 고려하여 정완진[5]등은 Hill의 신이방성이론[6,7]을 따르는 재료에 대하여 강소성유한요소법을 유도하였다. 본 연구에서는 정완진등에 의해 개발된 유한요소법을 평면변형 문제 경우에 한하여 적용하였다. 강소성 유한요소법의 변분식은 다음과 같이 나타난다.[8]



제주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

$$\int_{A^o} \bar{\sigma} \delta(\Delta \epsilon) \tau^o dA^o - \int_{S^r} t \cdot \delta u dS^r = 0 \quad (1)$$

유한요소 수식화 과정을 적용하면 다음과 같은 비선형 방정식을 얻을 수 있다.

$$Q(\tilde{U}) = P(\tilde{U}) + F \quad (2)$$

여기서 $P(\tilde{U})$ 는 압력에 의한 절점력을 나타내고 f 는 그 외의 힘에 의한 절점력을 나타내며 식(1)의 첫째항에 해당하는 $Q(\tilde{U})$ 는 다음과 같다.

$$Q(\tilde{U}) = \sum_e \int_{A^{(e)}} \bar{\sigma}^o g^1 \frac{\partial(\Delta \bar{\epsilon})}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon_1} K_1 t^o dA^o \quad (3)$$

식(2)는 비선형 방정식이므로 식 (4)와 같이 선형화하여 뉴턴 랩슨(Newton-Raphson)방법으로 해를 구한다.[8]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial U} [Q(\tilde{U}) - p(\tilde{U})] \bar{U} = \overline{U_{(i-1)}} \cdot \Delta \tilde{U}_{(i)} \\ = F - Q(\tilde{U}_{(i-1)}) + P(\tilde{U}_{(i-1)}) \end{aligned} \quad (4)$$

본 연구에서 특정부분의 응력을 알 수 없어 해가 발산하게 되는데 이러한 어려움을 수치적으로 해결하기 위하여 Osakada등[9]이 사용한 방법을 채택하여 변형률 증분을 다음과 같이 수정하여 사용하였다.

$$\bar{d\varepsilon} = \sqrt{d\varepsilon^2 + d\varepsilon_0^2} \quad (5)$$

이때 구성방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_0}{\sqrt{d\varepsilon^2 + d\varepsilon_0^2}} \bar{d\varepsilon} \quad (6)$$



2.2 경사면 경계조건을 이용한 접촉처리 방법

요소단위로 박막요소에 대한 유한요소법의 접촉문제를 고려하게 되면 요소내에서 수직응력을 구할 수 없으므로 절점단위로 접촉을 고려하는 것이 편리하다.

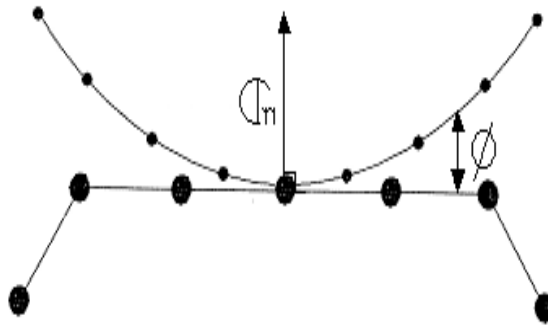


Fig. 2 Contact condition between two bodies



Fig. 2와 같이 두 물체가 접촉할 때 접촉조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다.[11]

$$\sigma_n \cdot \phi = 0 \quad (7.a)$$

$$\phi \geq 0 \quad (7.b)$$

$$\sigma_n \leq 0 \quad (7.c)$$

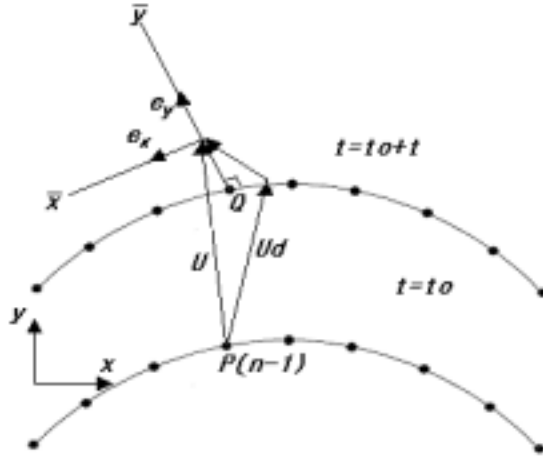


Fig. 3 Treatment of skew boundary condition

본 연구에서는 경사좌표계를 사용하여 2차원형상의 금형에 의한 박판성형 해석 시 접촉조건을 만족시켰다. 2차원 상의 임의의 곡면형상은 다음과 같이 매개 변수로 나타낼 수 있다.

$$r(u) = X^S(u)e_x + Y^S(u)e_y \quad (8)$$

Fig.3에서 접촉면상의 접촉점 P에 가장 가까운 점 Q는 P와 Q사이의 거리를 최소화함으로써 얻어진다.[8]

$$|QP|^2 = (X(P) - X^S(u))^2 + (Y(P) - Y^S(u))^2 \quad (9)$$

Fig.3과 같이 금형표면위의 점 Q에서의 금형바깥 방향의 수직벡터의 방향을 e_y^- , 절점 P의 편치에 대한 상대변위 U_r 이 e_y^- 에 수직인 성분벡터의 방향을 e_x^- 로 한다. e_y^- , e_x^- 는 다음과 같다.

$$e_x^- = \frac{U_r - (U_r \cdot e_y^-)e_y^-}{|U_r - (U_r \cdot e_y^-)e_y^-|}$$

$$e_y^- = \frac{n(Q)}{|n(Q)|} \quad (10)$$

여기서 U_r 은 절점의 금형에 대한 상대변위를 나타낸다. 변환행렬 T는 다음과 같다.[8]

$$\Delta U = T \Delta \bar{U} \quad (11)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\bar{X}, X) & \cos(\bar{Y}, X) \\ \cos(\bar{X}, Y) & \cos(\bar{Y}, Y) \end{bmatrix} \quad (12)$$

식(12)의 변환행렬을 이용하여 접촉절점에 대하여 유한요소 방정식을 원래의 직교좌표계 (X, Y)로부터 경사좌표계 (\bar{X} , \bar{Y})로 변환한다.

$$\bar{K} \Delta \bar{U} = \bar{R} \quad (13)$$

여기서, $\bar{K} = T^T K T$, $\bar{R} = T^T R$ 이다.

Coulomb 마찰조건을 만족시키기 위해 마찰력을 경사좌표계에서 절점력으로 다음과 같이 표시하였다.[8]

$$(F_S)_i = -\frac{2}{\pi} \mu (F_y)_i \tan^{-1}(k |U_x^-|) \quad (14)$$

$$U_x^- = U_r - (U_r \cdot e_y^-)e_y^- \quad (15)$$

여기서 k는 매우 큰 상수이다. 식 (14)에 의해 생기는 강성행렬에 기여하는 항들은 좌표변환 후에 계산되었다. 접촉조건 중에서 식(7.c)를 만족하기 위해서는 접촉절점과 금형 사이에 작용하는 절점력이 압축력이어야 한다. 따라서 접촉중인

절점의 바깥방향의 수직력이 음이면 (접촉 --> 비접촉) 상태전환을 하여 반복계산한다. 이때 절점력은 근사적으로 다음과 같이 구해진다.[8]

$$P_y^- = \sum_{j=1}^n (\Delta U_j K_{yy}^-) - R_y^- \quad (16)$$

만일 P_y^- 가 음이면 (접촉 --> 비접촉) 절점의 접촉상태를 변경하고 변위벡터를 수정하지 않고 다시 계산한다.

2.3 Ferguson spline을 이용한 금형묘사

금형 형상의 묘사는 일반적으로 CAD프로그램에서 매개변수 곡선요소들로 나타내어지고 이로부터 생성되는 일반적인 곡선 표현방법을 사용하여 금형의 형상을 나타낸다. 이러한 방법을 통해서 생성된 곡선표현법을 이용하여 금형의 형상을 나타내면 일반적인 금형 형상에 대해 접촉문제를 해결할 수 있다.

일반적인 곡선요소는 매개변수 형태(Parametric form)로 나타낼 수 있으며 이러한 곡선은 여러 가지가 있으며 CAD프로그램마다 동일하지 않다.[10]

본 연구에서는 Ferguson의 3차 매개변수 곡선(Parameteric cubic curve)을 이용하여 적용시켰다.[11]

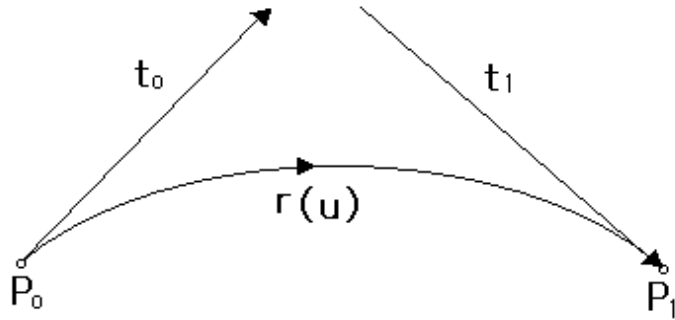


Fig. 4 Construction of a ferguson curve segment

Fig. 4에서처럼 공간상의 두점 P_0, P_1 을 지나고 양끝점에서 접선벡터가 t_0, t_1 인 곡선의 방정식을 매개변수 u 를 이용한 3차 다항식으로 나타내면 다음과 같다.



$$r(u) = (x(u), y(u)) = [0 \ u \ u^2 \ u^3] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ r_1 \\ t_0 \\ t_1 \end{bmatrix} = UCS \quad (17)$$

($0 \leq u \leq 1$)

