



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

The logo of Jeju National University is a watermark in the background. It features a stylized flame or 'J' shape with 'JEJU 1952' written inside. The text 'JEJU NATIONAL UNIVERSITY' and '1952' is written around the perimeter of the logo.

A DOCTORAL DISSERTATION

**Development of a Computational Analysis System for
Electrical Impedance Tomography**

**Department of Nuclear & Energy Engineering
Graduate School
Jeju National University**

Bo An Lee

February, 2012

The logo of Jeju National University is located in the top left corner. It features a stylized flame or 'J' shape with the text 'JEJU NATIONAL UNIVERSITY 1952' around it and 'JEJU 1952' inside the shape.

Ph. D. DISSERTATION

**Development of a Computational Analysis System for
Electrical Impedance Tomography**

Department of Nuclear & Energy Engineering
Graduate School
Jeju National University

Bo An Lee

February, 2012



博士學位論文

전기 임피던스 단층 촬영을 위한
전산해석체계 개발

濟州大學校 大學院

에너지 공학과

李寶安

2012年 2月



전기 임피던스 단층 촬영을 위한 전산해석체계 개발

指導教授 金 信

李 寶 安

이 論文을 工學博士學位論文으로 提出함

2011年 12月

李寶安의 工學 博士學位 論文을 認准함

審査委員長 朴 在 雨 (인)

委員 金 慶 淵 (인)

委員 鄭 鈺 津 (인)

委員 尹 炳 祚 (인)

委員 金 信 (인)

濟州大學校 大學院

2011年 12月



Development of a Computational Analysis System for

Electrical Impedance Tomography

Bo An Lee

(Supervised by professor Sin Kim)

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirement for the degree of
Doctor of Nuclear and Energy Engineering

2011. 12.

This thesis has been examined and approved.

.....
Thesis director, Jae-Woo Park, Professor, Department of Nuclear & Energy Engineering

.....
Kyung-Youn Kim, Professor, Department of Electronic Engineering

.....
Bum-Jin Chung, Professor, Department of Nuclear & Energy Engineering

.....
Byong-Jo Yun, Professor, Department of Mechanical Engineering

.....
Sin Kim, Professor, Department of Nuclear & Energy Engineering

(Name and signature)

2011. 12.

Date

Department of Nuclear & Energy Engineering

GRADUATE SCHOOL

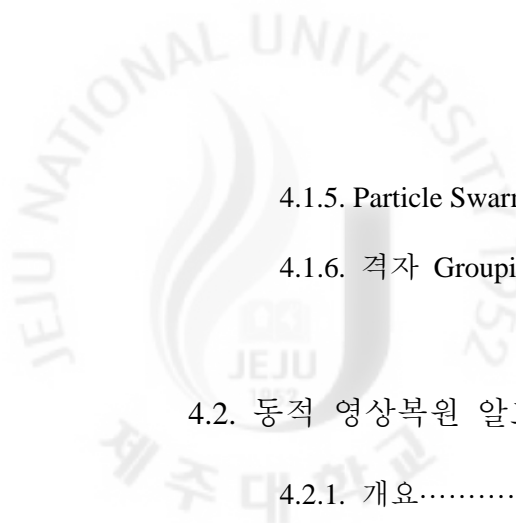
JEJU NATIONAL UNIVERSITY

CONTENTS

CONTENTS	i
LIST OF FIGURES	iv
LIST OF TABLES	vi
SUMMARY	vii

1. 서론	1
2. EIT 정문제	4
2.1. 도전체 및 유전체에서의 전자기 방정식.....	4
2.2. 전극 모델.....	8
2.2.1. Continuum 모델	8
2.2.2. Gap 모델.....	9
2.2.3. Shunt 모델.....	10
2.2.4. 완전 전극 모델(Complete Electrode Model: CEM).....	10
2.3. 정문제의 유한요소 해석 모델.....	11
2.4. 전류 입력 패턴.....	14

2.5. Jacobian	15
3. EIT를 위한 전산해석체계 개발	19
3.1. 상용 소프트웨어	19
3.2. 전산해석체계 개발	20
3.3. 개발한 전산해석체계의 검증	25
3.3.1. 관심 영역 내부가 균질한 경우	25
3.3.2. 관심 영역 내부가 비균질한 경우	27
3.4. 개발한 전산해석체계의 유용성	28
3.4.1. 격자 생성 시간의 단축	28
3.4.2. 복잡한 기하구조에 적용	30
4. 전산해석체계의 적용	35
4.1. 정적 영상복원 알고리즘	35
4.1.1. Back-projection 법	35
4.1.2. Gauss-Newton 법	36
4.1.3. Conjugate gradient method (CGM)	38
4.1.4. Gauss-Newton과 Conjugate gradient 법 비교	41



4.1.5. Particle Swarm Optimization(PSO).....	50
4.1.6. 격자 Grouping 방법.....	57
4.2. 동적 영상복원 알고리즘.....	64
4.2.1. 개요.....	64
4.2.2. 확장 Kalman 필터(Extended Kalman Filter: EKF).....	66
4.2.3. Spatial regularization.....	69
4.2.4. EKF를 이용한 기포의 운동에 관한 영상복원.....	72
5. 결론.....	78
요약문.....	80
참고문헌.....	82

LIST OF FIGURE

Fig. 1.1. Conceptual diagram of the EIT.....	2
Fig. 2.1. The continuum model and experimental result.....	9
Fig. 2.2. Three current patterns.....	15
Fig. 3.1. The flow chart of a computational analysis system for EIT.....	20
Fig. 3.2. The comparison of QMG mesh and COMSOL mesh in the homogeneous case	26
Fig. 3.3. The comparison of QMG mesh and COMSOL mesh in the inhomogeneous case.....	27
Fig. 3.4. The mesh structures of QMG and the computational analysis system.....	29
Fig. 3.5. The result from the computational analysis system	30
Fig. 3.6. The object function.....	30
Fig. 3.7. The geometry and mesh structure of test section	31
Fig. 3.8. The result from an inverse algorithm for one target (4 blades)	32
Fig. 3.9. The result from an inverse algorithm for two targets (4 blades).....	32
Fig. 3. 10. The result from an inverse algorithm for one target (3 blades)	32
Fig. 3. 11. The result from an inverse algorithm for one target (3 blades)	33
Fig. 3. 12. The RMSE value for 4 blades	34
Fig. 3. 13. The RMSE value for 3 blades	34
Fig. 4.1. Mesh structures	41
Fig. 4.2. Comparison of performance between GN with CGM for single target.....	42
Fig. 4.3. Comparison of RMSE for different inverse algorithms (single target)	43
Fig. 4.4. Comparison of performance between GN with CGM (5 targets).....	45
Fig. 4.5. Comparison of RMSE values for different inverse algorithms (5 targets)	46
Fig. 4.6. Comparison of performance between GN with CGM for two targets with different conductivity values	48
Fig. 4.7. Comparison of RMSE values for different inverse algorithms (different conductivity)	49

Fig. 4.8. Comparison of the true bubble with estimated bubble for trigonometry	53
Fig. 4.9. The estimated parameters for trigonometry	53
Fig. 4.10. The object function for trigonometry	54
Fig. 4.11. Comparison of the true bubble with estimated bubble for adjacent	54
Fig. 4.12. The estimated parameters for adjacent	55
Fig. 4.13. The object function for adjacent	55
Fig. 4.14. Comparison of the true bubble with estimated bubble for opposite	56
Fig. 4.15. The estimated parameters for opposite	56
Fig. 4.16. The object function for opposite	57
Fig. 4.17. Idealized distribution of conductivity	58
Fig. 4.18. The location of true targets (scenario 1)	61
Fig. 4.19. The estimated targets using PSO and grouping method (scenario 2)	61
Fig. 4.20. The location of true targets (scenario 2)	62
Fig. 4.21. The estimated targets using PSO and Grouping method (scenario 2)	62
Fig. 4.22. The RMSE value for the grouping method (scenario 1)	63
Fig. 4.23. The RMSE value for the grouping method (scenario 2)	63
Fig. 4.24. Generalized Tikhonov-type regularization in the domain	70
Fig. 4.25. Generalized Tikhonov-type regularization on the boundary	71
Fig. 4.26. Spherical gas bubble	72
Fig. 4.27. Geometry of the sensor	74
Fig. 4.28. Comparison of RMSE values for different current patterns	
in case of increase in bubble size	77
Fig. 4.29. Comparison of RMSE values for different current patterns	
in case of decrease in bubble size	77

LIST OF TABLES

Table 3.1. The conditions for the homogeneous case	26
Table 3.2. The results from forward solvers in the homogeneous case.....	26
Table 3.3. The conditions for the inhomogeneous case.....	27
Table 3.4. The results from forward solvers in the inhomogeneous case	28
Table 3.5. Computer system specification.....	29
Table 4.1. Parameter values from PGbest	57
Table 4.2. Numerical Scenarios for grouping method	60
Table 4.3. Reconstructed images for rising bubble.....	75

SUMMARY

The electrical impedance tomography(EIT) is an imaging modality that reconstructs the resistivity or conductivity distribution of an internal object through various image reconstruction algorithms based on measured voltage at the boundary of the domain. This technique has been applied to medical, chemical processing, prediction of two-phase flow behavior and others.

However, there are mainly two difficulties in analysis of the EIT as followings. The first thing, there are limitations of the application to realistic problems due to difficulties in generation of complicated geometry. The second thing, mesh generation and arrangement is very difficult, and in case of generating the multitudinous number of the element the generation time is quite much required. On the other hand, it is possible to conveniently describe complicated configurations and to easily generate the mesh if using commercial softwares.

In this study, unified algorithm which can be applied to the EIT technique was developed by linking COMSOL Multiphysics based on finite element method and a self-developed computational analysis system in order to overcome these problems.

At first, for the verification of the reliability of the computational analysis system this study developed the forward solution was compared with the exact solution, that of EIDORS which has been widely used as a analysis package for the EIT, and of the boundary element method.

For the assessment of the easiness for two difficulties which were mentioned before, at first comparisons of the mesh generation time with that of the QMG which has been widely used, and also the validity of the proposed computational analysis system for the complicated geometry was evaluated considering a geometry that has turbine blades inside the two-phase flow.

The developed computational analysis system was applied to the static and dynamic problem of the EIT technique. That is, various image reconstruction results for static problems were obtained

applying well-known inverse algorithms such as Gauss-Newton(GN), Conjugate Gradient Method(CGM), Particle Swarm Optimization(PSO), Mesh Grouping Method(MGM) and others to the proposed computational analysis system. Similarly, for the image reconstruction for dynamic problems the analysis for the bubble motion was conducted applying the Extended Kalman Filter (EKF) to the proposed system.

This study largely consists of four parts as followings. In the first chapter, the brief introduction of EIT technique, in the second chapter, the mathematical background for demonstration of EIT technique are dealt with. In the third chapter, technical parts and verified results for the proposed computational analysis system are presented, and in the fourth chapter reconstructed images for static and dynamic problems obtained by applying various inverse algorithms to the proposed system are introduced.

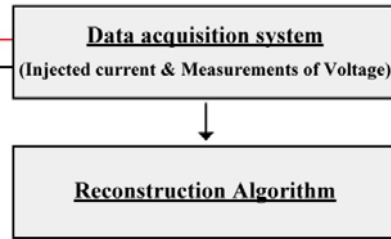
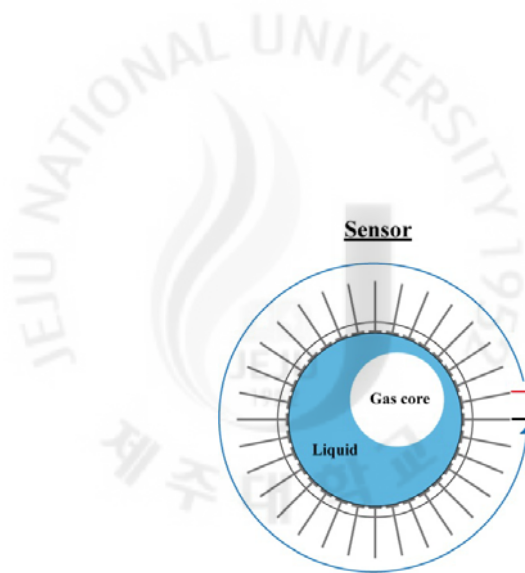


1. 서론

이상 유동장에서 기포 거동 정보의 중요성 때문에 이를 측정하기 위한 방법이 다양하게 시도되어 왔다. 기포 거동을 측정하는 방법들은 크게 유동장을 교란하지 않는 비탐침법과 유동장에 Conductivity probe, Optical probe, Wire mesh 등을 삽입하는 탐침법으로 나눌 수 있다. 탐침법은 응답시간이 짧아 이상유동 난류 거동을 비롯한 국부 정보를 정밀하게 제공한다는 장점이 있지만 유동장을 교란하고 국부 정보만을 제공한다는 단점이 있다.

반면 비탐침법으로는 방사선 흡수 및 산란 기법, 레이저 등을 이용한 광학적 기법, 초음파 기법 등 다양한 방법이 있다. 또한 의공학 분야에서는 새로운 단층촬영 기법으로 전기 임피던스 단층촬영(Electrical Impedance Tomography: EIT) 기법이 제안된 바 있다. 이 기법은 응답시간이 충분히 짧다는 장점으로 인해 최근 유럽에서는 화학공정에서 많은 주목을 받고 있다.

EIT 기법은 그림 1.1에서처럼 특수하게 제작된 전극을 여러 개 배치하고 적절하게 설계된 전류(또는 전압)를 인가하여 이에 따른 전압(또는 전류)를 물체 경계에서 측정한 후, 이들 측정치를 바탕으로 영상 복원 알고리즘을 이용하여 물체 내부의 미지의 전기적 특성 분포를 재구성하는 것이다.



Reconstruction Image

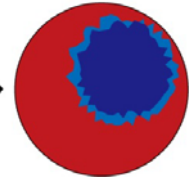


Fig. 1.1. Conceptual diagram of the EIT

또한 EIT 기법은 원자로 이상 유동장 실험에 적용하기에 적합한 몇 가지 기본적인 특성을 갖추고 있다.

첫째, 유동장을 교란하지 않기 때문에 실험 정보의 불확실성을 줄일 수 있다. 이는 원자로 열수력 설계에 필요한 이상 유동장 구조 연구에 적합하다 할 수 있다.

둘째, 데이터 취득 속도가 충분히 빨라 빠른 천이과정을 경험하는 원자로 열수력 계통의 모니터링으로써도 적용이 가능하다.

셋째, 복잡한 기하구조를 갖는 원자로심 이상 유동장에 적용성이 타 방법에 비해 유리하다.

본 논문에서는 이상 유동장을 가시화할 수 있는 전산해석체계를 상용 프로그램과 MATLAB 스크립트와 연동해서 개발하였다. 상용 프로그램과 연동함으로써 Rod bundle과 같은 복잡한 구조를 갖는 문제를 풀 수 있다.

이렇게 개발한 전산해석체계를 검증하기 위해 EIT 알고리즘을 적용하였다. Gauss-Newton 법(GN)과 Conjugate Gradient 법(CGM)으로 EIT 문제를 풀고 그 성능을 비교하였다. PSO 기법을 적용하여 환상 유동장에서의 기포에 대한 중점과 반지름을

추정하였다. PSO 알고리즘을 적용하여 격자 grouping을 수행하였다. 동적 영상복원을 위해 확장 Kalman 필터(Extended Kalman Filter: EKF)를 이용해 기포의 거동에 대한 모사(Simulation)을 수행하였다.

2. EIT 정문제

EIT 영상 복원은 정문제(Forward problem)와 역문제(Inverse problem), 두 단계로 나눌 수 있다. 이상(또는 다상) 유동장의 관심 영역 내부에서 각 상의 전기 전도도 분포를 알고 경계면에서의 조건에 따라 유동장 전체에 걸친 전기장 문제를 해석하는 것을 정문제라 한다. 반면에 경계조건과 경계면에서의 전기장에 대한 정보만을 이용하여 유동장 내부의 전기 전도도와 같은 전기적 특성 분포, 즉 각 상의 분포를 재구성 하는 것을 역문제(Inverse problem)라 한다. EIT에서 정문제를 유도하기 위해 우선적으로 이 문제를 설명할 물리적 모델을 고려해야 한다. EIT를 위한 물리적 모델은 전자기에 관한 맥스웰(Maxwell) 방정식을 통해 유도할 수 있다 [Isaacson과 Cheney, 1990, Malmivuo와 Plonsey, 1995].

2.1. 도전체 및 유전체에서의 전자기 방정식

도전체(conductive medium) 및 유전체(dielectric medium)에서의 전자기장은 편미분 방정식 형태의 Maxwell 방정식에 의해 지배된다.

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.2)$$

여기에서, E 는 전기장강도(Electric field intensity), B 는 자기 유도(Magnetic induction), H 는 자장강도(Magnetic field intensity), J 는 전류밀도(Current density), 그리고 D 는 전기속 밀도(Electric flux density)이다.

주입 전류가 주파수 ω 인 시간-조화함수(Time-harmonic)라면, 전기 및 자기장은

$$E = E_0 e^{i\omega t} \quad (2.3)$$

$$B = B_0 e^{i\omega t} \quad (2.4)$$

의 형태를 갖는다. 그리고, 선형 등방 매질(Linear isotropic medium) 에서는 다음의 관계식을 만족한다;

$$D = \epsilon E \quad (2.5)$$

$$B = \mu H \quad (2.6)$$

$$J = \sigma E. \quad (2.7)$$

여기에서, ϵ 은 유전율(Permittivity) μ 는 도자율(Permeability), σ 는 도전율(Conductivity)로 매질의 전기적 특성을 나타내는 물리량들이다. 관계식 (2.5)~(2.7) 을 이용하고, 주입 전류가 시간-조화함수라 가정하면 식 (2.1), (2.2)는

$$\nabla \times E = -i\omega \mu H \quad (2.8)$$

$$\nabla \times H = J + i\omega \epsilon E \quad (2.9)$$

이 된다. 이들 방정식이 전자기장 해석에 근본이 되는 방정식들이다.

한편 전류원(Current source)이 존재한다면 전류밀도는 전류원에 의한 것과 Ohm 전류(Ohmic current)로 구분하여 생각할 수 있다. 즉, 전류원에 의한 전류밀도를 J^s 라 하고 Ohm 전류에 의한 전류밀도를 $J^0 = \sigma E$ 라 한다면 총 전류밀도를 $J = J^0 + J^s$ 로 표현할 수 있다. 그러면 식 (2.8), (2.9)는

$$\nabla \times E = -i\omega \mu H \quad (2.10)$$

$$\nabla \times H = (\sigma + i\omega\varepsilon)E + J^s \quad (2.11)$$

이 된다. 여기서 $(\sigma + j\omega\varepsilon)$ 는 복소 도전율(Complex conductivity) 또는 Admittivity라 하며 도전율(Conductivity)과 유전율(Permittivity)로 구성된다.

식 (2.8), (2.9) 양변에 발산 연산자(Divergence operator)를 취하고 임의의 벡터 A 에 대한 벡터 항등식 $\nabla \cdot (\nabla \times A) = 0$ 을 이용하면 자장 및 전장 강도에 대한 보존 방정식은

$$\nabla \cdot (i\omega\mu H) = 0 \quad (2.12)$$

$$\nabla \cdot (\sigma + i\omega\varepsilon)E = -\nabla \cdot J^s \quad (2.13)$$

이 된다.

EIT 기법에서는 이상의 방정식에 대해 정적 조건(Static condition)이라는 가정을 도입한다. 엄밀한 의미에서 전기장 E 는 전위(Electric potential) u 와 자기 벡터 포텐셜(Magnetic vector potential) A 의 향으로 표현된다.

$$E = -\nabla u - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (2.14)$$

그러나 EIT 기법에서 유도 전기장(Induced electric field)를 야기하는 자기유도(Magnetic induction)의 효과를 나타내는 우변 두 번째 항은 흔히 무시된다. 이는 다음 조건

$$\omega\mu\sigma L_c \left(1 + \frac{\omega\varepsilon}{\sigma}\right) \ll 1 \quad (2.15)$$

이 만족하는 경우에 가능하다. 여기에서 L_c 는 E 가 상당히 변화하는 특성 거리

(Characteristic distance)이다. 따라서, 위 조건이 성립되면 전기장은 보존장 (Conservative field)이 되며 전기장 강도는 전위 u 의 구배(Gradient)로 표현된다.

$$E = -\nabla u \quad (2.16)$$

식 (2.16)을 (2.13)에 대입하고 정의역 Ω 내에 전류원이 존재하지 않고 경계 $\partial\Omega$ 에만 존재한다면 정의역 Ω 에서 전기장을 해석하는 문제는 다음 방정식에 지배를 받는다.

$$\nabla \cdot (\sigma + i\omega\epsilon) \nabla u = 0 \quad (2.17)$$

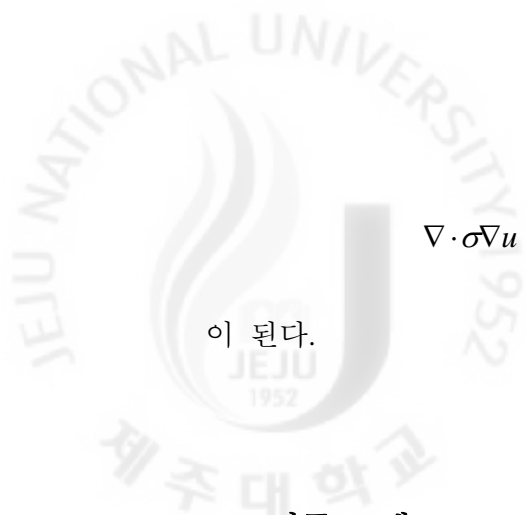
$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = \begin{cases} J^s \cdot n & \text{on } \partial\Omega_\ell \\ 0 & \text{on } \partial\Omega_h \end{cases} \quad (2.18)$$

여기에서 $\partial\Omega_\ell$ 와 $\partial\Omega_h$ 를 각각 표면에서 전극과 제차(homogeneous) 영역이 차지하는 표면을 나타내며, n 은 표면 $\partial\Omega = \partial\Omega_\ell \cup \partial\Omega_h$ 에서 바깥방향으로 향하는 단위 벡터이다.

주입 전류와 전압 응답 사이의 위상 각을 주입 주파수에 대해 나타내보면, 주파수가 낮은 경우에는 유전율 상수(dielectric constant)의 효과를 높은 도전율 값에 비해 상대적으로 무시할 만하므로 복소 도전율의 실수부가 허수부보다 큰 경우에

$$\frac{\omega\epsilon}{\sigma} \ll 1 \quad (2.19)$$

전류 전압 사이의 위상변화(phase shift)는 매우 작다. 즉 위상변화 효과를 무시할 수 있으므로 유전율 효과는 흔히 무시된다. 따라서 이러한 경우에는 지배방정식 (2.17)은



$$\nabla \cdot \sigma \nabla u = 0 \quad (2.20)$$

이 된다.

2.2. 전극 모델

EIT 문제를 풀 때, 전극에 대한 수학적 경계조건을 구성해야 한다. 이러한 문제를 풀기 위해 여러 가지 전극 모델이 개발 됐다. 본 논문에서는 Continuum 모델, Gap 모델, Shunt 모델, 완전전극모델(complete electrode model)에 대해 소개한다.

2.2.1. Continuum 모델

이 모델에서는 전극이 존재하지 않으며 주입 전류는 연속함수라고 가정한다. 예를 들어 주입 전류를 cosine 함수 형태의 연속함수로 가정한다면, 전류 밀도 함수를 다음과 같이 위치의 함수로 쓸 수 있다.

$$j(\zeta) = C \cos(k\zeta) \quad (2.21)$$

j 는 전류밀도이고 C 는 상수다. Cheng 등의 실험 결과에 의하면, 그림 2.1에서 보는 것처럼 약 25% 정도의 전기 저항을 과대하게 해석하는 보고를 하였다 [Cheng 등, 1989].

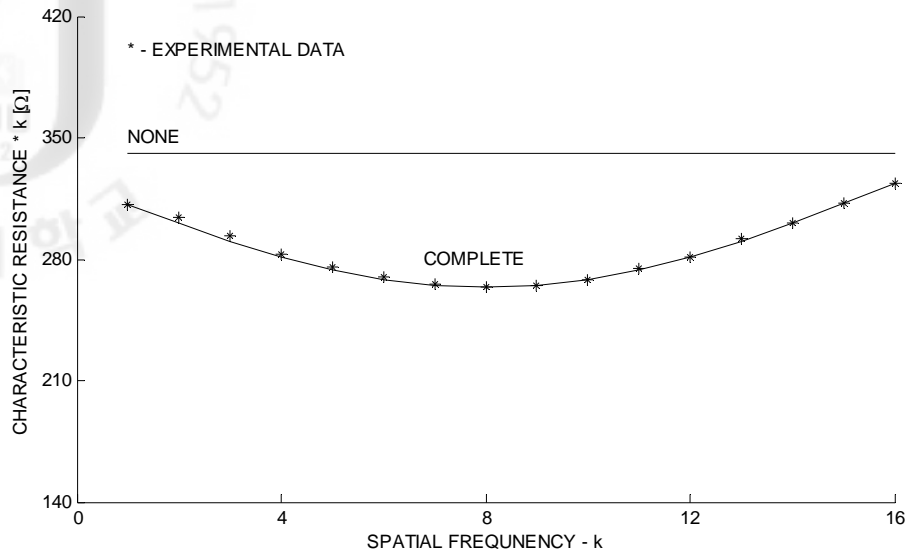


Fig. 2.1. The continuum model and experimental result.

2.2.2. Gap 모델

Gap 모델에서는 주입 전류밀도 j 를

$$j = \begin{cases} \frac{I_\ell}{|e_\ell|} & x \in e_\ell, \quad \ell = 1, 2, \dots, L \\ 0 & x \in \partial\Omega / \bigcup_{\ell=1}^L e_\ell \end{cases} \quad (2.22)$$

로 가정한다. 여기서 $|e_\ell|$ 은 ℓ 번째 전극 e_ℓ 의 면적이며 I_ℓ 은 전극 e_ℓ 을 통해 들어오는 주입 전류, L 은 전극의 개수이다. 이 모델 역시 저항을 과대 평가하는 것으로 나타나 Continuum 모델을 약간 개선하는 정도의 효과만 있는 것으로 알려져 있다. Continuum 모델이나 이 Gap 모델은 전극의 Shunt 효과를 무시하고 있고, 물체와 전극 사이의 전기화학적 효과를 일으키는 접촉 임피던스(Contact impedance)를 무시하기 때문에 한계를 지닐 것으로 예상할 수 있다.

