

碩士學位 論文

컴퓨터 소프트웨어 활용이 도형학습에 미치는 영향 (GSP를 중심으로)

指導教授 宋 錫 準



濟州大學校 教育大學院

數學教育專攻

姜 柄 旭

1999年 8月

컴퓨터 소프트웨어 활용이 도형학습에 미치는 영향(GSP를 중심으로)

指導教授 宋 錫 準

이 論文을 教育學 碩士學位 論文으로 提出함

1999年 5月 日

濟州大學校 教育大學院 數學教育專攻



提出者 姜 柄 旭

세주대학교 중앙도서관
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

姜柄旭의 教育學 碩士學位 論文을 認准함

1999 7月 日

審査委員長 _____ 印

審査委員 _____ 印

審査委員 _____ 印

<抄錄>

컴퓨터 소프트웨어 활용이 도형학습에 미치는 영향
(GSP를 중심으로)

姜柄旭

濟州大學校 教育大學院 數學教育專功
指導教授 宋錫準

본 연구는 평면도형에서 GSP를 활용한 학습 자료의 개발 및 적용을 통하여 교수-학습 방법을 학생활동 중심으로 개선하여 학생들이 보다 흥미를 가지고 적극적으로 수업에 참여함으로써 학력을 신장시키는데 있다.

이 목적을 위해서

1. 평면도형의 지도요소를 작성하였다.
2. 지도요소에 따른 학습자료를 GSP를 활용하여 개발하였다.
3. 개발한 학습자료를 교수-학습 활동에 적용하였다.

본 학습 자료를 적용한 후 평가하고 분석하기 위해 연구대상을 제주도 제주시 제주 제일중학교 1학년 학급 중에서 성적이 비슷한 2개 반을 선정하여 1개 반(재적 40명)을 실험반으로 나머지 1개 반(재적 40명)을 비교반으로 하였으며, 전후검사를 통하여 학습태도와 학업성취도 결과를 비교 분석하는 방법으로 연구를 진행하였다.

위의 연구의 결과는 다음과 같다.

1. 개발한 학습자료를 수업에 적용한 결과, 학생들의 학습태도가 긍정적으로 변화되었음을 알 수 있었다.
2. 개발한 학습자료를 수업에 적용한 결과, 학생들의 학력신장에 도움을 주었다.

목 차

초 록

I. 서 론	1
1. 연구의 필요성	1
2. 연구의 목적	1
II. 이론적 배경	3
1. 수학교육에서 컴퓨터 활용의 기능과 효과	3
2. 도형학습에서 소프트웨어 활용의 필요성	5
3. GSP의 특징	6
4. GSP와 도형학습과의 관계	7
5. 선행연구의 분석	8
III. 연구방법	10
1. 연구자료와 방법	10
2. 실태조사와 분석	10
3. 실행목표의 설정	15
4. 연구의 실행	15
IV. 결과 및 분석	21
1. 평가내용 및 분석 방법	21
2. 평가에 대한 결과 및 분석	21
3. 검사분석	24
4. 수학과 학습에 대한 태도 변화 분석	25
V. 결론 및 제언	29
1. 결론	29
2. 제언	29
[참고 문헌]	31
<영문초록>	33
<부록 >	35

표 목 차

<표 1> 선행연구의 조사	8
<표 2> 수학 교과에 대한 학생 학습 실태 조사 결과	10
<표 3> 컴퓨터에 대한 학생들의 기초 실태 조사 결과	12
<표 5> 평면도형의 지도 요소표	15
<표 6> 수학과 학업 성취도 변화 상황표	22
<표 7> 실험반과 비교반의 평균 및 표준편차 비교	22
<표 8> 성적 단계별 변화 상황표	23
<표 9> 상중하위 그룹 성적 변화 비교표	23
<표 10> 성적 단계별 변화 상황 분석표	24
<표 11> 사전 평가 검사 분석표	24
<표 12> 사후 검사 분석표	25
<표 13> 수학과 학습에 대한 태도 변화표	25

I. 서 론

1. 연구의 필요성

최근 수학교육용 소프트웨어의 사용이 급증하면서 기하문제해결에 대한 소프트웨어 활용도 주목을 받게 되었다. 시각적인 기하문제를 대수적으로 변환하여 해결하는 방식은 미적분의 개념 도입에서 많이 등장하고 있으나, 중학교 기하학습에는 기하 도형의 성질과 관련된 증명과 추론이 강조되고 있으므로 기억력과 추론에 의존하는 경향이 많다.¹⁾ 이와 같이 기존의 학교 기하교육은 학생들의 사고능력을 키워주기보다는 단순한 지식의 전달에 치중해 있으며 학생들의 수준에 비해 지나치게 엄밀한 추론을 요구함으로써 학생들은 매우 어렵게 기하를 공부해야만 하는 결과를 빚고 있다. 중학교 기하 영역은 일반화를 발견하는데 도움을 주는, 즉 학생 스스로 가설을 발견하는 기회를 제공해 줄 수 있는 여러 가지 활동 문맥의 제시가 부족하고 지나치게 형식적인 증명을 요구하는 경향이 크다. 이로 인하여 학습 결손이 누적되어 스스로 학습을 포기하거나 자신감을 잃어 열등감에 빠져들고 있다. 이렇게 유클리드 기하의 형식적인 사고를 강조하는 것보다 학생들의 직관적 사고를 개발해 줄 필요가 있으며, 직관적 사고의 개발은 다양한 예와 모델에 대한 조작적인 연구에 의존한다. 따라서 학생들은 여러 가지 대상을 좀더 시각화한 표현으로 학생의 흥미를 유발시키고, 구체적인 측정활동을 통해서 개념을 탐구하고 귀납적인 사고를 도와줄 수 있는 교수-학습 자료의 개발이 필요하다.

최근 들어 컴퓨터의 대중화가 가속화되고, 학교 교실에 컴퓨터와 대형 모니터가 들어오고 있어 컴퓨터 소프트웨어를 활용하면 수학에 대한 흥미와 관심을 이끌 수 있을 뿐만 아니라 학습태도 및 학력신장에 바람직한 영향을 미칠 것으로 사료되어 이 연구를 추진하게 되었다.

2. 연구의 목적

본 연구는 평면도형에서 Geometric Sketchpad(이하 GSP)를 활용한 학습 자료의 개

1) 전영국·주미(1998), “기하문제해결에서의 GSP를 활용한 탐구학습 신장”, 「대한수학교육학회 춘계편」, 대한수학교육학회, p.413.

발 및 적용을 통하여 교수-학습 방법을 학생 활동 중심으로 개선하여 학생들이 더욱 흥미를 가지고 적극적으로 수업에 참여함으로써 학습태도를 개선하고 학력을 신장시키는데 있으며, 그 구체적인 목표는 다음과 같다.

첫째, 도형을 시각화하여 구체화시킴으로써 도형의 성질에 자연스럽게 접근할 수 있도록 한다.

둘째, 실험 도구처럼 작도하고 측정하면서 도형의 성질에 대한 가설을 학습자 스스로 세우도록 한다.

셋째, 논리적 사고력과 평면도형의 성질에 대한 직관력을 키울 수 있도록 한다.



II. 이론적 배경

1. 수학교육에서 컴퓨터 활용의 기능과 효과

1) 수학교육에서 컴퓨터의 기능

컴퓨터는 그래픽, 애니메이션, 계산의 신속성, 정보 기억용량 등 다른 어떤 교육매체가 갖지 못하는 독특한 교수-학습 환경을 제공한다.

수학교육에서 컴퓨터의 기능을 살펴보면 다음과 같다.²⁾

첫째, 그래픽과 애니메이션은 추상적인 수학 내용을 시각화하여 지도할 뿐만 아니라 그 시각화가 학생들의 직접적인 경험이나 통제를 통해 이루어질 수 있다는 점에서 수학 학습의 어려움을 완화시켜 준다.

둘째, 시뮬레이션 기능은 수학의 연역적인 성질을 경험적이고 귀납적으로 바꾸어 수학의 역동적이고 발생적인 측면을 부각시킬 수 있다.

셋째, 산술적인 계산 뿐 아니라 대수적 문자식의 변환도 신속히 처리될 수 있게 됨으로써 종래의 계산 기능 위주에서 문제해결과 같은 사고력 중심의 교육과정으로 옮겨갈 수 있게 해준다.

넷째, 컴퓨터 프로그램을 작성하는데 있어서 오류를 수정하는 과정을 통해 사고력 향상의 기회로 사용할 수 있다.

2) 수학교육에서 컴퓨터 활용의 효과

컴퓨터를 활용한 수학교육은 다음과 같은 효과를 볼 수 있다.

(1) 목적적 기능에서의 효과

학생들이 컴퓨터의 도움을 받게 되면 복잡한 계산과정을 수월하게 진행해 나가게 되므로 더 높은 수학적 사고에 몰입하게 된다. 이는 스스로 수학적 사고의 주체이자 수학 문제를 풀어나가는 주체라는 주인 의식을 형성시켜 능동적 태도를 기르는데 도움을 줄 수 있다.

(2) 과정적 개념에서의 효과

2) 류희찬(1994), “컴퓨터를 활용한 다양한 수업방법”, 「중등 우리교육」, 주식회사 우리교육, pp.187~190.

① 개념화 도구로서의 효과

컴퓨터가 학생들의 학습활동에 미치는 중요한 긍정적인 효과 중의 하나는 개념의 이해를 돕는 것이다. 컴퓨터를 활용한 수학학습의 경우 학생들은 사소하고 지루하면서도 시간이 오래 걸리는 계산과정을 컴퓨터에 일임함으로써 보다 본질적인 수학적 사고에 정진할 수 있고 이는 수학적으로 중요한 개념의 이해를 돕는다. 다시 말해 컴퓨터는 학생들의 지적 노력이 낮은 차원에서 허비되는 것을 방지하고 개념 이해에 쓰여지게 함으로써 지적 에너지의 효율적 사용에 기여한다.

② 수학적 탐구 도구로서의 효과

컴퓨터는 학생들로 하여금 변수를 바꾸거나 조건을 달리하고 그에 따른 결과를 관찰하게 함으로써 일반적인 성질이나 규칙 등을 스스로 찾아내는 발견학습을 용이하게 한다.

③ 표현의 도구로서의 효과

문제풀이에 있어 가장 중요한 능력 중의 하나는 문제를 표, 방정식, 그래프, 도형 등 여러 다른 표현 방법으로 바꾸어 보면서 문제 자체를 정확하게 인식하는 일이다. 컴퓨터는 같은 문제를 즉각적으로 다양한 표현 방식으로 보여줌으로써 문제에 대한 이해를 높일 수 있어서 문제풀이 능력을 향상시키는데 도움을 준다.

④ 오류 수정과 복습의 도구로서의 효과

수학학습용 소프트웨어 중 일부는 학생들이 진행시켜 온 문제풀이 과정을 정리, 평가하여 보여줌으로써 자신들의 풀이 과정의 오류를 수정하고, 또 복습이 되어 학습효과를 높인다.

그러면 직접 수학학습내용과 연관시켜서 컴퓨터의 활용이 어떠한 효과를 얻을 수 있을 것인가를 살펴보면

첫째, 대수 및 함수 영역에서는 복잡한 계산에 치우쳐 문제해결에 필요한 단계적 분석이나 조작과정이 경시되는 것을 방지할 수 있다. 특히 함수단원에서 컴퓨터를 활용하여 그래프를 직접 그려보고 여러 가지 결과를 짧은 시간 안에 대조해 봄으로써 함수의 절편이나 기울기 등 학습목표를 직관적으로 전달할 수 있어 더욱 효과적인 개념 설명이 용이하다.

둘째, 현재 교과 내용상의 기하 단원은 지나치게 논리 연역적 측면이 강조되거나

형식적으로 취급되고 있다. 그런데 Euclid 기하를 다룸에 있어서 평행이동이나 회전, 반사, 확대 등 교과 내용상의 변환기하를 다루면 기하학의 역동적 모습을 보게 되어 학습효과가 크게 향상될 수 있다.

셋째, 확률과 통계 영역에 있어서는 산술적 풀이법에 치우친 과거의 교육에서 벗어난 새로운 모델 고안이 가능하다. 즉 컴퓨터의 난수 생성 기능을 이용하면 수학적 확률뿐만 아니라 경험적 확률을 체험할 수 있도록 해준다. 또한 통계 부분에 있어서도 컴퓨터를 활용한 히스토그램 작성을 통해 구체적 체험을 할 수 있어 통계적 개념 형성에도 도움이 된다.

넷째, 귀납적인 증명 방법 등에 활용할 수 있다.

예를 들어 수학적 증명의 성격에 대한 광범위한 논의를 불러일으키기도 했던 귀납적 증명법을 들 수 있다. 이것은 유한적이고 이산적인 컴퓨터의 성격을 활용한 새로운 증명법으로써 기존의 연역적인 수학의 증명 방법이 아니라 인간의 사고 결과를 컴퓨터를 통하여 실험함으로써 그 결과를 검증 받는 방법이다.³⁾

2. 도형학습에서 소프트웨어 활용의 필요성

현재 수학교육 특히 도형학습에서는 학생들의 학습을 어렵게 하는 다음과 같은 문제들이 있다.

첫째, 현재 기하교육은 유클리드 기하의 형식적인 취급만이 초점이 되고 있다. 기하의 주된 목적은 학생들의 기하학적 직관을 키우고 논리적 추론 능력을 향상시키는 데 있다. 이를 위해서는 연역적 증명 활동만으로는 부족하며, 탐구하고 추측하며 가설을 설정하는 귀납적인 활동도 중요하다. 어떤 수학적 사실을 발견하고 창조하기까지의 과정은 귀납적이고 일단 찾아낸 사실을 증명하는 과정은 연역이기 때문이다.

둘째, 학생들이 문제를 찾고 패턴화하는 활동이 부족하다. 수학은 패턴의 과학이다. 수학자는 수와 공간에서 패턴을 탐구한다. 패턴을 사용하여 새로운 패턴이나 패턴의 패턴들을 만들어낸다. 수학적 이론은 패턴들 사이의 관계이며 수학의 응용은 패턴을 사용하여 자연적 현상이나 수학적 현상을 설명하고 예상하는 것이다. 수학의 성격이

3) 황미정(1996), “수학지도에 있어서 컴퓨터의 활용 방안 모색”, 석사학위논문, 경북대학교 교육대학원, pp.22~26.

이러하다면 학교 수학교 패턴을 발견하고 적용하며 패턴을 합리화하는 활동에 초점을 맞추어야 할 것이다. 문제는 교사들의 설명이나 설득이 아니라 학생들 자신의 입장에서 패턴을 찾고 증명하는 활동이 강조되어야 한다는 점이다.

이러한 두 가지 문제점을 해결하기 위해서는 먼저 수업 환경이 개선되어야 한다.

첫째, 수학교육에서 실험실 활동이 강조될 필요가 있다. 과학과 마찬가지로 수학교육에서도 학생들이 실험실에서 관찰하고 토의하는 활동이 필요하다.