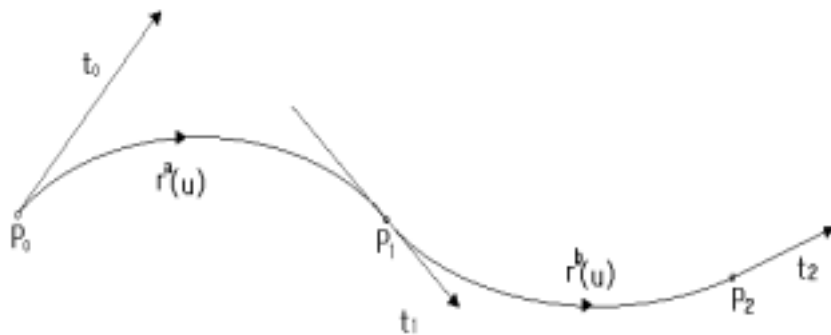


Fig. 5 Construction of chord-length spline curve

일반적으로 n 개의 점을 지나는 부드러운 곡선을 묘사하기 위해 Fig. 5에서처럼 주어진 점 p_0, p_1, \dots, p_n 을 지나고 양 끝점에서의 접선 벡터가 $t_0 \cdot t_n$ 인 곡선을 구하면 접선벡터가 주어지지 않은 내부 점에서의 접선 벡터를 구할 수 있다. 현의 길이를 d_i , 현 길이의 비를 w_i 라고 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} d_i &= |P_{i+1} - P_i|, \quad i=1, 2, 3, \dots, n-1 \\ w_i &= d_i/d_{i-1}, \quad i=1, 2, 3, \dots, n-1 \\ w_1 &= 1 \end{aligned} \quad (18)$$

모든 내부 점에 곡률 연속조건(curvature continuity condition)을 이용하여 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$w_{i-1}w_i^2 + 2w_i(1+w_i)t_i + t_{i+1} = -3w_i^2P_{i-1} + 3(w_i^2-1)P_i + 3P_{i+1} \quad (i=2, 3, \dots, n-1) \quad (19)$$

Ferguson spline을 얻는 방법을 요약하면 다음과 같다.

- (i) n 개의 측정 점 p_0, p_1, \dots, p_n 을 입력한다.
- (ii) 양 끝점에서의 접선벡터 t_0 과 t_n 을 입력한다.
- (iii) 식 (18)을 이용하여 w_i 을 계산하고 식(19)의 연립방정식으로부터

t_1, \dots, t_{n-1} 을 계산한다.

위의 방법으로 내부 점의 접선벡터를 구하여 임의의 구간에서의 곡선의 방정식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} r_i(u) &= UCS_i, \quad i=1, 2, \dots, n-1 \\ S_i^T &= [P_i \quad P_{i+1} \quad w_i t_i \quad t_{i+1}] \end{aligned} \quad (20)$$

2.4 정적 외연적 방법

평면변형 강소성 유한요소법을 이용하여 박판성형을 해석할 때 기존에는 비선형 방정식을 뉴턴랩슨법으로 Fig.6에서처럼 축차를 통해 원하는 해를 수렴시켜왔다. 그러나, 이 방법으로 해를 구할 때 해석하려는 형상이 복잡해질수록 해를 수렴시키는데 많은 어려움이 따른다.

본 연구에서는 Fig. 7과 같은 접선을 이용하여 축차 없이 접선을 따라가면서 해를 구할 수 있도록 특히, Fig. 7에서처럼 펀치행정구간(Punch stroke interval)을 작게 조정하는 방법을 통해 정밀 해에 가까운 해를 얻음으로써 수렴성 문제 해결을 시도했다.

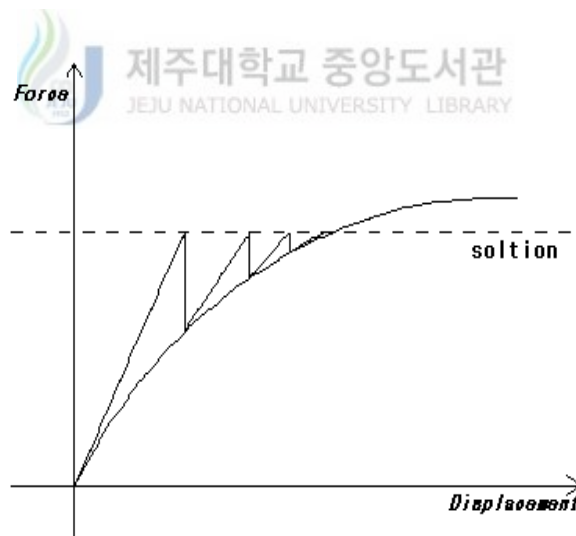


Fig. 6 Newton-Raphson method

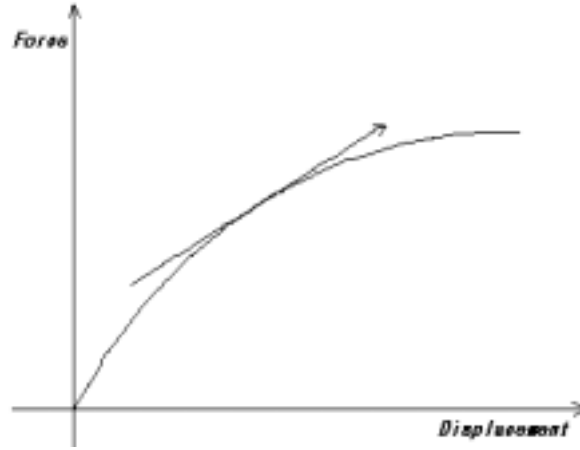


Fig. 7 Tangent vector

본 연구에서 축차에 의한 수렴없이 해를 구하면 해의 오차가 많이 발생될 것으로 보이나 Fig. 8과 같이 편차행정구간을 조정함으로써 어느 정도의 오차범위를 줄일 수 있다. Fig. 9는 정적-외연적 방법의 맥락을 보여주는 흐름도이다.

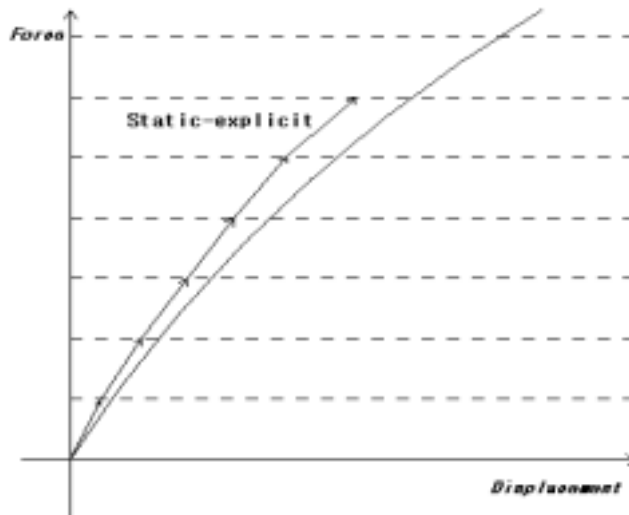


Fig. 8 Restricted-iteration method

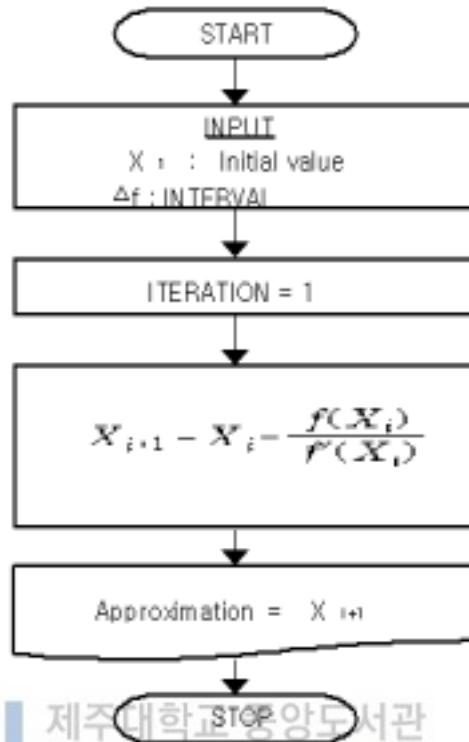


Fig. 9 Flow diagram

2.5 초기변위장 생성

강소성 유한요소법에서는 수렴성이 초기 변위장에 크게 의존한다. 본 연구에서 사용한 비선형 탄성 초기 변위장 생성 수식화는 다음과 같다. 평면 변형 하에서 내부에너지(W)는 다음과 같이 표현된다.[8]

$$W = \int_{A^o} \sigma_1 \epsilon_1 t^o dA^o = \int_{A^o} \frac{E}{(1-\nu^2)} \epsilon_1^2 t^o dA^o = \sum_e \int_{A^{(e)}} \frac{E}{(1-\nu^2)} \epsilon_1^2 t^o dA^o \quad (17)$$

여기서,

$$\epsilon_1 = \ln(\tau L / {}^\tau L) = \frac{1}{2} \ln({}^\tau g_1 / {}^o g_1)$$

식 (17)에 변분을 취한 후 비선형 방정식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\delta W \equiv \delta \bar{U}^T Q(\bar{U})$$

$$Q(\bar{U}) = \sum_e \int_{A^{(e)}} \frac{2E}{(1-\nu^2)} (\epsilon_o + \epsilon_1) \frac{\partial \epsilon_1}{\partial {}^\tau g_1} \frac{\partial {}^\tau g_1}{\partial \bar{U}} t^o dA^o \quad (18)$$

위의 비선형 방정식을 뉴턴랩슨방법으로 방정식의 해를 구한다. 본 수식화에서는 수렴성을 위하여 ϵ_1 대신에 $\epsilon_1 + \epsilon_o$ 로 대치하였다. 여기서 ϵ_o 는 충분히 작은 상수이다.[7] 본 연구에서는 비선형 탄성 초기 변위장 생성 프로그램을 이용하여 초기 변위장을 생성하였으며 다음과 같이 두 단계로 나누었다. 첫 단계에서는 접촉 조건을 무시하고 가장 먼저 박판과 접촉하는 절점에 수직 방향의 변위를 조금 준 후 변위장을 생성한다. 두 번째 단계에서는 첫 단계에서 얻어진 변위장을 원하는 변위만큼 증폭시키고 접촉조건을 고려한 후 실제적인 초기 변위장을 생성한다.