2.2.3. Shunt 모델

Shunt 모델은 전극의 Shunt 효과, 즉 전극에서의 전위가 일정하다는 점을 고려한 것이다. 이 모델의 경계조건은 다음과 같다.

$$\int_{\partial\Omega} \sigma \frac{\partial u}{\partial n} dS = I_\ell \quad \text{on } \partial\Omega_\ell, \quad \ell=1,2,\dots,L \quad (2.23)$$

이 모델을 풀기 위해서는 경계조건이 Neumann 조건이므로 constraint가 필요하다. 또한 전극에서의 Shunt 효과를 고려하여 전극의 전위를 전극에서 측정된 전압을 U_ℓ 로 한다.

$$u = U_\ell \quad \text{on } \partial\Omega_\ell, \quad \ell=1,2,\dots,L \quad (2.24)$$

이 모델 역시 접촉 저항 효과를 고려하지 않고 있기 때문에 저항을 과소 평가하는 결과를 보인다[Somersalo 외, 1992].

2.2.4. 완전 전극 모델(Complete Electrode Model: CEM)

완전 전극 모델에서는 전극의 Shunt 효과와 전극과 물체 사이의 접촉 저항을 모두 고려한다. 따라서 완전 전극 모델에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$u + z_\ell \sigma \frac{\partial u}{\partial n} = U_\ell \quad x \in e_\ell, \quad \ell=1,2,\dots,L \quad (2.25)$$

$$\int_{e_\ell} \sigma \frac{\partial u}{\partial n} dS = I_\ell \quad x \in e_\ell, \quad \ell=1,2,\dots,L \quad (2.26)$$

$$\sigma \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad x \in \partial\Omega / \bigcup_{\ell=1}^L e_\ell \quad (2.27)$$

여기에서 z_ℓ 은 ℓ 번째 전극과 물체와의 접촉 임피던스이다. 이상의 조건에 부가

하여, 해의 존재성과 유일성을 보장하기 위하여 다음과 같은 주입 전류와 측정 전압에 대한 조건을 덧붙인다.

$$\sum_{\ell=1}^L I_{\ell} = 0 \quad (2.28)$$

$$\sum_{\ell=1}^L U_{\ell} = 0. \quad (2.29)$$

2.3. 정문제의 유한요소 해석 모델

전기장에 대한 해석하는 일반적으로 주어지지 않으므로 다양한 수치 해법들이 사용되어 왔다. 본 연구에서는 불규칙한 경계면을 자연스럽게 처리할 수 있고, 내부 물성치들의 급격한 변화에도 수렴성이 좋은 유한 요소법(FEM: finite element method)을 사용하였다.

FEM에서는 계산 영역 Ω 를 매우 작은 삼각형 요소로 세분하고 각 요소내의 전도도 값이 일정하다고 가정하여, 내부 전압 u 를 다음과 같이 근사한다.

$$u \approx u^h(x, y) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \phi_i(x, y) \quad (2.30)$$

여기서 N 은 총 node수, ϕ_i 는 i 번째 node에서는 1이고 나머지 node에서는 0인 기저함수(basis function) α_i 는 i 번째 node에서의 전압이다. 전극에서의 측정 전압은 다음과 같이 근사한다.

$$U^h = \sum_{j=1}^{L-1} \beta_j \mathbf{n}_j, \quad (2.31)$$

여기서

$$\mathbf{n}_1 = (1, -1, 0, \dots, 0)^T$$

$\mathbf{n}_2 = (1, 0, -1, 0, \dots, 0)^T, \dots, \mathbf{n}_{L-1} = (1, 0, 0, 0, \dots, -1)^T \in \mathfrak{R}^{L \times 1}$ 을 나타내는 기저 행렬이고

식 (2.29)를 만족한다. 또한, mapping matrix $\mathbf{N} \in \mathfrak{R}^{L \times (L-1)}$ 을 도입하면 다음과 같은 최소 행렬을 얻는다.

$$\mathbf{N} = (\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_{L-1}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{pmatrix} \quad \text{및} \quad \mathbf{N}(i, j) = (\mathbf{n}_j)_i. \quad (2.32)$$

따라서, 전극에서의 전압은 행렬형태로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{U}^h = (U_1^h, U_2^h, \dots, U_L^h)^T = \mathbf{N}\boldsymbol{\beta}. \quad (2.33)$$

Weighted residual 방법에서 Weak form은 다음과 같이 주어진다.

$$\int_{\Omega} w \nabla \cdot (\sigma \nabla u^h) d\Omega = 0 \quad (2.34)$$

Green theorem 을 이용하여 식(2.34)을 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla \cdot (w \sigma \nabla u^h) d\Omega - \int_{\Omega} \sigma \nabla w \cdot \nabla u^h d\Omega &= 0 \\ \int_{\Omega} \sigma \nabla w \cdot \nabla u^h d\Omega &= \int_{\Omega} \nabla \cdot (w \sigma \nabla u^h) d\Omega = \int_{\partial\Omega} w \sigma \frac{\partial u^h}{\partial \nu} dS \\ &= \sum_{\ell=1}^L \int_{e_{\ell}} (w - W_{\ell}) \sigma \frac{\partial u^h}{\partial \nu} dS + \sum_{\ell=1}^L \int_{e_{\ell}} W_{\ell} \sigma \frac{\partial u^h}{\partial \nu} dS \end{aligned}$$

$$\int_{\Omega} \sigma \nabla u^h \cdot \nabla w d\Omega + \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_{\ell} e_{\ell}} \int (u^h - U_{\ell}^h)(w - W_{\ell}) dS = \sum_{\ell=1}^L I_{\ell} W_{\ell} \quad (2.35)$$

여기서 w 와 W_{ℓ} 은 임의의 **Weighting** 함수를 나타낸다. 여기서, w 와 W_{ℓ} 을 각각 ϕ_i 및 $(\mathbf{n}_p)_{\ell}$ 로 두고 식 (2.30)과 (2.31)을 이용하면 Weak form은 다음과 같이 된다.

$$\sum_{j=1}^N \left[\int_{\Omega} \sigma \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_{\ell} e_{\ell}} \int \phi_i \phi_j dS \right] \alpha_j - \sum_{q=1}^{L-1} \left[\sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_{\ell} e_{\ell}} \int \phi_i (\mathbf{n}_q)_{\ell} dS \right] \beta_q = 0$$

및

$$- \sum_{j=1}^N \left[\sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_{\ell} e_{\ell}} \int (\mathbf{n}_p)_{\ell} \phi_j dS \right] \alpha_j + \sum_{q=1}^{L-1} \left[\sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_{\ell} e_{\ell}} \int (\mathbf{n}_p)_{\ell} (\mathbf{n}_q)_{\ell} dS \right] \beta_q = \sum_{\ell=1}^L I_{\ell} (\mathbf{n}_p)_{\ell}$$

유한 요소 유도로부터 다음과 같은 선형방정식계를 얻을 수 있다.

$$\mathbf{A} \mathbf{b} = \tilde{\mathbf{I}} \quad (2.36)$$

여기서

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix} \quad \text{및} \quad \tilde{\mathbf{I}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\zeta} \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

그리고 $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)^T \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{L-1})^T \in \mathfrak{R}^{(L-1) \times 1}$ 및 $\mathbf{0} \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$.

전류 벡터는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\boldsymbol{\zeta} = (I_1 - I_2, I_1 - I_3, \dots, I_1 - I_L)^T = \mathbf{N}^T \hat{\mathbf{I}} \in \mathfrak{R}^{(L-1) \times 1} \quad (2.38)$$

여기서 전류벡터는

$$\hat{\mathbf{I}} = (I_1, I_2, \dots, I_L)^T \in \mathfrak{R}^{L \times 1} \quad (2.39)$$

이고, Stiffness matrix \mathbf{A} 는 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{CN} \\ (\mathbf{CN})^T & \mathbf{N}^T \mathbf{DN} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

여기서 \mathbf{A} 행렬의 각 성분들은 다음과 같다.

$$\mathbf{B}(i, j) = \int_{\Omega} \sigma \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j d\Omega + \sum_{\ell=1}^L \frac{1}{z_{\ell}} \int_{e_{\ell}} \phi_i \phi_j dS, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2.41)$$

$$\mathbf{C}(i, j) = -\frac{1}{z_j} \int_{e_j} \phi_i dS, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, L \quad (2.42)$$

$$\mathbf{D}(i, j) = \frac{\delta_{ij}}{z_i} \int_{e_j} dS = \frac{\delta_{ij} |e_j|}{z_i} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ \frac{|e_j|}{z_j} & i = j \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, L \quad (2.43)$$

여기서 δ_{ij} 는 $i = j$ 이면 1이고 $i \neq j$ 이면 0이다. 최종적으로 풀어야 할 방정식 계는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{CN} \\ (\mathbf{CN})^T & \mathbf{N}^T \mathbf{DN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{N}^T \hat{\mathbf{I}} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

2.4. 전류 입력 패턴

본 연구에서 사용한 전류 주입 패턴으로는 그림 2.2에서 보는 바와 같이 Adjacent, Opposite, Trigonometry 방법을 사용하였다. Adjacent 방법에서 전류는 이웃하는 두 전극을 통하여 주입된다. Opposite 방법에서는 전류가 서로 대칭인 두 전극을 통하여 주입된다. Trigonometry 방법은 각 전극에 상이한 전류를 입력하되 전체적으

로 전류의 세기 분포를 삼각함수 꼴로 만드는 것이다. 본 연구에서 사용된 삼각함수 형의 전류 패턴은 식 (2.45)와 같다.

$$I_\ell = \begin{cases} I_0 \cos(2\pi\ell / (L \times nn)) & \text{at } 2\ell - 1, \quad \ell = 1, 2, \dots, L, \quad nn = 0, 1, \dots, L-1 \\ I_0 \sin(2\pi\ell / (L \times nn)) & \text{at } 2\ell, \quad \ell = 1, 2, \dots, L, \quad nn = 0, 1, \dots, L-1 \end{cases} \quad (2.45)$$

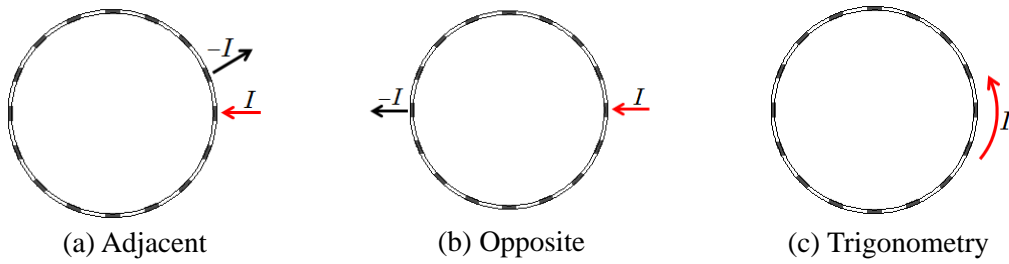


Fig. 2.2. Three current patterns.

2.5. Jacobian

Jacobian은 전기 전도도에 대한 전위의 변화율을 정의한다. 이 Jacobian은 계 내부에서의 저항률의 변화에 따른 전극 전위의 민감도를 결정하는 것이다[Yorkey와 Webster, 1987].

모든 전극 전압(\mathbf{U}^h)로부터 측정 전극에서의 전압 $\hat{\mathbf{U}}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{M}^T \mathbf{U}^h = \mathbf{M}^T \mathbf{N} \boldsymbol{\beta} \in \mathfrak{R}^{E \times P} \quad (2.45)$$

여기서 E 와 P 는 각각 측정 전극과 전류 패턴의 수이고, $\mathbf{M} \in \mathfrak{R}^{L \times E}$ 은 측정 행렬을 나타낸다. 만약 p 번째 전류 패턴에서 ℓ 번째 전극이 측정된다면 요소

$\mathbf{M}(\ell, p)$ 는 '1'로 설정되고 그렇지 않으면, '0'으로 설정된다. 식(2.25)에서 \mathbf{U}^h 는

Extended mapping matrix $\tilde{\mathbf{N}}$ 를 도입하여 \mathbf{b} 로부터 얻을 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{N}} = (\mathbf{0}, \mathbf{N}) \in \mathfrak{R}^{L \times (N+L-1)} \quad \text{그리고} \quad \mathbf{U}^h = \tilde{\mathbf{N}}\mathbf{b} \quad (2.46)$$

여기서 $\mathbf{0} \in \mathfrak{R}^{L \times N}$. 따라서,

$$\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{M}^T \mathbf{U}^h = \mathbf{M}^T \tilde{\mathbf{N}}\mathbf{b} = \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{b} \quad (2.47)$$

여기서 Extended measurement matrix는 다음과 같이 정의된다.

$$\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{M}^T \tilde{\mathbf{N}} \in \mathfrak{R}^{E \times (N+L-1)}. \quad (2.48)$$

Jacobian은 p 번째 전류 주입 패턴이 주어졌을 때, m 번째 FEM 요소의 전도도 변화에 대한 ℓ 번째 전극의 경계면 전압 변화량으로 정의된다. 즉,

$$J_{\ell pm} = \frac{\partial \hat{U}_\ell^p}{\partial \sigma_m} \quad (2.49)$$

또는 행렬형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \hat{U}_1^1}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{U}_1^1}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial \hat{U}_1^1}{\partial \sigma_M} \\ \frac{\partial \hat{U}_2^1}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{U}_2^1}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial \hat{U}_2^1}{\partial \sigma_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{U}_E^1}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{U}_E^1}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial \hat{U}_E^1}{\partial \sigma_M} \\ \frac{\partial \hat{U}_1^2}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{U}_1^2}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial \hat{U}_1^2}{\partial \sigma_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{U}_E^2}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{U}_E^2}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial \hat{U}_E^2}{\partial \sigma_M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \hat{U}_E^p}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial \hat{U}_E^p}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial \hat{U}_E^p}{\partial \sigma_M} \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{PE \times M} \quad (2.50)$$

여기서 M 은 FEM 요소의 개수를 나타낸다. Jacobian 행렬은 방정식계의 도함수로부터 구할 수 있다.

$$\mathbf{A}\mathbf{b} = \tilde{\mathbf{I}} \quad (2.51)$$

및

$$\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{M}^T \mathbf{U}^h = \mathbf{M}^T \tilde{\mathbf{N}}\mathbf{b} = \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{b} \quad (2.52)$$

따라서,

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial \rho_m} = \tilde{\mathbf{M}} \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \rho_m} = \tilde{\mathbf{M}} \frac{\partial}{\partial \rho_m} (\mathbf{A}^{-1} \tilde{\mathbf{I}}) = \tilde{\mathbf{M}} \frac{\partial \mathbf{A}^{-1}}{\partial \rho_m} \tilde{\mathbf{I}}$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}^{-1}}{\partial \rho_m} \tilde{\mathbf{I}} = -\mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \rho_m} \mathbf{A}^{-1} \tilde{\mathbf{I}} = -\mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \rho_m} \mathbf{b}$$

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial \rho_m} = -\tilde{\mathbf{M}}\mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \rho_m} \mathbf{b} = -(\mathbf{A}^{-1})^T \tilde{\mathbf{M}}^T)^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \rho_m} \mathbf{b} = -(\mathbf{A}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}^T)^T \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \rho_m} \mathbf{b} \quad (2.53)$$

다음과 같이 정의되는 Pseudo-resistance matrix가 주어지면

$$\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{A}^{-1} \tilde{\mathbf{M}}^T \in \mathfrak{R}^{(N+L-1) \times E} \quad \text{또는} \quad \mathbf{A} \tilde{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{M}}^T \quad (2.54)$$

Jacobian matrix를 계산할 수 있는데, 이런 Pseudo-resistance matrix는 시스템 방정식으로부터 쉽게 얻을 수 있다.

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{R}} & \mathbf{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{M}}^T & \tilde{\mathbf{I}} \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

또는

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_1 & \boldsymbol{\alpha} \\ \tilde{\mathbf{R}}_2 & \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{N}^T \mathbf{M} & \mathbf{N}^T \hat{\mathbf{I}} \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

여기서

$$\tilde{\mathbf{R}}_1 = \tilde{\mathbf{R}}(1:N, :) \in \mathfrak{R}^{N \times E} \quad \text{및} \quad \tilde{\mathbf{R}}_2 = \tilde{\mathbf{R}}(N+1:N+L-1, :) \in \mathfrak{R}^{(L-1) \times E} \quad (2.57)$$

저항률에 대한 Stiffness matrix의 도함수는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \sigma_m} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \sigma_m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

여기서

$$\frac{\partial \mathbf{B}(i, j)}{\partial \sigma_m} = \sigma_m \int_{\Omega_m} \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j d\Omega, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2.59)$$

따라서, 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{U}}}{\partial \sigma_m} = - \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_1 \\ \tilde{\mathbf{R}}_2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \sigma_m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_1^T & \tilde{\mathbf{R}}_2^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \sigma_m} \boldsymbol{\alpha} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = - \tilde{\mathbf{R}}_1^T \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \sigma_m} \boldsymbol{\alpha} \quad (2.60)$$

3. EIT를 위한 전산해석체계 개발

3.1. 상용 소프트웨어

최근 들어 Inverse heat transfer 문제나 EIT 문제와 같은 역문제를 풀기 위해 상용 소프트웨어를 연동하여 푸는 경우가 많아 졌다[Petra와 Gobbert, 2009, Huang과 Lo, 2005, Oh, 2009]. 본 논문에서는 COMSOL Multiphysics와 연동하여 EIT 문제를 해석하였다. COMSOL Multiphysics는 다중 물리현상 해석을 위한 상용 프로그램이다 [COMSOL AB, 2008]. 이 프로그램의 장점은 복잡한 구조에 대한 해석이 용이하며 여러 가지의 물리계의 해석 모듈을 동시에 사용 함으로써 다중 물리 현상을 쉽게 표현할 수 있다는 것이다. 특히 COMSOL Multiphysics와 MATLAB 연동을 통해 스크립트를 이용하여 모델을 확장하고 독자적인 어플리케이션을 구축할 수 있다는 장점이 있다. MATLAB과 툴박스를 이용하여 다음과 같은 작업들을 할 수 있다[COMSOL AB, 2008].

- 이미지 또는 실험으로부터 전처리 데이터를 모델내의 구조 또는 물성으로 포함
- 명령어를 이용하여 구조체, 물성, 결과를 수정
- 후처리(Post processing)에서 데이터 추출 및 확장된 결과 구현
- 다른 시뮬레이터에서 수행한 계산을 COMSOL Multiphysics와 연동

본 연구에서는 COMSOL Multiphysics와 연동하여 개발한 전산해석체계를 검증하기 위해 관심영역이 균질한 경우와 비균질한 경우에 대해서 정문제를 풀고 기존의 알고리즘과 비교하여 검증하였다. 또한 복잡한 기하 구조를 적용하여 EIT 문

제를 풀고 사용상의 용이함을 보였으며 격자 생성에 있어서 시간상 이득의 정도를 보았다. 또한 다양한 역문제 알고리즘에 적용하여 그 성능을 검증하였다.

3.2. 전산해석체계 개발

본 연구에서 개발한 전산해석체계의 도식은 그림 3.1과 같다. 그림 3.1에서 보는 것처럼 반지름, 전극의 개수 및 폭, 이물질에 대한 정보, 접촉저항 값, 격자의 수준, 측정 오차, 전류 패턴 등과 같은 기본 값을 설정하고 기하 구조를 그린다. 기하 구조를 그린 후 격자를 생성하면 전산해석체계와 연동한 상용 소프트웨어에서 제공하는 함수를 통해 Node의 정보를 얻고 이 Node를 통해 EIT 문제를 풀기 위해 필요한 모든 정보를 얻을 수 있다.

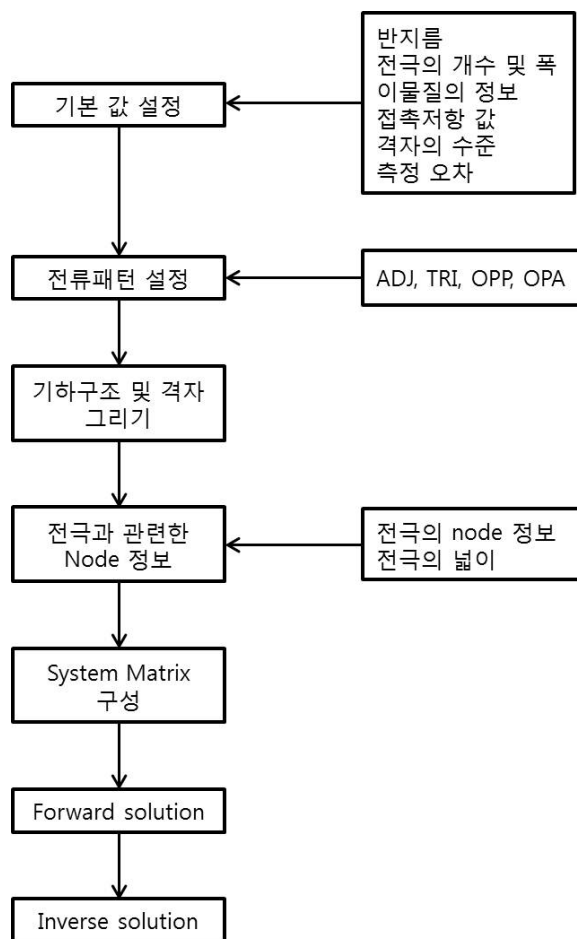


Fig. 3.1. The flow chart of a computational analysis system for EIT.

앞서 언급했던 바와 같이 EIT 기법은 이상유동 거동 예측, 화학공정, 의학 분야에 적용되고 있고, 주로 MATLAB 기반 패키지인 EIDORS(Electrical Impedance and Diffuse Optical Reconstruction Software)가 전산해석도구로 사용되고 있다[Vaukonen 외, 2001]. EIDORS는 전기적인 신호나 Diffuse optical 신호로부터 영상을 복원하기 위한 소프트웨어 시스템이다. 현재 이 소프트웨어는 EIT 해석을 위한 프로그램으로 세계적으로 많이 쓰이고 있다. 그러나 EIDORS에서는 격자의 개수 및 배열을 구성하는데 한계가 있어 해(Solution)의 정확성에 큰 영향을 줄 수 있을 뿐만 아니라 복잡한 기하구조를 생성하는데 많은 어려움이 있다. 이에 반해, COMSOL Multiphysics의 경우 비교적 간단한 MATLAB 스크립트를 이용하여 복잡한 기하구조를 형성할 수 있고, 격자구조 및 배열을 구성함에 있어 사용하기가 편리하다. 예를 들어

```
geo{1} = circ2(1,'base','center','pos',{0,'0'},'rot','0');
```

는 중심 좌표가 (0,0)이고 반지름이 1인 원형의 구조를 그리는 스크립트다. 이처럼 COMSOL with MATLAB에서 제공하는 도형 함수를 사용해서 기하구조를 스크립트를 이용하여 쉽게 구성할 수 있다. 또한 격자 생성 함수 중 하나는 다음과 같다.

```
fem.mesh = meshinit(fem, 'hauto',meshlevel);
```

여기서 meshlevel은 숫자로 조절이 가능하고 숫자가 작을수록 조밀한 격자를 만든다. mesh의 node 정보와 element 정보를 얻기 위한 스크립트는 다음과 같다.

```
nodes = xmeshinfo(fem, 'out', 'nodes');
```

```
element = get(fem.mesh, 'el');
```

또한 EIT 문제를 풀기 위해 사용한 경계조건은 다음과 같이 Neumann 조건을 설정 하였다.

```

for ell = 1:num_elec+1, fem.bnd.name{ell} = ell-1; end
fem.bnd.type = 'neu' ;
fem.bnd.ind = bg;

```

node 정보와 element 정보를 이용해서 EIT 문제를 풀 때 필요한 식 (2.40)의 시스템 matrix를 구성한다. 시스템 matrix를 구성 할 때 **B**와 **C** matrix를 다음과 같이 스크립트를 구성해서 얻을 수 있다. 시스템 matrix의 나머지 matrix 도 간단한 스크립트를 구성해서 얻을 수 있다.

$$\mathbf{B}(i, j) = \int_{\Omega} \sigma \nabla \phi_i \nabla \phi_j dr + \sum_{l=1}^L \frac{1}{z_l} \int_{e_l} \phi_i \phi_j dS, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (2.41)$$

B matrix는 식 (2.41)을 상용프로그램과 연동해서 다음과 같은 방법으로 얻을 수 있다. 여기서 **B** matrix를 구성하기 위해서는 두 개의 항에 대한 스크립트를 표현해야 한다. $\int_{\Omega} \sigma \nabla \phi_i \nabla \phi_j dr$ 에 해당하는 것을 **B1**이라 하고 $\sum_{l=1}^L \frac{1}{z_l} \int_{e_l} \phi_i \phi_j dS$ 에 해당하는 부분을 **B2**라 하면 표현하고자 하는 스크립트는 다음과 같다.

```

- B1 matrix
Bk = sparse(zeros(num_node,num_node));
for elmi = 1:num_elem
    Bk = Bk+cond_in(elmi)*Bm{elmi};
End
elmn = element{3}.elem;    % element nodes
for elmi = 1:num_elem
    x = pt(1,elmn(:,elmi));    y = pt(2,elmn(:,elmi));
    elm_area(elmi) = det([ones(1,3); x; y])/2;
    phix = [y(2)-y(3); y(3)-y(1); y(1)-y(2)]/2/elm_area(elmi);
    phiy = -[x(2)-x(3); x(3)-x(1); x(1)-x(2)]/2/elm_area(elmi);
    Bm_temp = zeros(size(pt,2));

```

```

        Bm_temp(elmn(:,elmi),elmn(:,elmi))
        phix*phix'+phiy*phiy)*elm_area(elm);
        Bm{elmi} = sparse(Bm_temp);
    end

```

- **B2 matrix**

```

fem.bnd.q = cell(1,num_elec+1);
for ell = 1:num_elec, fem.bnd.q{ell+1} = 1/cont_imp(ell); end
fem.xmesh = meshextend(fem);
Bz = assemble(fem, 'out', 'K');
Bz = sparse(Bz(UI,UI));

```

$$C(i, j) = -\frac{1}{z_j} \int_{e_j} \varphi_i dS, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, L \quad (2.42)$$

C matrix는 식 (2.42)이므로 다음과 같은 스크립트로 표현할 수 있다.

