

## Sinc 기저함수를 이용한 CGFFT의 수렴률 개선

이기태\*, 김장형\*\*, 장재성\*\*\*

### Improving the Convergence Rate of the Conjugate Gradient FFT Using Sinc Basis Functions

Gi-Tae Lee\*, Jang-Hyung Kim\*\* and Jae-Seong Chang\*\*\*

#### ABSTRACT

The current induced on a perfectly conducting strip excited by incident fields which are transverse magnetic (TM) wave or transverse electric (TE) wave to the strip axis are solved by three methods. The one is analytic and the others are numerical method; SIT (Spectral Iteration Technique), CGFFT (Conjugate Gradient Fast Fourier Transform). It is estimated accuracy of current values, as that are compared results of the analytic method with that of the numerical methods.

The procedure involves the incorporation of subdomain basis functions associated with the current representation of a conducting strip. It is shown that significant improvements are achieved in the convergences of the CGFFT method when using sinc basis functions.

#### I. 서 론

전자파 산란 현상을 나타내는 경계 조건식은 대부분 컨벌루션 적분을 포함하고 있다. 이 적분의 해를 구하는 방법으로는 크게 두가지 형태로 구분된다. 하나의 방법은 공간 영역에서 표현되는

적분방정식의 Green 함수를 근사시켜 구하는 방법이고, 다른 방법은 공간 영역에서의 적분방정식을 Fourier 변환하여 변환영역에서 대수적 형태로 표현된 식의 해를 구하여 다시 Fourier 역변환하여 해를 구하는 방법이 있다. 공간 영역에서 해를 구하는 대표적 방법인 모멘트 법은 Green 함수를

\* 대학원 통신공학과

\*\* 공과대학 정보공학과

\*\*\* 공과대학 통신공학과

Hankel함수로 근사화하여 행렬식으로 표현하여 해를 구한다.<sup>(1)</sup> 이 모멘트 법은, 해를 구하기 위해 복소 행렬의 역 행렬을 구해야 함으로 많은 컴퓨터 기억 용량을 필요로 한다. Butler는 Chebyshev 다항급수와 스트립 가장자리에서 전류특성을 나타내는 무게함수들을 이용하여 공간영역에서 해석적 방법으로 전류를 표현하였다.<sup>(2)</sup> Fourier변환 영역에서 해를 구하는 방법으로는 SIT (Spectral Iteration Technique), CGFFT (Conjugate Gradient Fast Fourier Transform) 등이 있다. Ko와 Mittra는 공간 영역에서의 적분 방정식을 Fourier 변환영역으로 변환하여 전류밀도 함수항과 Green 함수항의 곱으로 표현하고 GTD (Geometrical Theory of Diffraction)로부터 산란 파식을 유도하여 전류값을 결정하는 SIT법을 제시하였다.<sup>(3)(4)</sup> Kastner와 Mittra는 이 이론을 발전시켜 원통형 산란 물체에 SIT를 이용하여 전류분포를 계산하였으며,<sup>(5)</sup> Bokhari와 BalakrishNan은 선형 안테나와 사각 평판에서의 전류밀도를 SIT법으로 구했다.<sup>(6)</sup> Fourier변환하여 해를 구하는 또하나의 방법인 CGFFT는 Sarkar에 의해 제시되었으며 미지수가 N일때 CG (Conjugate Gradient) 법과 모멘트법은  $N^3$ 의 계산 시간이 필요하나 이 방법은  $4N(1+\log_2 N)$  계산 시간이 소요되므로 경제적이다.<sup>(7)(8)(9)</sup>

도체스트립에서의 전류분포에 대한 해석은 여러 사람에게 의해 수행되어져 왔다. 해석적 방법으로 전류 분포를 구한 Butler는 파수와 스트립 반폭의 곱이 1보다 작은 경우에 Chebushev 다항식을 이용하여 급수형태의 전류값을 구하였다. Mittra는 SIT법으로 스트립폭이 큰 경우를 해석하였으나 스트립폭에 따라 적분방정식의 Green함수에 포함된 eigen value값이 달라지므로 각각의 경우에 수렴하는 전체의 구간수와 스트립을 분할한 수를 달리

해야만 한다. 또한 Fourier변환 할 때마다 이용되는 FFT에 의한 오차가 존재한다. Sakar는 산란 물체를 여러 형태로 선택하여 CGFFT로 해석하였다.<sup>(10)</sup> 이 방법은 적분방정식을 변환영역에서 표현하고 CG법을 적용하여서 해를 구하는 방법이다. CGFFT도 SIT와 같이 Fourier변환을 사용함으로 FFT오차가 생길 수 있다. 이를 극복하기 위해 표본화한 수의 두배 이상을 전체의 구간수 N으로 함으로써 오차를 줄일 수 있다.