둘째, 지금까지 탐구 활동이 기하교육에서 배제된 원인인 지필 환경을 개선하려는 노력이 이루어져야 한다. 지필적인 환경에서는 귀납적인 활동을 하기가 어렵다.

그러면 이러한 개선은 어떻게 가능한가? 그것은 컴퓨터의 소프트웨어 활용으로 가능하다. 곧 컴퓨터의 소프트웨어 활용은 지필 환경이 갖는 방법적인 한계를 극복하게 해주며, 도형을 쉽게 조작할 수 있어 도형과 도형의 변환과 관련된 학습내용을 전체적인 시각을 통해 파악할 수 있게 해준다. 따라서 결론을 추정하거나 탐구하는 활동을 위해 컴퓨터의 소프트웨어 활용이 필요하다고 하겠다. 결국 컴퓨터의 소프트웨어 활용을 통하여 기하학적인 도형을 그리는 훈련을 함으로써 기하학의 중요원리를 조기에 비형식적으로 도입할 수 있을 뿐 아니라 문제해결력이나 초인지(metacognition)와 같은 수학적 능력을 향상시킬 수 있다.⁴⁾

따라서 컴퓨터를 수학교과에 이용하기 위한 적절한 자료나 소프트웨어가 부족한 우리의 현실에서 수학교육에 관한 학습 이론이나 배경 이론보다는 학생들에게 직접적으로 도움을 줄 수 있는 소프트웨어의 개발 및 적용이 우선되어야 하겠다.

3. GSP의 특징

GSP의 특징을 살펴보면 다음과 같다.⁵⁾

첫째, 종래의 프로그램은 자와 컴퍼스만을 이용했기 때문에 생생한 기하학적 원리를 담은 그림을 정확히 그리기에는 분명하지 못하고 여러 가지 한계를 가지고 있었다. 이 GSP는 기본적으로 점, 직선, 그리고 원을 이용하여 여러 기하학적 표현을 쉽고 명확히 구현할 수 있으며, 이러한 그림들은 빠르고 엄밀하게 도형들의 본질적인

4) 류희찬(1994), “탐구활동으로서의 기하교육”, 「중등 우리교육」, 주식회사 우리교육, pp.214~217.

5) 수학사랑(1998), “GSP 연수교재”, p.1.

관련성을 쉽고 명백하게 나타낼 수 있다. (윈도우 3.1 또는 윈도우 95에서 실행) 특히 GSP는 각의 이등분선, 선분의 중점, 평행선 그리기, 수직선 그리기 등 기본적인 작도 기능을 한 번에 수행할 수 있으며 평행이동, 대칭이동, 회전이동의 변환도 한 번에 가능하다.

둘째, 애니메이션(동화상)이 쉽게 구현되어 도형의 자취나 궤적을 그려낼 수 있다.

셋째, Script를 이용하여 그림 그리는 과정을 기록할 수도 있고, 그 기록을 다시 재생할 수도 있다. 또 Script에는 반복기능이 있어서 Fractal 그림을 그릴 수 있다.

넷째, 도형의 여러 요소의 색상 처리, 변환, 측정, 계산, 도형의 방정식 등의 표현이 쉽게 구현되며, 도형의 이름을 붙이거나 주석을 다는 여러 표현도 손쉽게 처리할 수 있다. 또한 도형의 각 요소의 움직임에 따라 각 도형끼리의 관련성은 그대로 유지되며 역동적인 움직임을 관찰할 수 있다.

다섯째, 그래프 메뉴의 Plot으로 두 변량의 관계를 그래프로 나타낼 수 있다.

4. GSP와 도형학습과의 관계

그러면 위와 같은 특징을 가진 GSP를 도형학습에 어떻게 활용할 수 있는가를 탐구해 본다. 수학교육의 중요한 기능 중의 하나는 학생들에게 스스로 탐구하고 논리적으로 사고할 수 있는 능력을 길러줌에 있다. 따라서 앞의 이론적 배경을 토대로 하였을 때, GSP의 활용은 도형 학습력 신장을 위해 매우 필요하며, 다음과 같은 관계를 갖는다고 하겠다.⁶⁾

첫째, 도형의 표현을 동적으로 보여줌으로써 평면기하의 성질들을 정적인 상태의 인쇄 매체나 칠판에서의 강의 등을 통하여 지도할 때보다 더욱 확실하게 이해시킬 수 있다.

둘째, 새로운 멀티미디어 매체로서 GSP는 일반적인 그림 프로그램과 달리 자(직선 또는 선분)와 컴퍼스(원)만을 사용하는 작도(Construction)와 측정(Measurement)을 통하여 학생들의 흥미를 자극할 수 있고, 학생들이 직접 GSP를 사용한다면 더욱 학습욕구를 유발할 수 있을 뿐만 아니라 학습 내용을 확인할 수 있어서 더욱 효과적이다.

셋째, 평면기하의 여러 다양한 성질을 발견할 수 있도록 자극할 때 GSP를 마치 실

6) 상계서, p.2.

험도구처럼 사용하여 실제로 작도하고 측정함으로써 그 성질에 대한 가설을 학습자 스스로 세울 수 있도록 도와준다.

넷째, 평면기하의 성질이 학습자에게 충분히 이해된 다음 연역적인 증명이 필요한 데 이때에도 GSP는 정확한 그림을 제공하여 증명이나 문제 풀이에 필요한 정보를 제공하게 한다.

다섯째, Animation과 Drag를 사용하여 평면기하의 성질을 연속적이면서 역동적으로 관찰할 수 있다. 특히 Animation으로 만들어지는 Trace는 도형의 자취를 생생하게 보여줄 수 있어서 머리 속으로 아마 '그렇게 될 거야' 라는 것보다 더욱 현실감을 갖게 한다. 또 Locus에 의하여 자취를 한 번에 제공하기도 한다. 따라서 많은 도형을 그 정의에 의하여 구현해 봄으로써 확실한 개념을 얻고 그로부터 파생되는 도형의 성질에 자연스럽게 접근할 수 있다.

여섯째, Script의 Loop 기능을 사용하면 같은 작업의 순환(Recursion)을 할 수 있어서 Fractal의 그림을 구현할 수 있다.

일곱째, GSP에서 제공되는 직교좌표계와 극좌표계를 통하여 평면기하의 여러 가지 성질에 대한 해석기하적 접근이 가능하다.



5. 선행연구의 분석

본 연구를 위하여 지금까지 이 연구에 관련된 선행연구들에 대하여 자료를 조사하여 분석하여 보면 다음과 같다.

<표 1> 선행연구의 조사

연도	연구자	연구 주제
1993	박서규	탐구학습 활동을 통한 효과적인 수학지도에 관한 연구
1996	방승진	GSP를 문제해결력 및 창의력을 검사하는 문항작성에 이용
1997	오연중	GSP를 활용하여 수학적 사고력 기르기
1997	주 미	소프트웨어를 활용한 기하 교수-학습 연구

<표 1>의 선행연구를 살펴보면 수학교과와 효과적인 지도를 위하여 탐구활동이 필

요하다고 지적하고 있으며, 도형학습에서 컴퓨터 소프트웨어를 활용하면 도형의 속성을 관찰할 수 있으므로 도형학습의 어려움을 완화시켜준다고 하고 있다. 이러한 결과들을 참고하여 본 연구의 목표를 설정하고 실행하였다. 또한 그 결과를 분석하여 몇 가지 결론을 얻었다.



III. 연구방법

1. 연구자료와 방법

본 연구에서는 컴퓨터 소프트웨어의 하나인 GSP를 활용하여 도형학습을 할 경우에 학생들의 학습효과에 미치는 영향을 알아보기 위하여 사전에 학생들의 수학교과에 대한 학습실태와 컴퓨터에 대한 학생들의 기초 실태, 수학 교사들의 소프트웨어를 활용한 학습자료의 이용 및 만족도를 조사하였다. 이 조사를 바탕으로 효과적인 평면도형 지도를 위한 지도요소를 작성하고, GSP를 활용하여 지도요소에 따른 학습자료를 개발하여 실험반에 적용하였다.

본 학습자료를 적용한 후 평가하고 분석하기 위해 연구대상을 제주도 제주시 제주 제일중학교 1학년 학급 중에서 성적이 비슷한 2개반을 선정하여 1개반(재적 40명)을 실험반으로, 나머지 1개반(재적 40명)을 비교반으로 하였으며, 학습태도와 학업성취도 결과를 비교 분석하는 방법으로 연구를 진행하였다.

2. 실태조사와 분석



1) 수학 교과에 대한 학생 학습 실태 조사와 분석

수학 교과에 대한 학생들의 학습 실태를 조사하기 위하여 1998년 5월 16일 설문지 조사를 통하여 <표 2>와 같은 조사 결과를 얻었다.

<표 2> 수학 교과에 대한 학생 학습 실태 조사 결과 (N=80명)

구분 문항	응답 내용	반응수 (인원)	반응률 (%)
수학 문제를 풀 때?	생각해보고 문제해결법을 찾는다.	10	12
	기계적으로 계산 정리한다.	49	62
	적당히 생각 없이 정리한다.	21	26
수업 시 학습 내용에 대한 이해 방법은?	원리 법칙에 중점을 둔다.	9	12
	과정보다는 공식에 중점을 둔다.	53	72
	흥미가 없어 외우는 정도다.	18	16
수업 시간에 나의 학습태도는?	적극적이다.	7	5
	보통이다.	29	35
	소극적이다.	46	59

구분 문항	응답내용	반응수 (인원)	반응률 (%)
수업 중 문제풀이에 지적 되면?	자신 있게 해결한다.	12	14
	별로 관심이 없다.	13	14
	지적될까 걱정이 앞선다.	55	73
수학 교과에 흥미는?	있다.	8	7
	보통이다.	20	23
	없다.	52	70
이해가 잘되지 않는 학습 내용의 해결방법은?	질문하여 이해한다.	11	12
	혼자서 이해하려고 한다.	27	36
	창피해서 질문하지 않는다.	42	51
수업 시간의 지도방법에 대한 이해 정도는?	이해가 잘된다.	18	24
	그저 그렇다.	39	50
	이해하기가 곤란하다.	23	26
교과 영역 중 제일 싫어하 는 단원은?	수와 연산	6	8
	방정식과 부등식	10	12
	함수	22	22
	통계	4	7
	도형	38	51
자신의 자율학습 능력의 정도?	높다.	9	11
	보통이다.	32	41
	낮다.	39	49
예습의 정도는?	높다.	6	4
	보통이다.	14	19
	낮다.	60	77
복습의 정도는?	높다.	13	15
	보통이다.	23	30
	낮다.	44	55

<표 2>의 학습 실태 조사 결과를 분석하여 볼 때 약 70% 정도의 학생들이 수학 교과에 흥미가 없는 것으로 나타났으며 수업시간에 소극적인 태도를 보인 학생들도 59% 정도로 나타났다. 또한 제일 싫어하는 학습 영역이 도형이라는 것을 보이고 있으며 예습을 하는 학생도 4% 정도에 지나지 않는다. 이것은 수학학습에 긍정적인 면보다는 학습결손이 누적될 수 있는 요인들이 많이 나타나고 있고, 학생들은 타율적, 수동적 학습 습관에 젖어 있어 스스로 문제를 해결하려는 능력이 부족하다는 것을 보여 준다.

이런 상황에서 계속 교사 주도적인 강의식 수업이 이루어지면, 수학은 계통성이 중시되는 과목이기 때문에 학년이 올라갈수록 학생들간의 편차는 점점 커지고 학습 실

태는 악화되기 쉽다. 따라서 학생들과 함께 사고하고 활동할 수 있는 효과적인 지도 방법이 절실히 필요하다는 결과를 보여준다.

2) 컴퓨터에 대한 학생들의 기초 실태 조사와 분석

컴퓨터에 대한 학생들의 기초 실태 조사를 하기 위하여 1998년 5월 23일 설문지 조사를 통하여 <표 3>과 같은 조사 결과를 얻었다.

<표 3> 컴퓨터에 대한 학생들의 기초 실태 조사 결과 (N=80명)

구분		응답내용	반응수 (인원)	반응률 (%)
컴퓨터에 대한 관심은?		많다.	76	93
		조금 있다.	4	7
		없다.	·	·
컴퓨터의 보유현황		있다.	61	76
		없다.	19	24
컴퓨터가 있다면 기종은?		586이상	46	57
		486이하	14	19
컴퓨터를 사용해본 경험이 있는가?		있다.	80	100
		없다.	·	·
가정에서 컴퓨터를 주로 사용하는 용도는?		워드프로세스	10	11
		프로그램 작성	1	3
		보조학습	5	7
		게임	64	80
컴퓨터에 대한 이해 정도	KEY 조작은?	할 수 있다.	80	100
		조금할 수 있다.	·	·
		할 수 없다.	·	·
	MS-DOS를 알고 있는가?	알고 있다.	64	80
		조금 안다.	11	14
		모른다.	5	7

<표 3>의 실태 조사를 통하여 다음과 같이 조사 결과를 분석할 수 있다.

첫째, 컴퓨터에 대한 관심은 매우 많으며 약 76% 정도의 학생들이 컴퓨터를 보유하

고 있어 활용도를 높인다면 학습태도에 긍정적인 영향을 미칠 수 있을 것임을 시사해 준다.

둘째, 학생들은 대부분 컴퓨터를 사용해 본 경험이 있고, KEY 조작은 물론 MS-DOS도 대부분의 학생들이 이해하고 있어 소프트웨어 이용에는 큰 문제가 없을 것임을 보여준다.

셋째, 많은 학생들이 주로 컴퓨터를 게임에만 사용하고 있어서 컴퓨터의 활용을 학습하는 방향으로 유도하면 학습효과에 좋은 영향을 미칠 것임을 보여준다.

3) 수학 교사들의 소프트웨어를 활용한 학습자료의 이용 및 만족도 조사 분석

수학 교사들의 소프트웨어를 활용한 학습자료의 이용 및 만족도 조사를 위하여 1998년 6월 2일부터 6월 16일까지 제주시내 일부 수학 교사들의 설문지를 통하여 <표 4>와 같은 조사 결과를 얻었다.

