

碩士學位論文

축구 로봇의 LPD(Linear Parameter  
Dependent) 시스템 모델링과 제어



제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY  
濟州大學校 大學院

통신공學科

林 徹 友

2002 年 12 月

# 축구 로봇의 LPD(Linear Parameter Dependent) 시스템 모델링과 제어

指導教授 康 鎮 植

林 徹 友

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함



林徹友의 工學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長            林 載 允            印

委 員            梁 斗 榮            印

委 員            康 鎮 植            印

濟州大學校 大學院

2002年 12 月

# LPD(Linear Parameter Dependent) System Modeling and Control of Mobile Soccer Robot

Chul-Woo Rhim  
(Supervised by professor Jin-Shig Kang)

A thesis submitted in partial fulfillment of the  
requirement for the degree of Master of Science

2002. 12.

This thesis has been examined and approved.

---

Thesis director, Jae-Yun Lim, Prof. of Telecom. Eng.

---

---

(Name and signature)

\_\_\_\_\_

Date

DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATION ENGINEERING  
GRADUATE SCHOOL  
CHEJU NATIONAL UNIVERSITY

## 목 차

Abstract .....	1
I. 서 론 .....	2
II. 이동로봇의 기구학적 해석 및 LPD System 모델링 .....	5
1. 이동로봇의 기구학적 해석 .....	5
2. LPD System과 모델링 .....	10
III. 경로 설정과 로봇의 제어 .....	19
1. 이동 로봇의 경로설정 .....	19
2. 원과 직선에 의한 경로설정 .....	19
3. 축구 로봇의 제어 .....	25
IV. 시뮬레이션 및 실험 .....	30
1. 시뮬레이션에 사용되는 파라미터 .....	30
2. 기구학만을 적용한 시뮬레이션 결과 .....	31
3. 동역학을 적용한 시뮬레이션 결과 .....	39
4. 기구학을 적용한 실험 결과 .....	45
V. 결 론 .....	54
참고문헌 .....	55



## Abstract

The mobile soccer robot is a kind of an autonomous mobile robot and provides a variety of research fields, such as path planning, navigation, sensor fusion, image processing multi-agent system, etc. Most of these studies are concentrated on development control and planning the strategy for mobile robot.

In this thesis, a method of the path planning and a new model for mobile soccer robot, a type of linear system, is presented. A controller, consisted of two loops the one of which is inner state feedback loop designed for stability and plant be well conditioned, and the outer loop is well known PI controller designed for tracking the reference input, is suggested. Because of the plant, soccer robot, is parameter dependent, it is required that the controller must be insensitive with respect to the parameter variation. To achieve this object, the pole-sensitivity as a pole-variation with respect to the parameter variation is defined, and design algorithms for state-feedback controller, consisted of two matrices one of which is for general pole-placement and other is for parameter insensitive, is suggested. It is shown that the PI controller is another state feedback and the cost function for reference tracking is equivalent to the LQ cost. By using these properties, a tuning procedure for PI controller is suggested. It is shown in this thesis that the treatment of mobile soccer robot via LPD system is very well work. And modelling controller design algorithm presented in this thesis can be applicable any type of the two wheeled mobile robot.

## I. 서 론

최근들어 이동로봇에 대한 연구는 여러 분야에서 응용되는 중요한 과제로 대두되고 있다. 이는 산업현장에서 원가절감 및 인력난을 해소하기 위해서 공장 자동화 개념을 도입하면서 위험하고 어렵고 유해한 환경에서 인간을 대신할 수 있는 로봇이 필연적으로 요구되었으며, 한정된 공간에서 작업을 하는 것이 아니라 폭넓은 작업반경을 갖으며, 다기능의 이동로봇(multi-function mobile robot)의 개발 및 연구가 필요하게 되었다.(김주영,1999)

이동 로봇에 관한 연구는 1968년과 1971년에 Stanford Research Institute에서 Nilsson이 SHAKEY를 설계, 제작한 이후 현재까지 계속 진행되고 있으며, 특히 70년대 후반부터 마이크로프로세서 기술이 눈부시게 발전함으로 인하여 이동 로봇에 대한 관심이 재개되었으며, 현재는 서비스 로봇 및 엔터테인먼트 로봇틱스 분야까지 확장되고 있다.(박종현,1995)(김종환,2000)

이동 로봇에서 여러 연구분야가 있는데, 그 중 대표적인 것으로는 경로계획(path-planning), 경로 추종(path following), 위치추정(position estimation), 동작제어(motion control)등이 있으며, 이외에도 비전(vision)을 이용한 주행(navigation) 문제, 매니플레이터와 결합된 이동매니플레이터(mobile manipulator)문제등이 주된 연구분야로 떠오르고 있다.(김민철,1999)

여러 연구 분야에서도 가장 많은 관심을 가지는 분야는 경로추종분야라고 할 수 있다. 주어진 경로를 오차없이 정해진 시간에 잘 따라갈 수 있는 이동로봇의 활용 분야가 가장 넓다고 볼 수 있다. 이러한 목적으로 현재까지 AGV(autonomous guided vehicle)가 많이 사용되었으나 AGV의 경우에는 자율이동로봇과 달리 유도선이 필요하다. 즉, AGV가 현재 위치를 인식할 수 있도록 바닥이나 천장에 유도선을 설치해야 하므로 설치비용과 한 번 설치되면 경로를 바꾸기가 어렵다는 단점을 가지고 있다. 이에 반해 자율이동 로봇의 경로 추종 문제에서는 유도선 자체가 필요없으며, 기존 경로를 바꾸기가 용이하므로 AGV보다 많은 장점을 가지고 있다.(남재호,1996)

파라미터 종속 시스템(parameter dependent system)에 대한 연구는 이득계획(gain scheduling)에 기인하여 Oxford의 G. D. Wood가 기계장치에 적용하여 그 가능성을 보였으며, B. G. Scott는 LPD(linear parameter dependent) 시스템의 2차 안정도 및 수행성능을 Lyapunov 방정식을 이용하여 구하였으며,  $H_\infty$ 제어기 설계 방법을 제시하였다. 그리고 W. Fen은 LPD시스템을  $L_2$  norm을 이용하여 분석하고 제어기 설계조건을 표현하였으며, LQG(linear quadratic gaussian)제어기 설계 방법을 제시하였다. 그리고 상수 이득 제어기인 경우에는 비안정인 시스템이 파라미터 종속인 제어기를 이용하면 안정화 할 수 있음을 보였다. 그러나 이 방법들은 파라미터의 크기를 변화 범위 내에서 구간을 분할하고 각 파라미터 값에 대하여 조건을 만족하는 제어기를 계산하여야 하므로 계산량이 많아지며 모든 그리드에 대하여 조건을 만족하여도 사이값에서는 비안정일 수 있다.(강진식,1997)

본 논문에서는 비홀로노믹 제약조건(nonholonomic constraint condition)을 갖는 차륜형 이동 로봇(wheeled mobile robot)중에서 이륜 이동 로봇(two wheel mobile robot)에 대하여 기구학적인 해석을 하고, 비선형 시스템인 축구 로봇을 LPD시스템을 이용하여 모델링한다. 또한 두 지점에 대하여 불연속점이 가장 적은 원과 직선에 의한 경로 설정 알고리즘을 제시한다. 설정된 경로를 추종하기 위해서 플랜트와 안정도를 보다 좋게 하는 방향으로 설계된 상태 되먹임 루프와 기준 입력을 추종하도록 하는 PI 제어기 루프로 구성된 제어기를 제안한다. 축구 로봇이라는 플랜트는 파라미터 종속이기 때문에 파라미터의 변화에 민감하지 않은 제어기가 필요로 하다. 이러한 것을 이루기 위해서 파라미터 변화에 의존하여 극점의 변화에 대한 극점감도를 정의하고, 일반적인 극배치와 파라미터에 민감하지 않는 두 개의 행렬로 구성된 상태 되먹임 제어기 설계 알고리즘을 제안한다. 그리고 이륜 이동 로봇의 경로 설정 및 경로 추종에 대해서 MATLAB을 이용하여 시뮬레이션을 수행을 한다.

본 논문의 구성은 II장에서 이동 로봇에 대한 기구학적 해석을 하고, LPD 시스템에 대한 기술과 이를 이용한 축구로봇의 동역학 모델링을 한다. III장에서는 이동 로봇의 경로 설정의 정의와 원과 직선에 의한 경로 설정 알고리즘에 대하여 서술하며, 설정된 경로를 추종하기 위한 제어기의 특성을 기술하고 이를 설계한다.

IV장에서는 MATLAB 상에서 이동 로봇의 이동 경로의 설정과 기구학적 모델을 가지고 설정된 경로의 추종에 대한 시뮬레이션을 하며, 동역학과 설계된 제어를 Simulink를 이용하여 경로추종에 대한 시뮬레이션을 한다. 그리고 기구학을 적용한 실험을 축구 로봇 시스템을 이용하여 경로추종을 확인한다. 마지막으로 V장에서 본 논문의 결론을 맺는다.





## II. 차륜형 이동 로봇의 기구학적 해석 및 모델링

### 1. 차륜형 이동 로봇의 기구학적 해석

#### 1) 차륜형 이동 로봇의 정의

차륜형 이동 로봇이란, 로봇에 부착되어 지면과 접촉하고 있는 바퀴 어셈블리 (wheel assembly)들의 동작만으로 지면상에서 이동할 수 있는 로봇을 말한다. 여기서, 바퀴 어셈블리란 그 탑재물(즉, 로봇 몸체)과 지면 사이에 단일의 구름 접촉만을 통해서 상대 운동을 제공하거나 허용하는 장치이다.(박종현,1995)

차륜형 이동 로봇 중 이륜 이동 로봇은 Fig. 1에서 나타낸 것과 같이 차체와 바퀴 그리고 캐스터(caster)로 구성되어 있고, 바퀴와 연결되어 있는 모터를 구동시켜 로봇을 이동하도록 한다. 여기서 캐스터는 구동력이 없으며, 단지 차체를 지지하는 역할을 한다.

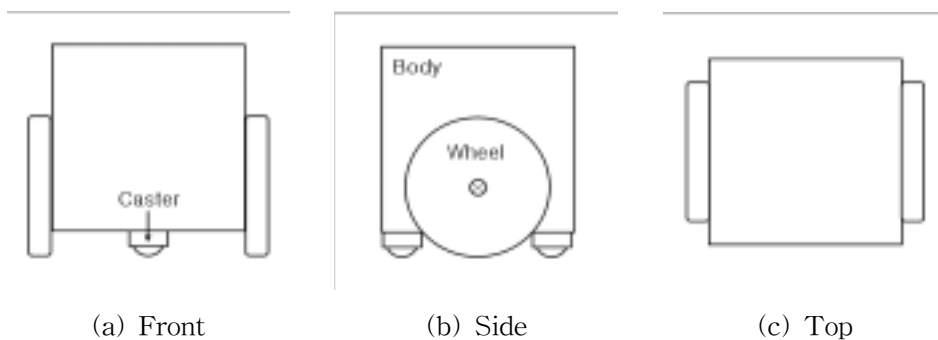


Fig. 1. General two-wheeled mobile robots

## 2) 이동 로봇의 좌표계

평면상에서 이륜 이동로봇의 현재 위치를 나타내기 위해서는 기준 좌표계와 로봇에 정의된 좌표계의 설정이 필요하다. 이러한 좌표계의 설정으로 로봇의 움직임을 설명할 수 있다. Fig. 2는 로봇이 위치한 2차원 공간을 나타내는 좌표계이다.

Fig. 2에서  $X_1 - Y_1$  는 로봇 외부에 기준점을 둔 기준 좌표계이고,  $X_2 - Y_2$  는 로봇의 질량 중심점을 원점으로 하고 로봇의 진행 방향을  $X_2$ 축으로 하는 로봇 좌표계이다. (김중환,2000)

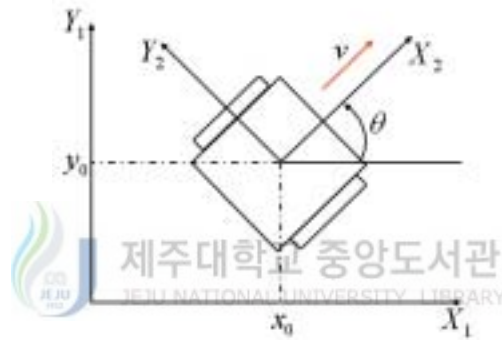


Fig. 2. The coordinates of wheeled mobile robot

기준 좌표계에서 본 이동로봇의 위치와 방향을 이동로봇의 자세라 정의하며, 이때의 자세 벡터(posture vector)는 식(1)과 같이 정의한다.

$$P = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ \theta \end{pmatrix} \quad (1)$$

여기서  $(x_0, y_0)$ 는 로봇의 질량 중심점 좌표이고,  $\theta$ 는 로봇의 전방향각(heading angle)으로  $X_1$ 축과  $X_2$ 축에 대하여 반시계 방향으로 이루는 각으로 정의한다.

이동 로봇의 중심속도와 각속도로부터 기준 좌표계에서의 속도 성분을 구하기 위해서 이동로봇의 기구학을 고려해야 한다.

### 3) 이동 로봇의 기구학

이동 로봇에서의 기구학은 이동 로봇의 본체 속도와 이륜 속도 사이의 속도 관계를 나타내는 식이며, 이러한 기구학식은 로봇의 구조에 따라 달라진다.

이륜 구동 로봇의 기구학적인 모델은 Fig. 3으로부터 구할 수 있다. 좌측 바퀴와 우측 바퀴의 각속도를  $\omega_L$ ,  $\omega_R$ 이라고 하면 비미끄럼 조건(nonslipping condition)에 의해 좌측 바퀴와 우측 바퀴의 지면과의 접촉점 속도는 식(2)와 같다.

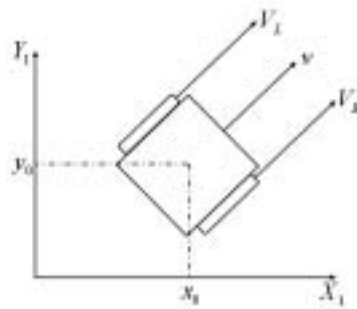
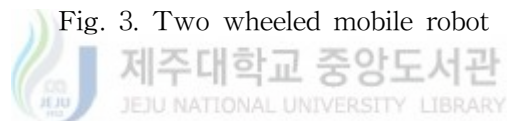


Fig. 3. Two wheeled mobile robot



$$V_R = r\omega_R \tag{2}$$

$$V_L = r\omega_L$$

여기서,  $r$ 은 바퀴의 반경이다. Fig. 3에서  $v$ 는 이동 로봇 중심의 선속도이며,  $V_R$ ,  $V_L$ 은 각각 우측과 좌측 바퀴의 선속도이다.

