

강소성 정적-외연적 방법의 개선에 대한 연구

정 동 원* · 이 승 훈**

A study of Improvement in Rigid-Plastic static-explicit method

Dong-Won Jung* · Seung-hoon Lee**

ABSTRACT

In rigid-plastic finite element method, there is a heavy computation time and convergence problem. In this study, static-explicit rigid-plastic finite element method will be introduced. This method is the way that restrict the convergence interval. In result, convergence problem and computation time due to large non-linearity in the existing numerical analysis method were no longer a critical problem. Also, we investigated the effect of punch stroke and the strain increment this method. It is expected that various results from the numerical analysis will give very useful information for the design of tools in sheet metal forming process.

Key word : Sheet metal forming, BHF, static-implicit method, static-explicit method

1. 서 론

박판 성형이 산업부문에서 차지하는 비중은 매우 크며 또한 많은 영향을 미치고 있다. 많은 연구자들이 박판 성형 공정의 평면변형 해석을 박막이론을 사용한 강소성 유한요소법(Rigid-Plastic Finite Element Method)으로 수행하고있으며, 박판 재료는 수직이방성(Normal Anisotropy)이고 Hill의 신이방성이론[1]을 따른다고 가정하였다. 기하학적 비선형은 질점좌표계(Convect Coordinate System)를 도입하여

수치계산의 효율을 개선하였다.

최근에 박판성형의 해석에 탄소성 유한요소법과 강소성 유한요소법이 성공적으로 적용되고 있다. Toh 와 Kobashi[2]는 박판의 3차원 대변형에 대하여 강소성 유한요소 수식을 유도하고 이를 사각형 컵의 딥드로잉에 적용하였다. Wang[3]은 한 변형단계 동안에 변형경로를 가정하여 에너지법으로 강소성 유한요소 수식화를 유도하고 정수압 벌징과 신장성형에 적용하였다.

재료는 수직이방성을 갖는 강소성으로 가정하고, 평면변형 문제로 취급할 수 있는 임의의 형상을 갖는 박판(Sheet)의 성형공정을 해석할 수 있도록 되어 있다. 정적-외연적 방법으로 제시된 방법[4]을 이용한 해석결과는 빠른 계산시간과 수렴성을 보장받았다. 그러나, 성형곡선 생성 시 기존 정적-내연적 방법의 결과와 약간의 오차가 생겼다.

* 제주대학교 기계에너지생산공학부, 첨단기술연구소
Faculty of Mechanical, Energy and Production Eng., Cheju Nat'l Univ., Res. Inst. of Adv. Tech.
** 제주대학교 대학원
Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

본 연구의 목적은 기존의 논문에서 제시된 방법에서 성형해석 시 박판성형이 실제 공정과 약간의 오차가 발생하여 정확한 해석결과를 반영하지 못한 부분에 대한 개선이다.

본 연구에서 사용된 수식은 기존의 수식을 바탕으로 블랭크 홀딩력과 절점의 반경방향 힘을 비교하여 접촉을 판단하는 부분을 수정하여 사용하였다.

II. 본 론

2.1. 평면 변형도 강소성 유한요소법

박판성형을 효과적으로 해석하기 위해서는 기하학적, 재료적 비선형성을 고려한 해석이 필수적이다. 위와같은 점을 고려하여 Yang과 Kim[5]은 Hill의 2차 항복이론을 이용하고 주 절점좌표계와 한 단계동안의 변형경로에 대한 가정을 사용하여 수직이방성의 가정 하에서 박막요소를 사용하여 3차원 박판성형에 대한 강소성 유한요소법을 수식화 하였다. 정 등[6]은 Hill의 신이방성이론[1]을 따르는 재료에 대하여 강소성 유한요소법을 유도하였다. 본 연구에서는 정완진등에 의해 개발된 유한요소법을 평면변형 문제 경우에 한하여 적용하였다. 강소성 유한요소법의 변분식은 다음과 같이 나타낸다[6].

$$\int_{A^e} \bar{\sigma}(\Delta \epsilon) t^0 dA^e - \int_{S^e} t \cdot \delta u dS^e = 0 \quad (1)$$

유한요소 수식화 과정을 적용하면 다음과 같은 비선형 방정식을 얻을 수 있다[6].

