

Descriptor 시스템 모델링 및 극배치 제어기 설계

김정주* · 이준형* · 강진식**

Descriptor System Modelling and Controller Design by Pole-Placement

Jeong-Ju Kim*, Jun-Hyoung Lee* and Jin-Shig Kang**

ABSTRACT

Many of the engineering systems such as electrical circuits, communication networks, power systems, aerospace systems and singular systems can be modelled by a descriptor system which is similar to the state space representation of the system. In this paper, we present a control algorithm for the descriptor system by using eigenstructure assignment. When the number of poles of the system changed due to the parameters variation, the system can be modelled by two subsystems as the one is static system and the other is dynamic. And two systems are connected serially by the manner that the one system output is connected to the input of the other system. The controller presented in this paper, designed by eigenstructure assignment, can treats such a singular system easily. To show the suggested controller has a good feature, we apply the presented controller to the inverted pendulum system.

Key Words : Descriptor system, Singular system, Eigenstructure assignment

1. 서 론

실제로 자연에 존재하는 시스템을 모델링하면 대

부분 비선형 시스템(nonlinear system)에 속한다. 일반적으로 비선형 시스템의 경우에는 해석 및 제어가 쉽지 않다. 한편 선형시스템의 경우에는 이미 연구가 상당히 진척되어 있고 실제 적용에서도 좋은 결과를 보이고 있다. 이러한 선형시스템의 기존 연구 결과를 비선형 시스템에 적용하기 위해 비선형 시스템을 선형화 시키고, 선형시스템 제어방법을 이용하

* 제주대학교 대학원

Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

** 제주대학교 통신공학과 · 산업기술연구소

Dept. of Telecommunication Eng., Res. Insti. Ind. Tech. Cheju Nat'l Univ.

여 실제 시스템에 대한 제어를 행하고 있다¹⁾.

선형시스템제어방법 중의 하나가 고유구조(eigenstructure)를 이용한 극배치 제어이다. 고유값과 고유벡터는 시스템의 특성을 파악하고 제어시스템을 설계하는 데 유용한 정보를 지니고 있다. 만일, 시스템이 제어가능하고 관측 가능하다면 전 상태(full state)피드백이나 출력피드백을 통하여 극점의 전부 혹은 일부를 적당한 위치에 임의로 배치할 수 있고 고유벡터도 지정할 수 있는 장점을 갖는다²⁾.

비선형 시스템 제어는 대부분 선형화과정에 의하여 선형 상태공간 시스템으로 표현하고 선형 시스템 제어방법을 사용하고 있지만 선형화 과정에서의 오차, 물리 파라미터의 변화 등에 의하여 특이 시스템(singular system)이 되어버리는 경우가 많으며, 이러한 시스템을 표현하기 위한 방법으로 descriptor 표현이 사용되고 있다. 이 descriptor 시스템은 전기적인 회로망, 파워 시스템, 우주공학, 화학공정 등의 엔지니어링 시스템과 경제적, 생물학적 시스템 망 분석, 특이 시스템(singular system) 등을 모델링 할 때 이용되고 있다³⁻⁵⁾.

descriptor 시스템은 임펄스모드와 대수적인 시스템의 구속조건을 명백하게 묘사할 수 있고, 이러한 descriptor 시스템 이론은 실제적인 문제와 상태공간형을 기초로 한 제어이론 사이의 차를 없애주는 중요한 역할을 한다^{5,6)}.

본 논문에서는 비선형 시스템을 descriptor 시스템으로 선형화하고 동적상태를 나타내는 descriptor 시스템에 대하여 고유값과 고유벡터를 이용한 극배치 기법을 사용하여 상태피드백제어기를 설계한다. 제시된 제어방법의 타당성을 증명하기 위해 pendulum 시스템에 대한 시뮬레이션을 수행하고 일반형태인 상태공간 식의 극배치기법과 descriptor 시스템의 극배치기법에 대해 비교 분석한다.