- **C matrix**

```

fem.bnd.weak = cell(1,num_elec+1);
fem.bnd.g = cell(1,num_elec+1);
for ell = 1:num_elec, fem.bnd.g{ell+1} = 1; end
fem.xmesh=meshextend(fem);
C_temp = assemble(fem, 'out', 'L');
C_temp = sparse(C_temp(UI));

```

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{CN} \\ (\mathbf{CN})^T & \mathbf{N}^T \mathbf{DN} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

이렇게 구한 **matrix**들을 조합해서 식 (2.40)과 같은 시스템 **matrix**를 만들 수 있다.

시스템 **matrix**를 구하는 스크립트는 다음과 같다.

```

N = sparse([ones(1,num_elec-1); -eye(num_elec-1)]);
D = sparse(diag(elec_area./cont_imp));
I_tilde = sparse([zeros(num_node,num_cp); N'*I_current']);
CN = sparse(C*N);      NDN = sparse(N'*D*N);
A0 = sparse([Bz, CN; CN', NDN]);
Bk = sparse(zeros(num_node,num_node));
for elmi = 1:num_elem
    Bk = Bk+cond_in(elmi)*Bm{elmi};
end
A = A0;
A(1:num_node,1:num_node) = A(1:num_node,1:num_node)+Bk;

```

$$\mathbf{Ab} = \tilde{\mathbf{I}} \quad (2.36)$$

본 연구에서는 이렇게 구한 시스템 matrix를 통해 EIT 문제를 풀 수 있는 식 (2.36)을 완성하였다. 여기서 \mathbf{b} matrix를 구해서 전극의 전압값을 구하는 것이 EIT의 정문제를 푸는 것이라 할 수 있다.

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}^{-1}\tilde{\mathbf{I}} \quad (2.61)$$

식 (2.61) 같이 식 (2.36)을 변경하면 EIT의 정문제를 푸는 것이기 때문에 다음과 같이 스크립트를 작성하면 된다.

```

b = A\F_load;
R1 = b(1:num_node,1:num_elec);
alpha = b(1:num_node,num_elec+1:end);
beta = b(num_node+1:end,num_elec+1:end);
U = full(N * beta);

```

$$\tilde{\mathbf{I}} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \zeta \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

단 여기서 $\tilde{\mathbf{I}}$ 는 식 (2.37)과 같으므로 다음과 같은 스크립트를 이용한다.

$$R_load = [zeros(num_node, num_elec); N'];$$

$$F_load = [R_load \ I_tilde];$$

본 연구에서는 완전전극모델로 전산해석체계를 개발하기 위해 접촉저항을 고려하여 시스템 행렬을 구성하였다. 본 연구에서 개발한 전산해석체계를 검증한 내용은 다음 절에 기술하였다.

3.3. 개발한 전산해석체계의 검증

개발한 전산해석체계를 검증하기 위해 관심영역 내부가 균질(Homogeneous)한 경우와 비균질(Inhomogeneous)한 두 가지 경우에 관하여 검증하였다. 검증의 방법으로 균질한 경우는 해석적인 해를 기준으로 삼고 경계요소법(Boundary Element Method: BEM) 기반의 알고리즘과 유한요소법 기반의 알고리즘을 같이 비교하였다. 비균질한 경우는 해석적인 해가 없으므로 해석적 해와 가장 잘 일치하는 경계요소법을 기준으로 하여 EIDORS와 COMSOL 결과를 비교하였다. 개발한 전산해석체계의 검증을 위해 동일한 조건으로 정문제를 풀었다.

3.3.1. 관심 영역 내부가 균질한 경우

관심영역이 균질한 경우의 정문제를 풀기 위해 표 3.1과 같은 조건을 사용하였다. 그림 3.2에서 (a)는 EIDORS에서 사용한 격자 구조를 나타내는데 이 격자구조는 2차 또는 3차원의 유한 요소 격자를 생성 할 수 있는 QMG(Quality Mesh Generation)라는 오픈 소프트웨어를 사용하여 생성한 것이다[Mitchell S 외, 2000]. 그림 3.2 (b)는 본 연구에서 개발한 전산해석체계에 이용할 격자구조로써

COMSOL 소프트웨어에서 자체적으로 생성해준 격자 구조다. 개발한 전산해석체계를 검증하기 위해 사용한 요소의 개수는 13,598개이다. EIDORS에서 사용한 격자의 개수 13,952개 보다는 조금 더 작은 수를 사용하였다.

Table 3.1. The conditions for the homogeneous case.

반지름	전극 개수	전극 폭	접촉저항	배경전도도	주입전류
1	2	0.15	0.002	3	0.2

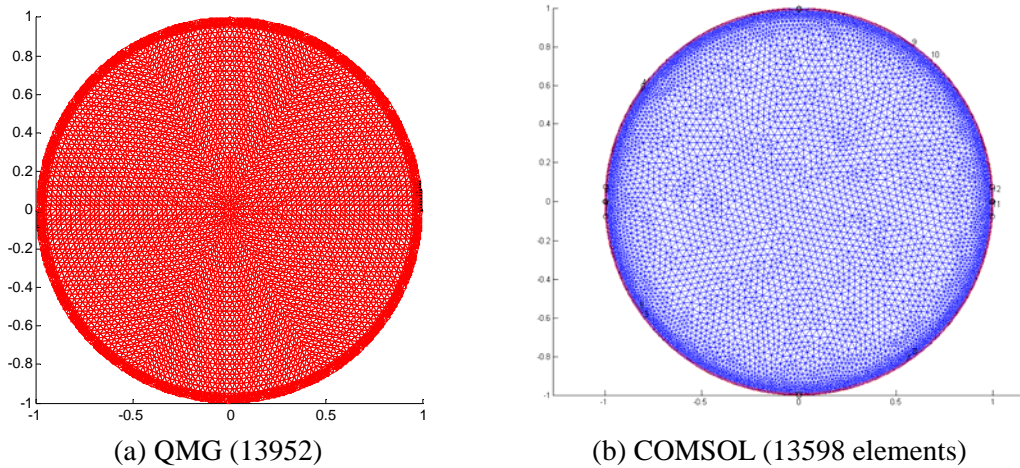


Fig. 3.2. The comparison of QMG mesh and COMSOL mesh in the homogeneous case.

개발한 전산해석체계 검증을 위한 정문제 해석결과는 다음 표 3.2와 같다. 비교 검증을 위해 각 전극에서 측정한 전압값으로 비교하였다.

Table 3.2. The results from forward solvers in the homogeneous case.

	해석해	BEM	FEM (EIDORS)	FEM (COMSOL)
전압값	219.7091	220.5608	221.1604	218.3076
요소개수	-	-	13952	13598
오차(%)	-	0.3	0.66	0.63

표 3.2에서 볼 수 있듯이 유한요소법(FEM) 보다는 경계요소법(BEM)으로 정문제를 푸는 것이 해석해에 더 일치한다는 사실을 알 수 있었다. 그리고 유한요소법인 EIDORS와 COMSOL의 경우 거의 비슷한 결과를 보이고 있음을 알 수 있다. 그러나 엄밀하게 비교하면 COMSOL의 경우 EIDORS보다 약 400개 정도의 요소

수를 덜 사용했음에도 해석해에 더 근사되는 값을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

3.3.2. 관심 영역 내부가 비균질한 경우

그림 3.3는 관심영역이 비균질한 경우 EIDORS와 COMSOL의 격자 구조를 보여주고 있다. 비균질한 경우에는 해석적해를 구하기 어렵기 때문에 균질한 경우에 가장 해석적해와 근사한 값을 나타냈던 BEM을 기준값으로 설정해서 EIDORS와 COMSOL 결과를 비교하였다. 표 3.3은 비균질한 경우 정문제를 위한 조건이다.

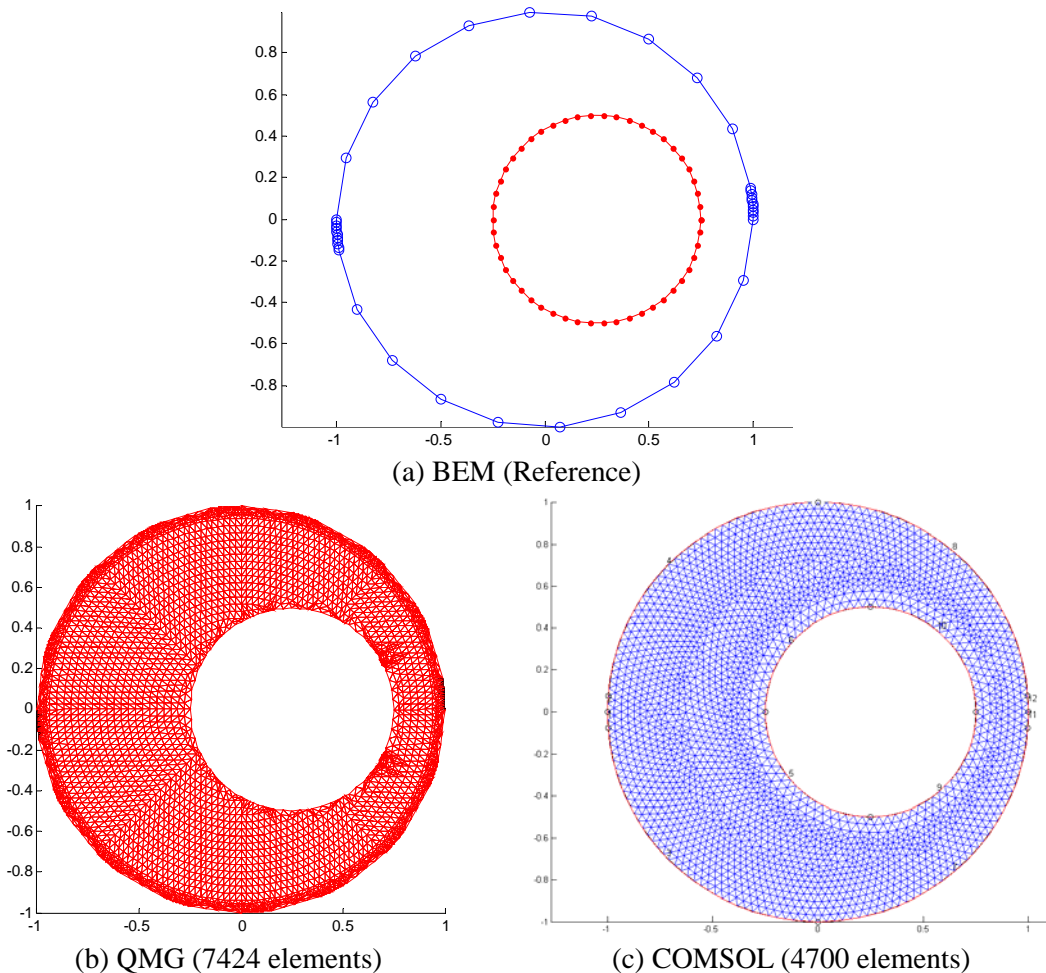


Fig. 3.3. The comparison of QMG mesh and COMSOL mesh in the inhomogeneous case.

Table 3.3. The conditions for the inhomogeneous case.

파이프의 반지름	이물질의 반지름	전극 개수	전극 폭	접촉 저항	배경전도도	이물질 전도도	주입 전류
1	0.5	2	0.15	0.002	3	0	0.2

Table 3.4. The results from forward solvers in the inhomogeneous case.

	BEM (Reference)	FEM (EIDORS)	FEM (COMSOL)
전압값	308.2310	316.4469	306.0085
요소개수	-	7424	4700
오차(%)	-	2.67	0.72

표 3.4에서 볼 수 있듯 개발한 전산해석체계가 BEM을 기준값으로 두고 비교했을 때, EIDORS의 경우보다 더 좋은 성능을 나타내고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 장의 검증을 통해 균질한 경우와 비균질한 경우 기존의 EIT 해석 알고리즘과 비교했을 때 성능이 떨어지지 않음을 확인 할 수 있었다.

3.4. 개발한 전산해석체계의 유용성

3.4.1. 격자 생성 시간의 단축

본 연구에서 개발한 전산해석체계의 유용한 점은 상용 소프트웨어와 연동돼 있기 때문에 반복적으로 격자 생성을 할 수 있다. 그리고 기존 격자 생성 소프트웨어와 비교했을 때 격자를 생성하기 위한 시간을 줄일 수 있다는 장점이 있다. 본 논문에서는 EIT를 통해 경계 추정 문제를 풀 때 계산 시간을 비교하였다. 각 반복 단계에서 격자를 생성하기 위한 평균 시간을 측정하여 비교하였다.

본 연구에서 개발한 전산해석체계의 유용성을 살펴보기 위해, 이상유동장의 환상 유동에 대한 경계 추정 문제를 풀었다. 이 문제를 풀기 위해 PSO(Particle Swarm Optimization) 기법을 이용하여 비교 하였다. PSO 기법은 다음 장에 자세히 설명하였다. EIDORS에서 사용한 격자 생성 프로그램으로는 QMG를 사용하였다. 본 수치 실험에 사용 된 컴퓨터 사양은 다음 표 3.5와 같다.

Table 3.5. Computer system specification.

구분	사양(Specification)
CPU	Intel(R) Core™ 2 Duo 2.93 GHz
RAM	3 GB
Operating System	32bit Windows XP

EIDORS 계산과 개발된 전산해석체계의 계산 조건을 동일하게 하기 위해 표 3.5와 같은 동일한 시스템 사양을 이용하여 수치실험을 수행하였다.

개발된 전산해석체계에서의 격자 생성 시간은 평균 11초 정도가 소요됐다. QMG를 통해 격자를 생성하기 위해 드는 시간(483초)보다 상당히 절감된다는 것을 알 수 있다. 또한 그림 3.4에서 보는 것처럼 QMG의 경우 격자 구조를 자동으로 균일하게 배열하기 위해서는 조절 인자들을 적절히 사용해야 하는 어려운 점이 있는 반면, 본 연구에서 개발한 전산해석체계에서는 자동으로 균일하게 격자를 잘 배열해 준다는 것을 알 수 있다. QMG는 개발된 전산해석체계 보다 격자의 개수를 조절하기 힘들다.

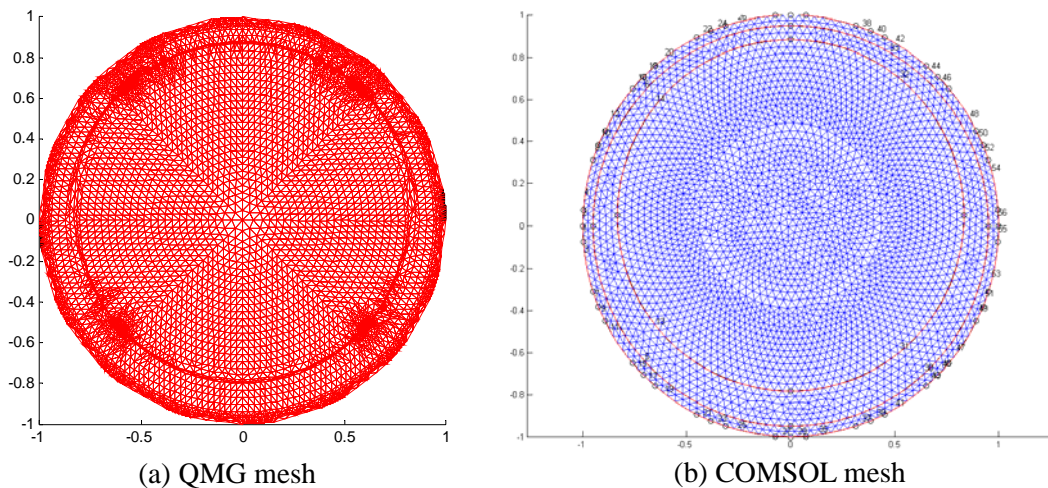
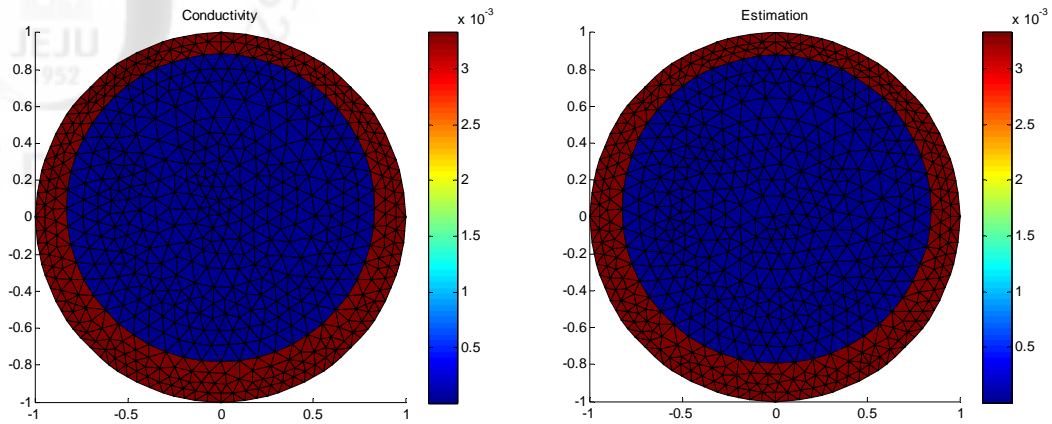


Fig. 3.4. The mesh structures of QMG and the computational analysis system.

그림 3.5는 본 연구에서 개발한 전산해석시스템을 적용하여 얻은 영상복원 결과

이다. 기포의 반지름은 그림 3.6은 목적함수 $\Psi = \frac{\|U - V\|}{\|V\|}$ 를 계산한 결과를 보여

주는 것이다. 그림 3.6에서 보는 것처럼 $\Psi = 0.00040$ 이다.



(a) True (b) Estimation
Fig. 3.5. The result from the computational analysis system.

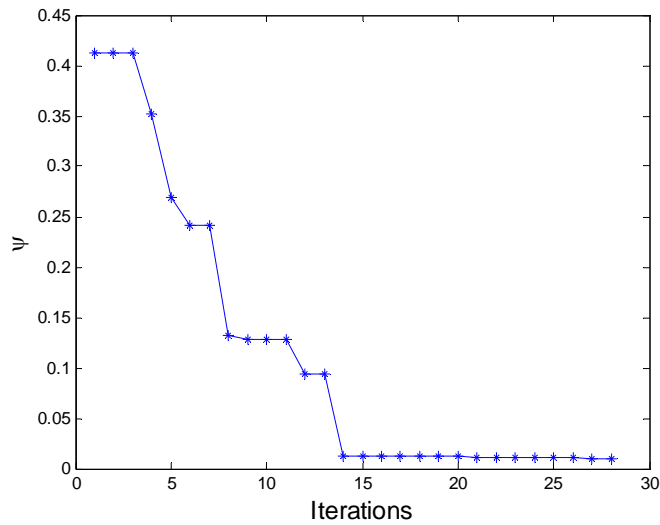


Fig. 3.6. The object function.

3.4.2. 복잡한 기하구조에 적용

본 연구에서 개발한 전산해석체계는 상용 소프트웨어와 연동할 수 있기 때문에 복잡한 기하 구조를 생성하고 계산하는 것이 용이하다는 장점이 있다. 본 연구에서는 이상 유동장에 적용할 수 있는 복잡한 기하 구조로써 터빈의 2차원 구조를 적용하였다. 본 연구에서 적용한 터빈의 기하구조 및 격자 모양은 그림 3.7에서 보는 것처럼 3개와 4개의 날개가 달린 터빈으로 생각하여 기하구조 및 격자를

만들고 계산하였다. 터빈의 기하 구조는 식 (3.1)을 사용하여 만들었다.

$$r = a \cos n\theta \quad (3.1)$$

여기서 $a = 2.5$ 로 설정 하였다. n 이 짝수 일 경우 날개는 $2n$ 개 이고 홀수 일 경우 n 개다.

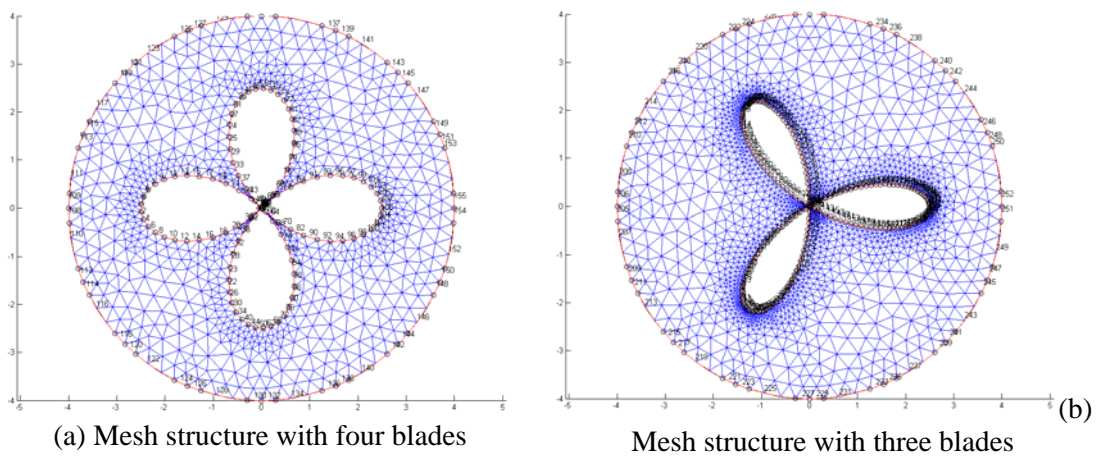
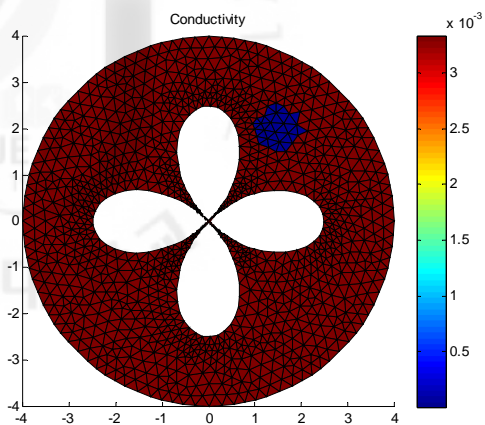
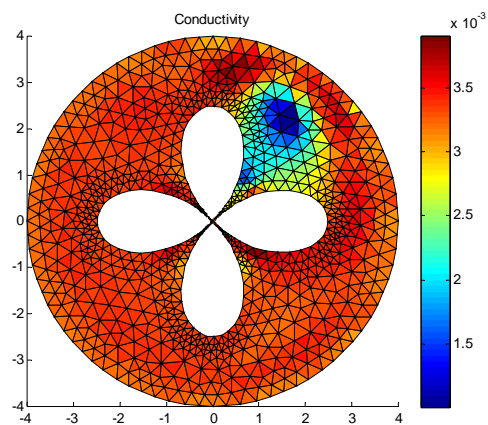


Fig. 3.7. The geometry and mesh structure of test section.

개발한 전산해석체계의 복잡한 기하구조에 적용성을 보기 위해 그림 3.7과 같은 기하 구조에 이물질이 한 개가 존재하는 경우와 2 개가 동시에 존재하는 경우에 대해 수치실험을 수행하였다. 그림 3.8 ~ 3.11은 본 연구에서 개발한 전산해석체계를 이용하여 3개와 4개의 날개를 가진 터빈에 대한 영상복원한 결과다.

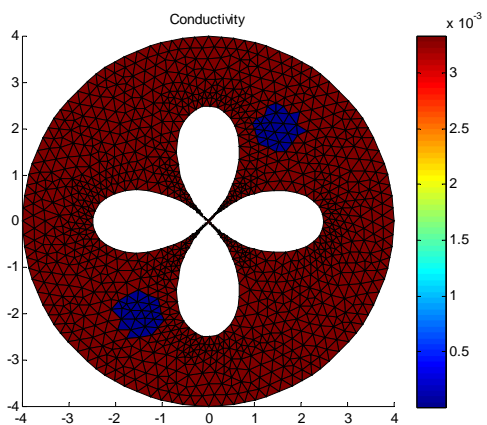


(a) Target

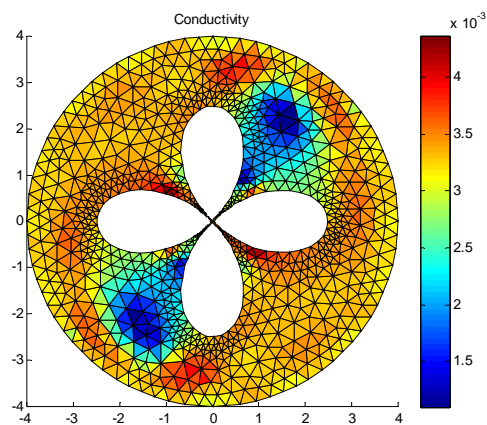


(b) Reconstruction result

Fig. 3.8. The result from an inverse algorithm for one target (4 blades).

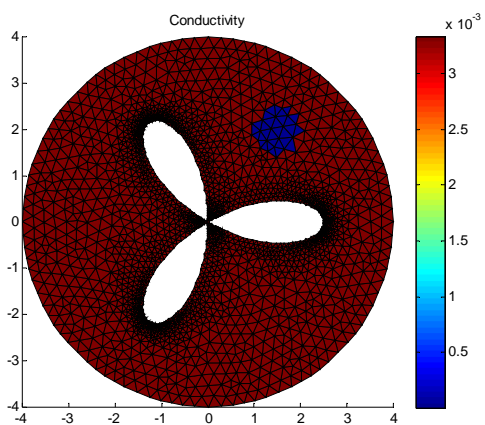


(a) Targets

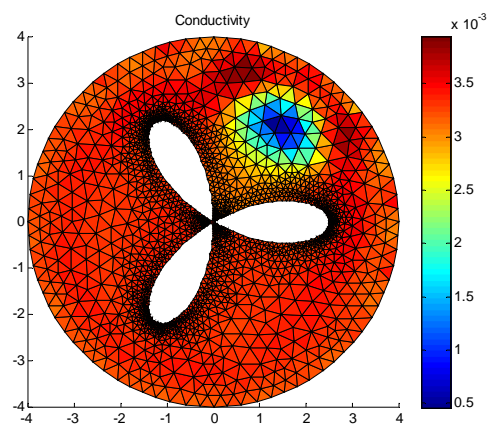


(b) Reconstruction result

Fig. 3.9. The result from an inverse algorithm for two targets (4 blades).