CGFFT에서는 수렴률을 나타내는 식은 입사파와 수치 계산하여 얻은파의 차이를 입사파의 크기로 정규화하여 나타내는데 일반적으로 수렴률 값이  $10^{-4}$  이하로 될 때 최적해를 구할 수 있다. 따라서 구하고자 하는 해의 정확성과 효율적인 계산을 하기 위해서 미지의 전류분포를 나타내는 적절한 기저 함수를 선정하는 것은 매우 중요하다.

이 논문에서는 도체스트립폭이 0.25465λ일 때, Butler의 해석적 방법과 Mittra의 SIT 및 Sakar의 CGFFT를 이용하여 도체 스트립에 유기된 전류분포를 구한다. 또한 도체스트립폭이 1.273λ일 때 SIT와 CGFFT방법에 델타함수, PWC (Piecwise constant), PWS (Piecwise sinusoidal) 함수들과 같은 기저함수들을 적용하여 수렴률 값들을 비교 분석하여 최적의 전류 분포 값들을 구한다.

## II. 전류표현 식

그림 1에서 z방향으로 무한히 긴 도체 스트립에 평면 TM파나 TE파가 입사되고 있다. 파의 진행 방향과 y축이 이루는 각도는  $\phi_0$ 이고, 관찰점과 축이 이루는 각도는  $\phi$ , 스트립폭 D는 2W이다. 입사파가 TM일때 전체의 성분은 z방향이고 자계는 x방향과 y방향이다. 또한 TE파 일때는 전체의 성분

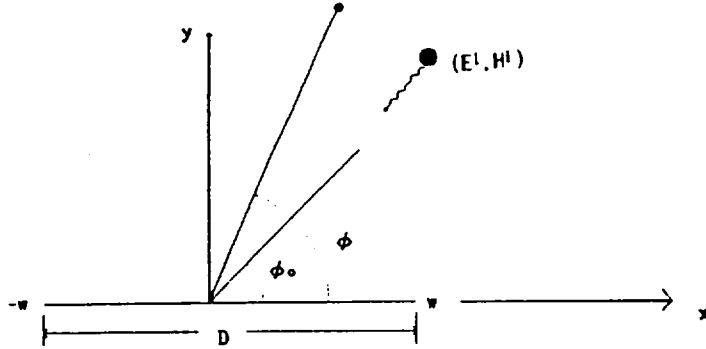


Fig. 1. Cross sectional view of conducting strip.

은 x방향과 y방향이고 자계의 성분은 x방향이다. 도체 표면에서의 성분은 x와 z성분이지만 도체 스트립이므로 x방향 성분만을 평가하면 된다.

### II-1. TM전파

입사파가 TM파이므로 전계의 성분은 z방향 성분만 가짐으로 다음식으로 주어진다.

$$E_z^i(\rho, \phi_0) = e^{jk(x\cos\phi_0 + y\sin\phi_0)}, \quad -w \leq x \leq w \quad (1)$$

여기서 k는 자유공간에서의 파수이다. y=0인 도체면에 유기된 전류에 의해 만들어지는 산란파는 다음과 같다.

$$E_z^s(x) = j\omega\mu_0 \int_{-w}^w J_z(x') G(x-x') dx', \quad -w \leq x \leq w \quad (2)$$

이 식에서  $\mu_0$ 는 자유공간에서의 투자율,  $J_z$ 는 도체 스트립에 유기된 z방향전류,  $x'$ 은 관찰점에서 x좌표를 나타낸다. 식 (1)과 (2)로부터 경계조건은 다음식으로 주어진다.

$$-E_z^i(x) = j\omega\mu_0 \int_{-w}^w J_z(x') G(x-x') dx', \quad -w \leq x \leq w \quad (3)$$

이 식으로부터 전류  $J_z$ 를 서론에서 언급한 세가지 방법으로 구한다.