II. Descriptor 시스템

2.1. Descriptor 시스템

비선형 시스템을 모델링 할 경우 descriptor 시스템 표현이 유용할 경우가 많이 있으며, 특히 동작영역의

변화에 대하여 선형화 된 극점수가 변할 경우에는 descriptor 시스템으로 표현하여야 한다. descriptor 시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$E\dot{x} = Ax + Bu \tag{1a}$$

$$y = Cx \tag{1b}$$

여기서 $x \in R^n$ 인 상태벡터, $u \in R^p$ 인 입력벡터, $y \in R^q$ 인 출력벡터이며, $E \in R^{n \times n}$ 인 descriptor 행렬, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times p}$, $C \in R^{q \times n}$ 이다. 식(1)의 시스템에 대한 전달함수는 라플라스 변환과 행렬 연산을 이용하여 구할 수 있다. 먼저 E 가 full rank 인 경우에는 식 (1)을 라플라스 변환하여 정리하면 전달함수는 다음과 같다.

$$G_D(s) = C(ES - A)^{-1}B \tag{2}$$

그러나 일반적인 비선형 시스템을 동작영역에서 선형화할 경우 E 가 full rank를 보장하지 않는다. E 의 rank가 $m < n$ 이라면 다음 식을 만족하는 unitary 행렬 T 가 존재한다.

$$TE = \begin{bmatrix} E_1 & : & 0 \\ \dots & & \dots \\ 0 & : & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

여기서 T 는 full rank 이며 $\|T\|_2 = 1$ 을 만족한다. 그리고 E_1 의 rank 는 m 이다. 이 경우에 시스템 동력학 식은 m 개의 동적 상태와 $n - m$ 개의 정적 상태를 갖는 시스템으로 표현할 수 있다. 식(1)의 양변에 T 를 곱하면

$$TE\dot{x} = TAx + TBu \tag{4}$$

식(4)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u \tag{5}$$

식(5)로부터 동적시스템과 정적시스템으로 분리하여 쓰면 다음과 같다.

$$E_1 \dot{x}_1 = \bar{A}_{11}x_1 + \bar{A}_{12}x_2 + \bar{B}_1u \quad (6a)$$

$$0 = \bar{A}_{21}x_1 + \bar{A}_{22}x_2 + \bar{B}_2u \quad (6b)$$

식(6a)는 동적 시스템이며 식(6b)는 정적시스템이다. 그리고 식(6b)로부터 \bar{A}_{22} 의 고유치가 허축상에 존재하지 않는다면 x_2 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} x_2 &= -\bar{A}_{22}^{-1}(\bar{A}_{21}x_1 + \bar{B}_2u) \\ &= -\bar{A}_{22}^{-1}\bar{A}_{21}x_1 - \bar{A}_{22}^{-1}\bar{B}_2u \end{aligned} \quad (7)$$

그리고 출력식은

$$\begin{aligned} y &= C_1x_1 + C_2x_2 \\ &= (C_1 - C_2\bar{A}_{22}^{-1}\bar{A}_{21})x_1 - C_2\bar{A}_{22}^{-1}\bar{B}_2u \end{aligned} \quad (8)$$

로 된다. 식(6a)와 식(7), (8)을 이용하여 동적 시스템의 전달함수를 구하면 다음과 같다.

$$G_{D1}(S) = \tilde{C}(SE_1 - \bar{A})^{-1}\bar{B} + \bar{D} \quad (9)$$

여기서

$$\tilde{C} = C_2\bar{A}_{22}^{-1}\bar{A}_{21} - C_1$$

$$\bar{A} = \bar{A}_{11} - \bar{A}_{12}\bar{A}_{22}^{-1}\bar{A}_{21}$$

$$\bar{B} = \bar{A}_{12}\bar{A}_{22}^{-1}\bar{B}_2$$

$$\bar{D} = -C_2\bar{A}_{22}^{-1}\bar{B}_2$$

이며, 이때 시스템의 특성 다항식은

$$\det(SE_1 - \bar{A}) = 0$$

로 되어 m 개의 극점을 갖는 시스템이 된다.

2.2. Descriptor 시스템의 극점

식(1)로 표현되는 descriptor 시스템에 대한 극배치 제어문제를 고찰하기 위하여 일반적인 동적 시스템에 대한 고유치, 고유벡터의 관계를 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_0x + B_0u \\ y &= C_0x \end{aligned} \quad (10)$$

식(10)의 시스템의 극점은 A_0 의 고유치와 같으며, 이때 A_0 행렬의 고유치행렬 Λ_0 와 고유벡터 행렬 V_0 는 다음 식을 만족한다.

$$A_0V_0 = V_0\Lambda_0 \quad (11)$$

따라서 식(1)의 시스템은 E 가 full rank 라면 식(1a)의 양변에 E 의 역행렬을 곱하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= E^{-1}Ax + E^{-1}Bu \\ &\triangleq A_0x + B_0u \end{aligned} \quad (12)$$