(a) Target



(b) Reconstruction result

Fig. 3.10. The result from an inverse algorithm for one target (3 blades).

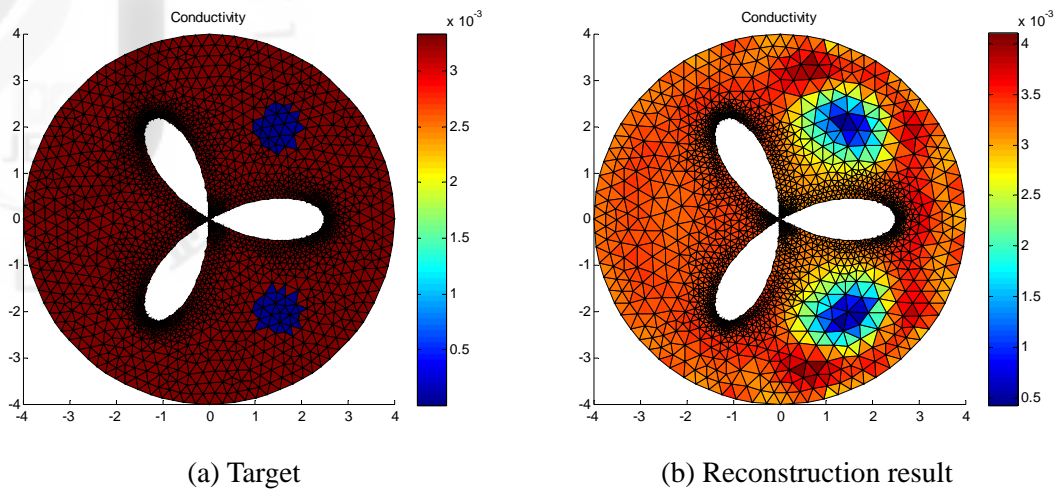
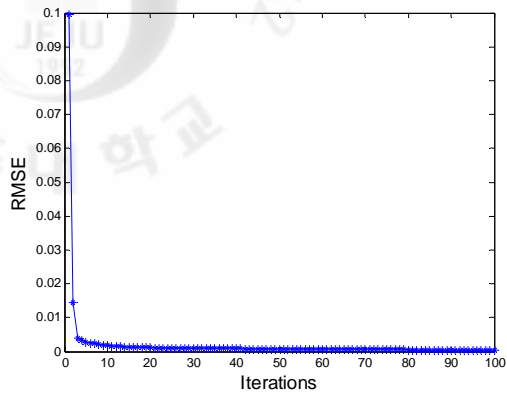


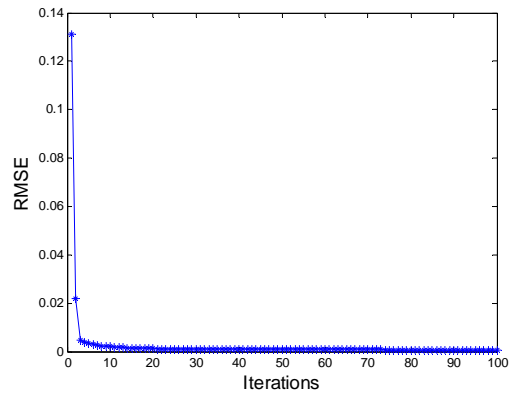
Fig. 3.11. The result from an inverse algorithm for one target (3 blades).

그림 3.12과 3.13은 식 (3.2)로 얻은 영상복원결과에 대한 RMSE 값이다. RMSE 값이 0.01이하에서 수렴하는 것을 알 수 있다.

$$RMSE = \frac{\|\sigma_{esti} - \sigma_{true}\|}{\|\sigma_{true}\|} \quad (3.2)$$

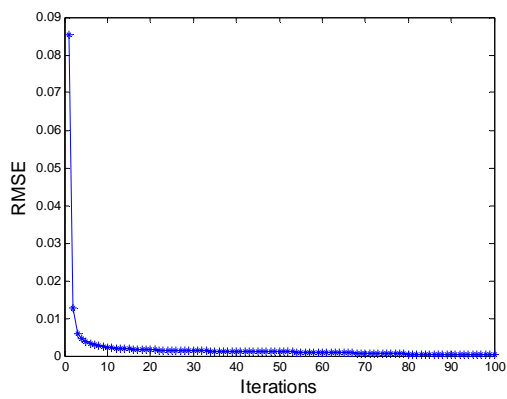


(a) One target

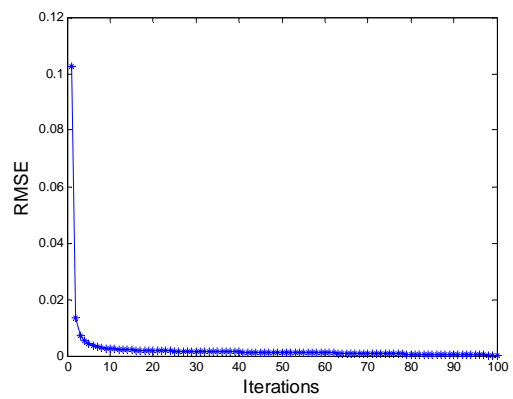


(b) Two targets

Fig. 3.12. The RMSE value for 4 blades.



(a) One target



(b) Two targets

Fig. 3.13. The RMSE value for 3 blades.

4. 전산해석체계의 적용

4.1. 정적 영상복원 알고리즘

4.1.1. Backprojection 법

Barber와 Brown은 backprojection 법을 EIT 분야에 적용하였다[Barber와 Brown, 1984]. 이 방법은 EIT 분야에서 가장 널리 쓰이는 영상 복원 방법 중의 하나이다. Santosa와 Vogelius는 backprojection 법의 수학적 해석과 개선된 내용들을 설명하였다. 만약 backprojection 연산자 B 를 정방향 연산자 $J_n = \text{diag}(V_1^1, V_2^1, \dots, V_L^K)^{-1} J$ 의 대략적인 근사라고 하면, 다음과 같이 쓸 수 있다. 여기서 J 는 Jacobian 행렬이다.

$$BJ_n \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = B \frac{\Delta V}{V} \quad (4.1)$$

이 관계로 요소의 전도도의 정규화된 변화는 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = (BJ_n)^{-1} B \frac{\Delta V}{V} \quad (4.2)$$

행렬 (BJ_n) 의 비정칙성으로 인해 역행렬을 구하는 과정에서 regularization을 해야 한다. 표준 Tikhonoff regularization을 사용하면, filtered backprojection으로 불리는 해는 다음과 같이 된다.

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = (BJ_n + \alpha I)^{-1} B \frac{\Delta V}{V} \quad (4.3)$$

이 결과는 $B = J_n^T W$ 로 두는 weighted regularized least square의 한 형태로 여긴다.

여기서 W 는 가중 행렬이다.

4.1.2. Gauss-Newton 법

정적 영상복원 알고리즘에는 주로 backprojection, perturbation 법, Gauss-Newton 법 등이 있으며 Yorkey 외[1987]는 이런 복원 알고리즘을 비교 분석하였고 그 중에 Gauss-Newton 법이 다른 알고리즘에 비해 수렴 속도, 잔류 오차 등의 측면에서 좋은 성능을 낸다는 결론을 내렸다. Gauss -Newton 법에서 최소화시켜야 할 목적 함수는 다음과 같이 오차의 제곱의 합으로 정의된다.

$$\Phi(\sigma) = \frac{1}{2} [V - U(\sigma)]^T [V - U(\sigma)] \quad (4.4)$$

여기서 V 는 측정 전압 벡터이고, $U(\sigma)$ 는 계산된 전극 전압 벡터이다.

식 (4.4)의 목적함수를 최소화하기 위해 다음과 같은 조건을 만족 해야 한다.

$$\Phi'(\sigma) = -[U'(\sigma)]^T [V - U(\sigma)] = 0 \quad (4.5)$$

식 (4.5)는 비선형이므로 Taylor 급수를 이용해서 선형화하여 풀다.

$$\Phi'(\sigma^{k+1}) \approx \Phi'(\sigma^k) + \Phi''(\sigma^k)(\sigma^{k+1} - \sigma^k) \quad (4.6)$$

여기서 Φ'' 은 Hessian 행렬이라 부르며, 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi'' = [U']^T U' + [U'']^T \{I \otimes [U - V]\} \quad (4.7)$$

여기서 \otimes 는 Kronecker 행렬 곱이다. U'' 은 계산하기 어렵고 상대적으로 작은 양이므로, 위 식에서 두 번째 항은 보통 무시된다. 따라서 Hessian 행렬은 다음과 같이 된다.

$$\Phi'' = [U']^T U' \quad (4.8)$$

위의 식들을 정리하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\Delta\sigma^k = \sigma^{k+1} - \sigma^k = H^{-1} \left\{ J^T [V - U(\sigma^k)] \right\} \quad (4.9)$$

여기서 Hessian 행렬 H와 Jacobian 행렬 J는 다음과 같이 정의된다.

$$H = J^T J \quad \text{and} \quad J = \frac{\partial U_i^k}{\partial \sigma_j} \quad (4.10)$$

Gauss-Newton 법은 비선형 특성의 선형화에 따른 모델링 오차(Modeling error), 및 Hessian 행렬의 비정치성(ill-posedness) 때문에 만족스러운 영상을 얻기가 쉽지 않다. 특히, Hessian 행렬의 비정치성은 역행렬 계산 시 부정확한 결과를 야기시켜 영상 복원의 성능을 저하시킨다. 이러한 문제를 완화하기 위하여 본 연구에서는 다음과 같은 과정을 regularization 이라 한다.

$$\Phi(\sigma) = \frac{1}{2} [V - U(\sigma)]^T [V - U(\sigma)] + \frac{1}{2} \alpha (\sigma - \sigma^*)^T R^T R (\sigma - \sigma^*) \quad (4.11)$$

α 와 R 은 각각 regularization 인자(parameter)와 행렬이다. 따라서, 반복적인 전도율 벡터의 증분은 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta\sigma^k = \sigma^{k+1} - \sigma^k = (H + \alpha R^T R)^{-1} \left\{ J^T [V - U(\sigma^k)] - \alpha R^T R (\sigma^k - \sigma^*) \right\} \quad (4.12)$$

최적의 regularization 인자를 결정하는 방법에는 여러 가지가 있다. 하지만 서로 다른 방법으로 결정된 regularization 인자는 서로 다른 결과를 준다. Simulation에서는 실제 전도율 분포를 알고 있으므로, 가장 좋은 영상 복원 결과를 주는 값으로 설정한다.

4.1.3. Conjugate Gradient Method(CGM)

CGM을 이용해서 역문제를 풀고자 할 때, 다음과 같은 목적함수를 사용한다.

$$\Phi(\sigma^k) = [V - U(\sigma^k)]^T [V - U(\sigma^k)] \quad (4.13)$$

여기서 V 와 U 는 각각 측정값과 계산 값이고 σ 는 전도도(conductivity) 분포를 나타낸다. CGM의 반복 계산을 통해 목적함수를 최소화 하기 위해 다음과 같은 descent direction을 포함한 방정식을 사용한다.

$$\sigma^{k+1} = \sigma^k - \beta^k d^k \quad (4.14)$$

여기서 β^k 는 search step size이고 d^k 는 descent direction이다. 그리고 위 첨자 k 는 k 번 째 반복 지점을 의미한다. $\nabla\Phi(\sigma^k)$ 와 전 단계의 descent direction(d^{k-1}) 과의 관계는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$d^k = \nabla\Phi(\sigma^k) + \gamma^k d^{k-1} \quad (4.15)$$

여기서 conjugation 계수인 γ^k 는 두 가지 다른 방법으로 표현할 수 있다. Polak-Ribiere는 다음과 같은 식으로 γ^k 를 사용하였다.

$$\gamma^k = \frac{[\nabla\Phi(\sigma^k)]^T [\nabla\Phi(\sigma^k) - \nabla\Phi(\sigma^{k-1})]}{[\nabla\Phi(\sigma^{k-1})]^T [\nabla\Phi(\sigma^{k-1})]}, \quad \gamma^0 = 0 \quad (4.16)$$

반면에 Fletcher-Reeves는 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$\gamma^k = \frac{[\nabla\Phi(\sigma^k)]^T [\nabla\Phi(\sigma^k)]}{[\nabla\Phi(\sigma^{k-1})]^T [\nabla\Phi(\sigma^{k-1})]}, \quad \gamma^0 = 0 \quad (4.17)$$

Daniel은 EIT와 같은 비선형 문제의 경우 Polak-Ribiere의 표현이 더 잘 수렴한다는 연구결과를 발표 하였다[Daniel, 1971]. 본 논문에서는 Polak-Ribiere의 식을 사용하여 수치 실험을 수행하였다.

구배방향(gradient direction) $\nabla\Phi(\sigma^k)$ 은 다음과 같은 식으로 구한다.

$$\nabla\Phi(\sigma^k) = -2[J^k]^T [V - U(\sigma^k)] \quad (4.18)$$

여기서 J^k 는 k 번째 단계에서의 Jacobian이다.

식(4.14)에 있는 search step size β^k 는 다음과 같은 식을 통해 얻을 수 있다.

$$\min_{\beta^k} \Phi(\sigma^{k+1}) = \min_{\beta^k} [V - U(\sigma^{k+1})]^T [V - U(\sigma^{k+1})] \quad (4.19)$$

식 (4.14)를 식 (4.19)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\min_{\beta^k} \Phi(\sigma^{k+1}) = \min_{\beta^k} [V - U(\sigma^k - \beta^k d^k)]^T [V - U(\sigma^k - \beta^k d^k)] \quad (4.20)$$

이 결과를 Taylor 전개를 이용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\beta^k = \frac{[J^k d^k]^T [U(\sigma^k) - V]}{[J^k d^k]^T [J^k d^k]} \quad (4.21)$$

Jacobian 행렬을 계산한 후에 gradient direction $\nabla\Phi(\sigma^k)$ 을 얻고, conjugation 계수 γ^k 와 search step size β^k 를 구한다. 식 (4.14)이 조건에 이를 때까지 이러한 계산을 반복한다.

위에서 설명한 CGM의 반복 과정은 다음과 같은 순서로 진행 된다.

Step 0: 측정값 V 를 계산한다.

초기 값 σ^0 를 결정. 이 때 반복회수 $k=0$ 이다.

Step 1: 초기 값 σ^0 를 이용해서 정문제를 풀어서 $U(\sigma^k)$ 를 얻는다.

Step 2: 계산을 멈출지 $\Phi(\sigma^{k+1}) < \varepsilon$ 을 이용해서 검토한다.

$\varepsilon = PL \times \text{var}(\text{ME})$, 여기서 ME는 측정 에러이다.

Step 3: Jacobian(J^k) 을 계산한다.

Step 4: J^k, V 과 $U(\sigma^k)$ 을 가지고 $\nabla\Phi(\sigma^k)$ 을 계산한다. 그런 다음 conjugation

계수 γ^k 를 얻는다.

Step 5: Descent direction d^k 를 구한다.

Step 6: 구한 $J^k, V, U(\sigma^k)$ 과 d^k 를 이용해서 search step size β^k 를 얻는다.

Step 7: 얻은 σ^k, β^k 과 d^k 로 σ^{k+1} 을 업데이트 한다.

Step 8: k 를 $k+1$ 로 증가시키고 step 1로 돌아가서 반복 계산한다.

보통 일반적인 역문제를 풀기 위한 알고리즘에는 inverse를 계산하는 과정이 포함 돼 있고, regularization 인자를 적절하게 사용해야 하는 단점을 가지고 있다.

CGM 알고리즘의 장점은 반복 계산을 수행하는 과정 중에서 inverse 계산을 하지 않는다는 것이다.

4.1.4. Gauss-Newton과 Conjugate gradient 법 비교

본 절에서는 Gauss-Newton과 CGM의 수치해석 계산 결과를 비교하였다. 수치해석을 위한 조건은 다음과 같다.

- 시나리오 1: 관심영역 내부에 한 개의 이물질이 있을 경우
 - 파이프의 반지름: 4 / 기포의 반지름: 0.8
 - 기포의 중심 위치: (0, 2)
 - 전류 패턴: Trigonometry
 - 전극의 개수: 16
 - 전극의 폭: 0.6
 - Noise : 0%

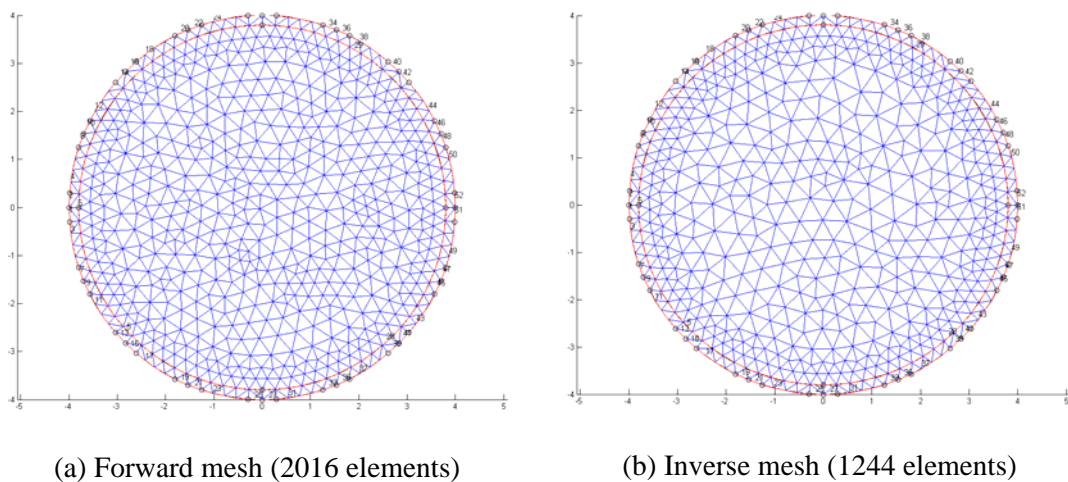
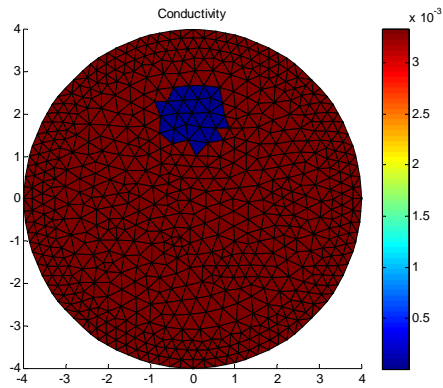


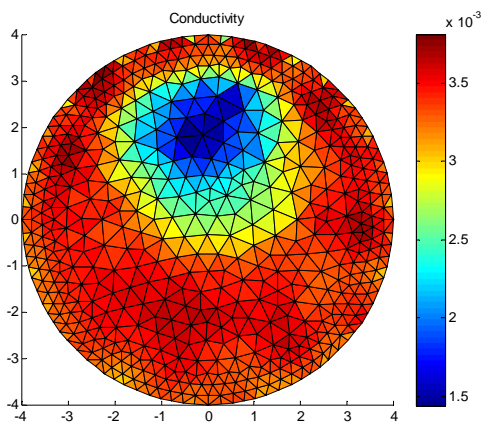
Fig. 4.1. Mesh structures.

그림 4.1은 영상 복원을 위해 사용된 격자 구조를 보여준다. (a)의 경우는 정문제를 풀 때 사용하였고 (b)의 경우는 역문제를 풀 때 사용하였다. 이렇게 정문제를 풀 때와 역문제를 풀 때 서로 다른 격자를 사용하였다. 동일한 격자 구조에 대해

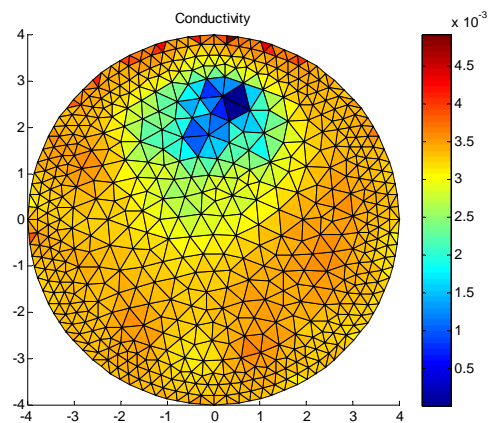
문제를 해석할 경우 격자와 관련된 오차가 우연히 상쇄될 가능성이 있기 때문이다. 이러한 문제를 inverse crime이라고 한다.



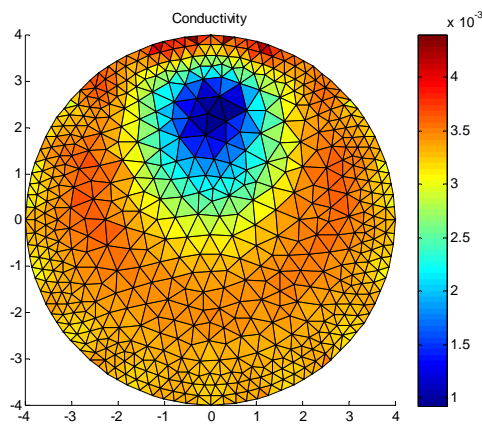
True



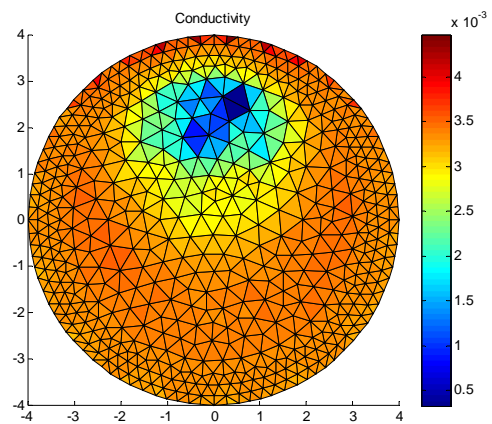
GN (50 iterations)



CGM (40 iterations)



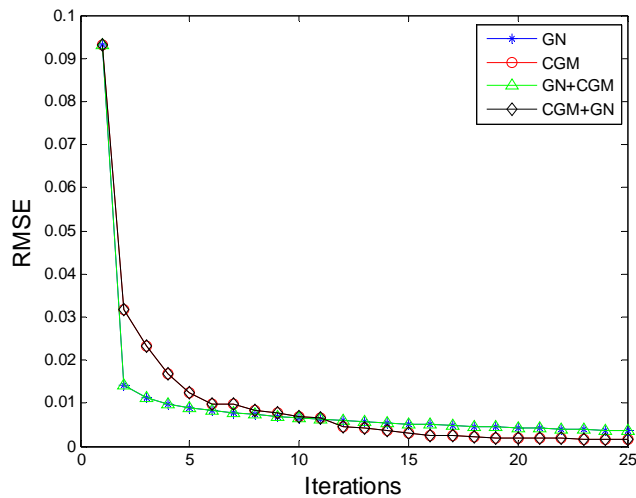
GN (25 iterations)+CGM (25 iterations)



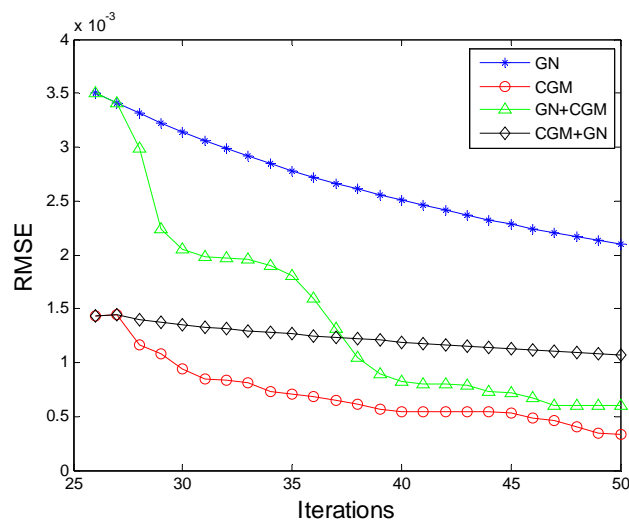
CGM (25 iterations) + GN (25 iterations)

Fig. 4.2. Comparison of performance between GN with CGM for single target.

그림 4.2는 기포 한 개가 관심 영역 안에 있을 때 GN의 결과와 CGM의 결과를 나타낸다. 또한 GN과 CGM을 혼용하였을 때의 결과도 나타내고 있다. GN과 CGM을 혼용할 때는 GN을 먼저 25회 반복하고 나머지 50회까지는 CGM을 반복한 경우와 그 반대의 경우 두 가지 경우로 실험을 하였다. 그림을 통해서 알 수 있는 사실은 CGM이 이물질의 크기와 위치를 상대적으로 잘 영상복원하고 있음을 알 수 있다. 그리고 정량적인 방법으로 그림 4.2의 결과를 표현하기 위해 RMSE(Root Mean Square Error)를 이용하여 오차를 계산하였다.



(a) Iteration is from 1 to 25.



(b) Iteration is from 26 to 50.

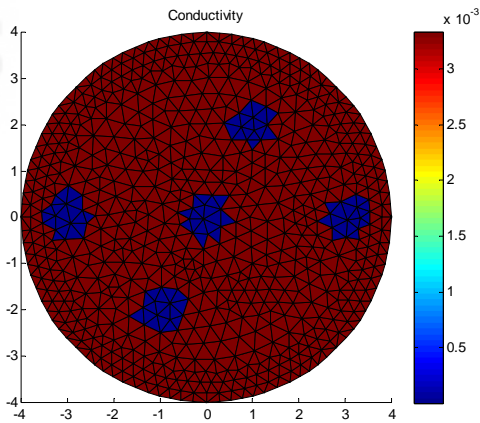
Fig. 4.3. Comparison of RMSE for different inverse algorithms (single target).