첫번째로 해석적 방법에서 식 (3)은 Butler에 의해<sup>(2)</sup>

$$-j \frac{k\eta}{2\pi} \left\{ \int_{-w}^w J_z(x') \ln|x-x'| dx' + (C + \ln \frac{k}{2}) \int_{-w}^w J_z(x') dx' \right\} = E_z^i(x), \quad -w \leq x \leq w \quad (4)$$

이 되고  $\eta$ 는 자유공간에서의 고유저항이며 Chebyshev다항식  $T_n$ 을 이용한 전류에 대한 표현식은 다음과 같다.

$$j_z(x) = [1 - (x/w)^2]^{-1/2} \left[ \frac{\gamma_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n T_n(x/w) \right] \quad (5)$$

여기서  $\gamma_0$ 와  $\gamma_n$ 은 경계조건식 (4)를 다항식  $T_n$ 으로 확장하여 구해지는 계수들이다.

두번째로 Truncation operator  $\theta$ 를 정의하여 얻어지는 식은

$$\int_{-\infty}^{+\infty} J_z(x') G(x-x') dx' = \theta \left[ -\frac{1}{j\omega\mu_0} E_z^i(x) \right] + F_1(x) + F_2(x) \quad (6)$$

이며 이 식을 Fourier 변환하여 표현된  $\tilde{F}_1(x)$ ,  $\tilde{F}_2(x)$ 는 GTD에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$\tilde{F}_1(\alpha) = \frac{j}{2} \left[ \frac{e^{jk\omega \cos \phi_0} \sqrt{8k \sin \frac{\phi_0}{2}}}{(\alpha + k \cos \phi_0) \sqrt{\alpha + k}} - \frac{je^{j\alpha(w + k \cos \phi_0)}}{(\alpha + k \cos \phi_0)} \right] \quad (7)$$

$$\tilde{F}_2(\alpha) = -\frac{j}{2} \left[ \frac{e^{-jk\omega \cos \phi_0} \sqrt{8k \cos \frac{\phi_0}{2}}}{(\alpha + k \cos \phi_0) \sqrt{k - \alpha}} + \frac{je^{-j\alpha(w + k \cos \phi_0)}}{(\alpha + k \cos \phi_0)} \right]$$

식(6)을 Fourier 변환하여 식(7)을 대입하여, 반복 계산식으로 표현하면 다음식이 된다.

$$\tilde{J}_2^{(n+1)} = F \left[ \theta \left[ F^{-1} \left[ \frac{[-\frac{1}{j\omega \mu_0} E_z^i(x)] + \tilde{F}_1(\alpha) + \tilde{F}_2(\alpha)}{\tilde{G}(\alpha)} \right] \right] \right] \quad (8)$$

여기서, F, F<sup>-1</sup>는 각각 Fourier 변환과 역변환을 나타내며 x에 대응하여 변환영역에서의 변수를  $\alpha$ 로 한다. 또한 반복횟수는 n으로 나타낸다.

세번째 CG법에서 적용할 수 있는 경계조건식을 표현한다.

식(3)에서 Green함수는

$$\tilde{G}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} H_0^{(1)}(k|x|) e^{-j\alpha x} dx = \frac{1}{2\sqrt{k^2 - \alpha^2}} \quad (9)$$

이므로 간단히 식(3)을 표현하면

$$AJ = Y \quad (10)$$

로 되고,  $Y = E_z^i$  이고 A는 미적분연산자이다. 이 식의 해를 찾기 위해 CG법을 적용한다.

