碩士學位論文

제7차 수학과 교육과정에 따른 용어상의 문제점 연구

— 수학 <10-가> 중심으로 —

指導敎授　高　鳳　秀

濟州大學校 敎育大學院

數學敎育專攻

吳　坪　鳳

2002年 8月

제7차 수학과 교육과정에 따른 용어상의 문제점 연구

— 수학 <10-가> 중심으로 —

指導教授 高 鳳 秀

이 論文을 教育學 碩士學位 論文으로 提出함

2002年 5月 日

濟州大學校 教育大學院 數學教育專攻

提出者 吳 坪 鳳

吳坪鳳의 教育學 碩士學位 論文을 認准함

2002年 7月 日

審査 委員長_________________ 印

審 査 委 員_________________ 印

審 査 委 員_________________ 印

<초록>

제7차 수학과 교육과정에 따른 용어상의 문제점 연구
- 수학<10-가> 중심으로 -

吳 坪 鳳

濟州大學校 敎育大學院 數學敎育專攻
指導敎授 高 鳳 秀

본 연구의 목적은 고등학교 제7차 교육과정 수학<10-가>교과서 7종류 내용 중에서 공통인 용어에 대한 정의를 분석 비교하고 교육의 수요자인 학생의 입장에서 쉽게 이해 할 수 있도록 정의되었는가를 조사 분석하고, 또 교과서 별 서로 차이점을 찾아 교수-학습지도에 도움을 주고자 함에 본 논문의 목적이 있다.

이 논문의 부수적인 결과로서, 비교 교재에 서로 다른 방법으로 나타낸 용어의 정의에 대하여 교사는 각 교재마다 조금씩 다른 표현이라도 명확하게 간과하여 학생들에게 정확한 정의를 지도해야 될 과제를 안고 있음을 보인다.

목 차

표 목 차

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요 및 목적

제7차에 걸쳐 수학과 교육과정을 개정함은 변화하는 사회와 환경에 따른 21세기, 정보화 사회에서는 수학을 사용한 정보를 이해하는 능력을 바탕으로 수학과 교육 과정은 개정의 기본 방향을 수학적 힘 (mathematical power)[1]의 신장으로 설정하였으며, 이를 구현하기 위한 실천적인 항목들로, 개인의 능력 수준과 진로의 고려, 수학적 기본 지식의 습득, 학습자의 활동 중시, 수학적 흥미와 자신감의 고양, 계산기, 컴퓨터 및 구체적 조작물의 적극적 활용, 다양한 교수·학습 방법과 평가의 활용을 제안하고 있다.

수학적 힘을 기르기 위해서는 수학의 기본 지식, 추론 능력, 문제 해결력, 수학적 아이디어의 표현 및 교환 능력, 그리고 사고의 유연함, 인내, 흥미, 지적 호기심, 창의력을 길러 주는 다양한 교수·학습 방법을 필요로 한다.

그러나 지금까지 중·고등학교에서 수학은 가장 어려운 교과로 취급되고 있는 바, 교과서에서 제시하고있는 가장 중요한 용어를 학생의 입장에서 생각하여 볼 필요가 있고, 사실 수학용어는 그 자체가 바로 수학의 개념, 또는 수학적인 방법을 나타낸다.

때문에 수학의 용어에 대하여 적절하게 정의되었는가를 고찰하여 보고, 교수-학습이란 관점에서 볼 때, 과연 좋은 용어인지 살펴볼 필요가 있다 물론 현재 사용되고 있는 용어는 교육과정이 일곱 차례에 걸쳐 수정 보완하면서 학생들에게 적합한 용어라고, 여러 차례 검토되어진 것임에는 틀림이 없다 그러나 적합성에 대한 그때 그 관점이 그대로 통용되어지고 있어 그때의 학생과 지금의 학생[2]은 같다고 할 수 없기 때문이다.

지금의 학생들은 한글세대임은 물론이고 네트워크 상에서는 복잡한 문장도 간단히 아

1) 제7차 수학과 교육과정 개정
2) 수학교육 제12집(1995), 제주도중등수학교육연구회,p109

주 간결하고 함축성 있게 쓰고 생각하는 학생들이다.

그래서 교과서는 학생들의 학습을 도와주고 학생들의 수준에 맞고 이해하기 쉬운 문장으로 용어가 정의 되어있어야 하고, 또 한 일선 교사들의 경우도 새 교육과정에 따라 교과서 선택하는 과정에서 그 많은 교과서를 전체를 서로 “냉정하고 엄밀히” 비교분석하고 연구 할 수 있는 시간과 여건이 주어져 있지 않았으며, 설령 시간과 여건이 주어져 있더라도 어느 한 가지 교과서만을 선택하여 가르치게 된다.

따라서 교과서마다 같은 용어의 정의를 표현하는데 있어서 서로 다른 방법으로 문자를 표현하고 용어의 정의가 차이가 많으면 다른 교과서와 상호 관련하여 지도하기가 어려울 뿐 아니라 서로 다른 교재 교사에 따라 학생이 용어의 정의를 수용하는데 큰 차이가 있을 수 있다

그리고 각 교과서에서 공통적인 문제를 출제한다고 하더라도 같은 용어에 대한 개념의 해석 차로 문제의 해결에 혼란이 가져 올 수 있으므로 수학교과의 특성인 형식화와 기호화하여 용어의 정의를 정확하게 사용할 수 있도록 편집되었는가 조사하여 보고[3], 그 중에서 가장 핵심이 되는 용어의 정의를 다시 한번 비교 분석하고 교수 학습의 주체가 되는 학생과 교사의 입장에서 본 용어의 정의를 검토하여 볼 필요가 있어 금년부터 실시하고 있는 고등학교 제7차 교육과정 수학10-가 교과서 7종류 내용 중에서 공통인 용어에 대한 정의를 비교 분석하여 그 차이점과 개선점을 찾아 제7차 수학과 교육과정의 단계형 수준별 교수-학습에 도움을 주고자 함에 본 논문이 목적이 있다.

2. 연구의 문제 및 범위

3) 문무경(1992),“제5차 중학교 수학과 교육과정에 따른 용어상의문제점”, 석사학위논문, 제주대학교 교육대학원, p2

본 연구는 제7차 교육과정 개정에 따른 수학<10-가>단계 교과서 7종류에 대한 용어의 정의 내용을 비교 분석하여 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다.

1) 교과서의 용어의 정의에 대한 표현방법상의 차이점과 유사점은 무엇인가 ?

2) 용어의 정의를 예로 설명한 것과 표현 방법의 유사 또는 차이점은 없는가 ?

3) 용어의 정의를 바르게 표현하는 방법을 찾아본다.

4) 본 연구의 7종류의 교재 선정은 임의로 선택하였다.

5) 본 연구는 수학<10-가>단계 교과서 7종류에 공통적으로 취급된 용어만 비교한다.

<표-1>은 제7차 교육과정에 의한 고등학교 "수학10-가"교과서 7종 목록

<표-1> 제7차 교육과정에 의한 고등학교 "수학10-가"교과서 7종 목록

교재명	저 자	기호	출판사
수학10-가	최성기, 이만근, 이재실, 백한미	KR	고려출판사
〃	박두일, 신동선, 김기현, 박복현, 안훈, 소순영, 송건수, 김주석, 이미선	GH	교학사
〃	박윤범, 박혜숙, 권혁천, 김홍섭, 육인선, 송상헌	DH	대한교과서
〃	최봉대, 강옥기, 황석근, 이재돈, 김영욱, 전무근, 홍진철	JA	중앙교육진흥연구소
〃	이강섭, 김수환, 임영훈, 왕규체, 송교식, 이동수, 강영길	JH	지학사
〃	신현성, 최용준	CS	천재교육
〃	이방수, 기호삼	CE	천재교육

<표-2>는 수학과 제6차 교육과정 · 제7차 교육과정 교육 과정 비교

<표-2> 수학과 제6차 교육과정 · 제7차 교육과정 교육 과정 비교

<table>
<tr><td>구 분</td><td colspan="2">제6차 교육과정</td><td>제7차 교육과정</td><td>비 고</td></tr>
<tr><td>학 년
주당시수</td><td colspan="2">1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
4 4 4 4 5 5 4 4 4 4</td><td>1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
4 4 4 4 4 4 4 4 3 4</td><td>5, 6, 9 학년 각 1단위 감소</td></tr>
<tr><td>교육과정
체 제</td><td colspan="2">1 . 성격
2 . 목표
3 . 내용
가. 내용 체계
나. 학년별 내용
4. 방법
5. 평가</td><td>1. 성격
2. 목표
3. 내용
가. 내용체계
나. 단계별 내용
(1) 목표
(2) 내용
4. 교수・학습 방법
5. 평가</td><td>· 각 단계별 목표 진술
· 각 영역(주제)별 학습 지도상의 유의점 제시
· 심화 과정 제시</td></tr>
<tr><td rowspan="3">내 용
영 역</td><td>초등</td><td>수, 연산, 도형, 측도, 관계</td><td rowspan="3">수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수</td><td rowspan="3">· 1～10단계 통일</td></tr>
<tr><td>중</td><td>수와 식, 방정식과 부등식, 함수, 통계, 도형</td></tr>
<tr><td>고1</td><td>대수, 해석, 기하</td></tr>
</table>

3. 수학<10-가> 학습내용

1) 목 표

(1) 집합과 명제를 통해 수학적 문장을 이해하고, 복소수의 연산을 할 수 있다.