그림 4.3은 식 (4.22)를 통해 계산한 GN과 CGM의 RMSE 값을 나타낸다. 그림 4.3의 (a)는 반복 회수가 25회까지의 RMSE 결과를 나타내는 것이고 (b)는 반복회수가 26회에서 50회까지의 RMSE결과를 나타내는 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 CGM이 계속해서 오차가 줄어든다는 것을 알 수 있다. 여기서는 CGM으로만 계산했을 때 가장 좋은 결과를 나타내고 있다.

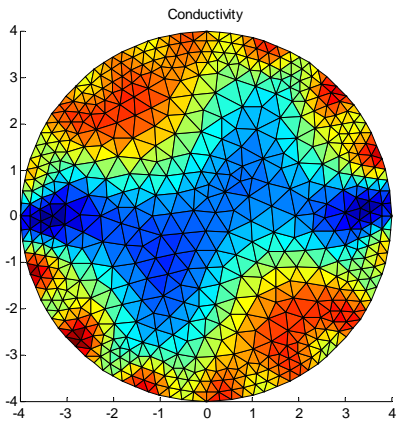
$$RMSE = \frac{\|\sigma_{esti} - \sigma_{true}\|}{\|\sigma_{true}\|} \quad (4.22)$$

여기서 σ_{esti} 는 추정된 전도도 분포, σ_{true} 실제 전도도 분포다.

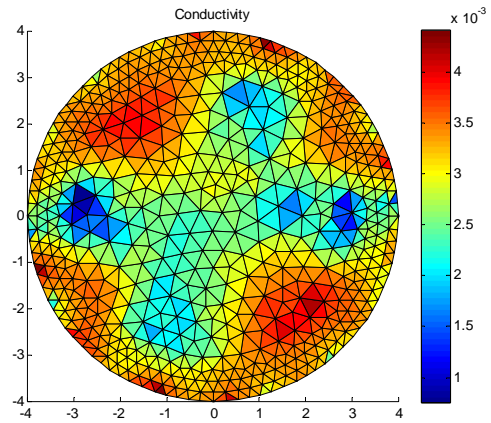
- 시나리오 2: 유동장 내부에 5 개의 이물질이 있을 경우
 - 다섯 개 기포의 중심 위치: (-1,-2), (1, 2), (-3, 0), (3, 0), (0, 0)
 - 기포의 반지름: 0.5
 - 전류 주입 패턴: Trigonometry
 - Noise : 0%



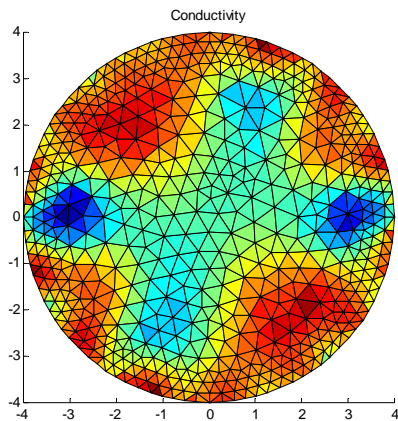
True



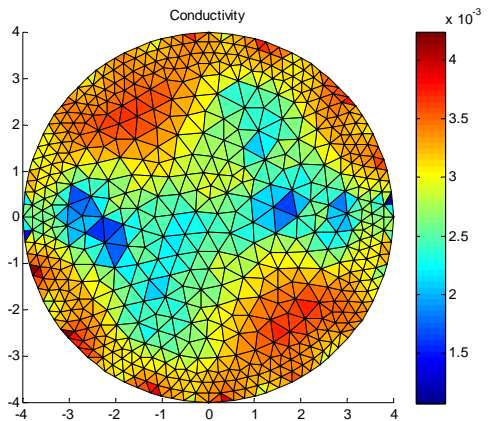
GN (50 iterations)



CGM (50 iterations)



GN (25 iterations) + CGM (25 iterations)

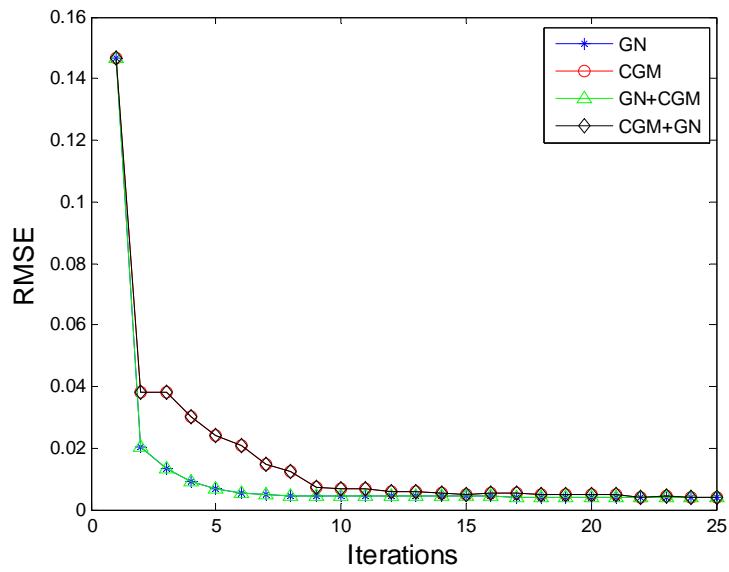


CGM (25 iterations) + GN (25 iterations)

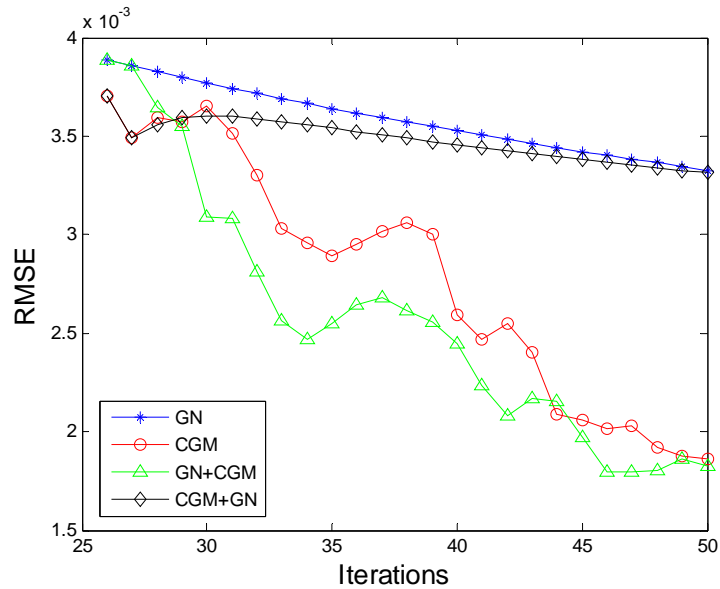
Fig. 4.4. Comparison of performance between GN with CGM (5 targets).

그림 4.4는 5개의 기포가 파이프 내부에 있을 때, GN과 CGM의 영상 복원 결과를 나타낸다. 이 경우도 마찬가지로 앞의 경우와 같이 GN과 CGM을 단독으로

반복 계산한 경우와 GN과 CGM을 혼용한 경우로 나눠서 실험을 수행하였다. 그림 4.4에서 알 수 있는 것처럼 CGM 만을 반복해서 계산한 경우 또는 GN을 먼저 계산하고 CGM을 나중에 계산한 경우의 이미지 복원이 다른 것에 비해 잘 나타나고 있다.



(a) Iteration is from 1 to 25.

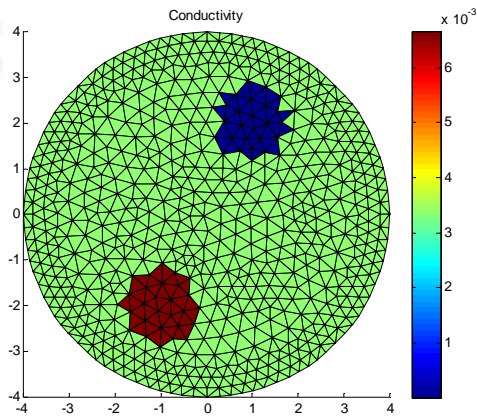


(b) Iteration is from 26 to 50.

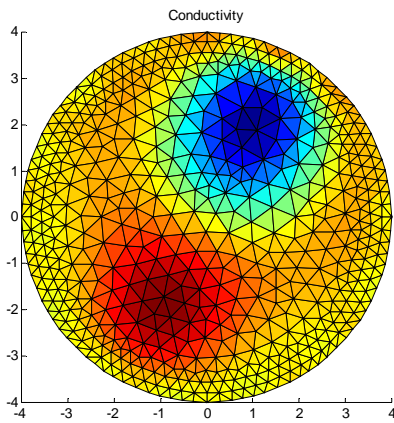
Fig. 4.5. Comparison of RMSE values for different inverse algorithms (5 targets).

그림 4.5 는 그림 4.3 의 결과와 비슷한 경향성을 보이고 있음을 알 수 있다. GN 만으로 반복계산하거나 CGM 을 먼저 반복 계산하고 GN 을 나중에 반복 계산한 경우는 RMSE 값이 어느 수준에서 일정하게 머무는 반면에 CGM 만으로 반복 계산하거나 GN 을 먼저 반복 계산하고 CGM 을 나중에 반복 계산한 경우는 지속적으로 RMSE 값이 좋아지고 있음을 알 수 있다. 그리고 이 두 가지 경우의 RMSE 값이 비슷한 값을 보이고 있다.

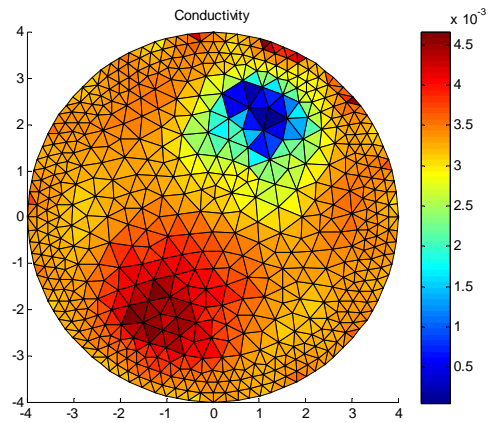
- 시나리오 3: 관심 영역 내의 두 이 물질이 서로 다른 전도도를 갖는 경우
 - 두 이물질의 위치: A(-1, -2), B(1, 2)
 - A 전도도: 0.0067, B 의 전도도: 3.333×10^{-6} , 배경 전도도: 0.0033
 - 전류 주입 패턴: Trigonometry
 - Noise: 0%



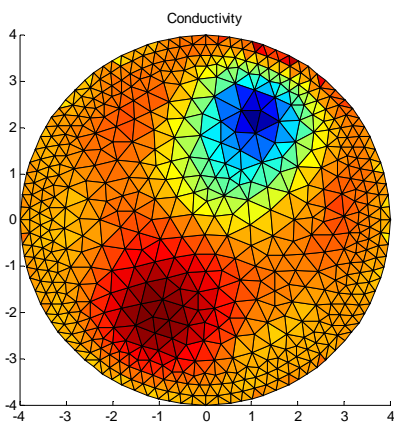
True



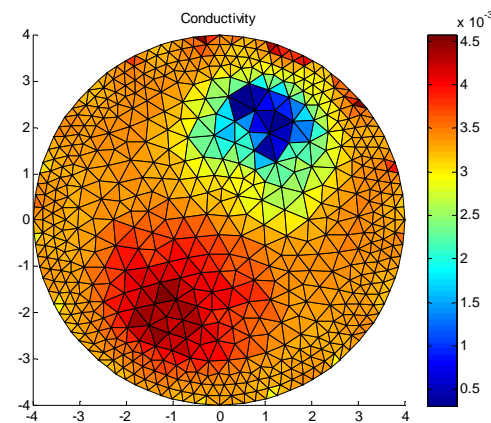
GN (50 iterations)



CGM (50 iterations)



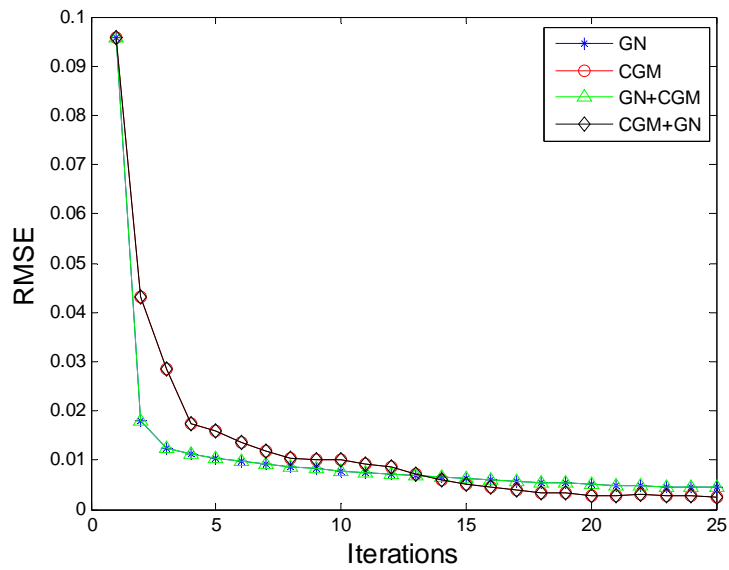
GN (50 iterations)+ CGM (50 iterations)



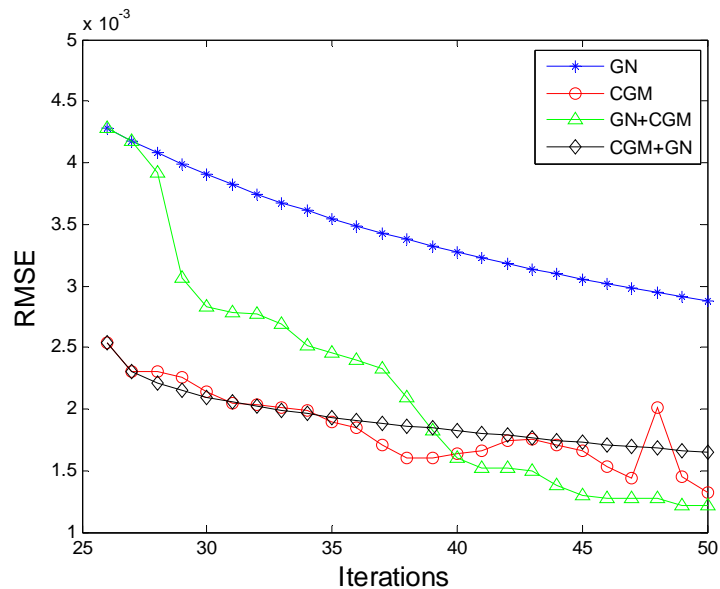
CGM (50 iterations)+GN (50 iterations)

Fig. 4.6. Comparison of performance between GN with CGM for two targets with different conductivity values.

그림 4.6은 GN의 경우와 CGM의 경우 모두 전도도가 다른 두 물질을 구분할 수 있음을 보여 주고 있다. 그리고 그 결과 역시 모든 경우 비슷한 결과를 보이고 있다.



(a) Iteration is from 1 to 25.



(b) Iteration is from 26 to 50.

Fig. 4.7. Comparison of RMSE values for different inverse algorithms (different conductivity).

그림 4.7 역시 앞의 두 실험 결과와 비슷한 경향을 나타내고 있음을 알 수 있다. GN 만을 반복 계산한 것과 CGM을 먼저 계산하고 후에 GN을 계산한 결과는 RMSE의 값이 더 이상 줄어들지 않는 경향을 보인다. 반면에 CGM 만을 계산한 경우와 GN을 먼저 반복 계산하고 CGM을 나중에 계산한 경우의 RMSE 값은 지속적으로 줄어드는 경향을 보인다.

본 연구를 통해서 GN과 CGM을 본 연구에서 개발한 전산해석체계에 적용했을 때 대체적으로 만족할 만한 영상 복원 능력을 보이고 있음을 알 수 있었다. 그리고 이물질이 한 개만 있는 경우, 5개가 있는 경우, 각각 다른 전도도 값을 갖는 경우에 대체적으로 CGM을 사용한 방법이 좋은 결과의 영상복원 능력을 갖추고 있음을 알 수 있었다.

4.1.5. Particle Swarm Optimization(PSO)

PSO 알고리즘은 Eberhart와 Kennedy가 개발한 최적화 알고리즘이다[Eberhart와 Kennedy, 1995]. 이 알고리즘은 새가 무리 지어 날아가는 것과 물고기 떼의 움직임에 영감을 받고 개발한 알고리즘이다. PSO 알고리즘은 입자(particle)의 개념을 가진 임의의 후보 해의 무리들로 초기 값을 취한다. 각 입자는 무작위로 추출한 속도를 배정받는다. 그리고 이것들은 반복적인 방법으로 문제 영역을 통해 이동한다. 이 입자들 중에 가장 적합한 위치에 있는 입자가 local best(P_{Lbest})가 된다. 그리고 같은 과정을 통해 얻은 P_{Lbest} 와 이전 단계에서 선택된 P_{Lbest} 중에 더 적합한 위치에 있는 것을 global best(P_{Gbest})로 저장한다. 이 과정을 반복하면서 가장 최적화된 P_{Gbest} 를 찾는 것이 PSO 알고리즘이라 할 수 있다.

PSO알고리즘은 3개의 조율(tuning) 인자를 가지고 있다. 이 인자들이 알고리즘의 성능에 가장 큰 영향을 준다. PSO 알고리즘은 다음과 같은 식으로 표현할 수 있

다.

$$v_{k+1} = a \otimes v_k + b_1 \otimes w_1 \otimes (p_{Lbest} - x_k) + b_2 \otimes w_2 \otimes (p_{Gbest} - x_k) \quad (4.23)$$

$$x_{k+1} = x_k + v_{k+1} \quad (4.24)$$

여기에서 $v_k \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$ 는 속도 벡터이고 $x_k \in \mathfrak{R}^{N \times 1}$ 는 해가 되는 벡터다. 그리고 N 은 입자의 수이다. 기호 \otimes 는 각 요소끼리의 벡터 곱을 의미한다. 그리고 w_1 과 w_2 는 $[0, 1]$ 범위에 있는 무작위 수를 의미한다. $k+1$ 번째 반복 단계에서 속도 v_{k+1} 은 현재 속도가 가중된 상태로 업데이트된 것이다. 여기서 가중치는 가속도 인자인 a 와 현재 입자의 최적 해 (P_{Lbest}) 와 전역에 걸친 최적해 (P_{Gbest}) 쪽으로 이끄는 힘에 의해 결정된 것이다. 이 때, b_1 과 b_2 는 각각 P_{Lbest} 와 P_{Gbest} 의 계수이다. PSO 알고리즘의 성능은 a, b_1 , 그리고 b_2 의 선택에 따라 영향을 받는다. Trelea 는 이 인자들에 대한 값들을 제시 하였다[Trelea, 2003]. $a=0.6$ 그리고 $b_1=b_2=b=1.7$ 로 제안하였다. PSO 알고리즘의 순서는 다음과 같이 요약할 수 있다.

Step 1: 문제 영역에서 무작위로 위치와 속도에 관한 입자들의 초기값을 정한다.

Step 2: 각 입자들에 대해 목적 함수 Ψ 를 계산한다.

본 논문에서 사용한 $\Psi = \frac{\|U-V\|}{\|V\|}$ 이다. V 는 측정 전압 값이고 U 는 계산된 전압 값이다.

Step 3: 입자의 Ψ 값과 $\Psi(P_{Lbest})$ 값을 비교한다. 만일 현재 값이 그 전 값

$\Psi(P_{Lbest})$ 보다 작다면 현재 값을 $\Psi(P_{Lbest})$ 으로 바꾼다. 이 때 P_{Lbest} 위치가 현재의 위치와 동일하게 된다.

Step 4: Ψ 값을 무리의 Ψ 값과 비교한다. 만일 현재 값이 $\Psi(P_{Gbest})$ 보다 작다면, 현재 입자의 Ψ 값으로 $\Psi(P_{Gbest})$ 로 설정한다. 이 때 P_{Gbest} 위치가 현재 P_{Gbest} 위치와 같게 된다.

Step 5: 식 (4.23)과 (4.24)에 따라 입자의 속도와 위치를 각각 업데이트 한다.

Step 6: Step 2에서 Step 5를 명확히 작은 $\Psi(P_{Gbest})$ 가 될 때까지 반복하거나 최대 반복회수가 될 때까지 반복한다. 최대 반복 횟수가 될 때까지도 해가 만족스럽지 못하다면 다시 전과정을 반복 해야할 것이다.

Wang 등은 해석적 해를 얻을 수 있는 conformal mapping을 통해 경계에서 얻은 전압정보를 가지고 PSO 알고리즘으로 이상 유동의 환상 유동장의 경계 추정을 했다[Wang 등, 2011]. 본 논문에서는 해석적인 접근이 아닌 수치적인 접근을 통해 PSO 알고리즘으로 이상 유동 중 환상 유동장에서 EIT 기법을 적용하여 경계추정을 수행하였다. 본 연구에서 개발한 전산계산해석체계를 검증할 때 사용한 PSO 기법에서는 추정 할 때마다 격자를 다시 생성하였으나 본 수치 실험에서는 격자를 다시 생성하지 않고 전도도 분포를 지정해 주는 방식으로 수치 실험을 수행하였다. 그리고 3가지 전류 패턴(Adjacent, Opposite, Trigonometry)을 적용하여 그 결과를 비교하였다.

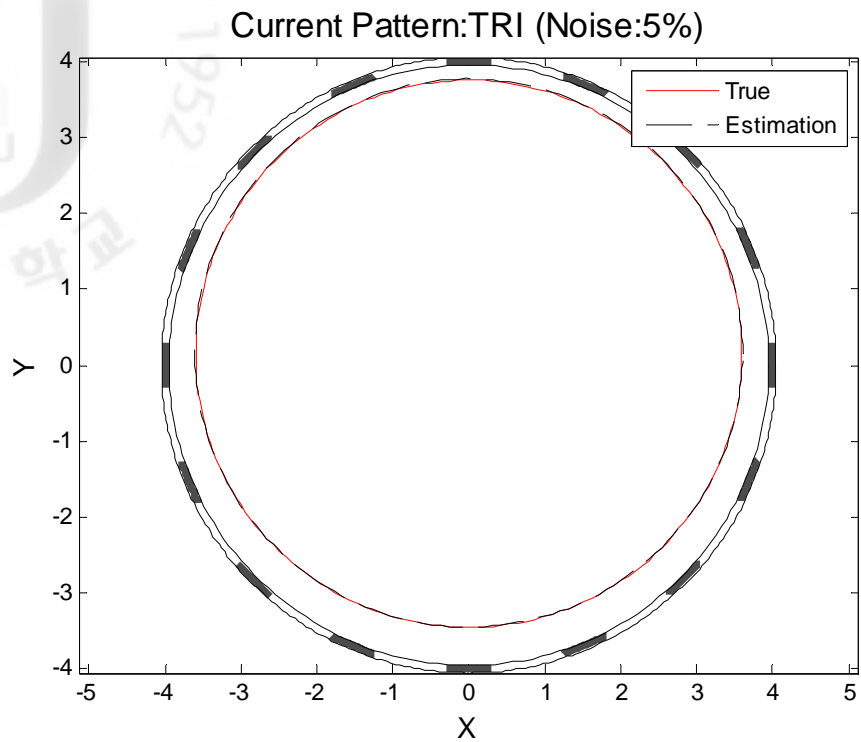


Fig. 4.8. Comparison of the true bubble with estimated bubble for trigonometry.

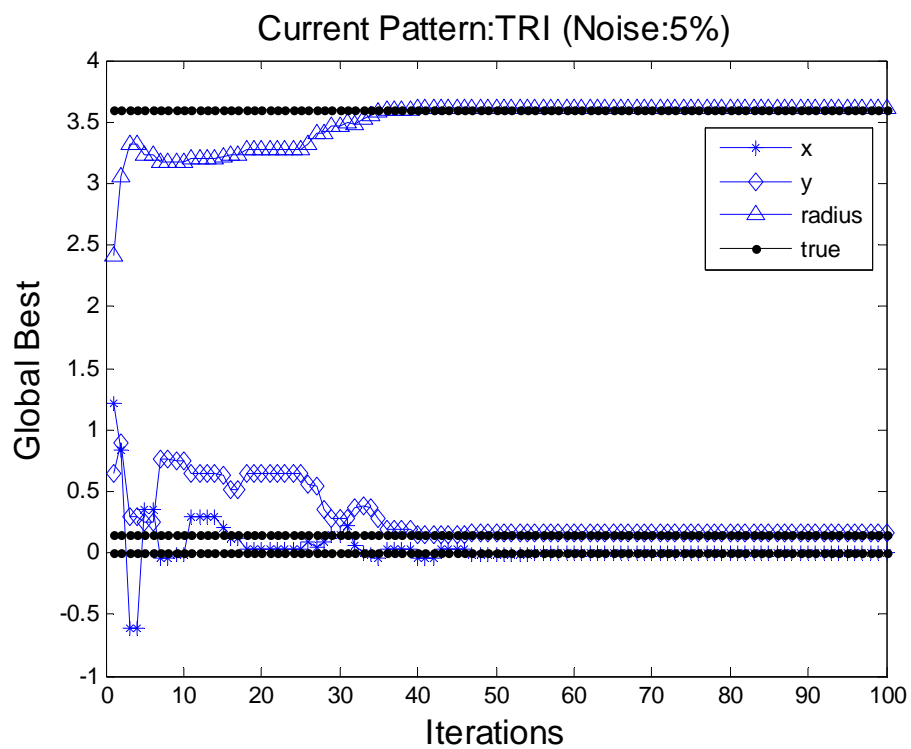


Fig. 4.9. The estimated parameters for trigonometry.