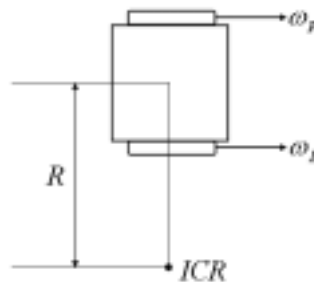


Fig. 4. ICR for two wheel mobile robot

Fig. 4는 이륜 이동 로봇에서의 순간 회전 중심(instantaneous center of rotation)을 나타내고 있다. 순간 회전 중심은 바퀴의 축에 일치한 직선 어디에나 위치할 수 있으며, 로봇의 회전 반경은 양 바퀴 속도의 비에 의해 결정된다.

Fig. 5에서 반시계 방향으로의 로봇의 각속도를  $\omega$ 라고 하면  $v$ 와  $\omega$  그리고 로봇의 제어 입력인  $\omega_L, \omega_R$ 은 식(3)과 (4)와 같다.

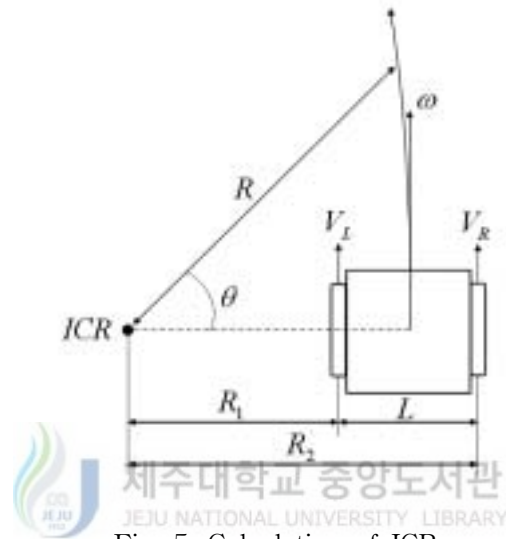


Fig. 5. Calculation of ICR

$$\omega = \frac{V_R - V_L}{L} = r \frac{\omega_R - \omega_L}{L} \quad (3)$$

$$v = \frac{V_R + V_L}{2} = r \frac{\omega_R + \omega_L}{2} \quad (4)$$

식(3)과 (4)에서  $L$ 은 양 바퀴 사이의 거리이고,  $r$ 은 바퀴의 반경이다. 로봇 중심 좌표의 순간변화량  $(\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{\theta})^T$  그리고 로봇 중심의 속도와 각속도  $(v \ \omega)^T$ 는 다음과 같은 vehicle 기구학식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} \quad (5)$$

식(5)에서 이동로봇을 제어할 수 있는 구동기는 속도와 각속도 2개이지만 출력으로는 위치 및 방향각으로 3개를 갖는다. 따라서 현재 로봇의 자세에서 원하는 방향 및 자세로 제어하고자 할 때 제한 조건이 발생한다. 바닥과 바퀴의 접촉면에서 바퀴면과 수직인 방향의 속도성분은 0이라는 비미끄럼 조건을 이용하면 식(6)과 같은 비홀로모닉 제한조건을 구할 수 있다.(김중환,2000)

$$H \cdot \dot{p} = (\sin \theta - \cos \theta) \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0 \quad (6)$$

여기서,  $H$ 는 바퀴면에 수직인 단위벡터이며, 이 식(6)은 바퀴가 주행하는 방향으로만 속도 제어(제어 입력)를 할 수 있고 진행 방향과 다른 방향으로 제어 입력이 가해질 수 없다는 것을 나타낸다. 따라서 식(6)은 다음 식으로 정리할 수 있다.

$$\tan \theta = \dot{y} / \dot{x} \quad (7)$$

식(7)은 로봇의 순간 진행방향은 로봇의 진행방향각  $\theta$ 와 같아야 한다는 것을 의미한다. 그리고 양 바퀴의 속도  $V_R$ 과  $V_L$ 은 Fig. 5에서 나타낸 순간 회전 중심에서 각 바퀴까지의 거리  $R_1$ 과  $R_2$ 에 비례한다.

$$V_L : R_1 = V_R : R_2 \quad (8)$$

여기서,  $R_1$ 과  $R_2$ 는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$R_1 = R - \frac{L}{2} \quad (9-1)$$

$$R_2 = R + \frac{L}{2} \quad (9-2)$$

식(9-1)과 (9-2)를 식(8)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$V_L / \left( R - \frac{L}{2} \right) = V_R / \left( R + \frac{L}{2} \right) \quad (10)$$

식(10)을 정리하면 로봇의 회전반경은 식(11)과 같다.

$$R = \frac{L}{2} \frac{V_R + V_L}{V_R - V_L} \quad (11)$$

여기서,  $V_R = V_L$  일 경우 회전 반경  $R$ 은  $\infty$ 가 되며, 이때 로봇은 직진운동을 한다. 반면 양 바퀴의 속도가 서로 반대가 되는 경우에는 로봇은 제자리에서 선회를 한다.

## 2. LPD 시스템과 모델링

### 1) LPD(Linear Parameter Dependent) 시스템

대부분의 물리적인 시스템은 LPD 시스템에 의해서 모델링 될 수 있다. LPD 시스템을 소개하기에 앞서 측정 가능한 모든 변수에 대해서 정의를 한다. (강진식, 1997)

정의 1.  $P \subset R^S$ 인 집합이 주어졌을 때 집합  $F_P$ 의 변수는 모든 구간에서 불연속적인 유한개의  $R^+$ 에서  $P$ 로 사상하는 모든 부분 연속적인 함수들의 집합으로 나타낸다.

정의 1에 의해 파라미터 값  $\rho_i \in F_P$ 는 시간에 대해서 미분한 것이다. LPD 시스템의 상태공간 표현은 식(12)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(\rho)x(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \tag{12}$$

여기서,  $\rho \in F_P, x(t) \in R^n, u(t) \in R^{n_u}$  그리고  $y(t) \in R^{n_y}$ 이다. 그리고 LPD 시스템의 2차 안정도 개념은 다음의 정의 2와 같다.

정의 2. 식 (12)와 같이 표현되는 시스템에서 모든  $\rho_i \in F_P$ 에 대해서 양한정 대

칭 행렬  $P \in R^{n \times n}$ 이 존재한다고 하면 측정 가능한 모든 변수들은 2차적인 안정 상태에 있다.

$$A^T(\rho)P + PA(\rho) < 0 \quad (13)$$

여기서,  $A(\rho)$ 는 파라미터  $\rho \in F_p$ 의 연속적인 함수이고, 이는 조건 식(13)를 적용하면 방정식의 좌반부가 음의 한정성이 되는 것이 명백하다. Lyapunov 안정도 이론의 관점에서 행렬  $P \in R^{n \times n}$ 은 실수와 상수이고, 파라미터  $\rho \in F_p$ 의 함수가 아니기 때문에 안정도 조건은 분명하다. 그리고 정의 3과 4는 각각 2차 안정도와 가제어성에 대해서 정의하고 있다.

정의 3. 행렬함수  $[A(\rho(t)) \ B]$ 의 쌍은 양한정 대칭 행렬  $P_F \in R^{n \times n}$ 과 함수  $F(\rho)P \in C^0(R^S, R^{n \times n})$ 이 모든 측정 가능한 파라미터에 대해서 다음과 같이 존재한다면 2차적 안정이다.

$$[A(\rho) + BF(\rho)]^T P_F + P_F [A(\rho) + BF(\rho)] < 0 \quad (14)$$

정의 4. 행렬함수  $[A(\rho(t)) \ B]$ 의 쌍은 식(15)와 같이 표현할 수 있다면 제어 가능하다.

$$\text{rank}[B \ A(\rho)B \ A^2(\rho)A^3(\rho)B \ \cdots \ A^{n-1}(\rho)B] = n \quad (15)$$

정의 3과 4는 잘 알려진 선형시스템의 안정도와 가제어성이다. 정의 3에서 조건  $F(\rho) \in C^0(R^S, R^{n \times n})$ 은 파라미터 값  $\rho$ 와 시간에 대해서 연속적인 미분인 파라미터 종속 상태 되먹임 이득을 의미한다. 그리고 그것의 차원은 일반적인 상태 되먹임 이득 행렬과 동일하다.

## 2) 축구 로봇의 동역학 및 LPD 시스템 모델링

### (1) 이동 로봇의 동역학

본 논문에서 고려한 축구 로봇의 구조는 Fig. 6과 같다. Fig. 6에서 정의된 파라미터는 다음과 같다.

$X_1 - Y_1$  : 로봇 외부의 기준 좌표계

$X_2 - Y_2$  : 로봇 중심 좌표계

$P_c$  :  $(x_c, y_c)$  좌표를 갖는 로봇의 무게 중심점

$P_0$  : 구동 바퀴 축의 중심점

$\theta_l, \theta_r$  : 좌측, 우측 바퀴의 회전각

$b$  : 구동바퀴와 무게 중심점 사이의 거리

$d$  :  $P_0$ 에서  $P_c$ 까지의 거리

$\theta$  : 기준 좌표계의  $X_1$ 축과 이동로봇과 이루는 전방향각

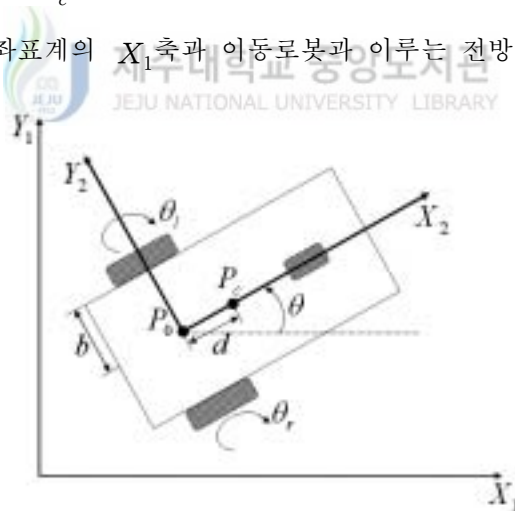


Fig. 6. Structure and parameter of robot

또한 이동 로봇의 동역학 식을 유도하기 위해서 다음과 같은 몇가지의 변수를 정의한다.



- $m_c$  : 바퀴와 모터 로터를 제외한 로봇의 질량
- $m_w$  : 바퀴와 모터 로터를 합한 질량
- $I_c$  : 구동바퀴와 모터로터를 제외한 로봇의 관성력
- $I_w$  : 바퀴와 바퀴축에 대한 모터로터의 관성력
- $I_m$  : 바퀴와 바퀴 직경에 대한 모터로터의 관성력
- $r$  : 구동 바퀴의 반경
- $b$  : 구동 바퀴와 로봇 중심 사이의 거리
- $c : \frac{r}{2b}$
- $d$  :  $P_0$ 에서  $P_c$ 까지의 거리

이동 로봇의 기구학과 vehicle 기구학은 식(16)과 식(17)이며, 식(16)은 식(3)과 식(4)의 관계로부터 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} v \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} \quad (16)$$

여기서,  $v$ 와  $\dot{\phi}$  각각 전방향 속도와 회전속도이고  $r$ 은 바퀴의 반경이며,  $b$ 는 로봇의 중심에서 바퀴까지의 거리이다.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} \quad (17)$$

여기서, 식(16)과 식(17)에서 이동 로봇의 자세와 위치는 입력인 두 바퀴의 속도 차에 의해 결정됨을 알 수 있다. 그리고 이동 로봇의 동역학을 유도하기 위해서 다음과 같은 조건을 가정한다.

- 순수구름 조건 (pure rolling condition)

각 바퀴의 진행은 로봇의 진행방향으로 바퀴표면의 점들이 연속적으로 바닥표면

의 점들과 일대일 접촉한다. 즉, 로봇의 진행방향으로의 미끄러짐이 없는 굴림운동을 한다. 이때 좌·우측 바퀴는 식(18)과 식(19)로 표현된다.

i) 우측 바퀴 :

$$-\cos \theta \dot{x} - \sin \theta \dot{y} - b\dot{\theta} + r\dot{\theta}_r = 0 \quad (18)$$

ii) 좌측바퀴 :

$$-\cos \theta \dot{x} - \sin \theta \dot{y} + b\dot{\theta} + r\dot{\theta}_l = 0 \quad (19)$$

식(18), (19)에 의해서 다음과 같은 constraint Equation이 유도된다.

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (20)$$

여기서,

$$A(q) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & b & -r & 0 \\ \cos \theta & \sin \theta & -b & 0 & -r \end{pmatrix}, \quad q = (x \ y \ \theta \ \theta_r \ \theta_l)^T$$

이다. 이동로봇은 2차원 평면상에서만 운동하는 것으로 가정되므로 위치에너지는 0이 되며, 운동 에너지를 구하면 다음과 같다.

$$K = \frac{1}{2} m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + m_c c d (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l) (\dot{y} \cos \theta - \dot{x} \sin \theta) + \frac{1}{2} I_w (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)^2 + \frac{1}{2} I_c (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l)^2 \quad (21)$$

여기서,

$$m = m_c + 2m_w, \quad I = I_c + 2m_w b^2 + 2I_m$$

이다. 위에서 구한 운동에너지를 식(22)의 Lagrangian equation에 대입하여 풀면 식(23)과 같은 행렬 형태의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \quad (22)$$

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) = B(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (23)$$

여기서,  $M(q) \in R^{n \times n}$ 는 관성행렬(inertia matrix)이고,  $C(q, \dot{q})$ 는 코리올리의 힘

(coriolis' force)과 원심력(centrifugal force)을 나타내는 힘벡터이며,  $B(q)$ 는 입력 변환행렬(input transformation matrix)으로 일반적으로 단위행렬이고,  $\tau$ 는 제어 입력 벡터,  $\lambda$ 는 제한력(constraint force)을 나타내는 Lagrange multiplier이다. 각 행렬의 값은 다음과 같다.

$$M(q) = \begin{pmatrix} m & 0 & -m_c c d \sin \phi & m_c c d \sin \phi \\ 0 & m & m_c c d \cos \phi & -m_c c d \cos \phi \\ -m_c c d \sin \phi & m_c c d \cos \phi & I_c^2 + I_w & -I_c^2 \\ m_c c d \sin \phi & -m_c c d \cos \phi & -I_c^2 & I_c^2 + I_w \end{pmatrix},$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} 2m_c d \dot{\phi}^2 \cos \phi \\ 2m_c d \dot{\phi}^2 \sin \phi \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B(q) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tau = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix}, \quad \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$$

식(23)에서 Lagrange multiplier을 소거하기 위해서 다음과 같은  $A(q)$ 의 null space를 고려한다.

$$S(q) = (S_1(q) \ S_2(q)) = \begin{pmatrix} c b \cos \phi & c b \cos \phi \\ c b \sin \phi & c b \sin \phi \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (24)$$

식(20)로부터  $\dot{q}$ 는  $A(q)$ 의 null space로 볼 수 있으며, 따라서 다음과 같다.

$$\dot{q} \in \text{span}\{S_1(q), S_2(q)\}$$

그러므로 다음의 식을 만족하는 smooth vector  $\eta = (\eta_1 \ \eta_2)^T$ 가 존재한다.

$$\dot{q} = S(q)\eta$$

$$\ddot{q} = S(q)\dot{\eta} + \mathfrak{S}(q)\eta$$

위에서  $\eta$ 를 구해보면  $\eta = \vartheta = (\vartheta_r \ \vartheta_l)^T$ 이 된다. 따라서 식(23)에  $S^T(q)$ 를 양변에 곱해서 정리하면 다음과 같다.

$$S^T(q)M(q)(S(q)\dot{\eta} + \mathfrak{S}(q)\eta) + S^T(q)C(q, \dot{q}) = \tau \quad (25)$$

식(25)는 비홀로모닉 형태의 방정식이다. 이러한 형태의 시스템은 상태 되먹임 방법을 이용해서 선형화할 수 없다.