이때 A_0 의 고유치가 시스템의 극점이 되므로 식(1)의 descriptor 시스템의 극점은 $E^{-1}A$ 의 고유치가 시스템의 극점임을 알 수 있다. 그리고 E 의 rank가 m 일 때 식(10)의 동역학식은

$$E_1\dot{x} = \bar{A}x_1 + \bar{B}u \quad (13a)$$

$$y = \bar{C}x_1 + \bar{D}u \quad (13b)$$

로 됨을 알 수 있다. 식(13)의 시스템의 극점은 $E_1^{-1}\bar{A}$ 의 극점이 된다.

2.3. 극배치 제어문제 - E 가 full rank인 경우

식(1)의 시스템에 대하여 상태되먹임의 한 극배치 제어를 고찰하기 위하여 상태되먹임 제어신호를

$$u = -Fx \quad (14)$$

라 하자. 이때 페루프 동역학식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E\dot{x} &= (A - BF)x \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (15)$$

식(15)로 표현되는 페루프 시스템의 극점은 $E^{-1}(A - BF)$ 의 고유치와 같다. 따라서 descriptor

시스템에 대한 고유치와 고유벡터의 관계식은

$$(A - BF)V = EV\lambda \quad (16)$$

이다. 식(16)을 F에 대하여 풀면 다음과 같다.

$$F = B^+(A - EV\lambda V^{-1}) \quad (17)$$

여기서 B^+ 는 pseudo-inverse행렬로 다음과 같이 정의된다.

$$B^+ = (B^T B)^{-1} B^T$$

[제어기설계문제 1] 원하는 고유치 λ^d 에 대하여 식(16)을 만족하는 가능한 고유벡터행렬 V^d 와 제어이득 F를 구한다.

이 설계 문제에 대한 해는 식(17)로 되지만 고유벡터 V^d 는 입력행렬 B와 B의 rank수에 의하여 정하여지며 따라서 식(17)에 대한 자세한 해는 III장에서 다룬다.

2.4. 극배치 제어문제 - E의 rank가 $m < n$ 인 경우

E의 rank가 $m < n$ 인 경우 동역학식은 식(13a), 식(13b)와 같다. 따라서 상태되먹임 제어를 $u = -\tilde{F}x_1$ 라면 페루프 동역학 식은

$$\begin{aligned} E_1 \dot{x}_1 &= \tilde{A}x_1 - \tilde{B}\tilde{F}x_1 \\ y &= (\tilde{C} - \tilde{D}\tilde{F})x_1 \end{aligned} \quad (18)$$

이다. 식(18)의 descriptor 시스템에 대한 고유치, 고유벡터관계는 다음과 같다.

$$(\tilde{A} - \tilde{B}\tilde{F})\tilde{V} = E_1 \tilde{V}\lambda \quad (19)$$

이때 \tilde{F} 는

$$\tilde{F} = \tilde{B} + (\tilde{A} - E_1 \tilde{V}\lambda \tilde{V}^{-1}) \quad (20)$$

이다. E의 rank가 $m < n$ 인 경우 descriptor 시스템에 대한 극배치 제어기 설계문제는 다음과 같이 서술된다.

[제어기 설계문제 2] m개의 원하는 고유치행렬 λ^d 에 대하여 식(19)를 만족하는 제어이득행렬 \tilde{F} 와 \tilde{V}^d 를 구한다.

이 경우에 대한 해 역시 식(20)으로 표현되지만 고유벡터 \tilde{V}^d 의 설정 및 제어이득 계산에 대한 자세한 논의는 III-2에서 다룬다.

III. Descriptor 시스템에 대한 극배치 제어기 설계

이 장에서는 descriptor 시스템에 대한 극배치 제어를 E의 rank가 n인 경우와, $m < n$ 인 경우에 대하여 알고리즘을 제시한다.