(2) 다항식, 유리식, 무리식에 관한 계산을 통해 식에 대한 이해를 깊게 하고, 방정식과 부등식을 풀 수 있다.

(3) 산포도와 표준편차를 구할 수 있다.

2) 내 용

(1) 수와 연산

㈎ 집합의 연산법칙

・ 집합의 연산법칙을 이해한다.

㈏ 명 제

· 명제의 뜻을 알고, 참, 거짓을 판별할 수 있다.

· 명제의 역, 이, 대우를 이해한다.

· 필요조건과, 충분조건을 이해하고, 이를 구할 수 있다.

㈐ 실 수

· 실수의 연산에 관한 성질을 이해한다.

· 실수의 대소 관계를 이해한다.

㈑ 복소수

· 복소수의 뜻을 알고, 그 연산을 할 수 있다.

· 복소수의 기본 성질을 이해한다.

<용어와 기호>

진부분집합, 서로소, 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙, 부정, 이, 대우, 필요조건, 충분조건, 필요충분조건, 닫혀 있다, 항등원, 역원, 복소수, 허수단위, 허수, 켤레복소수

$p \to q$, $p \Rightarrow q$, $p \Leftrightarrow q$, $\sim p$, i, $a+bi$, $\overline{a+bi}$

<학습 지도상의 유의점>

· 집합의 연산법칙은 되도록이면 벤 다이어그램으로 확인하도록 한다.

· 필요조건과 충분조건은 예를 들어 간단하게 지도한다.

· 명제는 수학적인 문장을 이해하는 수준에서 간단하게 다룬다.

［심화과정］

· 임의의 수의 집합에서 사칙연산에 대하여 닫혀 있는지를 조사할 수 있다.

⑵ 문자와 식

㈎ 다항식과 그 연산

· 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

· 다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.

㈏ 나머지정리

· 항등식을 이해한다.

· 나머지정리를 이해하고, 이를 문제 해결에 활용할 수 있다.

㈐ 인수분해

· 인수분해를 익숙하게 할 수 있다.

㈑ 약수와 배수

· 식의 약수와 배수의 뜻을 알고, 최대공약수와 최소공배수를 구할 수 있다.

㈒ 유리식과 무리식

· 유리식과 무리식의 뜻을 알고, 그 계산을 할 수 있다.

㈓ 방정식

· 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다.

· 이차방정식에서 판별식, 근과 계수의 관계를 이해한다.

· 간단한 삼차방정식, 사차방정식을 풀 수 있다.

· 미지수가 3개인 연립일차방정식과 미지수가 2개인 연립이차방정식을 풀 수 있다.

㈔ 부등식

· 부등식의 성질을 이해한다.

· 절대값을 포함한 일차부등식을 풀 수 있다.

· 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다.

· 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다.

<용어와 기호>

항등식, 미정계수법, 나머지정리, 인수정리, 조립제법, 유리식, 분수식, 무리식, 이중근호, 판별식, 실근, 허근, 삼차방정식, 사차방정식, 연립이차방정식, 이차부등식, 절대부등식, $\sqrt{a+b\sqrt{c}}$

<학습 지도상의 유의점>

· 조립제법은 간단한 예를 통해 그 방법을 설명한다.

· 무리식은 근호 안이 일차식이나 이차식인 간단한 경우만 다룬다.

· 방정식은 계수가 실수인 경우만 다룬다.

〔심화과정〕

· 방정식과 부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

(3) **확률과 통계**

㈎ 산포도와 표준편차

· 산포도와 표준편차를 이해하고, 이를 구할 수 있다.

<용어와 기호>

대표값, 산포도, 편차, 분산, 표준편차

<학습 지도상의 유의점>

· 실생활의 여러 소재를 이용하여 산포도를 도입하고, 그 필요성을 인식하도록 한다.

〔심화과정〕

· 신문, 잡지 등에서 볼 수 있는 자료를 통해서 표준편차를 구하고, 이를 해석할 수 있다.

Ⅱ. 단원의 성격과 분석

1. 집합과 명제

1) 집합

집합은 현대 수학의 언어이다. 오늘날 수학에서 연구하고 있는 대상을 집합으로 보고 다룸으로써 수학적인 사고를 보다 명확하고 단순하면서 통합적으로 할 수 있게 되었다. 현대 수학에서 집합 언어는 다음과 같은 두 가지 측면에서 두드러진 특징을 갖는다.

첫째, 현대 수학은 공리론적으로 전개되는 구조 이론이며, 이는 집합 언어를 전제로 한다. 실수의 집합과 그 연산의 성질로서 실수를 구조적으로 파악하는 것은 우리가 손쉽게 접할 수 있는 대표적인 예이다.

둘째, 집합 언어가 현대 수학의 발전에 미친 중요한 영향력 중의 하나는 여러 가지 수학적 개념을 대상의 집합으로 기술할 수 있게 되었다는 점이다. 공약수를 약수들의 공통 집합으로 정의하며, 함수를 두 집합 사이에 대응되는 원소의 쌍의 집합으로 파악하고, 원을 평면의 한 정점으로부터 일정한 거리에 있는 점의 집합으로 정의하는 것들이 그 예이다.

10단계 수학의 내용은 물론 앞으로 다룰 수학의 여러 영역에서 집합 언어가 어떻게 사용되며, 집합 언어를 구사하지 않는 경우와 비교할 때 어떤 장단점이 있는지 비판적으로 고찰해 보는 것이 바람직하다[4].

집합의 연산에서 용어의 표현 방법의 차이점 비교 분석표는 <표3>와 같다

<표-3> 집합의 연산에서 용어의 표현 방법의 차이점

4) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, p60

용어	교재 기호	정의 내용	차이점
진부분 집합	KR외5	두 집합 A, B에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, A를 B의 진부분집합 이라고 한다.	JA 집합B에서 정의
	JA	집합 B의 부분집합 중 B와 같지 않은 것을 B의 진부분집합 이라고 한다. 즉, $A \subset B$이고 $A \neq B$일 때, 집합 A는 집합 B의 진부분집합이다.	
서로소	KR외5	두 집합 A, B에 대하여 $A \cap B = \varnothing$일 때, A와 B는 서로소라고 한다.	DH 간단한 예와 함께 정의
	DH	두 집합 $A = \{1,\ 3\}$ $B = \{2,\ 4,\ 5\}$와 같이 공통인 원소가 하나도 없을 때, 즉 $A \cap B = \varnothing$ 일 때, 집합 A와 B를 서로소라 한다.	
교환 법칙	KR외5	두 집합 A, B에 대하여 $A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$가 성립한다. 이것을 $\cup, \cap$에 대한 교환법칙이라 한다.	CS 성질을 정의
	CS	임의의 두 집합 A, B에 대하여 합집합과 교집합의 정의에 의해서 $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$가 성립한다. 이때, 이런 연산의 성질을 각각 합집합, 교집합에 대한 교환법칙이라고 한다.	

용어	교재 기호	정의 내용	차이점
결합법칙	KR외5	세 집합 A, B, C에 대하여 $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$ $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$ 이것을 $\cup$,$\cap$에 대한 결합법칙이라 한다.	CS 성질을 정의
	CS	임의의 세 집합 A, B, C에 대하여 다음 연산의 성질이 성립한다. $(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$ $(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$ 이 성질을 각각 합집합, 교집합에 대한 결합법칙 이라고 한다.	
분배법칙	KR외5	세 집합 A, B, C에 대하여 $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$ $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$이것을 합집합, 교집합에 대한 교환법칙이라 한다.	CS 성질을 정의
	CS	임의의 세 집합 A, B, C에 대하여 다음과 같은 연산의 성질도 성립한다. $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$ $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ 이것을 집합의 연산에 대한 분배법칙이라고 한다.	