## (2) 축구 로봇의 LPD 시스템 모델

식(25)의 비홀로모닉 형태의 방정식을 동역학 방정식으로 나타내기 위해서 각 행렬의 값을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} mbc\cos\phi - m_c c d \sin\phi & mbc\cos\phi + m_c c d \sin\phi & \dot{I}_c^2 + I_w & -\dot{I}_c^2 \\ mbc\cos\phi + m_c c d \sin\phi & mbc\cos\phi - m_c c d \sin\phi & -\dot{I}_c^2 & \dot{I}_c^2 + I_w \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} cb\cos\phi\ddot{\theta}_1 + cb\cos\phi\ddot{\theta}_2 - cb\dot{\phi}\sin\phi\dot{\theta}_1 - cb\dot{\phi}\sin\phi\dot{\theta}_2 \\ cb\sin\phi\ddot{\theta}_1 + cb\sin\phi\ddot{\theta}_2 + cb\dot{\phi}\cos\phi\dot{\theta}_1 + cb\dot{\phi}\cos\phi\dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_c bcd\dot{\phi}^2 \\ 2m_c bcd\dot{\phi}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

이를 정리하면 식(26)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{22} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{11} & N_{22} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_c bcd\dot{\phi}^2 \\ 2m_c bcd\dot{\phi}^2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

여기서,

$$M_{11} = M_{22} = mc^2b^2 + \dot{I}_c^2 + I_w$$

$$M_{12} = M_{21} = mc^2b^2 - \dot{I}_c^2$$

$$N_{11} = N_{12} = m_c c^2 b d \dot{\phi}$$

$$N_{21} = N_{22} = -m_c c^2 b d \dot{\phi}$$

이다. 식(26)에서 변수  $\dot{\phi}$ 는 파라미터로서 선택되어야 한다. 조건  $\dot{\phi}^2$  때문에 동역학 방정식은 파라미터값  $\dot{\phi}$ 에 대해서 선형이 아니다. 이러한 문제점을 소거하기 위해서 다음과 같은 새로운 입력 변수  $\hat{\tau}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} \widehat{\tau}_1 \\ \widehat{\tau}_2 \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \tau_1 - 2m_c b d \ddot{\phi}^2 \\ \tau_2 - 2m_c b d \ddot{\phi}^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

식(27)을 동역학 방정식 식(26)에 대입하여 정리하면 식(28)과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \widehat{\tau}_1 \\ \widehat{\tau}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (28)$$

여기서 입력과 출력의 상태 변수들을 다음과 같이 정의한다.

$$x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4)^T \triangleq (\theta_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2)^T, \quad u = [\widehat{\tau}_1 \ \widehat{\tau}_2]^T, \quad y = [\theta_1 \ \theta_2]^T$$

위에서 정의한 입력과 출력의 상태변수를 이용한 축구 로봇의 상태공간 표현은 식(29)와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_0 x(t) + A_1(\ddot{\phi}(t))x(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (29)$$

여기서,

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.01 & 0 \\ 0 & 0 & a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$a_{11}(= a_{12}) = \frac{(2mc^2 b^2 + I_w)(m_c c^2 b d \ddot{\phi})}{4mc^2 b^2 I_c^2 + 2I_c I_w}$$

$$a_{21}(= a_{22}) = \frac{-(2mc^2 b^2 + I_w)(m_c c^2 b d \ddot{\phi})}{4mc^2 b^2 I_c^2 + 2I_c I_w}$$

$$b_{11}(= b_{22}) = \frac{mc^2 b^2 + I_c^2 + I_w}{4mc^2 b^2 I_c^2 + 2I_c I_w}$$

$$b_{12}(=b_{21}) = \frac{I_c^2 - mc^2 b^2}{4mc^2 b^2 I_c^2 + 2I_c I_w}$$

이다. 식(29)에서 극점 배치를 위한 행렬  $[A_0, B]$ 와  $\phi$ 를 소거하기 위한 행렬  $[A_1, B]$ 는 가제어이다.



### Ⅲ. 이동 로봇의 경로 설정 및 제어

#### 1. 이동 로봇의 경로 설정

이동 로봇의 모션제어는 목표 지점에 대한 주행 경로를 설정하는 경로 설정과 그 결정된 경로를 추종하는 것으로 이루어진다. 따라서 모션 제어를 위해서는 로봇이 추종해야할 경로를 설정해야한다. 여기서, 경로설정이란 시작점에서 도착점까지의 경로를 설정하는 것을 말한다. 로봇의 특성을 고려하지 않고 경로를 설정하게 되는 경우에 로봇은 경로추종시 경로상의 불연속점이 발생한다. 이러한 불연속점으로 인하여 진행 방향각을 쉽게 바꿀 수 없는 로봇의 특성으로 인해 설정된 경로의 이탈이 커지게 되며, 로봇의 제어 또한 어려워진다.



#### 2. 원과 직선에 의한 경로 설정

본 논문에서는 로봇의 현재 위치와 목표위치를 알고 있을 경우 불연속점이 없는 가장 짧은 경로로 이동할 수 있는 알고리즘을 소개한다. 일반적인 경로설정법의 경우에는 로봇의 기구학 및 동적인 특성을 고려하지 않으므로 경로상에 로봇 속도의 불연속적인 점이 존재한다. 따라서 이러한 불연속점을 줄이기 위해서 원과 직선에 의한 경로 설정법을 사용하였다.

##### 1) 로봇의 위치에서 원 생성

Fig. 7은 경로 설정시 로봇의 위치에서 좌·우에 원을 생성하는 것을 나타내고 있다. 로봇의 위치가  $C(x_c, y_c)$ 일 때, 좌·우에 생기는 원의 반경을  $R$ 이라고 하

면, 좌측과 우측에 생기는 원의 중심은 다음과 같다.

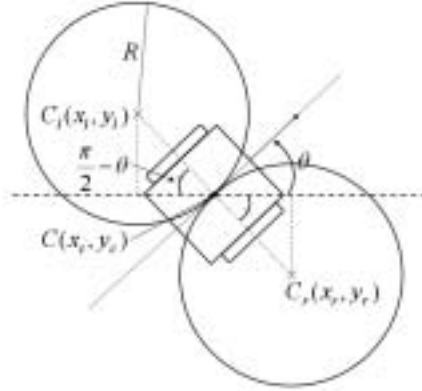


Fig. 7. Plotting circle at robot position

$$\begin{aligned} x_l &= x_c - R \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ &= x_c - R \sin \theta \end{aligned} \quad (30-1a)$$

$$\begin{aligned} y_l &= y_c + R \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ &= y_c + R \cos \theta \end{aligned} \quad (30-1b)$$

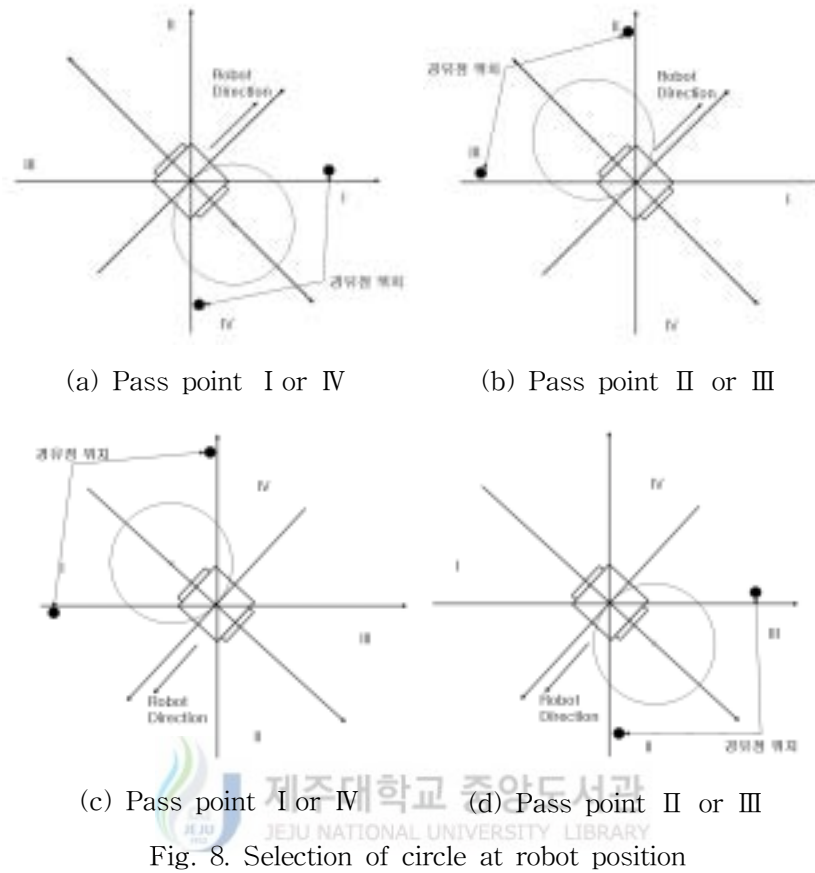
$$\begin{aligned} x_r &= x_c + R \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ &= x_c + R \sin \theta \end{aligned} \quad (30-2a)$$

$$\begin{aligned} y_r &= y_c - R \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ &= y_c - R \cos \theta \end{aligned} \quad (30-2b)$$

## 2) 원의 선택

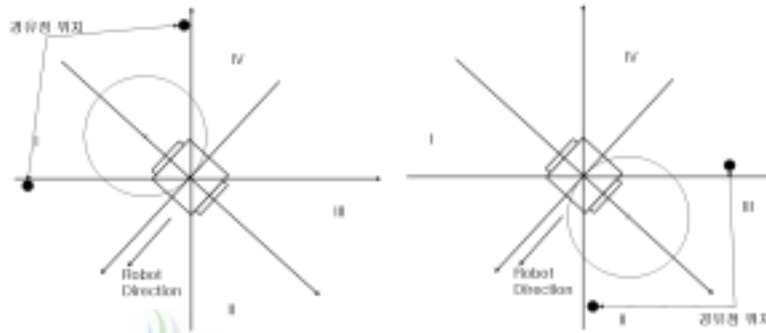
로봇의 위치에서 원이 생성되면, 로봇의 전방향각과 경유점의 위치를 고려하여 원경로를 설정해야 한다. 로봇 중심 좌표계에서 경유점이 I 사분면과 IV 사분면에 존재할 때에는 로봇 진행 방향에서 우측원을 선택하고, II 사분면과 III 사분면에 위치할 때에는 로봇 진행 방향에서 좌측원을 선택한다. Fig. 8은 원의 선택에 대한 경우를 나타내고 있다.





(a) Pass point I or IV

(b) Pass point II or III



(c) Pass point I or IV

(d) Pass point II or III

Fig. 8. Selection of circle at robot position

### 3) 접점의 계산 및 선택

원이 선택된 다음에는 경유점과 원을 잇는 접선을 그어서 직선 경로를 생성해야 한다. 여기서 경유점에 대한 원의 접점은 다음과 같은 극선을 이용하여 계산한다.

Fig. 9는 극선의 정의를 나타내고 있다. 원 외부의 점  $P$ 에서 원에 접선을 그어 그 접점을  $Q_1, Q_2$ 라고 하면, 이 때  $Q_1$ 과  $Q_2$ 를 이은 직선을  $P$ 의 극선(polar line)이라고 하고,  $P$ 를 그 극선에 대한 극(pole)이라고 한다.

만일 극  $P$ 가 원 위에 존재하는 점이라면 극선은  $P(x_1, y_1)$ 를 지나는 접선이 된다. 원의 방정식을  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$  이라고 점  $P$ 의 좌표를  $(x_1, y_1)$ 라고 할 때 극선의 방정식은 식(31)과 같다.

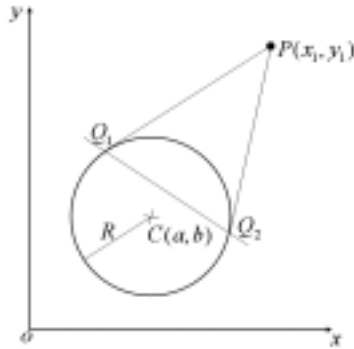


Fig. 9. Definition of polar line

$$(x_1 - a)(x - a) + (y_1 - b)(y - b) = R^2 \quad (31)$$

접점은 이 극선의 방정식과 원의 방정식을 연립하여 계산하면 다음과 같다.

$$Q_{1x} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (32-1a)$$

$$Q_{1y} = D - EQ_{1x} \quad (32-1b)$$

$$Q_{2x} = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (32-2a)$$

$$Q_{2y} = D - EQ_{2x} \quad (32-2b)$$

여기서,

$$A = 1 + E^2, \quad B = -2 \times (a + DE - bE)$$

$$C = a^2 + b^2 + D^2 - 2bD - R^2$$

$$D = 1 / (x_1 - b) \times (R^2 + a(y_1 - a)) + b, \quad E = (x_1 - a) / (y_1 - b)$$

이다. 식(32-1)과 (32-2)와 같이 접점이 계산되었을 때, 접점은 로봇의 위치, 전방  
향각 그리고 다음 위치를 고려하여 선택하게 된다.

#### 4) 경로의 설정

로봇의 최초 위치와 방향각 그리고 경유위치 및 도착해야하는 위치를 알고 있다는 전제하에 경로를 설정하는 순서는 다음과 같다.

- ㉠ 현재 로봇의 위치에서 로봇의 무게 중심을 기준으로 좌·우측에 동일한 반경의 원을 생성한다. 이때 생성되는 원의 반경은 다음 위치의 거리에 의해서 가변적이다.
- ㉡ 로봇의 위치, 전방향각 그리고 경유점을 고려하여 원을 선택한다.
- ㉢ 경유 및 로봇의 위치에서 로봇의 무게 중심을 기준으로 좌·우측에 동일한 반경의 원을 생성한다.
- ㉣ 현재 위치 경유 및 도착 위치에서 생성된 각 원과 선택된 원과의 중심거리를 비교하여 최소가 되는 원을 선택한다.
- ㉤ 현재 위치와 목표 위치에서 선택된 원에 의해서 로봇이 이동해야 할 경로가 내접 경로 또는 외접경로인가를 비교한다.
- ㉦ ㉤의 과정에서 선택된 직선 경로와 현재 지점과 목표 지점의 원호의 경로를 선택하여 로봇의 전체 이동 경로를 설정한다.

Fig. 10은 위에서 설명된 경로 설정 방법을 흐름도로 나타낸 것이며, Fig. 11은 위에서 설명된 경로 설정 방법에 의한 경로 설정의 방법을 보이고 있다.