초기전류  $J_0$ 를 가정하면

$$P_0 = -b_{-1} A^* R_0 = -b_{-1} A^* (AJ_0 - Y) \quad (11)$$

이며, 여기서 A\*는 A의 adjoint 연산자이며, 다음과 같이 내적으로 정의된다.

$$\langle AU, V \rangle = \langle U, A^*V \rangle \quad (12)$$

CG법에 의해 n번째 반복식들은 다음과 같다.

$$t_n = \frac{1}{\|AP_n\|^2} \quad (13)$$

$$J^{n+1} = J_n + t_n P_{nm} \quad (14)$$

$$R_{n+1} = R_n + t_n AP_n \quad (15)$$

$$b_n = \frac{1}{\|A^*R_{n+1}\|^2} \quad (16)$$

$$P_{n+1} = P_n - b_n A^* R_{n+1} \quad (17)$$

식(8)과 (10)에서 norm은 다음과 같이 정의된다.

$$\|b\|^2 = \langle b, b \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} b(z) \bar{b}(z) dz \quad (18)$$

이 식에서  $\bar{b}$ 는 b의 공액복소수이며 adjoint한 연산자 A\*는

$$A^*J = \int_{-\infty}^{\infty} J(x) G(x, x') dx \quad (19)$$

이 된다.

반복 계산은 다음과 같은 수렴률 식이 만족될 때까지 계속된다.

$$\frac{\|AJ - Y\|}{\|Y\|} \leq 10^{-4} \quad (20)$$

## II-2. TE파

입사 전계식은 x, y성분을 포함하고 있으나 x성

분만을 표현하면 다음식이 된다.

$$E_x^i = \eta \sin \phi_0 e^{-jkx \cos \phi_0} \quad (21)$$

또한  $y=0$ 인 도체 표면에 유기된 전류에 의해 만들어진  $x$ 성분의 산란파는

$$E_x^s(x) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left[ \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right] \int_{-w}^w J_z(x') G(x-x') dx', \quad -w \leq x \leq w \quad (22)$$

이며, Kernel  $G$ 는 자유공간에서의 2차원 Green 함수로서 Hankel함수로 표현할 수 있다.

$$G(x-x') = \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(k|x-x'|) \quad (23)$$

여기서  $H_0^{(2)}$ 는 차수가 0인 2종 Hankel를 나타낸다. 스트림위의 경계 조건식으로부터 다음식을 얻는다.

$$-E_x^i(x) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \frac{d^2}{dx^2} + k^2 \right] \int_{-w}^w J_x(x') G(x-x') dx', \quad -w \leq x \leq w \quad (24)$$

또한 Green함수의 Fourier변환

$$\begin{aligned} \bar{G}(\alpha) &= \int \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(k|x-x'|) e^{-j\alpha x} dx \\ &= \frac{j}{2\sqrt{k^2 - \alpha^2}} \end{aligned} \quad (25)$$

이 된다.

해석적 방법에 의해 식(23)은 다음식으로 된다.

$$E_x^i(x) = -j \frac{\eta}{2\pi k} \frac{d^2}{dx^2} \int_{-w}^w J_z(x') \ln|x-x'| dx', \quad -w \leq x \leq w \quad (26)$$

따라서 Chebyshev다항식  $U_n$ 을 이용한 전류는 다음식으로 얻어진다.

$$J_x(x) = [1 - (x/w)^2]^{1/2} \sum_{n=0}^{\infty} r_n' U_n(x/w) \quad (27)$$

여기서  $r_n'$ 은 경계조건식(25)를 2종 Chebyshev다항식으로 확장하여 구해지는 계수들이다.

### II-3. PWC와 PWS 기저함수

전자파 산란 문제를 수치적으로 계산하는데 꼭 필요한 과정은 기저 함수를 선정하는 것이다. 산란 물체에 유기되는 전류 분포와 비슷한 형태의 함수로 기저 함수를 선정하면 효율적으로 해를 계산할 수 있으며 수치계산으로 구한 해의 오차를 줄일 수 있다. 기저함수는 크게 전영역에서 같은 형태의 식을 갖는 함수와 일정 구간에서만 연속인 함수로 구분할 수 있다. 전류를 나타내는 연속 함수인  $J(x)$ 를 등간격으로 구분하여 이산적 함수로 표현할 수 있다.

$$J(x) = \sum_{n=0}^{N-1} J_n \delta(x-x_n) \quad (28)$$

여기서  $\delta(x)$ 는 Dirac delta 함수이고,  $J_n$ 은  $n$ 번째  $J(x)$ 의 표본값이다. 구간 분할된 기저함수로 전류 함수를 표현할 수 있고

$$J(x) = \sum_{n=0}^{N-1} J_n f_n(x) = \sum_{n=0}^{N-1} J_n f(x-x_n) \quad (29)$$

