creative commons

C O M M O N S D E E D

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

석사학위논문

내용 영역에 따른 고등학교 수학 학습 부진아의 성취 수준 및 오류 유형 분석

지도교수 양 성 호

제주대학교 교육대학원

수학교육전공

권 주 희

2015년 8월

내용 영역에 따른 고등학교 수학 학습 부진아의 성취 수준 및 오류 유형 분석

지도교수 양 성 호

권 주 희

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

2015년 8월

권주희의 교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 ______________ (인)

위　　원 ______________ (인)

위　　원 ______________ (인)

제주대학교 교육대학원

2015년 8월

국문초록

내용 영역에 따른 고등학교 수학 학습 부진아의 성취 수준 및 오류 유형 분석

본 연구는 수학 학습 부진아를 대상으로 수학 성취도 검사를 실시하여 수학 내용 영역별 학생들의 성취정도를 파악하여 영역별 정답률 분포, 성적 분포별 특징, 내용 영역별 주요 오류 등을 연구하여 수학 학습 부진아 지도 계획 수립에 도움을 주기 위한 연구이다.

이러한 연구의 목적에 따라 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.
가. 고등학교 수학 학습 부진아의 문제 영역별 성취 수준은 어떠한가?
나. 고등학교 수학 학습 부진아의 문제 영역별 오류 유형은 어떠한가?

본 연구는 33명의 수학 학습 부진아와 개별 면담을 실시하여 다음과 같은 결과를 얻었다.
내용 영역별 정답률 평균은 수와 연산이 36.29%, 문자와 식 24.19%로 내용 영역 중 가장 낮았으며 확률과 통계는 49.6%으로 정답률 평균이 가장 높은 영역이다. 함수는 38.71%, 기하는 35.48%의 정답률을 나왔다.
수학 학습 부진아들의 부진의 원인을 이해의 문제, 기술의 문제, 정의적인 영역의 문제 세가지로 나누었다.
수와 연산 영역에서는 부진의 원인이 이해의 문제 15번, 기술의 문제 10번, 정의적인 영역의 문제7번이 나왔다. 문자와 식 영역에서는 부진의 원인이 이해의

문제 19번, 기술의 문제 4번, 정의적인 영역의 문제 6번이 나왔다. 확률과 통계 영역에서는 부진의 원인이 이해의 문제 7번, 기술의 문제 0번, 정의적인 영역의 문제 8번이 나왔다. 함수 영역에서는 부진의 원인이 이해의 문제 8번, 기술의 문제 2번, 정의적인 영역의 문제 12번이 나왔다. 기하 영역에서는 부진의 원인이 이해의 문제 10번, 기술의 문제 0번, 정의적인 영역의 문제 9번이 나왔다.

본 연구의 결과를 통해 얻은 결론을 토대로 앞으로의 연구에서 고려해 보아야 할 사항을 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째, 수학 학습 부진아 기준을 정립하는데 수학시험 총점수가 낮은 학생으로 단정 짓는 것이 아닌 영역별 학생들의 점수 분포를 고려하여 선별할 수 있도록 수학 학습 부진아 관련 연구가 필요하다.

둘째, 수학 학습 부진아 지도에서 학생의 영역별 특성을 고려한 수학 학습 부진아 맞춤형 지도 가이드 라인이 개발될 필요성이 있다.

셋째, 수학 학습 부진아 지도 전문가 양성이 필요하다. 수학 학습 부진아 지도 전문가를 양성하면 부진아 학생들의 꾸준한 사후 관리를 할 수 있고 발생 빈도가 높은 오개념을 짚어 줄 수 있는 등 의 이점이 있을 것이다.

목 차

국문 초록 ········· i

표 목차 ········· v

그림 목차 ········· vi

Ⅰ. 서론 ········· 1

1. 연구의 필요성 및 목적 ········· 1

2. 연구문제 ········· 2

3. 용어의 정의 ········· 3

4. 연구의 제한점 ········· 3

Ⅱ. 이론적 배경 ········· 5

1. 국가수준 학업 성취도 평가 ········· 5

가. 수학과 평가 영역 ········· 5

2. 수학 학습 부진아 ········· 7

가. 수학 학습 부진아의 정의 ········· 7

나. 수학 학습 부진아의 원인 ········· 8

다. 수학 학습 부진아의 유형 ········· 10

3. 선행 연구 고찰 ········· 14

Ⅲ. 연구 방법 ········· 17

1. 연구 절차 ········· 17

2. 연구 대상 ········· 19

3. 분석 방법 ········· 19

Ⅳ. 연구 결과 ······ 20
1. 내용 영역별 결과 ······ 20
가. 수와 연산 ······ 21
나. 문자와 식 ······ 34
다. 확률과 통계 ······ 48
라. 함수 ······ 54
마. 기하 ······ 63

Ⅴ. 결론 및 제언 ······ 78
1. 결론 ······ 78
2. 제언 ······ 82

참고 문헌 ······ 82
Abstract ······ 84
부록 ······ 87

표 목차

<표 Ⅱ-1> 2007 개정 수학과 교육과정에 제시된 중·고등학교 내용 영역별 학습 요소 ······ 5
<표 Ⅱ-2> 수학 학습 부진아 유형 ······ 10
<표 Ⅲ-1> 문항별 평가 내용 ······ 18
<표 Ⅳ-1> 문항별 정답률 ······ 20
<표 Ⅳ-2> 수와 연산 영역 면담 대상자 정답률 ······ 21
<표 Ⅳ-3> 수와 연산 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류 ······ 22
<표 Ⅳ-4> 문자와 식 영역 면담 대상자 정답률 ······ 35
<표 Ⅳ-5> 문자와 식 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류 ······ 35
<표 Ⅳ-6> 확률과 통계 영역 면담 대상자 정답률 ······ 48
<표 Ⅳ-7> 확률과 통계 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류 ······ 49
<표 Ⅳ-8> 함수 영역 면담 대상자 정답률 ······ 55
<표 Ⅳ-9> 함수 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류 ······ 55
<표 Ⅳ-10> 기하 영역 면담 대상자 정답률 ······ 63
<표 Ⅳ-11> 기하 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류 ······ 64