<표 4> 수학 교사들의 소프트웨어를 활용한 학습자료의 이용 및 만족도 조사 결과 (N=30명)

내 용		구 분	응 답 내 용	반응수	반응율
				(인원)	(%)
필요성 및 관심	소프트웨어를 활용한 학습자료 개발의 필요성은?		꼭 필요하다.	7	23
			내용에 따라 필요하다.	18	60
			필요가 없다.	5	17
	소프트웨어를 활용한 학습자료에 대한 관심은?		많다.	11	37
			보통이다.	14	47
			없다.	5	17
활용면	소프트웨어를 활용한 학습자료를 활용하는가?		자주 활용한다.	4	13
			가끔 활용한다.	8	27
			활용하지 않는다.	18	60
	소프트웨어를 활용한 학습자료를 자주 활용하지 않는 이유는?		사용 방법이 불편해서	2	6
			사용 방법이 어려워서	3	10
			학생들의 관심 부족	3	10
			시설이 미비해서	7	23
	적절한 자료가 없어서	15	50		
내용면	주어진 영역에 적절한 내용인가?		적절하다.	6	20
			보통이다.	10	33
			부적절하다.	14	47

내 용		구 분	응 답 내 용	반응수 (인원)	반응율 (%)
기술 측 면	사용하기에 편리한가?		편리하다.	7	23
			보통이다.	13	43
			불편하다.	10	33
	하드웨어나 기타 환경에 알맞게 개발되었나?		알맞다.	6	20
			보통이다.	8	27
			알맞지 않다.	16	53
교 수 측 면	교과 영역 중 학습자료가 가장 필요하다고 생각되는 단원은?		수와 연산	1	3
			방정식과 부등식	4	13
			함수	6	20
			통계	7	23
			도형	13	43
	학습자의 활발한 참여가 가능한가?		가능하다.	3	10
			보통이다.	4	13
			불가능하다.	23	77
	다양한 탐구 학습이 가능한가?		가능하다.	2	7
			보통이다.	9	30
			불가능하다.	19	63
	학습 동기를 유발시키는가?		유발시킨다.	5	17
			보통이다.	11	37
			유발시키지 않는다.	14	47
	색, 그래픽, 움직임 등의 사용이 적절한가?		적절하다.	5	17
			보통이다.	9	30
			적절하지 않다.	16	53

<표 4>의 실태 조사를 통하여 다음과 같이 조사 결과를 분석할 수 있다.

첫째, 소프트웨어를 활용한 학습자료에 대한 관심과 필요성은 인정하지만 적절한 자료가 없어서 자료의 활용이 미흡한 실정임을 보여준다.

둘째, 하드웨어나 기타 환경에 알맞게 개발이 되어 사용하기에 편리하고 학습내용에 적절한 프로그램들이 개발되어야 함을 보여준다.

셋째, 교사들은 교과 영역 중 도형단원이 시각적인 학습자료가 가장 필요하다고 생각하고 있어 이 단원에 대한 적절한 컴퓨터 소프트웨어를 활용한 학습자료가 개발되어야 함을 보여준다.

넷째, 학습자의 활발한 참여와 다양한 탐구활동이 가능하면서 멀티미디어 기능과 동영상처리에 많은 관심과 연구가 있어야 함을 보여준다.

3. 실행목표의 설정

본 연구의 목표를 수행하기 위하여 이상의 실태 분석의 결과로 제기된 문제점들을 종합하여 다음과 같은 실행목표를 설정하였다.

컴퓨터 소프트웨어를 활용한 효과적인 평면도형 지도를 위하여

- 1) 평면도형의 지도요소를 작성한다.
- 2) 지도요소에 따른 학습 자료를 GSP를 활용하여 개발한다.
- 3) 개발한 학습 자료를 교수-학습 활동에 적용한다.

4. 연구의 실행

1) 실행 목표 1의 실행

평면도형의 지도요소를 <표 5>와 같이 작성하였다.

<표 5> 평면도형의 지도 요소표

단원명	지도내용	학습지도내용	학습 자료명
간단한 도형의 작도	작도의 뜻 각의 이등분선의 작도 선분의 이등분선의 작도 각 옮기기	길이가 같은 선분의 작도	1-1
		주어진 선분의 2배, 3배가 되는 선분의 작도	1-2
		각의 이등분선의 작도	1-3
		선분의 수직 이등분선의 작도	1-4
		직선 위의 한 점에서 수선의 작도	1-5
		직선 밖의 한 점 P에서 L에 수선의 작도	1-6
		주어진 각과 크기가 같은 각의 작도	1-7
		직선 밖의 점 P를 지나고 M에 평행한 직선	1-8
		45°와 22.5°의 작도	1-9
		직각의 삼등분선 작도	1-10
삼각형 의 작도	세 변이 주어질 때 두 변과 끼인각이 주어질 때 한 변과 양 끝각이 주어질 때 삼각형의 결정조건	삼각형이 세 변이 될 수 있는 경우	2-1
		삼각형의 결정조건(세 변이 주어졌을 때)	2-2
		삼각형의 결정조건(두 변과 끼인각)	2-3
		삼각형의 결정조건(한 변과 그 양 끝각)	2-4
		삼각형의 결정조건(세 각)	2-5
		삼각형의 결정조건(두 변과 한 각)	2-6
		삼각형의 작도(세 변)	2-7
		삼각형의 작도(두 변과 끼인각)	2-8
		삼각형의 작도(한 변과 그 양 끝각)	2-9
삼각형 의 합동 조건	합동의 뜻과 성질 삼각형의 합동조건	삼각형의 합동의 뜻	3-1
		두 삼각형의 합동 설명	3-2
		평행사변형에서 두 삼각형의 합동	3-3

단원명	지도내용	학습지도내용	학습 자료명
삼각형	삼각형의 변의 길이 삼각형의 내각의 크기의 합	삼각형의 내각의 크기의 합	4-1
	삼각형의 내각과 외각 사이의 관계	삼각형의 내각과 외각 사이의 관계	4-2
다각형	다각형의 대각선의 개수	다각형의 대각선의 개수	5-1
	다각형의 내각의 크기의 합	다각형의 내각의 크기의 합	5-2
		오각형의 내각의 크기의 합	5-3
	다각형의 외각의 크기의 합	다각형의 외각의 크기의 합	5-4
		사각형의 외각의 크기의 합	5-5
원	원, 호, 현, 부채꼴, 활꼴의 뜻 중심각과 호, 중심각과 부채 꼴 사이의 관계 원과 직선의 위치 관계	원의 정의	6-1
		현과 지름	6-2
		활꼴, 중심각, 부채꼴	6-3
		중심각과 호의 길이 관계	6-4
		원과 직선 사이의 위치 관계	6-5

2) 실행 목표 2의 실행(부록 참조)

지도 요소에 따른 학습자료를 GSP를 활용하여 개발하기 위하여 학습자료 개발의 초점을 다음과 같이 정하였다.

첫째, 귀납적 방법과 직관적 방법으로 추정하거나 탐구 활동이 가능하도록 한다.

둘째, 교사는 구체물을 조작할 때는 수시로 탐구활동을 요하는 질문을 제시할 수 있고 학생은 탐구, 조사, 추측을 통해 도형의 성질을 일반화할 수 있도록 한다.

셋째, 정적인 상태의 인쇄매체나 칠판에서 지도할 때보다 평면기하의 성질을 동적인 측면에서 이해할 수 있도록 한다.

넷째, 다양한 구체적 조작을 통해 개념을 형성시킬 수 있도록 한다.

3) 실행 목표 3의 실행

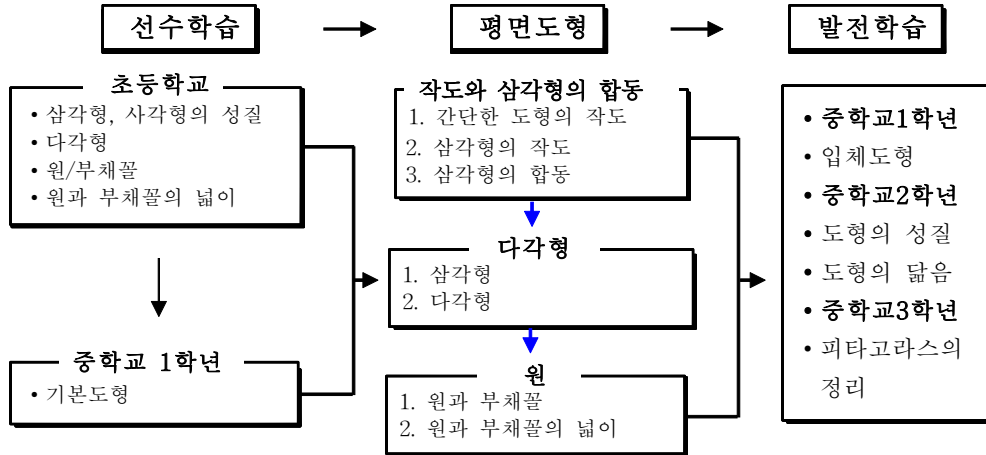
개발한 학습 자료를 교수-학습 활동에 적용하기 위하여 학습지도안을 작성하여 수업을 실시하였다.

(1) 단원의 개관

- 기하학은 측량 등과 관련된 매우 실제적인 이유에서 생겨난 것이다. 그런 만큼 기하학도 우리 주변의 세계를 묘사하는 데 적절한 수단이 되고 있다.
- 본 단원에서는 기본적인 작도 방법과 삼각형의 합동에 대해서 학습하게 된다. 또

삼각형과 사각형을 비롯한 다각형의 기본 성질에 대해서 학습하고, 원과 부채꼴의 넓이를 구하는 방법에 대해서도 학습하게 된다.

(2) 지도 계통



(3) 단원의 지도 목표

① 작도와 삼각형의 합동

- 작도의 뜻을 알게 하고, 간단한 도형의 작도를 할 수 있게 한다.
- 삼각형의 작도를 할 수 있게 한다.
- 삼각형의 결정조건을 알 수 있게 한다.
- 합동의 뜻과 합동인 도형의 성질을 알게 한다.
- 삼각형의 합동조건을 알게 하고, 합동인 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

② 다각형

- 삼각형과 그 구성 요소를 알게 한다.
- 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계를 이해하게 한다.
- 삼각형의 내각과 외각의 크기 사이의 관계를 이해하게 한다.
- 다각형과 그 구성요소를 알게 한다.
- 다각형의 대각선의 수를 구할 수 있게 한다.
- 다각형의 내각의 합과 외각의 합을 구할 수 있게 한다.

③ 원

- 원의 뜻과 그 구성 요소를 알게 한다.
- 중심각과 호의 길이, 중심각과 부채꼴의 넓이 사이의 관계를 알게 한다.

- 원과 직선 사이의 위치 관계를 알게 한다.
- 원과 부채꼴의 넓이를 구하는 방법을 알게 하고 그 넓이를 구할 수 있게 한다.

(4) 지도상의 유의점

- 작도 방법에 대한 이유를 연역적으로 설명하지 않도록 한다.
- 작도할 때 자는 길이를 측정하는 도구가 아니라, 두 점을 잇는 직선을 그리거나 연장하는 도구로 사용된다는 것에 유의하도록 지도한다.
- 기본적인 성질을 직관적으로 유추하게 하는 것에 중점을 두고, 용어의 정의와 도형의 성질 등을 필요 이상으로 엄밀하게 다루지 않도록 유의하여 지도한다.
- 주로 구체적인 관찰과 직관에 의해 귀납적으로 의미 있는 명제를 추출해 나갈 수 있도록 지도한다.
- 도형을 정확하게 그리는 능력을 신장시키는 것도 중요하다는 점에 유의하여 지도한다.
- 평면도형의 넓이에서는 원과 부채꼴에 관한 내용을 주로 다루도록 한다.



(5) 지도 계획

중 단 원	소 단 원	교과서 쪽수	시간 배당	누계
● 준비 학습		209-211	1	1
작도와 삼각형의 합동	§1 간단한 도형의 작도	212-216	2	3
	§2 삼각형의 작도	217-221	2	5
	§3 삼각형의 합동	222-226	2	7
	◆ 연습 문제	227	1	8
다각형	§1 삼각형	228-230	1	9
	§2 다각형	231-235	2	11
	◆ 연습 문제	236	1	12
원	§1 원과 부채꼴	237-240	1	13
	§2 원과 부채꼴의 넓이	241-243	1	14
	◆ 연습 문제	244	1	15
VII단원 기본 학습 문제		245	1	16
VII단원 종합 문제		246		
VII단원 평가 문제				

(6) GSP를 이용한 수업의 설계

단계	활동내용
문제과약	선수학습 내용 확인 학습목표 제시 문제상황 제시
작도	작도방법 및 순서를 구상 도형을 시각화하기
탐구조사	직관으로 탐구 문제해결의 방법을 계획
추측 및 발견된 사실	구체적인 조작활동 문제해결의 결과를 예상 해결한 과정과 결과를 검토 귀납적인 방법으로 개념, 원리, 법칙 발견
심화탐구	습득된 개념, 원리를 활용 새로운 해결 방법 모색
정리 및 평가	학습결과를 점검 학습결과를 평가

(7) 본시 학습지도안(11차시)

단 원	제수대학대 중앙형서관
교수 학습 목표	다각형의 내각의 크기의 합을 구할 수 있다.
본시 지도의 내용	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 삼각형의 내각의 크기의 합 ◦ 다각형의 내각의 크기의 합 ◦ 정다각형의 한 내각의 크기

① 작도(학습자료 4-1)

- 꼭지점 A, B, C를 잡는다.
- 꼭지점을 이어 삼각형의 세 변 AB, BC, CA를 그린다.
- 꼭지점 A에서 밑변 BC에 평행한 선분 PQ를 그린다.
- 삼각형의 내각 $\angle ABC$, $\angle BCA$, $\angle CAB$ 를 측정한다.
- 삼각형의 내각 $\angle ABC$, $\angle BCA$, $\angle CAB$ 를 합한다.

② 탐구 조사

- 점 A에서 변 CB에 평행한 선분 PQ를 작도하여 엿각을 찾아본다.
- 삼각형의 내각의 크기를 추측한다.

◦ 점 B나 점 C를 마우스로 끌어 삼각형의 모양이 변할 때 내각의 크기의 합은 항상 일정한지 탐구한다.

③ 추측: 추측하고 있는 사실들을 논한다.

④ 발견된 사실: 발견된 사실을 발표한다.

◦ 삼각형이 보이는 화면에서 추측하고 발견된 사실을 입증하기 위하여 내각의 합을 계산하여 화면에 나타낸다.

⑤ 심화탐구

◦ 삼각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 다각형의 내각의 합을 구할 수 있는가?
(학습자료 5-2)

◦ 그 방법은 무엇인가?(학습자료 5-2)

◦ n각형의 내각의 크기의 합을 구하는 공식을 세워 보자.(학습자료 5-2)

◦ 정n각형의 한 내각의 크기를 구하여 보자. (학습자료 5-2)

◦ 오각형의 내각의 크기의 합을 다른 방법을 이용하여 설명하여 보자.(학습자료 5-3)

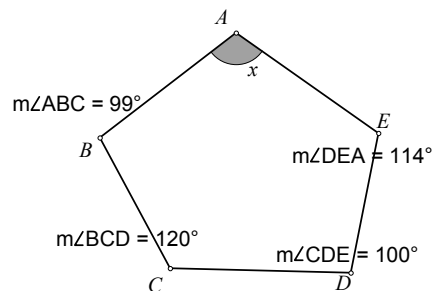
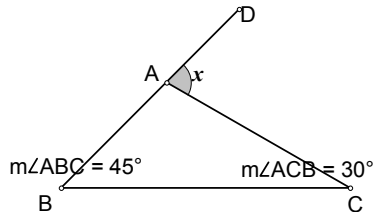
⑥ 정리

◦ 삼각형의 내각의 크기의 합은 180° 이다.

◦ n각형의 내각의 합을 구하는 공식: $180^\circ \times (n-2)$ 이다.

◦ 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$ 이다.