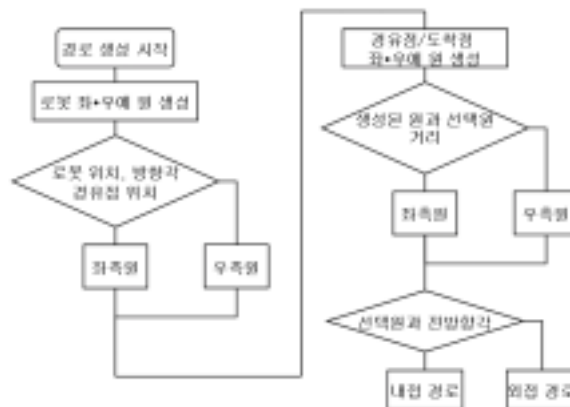


Fig. 10. Flow chart for path planning

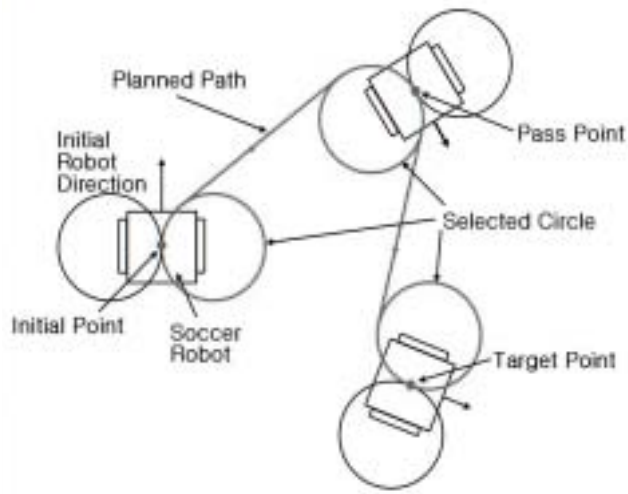


Fig. 11. Path planning method

Fig. 11는 3점 경로에 대한 경로설정의 예를 나타내고 있다. 현재 위치에서 경유점을 보고 원과 직선 경로를 생성하며 경유점에서 목표점을 보고 원과 직선 그리고 원경로를 생성하게 된다. 이렇게 원과 직선에 의한 경로 설정을 하지 않고도 로봇은 현재 지점에서 목표 지점으로 직접 이동할 수 있다. 그러나 직접 이동하는 경우에는 로봇이 시작 지점과 도착지점에서 설정된 방향으로 로봇의 전방향각을 전환해야 하기 때문에 좌·우 바퀴를 정회전 및 역회전을 해야 하므로 로봇에 부하를 주게 된다. 반면에 본 논문에서 이용한 원과 직선에 의한 방법을 이용하여 경로를 설정할 경우에는 모터의 정회전만을 이용하고, 로봇에 부하를 적게 주면서 이동을 할 수 있으며, 로봇 이동중에는 양 바퀴의 속도를 조정함으로써 설정된 경로의 추종이 용이하다.

### 3. 축구 로봇의 제어

#### 1) 제어 구조

본 논문에서 제시하는 제어기는 두 개의 루프로 구성된다. 하나는 내부 상태 되먹임 루프로서 플랜트의 파라미터 민감도를 줄이는 방향으로 설계하고 플랜트를 보다 좋은 상태로 만든다. 다른 하나는 PI(proportional-integral)제어기 루프로 수행하는데 요구되는 사항 즉, 추적 오차, 오버슈트 등과 같은 사양을 만족하도록 설계되었다. 이같은 제어기의 구조는 Fig. 12와 같다.

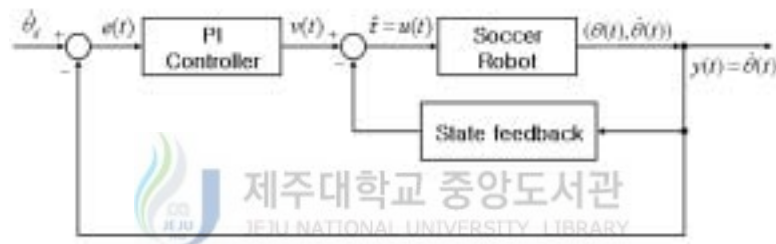


Fig 12. Controller for soccer robot

#### 2) 극배치

상태 되먹임을 통한 극배치 설계에 대해서 기술한다. 시스템의 동역학식이 파라미터 종속으로 주어졌기 때문에 상수 되먹임 이득 행렬은 시스템의 극점을 설계 위치상에 놓일 수 없다. 시스템의 극점을 원하는 위치에 배치하기 위해서 상태 되먹임 이득 행렬은 파라미터 종속임에 틀림없다. 선택된 되먹임 제어 입력은 식(33)과 같다.

$$u(t) = -[F_0 + F_1(\dot{\phi}(t))]x(t) \quad (33)$$

행렬  $F_0$ 는 원하는 위치에 페루프 극점을 위치시키기 위한 극배치에 사용되고,

$F_1(\phi(t))$ 는 시스템이 파라미터 변화에 종속되지 않거나 시스템의 파라미터 종속을 감쇠하도록 한 보조 상태 되먹임 이득이다. 다음으로 상태 되먹임행렬  $F_0$ 는 다음과 같이 구한다.

rank가 m인 입력 행렬  $B$ 는 다음과 같이 분해된다.

$$B = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} Z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

여기서  $U_1, U_2$ 는 단위(unitary)행렬이며,  $Z$ 는 rank가 m인 행렬로 nonsingular이다.  $A_D, V_D$ 를 각각 원하는 페루프 극점들과 우측 고유치벡터 행렬이라고 하자. 다음의 식은 원하는 위치에 페루프 극점이 위치하도록 하는 상태 되먹임 이득 행렬이 존재할 경우의 필요충분 조건이 된다.

$$U_2^T(A_0 V_D - V_D A_D) = 0 \quad (35)$$

만일 식(33)과 같이 결정된다면, 상태 되먹임 이득 행렬  $F_0$ 는 다음과 같다.

$$F_0 = Z^{-1} U_1^T (A_0 - V_D A_D V_D^{-1}) \quad (36)$$

식(34)의 인수분해는 QR분해나 특이치 분해를 이용하면 구할 수 있다. 여기서 페루프 고유치가 시스템 행렬의 변화에 대하여 민감한 변화를 하지 않으려면 고유벡터  $V_D$ 의 선정이 중요하다. 여기서,  $rank(B) \leq n$ 이므로 n개의 고유치에 대한 고유벡터를 모두 구할 수는 없다.

식(34)과 식(35)으로부터

$$U_T [B, A_0 - \lambda_j^d I] = \begin{bmatrix} Z & U_1^T (A_0 - \lambda_j^d I) \\ 0 & U_2^T (A_0 - \lambda_j^d I) \end{bmatrix} \quad (37)$$

이다. 여기서  $rank(Z) = m$ 이며,  $rank([B, A_0 - \lambda_j^d I]) = n$ 이다.  $rank(U_2^T (A_0 - \lambda_j^d I)) = m$ 임을 알 수 있다. 그러므로

$$U_2^T (A_0 - \lambda_j^d I) v_j = 0 \quad (38)$$

이다. 식 (38)은 m개의 선형 독립인 해를 갖는다. 즉,  $B$ 의 rank가 m 일때에는 m

개의 선형 독립인 고유벡터를 구할 수 있으며, 그 고유벡터 및 고유치는 위 식을 만족한다.(강진식,1997)

### 3) 극점감도

강인성을 갖는 극배치를 위해서 다음과 같은 극점감도에 대해서 정의한다.

정의 5. 극점감도는 파라미터 변화에 관하여 극 변위의 비율이 식(39)과 같이 기술될 때 정의할 수 있다.

$$S_{ij} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial \rho_j} = \frac{u_i \frac{\partial A(\rho)}{\partial \rho_j} v_i}{u_i v_i} \quad (39)$$

여기서,  $u_i, v_i$ 는 각각  $i$ 번째 시스템 극의 좌측과 우측 고유 벡터이다. 정의 5에 의해  $S_{ij}$ 는  $j$ 번째 파라미터 변화에 대한  $i$ 번째 극점 변위를 의미한다. 식(34)에서 상태 되먹임 입력에 의해 상태 되먹임 루프의 극점감도는 다음과 같다.

$$S_{ij} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial \rho_j} = \frac{u_i \frac{\partial A[A_1 - BF_1](\rho)}{\partial \rho_j} v_i}{u_i v_i} \quad (40)$$

극점감도를 0 또는 최소화하기 위해 다음의 방정식중 하나는 만족하여야 한다.

$$I_n - (U_1 Z)(Z^{-1} U_1^T) = 0 \quad (41-1)$$

$$A_i - BF_i = V_D^\perp \quad (41-2)$$

여기서,  $V_D^\perp$ 은  $V_D$ 의 ortho-normal 성분이다.

$$V_D V_D^\perp = 0 \quad \text{또는} \quad V_D^\perp V_D = 0$$

식(41-1)의 rank가  $m < n$ 이고, 행렬  $I_n$ 은  $n$  차원 단위행렬이기 때문에 일반적으로 식(41)은 만족하지 않는다. 이제 극점 감도를 최소로 하는 방법에 대해서 기술한다. 식(40)를 다음과 같이 다시 쓴다.

$$S_{ij} = \frac{u_i \left( \begin{vmatrix} A_j^{11} & A_j^{12} \\ A_j^{21} & A_j^{22} \end{vmatrix} - [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} Z \\ 0 \end{bmatrix} [F_j^1 \ F_j^2] \right) v_i}{u_i v_i} \quad (42)$$

좌측과 우측의 고유벡터의 적절한 선택에 의해서 극점 감도는 최소화 될 수 있다. 이것은 식(43)으로 나타낼 수 있다.

$$S_{ij} = u_i^1 (A_j^{11} - U_1 Z F_j^1) v_i^1 + u_i^1 (A_j^{12} - U_1 Z F_j^2) v_i^2 + u_i^2 A_j^{21} v_i^1 + u_i^2 A_j^{22} v_i^2 \quad (43)$$

여기서, 식(43)은 극점 감도를 최소로 하는 보조 상태 되먹임 이득 행렬을 선택에 대한 아이디어를 제공한다. 이때 보조 상태 되먹임 이득 행렬은 다음과 같다.

$$F_1(\rho) = [Z^{-1} U_1^{-1} A_j^{11} \quad Z^{-1} U_1^{-1} A_j^{21}] \quad (44)$$

식(44)에 의해 선택된 보조 되먹임이득 행렬에 의해서 극점 감도는 식(45)와 같이 최소화 된다.

$$S_{ij} = u_i^2 A_j^{21} v_i^1 + u_i^2 A_j^{22} v_i^2 \quad (45)$$

식(45)에서 LPD 시스템과 극점감도에 대한 관계를 알 수 있다. 그 중 하나는 극점 감도의 최소화는 고유 벡터와 상태 되먹임 이득 행렬의 선택에 관계가 있음이고, 일부 시스템에서는 파라미터 중속이 소거되어 보조 되먹임 이득 행렬과 고유벡터의 적절한 선택에 의해서 가능하다는 것을 알 수 있다.

#### 4) 제어기의 설계

이동 로봇에서 기준 입력 신호는 매우 빠르게 변화하고 적은 추적 오차, 빠른 응답 그리고 작은 오버슈트와 같은 요구사항에 적합한 강력한 설계가 필요하다. 이러한 것들은 널리 알려진 PI 제어기를 이용함으로써 쉽게 원하는 대로 만들 수 있다. 일반적인 PI 제어기는 다음과 같다.

$$v(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt \quad (46)$$

여기서  $e(t) = x_d(t) - x(t)$ 라고 하면 식(46)은 다음과 같이 쓸 수 있다.



$$v(t) = [K_I \ K_P] \begin{bmatrix} \theta_d(t) \\ \theta_a(t) \end{bmatrix} - [K_I \ K_P] \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} \quad (47)$$

식(47)은 상태 피드백의 또다른 형태이고, 페루프 동역학식은 식(48)과 같다.

$$\dot{x}(t) = [A_0 - BF_0 - B[K_I \ K_P]]x(t) + B[K_I \ K_P]x_d(t) + d(t) \quad (48)$$

여기서

$$d(t) \triangleq (A_1 - BF_1)(\dot{\phi}(t))x(t) + \text{other noise terms.} \quad (49)$$

이다. PI 제어기는 강인한 성능을 갖도록 설계가 되어야 한다. 좋은 추종 결과를 얻기 위해서 다음과 같은 가격함수를 고려한다.

$$\min J = \int [e^T(t)Qe(t) + v^T(t)Rv(t)]dt \quad (50)$$

입력과 오차 그리고 상태변수의 정의를 이용하여 정리하면, 식(50)는 식(51)로 나타낼 수 있다.

$$\min J = \int [x^T Q_1 x + x_d^T Q_1 x_d - 2x^T Q_1 x_d]dt \quad (51)$$

여기서,

$$Q_1 = C^T Q C + [K_I \ K_P]^T R [K_I \ K_P] \quad (52)$$

이다. 식(51)에 의해 기술된 가격함수는 일반적인 LQ 가격과 동등하고 최소 비용은 식(53)의 관계를 이용함으로써 구할 수 있다.

$$\min \| C^T K C \|_2 \rightarrow \min J \quad (53)$$

여기서,  $K$ 는 식(54)의 리카티 방정식의 해이다.

$$KA + A^T K - (KB + Q_1)Q_1(B^T K + Q_1^T) + Q_1 = 0 \quad (54)$$

식(53)의 결과에서 가격함수는 PI 이득 뿐만아니라 가중행렬  $Q$ 와  $R$ 에 의존한다. PI 이득 조절을 위한 한가지 알고리즘은 우선 가중행렬  $Q$ 와  $R$ 을 선택하고 고정시킨 다음에 PI 이득을 선택하고 ARE(algebraic riccati equation)와 비용을 계산한다. 만약 계산된 비용이 설계치가 아니라면 새로운 PI 이득을 선택하고 그 다음 단계를 수행한다.

## IV. 시뮬레이션 및 실험

### 1. 시뮬레이션에 사용되는 파라미터

시뮬레이션에 사용된 이동 로봇은 현재 로봇 축구 시스템에서 사용되고 있는 로봇이며, 이에 대한 사양은 Table. 1과 같다.

Table 1. Parameter value in simulation

	값	단위
Robot size	7.5(H)×7.5(W)×7.5(L)	cm
Wheel diameter	4.5	cm
Max speed of motor	8000	rpm
Gear ratio	1:8	
$m_c$	0.0612	Kg m/sec <sup>2</sup>
$m_w$	0.0051	Kg m/sec <sup>2</sup>
$I_m$	0.0800	Kg · m · sec <sup>2</sup>
$I_w$	0.0176	Kg · m · sec <sup>2</sup>
$I_c$	0.0500	Kg · m · sec <sup>2</sup>
$b$	3.75	cm
$d$	1	cm
$c$	0.3214	

Table. 1의 값들은 유진로보틱스사의 축구 로봇인 MIROSOT을 대상으로 구한 것이다.