3.1. 제어기 설계 알고리즘 - E가 full rank인 경우

극배치 제어문제의 일반적인 해를 구하기 위하여 상태벡터 x와 제어벡터 u를 다음과 같이 모드형태로 표시하자.

$$\begin{aligned} x &= v_i e^{\lambda_i t} \\ u &= u_i e^{\lambda_i t} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 λ_i 는 i번째 고유치, v_i 는 i번째 고유치에 대한 고유벡터, 그리고 u_i 는 i번째 고유치에 대한 제어 방향 벡터이다 식(21)을 식(1)의 descriptor 시스템에 대입하여 정리하면 다음과 같은 일반화된 고유치 문제가 된다.

$$\begin{bmatrix} E\lambda_i - A & -B \\ F & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ u_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

식(22)로부터 고유벡터 v_i 와 제어 방향벡터 u_i 는 다음식을 만족해야 한다.

$$v_i = [\lambda_i E - A]^{-1} B u_i \quad (23)$$

따라서 페루프 고유벡터 v_i 는 임의로 지정될 수 없

고, $(n \times p)$ 행렬 $(\lambda_i E - A)^{-1}B$ 의 열벡터에 의하여 펼쳐지는 R^p 부분공간에 속해야 한다. 그리고 식 (22)의 두 번째 행 연산으로부터 제어이득 행렬 F 와 고유벡터 v_i , 제어벡터 u_i 는 다음을 만족함을 알 수 있다.

$$Fv_i + u_i = 0 \quad (24)$$

지정 가능한 모든 고유벡터에 대하여 식(24)를 확장하면

$$FV_1 + U_1 = 0$$

이다. 따라서 제어이득행렬 F 는

$$F = -U_1 V_1^+ \quad (25)$$

임을 알 수 있다. 여기서 V_1^+ 는 지정 가능한 고유벡터 V_1 의 가역행렬이다. 그리고 식(17)과 식(25)로부터

$$U_1 = B^+(E V_1 \lambda - A V) \quad (26)$$

임을 알 수 있다. descriptor 행렬 F 가 full rank인 경우 극배치에 의한 제어기 설계알고리즘은 식(17)과 식(23), 식(25), 식(26)으로부터 다음과 같이 된다.

[알고리즘]

- step1. 페루프극점 위치를 선정한다.
- step2. 각 고유치에 대하여 식(23)을 만족하는 고유벡터 v_i 와 제어방향벡터 u_i 를 선정 한다.
- step3. 식(25)로부터 제어이득행렬 F 를 구한다.

3.2. 제어기 설계 알고리즘 - E의 rank가 $m < n$ 인 경우

descriptor 행렬 E 의 rank가 $m < n$ 인 경우 시스템을 m 개의 동적모드와 $n-m$ 개의 정적모드로 구성되며 이때 동역학식은 식(18)과 같다. 따라서 극배치 제어는 m 개의 동적모드에 대하여 행하여지며, 상태벡터와 제어벡터를 모드형식으로 표현하면 다음과 같다.

$$x = \tilde{v}_i e^{\lambda_i t} \quad (27a)$$

$$u = \tilde{u}_i e^{\lambda_i t} \quad (27b)$$

식(27a), (27b)를 식(16)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} E_1 \lambda_i - \tilde{A} & -\tilde{B} \\ \tilde{F} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_i \\ \tilde{u}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

식(28)로부터 다음 식이 성립함을 알 수 있다.

$$[\lambda_i E_1 - \tilde{A}] \tilde{v}_i = \tilde{B} u_i \quad (29a)$$

$$\tilde{F} \tilde{v}_i = -\tilde{u}_i \quad (29b)$$

식(29b)를 모든 지정 가능한 고유벡터에 대하여 확장하면 다음식을 만족한다.

$$\tilde{F} \tilde{V}_1 = -\tilde{U}_1$$

그리고 식(20)과 식(29b)로부터 제어벡터 \tilde{u}_i 는

$$\tilde{U}_1 = \tilde{B}^+ (\tilde{A} \tilde{V}_1 - E_1 \tilde{V}_1 \lambda)$$

따라서 제어입력행렬은

$$\tilde{F} = -\tilde{U}_1 \tilde{V}_1^+ \quad (30)$$

이다.

[알고리즘]

- step1. 페루프극점 위치를 선정한다.
- step2. 식(29a)를 만족하는 \tilde{u}_i, \tilde{v}_i 를 선정한다.
- step3. 식(30)으로부터 제어이득행렬 계산한다.