$$Q(\tilde{U}) = P(\tilde{U}) + F \quad (2)$$

여기서 $P(\tilde{U})$ 는 압력에 의한 절점력을 나타내고 f 는 그 외의 힘에 의한 절점력을 나타내며 식(1)의 첫째항에 해당하는 $Q(\tilde{U})$ 는 다음과 같다[6].

$$Q(\tilde{U}) = \sum_e \int_{A^{e0}} \bar{\sigma} g^1 \frac{\partial(\Delta \epsilon)}{\partial \phi \partial \epsilon_1} K_1 t^0 dA^e \quad (3)$$

식(2)는 비선형 방정식이므로 식 (4)와 같이 선형화하여 뉴턴 램슨방법으로 해를 구한다[6].

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial U} [Q(\tilde{U}) - P(\tilde{U})] \bar{v} = \bar{v}_{(i-1)} \cdot \Delta \tilde{U}_{(i)} \\ = F - Q(\tilde{U}_{(i-1)}) + P(\tilde{U}_{(i-1)}) \quad (4) \end{aligned}$$

본 연구에서 사용하는 강소성 재료의 특성방정식은 해중의 경우 그 부분에서의 응력을 알 수 없어 해가 발산하게 되는데 이러한 어려움을 수치적으로 해결하기 위하여 Osakada 등[7]이 사용한 방법을 채용하여 변형을 증분을 다음과 같이 수정하여 사용하였다.

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{d\epsilon^2 + d\epsilon_0^2} \quad (5)$$

이때 구성방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_0}{\sqrt{d\epsilon^2 + d\epsilon_0^2}} d\bar{\epsilon} \quad (6)$$

2.2. 경사면 경계조건을 이용한 접촉처리 방법

박막요소를 사용한 유한요소법에서 접촉문제를 고려할 때 요소 내에서 수직응력을 구할 수 없으므로 절점단위로 접촉을 고려하는 것이 편리하다.

Fig. 1와 같이 두 물체가 접촉할 때 접촉조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다[6].

$$\sigma_n \cdot \phi = 0 \quad (7, a)$$

$$\phi \geq 0 \quad (7, b)$$

$$\sigma_n \leq 0 \quad (7, c)$$

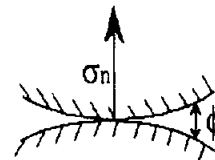


Fig.1 Contact condition between two object

본 연구에서는 경사좌표계를 사용하여 2차원형상의 금형에 의한 박판성형 해석 시 접촉조건을 만족시켰다. 2차원 상의 임의의 곡면형상은 다음과 같이 매개변수로 나타낼 수 있다.

$$r(u) = X^s(u)e_x + Y^s(u)e_y \quad (8)$$

Fig. 2에서 접촉면상의 접촉점 P에 가장 가까운 점 Q는 P와 Q사이의 거리를 최소화함으로써 얻어진다.

$$|QP|^2 = (X(P) - X^s(u))^2 + (Y(P) - Y^s(u))^2 \quad (9)$$

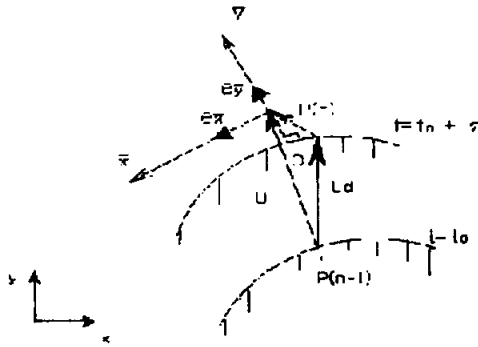


Fig.2 Local coordinate

Fig. 2와 같이 금형표면위의 점 Q에서의 금형바깥 방향의 수직벡터의 방향을 e_y , 점 P의 편치에 대한 상대변위 U_r 이 e_y 에 수직인 성분벡터의 방향을 e_x 로 한다. e_y, e_x 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_x &= \frac{U_r - (U_r \cdot e_y)e_y}{|U_r - (U_r \cdot e_y)e_y|} \\ e_y &= \frac{n(Q)}{|n(Q)|} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 U_r 은 점 P의 금형에 대한 상대변위를 나타낸다. 변환행렬 T는 다음과 같다.

$$\Delta U = T \Delta \bar{U} \quad (11)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\bar{X}, X) & \cos(\bar{Y}, X) \\ \cos(\bar{X}, Y) & \cos(\bar{Y}, Y) \end{bmatrix} \quad (12)$$