## 2. 기구학만을 적용한 시뮬레이션 결과

### 1) 기구학 시뮬레이션에 사용된 파라미터

기구학만을 적용한 시뮬레이션에 사용된 파라미터는 Table. 2과 같다. 로봇의 최대 속도는 235.6194 cm/sec이나, 실험시 로봇에 과부하를 줄이고 제어를 용이하게 하기 위해서 최대 속도의 1/6되는 속도로 시뮬레이션을 하였다. 시뮬레이션상에서 생성되는 원의 반경은 최대가 15cm이며, 거리에 비례하여 반경을 줄였다.

Table 2. Parameter value in kinematics simulation

	값	단위
Robot size	7.5(H)×7.5(W)×7.5(L)	cm
Wheel diameter	4.5	cm
Max speed of motor	2000	rpm
Gear ratio	1:8	
Timestep	0.0157	sec
Max velocity	39.2699	cm/sec
Max angular velocity	2.7778	rad/sec

### 2) 2점 경로

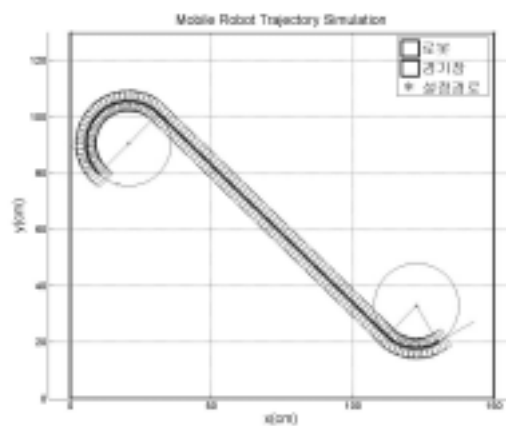


Fig. 13. Planned path for 2 points

Fig. 13은 2점 경로에 대한 경로 생성 및 로봇의 주행 시뮬레이션이다. 그리고 Fig. 14는 설정된 경로를 추종할 때의 설계되는 양 바퀴의 속도이다. 이때, 직선 구간에서는 로봇이 최대속도로 이동할 수 있도록 하였다.

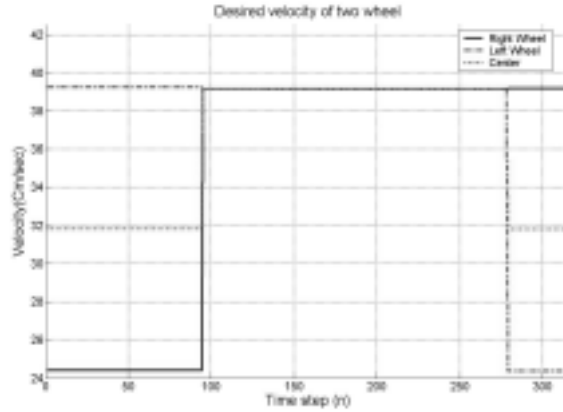


Fig. 14. Desired velocity of 2 points path

2점 경로 시뮬레이션에서 로봇의 최초 좌표는 (10, 80)이고, 이 지점에서 전방향각은 135도이다. 그리고 도착지점의 좌표는 (135, 20)이며, 이때의 전방향각은 30도이다. 경로에서 생성되는 샘플의 수는 317개이다. 2점 경로에서 구간별 이동거리 및 생성되는 원의 반지름 그리고 구간별 샘플의 수는 Table. 3과 같다.

Table 3. 2 points path simulation path form and moving distance

구간 형태	이동거리 (Cm)	생성원의 반경 (Cm)	누적 이동거리 (Cm)	샘플수
원	46.95	15	46.95	94
직진	113.14	-	160.09	184
원	19.46	15	179.55	39

이때 생성되는 원의 중심은 (20.60, 90.60)과 (122.5, 32.99)이며, 두 원 사이 직진 구간을 생성할 때 사용되는 점점의 좌표는 (31.08, 101.33)과 (112.01, 22.26)이다. Fig. 15는 로봇에 입력으로 주는 값으로서 로봇은 1에서 127까지의 정수 레벨값만을 인식하기 때문에 Fig. 14의 값을 로봇이 인식할 수 있는 레벨의 값으로 변환한 것이다. 원경로를 이동할 때에는 17레벨의 속도로 이동하고, 직선구간을 이동할 때

에는 21레벨의 값으로 이동하도록 하였다. 이때 원경로에서 실제 이동 속도는 31.9  $cm/s$ 이고, 직선 구간에서는 39.20  $cm/s$ 이다.

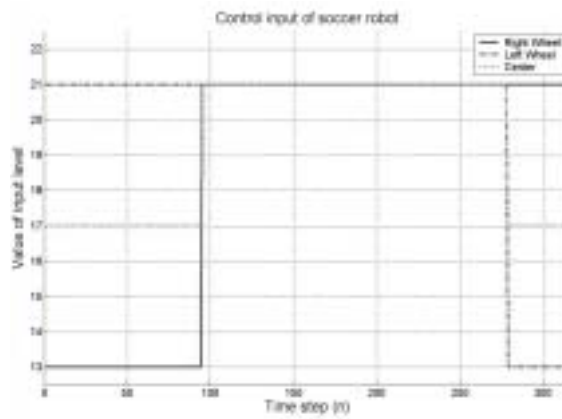


Fig. 15. Control input level for robot

### 3) 3점 경로

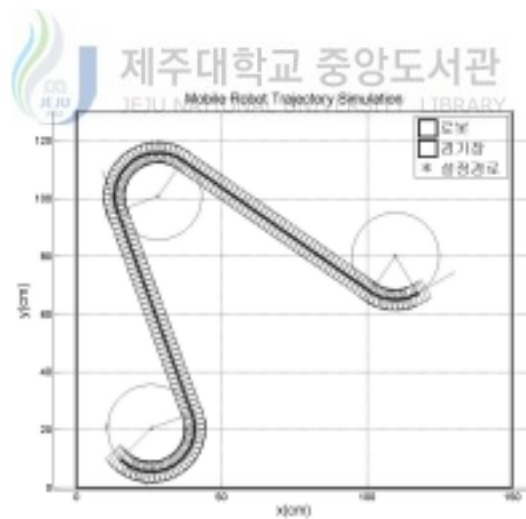


Fig. 16. Planned path for 3 points

Fig. 16은 3점 경로에 대한 경로 생성 및 로봇의 주행 시뮬레이션이다. Fig. 17은 Fig.16에서 설정된 경로를 추종할 때의 설계되는 양 바퀴의 속도이다.

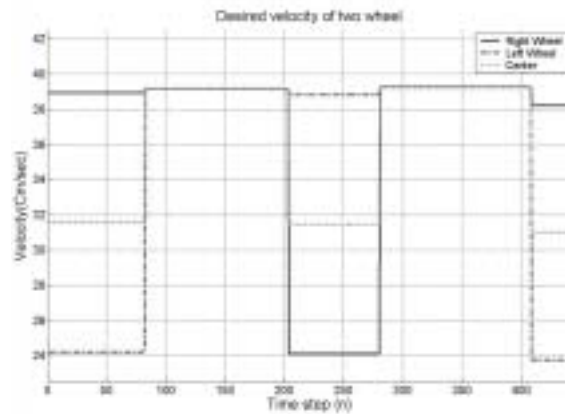


Fig. 17. Desired velocity of 3 points path

3점 경로 시뮬레이션에서 로봇의 최초 좌표는 (15.0, 10.0)이고, 이 지점에서 전 방향 각은 -30도이다. 그리고 중간에 경유해야하는 좌표는 (13.99, 95.59)이며, 최종 좌표는 (117.38, 67.09)이다. 최종 좌표에서 전방향각은 30도이다. 이 경로에 대해서 생성되는 샘플수는 443개이다. 3점 경로의 시뮬레이션에서 구간별 이동거리 및 생성원의 반지름 그리고 구간별 샘플 수는 Table. 4과 같다.

Table 4. 3 points path simulation path form and moving distance

구간 형태	이동거리 (Cm)	생성원의 반경 (Cm)	누적 이동거리 (Cm)	샘플수
원	40.63	15	40.63	82
직진	74.38	-	115.02	121
원	38.01	15	153.04	77
직진	78.88	-	231.92	128
원	17.02	15	248.94	35

이때 생성되는 원의 중심들은 (25.60, 20.60), (28.06, 100.78), (109.88, 80.08)이며, 두 원 사이 직진구간을 생성할 때 사용되는 접점의 좌표는 (39.68, 25.78), (36.67, 113.06), (101.27, 67.79)이다. Fig. 18은 로봇에 입력되는 값으로 오차에 의해서 계산된 토크값이다. 원 경로에서 중심 속도가 17레벨이 되고 직선 경로에서는 21레벨이다.

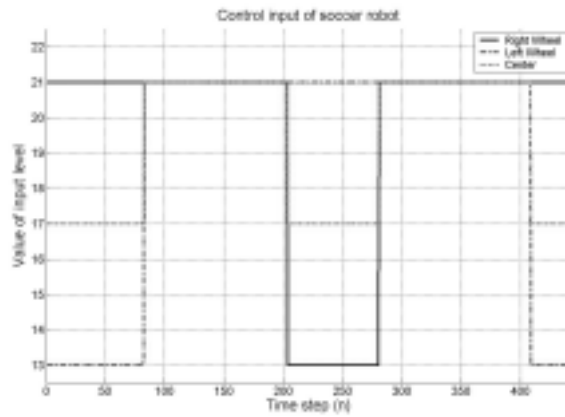


Fig. 18. Control input level for robot

### 3) 5점 경로

Fig. 19는 5점 경로에 대한 경로 생성 및 로봇의 주행 시뮬레이션이다. 그리고 Fig. 20은 설정된 경로를 추종할 때의 설계되는 양 바퀴의 속도의이다. Fig. 19에서 각 경유점에서 생성되는 원의 반경이 다르다. 이는 다음에 가야할 위치와 현재 위치의 거리를 계산하여 두 지점사이의 거리가 60cm 미만이면 원의 반경을 일정 비율을 갖으면서 줄이도록 하였다.

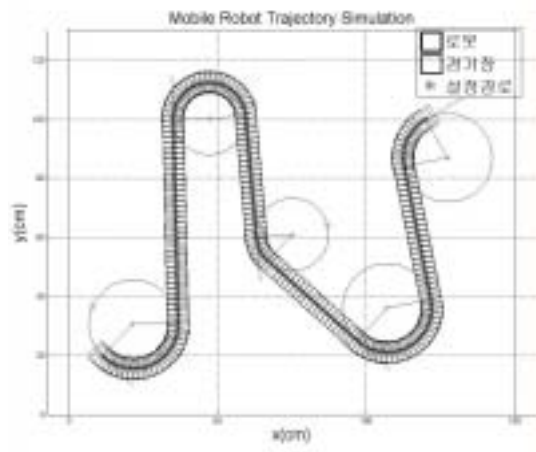


Fig. 19. Planned path for 5 points

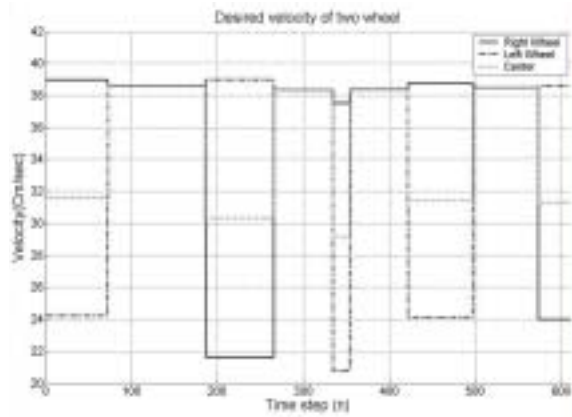


Fig. 20. Desired velocity of 5 points path

5점 경로 시뮬레이션에서 로봇의 최초 좌표는 (11.0, 20.0)이고, 이 지점에서 전방향 각은 -45도이다. 그리고 중간에 경유해야하는 좌표는 (35.0, 100.0), (62.0, 60.0), (95.0, 25.0)이며, 최종 좌표는 (120.0, 100.0)이다. 최종 좌표에서 전방향각은 45도이다. 5점 경로에서 생성되는 샘플의 수는 611개이다. 5점 경로의 시뮬레이션에서 구간별 이동거리 및 생성원의 반지름 그리고 구간별 샘플 수는 Table. 5와 같다.

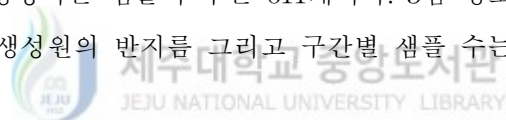


Table 5. 5 points path simulation path form and moving distance

구간 형태	이동거리 (Cm)	생성원의 반경 (Cm)	누적 이동거리 (Cm)	샘플수
원	35.69	15	35.69	72
직진	69.06	-	104.75	114
원	37.56	12.2066	142.31	79
직진	41.51	-	183.82	69
원	9.15	12.1989	192.98	20
직진	40.36	-	233.34	67
원	37.49	15	270.84	76
직진	45.88	-	316.73	76
원	18.65	15	355.38	38

이때 생성되는 원의 중심들은 (21.60, 30.60), (47.20, 100.28), (75.15, 61.06), (107.03, 36.15), (127.5, 87.00)이며, 두 원 사이 직진구간을 생성할 때 사용되는 접



점의 좌표는 (36.60, 30.95), (50.36, 101.35), (66.99, 52.00), (121.74, 39.07), (112.78, 84.08)이다

Fig. 21은 로봇에 입력되는 값으로 Fig. 20의 값을 로봇에 입력으로 주기 위해 레벨값으로 변환한 것이다.

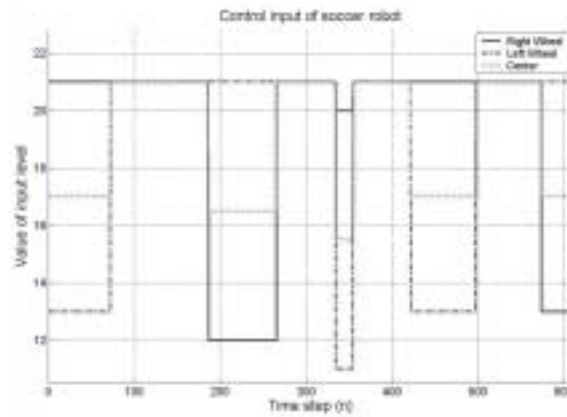


Fig. 21. Control input level for robot

#### 4) 7점 경로



Fig. 22는 7점 경로에 대한 경로 생성 및 로봇의 주행 시뮬레이션이다. 그리고 Fig. 23은 설정된 경로를 추종할 때의 설계되는 양 바퀴의 속도이다.