⑦ 평가 : 아래 그림에서 x 값을 구하시오.



IV. 결과 및 분석

본 연구의 실행에서 나타난 결과를 다음과 같은 방법으로 평가하고 그 결과를 분석하였다.

1. 평가내용 및 분석 방법

본 연구의 실행에서 나타난 결과를 다음과 같은 방법으로 평가하고 그 결과를 분석하였다.

평가내용	평가대상	평가 시기	평가 방법 및 도구	분석방법
사전검사	실험반(40명) 비교반(40명)	1998년 7월	지필검사 (연구자 자작문 제)	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 학업성취도 변화 분석 (실험반과 비교반의 평균, 표준편차 변화 분석) ◦ 성적 단계별 학업성취도 분석 (상·중·하위별 성적변화 상황 분석)
사후검사	실험반(40명) 비교반(40명)	1998년 12월		<ul style="list-style-type: none"> ◦ 전후검사를 실시하여 t검정으로 그 의의도를 알아보았다.
수학 학습에 대한 태도 변화 설문지	실험반(40명)	1998년 9월 1998년 12월	설문조사 (연구자가 자작 설문지를 사전 사후로 나누어 실시)	<ul style="list-style-type: none"> ◦ 수학 학습에 대한 변화 분석 (실험반의 사전 사후 태도를 비교 분석)

2. 평가에 대한 결과 및 분석

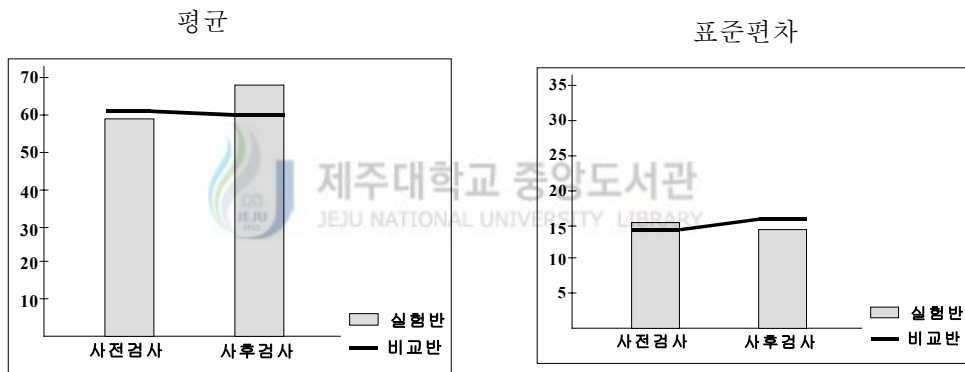
1) 수학과 학업 성취도 변화 상황

수학과 학업 성취도 변화 상황을 실험반과 비교반, 사전 사후의 평균과 표준편차의 변화 상황을 알아봄으로써 GSP를 활용한 학습이 학력 증진에 어떠한 영향을 미치는가를 분석했다.

<표 6> 수학과 학업 성취도 변화 상황표

구분		평가종류 인원	사전검사	사후검사	향상치 (사후검사-사전검사)
실험반	평균의 비교	40	59.0	68.1	+9.1
비교반		40	60.7	59.7	-1.0
증감 (실험반-비교반)		40	-1.7	+8.4	+10.1
실험반	표준편차의 비교	40	15.8	14.7	-1.1
비교반		40	14.6	16.1	+1.5
증감 (실험반-비교반)		40	+1.2	-1.4	-2.6

<표 7> 실험반과 비교반의 평균 및 표준편차 비교



<표 6>과 <표 7>에서 나타난 결과를 분석하여 보면 GSP를 활용한 수업을 실시한 반의 학생들이 학업 성취도 변화 상황을 보면 평균값은 비교반에 비하여 큰 폭으로 증가하여 문제해결능력이 신장되었고, 표준편차의 값은 실험반이 비교반에 비하여 감소하여 대체로 안정되어 있다.

따라서 평면도형에서 GSP를 활용한 학습이 학력신장에 긍정적인 영향을 미치고 있다는 것을 알 수가 있다.

2) 단계별 변화 상황

GSP를 활용한 학습이 어느 단계의 학생들에게 더 효과적인가를 분석해 보았다.

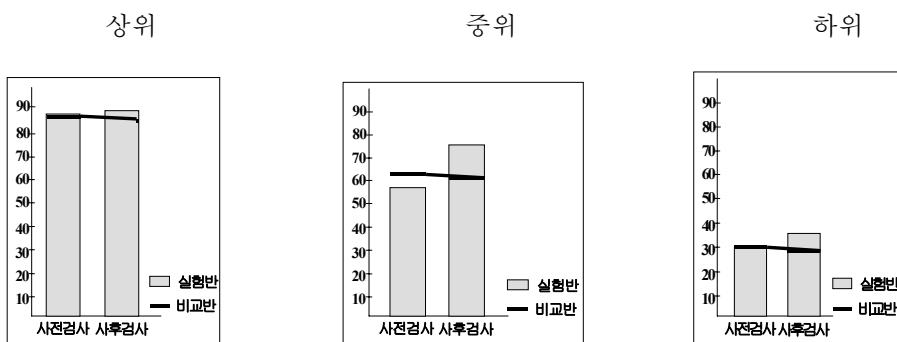
◦ 성적 단계별의 구분은 사전검사를 기준으로 구분하였다.

(상위단계:30% 중위단계:40% 하위단계:30%)

<표 8> 성적 단계별 변화 상황표

구 분		평가종류 인원	사전검사의	사후검사의	향상치 (사후검사-사전검사)
			평균	평균	
실험반	상	12	88.8	89.8	+1.0
	중	16	57.9	75.9	+18.0
	하	12	30.6	36.0	+5.4
비교반	상	12	88.4	88.1	+0.3
	중	16	62.8	61.3	-1.5
	하	12	30.1	29.2	-0.9
실험반- 비교반	상	12	+0.4	+1.7	+1.3
	중	16	-3.4	+14.6	+19.0
	하	12	+0.5	+6.8	+6.3

<표 9> 상중하위 그룹 성적 변화 비교표



<표 8>에서 나타난 결과를 분석하여 나타난 결과를 정리해 보면 <표 10>과 같다.

<표 10> 성적 단계별 변화 상황 분석표

구분	분석내용		분석결과
성적 단계별 분석	변화 상태	상위	성적 변화가 거의 없다.
		중위	실험반이 비교반에 비해 상당히 큰 폭으로 향상됨.
		하위	실험반이 비교반에 비해 조금 상승함.
	향상치 순서	중위→하위→상위의 순서로 향상됨.	
	향상폭	상위와 하위그룹은 향상 폭이 적으나 중위그룹은 비교반에 비하여 향상 폭이 크다.	
	특징	상위그룹에는 큰 영향을 미치지 못했지만, 하위그룹과 특히 중위그룹은 비교반에 비하여 큰 폭의 상승이 나타났기 때문에 GSP를 활용한 학습이 중위그룹의 학력증진에 긍정적인 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.	

3. 검사분석

1) 집단의 동질성 검증

GSP를 활용한 학습에 따른 학습 효과를 분석하기 위해 사전검사에 실시한 평가자료를 동질성 검증 자료로 활용하였다.

<표 11> 사전 평가 검사 분석표

구분	N	M	S.D	df	t	p
실험반	40	59.0	15.8	78	-0.50	0.31
비교반	40	60.7	14.6			

실험반과 비교반을 기존의 학급으로 구성했기 때문에 집단간의 동질성을 보장할 수 없으나 검증 결과 두 집단간의 성적은 $p>0.05$ 이므로 통계적으로 유의미한 차이가 없기 때문에 비슷한 동질 집단으로 생각할 수 있었다.

2) 사후검사 분석

연구자가 직접 개발한 GSP를 활용한 학습의 효과를 분석하기 위해 실시한 사후 평가 자료를 다음과 같이 분석하였다.

<표 12> 사후 검사 분석표

구분	N	M	S.D	df	t	p
실험반	40	68.1	14.7	78	2.44	0.01
비교반	40	59.7	16.1			

실험반의 평균이 비교반보다 8.4점이나 높게 나타났고, t검증에서 $p < 0.05$ 이므로 통계적으로 유의미한 차이를 나타내고 있다. 이는 GSP를 활용한 학습이 학력 증진에 긍정적인 영향을 나타냄을 알 수 있다.

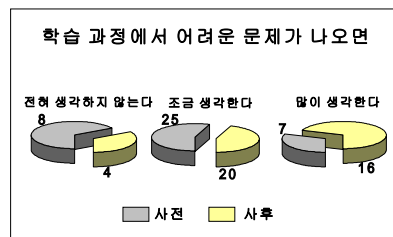
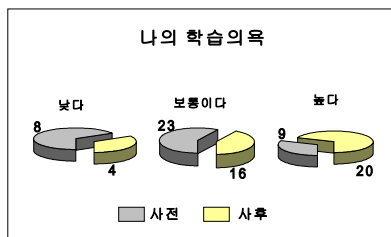
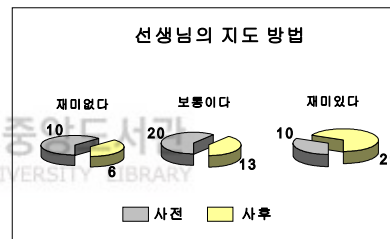
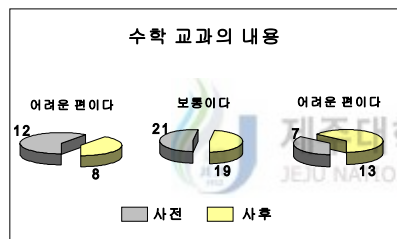
4. 수학과 학습에 대한 태도 변화 분석

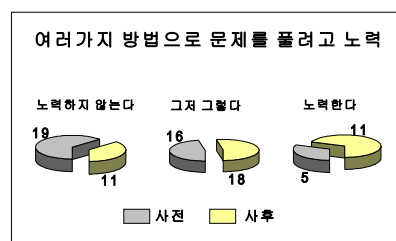
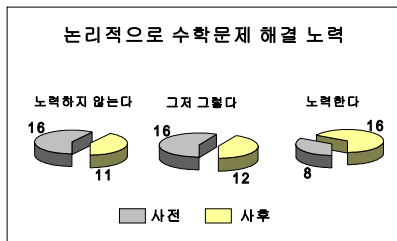
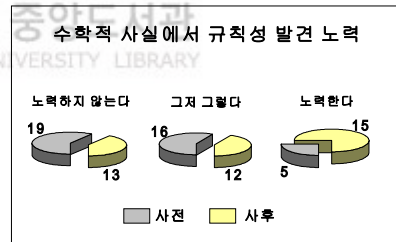
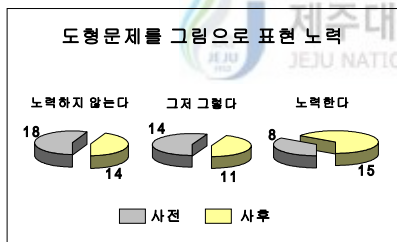
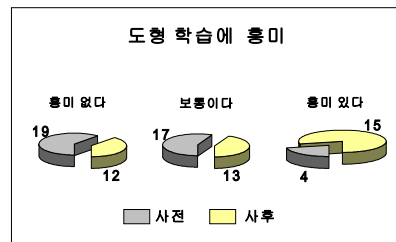
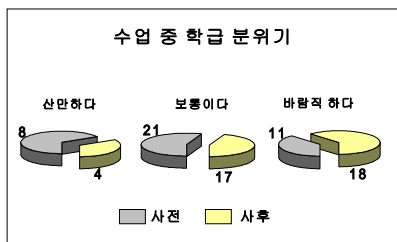
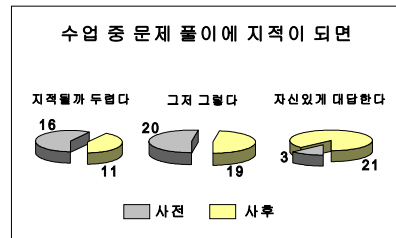
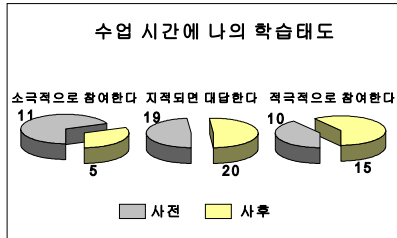
수학학습에 대한 태도 변화 상태를 실험반에 대하여 사전과 사후에 설문지를 통하여 조사한 결과를 다음과 같이 분석하였다.

<표 13> 수학과 학습에 대한 태도 변화표 (N=40명)

질 문 내 용	응 답 내 용	사전	사후	증감
1) 수학 교과서의 내용은 어느 정도라고 생각합니까?	어려운 편이다.	12	8	-4
	보통이다.	21	19	-2
	쉬운 편이다.	7	13	+6
2) 선생님의 지도 방법은 어떠하다고 생각합니까?	재미없다.	10	6	-4
	보통이다.	20	13	-7
	재미있다.	10	21	+11
3) 나의 학습의욕은 어떻습니까?	낮다.	8	4	-4
	보통이다.	23	16	-7
	높다.	9	20	+11
4) 학습 과정에서 어려운 문제가 나오면 어느 정도 생각합니까?	전혀 생각하지 않는다.	8	4	-4
	조금 생각한다.	25	20	-5
	많이 생각한다.	7	16	+9
5) 수업 시간에 나의 학습태도는 어떠하다고 생각합니까?	소극적으로 참여한다.	11	5	-6
	지적되면 대답한다.	19	20	+1
	적극적으로 참여한다.	10	15	+5
6) 수업 중 문제 풀이에 지적되면 어떤 생각으로 임하나요?	지적될까 두렵다.	16	11	-5
	그저 그렇다.	21	19	-2
	자신 있게 대답한다.	3	20	+7
7) 수업 중 학급 분위기는 어떻습니까?	산만하다.	8	4	-4
	보통이다.	21	17	-3
	바람직하다.	11	18	+7

질 문 내 용	응 답 내 용	사전	사후	증감
8)도형 학습에 흥미를 갖고 있습니까?	흥미 없다.	19	12	-7
	보통이다.	17	13	-4
	흥미 있다.	4	15	+11
9) 도형문제를 그림으로 표현하려고 노력합니까?	노력하지 않는다.	18	14	-4
	그저 그렇다.	14	11	-3
	노력한다.	8	15	+7
10) 여러 가지 수학적 사실에서 규칙성을 발견하려고 노력합니까?	노력하지 않는다.	19	13	-6
	그저 그렇다.	16	12	-4
	노력한다.	5	15	+10
11) 논리적으로 수학문제를 해결하려고 노력합니까?	노력하지 않는다.	16	11	-5
	그저 그렇다.	16	12	-4
	노력한다.	8	16	+9
12) 문제를 풀 때 여러 가지 방법으로 풀려고 노력합니까?	노력하지 않는다.	19	11	-8
	그저 그렇다.	16	18	+2
	노력한다.	5	11	-6





<표 13>에 나타난 결과를 다음과 같이 분석하여 정리하면 다음과 같다.