Current Pattern:TRI (Noise:5%)

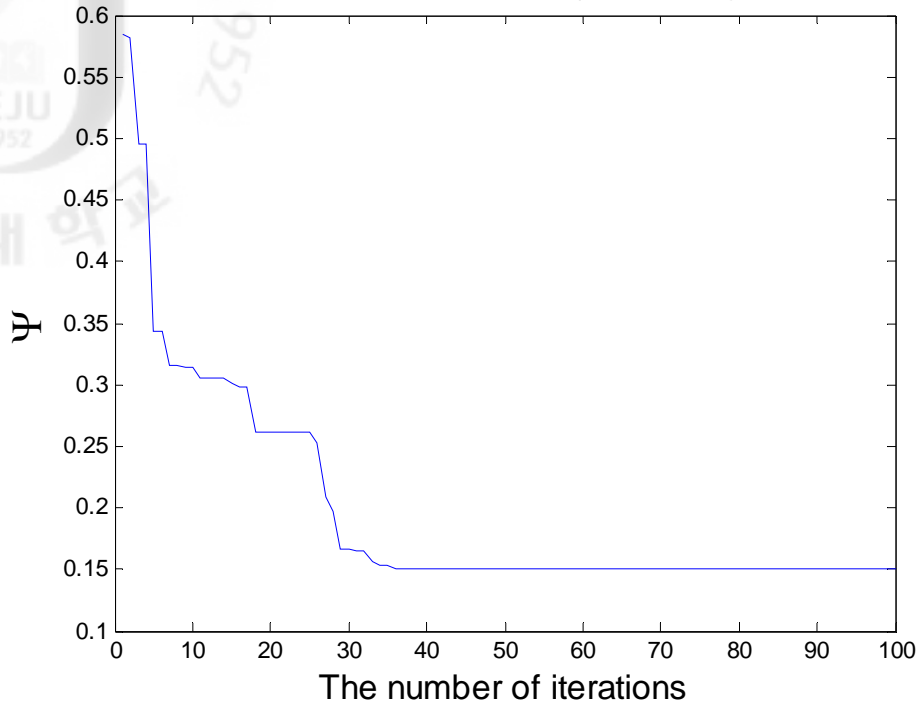


Fig. 4.10. The object function for trigonometry.

Current Pattern:ADJ (Noise:5%)

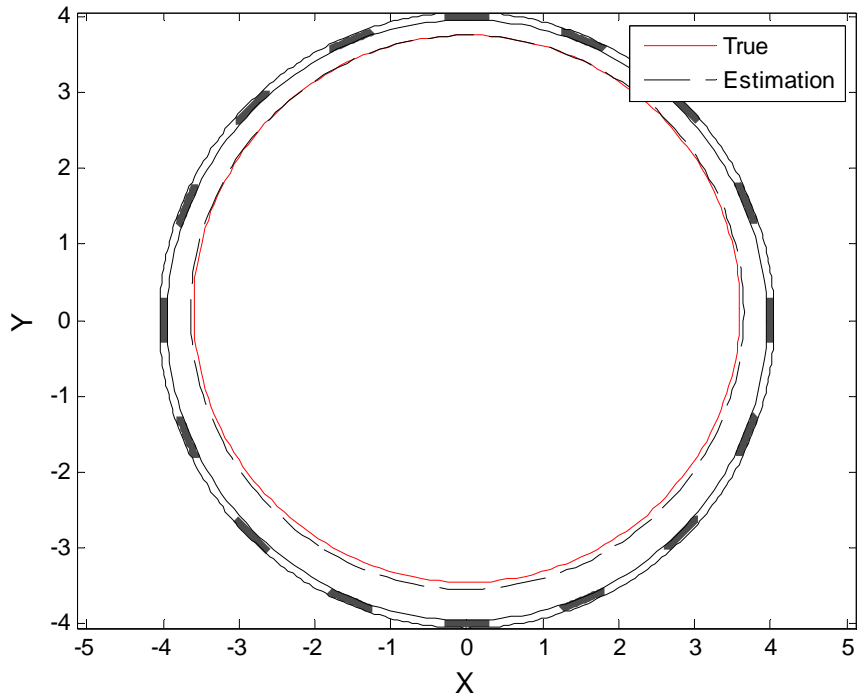


Fig. 4.11. Comparison of the true bubble with estimated bubble for adjacent.

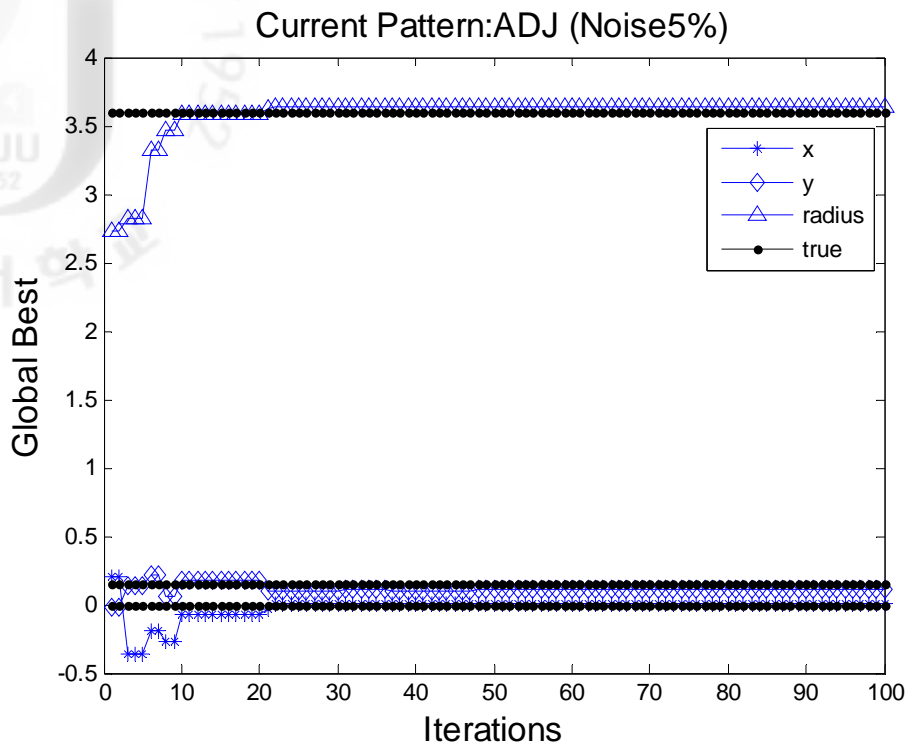


Fig. 4.12. The estimated parameters for adjacent.

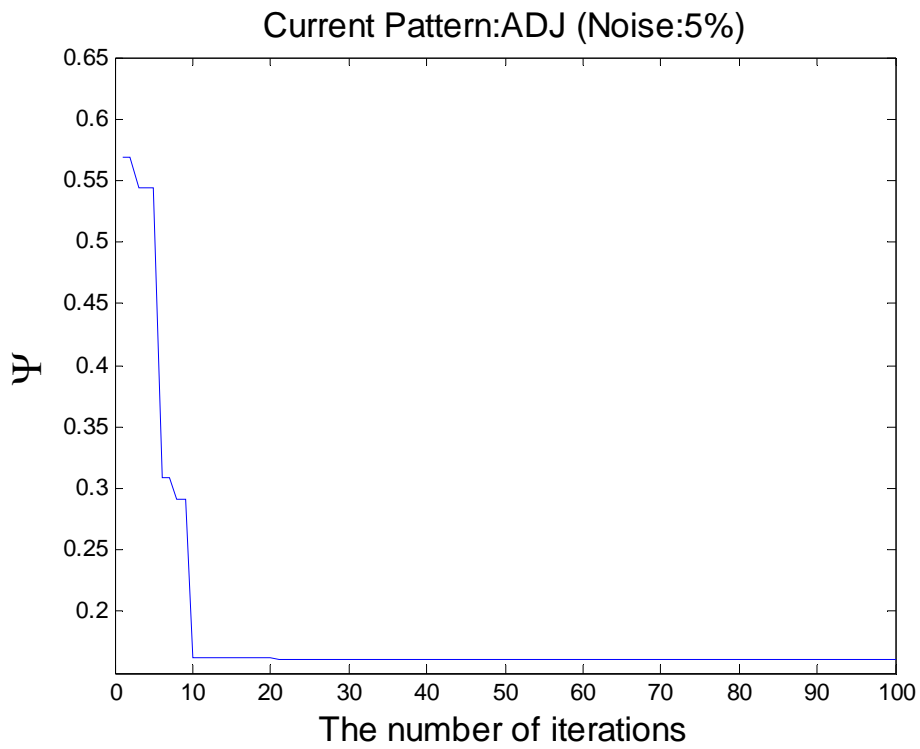


Fig. 4.13. The object function for adjacent.

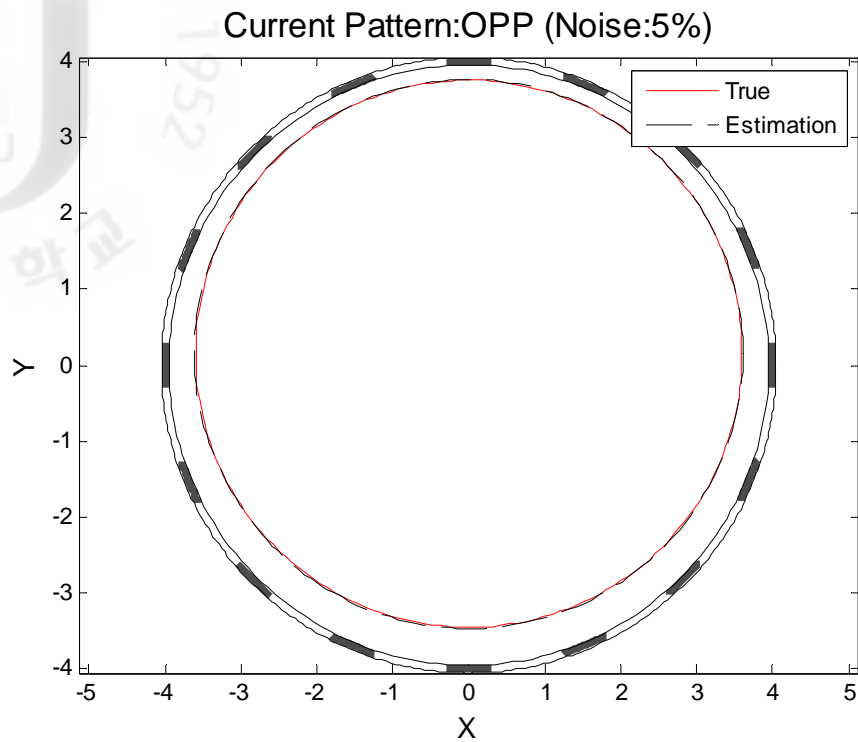


Fig. 4.14. Comparison of the true bubble with estimated bubble for opposite.

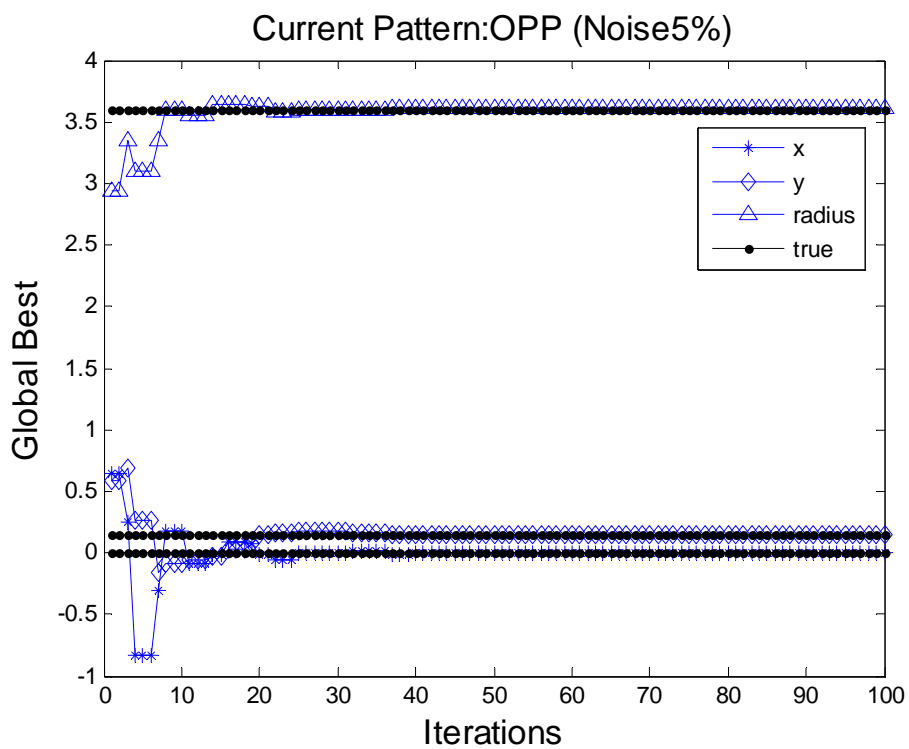


Fig. 4.15. The estimated parameters for opposite.

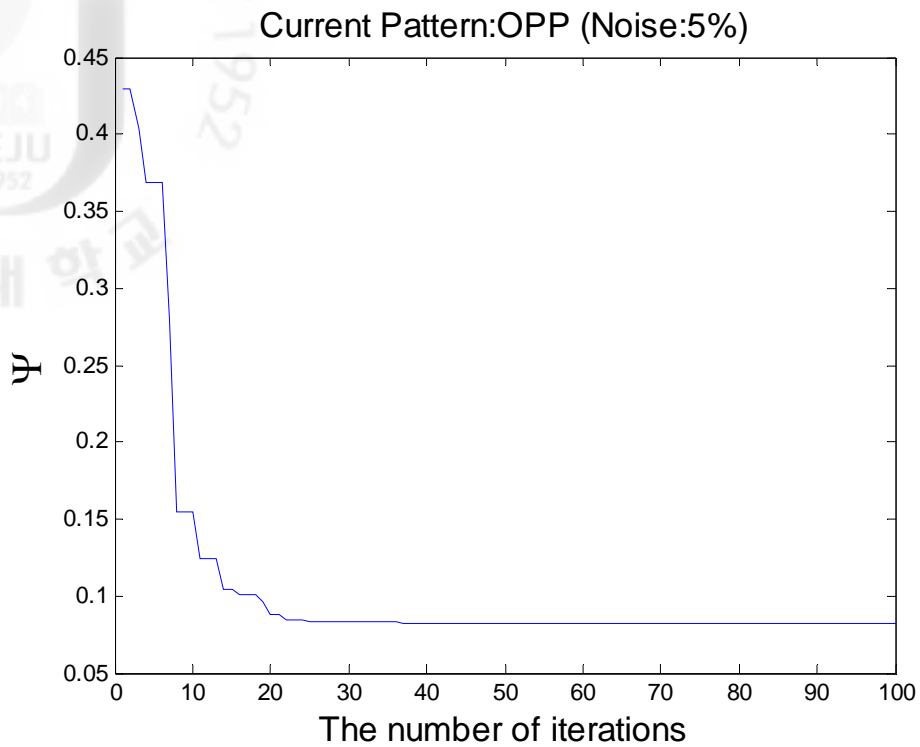


Fig. 4.16. The object function for opposite.

Table. 4.1. Parameter values from PGbest.

	x	y	r	Ψ
True	0	0.15	3.6	
Trigonometry	-0.0012	0.1608	3.6058	0.1498
Adjacent	0.0051	0.1053	3.6437	0.1613
Opposite	-0.0014	0.1464	3.6116	0.0822

그림 4.8에서 4.16은 각각 전류 패턴 별로 PSO를 통해서 추정된 경계면과 인자들의 값과 목적함수의 계산 결과를 그래프로 보여준다. 표 4.1은 전류패턴을 opposite으로 한 경우 다른 경우보다 더 좋음을 알 수 있다.

4.1.6. 격자 grouping 방법

Newton 계열 EIT 정적 영상 복원 방법에서의 가장 큰 문제점은 처리될 요소의

개수(혹은 미지 전도율 벡터 σ 의 차수 N)의 증가와 더불어 영상 복원 알고리즘의 계산량은 기하급수적으로 증가함에도 불구하고 해의 수렴성은 급격히 감소하는 데 있다. 한편 물체 중앙의 작은 부위의 전도율 변화는 경계전압의 변화에 미치는 영향이 매우 작기 때문에 대상의 중심 부위에 있는 작은 요소는 그 전도율의 값을 정확히 복원하기가 매우 어렵다. 그런데 이상 유동장 같은 경우는 2개의 전도도 값밖에 없기 때문에 grouping 방법을 이용하면 계산 시간을 줄일 수 있고 영상도 더 선명하게 할 수 있다.

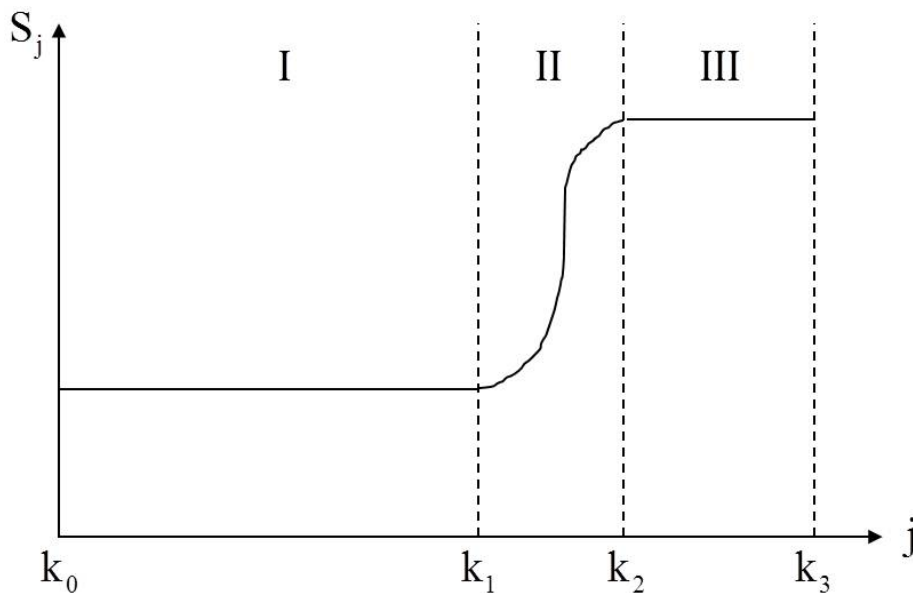


Fig. 4.17. Idealized distribution of conductivity.

Gauss-Newton 반복 연산이 발산하지 않고 어느 정도 수렴이 진전된 경우, Newton 연산의 각 미지수의 수렴 성향은 다음과 같은 두 가지의 수렴 성향을 보인다. 즉, 어느 미지수들은 비교적 쉽게 참값에 수렴되거나 거의 수렴되어 가는 상태인 반면에, 나머지 다른 미지수들에서는 참값과는 매우 동떨어진 값으로 수렴, 발산 혹은 진동하는 성향을 보인다. 따라서, 비록 수렴되지 않는 Gauss-Newton 연산 결과이더라도 이로부터 크기 순으로 재정렬하여 얻은 전도율 분포를

$S_j (j=1, \dots, N)$ 라 하면 이들의 일반적인 분포 곡선은 대략 그림 4.17와 비슷한 형상이 된다. 여기서 영역 I 및 III에 속하는 전도율을 갖는 요소들은 각각 BaseGroup 그룹(water) 및 ObjectGroup 그룹(bubbles)에 속할 가능성이 크다고 가정한다.

반면에, 영역 II는 천이영역(transient region)으로 AdjustGroup 그룹으로 분류하기로 한다. 이같은 분류는 천이영역을 무시한 기존 연구를 더욱 일반화시킨 것으로 이상뿐만 아니라 다상유동의 해석에도 적용될 수 있다.

이렇게 grouping 방법을 풀기 위해서 다음과 같은 목적함수를 제안하였다..

$$\text{Find } X = \{\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \bar{\sigma}_3, k_1, k_2\} \quad (4.25)$$

$$\text{subject to } D = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=k_{i-1}}^{k_i} (s_j - \bar{\sigma}_i)^2, k_0 = 1, k_3 = N \quad (4.26)$$

위 목적함수를 풀 때 Jacobian을 계산할 수 없기 때문에 확률통계론적 탐색방법에 근간을 두고 있는 GA(Genetic algorithm)이나 SA(Simulated Annealing) 방법이 제안되었다[Kim 외, 2004]. 본 논문에서는 새로운 방법으로 PSO 알고리즘을 사용하였다.

본 논문에서는 PSO 알고리즘을 적용한 grouping 방법으로 수치 실험을 수행하였다. 그림 4.18은 영상 복원을 하기 위한 3개의 target을 보여 주고 있다. 그림 4.17의 결과는 다음과 같은 방법을 통해서 얻을 수 있었다.

GN 법으로 모든 요소의 전도도 값을 계산하기를 i 번 반복 → grouping 방법으로 grouping을 ii 번 반복 → CGM 방법으로 iii 번 반복 → grouping ...

본 논문에서는 i=20회, ii=10회, iii=5회 계산을 수행 하였다. 본 시뮬레이션에 사용

한 noise 값은 1%이다.

Table 4.2. Numerical Scenarios for grouping method.

target	시나리오 1		시나리오 2	
	위치	반지름	위치	반지름
A	(-1.5, -2.5)	0.8	(-1.5, -2.5)	0.5
B	(2.5, 1)	0.5	(1.5, 2)	0.5
C	(0, 0)	1	(0, 0)	1

시나리오 1은 그림 4.18에서 보는 것처럼 각 target 사이의 간격이 넓은 경우라 할 수 있다. 영상 복원의 경우(그림 4.19) 3개의 target이 뚜렷하게 크거나 위치를 구별할 수 있다. 단 중심의 target의 경우 모양의 왜곡이 있음을 알 수 있다. True

값과의 오차는 $ERR = \frac{\|U - V\|}{\|V\|}$ 로 계산 하였고 그림 4.22을 통해 볼 수 있다. 시나

리오 2의 경우는 2개의 target이 서로 인접한 경우 시뮬레이션을 수행 한 것이다 (그림 4.21). 그림 4.21과 23은 grouping을 통한 영상 복원 결과와 오차를 나타낸다.

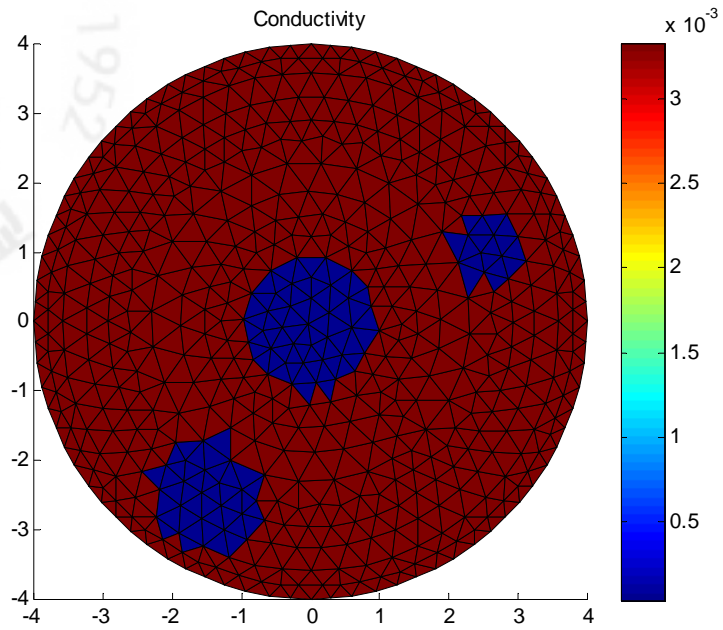


Fig. 4.18. The location of true targets (scenario 1).

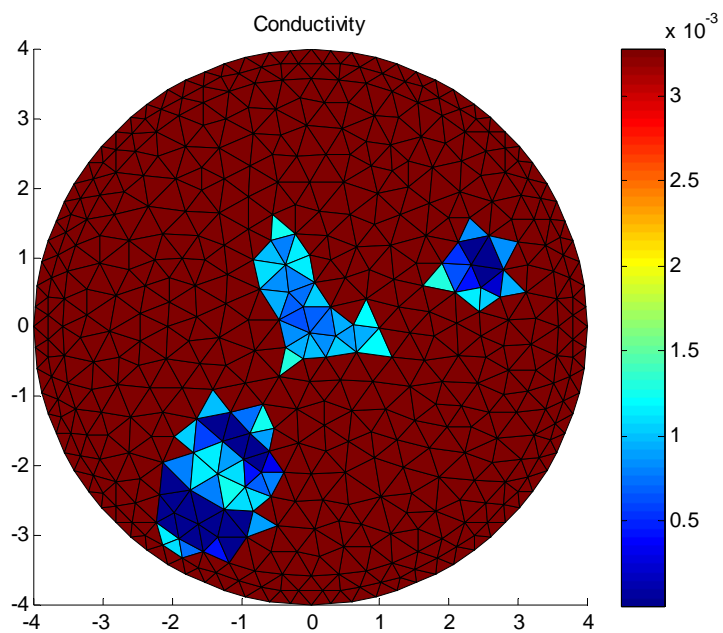


Fig. 4.19. The estimated targets using PSO and grouping method (scenario 2).

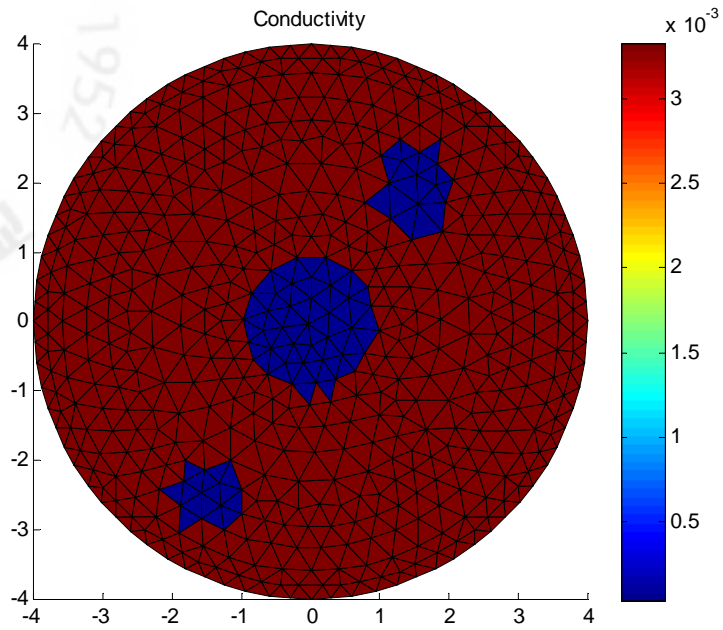


Fig. 4.20. The location of true targets (scenario 2).