(개선점 및 유의점)

(1) 진부분집합을 JA는 집합자체에서 정의하였으나 두 집합에서 정의하는 것이 바람직하다.

(2) 서로소를 DH는 간단한 예로 이해시키고 정의하였으나 용어가 어렵지 않을 때는 분명한 정의 한 후 예가 필요하다.

(3) 교환, 결합, 분배법칙을 CS는 성질을 이용하여 정의하였으며 문장이 다른 교재에

비해 길어 학생이 입장에서 보면 지루하다.

(4) 학생의 입장에서 용어를 수용시키기 위하여 간단하고 이해하기 쉬운 예가 제시됨

(5) 집합의 연산에 대한 정의의 설명을 제7차 교육과정의 단계형 수준별 특성을 고려하여 벤 다이어그램으로 이해시키고 있으나 심화과정에서는 정의를 이용한 집합의 연산 연습을 다루어야 한다.

(6) 집합들의 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙을 논리적으로 명확히 증명하는 것은 대학의 수학교육과정에서만 가능하기 때문에 성질을 이용하여 정의하는 것은 다소의 문제점이 있다.

2) 명제

수학적 사고에서 중요한 능력 중의 하나는 논리적인 사고와 표현 능력이다. 수학적인 사고는 주로 $p \rightarrow q$ 곧 '∼이면 ∼이다.' 꼴의 문장으로 구성된 삼단논법의 의하여 이뤄지면 p가 참일 때 q가 참인 경우, 즉 $p \Rightarrow q$인 관계의 합성으로 이루어진다.

집합은 논리와 표리일체이다. 예를 들어, '정사각형은 직사각형이다.' 라는 명제를 좀 더 명확히 서술하면, '어떤 도형의 정사각형이면 그 도형은 직사각형이다.' 이며, 이는 $p \rightarrow q$꼴의 명제이다. 그리고 이 명제는 정사각형은 직사각형의 일부로 그에 포함되는 도형의 집합, 즉 부분집합의 호칭이며, 이러한 포함 관계에 의하여 비로소 위의 명제가 논리적으로 성립하게 된다.

이 단원에서는 집합과 논리 사이의 이와 같은 관계가 바탕이 된다. 곧, 집합의 포함 관계를 바탕으로 하여 명제사이의 논리적인 관계를 이해하고 활용할 수 있게 한다[5].

명제에서 용어의 표현 방법의 차이점은 <표-4>와 같다

---

5) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, p61

<표-4> 명제에서 용어의 표현 방법의 차이점

용어	교재 기호	정의 내용	차이점
부정	KR외5	명제 p에 대하여 ‘p가 아니다’를 p의 부정이라 하고, 기호로는 $\sim p$로 나타낸다.	KR외5 명제의 부정 JA 문장의 부정
	JA	문장 p에 대하여 「p가 아니다.」라는 것을 p의 부정이라 하고, 이것을 기호로 $\sim p$와 같이 나타낸다.	
이	KR	명제 $\sim p \rightarrow \sim q$는 명제 $p \rightarrow q$의 이 이다.	표현방법 서로 다름
	GH외3	명제 $p \rightarrow q$에 대하여 명제 $\sim p \rightarrow \sim q$를 명제 $p \rightarrow q$의 이 라 한다.	
	CE, CS	명제 ‘p이면 q이다.’--㉠ 에 대하여 가정과 결론에 각각 부정을 취하여 얻어진 명제 즉, p가 아니면 q가 아니다.’--㉡을 명제 ㉠의 이라고 한다.	
대우	KR	명제 $\sim q \rightarrow \sim p$ 는 명제 $p \rightarrow q$ 의 대우이다.	JA 이, 대우에 대한 낱말의 뜻도 어려운데 “이”의 역으로 정의 CS, CE 기호를 사용하면 간단하게 정의의 할 수 있음
	GH, DH	명제 $p \rightarrow q$에 대하여 ‘q가 아니면 P가 아니다. 즉 $\sim q \rightarrow \sim p$를 명제 $p \rightarrow q$의 대우라고 한다.	
	JA	명제 $p \rightarrow q$의 역의 이 $\sim q \rightarrow \sim p$를 원래의 명제 $p \rightarrow q$의 대우라고 한다.	
	CS, CE	명제 ‘p이면 q이다.’--㉠ 에 대하여 가정과 결론에 부정을 취한 후 그 순서를 바꾸어서 얻어진 명제. 즉 ‘q가 아니면 p가 아니다.’--㉡을 명제 ㉠의 대우라고 한다. 또, 명제 ㉡의 대우는 ㉠이다.	
필요조건	KR	두 조건 p, q에 대하여 명제 $p \rightarrow q$가 참일 때, 이것을 기호로 $p \Rightarrow q$ 와 같이 나타낸다. 이때 q는 p이기 위한 필요조건이라 한다.	KR 두 조건을 사용
	GH외5	명제 $p \rightarrow q$가 참일 때, 이것을 기호로 $p \Rightarrow q$ 와 같이 나타낸다. 이때 q는 p이기 위한 필요조건 이라고 한다.	

용어	교재 기호	정의 내용	차이점
충분 조건	KR	두 조건 p, q에 대하여 명제 p→q가 참 일 때, 이것을 기호로 p⇒q 와 같이 나타낸다. 이때, p는 q이기 위한 충분 조건이라 한다.	KR 두 조건 사용
	JA	명제 「$x^2>0\rightarrow x>0$」는 참이 아니다. 이라는 조건은 $x>0$일 이유로서 충분하지 못하기 때문이다. 그러나 $x>1$1 이라는 것은 $x>0$일 이유로서 충분하기 때문에 $x>1\Rightarrow x>0$ 이다. 이런 뜻에서 p⇒q 일 때, p는 q이기 위한 충분 조건이라고 한다.	JA 정의에 대한 예가 너무 길어 정의가 혼란스럽다
	GH외4	명제 p→q가 참일 때, 이것을 기호로 p⇒q 와 같이 나타낸다. 이때 p는 q이기 위한 충분 조건 이라고 한다.	
필요 충분 조건	KR	두 조건 p, q에 대하여 p⇒q이고 q⇒P일 때, p는 q이기 위한 필요충분 조건이라 하고, 기호로 p⇔q와 같이 나타낸다.	KR 두 조건을 사용하여 정의
	GH외 CE, CS	명제 p→q와 그 역q→p가 모두 참, 즉 p⇒q이고 q⇒p일 때, p는 q이기 위한 충분조건이고 동시에 필요조건이다. 이를 기호로는 p⇔q로 나타내고, p는 q이기 위한 필요충분조건이라고 한다.	

(개선점 및 유의점)

(1) 부정에서 명제를 부정하는 것보다는 문장을 부정하는 의미가 더 포괄적인 의미를 갖고 곧 이어 명제의 이, 대우에서처럼 명제가 아닌 조건을 부정하는 일이 곧 일어난다.

(2) JA는 이, 대우에 대한 용어의 뜻도 어려운데 대우를 “이“의 역으로 정의한 것은 학생의 입장에서 수용하기가 어렵다.

(3) 역, 이, 대우는 용어가 어려워 북한에서는 순수 우리말로 용어를 나타내는 경우가 있어 아래와 같이 조사하여 보았지만 “역 명제 (거꿀 명제), 이 명제 (반대 명제), 대우 명제 (거꿀 반대 명제)” [6] 역시 학생이 수용하기가 쉽지 않다.

(3) 필요, 충분 조건

“조건”에 대한 언급이 꼭 필요한데 일부교재는 “조건”을 언급하지 않아 “조건”에 대한 용어가 나오면 학생들은 당황하게 되고, 그 내용을 알 수 없게 된다.

(가) KR은 “조건”을 참, 거짓을 판별할 수 없는 문장 중에는 $x > 2$와 같이 x의 값에 따라 참, 거짓을 결정되는 문장을 “조건”이라 설명하고 “조건”을 이용하여 필요, 충분 조건을 정의함

(나) CE는 문자 x를 포함하는 식이나 문장이 집합U에서 x의 값에 따라 참, 거짓이 판별될 때, 이 식 이나 문장을 집합U에서 생각한 “조건”을 설명은 함

(다) 그 외 교재는 “조건”에 대한 설명이 없고, “조건”에 대한 용어를 사용을 하지 않았다.

(4) JA는 충분조건을 예를 이용하여 정의 하려는 의도는 좋으나 학생의 이해하기 어려운 예를 들어 정의 또한 수용하는데 망설여져 보다 현실적인 예를 보여주든지 아니면 명확히 정의 한 후 쉽고 현실적인 예를 들어 도와 주어야한다.