IV. 시뮬레이션

비선형시스템인 Pendulum 시스템을 고려하자. 수레의 질량 (M)=5 slugs
막대길이 (l)=2 ft
막대질량 (m)=3 slugs

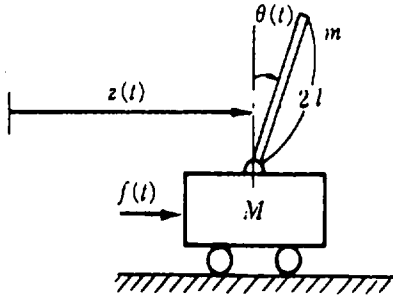


Fig. 1 Inverted pendulum system

중력상수 (g) = 32.2 ft/sec²

막대의 관성모멘트 $J = \frac{1}{3} ml^2$, $\delta\theta(t)$ 와 $\delta\dot{\theta}(t)$ 의 단위는 각각 radian 과 rad/sec이다. 플랜트의 제어 입력은 $f(t)$, 출력은 수레의 속도 $\dot{z}(t)$ 로 한다. 상태 피드백 제어법칙을 사용한다면 제어입력 $f(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(t) = -k_1 \delta z(t) - k_2 \delta \dot{z}(t) - k_3 \delta \theta(t) - k_4 \delta \dot{\theta}(t) + k_1 r(t) \quad (31)$$

여기서 $r(t)$ 는 기준속도이다.

시스템의 동적 방정식을 유도하기 위하여 Newtonian 역학 접근법을 이용한다. 시스템의 자유물체도는 Fig. 2와 같다. 여기서 $H(t)$ 와 $V(t)$ 는 수평 반력과 수직 반력이다. 막대와 수레에서 고려한 수평 및 수직 방향의 운동방정식은 다음과 같다.

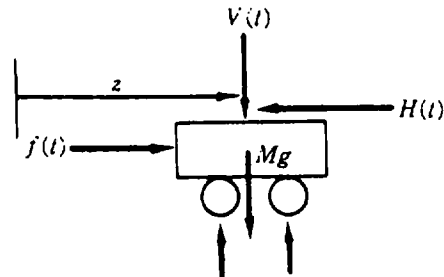
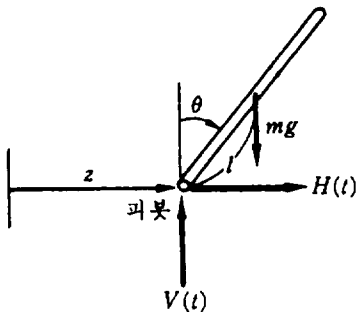


Fig. 2 Schematic using newtonian dynamics approximation method

$$m \frac{d^2}{dt^2} [z(t) + l \sin \theta(t)] = H(t) \quad (32)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} [l \cos \theta(t)] = V(t) - mg \quad (33)$$

$$J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} = lV(t) \sin \theta(t) - lH(t) \cos \theta(t) \quad (34)$$

$$M \frac{d^2 z(t)}{dt^2} = -H(t) + f(t) \quad (35)$$

위 식들을 정리하면 다음과 같은 시스템의 비선형 동적 방정식이 유도된다.

$$(M + m) \ddot{z}(t) + ml \ddot{\theta}(t) \cos \theta(t) - ml \dot{\theta}^2 \sin \theta(t) = f(t) \quad (36)$$

$$\frac{4}{3} ml^2 \ddot{\theta}(t) + ml \ddot{z}(t) \cos \theta(t) - mgl \sin \theta(t) = 0 \quad (37)$$

평형상태 ($\theta = \dot{\theta} = z = f = 0$, $z = z_0$)에서 다음과 같은 편차를 고려한다.

$$\theta(t) = \theta_0 + \delta\theta(t) = \delta\theta(t),$$

$$\dot{\theta}(t) = \delta\dot{\theta}(t), \quad \ddot{\theta}(t) = \delta\ddot{\theta}(t)$$

$$z(t) = z_0 + \delta z(t) = \delta z(t),$$

$$\dot{z}(t) = \delta\dot{z}(t), \quad \ddot{z}(t) = \delta\ddot{z}(t)$$

$$f(t) = f_0 + \delta f(t) = \delta f(t)$$

그리고 θ 가 작다는 가정 아래서 $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$ 을 이용하여 다음과 같은 선형화된 동적 방정식을 유도할 수 있다.

$$(M+m)\delta\ddot{z}(t) + ml\delta\ddot{\theta}(t) = \delta f(t) \quad (38)$$

$$ml\delta\ddot{z}(t) + \frac{4}{3}ml^2\delta\ddot{\theta}(t) - mgl\delta\theta(t) = 0 \quad (39)$$