여기서  $f_n$ 이 전 영역에서 상수값을 갖으면 전 영역에 같은 형태의 기저함수가 되고 일정구간에서만 연속이면 구간 연속 기저 함수가 된다. 이러한 구간 연속인 함수로는 PWC(Piece Wise Constant)와 PWS(Piece Wise Sinusoidal) 등이 있다. PWC는 펄스 형태로서

$$P(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq \frac{\Delta x}{2} \\ 0, & |x| > \frac{\Delta x}{2} \end{cases} \quad (30)$$

이고, PWS는 sinc함수 형태로서

$$S(x) = \begin{cases} \frac{\sin(k(\Delta x - |x|))}{\sin(k\Delta x)}, & |x| \leq \Delta x \\ 0, & |x| > \Delta x \end{cases} \quad (31)$$

이 된다. SIT와 CGFFT는 모두 Fourier영역에서 경계조건식의 값을 구하는 방법이므로 PWC와 PWS를 Fourier변환하여 적용하여야 한다. PWC와 PWS의 Fourier변환식은 다음과 같이 구해진다.

$$\tilde{P}(\alpha) = \Delta x \cdot \frac{\sin(\alpha \cdot \frac{\Delta x}{2})}{\alpha \cdot \frac{\Delta x}{2}} \quad (32)$$

$$\tilde{S}(\alpha) = \frac{2k[\cos(\alpha\Delta x) - \cos(k\Delta x)]}{\sin(k\Delta x) \cdot (k^2 - \alpha^2)} \quad (33)$$

### III. 수치계산 및 결과

그림 2는 공간영역에 놓여있는 도체스트립을 나타낸 그림이다. N은 최대 유효 구간을 분할한 수이며,  $N_p$ 는 도체스트립을 분할한 수이고  $\Delta x$ 는 분

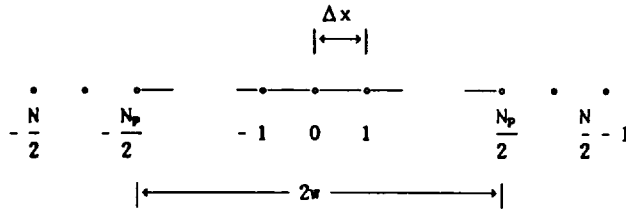


Fig. 2. Sampling point ( $N, N_p$ ) and Sampling space ( $\Delta x$ ) on spatial domain.

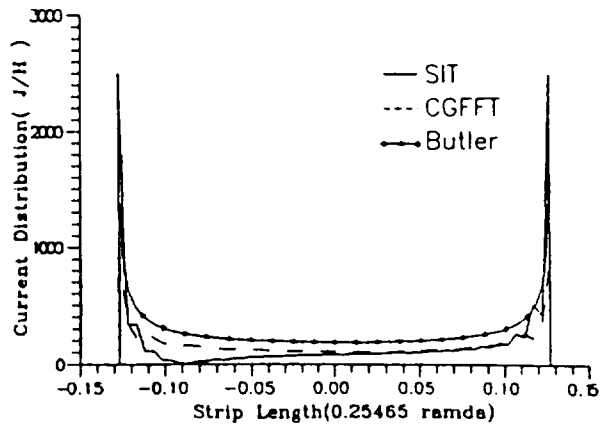


Fig. 3. Magnitude of induced surface current distribution for TM wave ( $2W=0.25465\lambda$ ,  $N=256$ ,  $N_p=50$ ,  $\phi_s=90^\circ$ ).

할 소자간의 길이이다. DFT와 FFT에서는  $\Delta x$ 와 변환영역에 대한 등간격  $\Delta \alpha$ 는 Nyquist표본율을 만족해야 한다.<sup>[11]</sup> 초기 전류 분포를 계산하기 위한 초기전류치는 0으로 한다.

그림 3은 TM파가 입사될 때 도체스트립에 유겨된 전류분포를 수치계산하여 그린 그림이다. H는 정규화한 값으로  $j\omega\mu_0$ 이다. 스트립 가장자리에서

는 CGFFT로 구한 값이 크다. SIT로 구한 결과는 좌우대칭이 되지 않고 CGFFT와 SIT로 구한 결과는 스트립 가장자리 부근에서 불연속 부분이 있는 반면 해석적 방법으로 구한 결과는 연속적이다. SIT에서는 Green함수의 eigen value가 수렴하는  $N$ 과  $N_p$ 를 선정하여야 하지만 CGFFT에서는  $N > 2N_p$ 되게만 선정하여 주면 된다.