식(12)의 변환행렬을 이용하여 접촉절점에 대하여 유한요소 방정식을 원래의 직교좌표계 (X, Y)로부터 경사좌표계 (\bar{X}, \bar{Y}) 로 변환한다.

$$\bar{K} \Delta U = \bar{R} \quad (13)$$

여기서, $\bar{K} = T^T K T$, $\bar{R} = T^T R$ 이다.

coulomb 마찰조건을 만족시키기 위해 마찰력을 경사좌표계에서 절점력으로 다음과 같이 표시하였다[6].

$$(F_s)_i = -\frac{2}{\pi} \mu (F_y)_i \tan^{-1}(k U_{x_i}) \quad (14)$$

$$U_x = U_r - (U_r \cdot e_y)e_y \quad (15)$$

여기서 k는 큰상수이다. 식 (14)에 의해 생기는 강성행렬에 기여하는 항들은 좌표변환후에 계산되었다. 접촉조건중에서 식(7.c)를 만족하기 위해서는 접촉절점과 금형사이에 작용하는 절점력이 압축력이어야한다. 따라서 접촉중인 절점의 바깥방향의 수직력이 음이면 (접촉 --> 비접촉) 상태전환을 하여 반복계산한다. 이때 절점력은 근사적으로 다음과 같이 구해진다[6].

$$P_y = \sum_{j=1}^n (\Delta U_j K_{yy}) - R_y \quad (16)$$

만일 P_y 가 음이면 (접촉 --> 비접촉) 절점의 접촉상태를 변경하고 변위벡터를 수정하지 않고 다시 계산한다. 이때 강성행렬 K는 마찰력에 의한 부분만 제외하고는 다시 계산할 필요가 없다.

2.3. 블랭크홀딩력과 절점력의 비교

기존의 방법에서는 블랭크홀딩력과 절점력의 크기를 한번만 비교함으로써 박판이 안으로 빨려 들어가는 현상을 제대로 반영하지 못했다. 본 연구에서 제시하는 방법은 블랭크 홀딩력과 절점력을 매 층차마다 비교하여 박판의 소성유동을 정확히 예측할 수 있다.

Fig.3은 블랭크홀딩력과 성형과정중 박판이 받는 장력을 비교해서 접촉처리를 하는 개략도를 나타내고 있다.

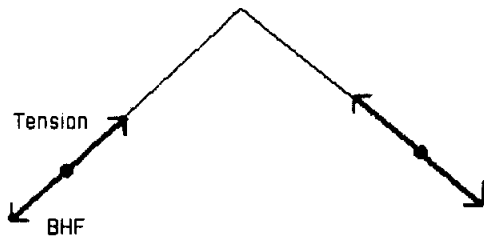


Fig. 3 Force balance

III. 성형결과 해석

수식화 된 결과에 따라 평면 변형 유한요소 해석 프로그램을 작성하여 성형품의 각 단면들을 성형단계에 따라 2차원 해석하고 이를 기존의 해석결과와 비교하였다. 해석에 사용된 재료는 다음과 같다.

응력-변형도 곡선 : $\bar{\sigma} = 52.985 (0.2 + \bar{\epsilon})^{0.20}$
 수직 이방성 계수 : $R = 2.00$
 재료 두께 : $t = 0.45\text{mm}$
 성형단계 :
 Maximum allowable punch stroke = 30mm

성형품 단면의 시뮬레이션 결과는 변형도가 0.05% 미만의 성형공정이었다. 따라서, 구속력을 너무 크게 주지 않는 한 무리 없이 성형될 것으로 판단되며, 기존방법의 결과와 본 논문에서 제시된 방법의 결과를 비교하여 Fig. 4, 5에 나타내었다.