(5) 특히 용어 이(痍), 대우(對偶)는 학생이 수용하기가 극히 어려운 용어로 학생의 수준에서 알맞은 용어 연구가 필요하다.

(6) 용어의 내용이 어려우면 쉬운 예와 수학의 약속으로 극복하여야 한다.

6) 강태석 (1999) 남・북한 수학교과서의 내용체계 및 용어에 대한 비교 분석 석사학위논문 제주대학교 교육대학원 p57

2. 실수와 복소수

1) 실수

수 체계의 이해는 수학 학습의 기초가 되는 중요한 내용이다. 자연수로부터 정수, 유리수, 실수 그리고 복소수로 수를 확장하게 된 것은, 생활의 요구에서 비롯되는 크기와 방향을 가진 양의 표현과 측정의 문제를 해결하고, 방정식의 풀이에서 뺄셈, 나눗셈, 제곱근의 계산을 자유롭게 하여 해를 얻기 위해서였다.

계산이라는 측면에서 보면, 정수는 뺄셈, 유리수는 나눗셈, 무리수와 허수는 제곱근 계산을 자유롭게 하기 위한 필요성 때문에 발명된 것이며, 수의 존재성의 문제는 수학적으로는 자연수를 공리적으로 정의한 다음에 자연수에서 정수, 정수에서 유리수, 유리수에서 실수, 실수에서 복소수를 구성해 보임으로써, 이른바 구성적 방법으로 해결하고 있다. 특히, 실수의 존재성의 문제는 19세기 수학자들의 커다란 관심사이었으며, 이는 유리수의 절단의 개념을 이용하는 데데킨트(Dedekind, R. 1831～1916)의 방법과 유리수의 코시 수열의 개념을 이용하는 코시(Cauchy, A. 1789～1857)의 방법에 의해 실수체계를 구성해 보임으로써 해결하고 있다.

실수체계는 완비된 순서체를 이룬다. 여기서는 실수체계의 덧셈, 곱셈에 대한 기본 성질과 대소 관계의 기본 성질을 정리하고 그로부터 간단한 성질을 연역해 봄으로써 그 구조를 대략적으로 파악하도록 하며, 수직선 위의 점과 실수 전체의 집합이 일대일 대응된다는 것을 직관적으로 이해시켜 실수의 연속성을 직관적으로 보여준다[7].

실수의 연산에서 용어의 표현 방법의 차이점은 <표-5>와 같다

7) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, p98

<표-5>실수의 연산에서 용어의 표현 방법의 차이점

<table>
<tr><th>용어</th><th>교재 기호</th><th>정의 내용</th><th>차이점</th></tr>
<tr><td rowspan="5">닫혀 있다</td><td>KR, CS, JH</td><td>공집합이 아닌 집합 S의 임의의 두 원소 a, b에 대하여 어떤 연산을 행한 결과가 항상 S의 원소 일 때, 집합 S는 그 연산에 대하여 닫혀있다고 한다.</td><td rowspan="2">DH 일반성이 부족하다
또 자연수의 집합을 예를 들어 고등학생의 수 범위에 못 미침</td></tr>
<tr><td>DH</td><td>일반적으로 자연수 전체의 집합에 속하는 임의의 두 원소를 더하거나 곱한 값은 항상 자연수이다. 이 때, 자연수 전체의 집합은 덧셈, 곱셈에 대하여 각각 닫혀 있다고 한다.</td></tr>
<tr><td>GH</td><td>일반적으로, 집합 S의 임의의 두 원소 a, b에 대하여 $a \circ b \in S$일 때, 집합 S는 연산 $\circ$에 대하여 닫혀있다</td><td rowspan="3">JA 집합을 수의 집합으로 한정되었고 정의의 일반성이 미흡하다

DH , JA 자연수의집합에서 덧셈, 곱셈에 대한 닫힘</td></tr>
<tr><td>JA</td><td>수의 집합 A의 임의의 두 원소 a, b 에 대하여 $a+b$가 A에 속할 때, 집합A는 덧셈에 대하여 닫혀있다고 하고, ab 가 A에 속할 때, 집합 A는 곱셈에 대하여 닫혀 있다고 한다.</td></tr>
<tr><td>CE</td><td>두 자연수 a, b에 대하여 합 $a+b$, 곱 ab는 자연수이다. 이와 같이 공집합이 아닌 집합 S의 임의의 두 원소 a, b에 대하여 어떤 연산을 한 결과가 S의 원소일 때, 집합 S는 그 연산에 대하여 닫혀있다 라고 한다.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>용어</th><th>교재 기호</th><th>정의 내용</th><th>차이점</th></tr>
<tr><td rowspan="2">항등원</td><td>KR외4</td><td>0과 1은 임의의 실수에 대하여 각각
$a+0=0+a=a$, $a\times1=1\times a=a$ 인 성질이 있다.
이 때, 0을 덧셈에 대한 항등원,
1을 곱셈에 대한 항등원 이라 한다.</td><td rowspan="2">KR외4
덧셈, 곱셈에 대한 정의</td></tr>
<tr><td>JA, CE</td><td>덧셈이나 0이나 곱셈에서 1과 같이, 수의 집합 A가 연산 *에 대하여 닫혀 있을 때. A의 임의의 원소 a 에 대하여 $a*e=e*a=a$ 를 만족하는 A의 원소 e 가 존재하면 e 를 연산 *에 대한 항등원 이라고 한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">역원</td><td>KR외4</td><td>$-a$ 와 $\frac{1}{a}$ 은 각각 (단, a≠0)
$a+(-a)=(-a)+a=0$ $a\times\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\times a=1$
이 때 $-a$ 를 a의 덧셈에 대한 역원
$\frac{1}{a}$ 을 a의 곱셈에 대한 역원이라 한다.</td><td rowspan="2">KR외4
덧셈, 곱셈에 대한 정의</td></tr>
<tr><td>JA, CE</td><td>실수 전체의 집합을 R이라 할 때, R의 덧셈과 곱셈에 대한 항등원은 각각 0과 1이고,
R의 원소 2대하여 $2+(-2)=0=(-2)+2$
$2\times\frac{1}{2}=1=\frac{1}{2}\times2$ 가 성립한다. 이와 같이 수의 집합 A의 항등원 일 때, 집합 A의 원소 a 에 대하여 $a*x=x*a=e$ 를 만족시키는 A의 원소가 존재하면 x를 연산 *에 대한 a 의 역원이라고 한다.</td></tr>
</table>

(개선점 및 유의점)

(1) DH는 고등학교과정에서 자연수의 집합에서 덧셈, 곱셈에 대하여 닫혀있다를 정의된 것은 잘못이며 일반적 이항연산에 대하여 닫혀있다 정의되어야 한다.

(2) GH 처럼 닫혀 있다를 이항연산의 기호를 사용하여 보여주면 간단하게 이해 될 것이다.

(3) JA 집합을 수의 집합으로 한정되었고 정의의 일반성이 미흡하다.

(4) JA, CE를 제외한 다른 5종은 항등원과 역원을 덧셈, 곱셈에 대한 정의만 되어 있으므로 일반계고등학교 심화과정에서는 이항연산에 대한 새로운 일반적인 정의가 필요하게 된다.

(5) 임의의 집합에서 이항연산에 대한 닫힘성, 항등원, 역원 조사 필요하다.

(6) 수를 학생들에게 이해시키기 위하여 이항연산의 닫힘성, 결합법칙, 교환법칙, 항등원 역원 등을 수학교육과정에 도입하는 것이다. 위의 정의들을 도입하는 과정에서 기존의 실수의 성질을 이용하고 있기 때문에, 그 정의 자체의 의미가 약해져 다음과 같은 질문을 학생들이 할 수 있다. "왜 그러한 정의가 필요합니까?"

2) 복소수

방정식의 근을 구하는 과정에서 처음으로 음수의 제곱근을 사용한 사람은 이탈리아의 카르다노(Cardano, G.1501～1576)라고 할 수 있다. 그는 합이 10이고 곱이 40인 두 수를 구하는 문제 즉, $x+y=10$, $xy=40$ 을 만족하는 x, y를 구하는 과정을 다음과 같이 제시하였다.

$$(5+\sqrt{-15})+(5-\sqrt{-15})=5+5=10$$

$$(5+\sqrt{-15})\times(5-\sqrt{-15})=(5\times5)-(\sqrt{-15}\times\sqrt{-15})=25-(-15)=40$$

그는 삼차방정식의 일반적인 해를 제시하였는데 거기에도 복소수의 표현이 들어 있다. 그러나 그는 '이런 식은 허의 가상 아래서 풀었다.' 라는 단서를 붙였다.