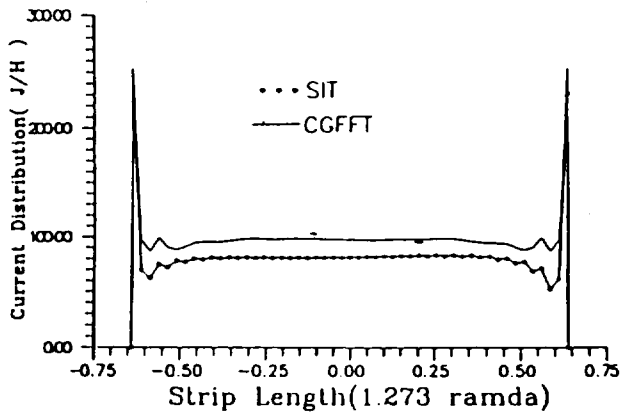


Fig. 4. Magnitude of induced surface current distribution for TM wave ( $2W=1.273\lambda$ ,  $N=256$ ,  $N_p=50$ ,  $\phi_0=90^\circ$ ).

그림 4는 스트립 폭이 그림 3보다 5배정도 커졌을 때의 전류값들을 나타낸다. 스트립폭이 커짐에 따라 스트립 가장자리 부분의 값들을 제외한 다른 부분의 값들이 커지고 특히 중앙 부분의 값들이 불룩해짐을 볼 수 있다.

그림 5는 TE파가 입사될 때 도체스트립에 유겨된 전류분포를 그린 그림이다. H는 정규화한 값으로  $j\omega\epsilon_0$ 이다. 도체 가장자리에서 값이 적고 도체 중앙 부근의 값들이 커지는 불룩형태이다. SIT의 결과는 좌우 대칭이 안되지만 다른 결과들은 좌우

대칭이다. 해석적 방법으로 구한 결과는 스트립 가장자리 값이 0이고 중앙 부근 값은 0.0017정도로 작은 값이다. SIT로 구한 결과는 스트립 가장자리에서 전류값 0.0062이고 중앙부근에서 0.012이다. CGFFT로 구한 결과는 가장자리에서 0.0016이고 중앙부근에서 0.0044이다. 전류값들의 변화 폭은 해석적 방법이 0.0017, SIT는 0.0058, CGFFT는 0.0028이 되어서 전류 분포의 형태와 전류값들의 변화로 살펴볼 때 해석적 방법의 결과와 CGFFT결과는 거의 같다.

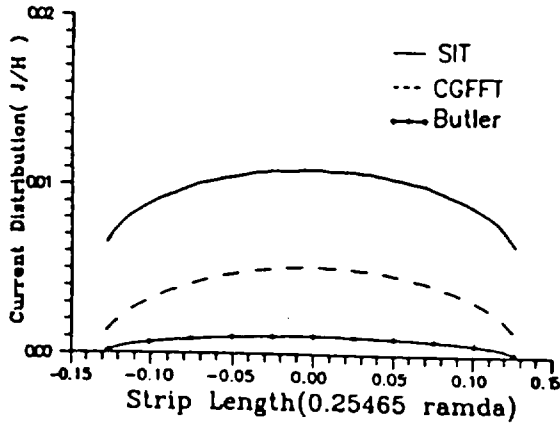


Fig. 5. Magnitude of induced surface current distribution for TE wave ( $2W=0.25465\lambda$ ,  $N=256$ ,  $N_p=50$ ,  $\phi_s=90^\circ$ ).

그림 6은 스트립 폭이 그림 4보다 5배 정도 커졌을 때의 전류값들을 나타낸다. 스트립 폭이 커짐에 따라 블록 부위가 두군데 생긴다. 특히 SIT에

의한 결과는 전류값이 거의 0값에 근접하는 두개의 점이 생긴다. 스트립 폭이 커짐에 따라 전류값들이 크게 뒀을 볼 수 있다.