Right draw-in	1.415 mm
Left draw-in	18.902 mm

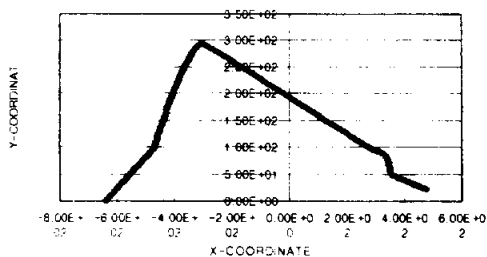


Fig.4 Static-implicit and revised Static-explicit method

Right draw-in	0 mm
Left draw-in	4.15 mm

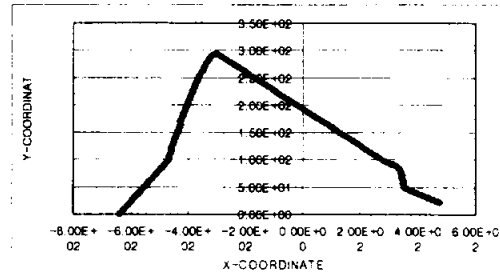


Fig.5 Static-explicit method

해석에 사용된 유한요소 격자를 각 단면에서 254개의 선형요소로 분할하였다. 그래프상의 각점들은 노드점(node point)를 나타내고 매 계산 단계에서의 최대 유효 변형도는 0.025이내로 제한되도록 계산단계의 크기를 조정하였다. 초기 변위는 초기 변위장 생성 프로그램으로 구하여 본 프로그램의 초기변위로 사용하였다.

양측의 끝절점에 단위폭당 13kgf/mm의 제한력(restraining force)을 가하여 그 결과를 비교하였고 절점의 내부 절점력의 반경 방향성분이 제한력 보다 작을 때는 양측 끝 절점을 고정시키고, 제한력 보다 커지면 그 절점이 안으로 빨려들어 오도록 하여 드로잉 공정을 해석하였다. 평면변형드로잉의 경우 축대칭 문제와 달리 기하학적인 구속조건이 없어서 재료의 강체 운동이 발생하여 강소성 유한요소법에서 해의 수렴성이 급격히 악화되어 식(6)에서 $\bar{\epsilon}_0$ 의 값을 크게 하여야 해가 수렴하므로 변형률이 약간 커진다.

IV. 결 론

본 연구에서는 딥드로잉 성형시 블랭크홀딩력과 절점의 반경방향 성분을 비교하여 절점의 유동을 제한하여 그에 따른 영향에 관한 해석을 수행하였다. 이로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- 기존방법만을 사용하여 해석 시 절점의 유동에 오차가 발생하였다.

- 수정된 방법을 사용하여 절점 유동의 문제점을 해결하였고, 정확한 성형해석 결과를 얻을 수 있었다.

따라서, 본 연구에서 제시된 방법으로 해석하였을 때 비교적 정확한 성형결과를 얻을 수 있었고, 박관 성형 해석을 예측하는데 많은 도움을 줄 것으로 보여진다.

Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Hydrostatic Bulging of Elliptic Diaphragms using Hill's New Yield Criterion, Int.J. Mech. Sci., Vol.31, pp.193-207

7) K. Osakada, J. Nakano and K. Mori. 1982, Finite element method for rigid-plastic analysis of metal forming formulations for finite deformation, Int.J. Mech. Sci., Vol.24, pp.459-468

후 기

이 논문은 2003년도 제주대학교발전기금 청봉학술 연구기금의 지원에 의해서 연구되었음.

참고문헌

- 1) R. Hill. 1979, Theoretical of textured aggregates, Math Proc. Camb. phil. Soc., Vol.85, pp.179-191
- 2) Toh, C.H. and Kobayashi, S. 1983, Finite Element Process of Metal forming of General Shapes, Proc. Int. Symp. Fundamentals of Metal forming Technique-State and Trend, Springer-Verlag, West Germany, 13-14, October, pp.39-57
- 3) Wang, N.M. 1984, A Rigid-plastic Rate Sensitive Finite Element Method for Modeling Sheet Metal Forming Process, Numerical Analysis of Forming Process, John Wiley & Sons, Chichester, pp.117-164
- 4) 정동원, 이승훈, 2003, "정적-외연적 강소성 유한 요소법의 개발 및 펀치 행정구간에 따른 영향과 Osakada 방법의 초기 변형을 중분배에 따른 영향분석", 한국정밀공학회 추계학술대회
- 5) Y.J. Kim and D.Y. yang. 1985, A Rigid-Plastic Finite Element Formulation Considering the Effect of Geometric Change and its Application to Hydrostatic Bulging, Int. J. Mech. Sci., Vol.27, pp.453-463
- 6) W.J. Chung, Y.J. Kim and D.Y. Yang. 1989,