첫째, 1) 교과 내용의 쉬운 편이라고 응답한 학생이 사후가 사전보다 많아졌고

어려운 편이다라고 응답한 학생은 줄어들었다. 이것은 수업시간에 학습내용을 이해하는 학생이 늘어난 것으로 학습내용에 대한 이해가 쉬워졌다고 볼 수 있다.

둘째, 2)에서 선생님의 교수법은 재미있게 이끌어 준다고 응답한 학생이 사후가 사전보다 11명이나 증가한 것은 학습태도 개선에 기여한 것으로 볼 수 있다.

셋째, 3)에서 나의 학습의욕이 전보다 좋아졌다가 증가하고, 나빠졌다가 줄어든 것은 GSP를 활용한 학습이 학습의욕에 긍정적인 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

넷째, 4)에서 전혀 생각하지 않는다. 5)에서 소극적으로 참여한다. 6)에서 지적될까 두렵다. 7)에서 산만하다가 사후가 사전보다 많이 감소한 것은 학습활동이 활발하게 이루어져 학생 주도적으로 변화되고 있음을 나타내 주고 있으며, 학습 부진 아를 줄이는데 긍정적인 변화이다.

다섯째, 8)에서 도형 학습에 흥미 있다가 사전보다 사후가 11명 증가하여 평면도형에서 GSP를 활용한 탐구 학습이 흥미를 유발시켰던 것으로 해석된다.

여섯째, 9), 10), 11), 12)에서 노력한다가 사전보다 사후가 증가하여 평면도형에서 GSP를 활용한 학습이 도형 학습 방법 개선에 도움을 주었으며, 수학적 사고력에 긍정적인 영향을 준 것을 알 수 있다.



위에서 알아본 바와 같이 GSP를 활용한 학습이 학습태도 개선에 긍정적인 변화를 보이고 있음을 알 수 있다.

V. 결론 및 제언

1. 결론

연구자가 직접 개발한 GSP를 활용한 학습이 학력 신장에 미치는 영향을 파악하고자 중학교 1학년 평면도형을 제재로 연구를 실행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, GSP를 활용한 학습 자료를 개발 적용함으로써 학생들은 도형을 쉽고 정확하게 작도하고 마음대로 조작할 수 있어 도형의 기초적인 개념이 형성되어 전체적인 시각으로 파악할 수 있는 직관력을 키우는데 도움이 되며, 이로 인하여 학습 부진을 개선할 수 있었다. 그리고 교사는 도형의 개념 이해 및 원리 발견학습에 학생들의 이해를 높여 교수-학습의 효과를 얻을 수 있었다.

둘째, 학생들이 도형의 성질을 탐구하고 추정하는 기회를 가짐으로써 주어진 문제를 해결할 수 있고, 해결과정에서 오류를 찾아 스스로 수정할 수 있기 때문에 논리적 사고력이나 문제 해결 향상에 긍정적인 효과가 있었다.

셋째, 평면도형에서 GSP를 활용한 학습 자료를 이용하여 학생들의 다양한 사고를 직접 탐구함으로써 흥미와 관심이 높아지고, 학습 활동이 활발해져 교사와 학생의 상호작용을 통하여 의사소통이 강화되어 교사 일변 주도의 학습이 학습자 중심으로 전환하는 계기가 되었다.

넷째, 상위 그룹보다는 하위그룹이나 특히 중위그룹의 학생들에게 학습 동기가 유발되어 학력신장에 긍정적인 영향을 미치는 것을 알 수 있었다.

다섯째, 학생들의 다양한 사고를 탐구함으로써 능동적인 효과를 가져와 학습태도에 긍정적인 효과가 있었다.

여섯째, 학교 및 가정에 보급된 컴퓨터의 효율적인 활용에 긍정적인 영향을 주었다.

2. 제언

첫째, 수학은 추상적 학문이기 때문에 학생들이 자유롭게 사고하고 실험하는 활동

을 통하여 개념을 탐구하는 귀납적인 사고를 도와줄 수 있는 학습자료의 개발이 필요하다.

둘째, 소프트웨어를 활용한 학습자료의 제작을 위한 프로그램 개발에 교사의 연수를 최대한 확대하여 프로그램의 개발 분위기가 교사들 사이에 일반화되어야 하겠고, 프로그램의 설계 전략 및 개발 기법 등에 대한 다양한 연구가 필요하다.

셋째, 여러 가지 장점을 가진 소프트웨어를 활용한 학습자료를 개발하여 교실 현장에서 직접 사용하여 그 효과를 조사해 보는 연구가 필요하다.

넷째, 학생들의 탐구 활동에 필요한 충분한 수업 시수를 확보하는 것이 필요하다.

다섯째, GSP와 같은 탐구 활동용 소프트웨어는 아주 좋은 도구이지만, 기하의 작도에 대한 충분한 이해가 되어야 사용할 수 있으므로 학생들을 위해서는 보다 쉬운 소프트웨어가 필요하다.

여섯째, 보다 양질의 프로그램을 개발할 수 있도록 문제점을 해결해 주는 질문창구가 필요하다.

[참고 문헌]

- 구광조 외(1994), 「수학교육과정과 평가의 새로운 방향」 경문사.
- 김호우 외(1995), 「중학교 수학」, (주) 지학사.
- 박성택 외(1998), 「수학교육」, 동명사.
- 신현성 외(1998), 「수학과교재론」, 경문사.
- 우정호(1998), 「학교 수학의 교육적 기초」, 서울대학교출판부.
- 이무현(1997), 「기하학원론」, 교우사.
- 이용률(1997), 「수학 지도의 기초·기본」, 경문사.
- 현종익(1997), 「수학과 학습지도 연구」, 경문사.
- 김남기(1996), “순열 조합에 대한 시각화 학습 자료의 개발 및 그 적용에 관한 연구”, 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.
- 김대원, 강병호(1998), “The Geometer’s Sketchpad를 이용한 교수-학습자료”, 「수학교육」, 제주도중등수학교육연구회.
- 김인수 외(1998), “이차함수와 타원의 문제해결 지도를 위한 멀티미디어 학습자료 개발”, 「열린수학교육의 이론과 실제」, 대한수학교육학회.
- 김일광(1995), “컴퓨터를 활용한 고등학교 통계 단원의 수업이 학업 성취도에 미치는 영향”, 전국현장교육연구논문, 한국교원단체연합회.
- 류희찬(1994), “탐구활동으로서의 기하교육”, 「중등 우리교육」, 주식회사 우리교육.
- _____ (1998), “탐구형 소프트웨어를 활용한 ‘열린’ 수학 교육”, 「열린수학교육의 이론과 실제」, 대한수학교육학회.
- _____ (1994), “컴퓨터를 활용한 다양한 수업방법”, 「중등 우리교육」, 주식회사 우리교육.
- 박서규(1993), “탐구학습 활용을 통한 효과적인 수학 지도법에 대한 연구”, 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.
- 박지숙(1994), “중학교 수학의 도형 지도에 관한 연구”, 석사학위논문, 한남대학교 교육대학원.
- 백승서(1994), “멀티미디어를 활용한 수학 학습자료의 개발”, 석사학위논문, 한국교원

대학교 대학원.

서광택(1997), “컴퓨터 HWP방식의 사고활동을 통한 도형학습의 문제해결력 신장방안”, 전국현장교육연구논문, 한국교원단체 연합회.

신인선(1994) “정보사회와 수학교육”, 「중등 우리교육」, 주식회사 우리교육.

안재구(1994), “다시 생각해보는 수학, 수학교육”, 「중등 우리교육」, 주식회사 우리교육.

유영식(1996), “VTR, CAI 활용의 효과”, 「중등 우리교육」, 주식회사 우리교육.

이석주(1996), “공간 시각화를 위한 수학 학습자료 개발 연구”, 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.

이우열(1996), “컴퓨터 그래픽 이용한 수학수업”, 「중등 우리교육」, 주식회사 우리교육.

이종영(1998), “컴퓨터 환경에서 다루어지는 수학적 대상에 관한 고찰”, 「열린수학교육의 이론과 실제」, 대한수학교육학회.

이지요(1993), “수학교육에서의 시각화에 관한 연구”, 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.

전영국·주미(1998), “기하문제해결에서의 GSP를 활용한 탐구 학습 신장”, 「대한수학교육학회 춘계편」, 대한수학교육학회.

채경일(1996), “효과적인 함수 지도를 위한 시각화 자료 개발”, 석사학위논문, 한국교원대학교 대학원.

황미정(1996), “수학지도에 있어서 컴퓨터의 활용 방안 모색”, 석사학위논문, 경북대학교 대학원.

<Abstract>

The Effects of the Use of Computer Softwares on Figures of Plain Geometry - Focusing on GSP

Kang, Pyong-wook

Mathematics Education Major, Graduate School of Education,
Cheju National University, Cheju, Korea,

Supervised by professor Song Seok-zun

The purpose of this thesis is to investigate how much the learning ability of schoolboys in mathematics is increased when we teach schoolboys the figures in plain geometry by applying the teaching-learning software developed with GSP.

For our purpose, we chose two similar classes in Cheju Cheil Junior High School. And we applied the developed software to one class but did not apply it to another class. After learning the contents of figures in plain geometry, we had a test on the contents to the schoolboys in both classes.

For this experiments, we prepared the following :

First, we constituted the teaching contents for figures of plain geometry.

Second, we developed the software with GSP for teaching-learning activities of the contents.

Third, we applied this software developed with GSP at the teaching-learning activities in one class.

After our experiments, we obtained these results :

First, we knew that almost all schoolboys in the class which we applied the

software developed with GSP had the positive attitudes in learning mathematics.

Second, we knew that almost all schoolboys in the class which we applied the software improved their learning abilities compared to the schoolboys in the other class.



A thesis submitted to the Committee of Graduate School of Education. Cheju National University in partial fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Education in August, 1999

부 록



<부록 1> 수학교과에 대한 학습자 실태 조사 설문지

설문지		
본 설문지는 수학교과에 대한 여러분의 학습실태를 알아보기 위한 것입니다. 솔직하게 답해 주시면 고맙겠습니다. ※ 해당되는 한곳에만 ○표하세요.		
1. 수학 문제를 풀 때 어떻게 하십니까?	생각해보고 문제해결법을 찾는다.	
	기계적으로 계산 정리한다.	
	적당히 생각 없이 정리한다.	
2. 수업 시 학습 내용에 대한 이해 방법은?	원리 법칙에 중점을 둔다.	
	과정보다는 공식에 중점을 둔다.	
	흥미가 없어 외우는 정도다.	
3. 수업 시간에 나의 학습 태도는 어떠하다고 생각하십니까?	적극적이다.	
	보통이다.	
	소극적이다.	
4. 수업 중 문제풀이에 지적되면 어떤 자세로 임하나요?	자신 있게 해결한다.	
	별로 관심이 없다.	
	지적될까 걱정이 앞선다.	
5. 수학 교과의 흥미는 어떻습니까?	있다.	
	보통이다.	
	없다.	
6. 이해가 잘되지 않는 학습내용은 어떻게 해결합니까?	질문하여 이해한다.	
	혼자서 이해하려고 한다.	
	창피해서 질문하지 않는다.	
7. 수업 시간의 지도방법 및 내용의 이해 정도는 어떻습니까?	이해가 잘된다.	
	그저 그렇다.	
	이해하기가 곤란하다.	
8. 교과 영역 중 제일 싫어하는 단원은?	수와 연산	
	방정식과 부등식	
	함수	
	통계	
9. 자신의 자율학습 능력의 정도는?	높다.	
	보통이다.	
	낮다.	
10. 예습의 정도는?	높다.	
	보통이다.	
	낮다.	
11. 복습의 정도는?	높다.	
	보통이다.	
	낮다.	

<부록 2> 컴퓨터에 대한 학생들의 기초 실태 조사 설문지

설문지		
<p>본 설문지는 컴퓨터에 대한 여러분의 실태를 알아보기 위한 것입니다. 솔직하게 답해 주시면 고맙겠습니다. ※ 해당되는 한곳에만 ○표하세요.</p>		
1. 컴퓨터에 대한 관심은?	많다.	
	조금 있다.	
	없다.	
2. 컴퓨터의 보유현황	있다.	
	없다.	
3. 컴퓨터가 있다면 기종은?	586이상	
	486이하	
4. 컴퓨터를 사용해본 경험이 있습니까?	있다.	
	없다.	
5. 가정에서 컴퓨터를 주로 사용하는 용도는?	워드프로세스	
	프로그램 작성	
	보조학습	
	게임	
6. 컴퓨터 KEY 조작은?	할 수 있다.	
	조금할 수 있다.	
	할 수 없다.	
7. MS-DOS를 알고 있습니까?	알고 있다.	
	조금 안다.	
	모른다.	

<부록 3> 수학 교사들이 소프트웨어를 활용한 학습자료의 이용 및
만족 실태 조사 설문지

설문지		
<p>본 설문지는 소프트웨어를 활용한 학습자료에 대한 수학 선생님들의 생각과 의견을 알아보기 위한 것입니다.</p> <p>솔직하게 답해 주시면 고맙겠습니다.</p> <p>※ 해당되는 한곳에만 ○표하세요.</p>		
1. 소프트웨어를 활용한 학습자료 개발의 필요성은?	꼭 필요하다.	
	내용에 따라 필요하다.	
	필요가 없다.	
2. 소프트웨어를 활용한 학습자료에 대한 관심은?	많다.	
	보통이다.	
	없다.	
3. 소프트웨어를 활용한 학습자료를 활용하는가?	자주 활용한다.	
	가끔 활용한다.	
	활용하지 않는다.	
4. 소프트웨어를 활용한 학습자료를 자주 활용하지 않는 이유는?	사용 방법이 불편해서	
	사용 방법이 어려워서	
	학생들의 관심 부족	
	시설이 미비해서	
5. 주어진 영역에 적절한 내용인가?	적절하다.	
	보통이다.	
	부적절하다.	
6. 사용하기에 편리한가?	편리하다.	
	보통이다.	
	불편하다.	
7. 하드웨어나 기타 환경에 알맞게 개발되었나?	알맞다.	
	보통이다.	
	알맞지 않다.	
8. 교과 영역 중 학습자료가 가장 필요하다고 생각되는 단원은?	수와 연산	
	방정식과 부등식	
	함수	
	통계	
9. 학습자의 활발한 참여가 가능한가?	가능하다.	
	보통이다.	
	불가능하다.	

10. 다양한 탐구 학습이 가능한가?	가능하다.	
	보통이다.	
	불가능하다.	
11. 학습 동기를 유발시키는가?	유발시킨다.	
	보통이다.	
	유발시키지 않는다.	
12. 색, 그래픽, 움직임 등의 사용이 적절 한가?	적절하다.	
	보통이다.	
	적절하지 않다.	