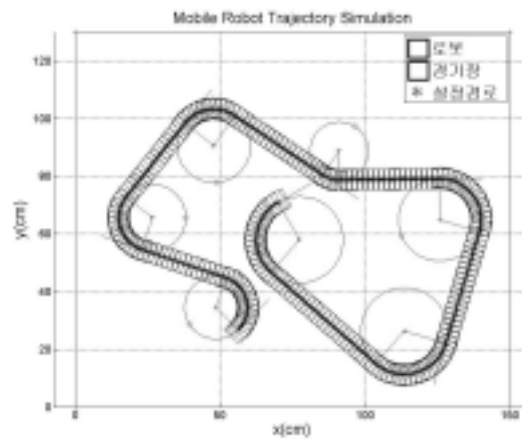


Fig. 22. Planned path for 7 points

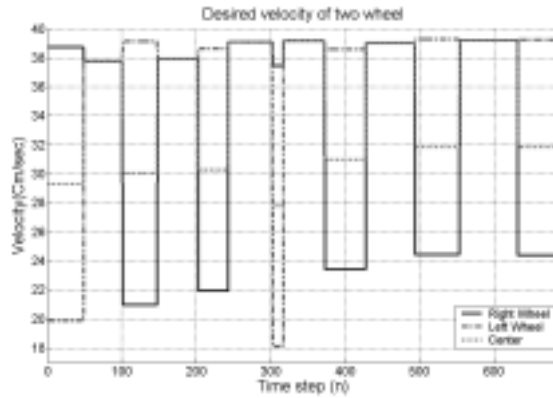


Fig. 23. Desired velocity of 7 points path

7점 경로 시뮬레이션에서 로봇의 최초 좌표는 (56.3, 26.8)이고, 이 지점에서 전 방향 각은 45도이다. 그리고 중간에 경유해야하는 좌표는 (22.9, 54.7), (37.9, 98.5), (85.5, 80.5), (125.7, 79.2), (128.0, 22.1)이며, 최종 좌표는 (70.0, 71.0)이다. 최종 좌 표에서 전방향각은 30도이다. 총 샘플수는 688개이다. 7점 경로의 시뮬레이션에서 구간별 이동거리 및 생성원의 반지름 그리고 구간별 샘플 수는 Table. 6과 같다.

이때 생성되는 원의 중심들은 (48.60, 34.49), (26.61, 65.66), (47.86, 90.59), (91.13, 88.82), (125.87, 64.91), (113.62, 26.39), (77.5, 58.00)이며, 두 원 사이 직진구간을 생성할 때 사용되는 점점의 좌표는 (52.10, 44.79), (17.55, 72.85), (54.99, 101.13), (91.25, 78.77), (139.56, 60.82), (103.74, 15.10), (67.62, 46.72)이다.

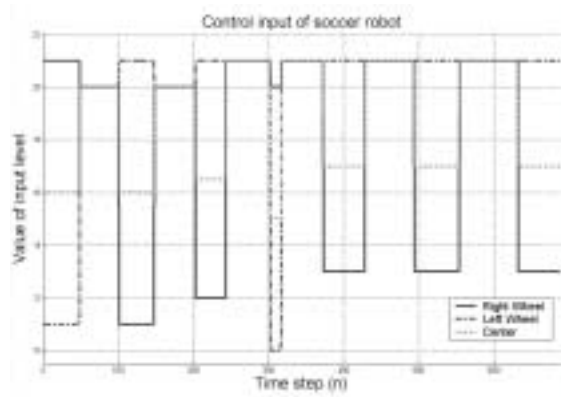


Fig. 24. Control input for robot

Fig. 24는 로봇에 입력으로 주기 위해서 설계된 속도를 레벨값으로 변환한 것이다.

Table 6. 7 points path simulation path form and moving distance

구간 형태	이동거리 (Cm)	생성원의 반경 (Cm)	누적 이동거리 (Cm)	샘플수
원	22.07	10.87	22.07	48
직진	30.83	-	52.91	52
원	22.16	11.57	75.07	47
직진	32.73	-	107.81	55
원	19.01	12.72	126.82	40
직진	36.82	-	163.65	60
원	6.10	10.05	169.75	14
직진	34.44	-	204.20	56
원	26.76	14.28	230.96	55
직진	40.41	-	271.38	66
원	29.99	15	301.37	60
직진	48.00	-	349.38	78
원	28.48	15	377.86	57

### 3. 동역학을 적용한 시뮬레이션 결과

#### 1) 동역학 시뮬레이션에 사용된 파라미터

Table. 1의 파라미터를 이용하여 다음과 같이 축구로봇의 상태 공간 행렬을 구성하였다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.01 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0828\dot{\phi} & 0.0828\ddot{\phi} \\ 0 & 0 & -0.0828\dot{\phi} & -0.0828\ddot{\phi} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 25.0212 & -19.2266 \\ -19.2266 & 25.0212 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서 상태 되먹임 설계를 위해서 원하는 폐루프 극점을 선택한다.

$$\Delta = [-10 + j15 \quad -10 - j15 \quad -17 + j17 \quad -17 - j17]^T$$

그리고 극점배치를 위한 상태 되먹임 이득은 다음과 같이 구해진다.

$$F_0 = \begin{bmatrix} 0.2088 & 0.8549 & 0.2643 & 0.9343 \\ 0.2113 & 1.0429 & 0.2608 & 1.1424 \end{bmatrix}$$

각각의 파라미터 변화에 강인한 특성을 갖기 위한 추가적인 상태 되먹임 이득은 다음과 같다.

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.0231 & -0.0250 & 0.0087 + 0.0018j & 0.0007 + 0.0018j \\ 0.0177 & -0.0192 & 0.0066 - 0.0018j & 0.0010 - 0.0018j \end{bmatrix}$$

상태 피드백에 의해 얻어진 이득은 여기에서 파라미터에 의해 정확하게 소거된다. 그리고 원하는 위치에 로봇 극점들 위치시킨다. 실제 로봇의 극점은 다음과 같다.

$$pol = \begin{bmatrix} -17.0450 + 16.9619j \\ -17.0450 - 16.9619j \\ -10.0050 + 14.9967j \\ -10.0050 - 14.9967j \end{bmatrix}$$

여기서, 로봇 극점의 최대 오차는 0.2%이다.

PI 제어기 이득은 추적 오차를 감소시키는 것을 고려하여 다음과 같이 선택하였다.

$$K_I = 9 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad K_P = 11 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

위의 파라미터를 이용하여 설계된 제어기와 동역학을 적용하여 사인파, 톱니파, 구형파의 입력신호에 대한 시뮬레이션 결과는 다음과 같다.

## 2) 사인파 입력

Fig. 25는 양바퀴의 기준 입력으로 사인파가 주어지고 있음을 나타내고 있다.

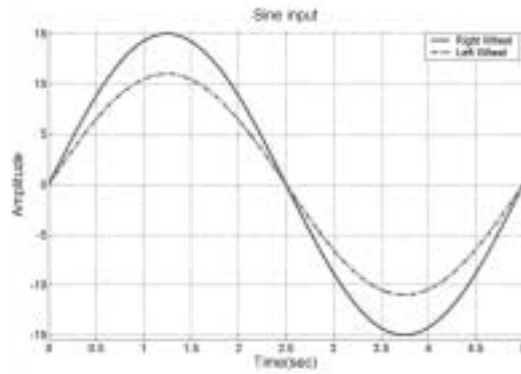


Fig. 25. Sine input for mobile robot

설계된 속도와 실제 속도를 비교한 후 그 오차를 계산하여 새로운 제어 입력을 생성하게 된다. 이렇게 생성된 제어 입력은 Fig. 26와 같다.

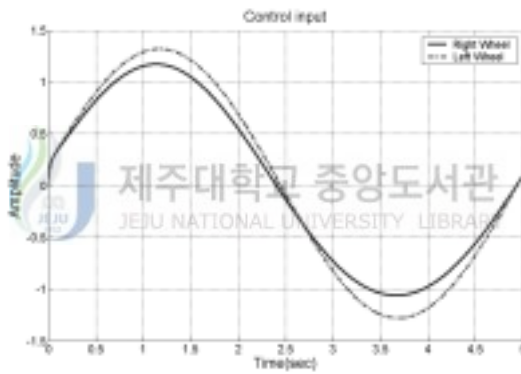


Fig. 26. Control input for sine input

Fig. 27은 설계된 양바퀴의 속도와 실제 양바퀴의 속도를 나타내고 있다.

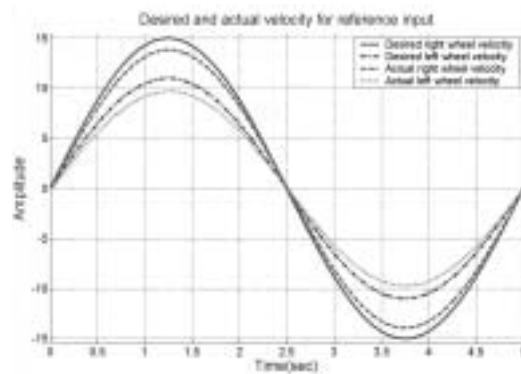


Fig. 27. Desired and actual velocity two wheels

Fig. 28은 원점에서 출발하여 다시 원점으로 들어오는 경로에 대한 추종 시뮬레이션 결과이다. 설계된 경로보다 안쪽으로 로봇이 이동하였으나 설계된 경로와 비슷하게 로봇이 경로를 추종함을 확인할 수 있다.

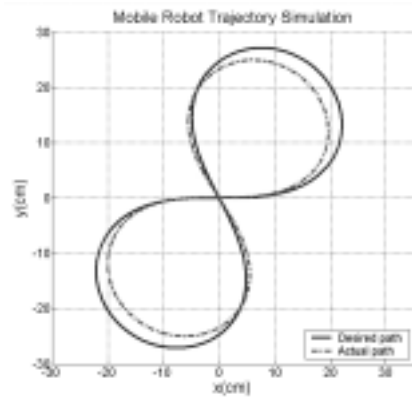


Fig. 28. Path following for sine input

### 3) 톱니파 입력

Fig. 29은 양바퀴의 기준 입력으로 톱니파가 주어지고 있음을 나타내고 있다.

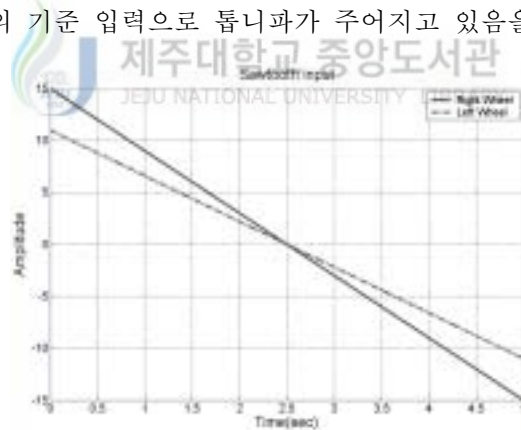


Fig. 29. Sawtooth input for mobile robot

설계된 속도와 실제 속도를 비교한 후 그 오차를 계산하고, 제어를 통하여 로봇에 새로운 제어 입력을 가하게 된다. 이렇게 생성된 제어 입력은 Fig. 30과 같다. 그리고 Fig. 31은 설계된 양바퀴의 속도와 설계된 경로를 추종할 때 생성되는 양바퀴의 속도를 나타내고 있다.

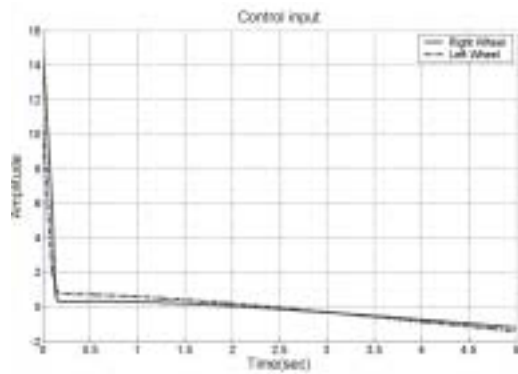


Fig. 30. Control input for sawtooth input

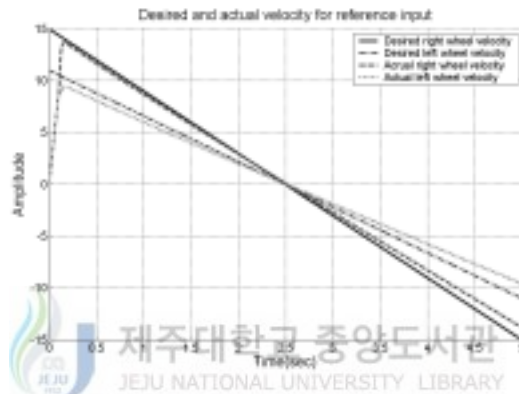


Fig. 31. Desired and actual velocity two wheels

Fig. 32는 (-29.25,0)에서 출발하여 원점으로 이동하는 경로에 대한 추종 시뮬레이션 결과이다. 로봇은 원점에 있다가 설계된 경로를 추종하게 하였다. 설계된 경로의 안쪽으로 로봇이 이동하였으나 중간 경로에서는 설계된 경로와 거의 일치하였다.

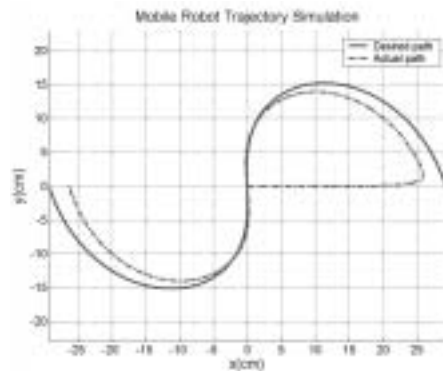


Fig. 32. Path following for sawtooth input

#### 4) 구형파 입력

Fig. 33은 양바퀴의 기준 입력으로 구형파가 주어지고 있음을 나타내고 있다.

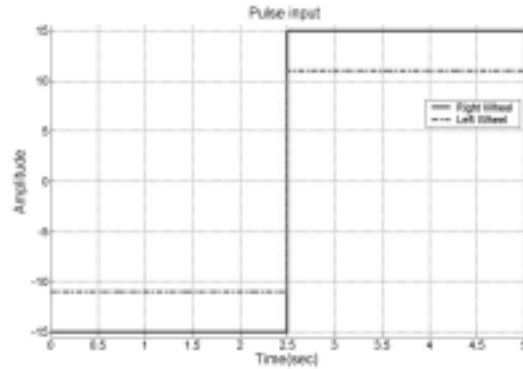


Fig. 33. Pulse input for mobile robot

Fig. 34는 설계된 속도와 실제 속도를 비교한 후 그 오차를 계산하여 생성된 제어 입력을 나타내고 있다.  $t=2.5$ 에서 급격히 변하는 것을 볼 수 있다. 왜냐하면 기준 입력으로 준 신호의 부호가 갑자기 변화하였기 때문이다. 그러나 이러한 변화도 곧 제어기에 의해서 극복되고 있음을 보이고 있다.

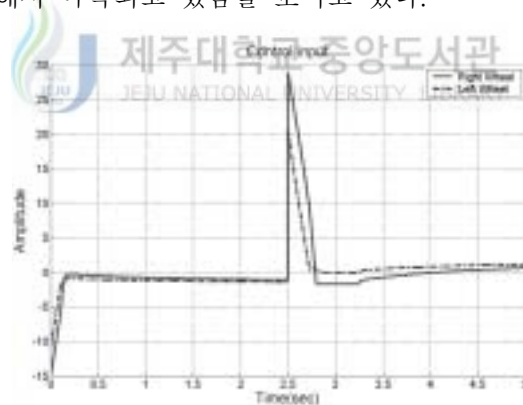


Fig. 34. Control input for pulse input

설계된 양바퀴의 속도와 설계된 경로를 추종할 때 생성되는 양바퀴의 속도를 Fig. 35에서 나타내고 있다. 그리고 Fig. 36은  $(-29.25, 0)$ 에서 출발하여  $(29.24, -0.18)$ 로 이동하는 경로에 대한 추종 시뮬레이션 결과이다. 중간에 기준 입력 신호의 갑작스런 부호 변화로 인해서 로봇의 움직임이 많이 변화되었으나, 제어기를 통해서 생성되는 새로운 제어입력으로 인해서 로봇이 설계된 경로를 잘 추종하고 있음을 알 수 있다.