Ⅲ. 해석결과 및 고찰

3.1 정적-외연적 방법 개선

초기 정적-외연적 방법에서는 블랭크 홀딩력(Blank holding force : BHF)과 절점력의 크기를 한번만 비교함으로써 박판이 안으로 빨려들어가는 현상(Draw-in)을 제대로 반영하지 못함으로써, 박판의 소성유동을 정확히 예측할 수 없었고, 정적내연적방법의 결과와 오차를 보였다.

이러한 문제점은 블랭크 홀딩력과 절점력을 매 단계마다 비교하여 박판의 소성유동을 예측할수 있었다. Fig. 10은 블랭크 홀딩력과 성형과정 중 박판이 받는 장력을 비교해서 접촉처리를 하는 개념을 나타내고 있다.[12]

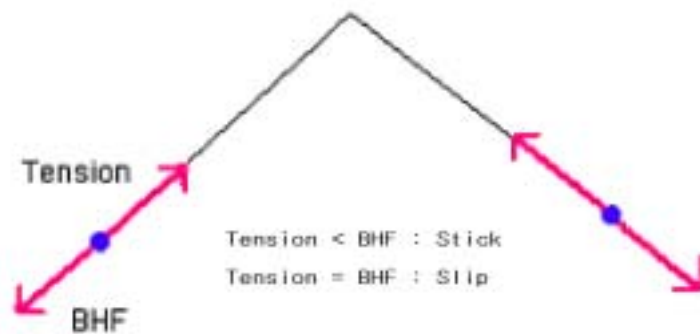


Fig. 10 Force balance

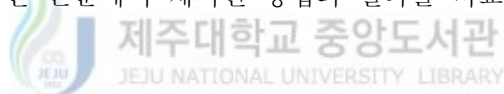
수식화 된 결과에 따라 평면 변형 유한요소 해석 프로그램을 작성하여 성형품의 각 단면들을 성형단계에 따라 2차원 해석하고 이를 기존의 해석결과와 비교

하였다. 해석에 사용된 재료는 다음과 같다.

Table 1 Material property

$\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}$ curve	$\bar{\sigma} = 52.985(0.2 + \bar{\epsilon})^{0.20}$
Anisotropic parameter	R = 2.00
Thickness	t = 0.45mm
Forming step	Maximum allowable punch stroke = 110mm
	Each step punch stroke = 0.5mm

성형품 단면의 시뮬레이션 결과는 변형도가 0.05% 미만의 성형공정이었다. 따라서, 구속력을 너무 크게 주지 않는 한 무리 없이 성형될 것으로 판단되며, 기존방법의 결과와 본 논문에서 제시된 방법의 결과를 비교하여 Fig. 11, 12에 나타내었다.



Right draw-in	0 mm
Left draw-in	4.15 mm

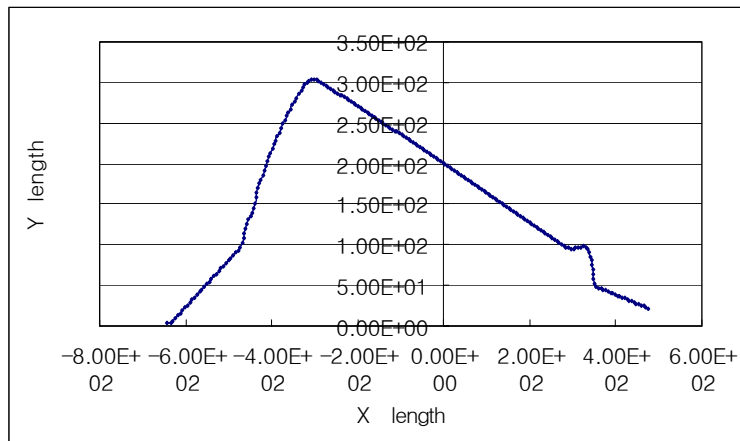


Fig.11 Initial Static-explicit method

Fig. 11은 수정되기 전의 정적-외연적 방법의 결과를 나타내고 있고, Fig. 12는 수정된 후의 정적-외연적 방법의 결과와 정적-내연적 방법의 결과를 비교한 것으로 수정되기전 절점이 안으로 빨려 들어가는 양을 제대로 반영하지 못한 문제점을 해결하였다.

Right draw-in	1.415 mm
Left draw-in	18.902 mm

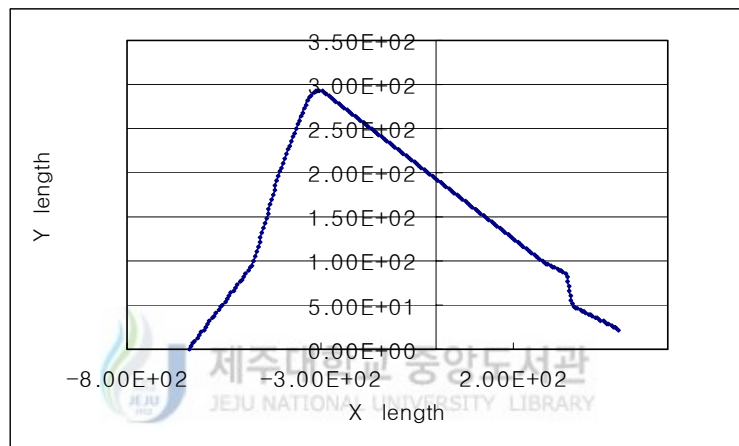


Fig.12 Static-implicit and Static-explicit method

해석에 사용된 유한요소 격자를 각 단면에서 254개의 선형요소로 분할하였다. 그래프상의 각 점들은 노드점(node point)를 나타내고 매 계산 단계에서의 최대 유효 변형도는 0.025이내로 제한되도록 계산단계의 크기를 조정하였다.

초기 변위는 초기 변위장 생성 프로그램으로 구하여 본 프로그램의 초기변위로 사용하였다. 양측의 끝절점에 단위길이당 13kgf/mm의 제한력(restraining force)을 가하여 그 결과를 비교하였고 절점의 내부 절점력의 반경 방향성분이 제한력 보다 작을 때는 양측 끝 절점을 고정시키고, 제한력 보다 커지면 그 절점이 안으로 빨려들어 오도록 하여 드로잉 공정을 해석하였다. 평면변형드로잉의

경우 축대칭 문제와 달리 기하학적인 구속조건이 없어서 재료의 강제 운동이 발생하여 강소성 유한요소법에서 해의 수렴성이 급격히 악화되어 식(6)에서 $d\epsilon_0$ 의 값을 크게 하여야 해가 수렴하므로 변형률이 약간 커진다.

본 연구에서는 딥드로잉 성형 시 블랭크홀딩력과 절점의 반경방향 성분을 비교하여 절점의 유동을 제한하여 그에 따른 영향에 관한 해석을 수행하였다. 이로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- 1) 기존방법만을 사용하여 해석 시 절점의 유동에 오차가 발생하였다.
- 2) 수정된 방법을 사용하여 절점 유동의 문제점을 해결하였고, 정확한 성형 해석 결과를 얻을 수 있었다.

따라서, 본 연구에서 제시된 방법으로 해석하였을 때 비교적 정확한 성형결과를 얻을 수 있었고, 박판성형 해석을 예측하는데 많은 도움을 줄 것으로 보여진다.

3.2 정적-내연적, 정적-외연적 방법의 결과 비교

본 논문에서 제시된 방법을 이용해 산업현장에서 적용되는 냉장고 손잡이 부분의 모델에 적용시켰다. 펀치행정구간을 0.2, 0.4, 0.5, 1.0mm로 조정하면서 축차 없이 해를 구했다.

수식화 된 결과에 따라 평면변형 유한요소 해석 프로그램을 작성하여 성형품의 각 단면들을 성형단계에 따라 2차원 해석하였다. 해석에 사용된 재료는 다음과 같다.

Table 2 Material property

$\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}$ curve	$\bar{\sigma} = 52.985(0.2 + \bar{\epsilon})^{0.20}$
Anisotropic parameter	R = 2.00
Thickness	t = 0.45mm
Forming step	Maximum allowable punch stroke = 22mm
Binder Force	15kgf/mm (Right)
	15kgf/mm (Left)