<부록 4> 수학과 학습에 대한 태도 조사 설문지

설문지		
<p>본 설문지는 수학 학습에 대한 여러분의 학습태도를 알아보기 위한 것입니다. 솔직하게 답해 주시면 고맙겠습니다. ※ 해당되는 한곳에만 ○표하세요.</p>		
1. 수학 교과서의 내용은 어느 정도라고 생각합니까?	어려운 편이다.	
	보통이다.	
	쉬운 편이다.	
2. 선생님의 지도 방법은 어떠하다고 생각합니까?	재미없다.	
	보통이다.	
	재미있다.	
3. 나의 학습의욕은 어떻습니까?	낮다.	
	보통이다.	
	높다.	
4. 학습 과정에서 어려운 문제가 나오면 어느 정도 생각합니까?	전혀 생각하지 않는다.	
	조금 생각한다.	
	많이 생각한다.	
5. 수업 시간에 나의 학습태도는 어떠하다고 생각합니까?	소극적으로 참여한다.	
	지적되면 대답한다.	
	적극적으로 참여한다.	
6. 수업 중 문제 풀이에 지적되면 어떤 생각으로 임하나요?	지적될까 두렵다.	
	그저 그렇다.	
	자신 있게 대답한다.	
7. 수업 중 학급 분위기는 어떻습니까?	산만하다.	
	보통이다.	
	바람직하다.	
8. 도형 학습에 흥미를 갖고 있습니까?	흥미 없다.	
	보통이다.	
	흥미 있다.	
9. 도형문제를 그림으로 표현하려고 노력합니까?	노력하지 않는다.	
	그저 그렇다.	
	노력한다.	
10. 여러 가지 수학적 사실에서 규칙성을 발견하려고 노력합니까?	노력하지 않는다.	
	그저 그렇다.	
	노력한다.	
11. 논리적으로 수학문제를 해결하려고 노력합니까?	노력하지 않는다.	
	그저 그렇다.	
	노력한다.	
12. 문제를 풀 때 여러 가지 방법으로 풀려고 노력합니까?	노력하지 않는다.	
	그저 그렇다.	
	노력한다.	

사전검사지

※ 다음 문제에 알맞은 답을 골라 답지에 빗금 치시오.(1번~15번)

1. $5 - \{(-2 \times 5 - (+4)) \div (-\frac{7}{3})\}$ 을

계산하면?

- ① -1 ② 1
 ③ -11 ④ 11
 ⑤ -2

2. 다음은 곱셈 기호 \times 와 나눗셈 기호 \div 를 생략하여 나타낸 것이다. 옳은 것은?

- ① $x \times (-1) + y = -(x + y)$
 ② $0.01 \times x - 1 \times y = 0.0x - y$
 ③ $x - y \div 4 = \frac{x - y}{4}$

④ $(x + y) \div z \times 2 = \frac{x + y}{2z}$

⑤ $x \div 2 \times y = \frac{xy}{2}$

3. $a=2, b=-3$ 일 때, $2a^2 + 3ab - b^2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -19
 ③ 19 ④ -35
 ⑤ 35

4. 다항식 $3x^2 - 4x - 2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 항은 $3x^2, -4x, -2$ 이다.
 ② 이차항의 계수는 3이다.

③ x 항의 계수는 4이다.

④ 상수항은 -2 이다.

⑤ 다항식의 차수는 2이다.

5. $15x - [8x - \{6 - 3(x+5)\}]$ 을 간단히 하면?

- ① $4x - 9$ ② $-4x - 9$
 ③ $4x + 9$ ④ $10x - 9$
 ⑤ $10x - 15$

6. $6(x - 2y + 3) - 3(x - 5y + 4)$ 를 간단히 하면?

- ① $3x + 3y + 6$ ② $3x - 3y + 6$
 ③ $3x - 3y - 6$ ④ $-3x + 3y + 6$
 ⑤ $-3x - 3y - 6$

7. 다음 중 항등식인 것은?

- ① $-5x + 5 = 0$ ② $-3x + 3 = 3x + 3$
 ③ $4x - 4 = 3x - 1$ ④ $3x - 1 = 5$
 ⑤ $x + 2x - 4 = -4 + 3x$

8. 다음 방정식 중 해가 -3 인 것은?

- ① $x - 1 = -2$ ② $1 - 2x = -5$
 ③ $3x + 2 = -7$ ④ $2(x - 1) = x - 4$
 ⑤ $-2x + 6 = 0$

9. 다음 중 등식의 성질 『 $a = b$ 이면

$ac = bc$ 이다.』 를 이용한 것은?

(단, a, b 는 정수)

- ① $\frac{1}{2}x = -3 \Rightarrow x = -6$
 ② $x + 4 = 2 \Rightarrow x = 2 - 4$
 ③ $-4x + 1 = 17 \Rightarrow -4x = 16$
 ④ $x + 3 = -5 \Rightarrow x = -5 - 3$
 ⑤ $3x = -6 \Rightarrow x = -2$

10. 일차방정식 $0.3x - 2 = 0.15x + 1$ 를 풀면?

- ① $x = -20$ ② $x = 20$
 ③ $x = -18$ ④ $x = 18$
 ⑤ $x = 12$

11. 일차방정식 $\frac{2x+1}{5} - \frac{x-7}{10} = 3$ 을 풀면?

- ① $x = -2$ ② $x = 2$
 ③ $x = -\frac{35}{3}$ ④ $x = 7$
 ⑤ $x = \frac{35}{3}$

12. x 에 관한 일차방정식 $2x + 3 = 7$ 과 $5x - a = 2x + 4$ 의 해가 같을 때, a 의 값은?

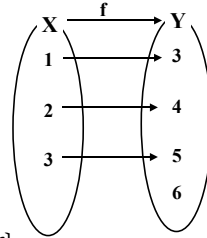
- ① -2 ② -1
 ③ 0 ④ 1
 ⑤ 2

13. 현재 아버지와 아들의 나이의 합이 55이고 16년 후에는 아버지의 나이가 아들의 나이의 2배가 된다고 한다. 현재 아들의 나이는?

- ① 7살 ② 10살

- ③ 13살 ④ 15살
 ⑤ 16살

14. 오른쪽 그림의 $f: X \rightarrow Y$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① 함수 f 의 정의역 $\{1, 2, 3\}$ 은이다
 ② 함수 f 의 공역은 $\{3, 4, 5, 6\}$ 이다.
 ③ 함수 f 의 치역은 $\{3, 4, 5\}$ 이다.
 ④ 관계식 $y = x + 2$ 이다.
 ⑤ 이 대응은 일대일 대응이다.

15. y 가 x 에 반비례하고 $x = 2$ 일 때, $y = 4$ 라고 한다. 이 때, 비례상수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

※ 다음 문제에 알맞은 답을 답지에 쓰시오.(16번~25번)

16. $(-\frac{2}{3})^2 \times \square \div (-2)^3 = \frac{1}{6}$ 일 때, \square 안에 알맞은 수를 구하여라.

17. 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 숫자가 각각 x, y, z 인 세 자리의 자연수를 식으로 나타내어라.

18. $x = -2$ 일 때, $|3 + 2x| - |5 - x^2|$ 의 값을 구하여라.

19. $\frac{x-1}{3} - \frac{x+1}{4}$ 를 간단히 하여라.

20. 어떤 수의 4 배에서 3을 뺀 수는
그 수의 2에 1을 더한 수와 같다고
한다. 어떤 수를 구하여라.

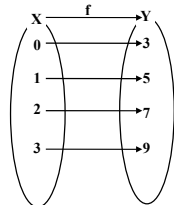
21. 방정식 $6 - 2(9 - x) = 4x$ 를 풀어라.

22. x 에 관한 일차방정식
 $5(x - 2a) = 3(x - a)$ 의 해가 $x = 7$ 일
때, a 의 값을 구하여라.

23. 함수 $f(x) = a - 3x$ 에서 $f(1) = 7$ 일
때, $f(b) = 1$ 을 만족하는 b 의 값을
구 하여라.

24. y 가 x 에 비례하고 $x = 12$ 일 때,
 $y = 8$ 이다. $y = 2$ 일 때, x 의 값을 구
하여라.

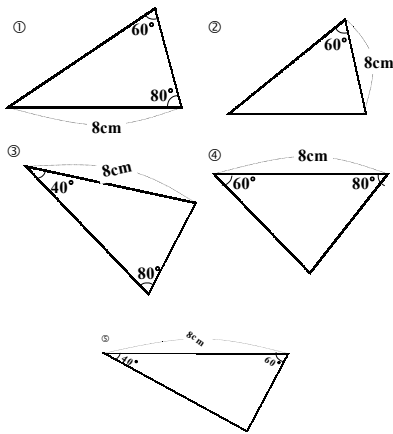
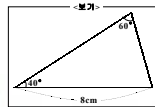
25. 다음 그림과 같이 나타내어진 함수
 $f: X \rightarrow Y$ 에서 X 의 원소 x 에 대응하
는 Y 의 원소 y 를 x 의 식으로 나타내
어라



7. 다음 중 $\triangle ABC$ 가 하나로 결정되는 것은?

- ① $\overline{AB}=4cm, \overline{BC}=5cm$
 $\angle A=70^\circ$
- ② $\overline{AB}=3cm, \overline{BC}=5cm$
 $\overline{AC}=8cm$
- ③ $\angle A=60^\circ, \angle B=30^\circ$
 $\angle C=90^\circ$
- ④ $\overline{BC}=8cm, \angle A=50^\circ$
 $\angle B=60^\circ$
- ⑤ $\overline{BC}=12cm, \overline{AC}=4cm$
 $\angle B=40^\circ$

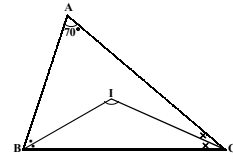
8. 다음 중 <보기>의 삼각형과 합동인 삼각형은?



9. 다음 삼각형의 성질 중 옳지 않은 것은?

- ① 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.
- ② 두 변의 길이의 합은 나머지 다른 한 변의 길이 보다 크다.
- ③ 삼각형의 외각의 크기의 합은 360° 이다.
- ④ 한 외각의 크기는 두 내각의 크기와 같다.

10. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.



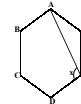
$\angle A=70^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는?

- ① 110° ② 115°
- ③ 120° ④ 125°
- ⑤ 130°

11. 다음 중 대각선의 총수가 27개인 다각형은?

- ① 팔각형 ② 구각형
- ③ 십각형 ④ 십이각형
- ⑤ 십오각형

12. 오른쪽 그림의 정 육각형에서 $\angle x$ 의 크기는?



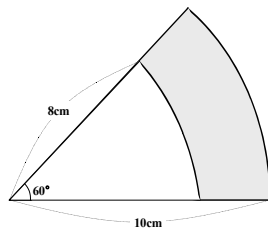
- ① 70° ② 80°
- ③ 90° ④ 100° ⑤ 110°

13. 팔각형의 내각의 크기의 합은?

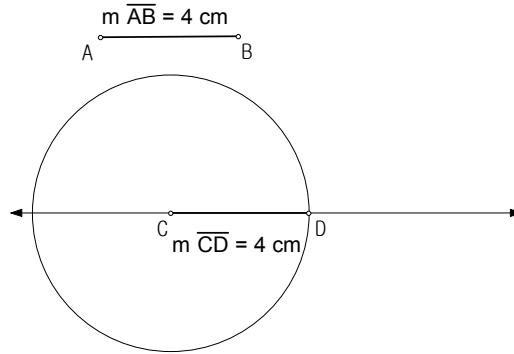
- ① 540° ② 720°
- ③ 900° ④ 1080°
- ⑤ 1440°

24. 한 꼭지점에서 5개의 대각선을 그을 수 있는 다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

25. 오른쪽 그림에서 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



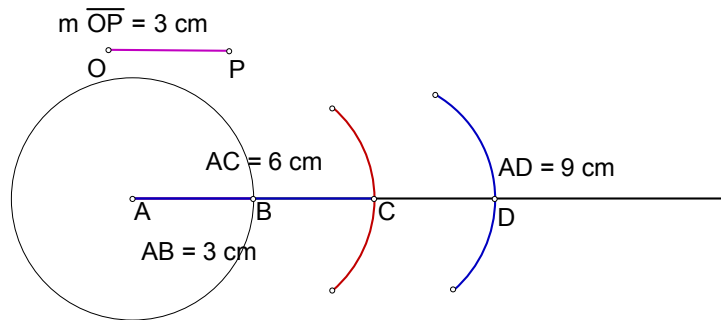
학습자료1-1: 길이가 같은 선분의 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 선분 \overline{AB} 의 점 B를 마우스로 끌어 움직이면 선분 \overline{CD} 도 같이 움직인다.
- $\overline{AB} = \overline{CD}$ 가 항상 성립한다.

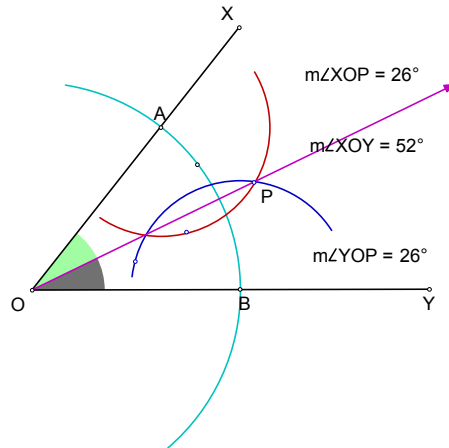
학습자료1-2: 주어진 선분의 길이의 2배, 3배 되는 선분의 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 선분의 길이를 잴 때는 자의 눈금을 이용하는 것이 아니라 컴퍼스를 이용한다.
- 선분 \overline{OP} 에서 P를 움직이면 점 B, C, D도 동시에 움직이며, 선분 \overline{OP} 의 길이의 2배, 3배가 됨을 탐구한다.

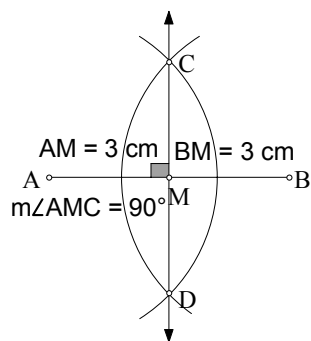
학습자료1-3: 각의 이등분선의 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 점 X를 마우스로 끌면 $\angle XOY$ 의 크기가 변하면서 반직선 OP는 항상 $\angle XOY$ 를 이등분함을 탐구한다.
- 항상 $\angle XOP = \angle YOP$ 가 성립함을 확인한다.

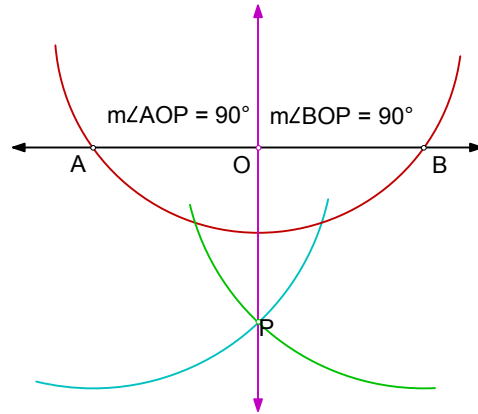
학습자료1-4: 수직 이등분선 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- $\angle CMA = 90^\circ$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 임을 확인한다.
- 점 A를 마우스로 끌면서 선분 AB의 길이를 변화시키면 수선 CD는 항상 선분 AB를 수직이등분함을 탐구한다.