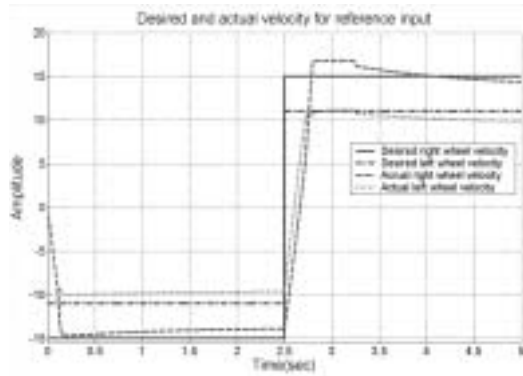


Fig. 35. Desired and actual velocity for two wheels

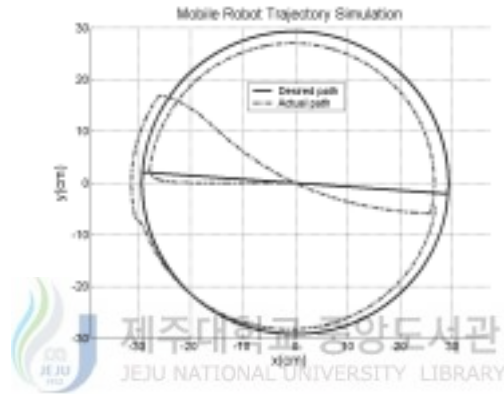


Fig. 36. Path following for pulse input

#### 4. 기구학을 적용한 실험 결과

##### 1) 실험 환경

##### (1) 로봇 축구 시스템

본 논문에서 실험시 사용한 로봇 축구 시스템은 Fig. 37과 같이 경기장, 공, 로봇, 영상처리 시스템, 호스트 컴퓨터, 무선통신부로 구성되어 있는 비전 기반 로봇

축구 시스템(vision based robot soccer system)이다.



Fig. 37. Robot soccer system

## (2) 축구 로봇

로봇의 크기는 가로, 세로, 높이가 각각  $7.5\text{ cm}$ 이며, 상부에 색마크를 부착하여 팀과 로봇의 ID를 컬러 영상 처리 시스템이 색을 이용하여 구분하고, 로봇의 위치와 방향을 파악한다. Fig. 38은 본 실험에서 사용한 축구 로봇이다.

## (3) 경기장

경기장의 크기는 가로, 세로가  $150\text{ cm}\times 130\text{ cm}$ 이며 직사각형의 경기장으로 둘레에  $5\text{ cm}$ 의 격벽이 있으며, 세로면의 양끝의 중앙에는  $40\text{ cm}$  폭의 골대가 있다. Fig. 39는 로봇 축구에서 사용하고 있는 공식 경기장이다.

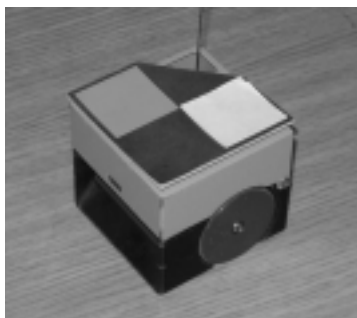


Fig. 38. Mobile soccer robot



Fig. 39. Playground of robot soccer

2) 2점 경로추종 실험 결과

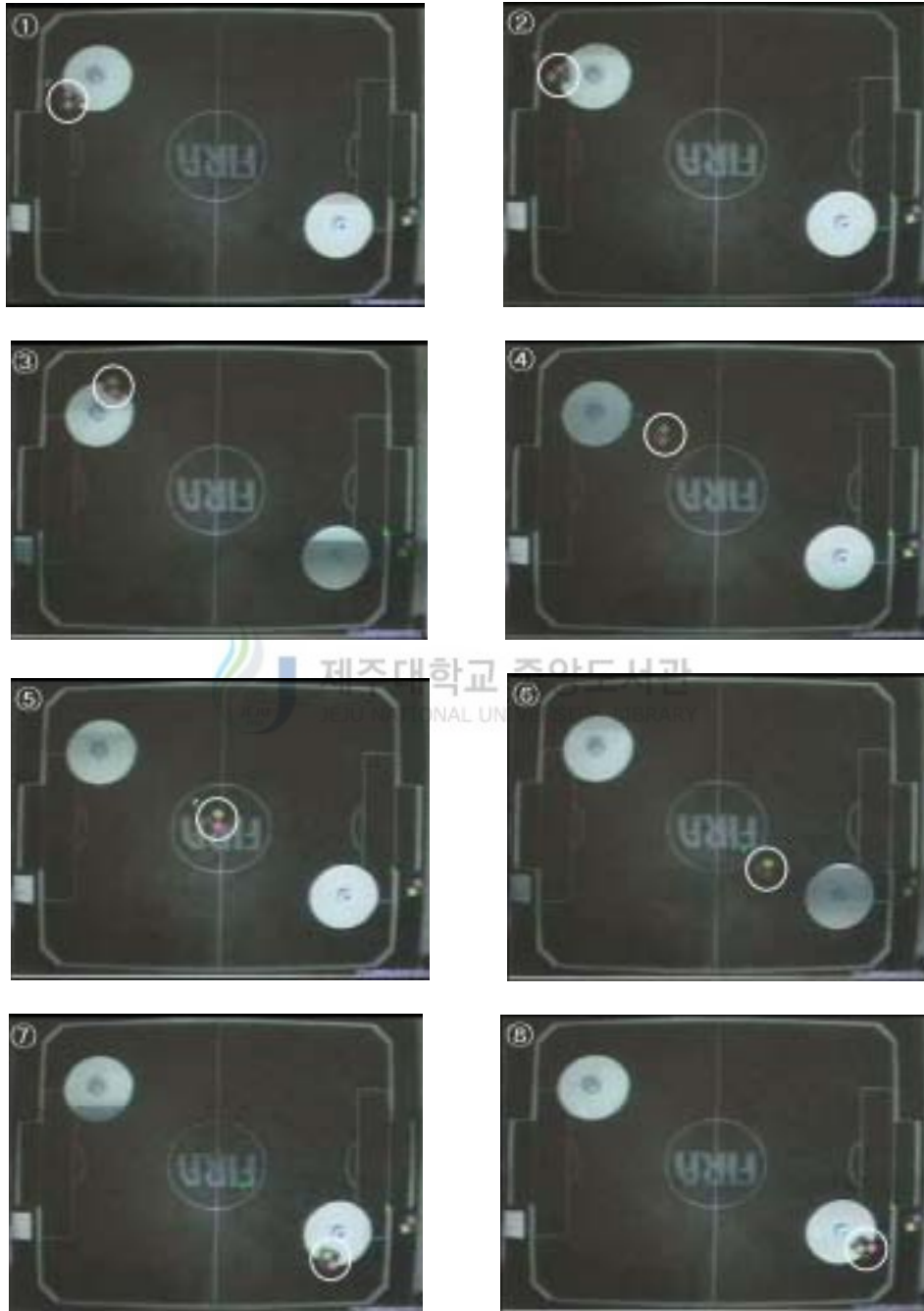
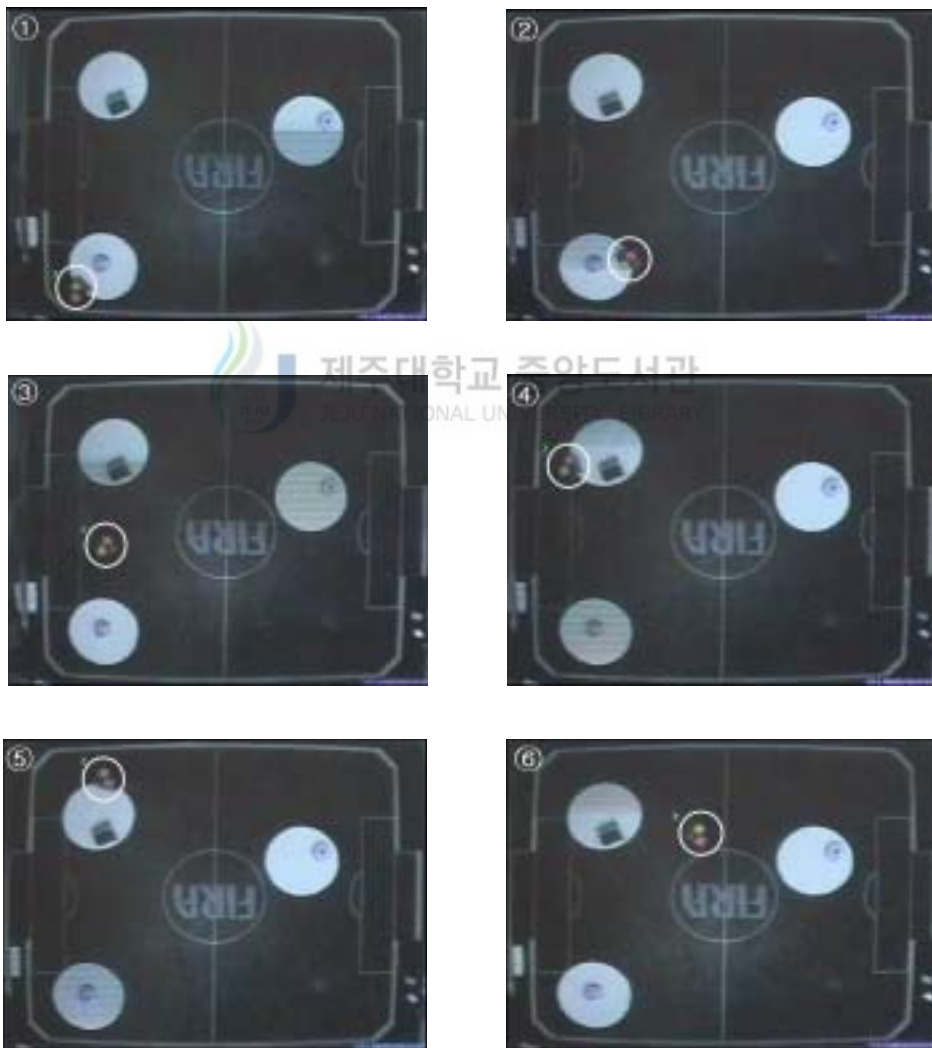


Fig. 40. Tracking result for 2 point path

Fig. 40은 2점 경로에 대한 경로 추종 실험 결과이다. Fig. 13과 같이 경로를 설정하고 이를 추종하는 것을 확인하였다. 설정된 경로를 잘 추종하였으나, 목표지점에서의 원에서 설정된 경로보다 안쪽으로 로봇이 이동하였다. 첫 번째 원을 탈출할 때 직선경로가 생기는 접점을 정확하게 찾아서 나오지 못했기 때문에 설정된 경로를 정확하게 추종하지 못한 것으로 고찰된다.

### 3) 3점 경로



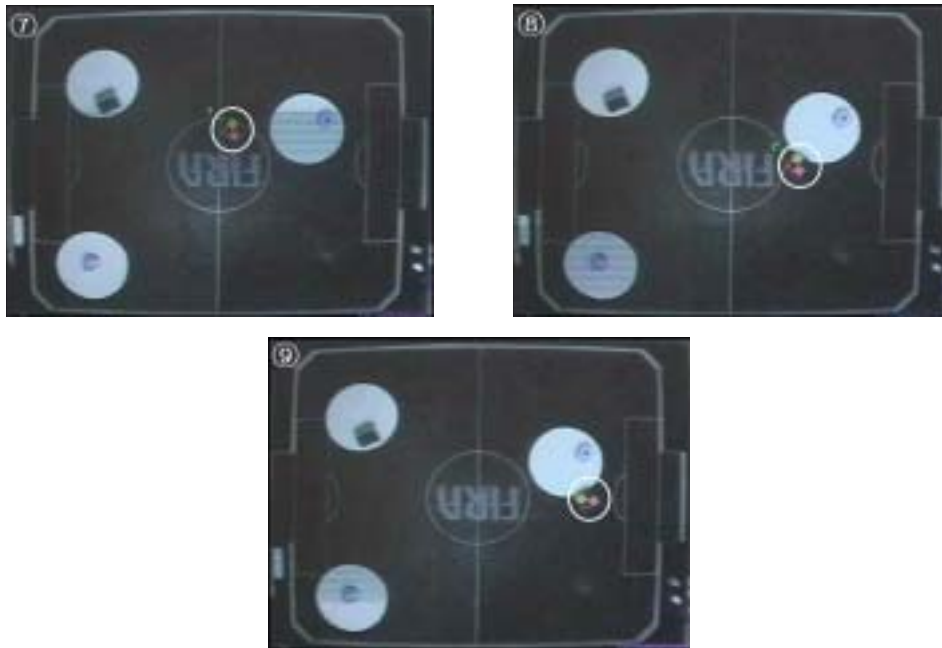
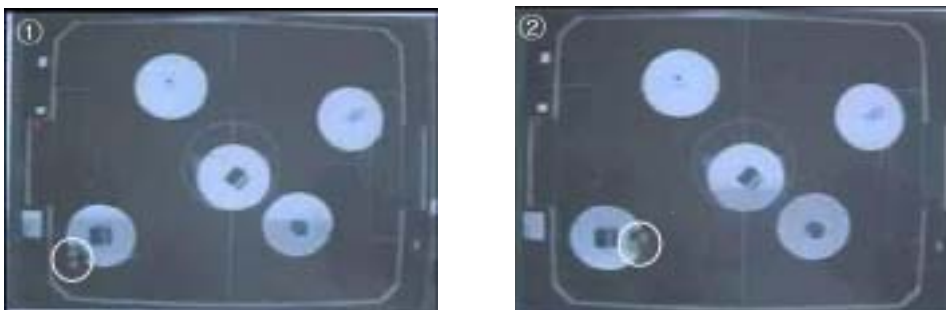
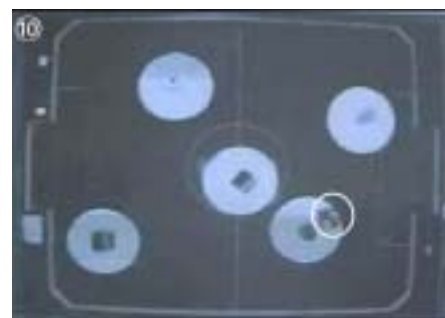
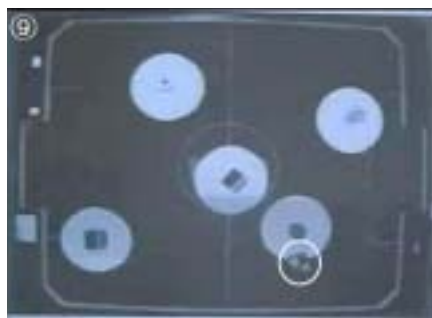
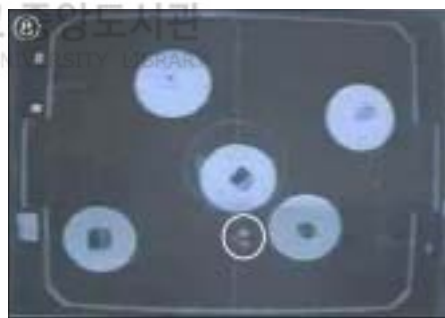
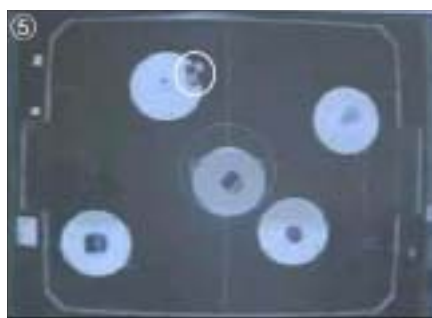


Fig. 41. Tracking result for 3 point path

Fig. 41은 3점 경로에 대한 경로 추종 실험 결과이다. Fig. 16과 같이 경로를 설정하고 이를 추종하는 것을 확인하였다. 대체적으로 설정된 경로를 추종하였으나, 두 번째 원의 경로를 따라서 이동할 때 설정된 경로보다 밖으로 이동하는 것을 볼 수 있다. 이는 설정된 접점을 지나쳐서 원의 경로를 따라서 이동한 결과라고 생각된다. 정확한 위치를 찾아가지 원의 접점으로 정확하게 찾아가지 못해서 도착 지점에서 생성된 원상의 경로에 위치하지 못하는 것을 볼 수 있다.