또는

$$\delta\ddot{z}(t) = \frac{-3mg}{m+4M}\delta\theta(t) + \frac{4}{m+4M}\delta f(t) \quad (40)$$

$$\delta\ddot{\theta}(t) = \frac{3(m+4M)g}{l(m+4M)}\delta\theta(t) - \frac{3}{l(m+4M)}\delta f(t) \quad (41)$$

4.1. 상태공간표현

식(40)과 식(41)에서 상태변수 $x_1(t) = \delta z(t)$, $x_2(t) = \delta \dot{z}(t)$, $x_3 = \delta\theta(t)$, $x_4(t) = \delta\dot{\theta}(t)$ 라 두고 입력변수 $u(t) = \delta f(t)$ 로 선정하면 선형화된 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (42)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-3mg}{m+4M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3(m+4M)g}{l(m+4M)} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{4}{m+4M} \\ 0 \\ \frac{-3}{l(m+4M)} \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

주어진 값을 대입하면 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -12.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 16.8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1739 \\ 0 \\ -0.0652 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

4.2. Descriptor 시스템 표현

식(38)과 식(39)의 식에서 상태변수 $x_1(t) = \delta z(t)$, $x_2(t) = \delta \dot{z}(t)$, $x_3 = \delta\theta(t)$, $x_4(t) = \delta\dot{\theta}(t)$ 라 두고 입력변수 $u(t) = \delta f(t)$ 라 하면 descriptor 형식으로 선형화된 상태 방정식은 다음과 같다.

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (43)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

여기서

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m+M & 0 & ml \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & ml & 0 & \frac{4}{3}ml^2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & mg/l & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T, \quad C = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

4.3. 극배치 제어기 설계 및 고찰

바람직한 페루프 극점위치를 $P = [-3 \pm j3.5, -5, -3]$ 으로 선택했을 경우 일반적인 시스템 표현에서의 상태되먹임 제어이득은

$$F = [-151.8 \ -123.8 \ -1954.2 \ -544.8]$$

이며 descriptor 표현에서의 상태 되먹임 제어이득은 다음과 같다.

$$f = [-161.7 \ -131.9 \ -2477.8 \ -696.4]$$

이때 일반적인 시스템 표현에서의 극배치 상태되먹임 제어와 descriptor 시스템에 대한 극배치 상태되먹임 제어에 대한 시뮬레이션 결과를 Fig. 3, 4, 5, 6과 같이 보였다.

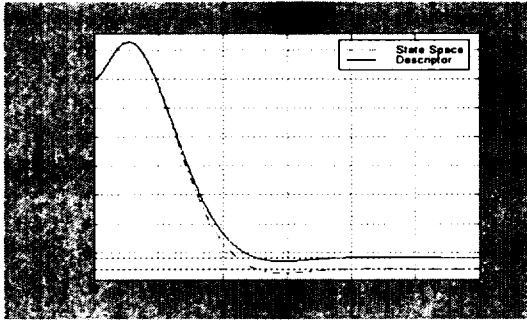


Fig. 3 The position of the cart

Fig. 3은 수레의 위치에 대한 응답을 나타낸다. 입력 f 을 가했을 때 시간에 대한 수레의 위치는 상태공간표현 식보다 descriptor 시스템 방법에 의한 응답속도가 빠르다는 것을 알 수 있다. Fig. 4는 수레의 속도에 관한 응답특성이다. 상태공간표현방법보다 descriptor 시스템 표현 형태의 오버슈트 특성이 약간 작아지는 것을 알 수 있다. Fig. 5는 각위치에 대한 응답특성이다. 정착시간은 약 2초로서 비슷한 특성을 나타내지만 descriptor 시스템의 오버슈트가 작다는 것을 알 수 있다. Fig. 6은 각속도에 대한 응답이다. 이 각속도에 대한 응답도 오버슈트 면에서 descriptor 시스템을 이용한 방법이 더 낫다는 것을 알 수 있다. 즉, 페루프 시스템의 상태변수는 페루프