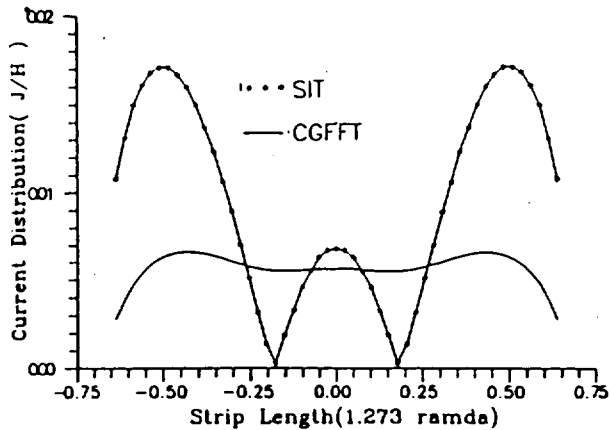


Fig. 6. Magnitude of induced surface current distribution for TE wave ( $2W=1.273\lambda$ ,  $N=256$ ,  $N_p=50$ ,  $\phi_s=90^\circ$ ).



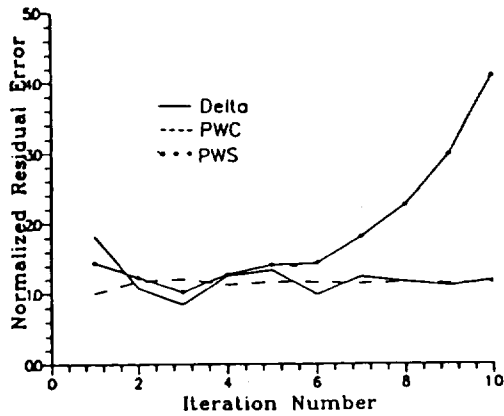


Fig. 7. Convergence residual error and iteration number using the SIT (TM Wave,  $2W=1.273\lambda$ ,  $N=256$ ,  $N_p=50$ ,  $\phi_0=90^\circ$ ).

그림 7은 FFT오차를 줄이는 보간법을 이용하여 SIT를 개선한 결과와 PWC기저함수를 SIT에 대입한 결과 및 PWS기저함수를 SIT에 대입한 결과들에 수렴 오차식(28)을 대입하여 구한 오차와 반복 횟수를 나타내었다. PWC기저함수를 사용한 결과

와 보간법을 사용한 결과는 반복횟수를 거듭함에 따라 1값에 수렴하는 반면에 PWS 기저함수를 사용한 결과는 반복 회수가 거듭됨에 따라 발산함을 볼 수 있다. 그림 8은 TM파가 스트림에 입사했을 때 전영역에서 일정한 기저함수와 PWC와 PWS

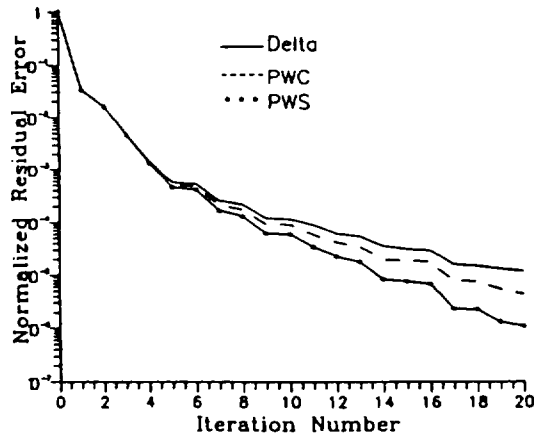


Fig. 8. Convergence residual error and iteration number using the CGFFT (TM Wave,  $2W=1.273\lambda$ ,  $N=256$ ,  $N_p=50$ ,  $\phi_0=90^\circ$ ).

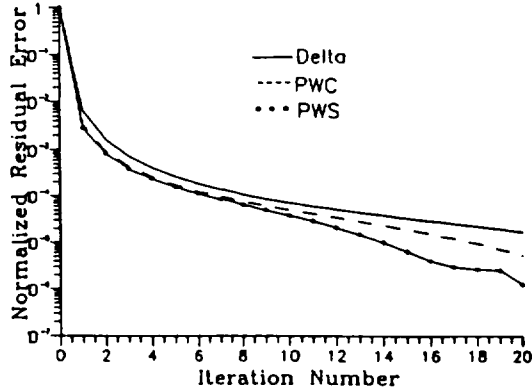


Fig. 9. Convergence residual error and iteration number using the CGFFT (TM Wave,  $2W = 1.273\lambda$ ,  $N = 256$ ,  $N_p = 50$ ,  $\phi_0 = 90^\circ$ ).