#### 4) 5점 경로





제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

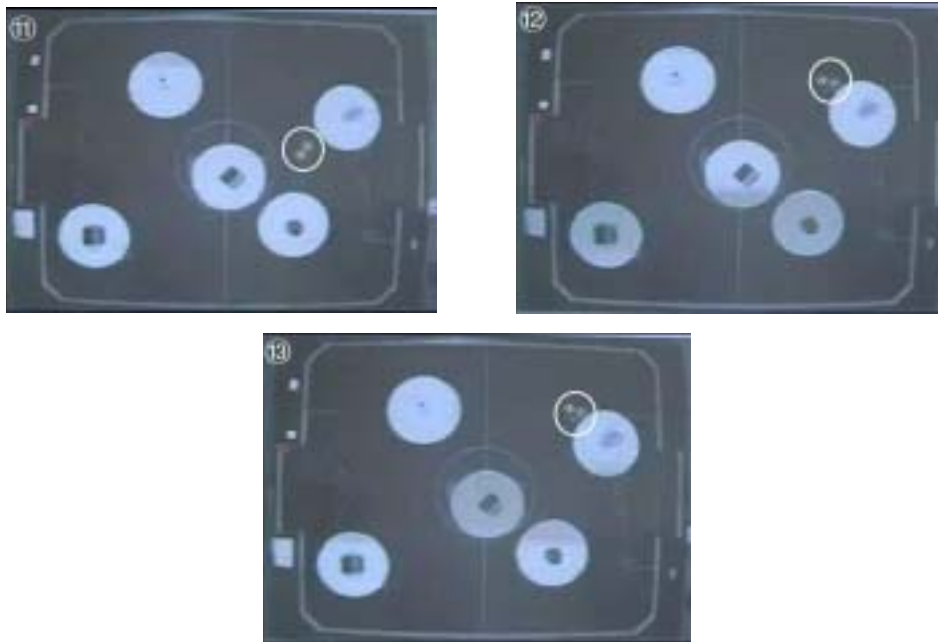
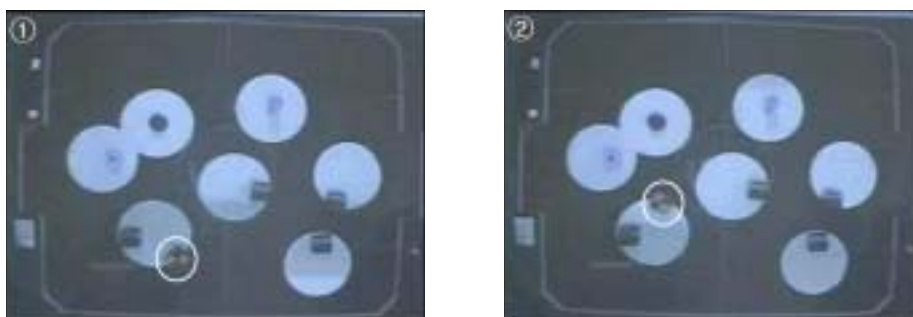


Fig. 42. Tracking result for 5 point path

Fig. 42는 5점 경로에 대한 경로 추종 실험 결과이다. Fig. 19와 같이 경로를 설정하고 이를 추종하는 것을 확인하였다. 로봇은 설정된 경로와 유사하게 이동하였다. 그러나 설정된 경로와는 많은 차이를 보이면서 이동을 하는 것을 알 수 있다. 이는 원과 직선에 의해서 설정되는 경로에서 원의 접점을 정확하게 탈출하지 못하고, 또한 다른 원의 경로에서 직선과 만나는 접점으로 로봇이 이동하지 않았기 때문이다. 즉, 중간에 발생한 오차를 로봇이 계속 가지고 이동하였기 때문에 목표지점에서 로봇이 위치하는 지점이 Fig. 42-⑬과 같다.

#### 5) 7점 경로







제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY



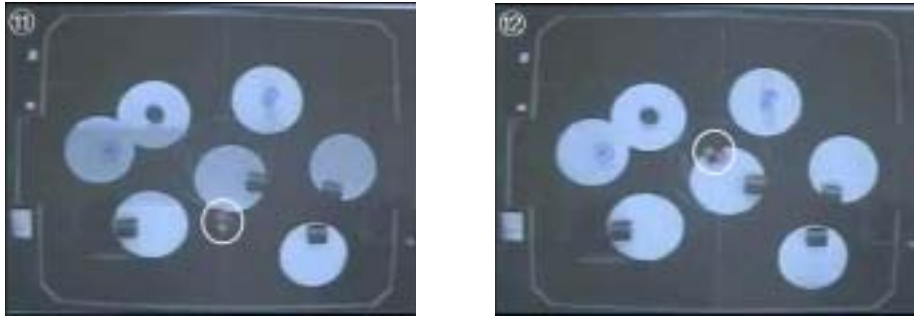


Fig. 43. Tracking result for 7 point path

Fig. 43은 7점 경로에 대한 경로 추종 실험 결과이다. Fig. 21과 같이 경로를 설정하고 이를 추종하는 것을 확인하였다. 대체적으로 설정된 경로를 추종하였다. 그러나 두 번째 원과 세 번째 원을 따라 이동할 때 설정된 경로의 안쪽으로 이동하였으며, 다섯 번째 원을 따라 이동할 때에는 직선구간을 탈출하면서 원 경로를 따라 이동할 때 그 경로를 정확하게 추종하지 못하는 것을 볼 수 있다. 처음에 발생한 오차를 로봇이 계속 가지고 이동하였기 때문이다.



## V. 결 론

이동 로봇의 연구에 있어서 경로 설정과 그 설정된 경로를 추종하도록 하는 제어기의 설계는 매우 중요하다. 이동 로봇은 비선형적인 시스템의 한 종류로서 이를 모델링하고 제어하기 위해서는 선형화를 해야한다.

본 논문에서는 이러한 비선형적인 이동로봇을 선형적인 시스템으로 다루기 위해서 LPD시스템의 개념을 도입하였으며, 이를 이용하여 축구로봇을 모델링하고 제어기를 설계하였다. 본 논문에서 제안한 제어기의 구조는 2개의 루프로 구성되어 있다. 하나는 상태 되먹임을 위한 루프이고, 나머지는 PI제어를 위한 루프이다. 상태 되먹임은 로봇이 좋은 조건과 파라미터의 변화에 민감하지 않은 전달함수로서 설계된다. 이를 위해서 극점 민감도를 정의하고 상태 되먹임을 설계하였다. 그리고 보조 상태 되먹임을 이용함으로써 파라미터 종속이 되었으며, 최상의 조건과 최소의 극점 민감도를 갖는 플랜트를 만들어 제어기를 구성하였다. 마지막으로 PI 제어 루프는 다른 형태의 상태 되먹임과 동등하며, 가격함수는 추적오차를 최소화하는 것으로 하였다. 이는 LQ(linear quadratic optimization)제어의 과정과 동일하다. 이러한 특성은 PI 제어기의 이득을 조정하는데 주된 아이디어를 제공한다.

실험은 로봇 축구 시스템을 이용하였다. 실험결과 로봇은 설정된 경로를 잘 추종하는 것을 확인할 수 있었다. 그러나 경로에서 원과 직선, 직선과 원으로 이어지는 지점에서 나타나는 불연속적인 특성과 바닥과 로봇간에 발생하는 마찰력, 미끄럼등으로 인해서 로봇이 경로를 이탈하는 경우가 발생하였다. 그리고 시뮬레이션 상에서 계산된 속도를 로봇에 입력으로 주기 위해서 속도를 양자화 시키는 과정에서 발생한 오차로 인해서 설정경로를 정확하게 추종하지 못하는 경우도 발생하였다.

시뮬레이션과 실험을 통해서 보인것과 같이 비선형적인 축구로봇을 LPD 프레임 워크에 의해서 쉽게 선형화됨을 알 수 있다. 이러한 결과들은 앞으로 이동로봇의 모델링, 경로 설정 그리고 제어기를 설계할 때 유용하게 사용될 것으로 사료된다.

## 참고 문헌

- 강진식, 극배치를 이용한 ALPD 시스템의 제어기 설계, 제주대학교 산업기술연구소 논문집 8권 1호 pp.67-75, 1997
- 김민철, 1999, 차륜 구동 및 자동차형 이동 로봇을 위한 부분 연속 제어 및 위치 추정법, 박사 학위 논문, 포항 공대. 120 pp
- 김병기, 1998, 휠구동 이동로봇의 경로추적 제어기설계, 석사 학위 논문, 포항 공과대학, 40 pp.
- 김종식, 1999, 선형 제어시스템 공학, 청문각, pp 311-353
- 김종환, 2000, 로봇 축구 시스템, 대영사, 467 pp
- 김주영, 1999, 축구로봇의 속도 및 자세제어, 석사 학위 논문, 고려대학교. 73 pp
- 남재호, 1996, 이동 로봇의 동력학 제어에 관한 연구, 석사 학위 논문, 성균관대학교. 48 pp
- 박종현 외2인, 1995, 로봇공학, 도서출판기술, pp 392-471
- 손효영, 1997, 이동로봇의 자세 및 경로제어를 위한 하이브리드 시스템 모델링과 제어, 석사 학위 논문, 한양대학교. 42 pp
- 양원형외 3인, 1994, 최신 제어 시스템, 광문각, pp 293-323
- 임진모, 1997, 차륜형 이동로봇 시스템의 하이브리드 시스템 모델링 및 제어, 석사 학위 논문, 한양대학교. 37 pp.
- 정상훈, 1998, 경로 추종과 자세 제어를 위한 이동 로봇의 하이브리드 제어, 석사 학위 논문, 한양대학교. 36 pp.
- 조법기, 2001, 축구 로봇의 경로 제어 알고리즘의 구현, 석사 학위 논문, 동양대학교. 37 pp
- 황보명, 1996, 휠구동 이동 로봇의 설계 및 기구학적 제어, 석사 학위 논문, 포항 공과대학. 72 pp
- 황우현, 안성모, 1997, MATLAB을 이용한 제어시스템 설계, 대광서림, pp 227-290

- G. Campion, G. Bastin, and B.D'Andrea-Novel, 1996, Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots, IEEE trans. on Robotics and Automation, vol. 12, no. 1, pp.47-62.
- Jin-Shig Kang and Seong-Bo Oh, Pole Placement of Linear Parameter Dependent System, Proc. Of the ICMIT, Yamaguchi, Japan, Dec. 13-15, pp.37-40, 2001
- Jin-Shig Kang and Chul-Woo Rhim, LPD(Linear Parameter Dependent) System Modeling and Control of Mobile Soccer Robot, Journal of control, automation and system engineering, to be appeared
- Joseph L. Jones, Anita M. Flynn, Bruce A. Seiger, 1998, Mobile robots : Inspiration to implementaion, A K Peters Ltd, 457 pp
- Jung-Min Yang and Jong-Hwan Kim, 1997, Tracking Control of Wheeled Mobile Robots Using Variable Structure Systems, Proc. of the 2nd Asian Control Conference, Seoul, Korea, Jul. 22-25,I-381-384.
- Rhim Chul-Woo, Kim Young-Gu and Kang Jin Shig, LPD(Linear Parameter Dependent)system modeling and control of mobile soccer robot, Proc. 2002 FIRA Robot World Congress, KOREA May. 26-29, pp.598-601,2002

## 감사의 글

기대와 설렘으로 시작했던 대학원 생활을 이제 이 논문을 끝으로 지난 2년이라는 시간을 정리하고, 새로운 세상을 향해 나아가려고 하고 있습니다. 뒤를 돌아보면 아쉬움과 후회가 많지만 이는 보다 나은 내일을 위한 초석이라 생각합니다.

대학원 생활동안 부족한 저에게 학문의 길을 열어주신 강진식 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 수업과 연구로 바쁘신 가운데도 보다 나은 논문이 되도록 많은 조언과 충고를 해주신 임재운 교수님과 양두영 교수님께 깊은 감사를 드립니다. 또한 학부시절부터 항상 지켜봐주시고 통신공학이라는 학문의 길로 이끌어 주신 이용학 교수님, 문건 교수님, 김홍수 교수님, 좌정우 교수님께 감사의 마음을 전합니다.

대학원 생활을 하면서 어렵고 힘들 때 항상 힘이 되어 주신 강부식 선배님께 진심으로 고마움을 전하며, 학부때부터 저를 옆에서 지켜봐주신 홍성욱 선배님, 정동성 선배님, 이권익 선배님, 문성익 선배님께 감사의 마음을 전합니다. 2년동안 대학원 생활을 같이하면서 학과를 위해 일하시던 창윤형, 은진이 그리고 진숙이와 중국형에게도 고마운 마음을 전하며 앞으로 하는 일이 다 잘되기를 기원합니다. 또한 곁에서 많은 도움을 준 봉수형, 영배형, 영길, 광식, 수미, 현미에게도 감사의 말을 전합니다. 실험때 많은 도움을 주었던 후배 원석이와 승현이 그리고 브레인 분과 후배들에게도 고마운 마음을 전합니다. 그리고 각자의 학문에 정진하고 있을 친구 용학과 봉찬에게도 감사의 말을 전합니다.

끝으로 오늘이 있기까지 항상 저를 믿고 사랑해주신 아버님, 어머님 그리고 형님과 함께 이 논문이 완성된 기쁨을 나누고 싶습니다.