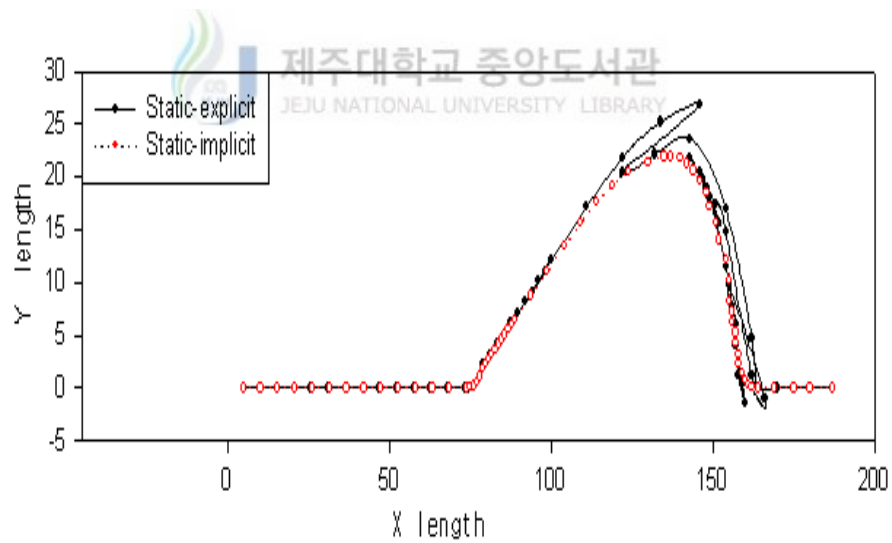


Fig. 13 Comparison of iteration with no-iteration at stroke 0.2mm

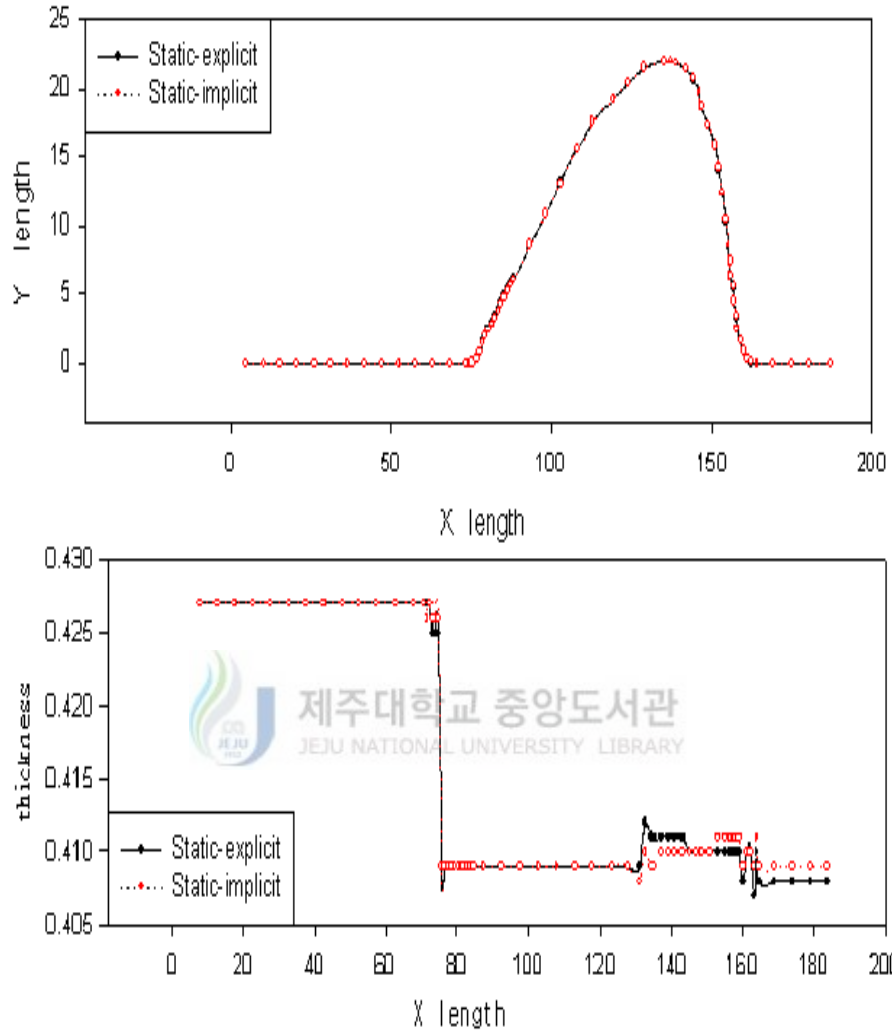


Fig. 14 Comparison of iteration with no-iteration at stroke 0.4mm

편치행정구간이 0.2mm인 경우에는 짧은 구간에서 축차없이 얻어진 결과들이 조합되면서 축차(iteration)을 통해서 구한 결과와 Fig. 13에서처럼 많은 차이를 보이고 있다. 이는 변형이 다른 부분에 비하여 극히 적게 일어나는 강제영역 (Rigid Zone)이 생기는 경우 수렴되지 않고 발산되기 때문이다.

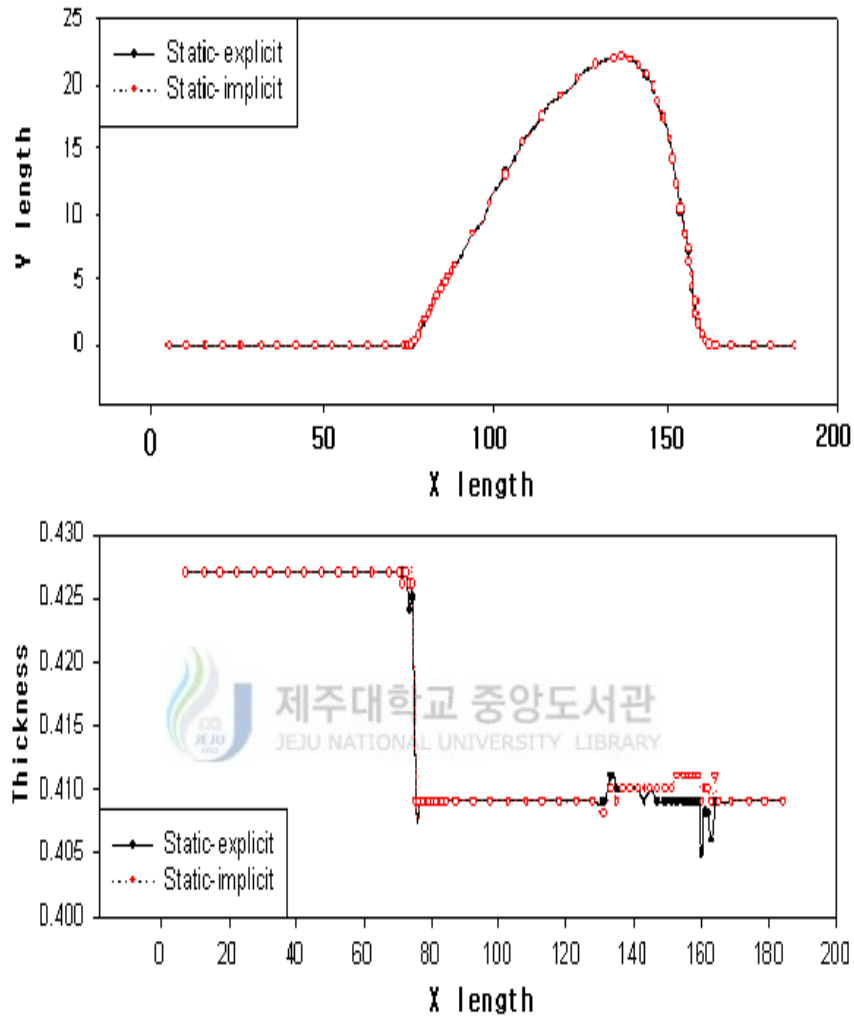


Fig. 15 Comparison of iteration with no-iteration at stroke 0.5mm

반면에, 펀치행정구간을 0.4, 0.5mm로 조정해서 시뮬레이션한 결과는 정적-내연적 방법의 결과와 두께 최대차이가 0.0016, 0.0032로 거의 차이가 없음을 Fig. 14, 15에서 보여주고 있다. 정적-내연적 방법을 통해서 결과를 도출할 때 펀치행정구간이 0.4mm일 때는 총 계산횟 수가 976이고, 0.5mm일때는 973회였다. 정적

-외연적 방법인 경우엔 1 step에 1 iteration을 수행하므로 0.4mm일때는 55회
0.5mm일때는 44회였다.

즉, 계산시간이 단축됨을 알 수 있다.