그 후에 가우스(Gauss, K. F. 1777～1855)는 오늘날과 같은 복소평면을 착안하여, '허수를 눈에 보이게' 하고 복소수(Complex number)라는 수의 체계를 확립하였다[8]

복소수에서 용어의 표현 방법의 차이점은 <표-6>과 같다

<표-6> 복소수에서 용어의 표현 방법의 차이점

용어	교재 기호	정의 내용	차이점
허수 단위	KR, DH CS	제곱하여 -1 이 되는 수를 문자 i로 나타낸다. 이때 i 를 허수단위라 한다.	GH, JA, JH, CE 새로운 수
	GH, JA JH, CE	제곱하면 -1 이 되는 실수가 아닌 새로운 수를 하나 생각하고, 이것을 i로 나타낸다. 즉, $i^2=-1$로 새로운 수 i 를 허수단위라 한다.	
복소수	전체	임의의 두 실수 a, b에 대하여 $a+bi$꼴로 나타내어 지는 수를 복소수라고 한다.	
허수	전체	복소수 $a+bi$에서 b≠0일 때, 이 복소수를 허수라 한다.	
켤레 복소수	전체	복소수 $a+bi$ 에 대하여 허수 부분의 부호를 바꾼 복소수 $a-bi$ 를 $a+bi$의 켤레 복소수라 하고, 기호로 $\overline{a+bi}$ 와 같이 나타낸다.	
복소수의 사칙연산	KR, GH DH, CE CS	덧셈 : $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$ 뺄셈 : $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$ 곱셈 : $(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$ 나눗셈 : $\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}$ $=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$	JA, JH 정의하지않고 허수단위를 문자로 계산

8) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, p99

(개선점 및 학습지도상에 유의점)

(1) i 를 어떤 수로 지칭하면, 어떤 수가 선행적으로 설명하여야 한다.

(2) "수"라는 정의는 군(Group)수준으로 또는 연산의 닫힘성과 결합법칙만 가지고도 정의가 가능하다" 예를 들면" 공집합이 아닌 어떤 집합에 이항연산이 정의되고 그 연산에 의하여 결합법칙성립이 성립되면 그 집합의 원소를 "수" 라고 정의 할 수 있다.

(3) 실수 체계에 i 라는 문자를 첨가하여 복소수를 정의하면 복소수 체계에서 덧셈과 곱셈을 따로 정의하지 않는 것이 바람직하다.

왜냐 하면 실수의 덧셈과 곱셈을 사용하여야 하기 때문이다. 다행히 다음과 같이 수행하면 모두 가능하다.

<덧셈 >

$(a+bi)+(c+di)$

$=(a+bi+c)+di$ (결합법칙)

$=(a+c+bi)+di$ (교환법칙)

$=(a+c)+(bi+di)$ (결합법칙)

$=(a+c)+(b+d)i$ (분배법칙)

<곱셈>

$(a+bi)(c+di)$

$=a(c+di)+bi(c+di)$ (분배법칙)

$=ac+adi+bic+bidi$ (분배법칙)

$=ac+adi+bci+bdi^2$ (교환법칙)

$=ac+(ad+bc)i-bd$ (분배법칙, i의정의)

$=ac-bd+(ad+bc)i$

<뺄셈>

$(a+bi)-(c+di)=(a+bi)+(-1)(c+di)$

$= \{a+bi\}+\{(-a)+(-bi)\}$(분배법칙)

$= \{a+bi+(-c)\}+(-di)$ (결합법칙)

$= \{a+(-c)+bi\}+(-di)$ (교환법칙)

$= (a-c)+(bi-di)$ (결합법칙)

$= (a-c)+(b-d)i$ (분배법칙)

<나눗셈>

$$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$$ (분모 분자 각각 곱셈)

(4) 위와 같이 복소수를 계산하면 정의에 의한 계산보다는 실수에서 사칙연산을 이용한 계산 방법이 논리적이고 학생이 수용하기가 자연스럽다.

(5) 두 개의 복소수 $a+bi$와 $c+di$가 표현 상 차이와 실질적인 차이를 구분시켜야 한다. 그래서 두 복소수가 같다는 정의는 꼭 필요하다.

또 복소수의 상등은 정의로 꼭 받아 드려야 한다.

($a+bi = c+di \Leftrightarrow a=c,\ b=d$)

3. 식의 계산

1) 다항식

문자를 수와 같이 생각하여 더하거나 빼거나 곱하여 얻어지는 다음과 같은 꼴의 식이 다항식이다. $a_n x^n + a_{n-1}x^{x-1} + \cdots + a_1 x + a_0$(단, a_i는 실수)

x에 수를 대입하면 다항식의 값이 결정되므로 다항식은 x의 함수라고 볼 수 있다. 다항식은 항의 최고 차수에 따라서 일차식, 이차식, 삼차식, …등으로 불리운다. 수는 0차식이다. 중학교에서 문자의 계산을 다루면서 다항식을 생각하고 그 덧셈, 뺄셈, 곱

셈을 공부하였다. 다항식 체계는 정수체계와 같이 덧셈에 대하여 닫혀 있고, 결합법칙을 만족하며, 항등원 0이 존재하고, 임의의 다항식 $P(x)$에 대하여 그 역원 $-P(x)$가 존재하며, 교환법칙을 만족하므로 덧셈 연산에 대하여 가환군을 이룬다. 또한 곱셈의 덧셈에 대한 분배법칙을 만족하므로 환을 이룬다. 그리고 단위원 1이 존재하고, 소약률 $(ad=ac, a\neq 0 \Leftrightarrow b=c)$을 만족하며, 곱셈에 대한 교환법칙을 만족하므로 정역을 이룬다.

다항식은 정수와 함께 수학적 사고의 바탕이 되는 기본적인 내용이며, 다항식의 기본 성질을 이해하지 못하고 그 조작에 숙달하지 못하면 앞으로 수학적인 사고를 해 나갈 길이 없게 된다.

2) 유리식과 무리식

정수로부터 유리수로 수의 범위를 확장하였듯이, 다항식으로부터 유리식으로 식의 범위를 확장한다. 두 정수 $a, b(\neq 0)$에 대하여, 분수 $\frac{a}{b}$로 나타내어지는 유리수를 생각하였듯이, 두 다항식A, B $(\neq 0)$에 대하여 분수식 $\frac{A}{B}$로 나타내어지는 식이 유리식이다.

다항식을 분자, 분모로 하는 형식적인 분수로 생각하고 그에 대한 약분, 통분, 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈 등의 조작을 하는 것은 대수적인 사고를 발전시키는 데 있어서 매우 중요하다.

그리고 제곱근으로부터 무리수 개념을 도입하여 수의 범위를 더욱 확장하였듯이, 근호 안에 문자가 들어 있는 식인 무리식을 도입하여 식의 범위를 한층 더 확장하고, 무리식의 계산과 마찬가지 방법으로 계산을 하게 된다[9].

식과 연산에서 용어의 표현 방법의 차이점은 <표-7>과 같다

9) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, p134

<표-7> 식과 연산에서 용어의 표현 방법의 차이점

용어	교재 기호	정의 내용	차이점
항등식	KR외5	주어진 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 등식을 그 문자에 대한 항등식이라 한다.	DH 예와 같이 정의
	DH	등식 $3x+2=2+3x$, $x(x+1)=x^2+x$ 와 같이 문자를 포함하는 등식에서 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 되는 등식을 그 문자에 대한 '항등식' 이라 한다.	
유리식	KR외5	A, B가 다항식이고, B≠0 일 때 , $\frac{A}{B}$ 의 꼴로 나타나는 식을 유리식이라 한다.	JA 유리수에서 유리식을 유도함
	JA	두 정수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$ (b≠0)꼴로 나타내어진 수를 유리수라고 하듯이, 두 다항식 A, B에 대하여 $\frac{A}{B}$ (B≠0)꼴로 나타내어진 식을 유리식이라고 한다.	
분수식	KR외5	유리식 중 다항식이 아닌 것을 분수식이라 한다.	JA 약분 조건
	JA	유리식 중 분모에 상수가 아닌 문자를 포함한 유리식을 분수식이라고 한다.	
무리식	KR외4	근호 안에 문자가 있는 식 중에서 유리식으로 나타낼 수 없는 것을 무리식이라 한다.	GH, DH 예와 같이 정의
	GH, DH	근호 안에 문자를 포함하는 식 중에서 $\sqrt{5x+4}$, $\sqrt{x^2-2x+2}$, $\sqrt{x}+\sqrt{y}$ 등과 같이 유리식으로 나타낼 수 없는 식을 무리식이라고 한다.	
이중 근호	전체	$\sqrt{a+b\sqrt{c}}$와 같이 근호 안에 또 근호가 들어 있는 것을 이중근호라 한다.	