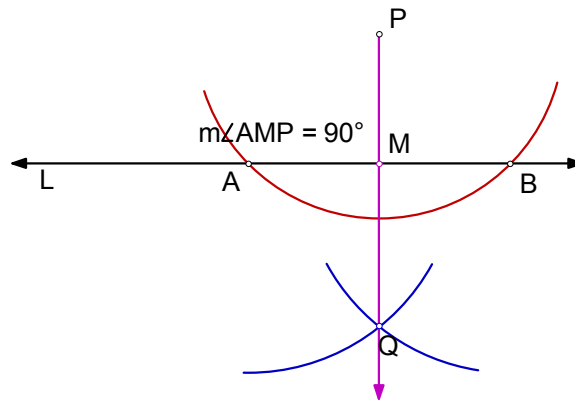
학습목표1-5: 직선 위의 한 점에서 수선의 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 각의 이등분선의 작도 방법과 같다는 것을 알게 한다.
- 점 O를 마우스로 끌어 움직이면 수선 OP도 따라 움직인다.
- $\angle AOP = 90^\circ$ 임을 확인한다.

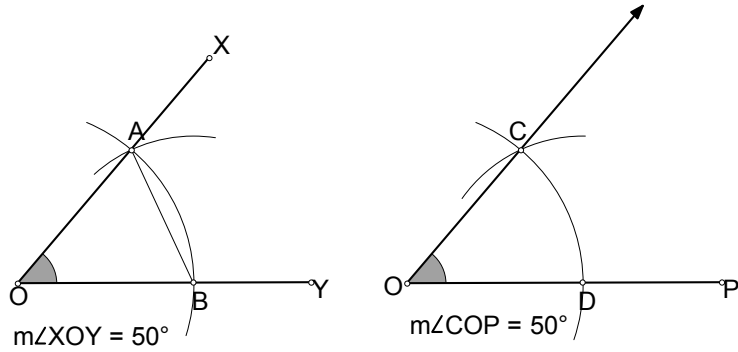
학습목표1-6: 직선 밖의 한 점 P에서 직선 L에 수선 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 점 P를 마우스로 끌어 움직이면 점 A, B, M과 수선 PQ도 따라 움직이는 것을 탐구한다.
- $\angle AMP = 90^\circ$ 임을 확인한다.

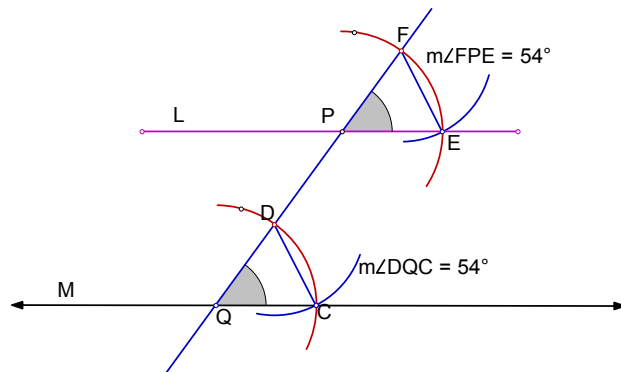
학습목표1-7: 주어진 각과 크기가 같은 각의 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- $\angle XOY = \angle COP$ 임을 확인한다.
- 점 X 를 마우스로 끌어 움직이면 $\angle XOY$ 의 크기와 $\angle COP$ 의 크기도 똑같이 따라 변하는 것을 탐구한다.

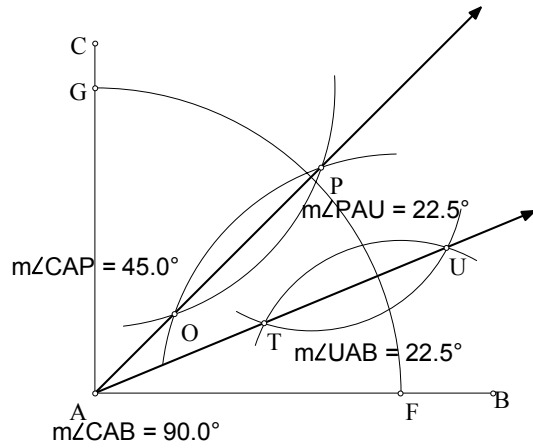
학습자료1-8: 직선 밖의 점 P에서 M에 평행선 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- $\angle FPE = \angle DQC$ 가 성립함을 확인한다.
- 점 P 를 마우스로 끌어 움직이면 직선 M 도 따라 움직이며 동위각의 성질을 이용하여 평행이 되는 이유를 탐구한다.

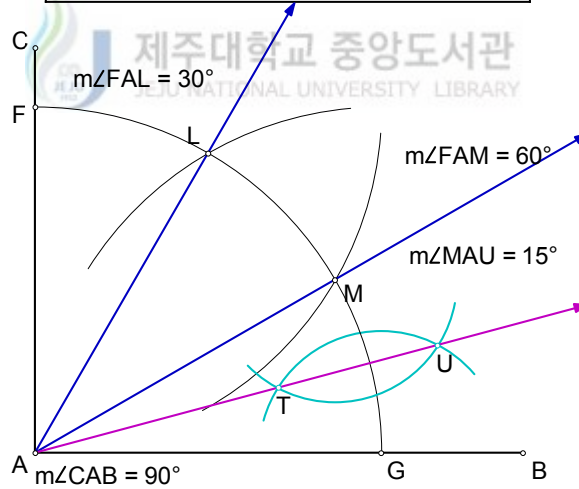
학습자료1-9: 45° 와 22.5° 의 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 90° 를 이등분하여 45° , 45° 를 다시 이등분하여 22.5° 를 작도할 수 있음을 추측한다.

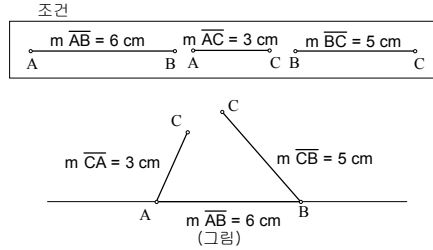
학습자료1-10: 직각의 삼등분선 작도



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 직각은 삼등분할 수 있으며, 각의 이등분을 이용하여 60° , 30° , 15° 를 작도할 수 있음을 추측한다.

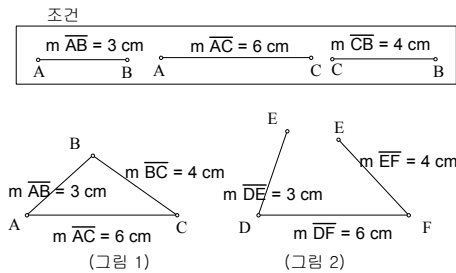
학습자료2-1: 삼각형의 세 변이 될 수 있는 경우



<활용>

- 조건의 세 선분을 이용하여 선분 AB를 작도하여 점 A를 중심으로 선분 AC, 점 B를 중심으로 선분 BC를 그림과 같이 작도한다.
- 그림의 선분 AC, BC의 각각의 끝점 C를 마우스로 끌어서 일치시켜 삼각형을 구성하여 본다.
- 조건의 점 A를 마우스로 끌어 선분 AB의 길이를 변화시키면 그림의 선분 AC, BC의 각각의 끝점 C는 일치시킬 수 있는지 탐구하여 세 선분이 삼각형이 될 수 있는 조건을 추측한다.

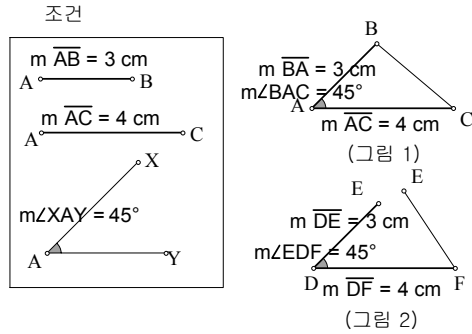
학습자료2-2: 삼각형의 결정조건(세 변이 주어졌을 때)



<활용>

- 조건에 맞는 삼각형 ABC를 작도한다.(그림 1)
- 조건의 세 선분 AB, AC, BC와 길이가 같은 세 변 DE, DF, FE를 그림 2와 같이 작도한 다음 변 DE, FE의 각각의 끝점 E를 마우스로 끌어 삼각형 DEF를 만들고 삼각형 ABC와 대응변의 길이와 대응각의 크기가 같은지를 탐구한다.

학습자료2-3: 삼각형의 결정조건(두 변과 끼인각이 주어졌을 때)

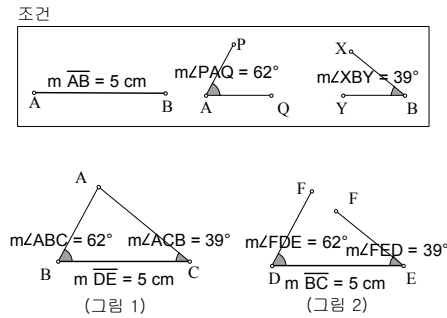


<활용>

- 조건에 맞는 삼각형 ABC를 작도한다.(그림 1)
- 조건을 이용하여 그림 2와 같이 작도한 후에 두 개의 E점을 마우스로 끌어 삼각형 DEF를 만든다.
- 그림1과 그림2의 두 삼각형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기가 같은지를 탐구한다.



학습자료2-4: 삼각형의 결정조건(한 변과 양 끝각이 주어졌을 때)

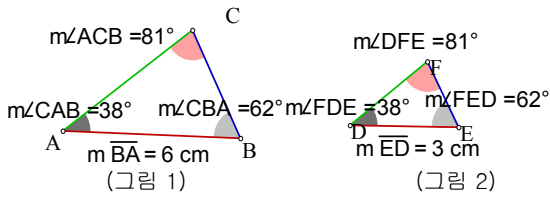
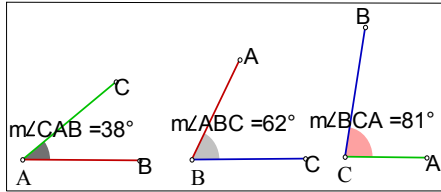


<활용>

- 조건에 맞는 삼각형 ABC를 작도한다.(그림 1)
- 조건을 이용하여 그림 2와 같이 작도한 후에 두 개의 F점을 마우스로 끌어 일치시켜 삼각형 DEF를 만든다.
- 그림 1과 그림 2의 두 삼각형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기가 똑같은지를 탐구한다.

학습자료2-5: 삼각형의 결정조건(세 각이 주어졌을 때)

조건

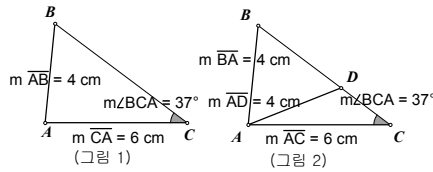
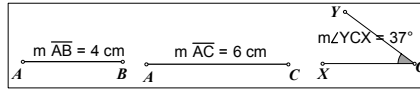


<활용>

- 조건에 맞는 삼각형 ABC를 작도한다.(그림 1)
- 조건을 이용하여 그림2와 같이 작도한 후에 A점을 마우스로 끌어 삼각형 ABC의 모양이 변함을 탐구한다.
- 그림1과 그림2의 두 삼각형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기가 같은지를 탐구한다.

학습자료2-6: 삼각형의 결정조건(두 변과 한 각이 주어졌을 때)

조건

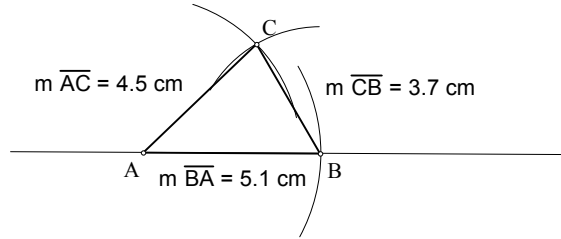
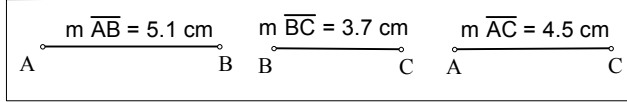


<활용>

- 조건에 맞는 삼각형 ABC를 작도한다.(그림 1)
- 조건을 이용하여 그림2와 같이 작도한 후에 B점을 마우스로 끌어 삼각형 ABC의 모양의 변함을 탐구한다.
- 그림1과 그림2의 두 삼각형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기가 똑같은지를 탐구한다.

학습자료2-7: 삼각형의 작도(세 변이 주어졌을 때)

조건

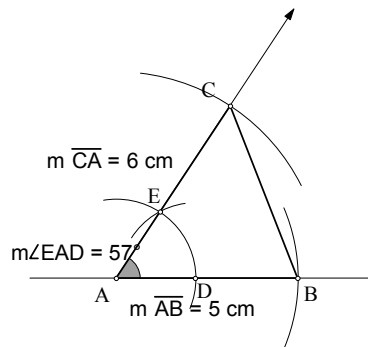
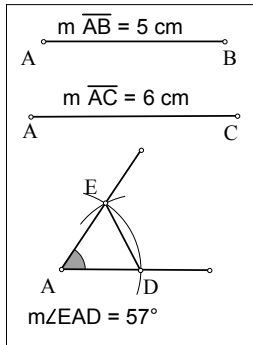


<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 조건의 세 변의 길이를 변화시키면 삼각형 ABC도 따라 변하는지를 탐구한다.
- 세 변의 길이가 $\overline{AB} > \overline{AC} + \overline{BC}$ 이면 삼각형이 되는지 탐구한다.
- 삼각형의 꼭지점을 마우스로 움직여 변하는지를 관찰하여 삼각형의 합동조건을 추측한다.

학습자료2-8: 삼각형의 작도(두 변과 끼인각이 주어졌을 때)

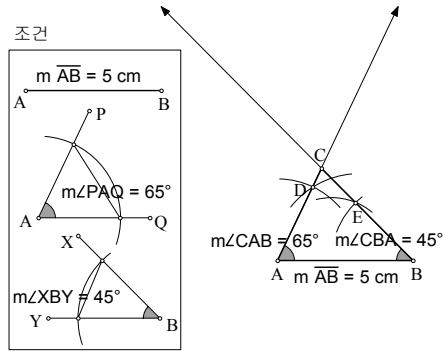
조건



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 조건의 두 변과 끼인각의 크기를 변화시키면 삼각형 ABC도 따라 변하는지를 탐구한다.
- 삼각형의 꼭지점을 마우스로 움직여 변하는지를 관찰하여 삼각형의 합동조건을 추측한다.