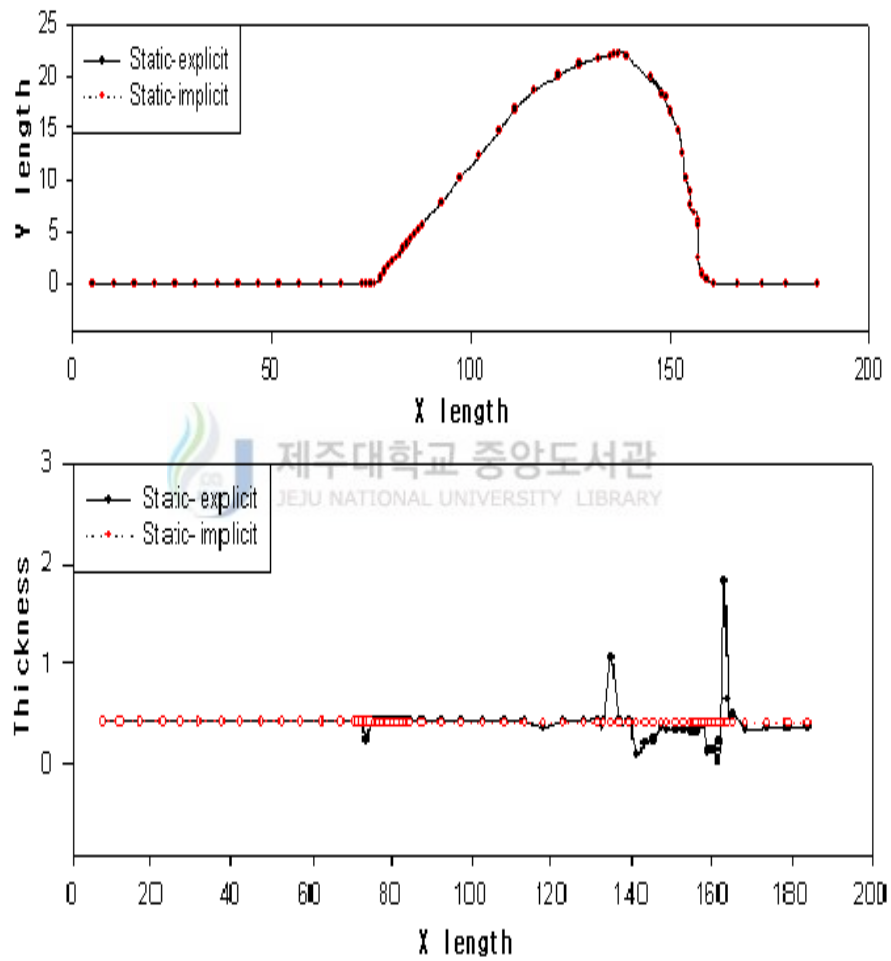


Fig. 16 Comparison of iteration with no-iteration at stroke 1.0 mm

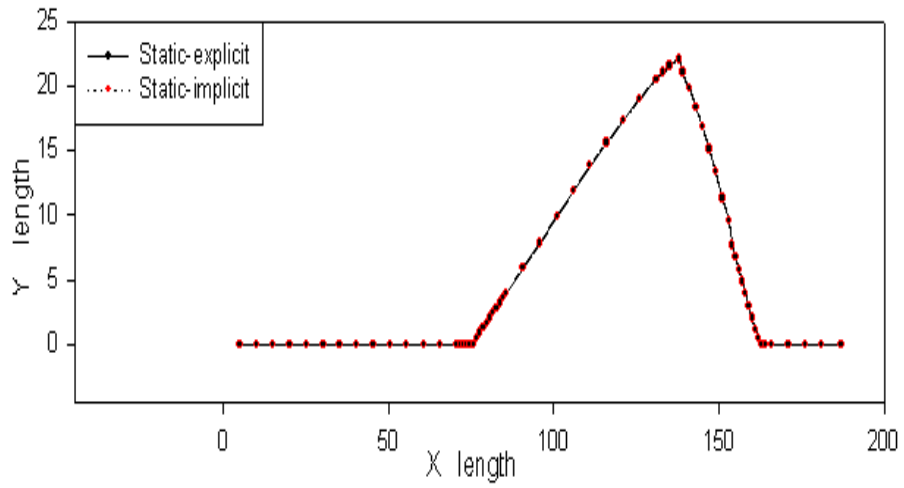


Fig. 17 Shape curve at stroke 11mm

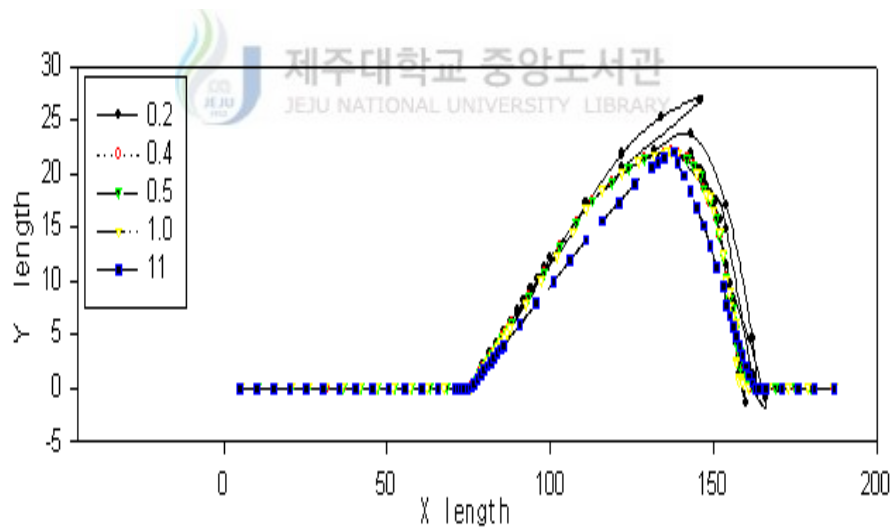


Fig. 18 Shape curve according to the stroke

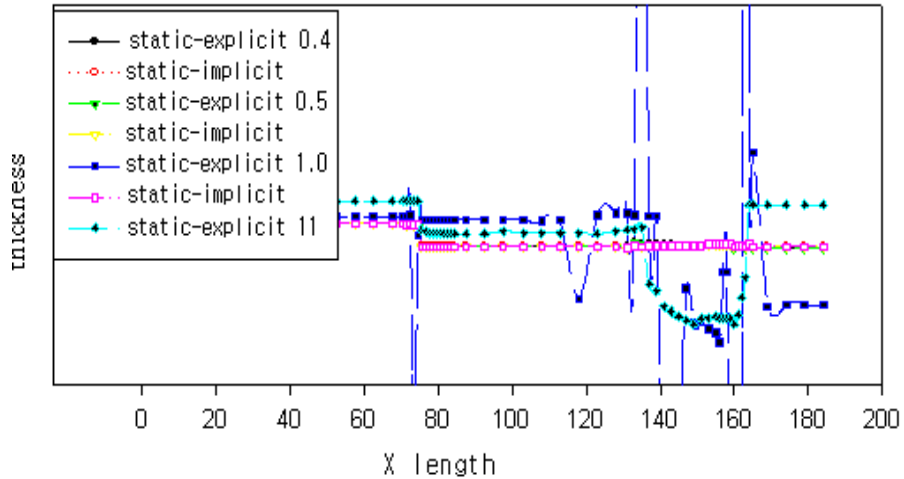


Fig. 19 Thickness curve according to the stroke

또한, Fig. 16, 17에서와 같이 펀치행정구간을 크게 조정했을때는 성형곡선이 기울기가 작고 구간이 길기 때문에 원만하지 못한 성형곡선을 보여주고 있다. 그리고 두께곡선 역시 매우 큰 범위의 오차를 보이고 있다.

Fig. 18은 정적-외연적방법의 성형곡선을 각 펀치행정구간마다 비교한 결과를 나타내고 있으며, 이로부터 펀치행정구간 조정이 성형곡선 형성에 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 또한 Fig. 19에서 보여지는 정적-내연적 방법과 정적-외연적 방법인 경우의 두께결과를 비교해보면 적절한 펀치행정구간의 선택으로부터 좋은 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

본 연구에서는 수렴성과 계산시간의 단축을 위해서 정적-외연적 방법을 사용하여 유한요소 프로그램을 구성하고 성형공정에 적용시켜보았고, 다음과 같은 결론들을 얻을 수 있었다.

- 1) 정적-내연적방법의 결과와 유사한 결과를 얻을 수 있다.
- 2) 축차없이 계산시간을 단축시킬 수 있다

이 방법은 빠른 시간 내에 그리고 수렴성에 대한 문제없이 원활하게 성형공정을 해석할 수 있었고, 정적-내연적방법의 결과와 큰 오차 없는 결과를 얻을 수 있었다.



3.3 정적 외연적 방법의 편치행정구간에 따른 영향 분석

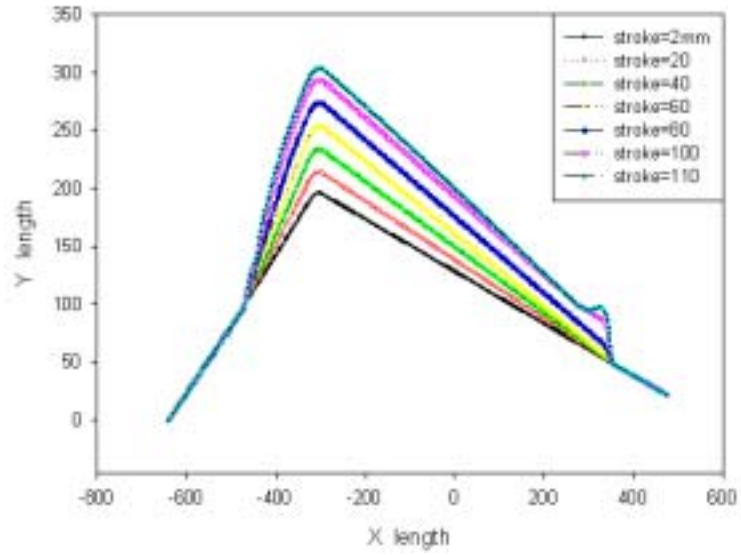
본 논문에서 제시된 방법을 이용해 제시된 수식화를 통해 프로그램 된 평면 변형 유한요소 프로그램을 이용해 트렁크리드 성형공정에 적용시켰다.

편치행정구간을 0.2mm로 고정시켜 정적-내연적방법과 정적-외연적 방법으로 해석했다. Fig. 20은 트렁크리드의 성형과정과 두께 변화를 보여주고 있다.

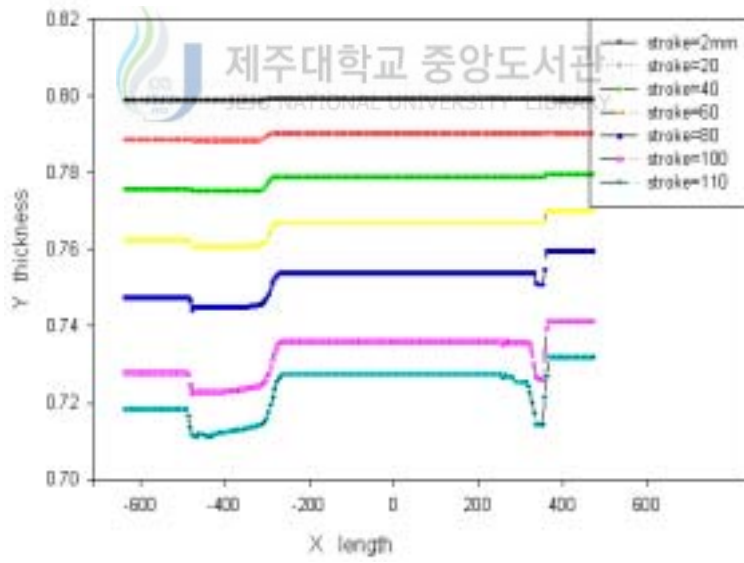
수식화 된 결과에 따라 평면 변형 유한요소 해석 프로그램을 작성하여 성형품의 각 단면들을 성형단계에 따라 2차원 해석하였다. 해석에 사용된 재료는 다음과 같다.