(개선점 및 유의점)

(1) 위 단원에서의 용어는 중학교에서 배운 내용과 중복되는 내용이 많아 대체로 쉽게 수용된다.

◇ 중학교 과정에서 관련 정의 내용

(가) 단항식 : 수 또는 문자의 곱으로 된 식

(나) 다항식 : 단항식 또는 단항식의 합으로 이루어진 식

(2) JA는 분수식 정의에서 약분조건이 반드시 필요하다.

유리식에서 약분의 개념과 기약분수식을 명확히 다루어 주면 유리식에서 분수식의 정의가 분명히 할 수 있다.

(가) 약분 : 분모, 분자를 그들의 최대공약수로 나눈다.

(나) 기약분수식 :분모, 분자가 서로소인 다항식으로 이루어진 분수식

(3) 만약 중학교 과정에서 다항식의 계수가 (유리수) 범위에서 다루어지고, 고등학교 과정에서 계수가 실수의 범위에서 다루어지면 그 이유와 문제점을 밝혀야 한다.

(4) 무리식을 정의하면서 근호를 사용하면 다음과 같은 식이 무리식인지 아닌지를 구분하는데 문제점이 발생한다. 아래 식은 유리식이 아니므로 무리식이다

$$\sin x + \cos x + 1$$

그러므로 근호를 이용하여 무리식을 정의 할 필요는 없다.

(6) 무리식은 유리식이 아닌 식이다가 적절하다.

(7) 고등학교과정에서 무리식은 근호를 사용할 정의 할 때는 근호 안에 일차식 또는 이차식인 경우만을 생각한다는 제한조건이 필요하다.

(8) 이중근호처럼 용어 내용이 쉬우면 예와 정의를 연결 시켜 정의하면 용어에 대한 수용정도가 떨어질 가능성이 있으므로 예와 정의를 확실히 구분하여 용어를 설명 하는게 바람직하다.

4. 방정식과 부등식

1) 이차방정식

방정식은 여러 가지 문제를 해결하기 위해 인류가 생각해 낸 강력한 수학적인 수단으로, 아득한 옛날부터 연구되어 왔으며, 대수적 사고의 근간이 되는 내용이다.

이차방정식은 일차방정식과 함께 여러 가지 문제를 해결하는 기본적인 수단일 뿐만 아니라, 도형 연구 등 여러 가지 수학적인 사고의 바탕이 되는 기본적인 내용이다.

일반적으로, 모든 이차방정식은 복소수 범위에서 항상 풀리며, 중근을 중복된 것으로 볼 때 2개의 근을 갖는다는 것은 근의 공식으로 증명된다. 그리고 근과 계수의 관계로부터 복소수의 범위에서 모든 이차식은 일차식의 곱으로 인수분해 된다는 것이 증명된다. 일차방정식이나 이차방정식의 경우에 검사를 생략할 수 있는 것은 그 풀이 과정이 동치인 변형이기 때문이다. 근의 공식은 일반적인 이차방정식에 대해 이러한 변형을 거듭하여 얻어진 일반적인 결과이기 때문이다. 방정식이 현실적인 문제 상황을 수학화 하여 얻어진 경우 방정식을 주어진 문제의 필요조건으로 생각하는 것이 자연스럽다. 조건을 빠뜨렸는지 어떤지 알 수 없는 경우가 자주 있으며, 수학적으로 용인된 해가 물리적으로 용인되지 않는 경우도 있으므로, 방정식을 이용하여 문제를 푸는 경우 얻어진 해답을 검사하는 습관을 갖는 것이 바람직하다.

2) 여러 가지 방정식

일반적으로 이차방정식이 대수적인 방법, 곧 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈과 거듭제곱근 구하는 연산을 유한히 반복하여 근의 공식을 얻을 수 있듯이, 일반적으로 삼차방정식과 사차방정식도 대수적인 방법으로 풀린다는 것이 알려져 있다. 그러나 고등학교 수준에서 그 근의 공식을 이해하기가 용이하지 않으므로, 여기서는 인수정리, 조립제법을 이용하여 인수분해로 해결될 수 있는 특수한 경우만을 다룬다.

일반적으로 5차 이상의 방정식은 대수적인 방법으로는 풀리지 않는다는 것이 증명되었다.

일반적으로 n차 방정식에서 한 근이 복소수이면 그 켤레복소수도 근이며, 중근을 겹친 횟수대로 셀 때 n개의 근을 갖는다는 것을 2차, 3차, 4차 방정식을 풀어 가는 가운데 발견할 수 있도록 한다[10].

방정식에서 용어의 표현 방법의 차이점은 <표-8>과 같다

<표-8> 방정식에서 용어의 표현 방법의 차이점

<table>
<tr><th>용어</th><th>교재 기호</th><th>정의 내용</th><th>차이점</th></tr>
<tr><td rowspan="4">실근</td><td>KR, JH</td><td>방정식의 근이 실수 일 때, 이 근을 실근이라 한다.</td><td rowspan="2">DH, GH, JA 이차 방정식이란 전제 조건처럼 보인다</td></tr>
<tr><td>DH, GH</td><td>이차 방정식 $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c∈R, a≠0)의 근이 실수인 경우를 실근.</td></tr>
<tr><td>CE, JS</td><td>방정식의 근 중에서 $x=\pm\sqrt{2}$와 같이 실수 인 것</td><td rowspan="2">CE, JS 정의보다는 간단한 예를 보인 것</td></tr>
<tr><td>JA</td><td>이차 방정식은 복소수의 범위에서 항상 2개의 근을 가진다. 이때, 실수인 근을 실근이라 한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">허근</td><td>KR, JH</td><td>방정식의 근이 허수일 때, 이 근을 허근이라 한다.</td><td rowspan="4">실근과 같은 정도로 정의됨</td></tr>
<tr><td>DH, GH</td><td>$ax^2+bx+c=0$ (a, b, c∈R, a≠0) 근이 허수인 경우 허근 이라 한다.</td></tr>
<tr><td>CE, JS</td><td>방정식의 근 중에서 $x=\pm 2i$와 같이 허수 인 것.</td></tr>
<tr><td>JA</td><td>이차 방정식은 복소수의 범위에서 항상 2개의 근을 가진다. 이때, 허수인 근을 허근이라고 한다.</td></tr>
</table>

10) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, p185

용어	교재 기호	정의 내용	차이점
삼차방정식	KR	x 에 대한 n차의 다항식을 $P(x)$라 할 때, 방정식 $P(x)=0$을 x 에 대한 n차 방정식이라고 한다. 특히 $n=3$ 일 때, 이 방정식을 삼차 방정식이라 한다.	KR 일반적인 정의 CS n차 방정식
	GH, DH JH, CE JA	다항식 $P(x)$가 x 에 대한 3차 식일 때, $P(x)=0$을 x 에 대한 3차 방정식이라고 한다.	
	CS	x 에 대한 n차의 다항식을 $P(x)$라 할 때, 방정식 $P(x)=0$을 x 에 대한 n차 방정식이라고 한다. 이를테면 $x^3+1=0$은 x 에 대한 3차 방정식이다.	
사차방정식	KR	x 에 대한 n차의 다항식을 $P(x)$라 할 때, 방정식 $P(x)=0$을 x 에 대한 n차 방정식이라고 한다. 특히 $n=4$일 때, 이 방정식을 사차 방정식이라 한다.	KR 일반적인 정의 CS n차 방정식
	GH, DH JH, CE JA	$P(x)$가 x 에 대한 4차식 일 때, $P(x)=0$을 x 에 대한 4차 방정식이라고 한다.	
	CS	x 에 대한 n 차의 다항식을 $P(x)$라 할 때, 방정식 $P(x)=0$을 x에 대한 n차 방정식이라고 한다. 이를테면 $x^4+4x^2+3=0$은 x 에 대한 4차 방정식이다.	
연립이차방정식	KR외4	미지수가 2개인 연립방정식에서 차수가 가장 높은 방정식이 이차 방정식일 때, 이 연립 방정식을 미지수가 2개인 연립이차 방정식이라 한다.	KR외4 미지수2개 삽입
	GH, SE	연립 방정식에서 차수가 가장 높은 방정식이 이차 방정식인 것을 연립 이차 방정식이라고 한다.	

(개선점 및 유의점)

(1) 실근을 정의는 교재마다 다양하게 정의되었으나 이차방정식이라는 제한된 범위에서 실근을 정의하는 것보다는 방정식의 근 중에서 실근을 정의 필요하다.