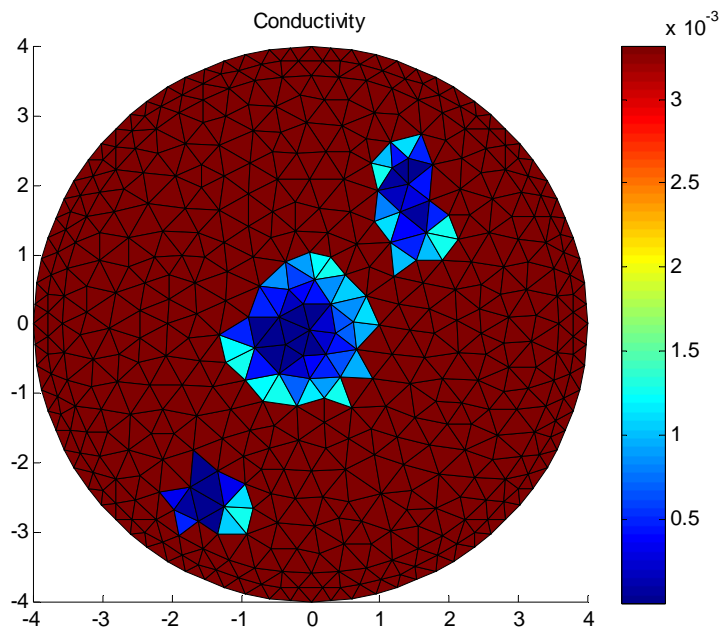


Fig. 4.21. The estimated targets using PSO and Grouping method (scenario 2).

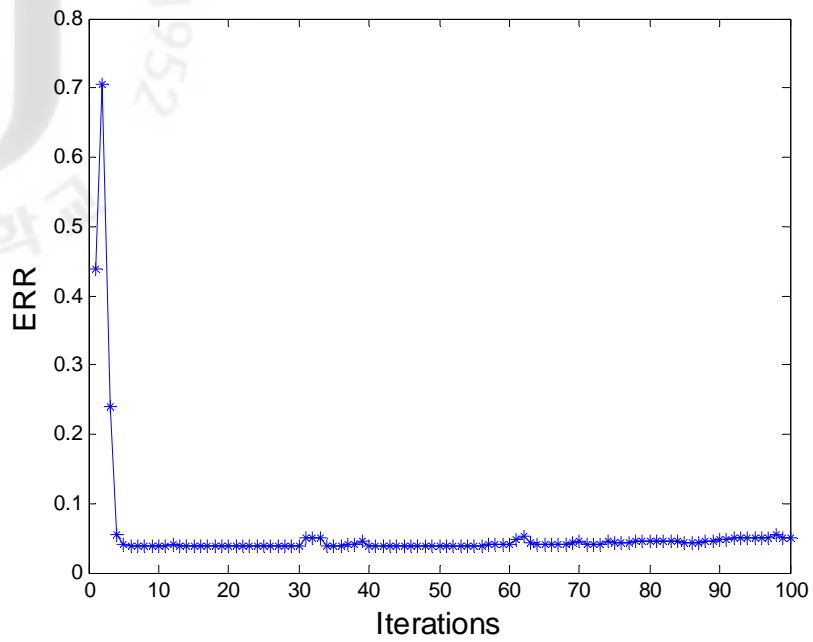


Fig. 4.22. The RMSE value for the grouping method (scenario 1).

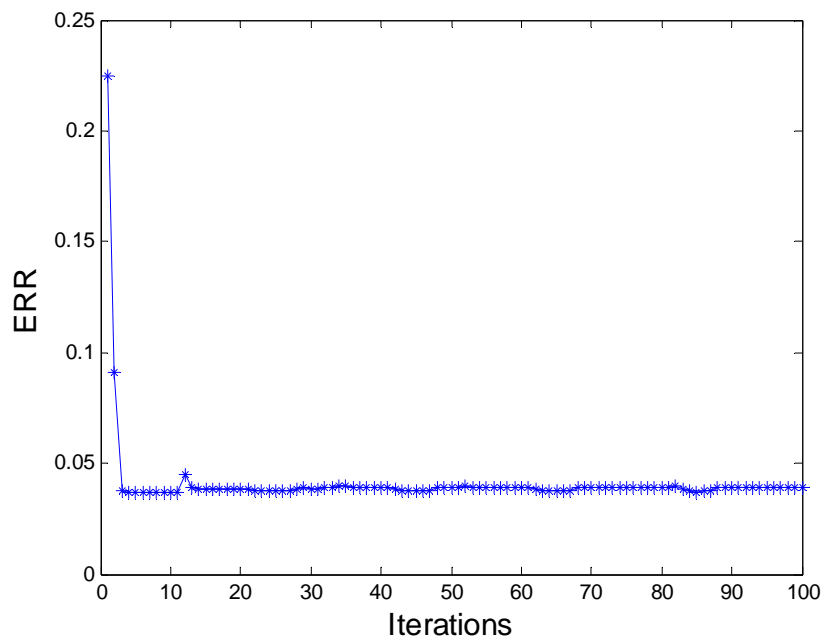


Fig. 4.23. The RMSE value for the grouping method (scenario 2).

4.2. 동적 영상복원 알고리즘

4.2.1. 개요

전기 임피던스 단층촬영법의 영상 복원 방법은 크게 두 가지로 분류될 수 있다. 그 하나는 지금까지 연구의 대부분을 차지하는 정적(static)복원 방법인데, 이는 경계면에 주입한 한 프레임(1 frame) 동안의 모든 독립적인 전류패턴에 의해 유겨된 모든 전압 값을 측정 후 컴퓨터의 메모리에 저장하여 off-line으로 전도율의 분포를 추정한다. 정적 복원 방법은 모든 전류 패턴을 적용하기 때문에 측정 정보가 풍부하므로 추정 정확도는 개선되지만, 컴퓨터의 계산부담(computational load)이 많아 영상복원이 느리다. 특히, 한 프레임의 전압값을 측정하는 동안에 내부의 전도율 분포가 급변하는 경우에는 좋은 영상을 복원 하기 힘들다.

최근에 부분적으로 시도되고 있는 동적(dynamic)복원 방법으로, 이는 경계면에 모든 패턴의 전류를 주입하는 것이 아니라, 전도도가 변하지 않을 동안의 수개 패턴의 전류를 주입하고 유지되는 전압 값을 이용하여 영상 복원을 하면 줄어 든 전류 패턴의 수만큼 시간을 단축 할 수 있기 때문에 동적인 변화를 따라 갈 수 있다.

지금까지 제시된 대표적인 연구 결과로 처음에 Vauhkonen 등[Vauhkonen 외, 1998]이 선형화된 Kalman 필터 (linearized Kalman filter;LKF)를 이용한 동적 EIT 영상 복원 알고리즘을 제안 하였고 Kim 등은 확장 Kalman 필터(extended Kalman filter)를 이용한 동적 EIT 영상 복원 알고리즘을 제안 하였다[Kim 등, 2001]. Vauhkonen 등은 표적 내부의 전도율의 비선형 함수로써 기술되는 경계면의 전압을 특정한 (nominal) 전도율 값에 대하여 선형화하여 측정 방정식을 구하고, random walk 모델을 이용하여 상태방정식을 구하였다, 이러한 동적 모델을 근거로 LKF를 설계

함으로써 동적 EIT 영상복원 알고리즘을 제안하였다. LKF는 오차 공분산 행렬 (error covariance matrix) 및 Kalman 이득행렬(gain matrix)을 미리 off-line으로 계산할 수 있는 장점이 있으나, 실제 상황에서 선형화하기 위한 특정한 전도율 값을 찾기가 쉽지 않고, 시간에 따른 표적의 전도율 분포의 변화가 심한 경우 추정 성능이 저하되는 단점이 있다.

한편, 실제 상황에서 EIT 영상복원 알고리즘은 비선형 특성의 선형화에 따른 모델링 오차 (modeling error), 측정전압의 낮은 신호 대 잡음 비율(SNR) 및 Hessian 행렬의 비정치성(ill-posedness) 특성들 때문에 만족스러운 영상을 얻기가 쉽지 않다. 특히, Hessian 행렬의 비정치성은 역행렬 계산시 부정확한 결과를 초래할 수 있으며, 표적 내부의 전도율 분포를 반복적으로 추정하는 역문제 알고리즘이 전혀 엉뚱한 값에 수렴할 수도 있다. 이러한 Hessian 행렬의 비정치성문제를 해결하기 위해 다양한 regularization 방법을 제시해 왔으며, 아직도 계속 논쟁의 대상이 되고 있다. 근본적으로 regularization 방법은 Hessian 행렬의 최대 고유치와 최소 고유치의 비로 정의되는 condition number의 크기를 줄여줌으로써 반복적인 역행렬 계산을 보다 정확하게 하는데, Murai 등[Murai와 Kagawa, 1985]은 SVD(singular value decomposition) 법을 사용했으며 Akaike[Akaike, 1974]는 Hessian 행렬의 매우 작은 고유치들을 소거하면서 condition number를 줄이는 방법을 사용했다. Levenberg[Ovacik와 Jones, 1998]는 SVD 방법보다 더 나은 영상 복원을 수행하는 행렬계수(matrix coefficient) 법을 소개하였다. 최근에, Cohen-Bacrie [Cohen-Bacrie 등, 1997] 등은 variance uniformization constraint를 이용한 또 다른 regularization 법을 제안했고, Vauhkonen 등[Vauhkonen, 1997 ; Vauhkonen 등, 1998 ; Vauhkonen 등, 1996]은 Tikhonov regularization 법과 subspace regularization 기법을 사용하여 부분적으로 좋은 결과를 얻었다.

이상 유동장이나 다상 유동장에서 기포(bubble)의 발생, 움직임 및 사라짐 등과 같은 현상들은 시간적 및 공간적으로 랜덤(random) 하게 진행될 뿐만 아니라, 그 변화 또한 매우 급작스럽게 진행된다. 이와 같은 실제의 많은 경우에 있어서 대상 목표물 내부의 전도율 분포가 매우 빠르게 변하는 경우에 있어서, 1 프레임 동안의 모든 주입전류에 대한 측정전압 데이터를 취득하여 오프라인으로 전도율 분포를 추정하는 기존의 Gauss-Newton 형의 정적 복원 알고리즘 [Barber와 Brown, 1984 ; Yorkey 등, 1987]에서는 전도율 분포의 빠른 변화에 대한 정보 (temporal information)를 얻기가 힘들다. 따라서, 대상 표적의 내부 전도율 분포가 급변하는 경우에 적합한 동적 영상복원 알고리즘을 기술할 필요가 있다. 동적 영상복원 알고리즘에서는 전극을 통하여 전류를 한번 주입하고 유기되는 전압으로부터 온라인으로 내부의 전도율 분포를 추정하는 과정을 모든 전류패턴에 대하여 반복 수행함으로써, 전도율의 빠른 변화에 대한 정보를 추정할 수 있다. 표적 내부의 전도율의 비선형 함수로써 기술되는 경계면의 전압을 반복연산 과정에서 갱신되는 전도율 값에 대하여 선형화하여 얻은 측정방정식과, random walk 모델을 이용하여 구한 상태방정식으로 구성되는 동적 모델을 근거로, 시간에 따라 변하는 표적의 전도율 분포를 동적으로 추정하기 위한 확장 Kalman filter(extended Kalman filter: EKF)를 설계한다[Kim 등, 2001].

4.2.2. 확장 Kalman 필터(Extended Kalman Filter: EKF)

미지 표적의 전도율 분포 $\sigma_k \in \mathfrak{R}^N$ 을 시스템의 상태변수(state variable)로 설정하면, 이산시간 상태방정식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\sigma_{k+1} = F_k \cdot \sigma_k + w_k \quad (4.27)$$

여기서, $F_k \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ 은 상태 천이행렬(state transition matrix)이며 N 은 FEM 요소

(element) 수이다. 이때, $F_k = I_N$ 이면 random walk 모델이 된다. 한편, $w_k \in \mathfrak{R}^N$ 은 다음과 같은 공분산을 갖는 백색 가우시안(white Gaussian) 프로세스 잡음이라 가정한다.

$$\Gamma_k^w = E[w_k \cdot w_k^T] \quad (4.28)$$

k 번째 주입되는 전류패턴 $I_k \in \mathfrak{R}^L$ (L ; 표적 경계면의 전극 수)에 의해 유기되는 측정 전압을 $U_k \in \mathfrak{R}^L$ 라고 두면, 측정 방정식은 다음과 같이 표적 내부의 전도율 분포의 비선형 함수로 기술할 수 있다.

$$U_k = V_k(\sigma_k) + v_k \quad (4.29)$$

여기서, $v_k \in \mathfrak{R}^L$ 은 다음과 같은 공분산을 갖는 백색 가우시안 측정잡음이라 가정한다.

$$\Gamma_k^v = E[v_k \cdot v_k^T] \quad (4.30)$$

식 (4.31)을 반복 연산과정에서 갱신되는 전도율 분포 값, $\sigma_{k|k-1}$ 에 대해 테일러 전개(Taylor's expansion)하면 다음과 같이 선형화할 수 있다.

$$U_k = V_k(\sigma_{k|k-1}) + J_k(\sigma_{k|k-1}) \cdot (\sigma_k - \sigma_{k|k-1}) + v_k \quad (4.31)$$

여기서, $J_k \in \mathfrak{R}^{L \times N}$ 은 다음과 같이 정의되는 Jacobian 행렬이다.

$$[J]_{i,j} \equiv \frac{\partial V_i}{\partial \sigma_j} \quad i = 1, 2, \dots, L, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (4.32)$$

식 (4.33)에서 pseudo-measurement y_k 를 다음과 같이 정의하면,

$$y_k \equiv U_k - V_k(\sigma_{k|k-1}) + J_k(\sigma_{k|k-1}) \cdot \sigma_{k|k-1} \quad (4.33)$$

Pseudo-measurement는 다음과 같다.

$$y_k \equiv J_k(\sigma_{k|k-1}) \cdot \sigma_k + v_k \quad (4.34)$$

따라서, EKF를 설계하기 위한 동적 모델은 식(4.27)의 상태 방정식과 (4.33)의 pseudo measurement로 구성된다.

- 측정갱신 단계

$$G_k = C_{k|k-1} \cdot H_k^T \cdot [H_k \cdot C_{k|k-1} \cdot H_k^T + \Gamma_k]^{-1} \quad (4.35)$$

$$C_{k|k} = (I - G_k \cdot H_k) \cdot C_{k|k-1} \quad (4.36)$$

$$\sigma_{k|k} = \sigma_{k|k-1} + G_k \cdot (\bar{y}_k - H_k \cdot \sigma_{k|k-1}) \quad (4.37)$$

- 시간갱신 단계

$$C_{k+1|k} = F_k \cdot C_{k|k} \cdot F_k^T + \Gamma_k^w \quad (4.38)$$

$$\sigma_{k+1|k} = F_k \cdot \sigma_{k|k} \quad (4.39)$$

식(4.35)은 Kalman 이득 $G_k \in R^{N \times (L+N)}$ 을 구하는 과정이며, 식(4.36)는 측정갱신된 오차 공분산 행렬 $C_{k|k} \in R^{N \times N}$ 을, 식(4.37)는 측정갱신된 전도율의 추정 값 $\sigma_{k|k} \in R^{N \times 1}$ 을 구하는 과정이다. 이 세 개의 식은 측정갱신단계를 구성하며, 시간 갱신된 값과 실제 측정된 전압 값을 이용하여 계산된다. 한편, 식(4.38)은 시간 갱신된 전도율의 추정 값 $\sigma_{k+1|k} \in R^{N \times 1}$ 를 구하는 과정이다. 이 두 개의 식은 시간

갱신 단계를 구성하며, 대상 표적에 대한 상태방정식과 측정갱신된 값을 이용하여 구한다.

위에서 설명한 식 5개는 표적의 전도율 분포를 추정하기 위한 EKF를 구성하며, 초기조건, σ_{10} 및 C_{10} 를 설정하여 $k=1$ 부터 rK (K ; 주입되는 전류패턴의 수, r ; 프레임 수)까지 반복 수행한다.

4.2.3. Spatial Regularization

식(4.27) 및 (4.34)으로 구성되는 동적 모델에 대한 EKF는 다음과 같이 설정되는 비용함수를 최소화(Minimization)하는 σ_k 를 구하는 가중 최소자승 추정(weighted least-square estimation) 법으로 요약될 수 있다.

$$J(\sigma_k) = \frac{1}{2} \left\{ \left\| \sigma_k - \sigma_{k|k-1} \right\|_{C_{k|k-1}} + \left\| y_k - J_k(\sigma_{k|k-1}) \right\|_{\Gamma_v^{-1}} \right\} \quad (4.40)$$

여기서, $C_{k|k-1} \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ 은 다음과 같이 정의되는 오차 공분산 행렬(error covariance matrix)이다.

$$C_{k|k-1} = E \left[(\sigma_k - \sigma_{k|k-1})(\sigma_k - \sigma_{k|k-1})^T \right] \quad (4.41)$$

한편, 이때 설계된 EKF는 Kalman 이득행렬 계산시에 행렬의 비정치성 문제가 발생하므로 비용함수에 다음과 같은 제약조건(constraint)을 추가한 spatial regularization 기법을 사용한다.

$$J_\alpha(\sigma_k) = \frac{1}{2} \left\{ \left\| \sigma_k - \sigma_{k|k-1} \right\|_{C_{k|k-1}} + \left\| y_k - J_k(\sigma_{k|k-1}) \right\|_{\Gamma_v^{-1}} + \alpha \left\| R \sigma_k \right\| \right\} \quad (4.42)$$

여기서, α 는 regularization 파라미터이고 $R \in \mathfrak{R}^{N \times N}$ 는 regularization 행렬이며, 본

연구에서는 일반화된 Tikhonov 기법(generalized Tikhonov technique : GTT)을 사용하였다. GTT에서는 FEM의 인접한 각 요소들 사이에 smoothness 가정을 전제로 다음과 같이 Regularization 행렬을 구한다.

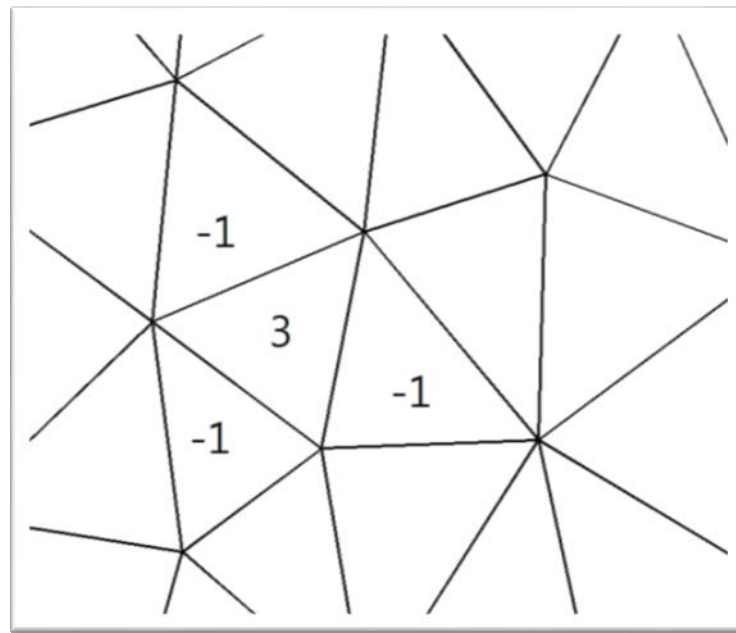


Fig. 4.24. Generalized Tikhonov-type regularization in the domain.

$$R_i = [0, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0, 3, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0] \quad (4.43)$$

여기서 R_i 는 행렬 R 의 i 번째 row이고, 3은 i 번째 column에 위치하며, -1은 FEM mesh에서 i 번째 요소와 인접하는 요소들의 위치에 있게 된다(그림 3.24). 만일 j 번째 요소가 FEM의 가장자리에 위치하면 인접하는 요소들이 2개뿐이므로 위의 식은 (3.41)과 같이 바뀌게 된다.

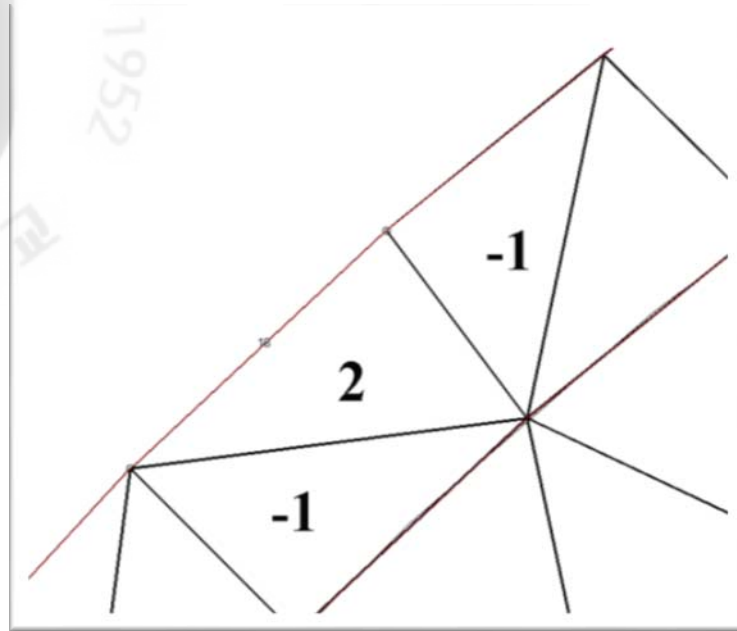


Fig. 4.25. Generalized Tikhonov-type regularization on the boundary

$$R_j = [0, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0, 2, 0, \dots, 0, -1, 0, \dots, 0] \quad (4.44)$$

여기서도 마찬가지로 2는 j 번째 column에 위치하며, -1은 FEM mesh에서 j 번째 요소와 인접하는 요소들의 위치에 있게 된다(그림 4.25).

확장된(augmented) pseudo measurement $\bar{y}_k \in R^{(L+N) \times 1}$ 및 pseudo measurement 행렬

$H_k \in R^{(L+N) \times N}$ 을 다음과 같이 정의하면,

$$\bar{y}_k \equiv \begin{pmatrix} y_k \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

$$H_k \equiv \begin{pmatrix} J_k \\ \sqrt{\alpha} \cdot R \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

다음과 같은 확장된 pseudo-measurement 방정식을 얻을 수 있다.

$$\bar{y}_k = H_k \sigma_k + \bar{v}_k \quad (4.47)$$

여기서, \bar{v}_k 역시 백색 가우시안 잡음이며, 공분산 행렬, $\Gamma_k \in \mathbf{R}^{(L+N) \times (L+N)}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$E[\bar{v}_k \bar{v}_k^k] \equiv \Gamma_k \quad (4.48)$$

여기서,

$$\Gamma_k \equiv \text{BlockDiag}[\Gamma_k^v, I_N] \quad (4.49)$$

따라서, 식(4.50)의 비용함수는 다음과 같이 표현된다.

$$J_\alpha(\sigma_k) = \frac{1}{2} \left\{ \|\sigma_k - \sigma_{k|k-1}\|_{C_{k|k-1}^{-1}} + \|\bar{y}_k - H_k(\sigma_{k|k-1}) \cdot \sigma_k\|_{\Gamma_v^{-1}} \right\} \quad (4.50)$$

4.2.4. EKF를 이용한 기포의 운동에 관한 영상복원

본 수치 실험에서는 기포가 수직으로 상승할 때, 특정 위치의 단면에서 측정된 전기적 신호를 이용해서 영상복원을 하였다. 그림 4.26은 구형의 기포를 나타낸다.

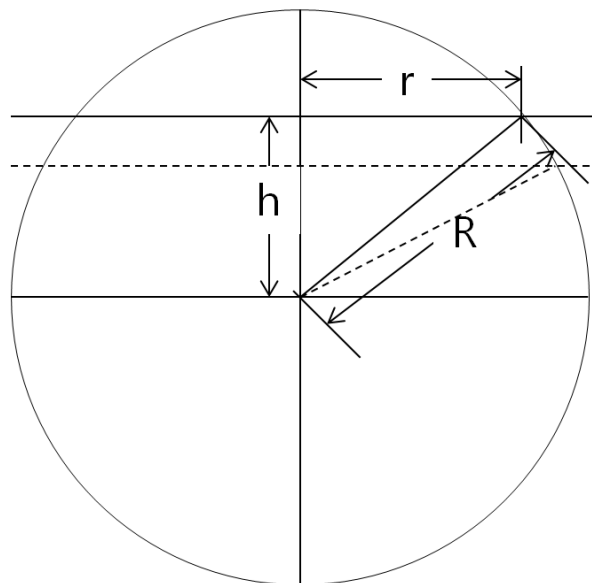


Fig 4.26. Spherical gas bubble.

구형 기포의 운동과 관련한 방정식은 다음과 같다[D. D. Joseph와 J. Wang, 2005].

$$U = \frac{R^2 g}{9\nu} \left(1 - e^{-\frac{18\nu t}{R^2}} \right) \quad (4.51)$$

여기서 U 는 기포의 속도, R 은 기포의 반경이고 g 는 중력가속도이며 ν 는 동점성계수다. 기포가 수직으로 상승한다고 가정할 때 기포와 관측 영역의 단면이 닿는 반지름(Δr)과 시간(Δt) 사이의 관계는 다음 식과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta r = \frac{Uh}{r} \Delta t \quad (4.52)$$

다음과 같은 조건으로 영상 복원을 수행하였다.

수치해석을 수행하기 위한 조건들

- 파이프의 반경: 4
- 전극의 개수: 16
- 전극의 폭: 0.6
- 전류주입 패턴: Opposite, Trigonometry, Adjacent 패턴.