Table 3 Material property

σ-ε curve	$\sigma = 51.915 (\epsilon)^{0.25}$
Anisotropic parameter	R = 2.00
Thickness	t = 0.8mm
Forming step	Maximum allowable punch stroke = 110mm
Binder Force	15kgf/mm (Right)
	15kgf/mm (Left)



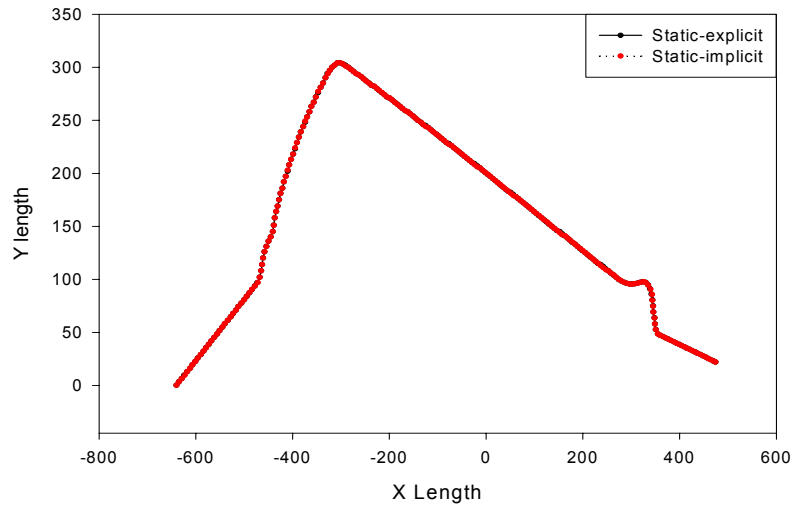
(a)



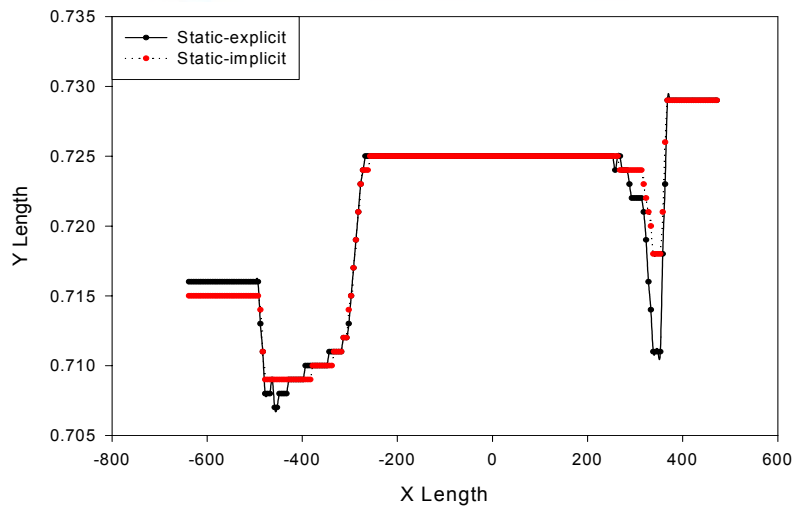
(b)

(a) : shape curve (b) : thickness

Fig. 20 Punch stroke = 0.2 mm



(a) Final shape curve
 제주대학교 중앙도서관
 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY



(b) Final thickness distribution

Fig. 21 Comparison of static-implicit with static-explicit method

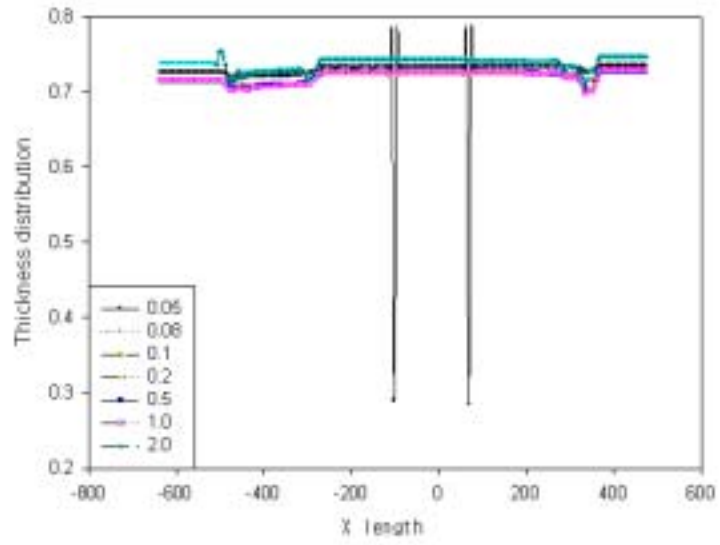
Fig. 21은 정적-외연적 방법의 결과가 정적-내연적 방법의 결과와 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. 같은 조건에서 정적-내연적 방법은 최종변형 단계까지 총 2963단계의 계산과정을 거쳤으며, 정적-외연적 방법은 총550단계의 계산과정만을 거쳤다.

Fig. 21.(a)에서 두 방법의 성형곡선 해석결과가 거의 일치함을 보여주고 있다. 즉, 정적-외연적 방법을 통해서 빠른 시간 내에 원하는 성형결과를 얻을 수 있음을 나타내고 있다.

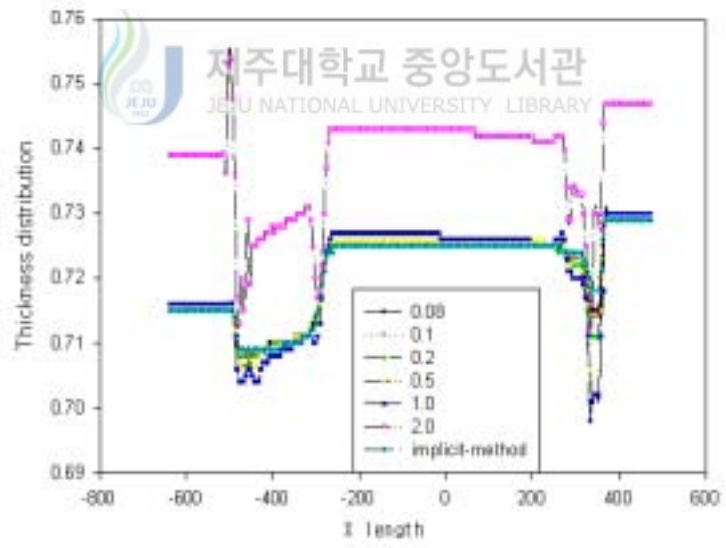
Fig. 21.(b)에서는 두 방법의 최종 단계에서의 두께분포를 나타내고 있다. 여기서, 두 방법의 약간의 오차가 존재하는데 이는 정적-외연적 방법이 각 수렴단계에서 정확한 수렴과정을 생략하고 처음 계산 값을 수렴 값으로 가정했기 때문에 발생했다고 보여진다.

Fig. 21(b)는 정적-내연적 방법과 펀치행정구간을 0.5mm로 계산된 정적-외연적 방법의 두께 분포결과를 보여주고 있으며, x축을 따라 300mm 부근에서 많은 오차를 보여주고 있다.

Fig. 22(a)에서는 펀치행정구간을 0.05 - 2.0mm 까지 조정하면서 계산된 두께의 분포를 나타내고 있다.



(a) Stroke interval 0.05 - 2.0mm



(b) Thickness distribution 0.08-2.0

Fig. 22 Thickness distribution

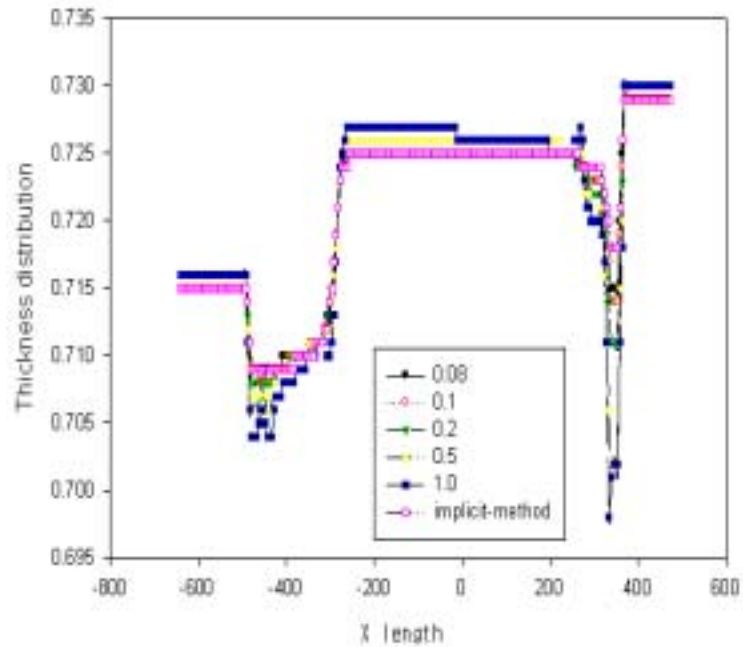


Fig. 23 Thickness distribution

펀치행정구간을 0.05mm로 아주 작게 지정했을 때 결과에 심각한 영향을 보여주고 있다. 이는 아주 작은 수렴구간은 재료가 강체 운동을 하게 하기 때문에 부정확한 해가 발생되는 것으로 보여진다.

또한, Fig.22(b)처럼 펀치행정구간을 크게 지정했을 때도 정적-내연적 결과와 많은 차이를 보이고 있다.

Fig.23은 큰 오차를 보이는 구간을 제거한 결과를 나타내고 있다.