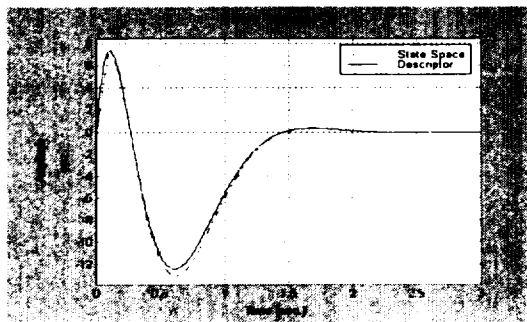


Fig. 4 The velocity of the cart

극점 $P = [-3 \pm j3.5, -5, -3]$ 에 의하여 경감쇠로 진동하며 정상상태에 도달하게 된다. 서로 비교하여 나타난 응답특성을 보면 이는 원래의 일반적인 상태공간형태의 극배치 제어보다 descriptor 시스템의 극배치 제어를 이용했을 때가 응답속도가 빠르고 감쇠효과가 더 낫다는 것을 알 수 있다.

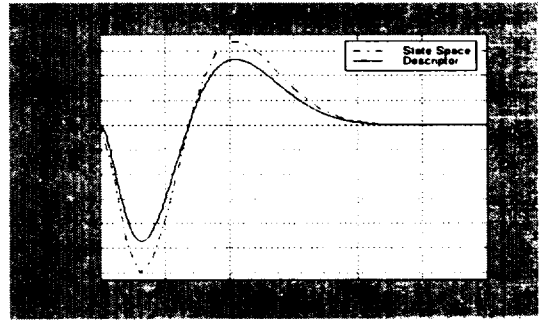


Fig. 5 The angular displacement of the pendulum

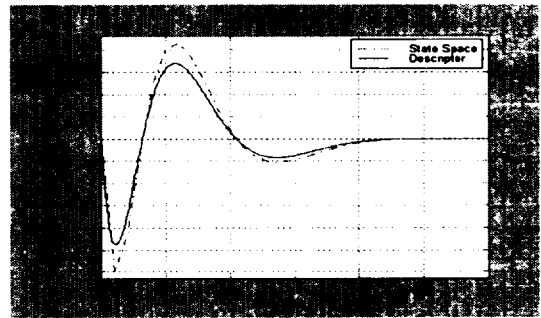


Fig. 6 The angular velocity of the pendulum

V. 결론

본 논문에서는 비선형 시스템을 제어하기 위해 singular system인 경우 사용되는 descriptor 시스템의 구조를 이용하였다. 고유값과 고유벡터 구조특성을 이용하여 descriptor 시스템의 극배치 제어 알고리즘을 제시하였다. 일반적인 상태공간 표현에서의 알고리즘과 동일한 계산 과정으로 descriptor 시스템의 제어를 설계할 수 있으며, 특히 특이 모드를 포

함하는 시스템에 대해서도 적용될 수 있음을 보였다. 또한 시뮬레이션을 통하여 제시된 알고리즘의 타당성을 입증하였다.

고유구조를 이용한 설계방법은 공칭안정도와 시간역 성능을 매우 조직적이며 명확하게 언급할 수 있고, 제어 및 출력방향을 임의로 지정할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 그러나 이 설계방법은 안정도-강인성 문제와 명령추종, 외란제거 등과 같은 주파수역 성능을 직접 설계시에는 반영할 수 없다. 따라서 향후 연구 과제로는 강인성문제와 주파수대역 성능에 따른 고찰이 필요하다.

참고문헌

- 1) 변증남, 1999, 선형시스템이론, 교보문고, 서울, pp. 434~445.
- 2) 김종식, 1998, 선형제어시스템공학, 청문각, 서울, pp. 1~398.
- 3) Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A.J. and Chilali, M. 1995, *LMI Control Toolbox*, The Math Works Inc.
- 4) Ardema, M.D., 1983, *Singular Perturbations In Systems And Control*, Springer Verlag, pp. 1~17.
- 5) Tang, H. and Okubo, S., 1996, The model following control systems for descriptor system, *Proc. of the 11th KACC*, pp. 372~375.
- 6) Dai, L., 1989, *Singular Control Systems*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer Verlag.
- 7) Ikedia, M., 1985, The system theory based on descriptor from representation, *J. of the Society of Instrument and Control Engineers*, pp. 597~604.
- 8) Lewis, F.L., 1986, A survey of linear singular systems, *Circuit Systems signal process*, pp. 3~36.
- 9) 강진식, 1997, 극배치를 이용한 ALPD 시스템의 제어기 설계, 제주대학교 산업기술연구소 논문집 Vol.8, No.1, pp. 67~75.