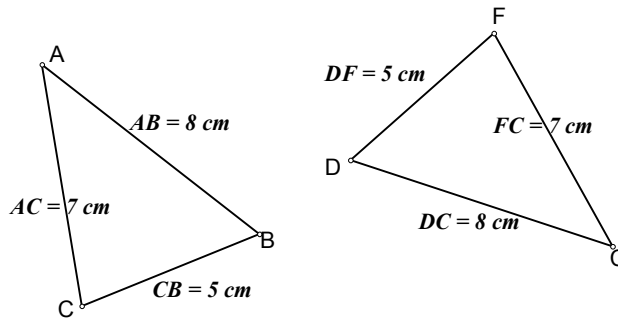
학습자료2-9:삼각형의 작도(한 변과 양 끝각이 주어졌을 때)



<활용>

- 작도하는 방법 및 순서를 추측한다.
- 조건의 한 변과 양 끝 각의 크기를 변화시키면 삼각형 ABC도 따라 변하는지를 탐구한다.
- 삼각형의 꼭지점을 마우스로 움직여 변하는지를 관찰하여 삼각형의 합동조건을 추측한다.

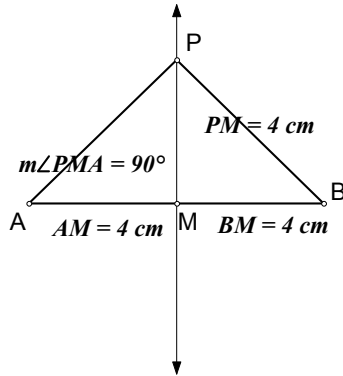
학습자료3-1: 삼각형의 합동의 뜻



<활용>

- 두 삼각형에서 대응각의 크기와 대응변의 길이를 측정하여 같은지 확인한다.
- 삼각형 ABC를 끌어 삼각형 DEF 위에 올려놓고 대응하는 꼭지점을 마우스로 끌어 일치시켜 삼각형 ABC와 삼각형 DEF가 포개어짐을 확인한다.
- 합동의 뜻을 추측한다.

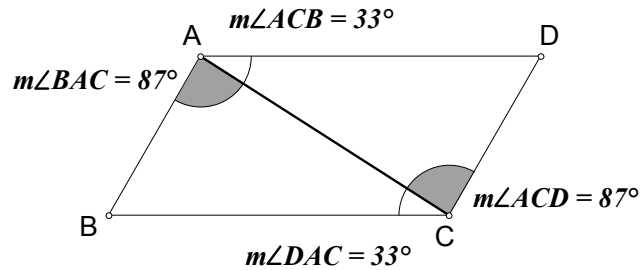
학습자료3-2: 두 삼각형의 합동 설명



<활용>

- 선분 AB의 수직이등분선 PM를 작도한다.
- 선분 AB의 수직이등분선 위에 임의의 점 P를 잡았을 때 삼각형 PAM과 삼각형 PBM이 합동임을 보이기 위해 합동 조건을 찾아 변의 길이와 각의 크기를 측정한다.
- 점 A를 마우스로 끌어 두 삼각형이 항상 합동임을 탐구한다.

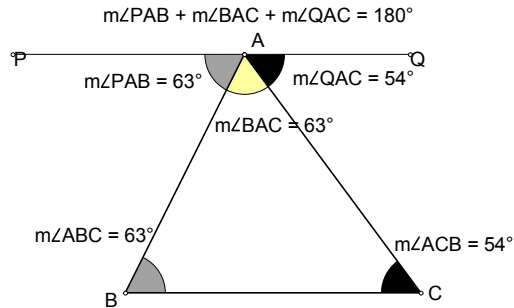
학습자료3-3: 평행사변형에서 두 삼각형의 합동



<활용>

- 사각형 ABCD에서 변 AB와 변 CD, 변 AD와 변 BC가 평행이면 두 삼각형 ABC와 삼각형 DCA가 합동임을 보이기 위해 엇각과 공통변을 찾아 측정하여 합동조건을 알아본다.
- 꼭지점을 마우스로 끌어 움직여도 항상 두 삼각형은 합동이 됨을 탐구한다.

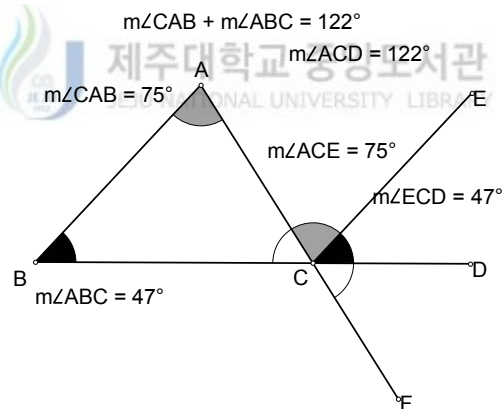
학습자료4-1: 삼각형의 내각의 크기의 합



<활용>

- 점 A에서 변 CB에 평행한 선분 PQ를 작도하여 엇각을 찾아본다.
- 삼각형의 내각의 크기를 추측한다.
- 점 B나 점 C를 마우스로 끌어 삼각형의 모양이 변할 때 내각의 크기의 합은 항상 일정한지 탐구한다.

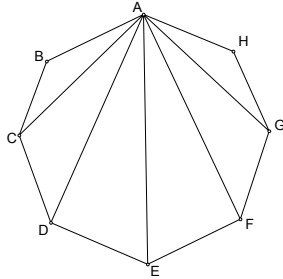
학습자료4-2: 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계



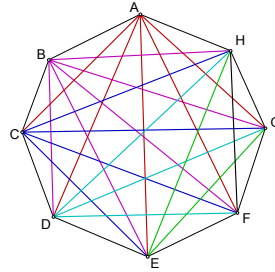
<활용>

- 점 C에서 변 AB에 평행한 선분 CE를 작도하여 동위각과 엇각을 찾아본다.
- 삼각형의 내각을 측정하고 각 C의 외각을 측정하여 $\angle ABC + \angle CBA = \angle ACD$ 가 성립하는지 추측한다.
- 점 A를 마우스로 끌어 움직이면 삼각형의 한 외각의 크기는 이와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 항상 같은지 탐구한다.
- 각 A, 각 B의 외각을 측정하여 한 외각의 크기는 이와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같은지 탐구한다.

학습자료5-1: 다각형의 대각선의 개수



<그림 1>

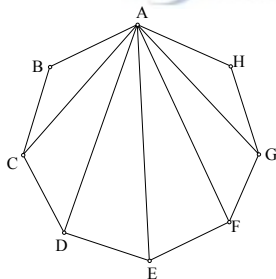


<그림 2>

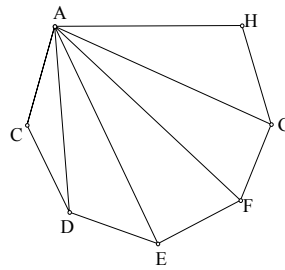
<활용>

- 그림1에서 한 꼭지점에서 대각선은 몇 개 그을 수 있는지 확인한다.
- 그림2에서 모든 꼭지점에서 그은 대각선의 총수를 확인한다.
- 그림1과 그림2에서 점 A를 B로, 점 A와 B를 C로, 점 A와 B와 C를 D로 이동시키면 팔각형이 칠각형, 육각형, 오각형으로 변하면서 대각선의 수도 변한다. 이 때 대각선의 총수를 확인하여 n 각형의 대각선의 총수를 구하는 방법을 추측한다.

학습자료5-2: 다각형의 내각의 크기의 합



(그림 1)

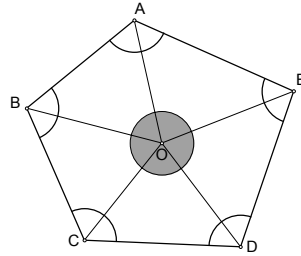


(그림 2)

<활용>

- 한 꼭지점에서 대각선을 그어 몇 개의 삼각형으로 나눌 수 있는지 확인한다.
- 삼각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 팔각형의 내각의 크기의 합을 확인한다.
- 점 A를 B로, 점 A와 B를 C로, 점 A와 B와 C를 D로 이동시키면 팔각형이 칠각형, 육각형, 오각형으로 변하면서 삼각형의 수도 변한다. 이 때 삼각형의 수를 확인하여 내각의 크기의 합을 구하여 보고 n 각형의 내각의 크기의 합을 구하는 방법을 추측한다.(그림 2)
- 정 n 각형의 한 내각의 크기를 구하여 본다.

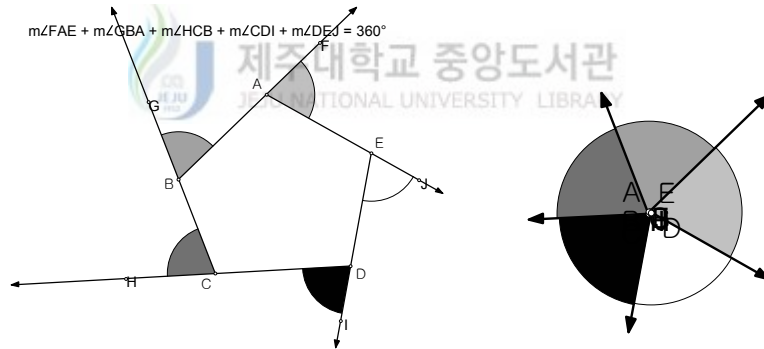
학습자료5-3: 오각형의 내각의 크기의 합



<활용>

- 오각형의 내각의 크기의 합을 다른 방법으로 구하는 방법을 추측한다.
- 오각형의 내부에 한 점 O를 잡아 점 O와 꼭지점 A, B, C, D, E를 연결하여 다섯 개의 삼각형으로 나누어 오각형의 내각의 크기의 합을 구하여 본다.
- 다른 다각형도 이와 같은 방법으로 내각의 크기의 합을 구하여 본다.

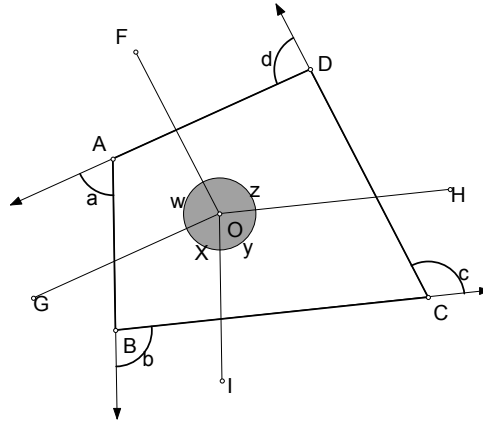
학습자료5-4: 오각형의 외각의 크기의 합



<활용>

- 꼭지점 A, B, C, D, E를 오각형의 내부의 한 점에 접근시켜 오각형의 외각의 크기의 합이 원이 됨을 탐구하여 외각의 크기의 합을 추측한다.
- 점 A를 B로, 점 A와 B를 C로 이동시키면 오각형이 사각형, 삼각형으로 변할 때 각 도형의 내부의 한 점에 접근시켜 다각형의 외각의 크기의 합이 일정함을 추측한다.
- 이와 같은 방법으로 다각형의 외각의 크기의 합을 추측한다.
- 정 n 각형의 한 외각의 크기를 구하여 본다.

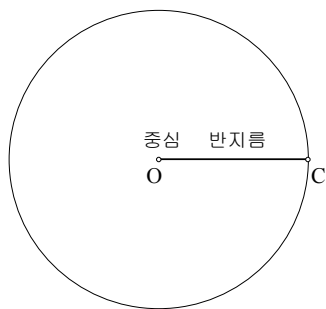
학습자료5-5: 사각형의 외각의 크기의 합



<활용>

- 사각형의 외각의 크기의 합을 사각형의 내부에 한 점 O을 잡아 구할 수 있음을 추측한다.
- 사각형에서 한 내각과 그의 외각의 크기의 합이 180° 임을 이용하여 사각형의 외각의 크기의 합을 구할 수 있음을 추측한다.
- 사각형의 외각의 크기의 합이 360° 임을 보이기 위해 사각형의 내부에 한 점 O을 잡아 각 변에 평행한 선분을 그어서 알아본다.
(즉, 각 $\angle x = \angle a$, $\angle y = \angle b$, $\angle z = \angle c$, $\angle w = \angle d$ 이므로 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = \angle x + \angle y + \angle z + \angle w = 360^\circ$)

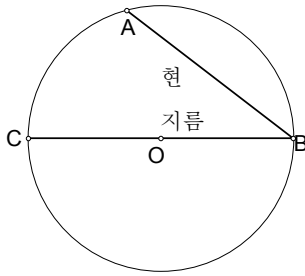
학습자료6-1: 원의 정의



<활용>

- 원의 중심 O와 임의 한 점 C를 잡아 선분 OC를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- 점 C의 자취를 선택하여 마우스로 점 C를 끌어 원주 위를 움직이면서 원의 정의를 추측한다.

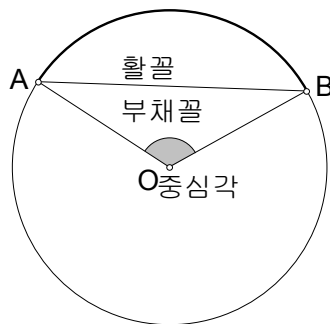
학습자료6-2: 현과 지름



<활용>

- 점 B를 마우스로 끌어 원주 위를 움직이면 현 AB가 따라 움직인다. 이 때 현과 지름의 차이점을 탐구한다.

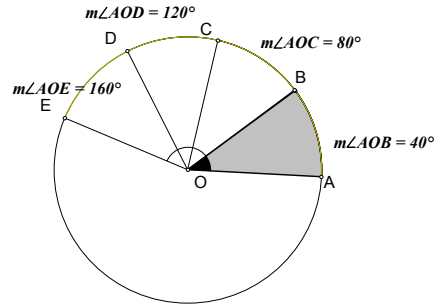
학습자료6-3: 활꼴, 부채꼴, 중심각



<활용>

- 점 A를 마우스로 끌어 원주 위를 움직여 활꼴, 부채꼴, 중심각의 크기 및 모양을 탐구한다.

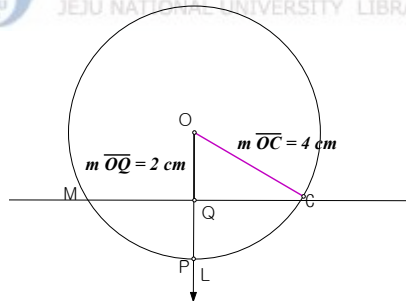
학습자료6-4: 중심각과 호의 길이



<활용>

- 부채꼴 OAB의 호의 길이와 중심각의 크기를 측정한다.
- 점 B를 마우스로 끌어 원주 위를 움직이면서 중심각의 크기가 2배, 3배, 4배 되는 점 C, D, E에 일치시켜 호의 길이와 중심각의 크기를 측정하여 중심각과 호의 길이 관계를 추측한다.

학습자료6-5: 원과 직선 사이의 위치관계



<활용>

- 원 O의 중심과 원주 위의 한 점 C를 잡아 반지름 OC의 길이를 측정한다.
- 원주 위의 다른 한 점 P를 잡아 원의 중심 O와 P를 연결하는 반직선 L를 작도하고 L위에 임의의 점 Q를 잡아 선분 OQ의 길이를 측정한다.
- Q에서 선분 OQ에 수선 M을 작도한다.
- 점 Q를 마우스로 끌어 원 O와 직선 M과의 위치관계를 탐구한다.
- 선분 OQ의 길이와 반지름의 길이의 대소관계를 비교하며 원과 직선 M이 몇 번 만나는지 관찰한다.