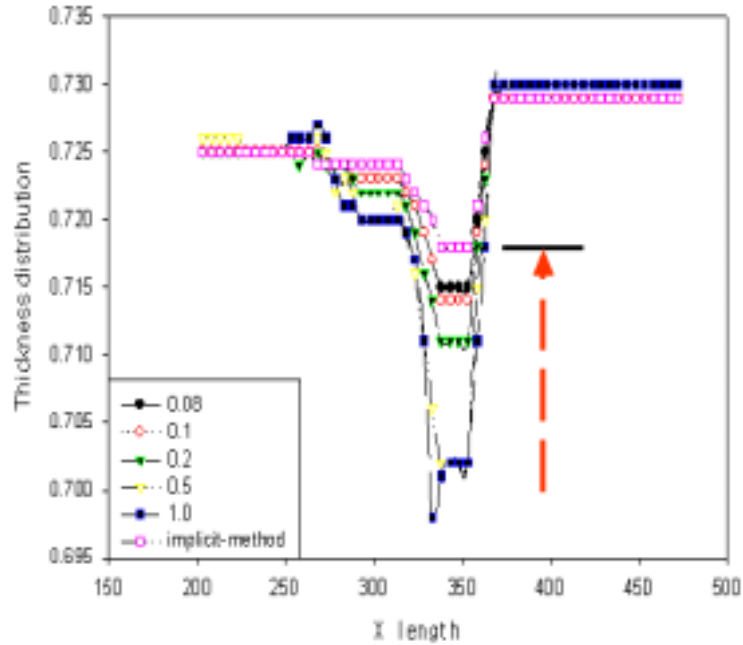



 Fig. 24 Thickness distribution
 제주대학교 중앙도서관
 JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

Fig. 24는 정적-내연적 방법과 정적-외연적방법의 편치행정구간에 따른 두께 분포의 변화를 좀더 잘 볼 수 있는 구간만을 따로 나타내었다.

결과에서 알 수 있듯이 편치행정구간을 1.0mm -->0.08mm로 작게 조정할수록 화살표방향으로 정적-내연적방법의 결과에 접근함을 알 수 있다.

본 연구에서는 수렴성과 계산시간의 단축을 위해서 축차를 제한하는 방법을 사용한 정적-외연적방법을 이용하여 유한요소 프로그램을 구성하고 성형공정에 적용시켜보았으며, 정적-내연적방법의 결과와 비교해 보았다. 정적-외연적방법이 정적-내연적방법의 결과와 큰 오차없이 일치함을 볼 수 있었고, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 정적-외연적 방법과 정적-내연적 방법을 비교한 결과 성형곡선은 일치하고 두계분포도는 약간의 오차를 갖는 결과를 얻을 수 있었다.

2) 펀치행정구간을 적절히 조정하면 빠른 시간내에 수렴성의 문제없이 정적-내연적방법의 결과와 매우 일치한 결과를 얻을 수 있다.

따라서, 적절한 펀치행정구간의 선정은 수렴성에대한 문제없이 빠르고, 비교적 정확한 성형공정 해석을 할 수 있다.



3.4 Osakada방법에서 변형율증분에 따른 영향분석

본 논문에서 제시된 방법을 이용해 제시된 수식화를 통해 프로그램 된 평면변형 유한요소 프로그램을 이용해 트렁크리드 성형공정에 적용시켰다.

편치행정구간을 0.5mm로 고정시키고 정적-외연적 방법을 이용하여 $d\epsilon_0$ 값을 조정하면서 해석했다. 여기서 $d\epsilon_0$ 는 특정부분의 응력을 알 수 없어 해가 발산하게 되는데 이러한 어려움을 수치적으로 해결하기 위하여 Osakada등[7]이 제안한 방법으로 변형율 증분의 값에 $d\epsilon_0$ 값을 추가하여 해가 발산하는 것을 방지하기 위한 방법이다. 식(5), (6)에서 수식화 된 결과에 따라 평면 변형 유한요소 해석 프로그램을 작성하여 성형품의 각 단면들을 성형단계에 따라 2차원 해석하였다. 해석에 사용된 재료는 다음과 같다.



Table 4 Material property

$\bar{\sigma}$ - $\bar{\epsilon}$ curve	$\bar{\sigma} = 51.915 (\bar{\epsilon})^{0.25}$
Anisotropic parameter	R = 2.00
Thickness	t = 0.8mm
Forming step	Maximum allowable punch stroke = 110mm
Binder Force	15kgf/mm (Right) 15kgf/mm (Left)

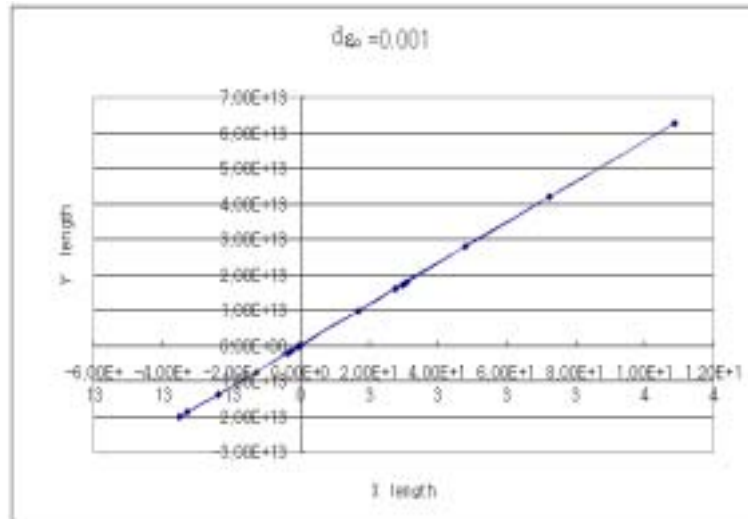


Fig. 25 Shape curve at the $d\varepsilon_0(=0.001)$

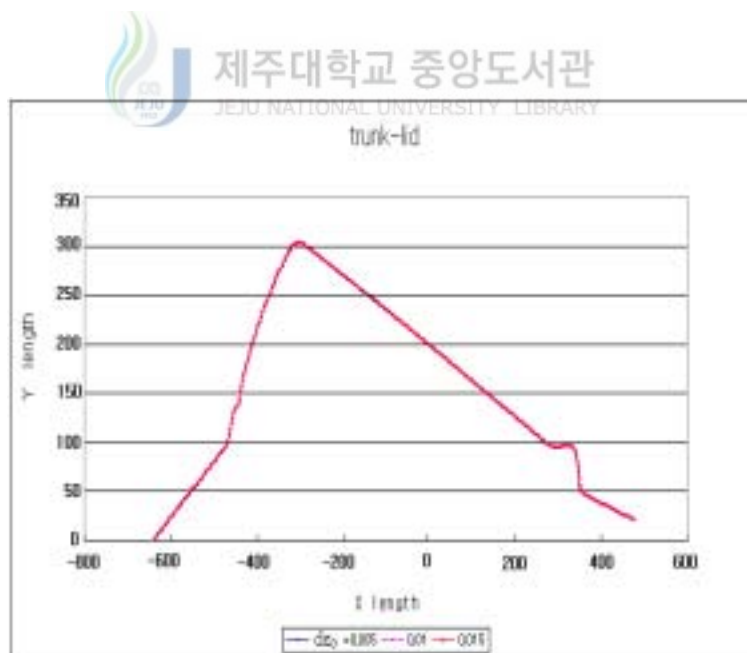


Fig. 26 Shape curve at the $d\varepsilon_0(=0.005)$

Fig.25는 $d\epsilon_0$ 값을 0.001로 주었을 때의 성형곡선이며 해의 발산으로 인해 원하는 결과를 얻지 못하게 된다. Fig.26은 $d\epsilon_0$ 값을 0.005이상으로 했을 때의 성형곡선이며 임의의 값 이상이면 무난히 해석됨을 알 수 있다. Fig.27에서는 $d\epsilon_0$ 값이 0.001일때 두께 분포를 나타내고 있는데, 역시 해의 발산으로 인해 원하는 결과를 얻을 수 없었다. Fig.28에서는 $d\epsilon_0$ 값을 0.005~0.5까지 증가시키면서 두께 분포의 변화를 살펴봤다. 결과에서 알 수 있듯이 $d\epsilon_0$ 값을 증가시킬수록 내연적 방법의 결과에서 멀어짐을 알 수 있다. 이는 $d\epsilon_0$ 값을 크게 가정했기 때문에 발생하는 오차라고 생각된다. Fig.28에서 알 수 있듯이 $d\epsilon_0$ 값을 0.005값 이상일 때 수렴되며 $d\epsilon_0$ 값이 작을수록 정적-내연적 방법의 결과에 접근함을 알 수 있다.