CE, JS는 무리수를 실수를 대표하여 실근을 정의한 것은 잘못이다.

JA는 이차방정식을 복소수범위에서 해를 구하고 실근을 정의하는 것은 허근과 함께 정의하려는 의도는 좋으나 이차방정식에서 일반성이 부족하다.

(2) 허근을 정의하는데도 실근의 정의와 마찬가지로 정의 되였음 특히 순허수 $x = \pm 2i$와 같이 허수인 것을 정의하는 것 보다 일반적인 정의가 필요하다.

(3) 삼, 사차방정식을 KR 일반적으로 매우 바람직하게 정의되었으나 삼, 사차방정식의 모형을 보여 주었으면 한다.

(4) 연립이차방정식에서 미지수 2개인 연립방정식이라는 조건이 필요하다.

3) 부등식

부등식은 방정식과 함께 문제를 해결하는 중요한 대수학적인 수단인 동시에 수학의 여러분 야에서 중요한 역할을 하는 기초적인 내용이다.

부등식은 부등호를 포함하는 관계식이며, 변수를 포함하는 부등식은 명제함수이다. 복소수 는 대소 관계를 생각 할 수 없으므로 명제함수인 부등식에서 변수의 변역은 실수의 집합이거나 그 부분집합이다. 변역에 속하는 모든 실수값에 대하여 참이 되는 부등식을 절대부등식이라고 하고, 변역의 진부분집합에 속하는 실수값에 대해서만 참이 되는 부등식을 조건부등식이라고 한다. 이는 등식에서 항등식과 방정식과의 관계와 같다. 따라서 방정식과 부등식을 묶어 통합적으로 다루고 있어 이러한 관점도 강조되어야 한다.

부등식의 기본 성질을 이용한 식의 변형에 의한 풀이와 절대부등식의 증명이 실수의 순서 구조에 바탕을 두고 있음은 물론이고, 인수분해에 의한 부호 조사를 통한 풀이가 $AB > 0 \Leftrightarrow A > 0$ 이고 $B > 0$ 또는 $A < 0$이고 $B < 0$ $A \geqq 0 \Leftrightarrow A > 0$ 또는 $A=0$ 과 같은 논리적 관계에 근거하고 있음에 유의하여야 한다[11)].

부등식에서 용어의 표현 방법의 차이점은 <표-9>와 같다

<표-9> 부등식에서 용어의 표현 방법의 차이점

<table>
<tr><th>용어</th><th>교재 기호</th><th>정의 내용</th><th>차이점</th></tr>
<tr><td rowspan="2">이차 부등식</td><td>KR</td><td>부등식 $(x+1)(x-2)<0$, $x^2+x+2\geqq 0$와 같이 부등식에서 모든 항을 부등호의 왼쪽으로 이항하여 정리했을 때, 변수 x 에 대하여 이차식이 되는 부등식을 x 에 대한 이차 부등식이라 한다.</td><td rowspan="2">KR 간단한 예 활용한 정의

GH외5 일반 예를 활용한 정의</td></tr>
<tr><td>GH외5</td><td>부등식에서 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리 하였을 때,
$ax^2+bx+c>0$, $ax^2+bx+c<0$
$ax^2+bx+c\geqq 0$, $ax^2+bx+c\leqq 0$ $(a\neq 0)$ 과 같이 좌변이 미지수 x 에 대한 이차식으로 나타내어지는 부등식을 x 에 대한 이차 부등식 이라고 한다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">절대 부등식</td><td>KR외5</td><td>부등식 $x^2-2x+2>0$와 같이 모든 x 에 대하여 항상 성립하는 부등식을 절대 부등식이라 한다.</td><td rowspan="2">CE 미지수</td></tr>
<tr><td>CE</td><td>$2x^2\geqq 0$, $x+2>x$ 등과 같이 미지수가 어떤 실수값을 갖더라도 항상 성립하는 부등식.</td></tr>
</table>

(개선점 및 학습지도상에 유의점)

(1) 이차부등식의 일반적인 모형을 보여주면서 정의하는 것이 바람직하다.

(2) 절대부등식에서 x에 대한 이차부등식를 예로 정의하였으면 모든 미지수라는 용어보다는 모든 x에 대하여 항상 성립하는 부등식.

(3) 절대부등식의 용어는 절대값이 포함된 부등식으로 상상할 가능성이 있어 절대부등식의 예는 반드시 필요하다.

11) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, p186

5. 통계

1) 산포도와 표준편차

오늘날 우리는 정보화 사회에 살고 있다. 현대 사회에서는 수많은 정보를 바탕으로 정확한 예측과 신속한 의사 결정이 성공의 관건이 된다. 따라서 정보를 바르게 처리하여 이용하는 통계적 지식이 절실히 요구된다.

실험, 측정, 여론조사 등을 동하여 수집된 자료들을 써서 전체 집단의 성질을 파악하는 과학적 이론을 기술 통계학이라고 한다. 기술 통계학에서는 자료의 수집, 정리, 도표화, 전체를 대표할 수치, 변동의 크기 등을 주로 다룬다.

어떤 집단에 속하는 변량들 전체를 대표하여 하나의 수치로 나타낼 때, 이 수를 대표값이라 한다. 대표값은 집단의 성질을 파악할 수 있는 특징을 가지고 있어야 한다. 중학교 1학년에서 배운 평균이나 앞 단원에서 배운 기하평균, 조화평균은 대표적인 대표값이다.

생활 주변에서도 대표값이 많이 사용되는 경우가 많다. 국민 소득이나 볼링의 애버리지 개념, 야구에서의 팀타율, 학교 중간 고사의 평균 점수 등이 그것이다.

특정 국가 국민의 평균 소득은 그 나라 국민들이 번 전체 소득을 국민들의 수로 나눈 값으로 그 나라 국민들의 소득을 대표하는 값이다. 이 평균 국민 소득은 국가 간의 부를 비교하는 데 긴요하게 사용된다.

그러나 이 평균으로서의 국민 소득은 그 나라 국민들의 다양한 소득을 하나의 수치로 나타내었다는 점에서 매우 중요한 값이지만 그 나라 국민들이 소득이 고루 분포되었는지 소득 차가 큰지를 나타내 주지는 못한다.

평균만으로는 한 집단의 수치적 정보의 전체적인 양상을 파악하기 어려운 경우가 많이 발생한다. 이 때, 한 집단의 수치적 정보가 흩어진 정도를 알아보면 그 집단의 전체적인 양상을 파악하기가 용이할 것이다.

자료가 흩어진 정도 즉, 산포도를 알아보려면 우선 어떤 값을 중심으로 각 자료가 얼마나 떨어져 있는지를 조사할 필요가 있다. 이 때 그 기준이 되는 값을 평균으로

잡는 것이 합리적이다. 왜냐하면, 평균은 전체 자료를 대표하는 값이기 때문이다.

통계에서는 각 자료가 평균과 떨어진 값 즉, (변량)-(평균)을 편차라 부르는데 이 편차의 합을 모두 합하면 각 자료들이 평균을 중심으로 떨어진 정도를 파악할 수 있다. 그러나 편차들의 합을 계산하면 각 편차가 (+)가 되는 것이 있고, (-)가 되는 것도 있어서 결국 0이 되므로, 자료가 흩어진 정도를 알아낼 수 없게 된다.

여기에 대한 대안으로 각 편차의 절대값을 합하는 방법과 각 편차의 제곱을 합하는 방법을 생각 할 수 있다. 앞의 방법을 써서 편차의 절대값의 합을 구한 다음 변량의 개수로 나눈 값을 평균편차라 하고, 뒤의 방법을 써서 편차의 제곱의 합을 구한 다음 변량의 개수로 나눈 값을 분산이라 하고 분산의 양의 제곱근의 값을 표준편차라고 한다[12].