기저함수를 CGFFT에 적용하여 구한 결과이고 그림 9는 TE파가 스트립에 입사했을 때를 구한 결과이다. TM파의 경우에는 반복횟수가 3일때까지는 세가지 결과의 값이 같고 그 이후의 반복횟수에 따른 오차값들은 차이가 있다. TE파의 경우에는 첫번째 반복 횟수부터 오차값들이 차이가 난다. TM파와 TE파 모두 PWS기저함수를 이용하였을 때의 오차값들이 작아짐을 볼 수 있다.

#### IV. 결 론

해석적 방법과 SIT 및 CGFFT를 이용하여 도체 스트립에 TM파나 TE파가 입사할 때 유기되는 전류 분포를 계산하였다. 해석적 방법은  $kw \leq 1$ 인 경우에만 해를 구할 수 있으므로 이 결과와 비교하기 위해  $kw = 0.8$ 인 경우에 대해 해석적 방법과 SIT 및 CGFFT 등으로 도체스트립의 전류 분포를 구했다. SIT에서 수렴하기 위해서는 Green함수의 eigen value의 크기가 1보다 작아지게  $N$ 과  $N_p$ 를

선정하여야만 한다. 그렇게  $N$ 과  $N_p$ 를 선정하였음에도 불구하고 Fourier 변환과정에서 발생하는 오차로 인하여 해의 값들이 CGFFT와 해석적 방법에 의해 구해진 값들과 차이가 많다. 또한 해석적 방법으로는  $kw \geq 1$ 인 경우에는 해를 구할 수 없다.

SIT로부터 구한 수렴오차는 거의 1값에 수렴하고 있지만, CGFFT로 구한 결과는  $10^{-4}$ 이하로 수렴오차가 감소한다. 또한 PWS 기저함수를 이용한 경우의 수렴오차가 PWC기저함수를 이용한 경우보다 더욱 감소한다.

#### 참 고 문 헌

- [1] Harrington, R.F. 1968. Field Computation by Moment Methods., New York, Macmillan.
- [2] Butler, C.M. 1987. "General solution of the narrow strip integral equations"

- IEEE Trans. Antennas Propagat., Vol. AP-33, No. 10, 1085-1090.
- [3] Ko and R. Mittra, 1977. "A New approach based on a combination of integral equation and asymptotic techniques for solving electromagnetic scattering problems", IEEE Trans, Ant. Pro., AP-25, 187-197.
- [4] Ko, W.L. 1976. "A method for combining integral equation and asymptotic Techniques for solving electromagnetic scattering problems", Ph.D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [5] Kastner, R. 1982. "Spectral-domain Iterative Techniques for analyzing electromagnetic scattering from arbitrary bodies", Ph. D. dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [6] Bokhari S. A. and N. Balakrishman, 1986. "A method to extend the spectral Iteration Technique," IEEE. Trans. Ant. Pro., Vol. Ap-34, No. 1, 51-57.
- [7] Sarkar, T.K. E. Arvas and S. M. Rao, 1986. "Application of FFT and the conjugate Gradient method for the solution of electromagnetic radiation from electrically large and small conducting bodies," IEEE. Ant. Pro., Vol. Ap-34, No. 5, 398-408.
- [8] Sarkar T.K. and F.I. TSENG, 1987. "Deconvolution of impulse response of a conducting sphere by the Conjugate Gradient Method," IEEE. Ap-35, No. 1, 105-110.
- [9] Sarkar, T.K. 1989. "From "Reaction Concept" to "Conjugate Gradient" : Have We made and progress?." IEEE. Antennas and Propagation Society Newsletter, 6-12.
- [10] Sarkar, T.K. 1991. Application of Conjugate Gradient Method to Electromagnetics and signal analysis, Elsevier.
- [11] Brigham, E. Oran. 1974. The Fast Fourier Transform, Prentice-Hall.