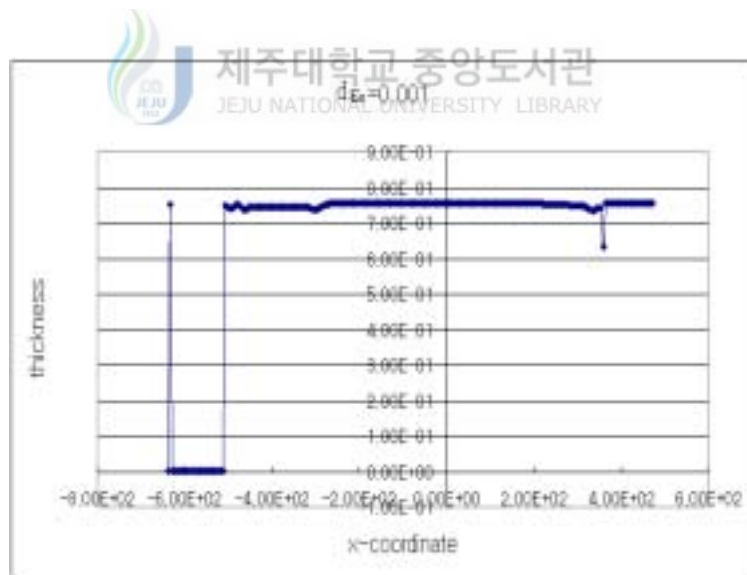


Fig. 27 Thickness distribution at the $d\epsilon_0(=0.001)$

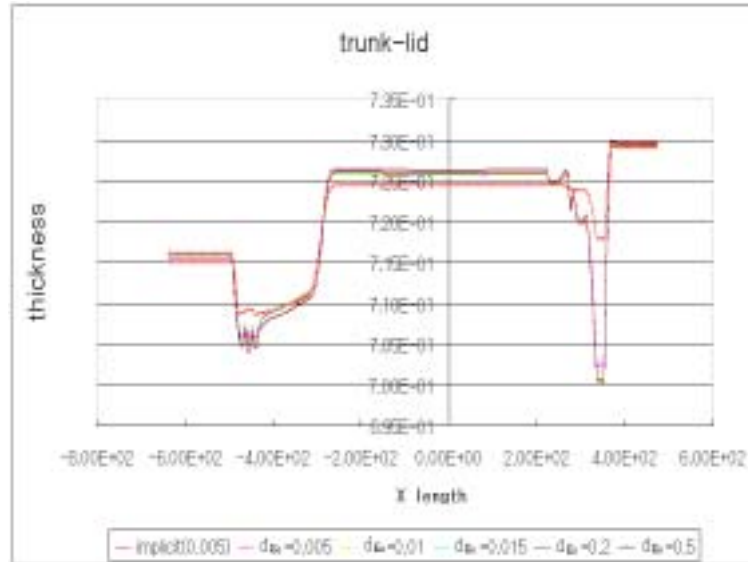


Fig. 28 Thickness distribution

본 연구에서는 해의 발산을 극복하기 위해 제안된 Osakada 등이 제안한 방법을 이용해 $d\epsilon_0$ 값의 영향에 대해 $d\epsilon_0$ 값에 따른 결과를 내연적 방법의 결과와 비교해보았다.

- 1) $d\epsilon_0$ 값을 너무 작게 조정하면 특정부분의 해의 발산을 극복하지 못하게 된다.
- 2) $d\epsilon_0$ 값을 임의로 조정할 때, 값이 증가 할수록 해의 오차가 크게 발생한다.
- 3) $d\epsilon_0$ 값을 적절히 조정했을 때, 정적-외연적 방법의 결과는 정적-내연적 방법의 결과에 접근하고 수렴성과 계산시간에 큰 장점을 보인다.

정적-내연적방법, 정적-외연적방법 모두해의 발산을 억제할 수 있는 최소한의 값을 이용하여 해석하는 방법이 필요한 것으로 보여진다.

IV 결론

1. 본 연구에서는 수렴성과 계산시간의 단축을 위해 축차를 제한하는 방법을 사용하여 유한요소 프로그램을 구성하고 트링크리드 성형에 적용시킨 결과 같은 조건에서 정적-내연적 방법은 최종변형 단계까지 총 2963단계의 계산과정을 거쳤으며, 정적-외연적 방법은 총550단계의 계산과정만을 거쳤다. 즉, 계산시간 단축에 큰 효과를 보았다. 그러나 정적-내연적방법의 결과와 두께분포에서 약간의 오차가 발생했는데, 이를 보완하기 위해 편치행정구간을 조정하면서 그에 따른 영향을 살펴보았다. 그 결과 편치행정구간을 수치경험적으로 너무 작게 조정했을 때, 강제운동이 발생하게 되어 수렴성에 문제를 발생시켰다. 하지만 적절하게 조정하면 정적-내연적 방법에 근접하는 결과를 얻을 수 있었다.

2. 정적-외연적 방법이라는 새로운 방법을 통한 박판성형해석시 절점유동에 오차가 발생하여 BHF를 비교하여 수정하였고, 수정된 방법을 사용하여 절점 유동의 문제점을 해결하였고, 정확한 성형해석 결과를 얻을 수 있었다. 결과적으로, 정적-내연적방법의 성형곡선과 일치하는 성형곡선을 얻음으로써 빠른 시간내에 성형곡선을 평가할 수 있었다.

3. 수렴성의 문제를 해결하기 위해 제시된 Osakada방법의 초기변형을 증분의 영향을 분석했다. $d\epsilon_0$ 값을 경험적으로 조정할 때, 값이 증가 할수록 해의 오차가 크게 발생하게 된다. $d\epsilon_0$ 값을 적절히 선정했을 때, 정적-외연적 방법의 결과는 정적-내연적방법의 결과에 접근하고 수렴성과 계산시간에 큰 장점을 보인다.

본 논문에서 제시된 방법은 빠른 시간 내에 그리고 수렴성에 대한 문제없이
원활하게 성형공정을 해석할 수 있다는 실용적인 장점을 가지고 있다. 따라서
금형 설계 단계에서 시뮬레이션 변수와 금형 형상을 바꾸어 줌으로써 최적의
금형 설계조건과 공정변수를 빠른 시간 내에 예측하는데 유용하다.



VII. 참고문헌

- [1] 정동원, 이상제, “기하학적 방법을 이용한 초기 박관성형 추정”, 한국해양공학회지 제13권 제3(I)호, pp.12-20, 1999.
- [2] 정동원, 양경부, “박막셀 혼합요소의 판별조건과 강소성탄소성 유한요소해석 적용에 관한 연구“, 한국해양공학회지 제13권 제2호, pp.1-10, 1999.
- [3] 안동규, 정동원, 양동렬, 정완진, “2차원 박관성형 공정 해석을 위한 강소성 외연적 유한요소 수식”, 대한기계학회 논문집(A) 제20권 제1호, pp. 88-99, 1996.
- [4] 박원배, 김창만, 김낙수, 서대교, 전기찬, “계단형 드로비드에 의한 판재의 인출특성에 관한 연구”, 한국소성가공학회지 제 5권 제 2호, pp. 130-137, 1999.
- [5] W.J. Chung, Y.J. Kim and D.Y. Yang, “Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Hydrostatic Bulging of Elliptic Diaphragms using Hill’s New Yield Criterion”, Int.J. Mech. Sci., Vol.31,pp193-207, 1989.
- [6] R. Hill, Theoretical of textured aggregates, Math Proc. Camb. phil. Soc., Vol.85, pp179-191, 1979.
- [7] R. Hill, The mathematical Theory of plasticity, Oxford University Press
- [8] 정동원, 송인섭, 양동열, 이장희, “유한요소법을 이용한 박관성형의 단면해석과 자동차 금형설계에의 응용”, 대한기계학회 춘계학술대회 논문집(I), pp380-383, 1992.
- [9] K. Osakada, J. Nakano and K. Mori, Finite element method for rigid-plastic analysis of metal forming formulations for finite deformation,

- Int.J. Mech. Sci., Vol.24, pp459-468, 1982.
- [10] 양동렬, 정완진, 송인섭, 전기찬, 유동진, 이정우, “강소성 유한요소법을 이용한 자동차 패널성형공정의 평면 변형해석”, 대한기계학회논문집 제15권 제1호, pp.169-178, 1991.
- [11] Byoung K. Choi, "Surface Modeling for CAD/CAM", Korea Advanced institute of Science and Technology, Seoul, Korea, 1991.
- [12] 김영탁, R.H. Wagoner, "프레스금형 단면의 성형성 평가를 위한 유한요소법", 대한기계학회논문집 제15권 제4호, pp.1108-1122, 1991.



감사의 글

조그만 논문 한편을 남기고 짧은 석사 과정을 마감하고자 합니다. 하고싶은 것도 많았지만 진정으로 노력하지 않았기에 많은 아쉬움이 남습니다. 저는 항상 지금 이 시기가 아니면 할 수 없는 것들이 무엇인가 고민했고 그래서 여러 사람들의 생각을 공유하기에 힘썼습니다. 같은 문제에 대하여 여러 가지 생각을 교환하면서 지적만족 뿐만 아니라 인간적인 친밀감도 느낄 수 있었습니다.

논문을 준비하면서 부족함이 많은 저를 더 성장할 수 있는 기회를 마련해주시고 다가오는 미래에 대한 차분한 계획을 세울 수 있도록 해주신 정동원 교수님, 논문심사를 통해 좀 더 나은 논문이 되도록 세심한 검토와 조언을 주신 김귀식 교수님, 김상재 교수님께 감사드립니다. 또한 학부 4년과 대학원 과정에 있어서 전문지식과 삶의 지혜를 가르쳐 주신 권기린 교수님, 허종철 교수님, 현명택 교수님, 조경호 교수님, 임중환 교수님, 최경현 교수님, 강철웅 교수님, 박운철 교수님께도 감사의 마음 전합니다.

같이 학과사무실에 근무하셔서 논문쓰는다고 많이 도와주셨던 김석우 선배님, 김미정 선생님 기계공학과 대학원이라는 이름하나로 언제나 힘이 되어주었던 김재철 선배님과 송도성 선배님, 김상철 선배님, 변수환 선배님, 양경조님에게도 진심으로 감사드립니다. 먼저 졸업하여 자신의 위치에서 최선을 다하는 모습을 보여주는 양경부 선배님, 오명범 선배님, 최민호 선배님과 대학원 후배님들에게도 저의 결실을 보여드리고자 합니다. 물고기는 큰 물에서 놀아야 클수있다는 속담이 있듯이, 큰 물고기가 되기 위해 많은 충고와 조언을 아끼지 않았기에 지금의 저의 모습이 존재하지 않았나 싶습니다. 답답한 문제에 마주쳤을 때 논문을 위해 정신적으로 육체적으로 도와주신 高手의 말 한마디 한마디를 통한 사막의 오아시스와 같은 지적갈등의 해소는 배움의 이유, 필요성이 무엇인지 다시 한번 깨닫는 순간이었습니다. 이분들의 앞날에 항상 좋은 일만 함께하기를 바랍니다.

항상 가까운 곳에서 늘 지켜봐 주셨고 지금도 같은 모습인 부모님과 누님, 매형, 예쁜 조카와 동생 경미, 숙미, 그리고, 예쁜 정아에게도 정말로 고마운 마음을 전합니다.

2003년 12월을 마치면서 ... 이승훈