통계에서 용어의 표현 방법의 차이점은 <표-10>과 같다

12) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, p240

<표-10> 통계에서 용어의 표현 방법의 차이점

용어	교재 기호	정의 내용	차이점
대표값	KR외5	자료전체의 특징을 하나의 수로 나타낸 것을 그 자료의 대표 값이라고 한다.	JH 평균을 이용한 정의
	JH	자료의 분포 상태를 하나의 수로 나타낼 때, 평균을 많이 쓴다. 이와 같이, 자료의 중심의 위치를 대표적으로 나타내는 값을 대표 값이라 한다.	
편차	KR	어떤 자료의 각 변량에서 평균을 뺀 값을 그 변량의 평균에 대한 편차라 한다.	KR 평균에 대한편차 DH외5 변량에 대한 편차
	DH, GH CE, JA JH	자료의 각 변량에서 평균을 뺀 값을 각 변량의 편차라 한다. (편차)=(변량)-(평균)	
	CS	어떤 자료가 있을 때, 평균과 자료 사이에 떨어져 있는 정도를 재기 위해서 각 변량에서 평균을 뺀 값을 구하는데 그 값을 그 변량의 편차라고 한다.	
산포도	KR, GH JH	변량들이 흩어져있는 정도를 나타내는 수를 산포도라 한다.	KR, GH, JH 기준 되는 수의 표현이 미흡함
	DH	산포의 정도를 하나의 수로 나타낸 값을 산포도라 한다.	
	JA, CS CE	자료 전체가 대표 값을 중심으로 흩어져 있는 정도를 하나의수로 나타낸 값을 산포도라고 한다.	DH 산포 용어 사용

<table>
<tr><th>용어</th><th>교재 기호</th><th>정의 내용</th><th>차이점</th></tr>
<tr><td rowspan="2">분산</td><td>KR외5</td><td>평균을 중심으로 각 변량들이 흩어져 있는 정도를 알기 위하여 각 편차의 제곱의 합을 전체 자료의 개수로 나눈 값 즉, 편차의 제곱의 평균을 분산이라 한다.</td><td rowspan="2">분산의 필요성과 정의</td></tr>
<tr><td>CS</td><td>각 편차의 제곱을 구하여 그것의 평균을 산포도로 이용한다. 이때, 각 편차의 제곱의 평균을 분산이라 하고, S^2으로 나타낸다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">표준편차</td><td>KR,GH JH,</td><td>분산의 음이 아닌 제곱근을 표준편차라 하고 S로 나타낸다.</td><td>음이 아닌 제곱근</td></tr>
<tr><td>DH, JA CE, CS</td><td>분산의 양의 제곱근을 표준편차라 하고, S로 나타낸다. 표준편차: $S=\sqrt{S^2}$</td><td>양의 제곱근</td></tr>
</table>

(개선점 및 유의점)

(1) JH는 대표값을 정의하는데 평균을 이용하여 자료의 중심자료의 중심의 위치를 대표적인 값을 대표값이라 정의하였으나 정의를 수용하는데 자료의 중심에 의구심을 갖게되고,

혹 대표값과 평균을 같은 수준으로 받아드릴 수 있어 “자료전체의 특징을 나타낸 수”로정의하는게 바람직하다.

(2) KR의 편차를 정의를 “변량의 평균에 대한 편차”를 “변량에 대한 편차”로 정의하는게 바람직하다.

(3) DH는 산포 정도를 사용하여 정의하였으나 산포의 용어를 다시 한번 설명이 필요하다.

(4) JH, GH는 분산의 필요성 설명과 함께 정의됨으로서 분산의 용어를 이해하는데 도움이 되나 정의를 분명히 하는데 도 강조하여야 한다.

(5) 확률과 통계 단원은 제6차 교육과정 현 중학교 수학 3학년교재에서 다루고 있는 통계 수준과 내용이 거의 비슷 하고 같은 정도의 용어가 정의 되여 있고 제7차 교육과정의 수학10-가의 내용은 단원만 크게 잡고 내용 및 분량은 중학과정 보다도 적어 고교 수준에서 단원의 명백만 유지하고 있는 것 같다.

따라서 학습할 내용이 너무 적은 분량에서는 교육과정에서 요구하는 있는 신문, 잡지 등 자료를 해석하기가 어렵고. 이 단원에 대한 교육내용이 적절성 연구가 필요하다.

(6) 평균편차와 표준편차 중에서 학생들은 굳이 표준편차보다는 평균편차가 더 합리적이고, 계산의 편리한 것처럼 보이나 일반적인 계산의 효율성을 생각하면 절대값이 없는 표준편차를 사용하는 것이 바람직하다는 믿음을 심어주어야 한다.

Ⅲ. 결 론 및 제 언

본 연구에서 제7차 교육과정에 따른 수학<10-가>단계형 수준별 교육과정의 특성을 고려하여 교과서 7종류를 비교 분석한 결과에 따르면 다음과 같은 차이점과 문제점을 가지고 있어 개 선 방안이 요구된다

1. 비교 교재 속에 용어는 공통으로 모든 교재 통일 되어있으나 서로 다른 방법으로 표현하 여 용어 정의에 대한 내용 설명은 어떤 교재냐에 따라 학생이 입장에서 이해정도가 차이가 난다. 따라서 지도교사는 각 교재마다 조금씩 다른 표현이라도 명확하게 간과하여 학생들에게 정 확한 정의를 지도 해야될 과제를 안고 있다.

2. 용어의 정의를 성질 또는 정리처럼 내용이 길어 학생들은 용어와 내용을 파악하는데 혼 란 스러워 하고, 용어 내용을 너무 긴 설명으로 인하여 복잡하고 오히려 실적인 정의내용보다는 예 또는 설명으로 주어진 문제 내용에만 집중하여 오히려 수학적인 사고력보다는 단순한 문제해결을 위한 노력하는 경향이 있다.

지금까지 일곱 차례에 걸쳐 교육과정이 변화에 따라 교재를 편집하여 왔지만 이와 같은 정의 방법은 거의 모든 교재에서 조금씩 차이는 있지만 개선하여야 할 부분이 있다.

3. 용어를 정의하는데 예를 이용하여 정의하는 경우는 수학을 학습하는데 매우 위험한 일이므로 수학적 개념을 이해하는데 직관적인 부분과 비직관적인 부분[13]이 있기 때문에 가능한 일반적으로 포괄적인 정의를 하고, 그 다음으로 이해를 돕기 위하여 직관적인 예를 드는 절차가 바람직하고, 예만 가지고 정의하면 비직관적인 부분은 전혀 사고하지 않는 학습이 된다. 따라서 용어의 정의는 정확하게 사용하고 쉽게 이해하기 위하여 간결하고 명확하게 정의 되야 할 것이다

4. 마지막으로 어려운 용어 "명제의 이(痍), 대우(對偶)"에 대한 어원을 보다 접근하기 쉽고, 이해하기 쉬운 용어로 바꿀 수 있는 단어를 찾는 과제를 제시하고 싶다.

---

13) 문무경(1992),"제5차 중학교 수학과 교육과정에 따른 용어상의문제점", 석사학위논문, 제주대학교 교육대학원, p40

참 고 문 헌

1) 이방수외 1인(2002) , 고등학교수학 10-가, 교사용지도서, (주)천재교육

2) 이강섭외 5인(2002), 고등학교 수학10-가, (주)지학사

3) 최상기외 3인(2002), 고등학교수학 10-가, (주)고려출판

4) 최봉대외 6인(2002), 고등학교 수학10-가, (주)중앙교육진흥연구소

5) 박두일외 8인(2002), 고등학교 수학10-가, (주)교학사

6) 박윤범외 4인(2002), 고등학교 수학10-가, 대한교과서(주)

7) 신현성외 1인(2002), 고등학교 수학10-가, (주)천재교육

8) 우정호외 3인(2002), 고등학교 수학10-가, 교사용지도서, 대한교과서(주)

9) 강옥기외 2인(2002), 중학교수학 8-가, 나, (주)두산

10)김연식외 1인(2001), 중학교수학3, (주)두산

11) 수학교육 제12집(1995), 제주도중등수학교육연구회

12) 문무경 (1992), "제5차 중학교수학과 교육과정에 따른 용어상의문제점연구", 석사학위논문, 제주대학교 교육대학원

13) 강태석 (1999) 남・북한 수학교과서의 내용체계 및 용어에 대한 비교 분석 석사학위논문 제주대학교 교육대학원

14) 수학용어집(1996), 대한수학회, 청문각

15) 제7차 수학과 교육과정 개정, http://www.edunet4u.net

<Abstract>

A Study on Problems of Mathematical Terminologies in the Seventh Curriculum Revision

- about the mathematics <10 - A> -

Oh, Pyung Bong

Mathematics Education Major
Graduate School of Education, Cheju National University
Jeju, Republic of Korea

Supervised by Professor Ko, Bong Soo

The purpose of this thesis is to analyze definitions about mathematical terminologies that are common among 7 kinds of high school mathematics books which are the seventh curriculum revision and compares to them whether those are to be easy understand or not in students' situation who are consumers of education. Furthermore, there is another purpose to give some help teachers and learners which are useful to find some differences among text books.

A byproduct of the result of this research is that a teacher must investigate the slight differences about mathematical definitions among several kinds of texts and should give precise definitions to his students even though those texts have different interpretations of mathematical definitions.