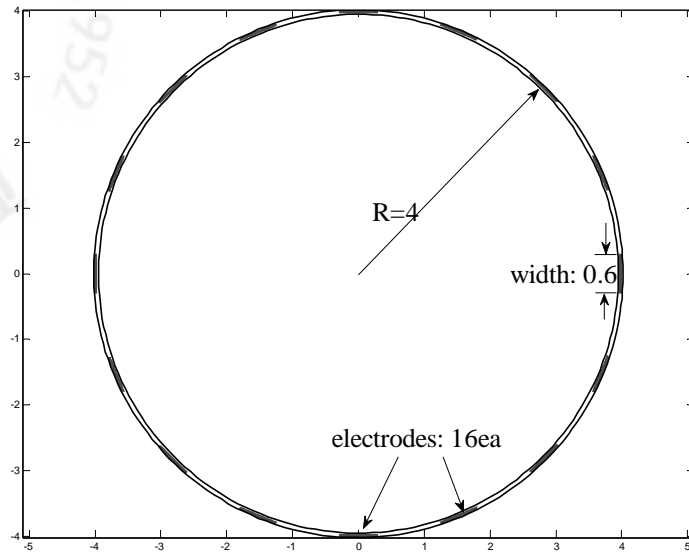
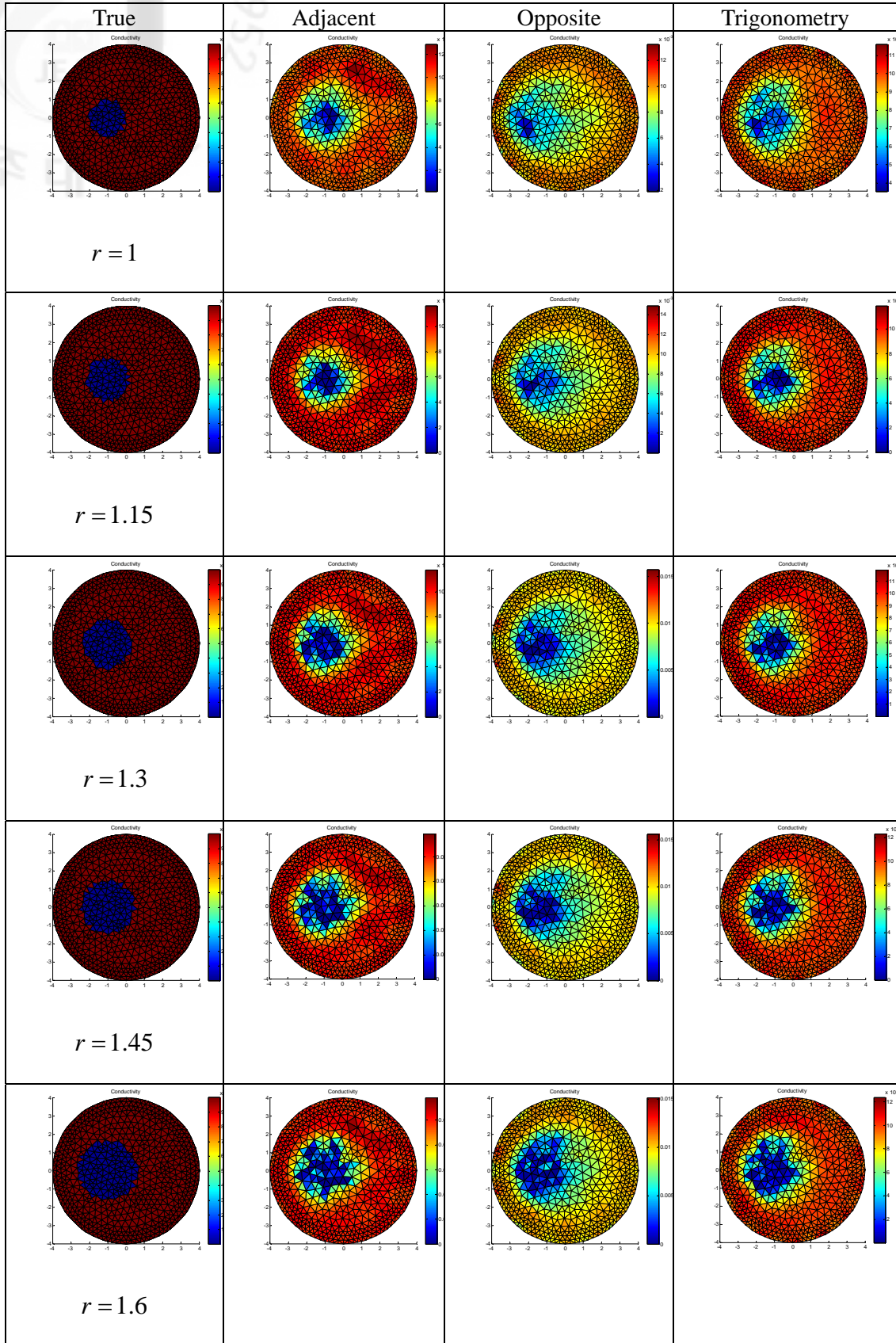


Fig 4.27. Geometry of the sensor.

표 4.3은 구형 기포가 상승할 때의 수치해석 결과를 보여 준다. 본 수치 실험에서 사용한 조건은 다음과 같다.

- 구형 기포의 반지름: 1.6
- 전류 패턴: adjacent, opposite, trigonometry
- 측정 회수: 10
- 단면에 닿는 반지름의 변화율: 0.15
- Noise: 1%

Table 4.3. Reconstructed images for rising bubble.



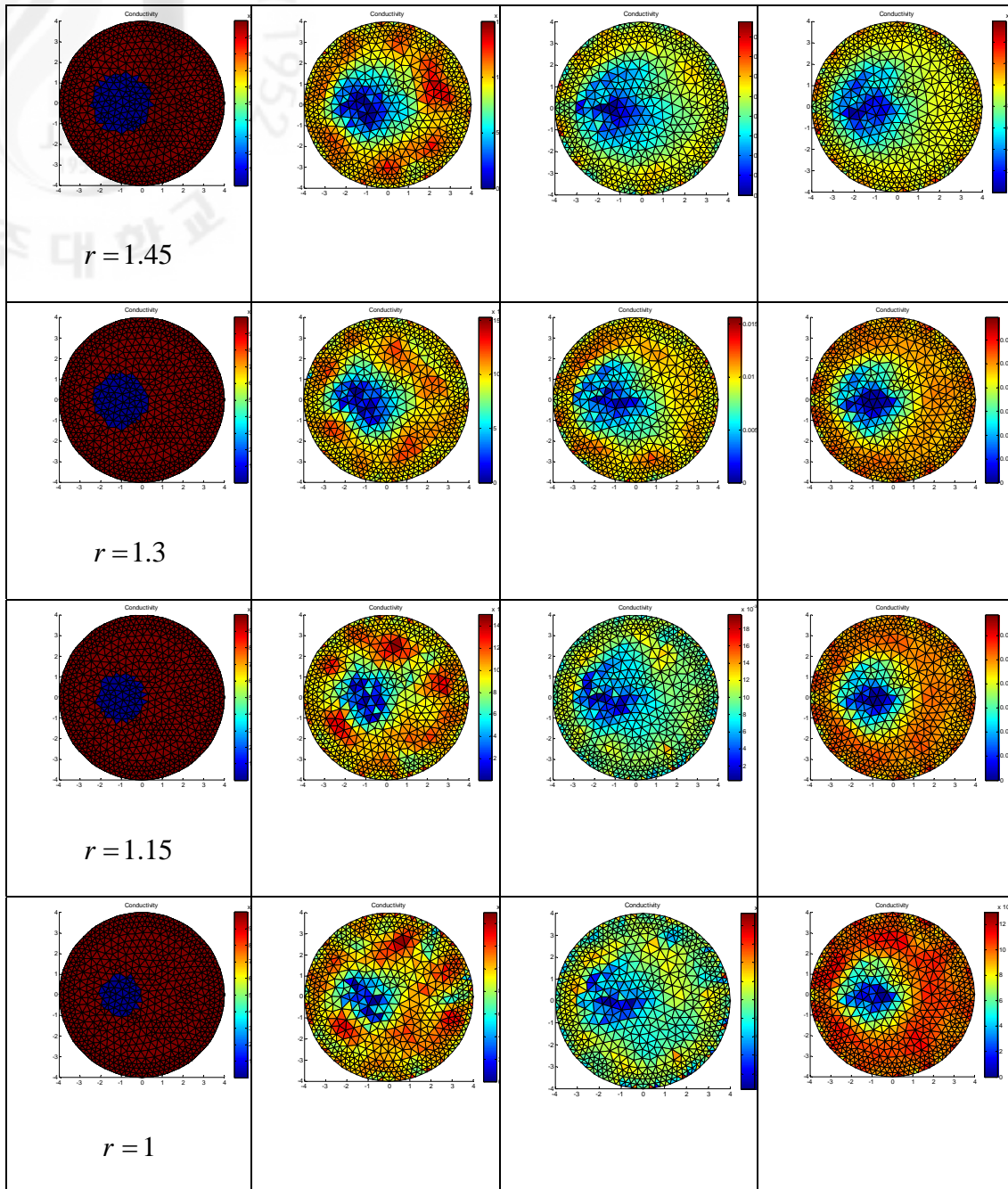


표 4.3에서 보는 것처럼 기포의 크기가 증가함에 따라 이미지의 복원이 되고 있음을 알 수 있다. 그림 4.28은 단면에 닿는 기포의 크기가 증가할 때의 각 전류 패턴에 대한 RMSE 값을 나타낸다. 반대로 그림 4.29는 기포의 크기가 감소하는 경우에 대한 RMSE 값을 나타낸다. 이 수치 실험에서 RMSE는 다음과 같다. 전반적으로 Trigonometry가 좋은 결과를 보이고 있음을 알 수 있다.

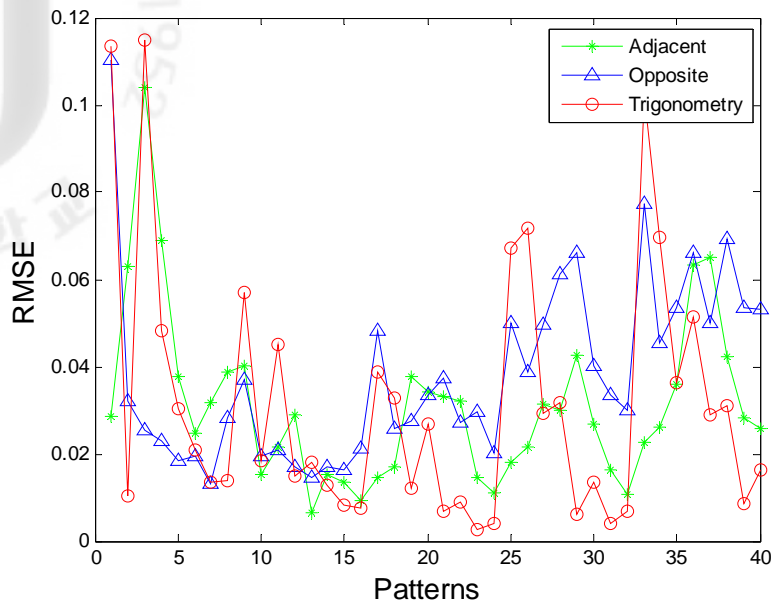


Fig. 4.28. Comparison of RMSE values for different current patterns in case of increase in bubble size

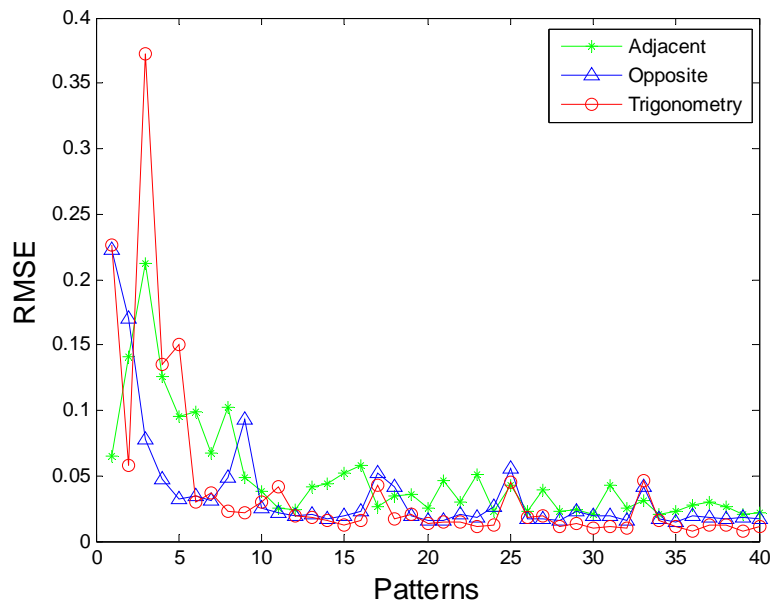


Fig. 4.29. Comparison of RMSE values for different current patterns in case of decrease in bubble size

$$RMSE = \frac{\|\sigma_{esti} - \sigma_{true}\|}{\|\sigma_{true}\|} \quad (4.6)$$


5. 결 론

본 연구에서는 상용 프로그램과 연동하여 접촉저항을 고려한 완전전극모델의 EIT 전산해석체계를 개발 하였다. 본 연구에서 개발한 전산해석체계는 상용 프로그램과 연동할 수 있도록 개발 되었기 때문에 격자 구조 생성 및 계산 시간을 절약할 수 있었고 복잡한 기하 구조를 갖는 문제에 적용할 수 있었다.

본 연구를 통해서 개발한 전산해석체계를 EIT의 정문제를 통해 얻은 결과를 엄밀해와 기존의 알고리즘들과 비교해서 검증하였다. 검증결과로 관심 영역 내부가 균질한 경우 엄밀 해와의 오차가 0.6% 이내로 잘 일치한다는 것을 알 수 있었다. 또한 비균질한 경우 역시 0.7% 정도의 오차를 보여 1% 내로 적은 오차를 갖는다는 것을 확인하였다. 또한 본 연구를 통해 개발한 전산해석체계는 상용 소프트웨어와 연동하여 격자를 생성하기 때문에 현재 많이 사용하고 있는 격자 생성 알고리즘에 비해 계산 시간을 30배 이상 단축할 수 있음을 확인하였다. 또한 본 연구에서는 개발한 전산해석체계가 복잡한 기하구조에 적용 가능한지를 확인하기 위해, 이상 유동장 내부에 터빈 날개가 있는 구조를 적용하여 영상 복원 문제를 풀었고 RMSE 값이 0.01이하에서 수렴한다는 것을 확인하였다.

또한 본 연구에서는 개발한 전산해석 체계를 다양한 전기 임피던스 단층 촬영 문제에 적용하였다. 즉, 전기 임피던스 단층 촬영 기법에 있어 대표적인 문제라 할 수 있는 정적 문제와 동적 문제에 본 연구에서 개발한 전산해석체계를 적용하였다. 정적 문제로는 Gauss-Newton(GN), Conjugate Gradient Method(CGM), Particle Swarm Optimization(PSO), 격자 Grouping 등과 같은 알고리즘을 적용하여 다양한 문제를 설정하여 영상복원을 하였다. 더 나아가 GN 법과 CGM 법을 혼합하는

방법으로 기존의 영상복원 기법보다 더 좋은 결과를 얻을 수 있었고 PSO 기법을 적용한 격자 Grouping 법을 새롭게 제안하였다. 또한 동적 문제를 풀기 위해 확장 Kalman 필터(Extended Kalman Filter)를 본 연구에서 개발한 전산해석체계에 적용하여 수직 상승하는 기포 거동에 대한 해석을 수행하였다.



요약문

전기 임피던스 단층 촬영법(Electrical Impedance Tomography: EIT)은 물체의 경계에서 측정된 전압값을 이용하여 다양한 영상 복원 알고리즘을 통해 물체 내부의 저항률 또는 전도율 분포를 재구성하는 기법으로 의학, 화학 공정 및 이상 유동 거동 예측 등에 적용되었다.

하지만 전기 임피던스 단층촬영 해석에서 주로 다음과 같은 두 가지의 어려움이 있다. 첫째, 복잡한 기하구조를 만들기가 어려워 실제적인 문제에 적용하는데 한계점이 있다. 둘째, 격자생성 및 배열이 어렵고 많은 수의 요소를 생성하는 경우 시간이 많이 소요된다. 이에 반해, 상용소프트웨어를 이용하면 편리하게 복잡한 기하구조 및 격자 생성을 구현할 수 있다.

본 연구에서는 이런 문제점들을 극복하기 위해 유한요소법(Finite Element Method; FEM) 기반 상용소프트웨어인 COMSOL Multiphysics와 자체 개발한 전산해석체계를 연동하여, 전기 임피던스 단층촬영 기법에 적용할 수 있는 통합적인 알고리즘을 개발하였다.

우선 본 연구에서 개발한 전산해석체계의 신뢰성을 확인하기 위해 정문제(Forward Problem) 계산 결과를 엄밀해, 현재 널리 사용하고 있는 전기 임피던스 단층촬영 해석 패키지인 EIDORS 및 경계요소법(Boundary Element Method; BEM)의 해와 비교하였다.

앞서 언급한 두 가지 문제점에 대한 용이성을 파악하기 위해 첫 번째로 현재 많이 사용되고 있는 격자생성프로그램인 QMG와 격자생성 시간을 비교하였고 이

와 함께, 이상유동장 내부에 터빈 날개가 있는 구조를 고려하여 복잡한 형상에 대한 적용 가능성을 평가했다.

본 연구에서 개발한 전산해석체계를 전기 임피던스 단층 촬영기법의 정적 문제와 동적 문제에 적용하였다. 즉, 잘 알려진 역문제(Inverse problem) 알고리즘인 Gauss-Newton(GN), Conjugate Gradient Method(CGM), Particle Swarm Optimization(PSO), 격자 Grouping 법 등을 본 연구에서 개발한 전산해석체계에 적용하여 다양한 정적 문제에 대한 영상복원 결과를 얻었다. 이와 유사하게 동적 영상 복원을 위해 확장 Kalman 필터를 전산해석체계에 적용하여 기포의 거동에 대한 해석을 수행하였다.

본 연구는 크게 다음과 같이 네 부분으로 구성된다. 1장에서는 전기 임피던스 단층촬영 기법에 대한 간략한 소개를, 2장에서는 전기 임피던스 단층촬영 기법을 기술하기 위한 수학적 배경을 다룬다. 3장에서는 본 연구에서 개발한 전산해석 체계에 대한 기술적 부분과 함께 검증 결과를 제시하고, 4장에서는 다양한 역문제 알고리즘을 본 연구에서 개발한 전산해석 체계에 적용하여 얻은 정적문제 및 동적문제에 대한 영상복원 결과를 소개한다.

참고문헌

- Aku S., 2005, "State estimation in process tomography," PhD thesis, Univ. of Kuopio, Finland
- Akaike, H., 1974, "A New Look at Statistical Model Identification," IEEE Transactions on Automatic Control, 19(6), 716-723.
- Alifanov, O.M., 1974, "Inverse Heat Transfer Problems," Springer-Verlag, New York.
- Barber, D.C., and Brown, B.H., 1984, "Applied potential tomography," J. Phys. E., Sci. Instrum., 17, 723-733.
- Cheng, K.S., Isaacson, D., Newell, J.C., and Gisser, D.G., 1989, "Electrode models for electrical current computed tomography," IEEE Trans. Biomed. Eng., 36, 918-924.
- Cohen-Bacrie, C., Goussard, Y., Guardo, R., 1997, "Regularized Reconstruction in Electrical Impedance Tomography Using a Variance Uniformization Constraint," IEEE Transaction on Medical Imaging, 16(5), 170-179.
- COMSOL AB, COMSOL Multiphysics User's Guide, 2008. (<http://www.comsol.com>)
- COMSOL AB, COMSOL Multiphysics MATLAB Interface Guide, 2008. (<http://www.comsol.com>)
- Dai, T., "Image Reconstruction in EIT Using Advanced Regularization Frameworks," Ph. D., Caletun Univ., Canada.
- Daniel, J.W., 1971, "The approximate Minimization of Functionals," Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs.
- Huang, C. H., Lo, H. C., 2005, "A three-dimensional inverse problem in predicting the heat fluxes distribution in the cutting tools," Numerical Heat Transfer, Part A, 48: 1009-1034.
- Issacson D and Cheney M, 1990, "Current problems in impedance imaging In Colton D, Ewing R and Rundell W, editors", Inverse problems in partial differential equations chapter 9 pages 141-149 SIAM Philadelphia
- Joseph, D.D., Wang, J., 2005, "The motion of a spherical gas bubble in viscous potential flow"
- Kennedy, J., and Eberhart, R.C., 1995, "Particle swarm optimization." Proc. IEEE Int. Conf. on Neural Network (Perth, Australia), IEEE Service Center, Piscataway, NJ, IV: 1942-1948
- Kim, K.Y., Kim, B.S., K, M.C., Lee, Y.J., and Vauhkonen, M., 2001, "Image reconstruction in time-varying electrical impedance tomography based on the extended Kalman filter," Meas. Sci. Technol., 12.

Kim, M.C., Kim, S., Lee, K.J., and Kim, K.Y., 2004, "Improvement of the electrical impedance tomography image for the two-phase system with adaptive element grouping technique," *Meas. Sci. Technol.* 15, 1391-1401.

Malmivuo J. and Plonsey R., 1995, "Bioelectromagnetism.", Oxford university press New York

Mitchell, S. and Vavasis, S., 2000, "Quality Mesh Generation in Higher Dimesions," *SIAM J. Comput.* 29, 1334-1370.

Murai, T., and Kagawa, Y., 1985, "Electrical impedance computed tomography based on a finite element model," *IEEE Trans. On Neural Networks*, Vol. NN-1, No.1, pp. 4-27.

Oh, S.H., 2009, "Compensation of shape change artifacts and spatially-variant image reconstruction problems in electrical impedance tomography," PhD thesis, Univ. of Florida, USA

Ovacik, L., Jones, O.C., 1998, "Development of an electrical impedance computed tomographic two-phase flow analyzer," USDOE Report, DE-FG07-90ER13032.

Petra, N., Gobbert, M. K., 2009, "Parallel Performance Studies for COMSOL Multiphysics Using Scripting and Batch Processing," *Proceedings of the COMSOL Conference 2009*, Boston, MA, 1-6.

Santosa, F. and Vogelius, M., 1990, "A backprojection algorithm for electrical impedance imaging," *SIAM J. Appl. Math.*, 50, 216-243.

Sommersalo, E., Cheney, M. and Isaacson, D., 1992, "Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography," *SIAM J Appl. Math.*, 52, 1023-1040.

Trelea, I.C., 2003, "The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection," *Information Processing Letters* 85, 317-325.

Vauhkonen, M., Karjalainen, P.A., Kaipio, J.P., 1998, "A Kalman filter approach to track fast impedance changes in electrical impedance tomography," *IEEE Trans. on Biomed. Eng.*, 45, 486-493.

Vauhkonen, M., Lionheart, W.R.B., Heikkinen, L.M., Vauhkonen, P.J. and Kaipio, J.P., 2001, "A MATLAB package for the EIDORS project to reconstruct two-dimensional EIT images," *Physiol. Meas.* 22 107-111.

Wang, L.R., Lee, B.A., Ko, M.S., Mehdi, S.M., Lee, S.Y., Hong, Y.J., Kim, K.Y., and Kim, S., 2011, "Particle Swarm Optimization Technique for the Boundary Estimation in Annular Two-Phase Flow with Electrical Impedance Tomography," *The 5th China-Korea Workshop on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics.*

Yorkey, T. J., Webster, J. G., 1987, "A comparison of impedance tomographic reconstruction algorithms" Clin. Phys. Physiol. Supple A 8 55-62.

Yorkey, T. J., Webster, J.G. and Tompkins, W.J., 1987, "Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography," IEEE Trans. Biomed. Eng., 34, 843-852.

감사의 글

And now these three remain: faith, hope and love. But the greatest of these is love.

[1 Corinthian 13:13]

인생을 살아가는 데 있어 가장 필요한 것은 무엇일까? 생각해 봅니다. 그것은 바로 사랑이라고 생각합니다. 제가 힘들고 어려울 때 가장 큰 에너지가 될 수 있었던 것이 사랑이었기 때문입니다. 특히 저는 논문을 쓰는 과정에서 저를 향한 수 많은 사랑을 발견하고 느끼고 깨달았습니다. 그 사랑들이 기반이 되어 부족할지는 모르지만 부끄럽지 않은 논문을 완성할 수 있었습니다.

먼저 한 없이 부족하고 연약한 저를 사랑하셔서 예수님을 통해 새로운 인생을 살 수 있게 해 주신 하나님께 감사 드립니다.

사랑과 격려로 논문의 시작과 마무리를 할 수 있도록 무한한 가르침과 도움을 주신 김신 선생님께 깊은 감사를 드립니다. 논문이 잘 마무리 될 수 있도록 사랑으로 조언을 아끼지 않으신 박재우 선생님, 김경연 선생님, 정범진 선생님, 윤병조 선생님께 감사 드립니다. 학부 때부터 학문의 기초를 잘 닦을 수 있도록 지도해 주신 이윤준 선생님, 이현주 선생님, 천원기 선생님, 김남진 선생님께 감사 드립니다. 그리고 실험실에서 동고동락하며 이 선배를 위해 굳은 일들을 기꺼이 해준 민석, 영준, 성용, 윤정이에게 고마움을 전합니다. 행정적인 지원을 도와 주신 송혜령 선생님께도 감사 드립니다. 또한 서툰 영어로 도움을 청할 때 친절하게 도움을 준 안일, 룡리, 멀타자에게도 고마움을 전합니다. 또한 여러모로 도움을 주신 김봉석박사님께 감사 드립니다. 제가 포기하지 않고 논문을 쓸 수 있도록 기도와 격려로 저의 영적인 부분에 힘을 실어주신 조마가 목사님과 강두경 목사님을 비롯한 모든 교회 성도님들께 감사의 말을 전합니다.

제가 박사학위를 받을 수 있도록 끝까지 사랑과 믿음을 잃지 않고 지켜 봐주시고 물신양면으로 후원해 주신 아버지, 어머니께 감사를 드립니다. 또한 어떤 상황 속에서도 열심히 밝게 살아가는 동생 진희에게 고맙다는 말을 전합니다. 못난 사위를 위해 모든 것을 내어 주시는 장모님께 감사 드립니다. 끊임없이 제 가정을 위해 희생과 도움을 아끼지 않으시는 처형과 똘똘하고 착한 수한이에게도 고맙다는 말을 전합니다. 그리고 해맑고 씩씩한 사랑하는 두 아들에게 아빠의 박사학위가 좋은 선물이 되기를 바랍니다.

끝으로 평생 함께 밥 먹고, 여행 하고, 잠 자고, 기도 할 나의 갈비뼈, 나의 동역자, 나의 사랑, 아내 경혜에게 이 논문을 바칩니다.

앞으로 제가 하나님과 많은 분들로부터 받은 사랑을 죽는 그 날까지 사랑이 필요한 모든 이들에게 전하는 그런 사람이 되고 싶습니다.