그림 목차

[그림 Ⅵ-1] S4 학생의 3번 풀이 ········ 23
[그림 Ⅵ-2] S6 학생의 3번 풀이 ········ 24
[그림 Ⅵ-3] S6 학생의 5번 풀이 ········ 25
[그림 Ⅵ-4] S2 학생의 5번 풀이 ········ 26
[그림 Ⅵ-5] S7 학생의 5번 풀이 ········ 27
[그림 Ⅵ-6] S5 학생의 1번 풀이 ········ 29
[그림 Ⅵ-7] S6 학생의 1번 풀이 ········ 30
[그림 Ⅵ-8] S1 학생의 1번 풀이 ········ 30
[그림 Ⅵ-9] S7 학생의 3번 풀이 ········ 31
[그림 Ⅵ-10] S1 학생의 3번 풀이 ········ 32
[그림 Ⅵ-11] S9 학생의 2번 풀이 ········ 36
[그림 Ⅵ-12] S12 학생의 2번 풀이 ········ 37
[그림 Ⅵ-13] S9 학생의 6번 풀이 ········ 38
[그림 Ⅵ-14] S16 학생의 6번 풀이 ········ 39
[그림 Ⅵ-15] S13 학생의 9번 풀이 ········ 40
[그림 Ⅵ-16] S9 학생의 9번 풀이 ········ 41
[그림 Ⅵ-17] S14 학생의 16번 풀이 ········ 43
[그림 Ⅵ-18] S12 학생의 16번 풀이 ········ 43
[그림 Ⅵ-19] S10 학생의 16번 풀이 ········ 44
[그림 Ⅵ-20] S13 학생의 2번 풀이 ········ 45
[그림 Ⅵ-21] S14 학생의 2번 풀이 ········ 46
[그림 Ⅵ-22] S17 학생의 4번 풀이 ········ 50
[그림 Ⅵ-23] S17 학생의 17번 풀이 ········ 50
[그림 Ⅵ-24] S18 학생의 3번 풀이 ········ 50
[그림 Ⅵ-25] S18 학생의 18번 풀이 ········ 50
[그림 Ⅵ-26] S24 학생의 8번 풀이 ········ 58

[그림 Ⅵ-27] S30 학생의 13번 풀이 ··· 66
[그림 Ⅵ-28] S30 학생의 18번 풀이 ··· 69
[그림 Ⅵ-29] S6 학생의 3번 풀이 ··· 70
[그림 Ⅵ-30] S22 학생의 19번 풀이 ··· 71
[그림 Ⅵ-31] S17 학생의 6번 풀이 ··· 72
[그림 Ⅵ-32] S17 학생의 19번 풀이 ··· 72
[그림 Ⅵ-33] S31 학생의 1번 풀이 ··· 73
[그림 Ⅵ-34] S31 학생의 11번 풀이 ··· 73

Ⅰ. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

수포자는 '수학을 포기한 사람'이라는 신조어이다. 이런 신조어가 생길만큼 수학을 포기한 사람이 점점 늘어나고 있으며 이런 수포자의 발생은 학습자의 수학 학습 부진에서 원인을 찾을 수가 있다. 수학 학습 부진아에 대한 선행 연구를 살펴보면 중학교부터 많은 수학 학습 부진아가 발생하며, 고등학교에서는 다수의 수포자가 존재한다. 수학 과목은 개인의 학습 능력의 차가 크고, 학습의 위계와 계통이 뚜렷하므로 누적된 학습 결손으로 인한 수학 학습 부진아의 현상은 더욱 심하게 나타나고 있다. 일반적인 학교에서는 다인수 과밀학급으로 30명이 넘는 학생들을 한 교실에서 가르치다 보면 학습의 내용, 속도, 방법, 수준 등이 우수한 학생집단 아니면 평균의 학생집단을 기준으로 할 수 밖에 없는 실정이므로 이를 따르지 못하는 하위집단이 자연적으로 생기기 마련이다. 그렇다고 교사들이 정규 수업시간에 많은 수의 학생들을 제쳐놓고 하위 집단에게만 집중 할 수 없으므로 이 하위집단은 시간이 지날수록 학습결손이 누적되고 전 단계, 전 학년의 학습 부진은 다음 단계, 다음 학년의 학습 장애로 작용하게 된다. 이러한 하위집단의 학생들이 학년이 올라감에 따라 학습 결손을 해결하지 못한 경우 수학 학습 부진아가 되는 것이다. 김경희는 수학 학습 부진아 교육이 필요하다고 생각하다는 설문조사에서 필요하다고 생각하는 교사가 98.5%(65명)으로 나타나고 있으며, 필요하지 않다는 교사가 1.5%(1명)으로 조사대상의 거의 모든 교사가 부진아 교육이 필요함을 인식하고 있다고 보았다. 현 수학 학습 부진아는 점점 증가하는 추세이고, 이러한 부진아들을 구제해야 한다는 의견들이 나오는 추세이다.(전은희 2006, 재인용)

고등학교에서의 수학 학습 부진아 지도는 학교 자체 부진아 학생을 선별하기 위한 객관식 평가를 실시한 후 평가 점수가 낮은 학생들을 대상으로 부진아 수업의 방향에 대하여 설명한 후 동의를 구하고 방과후 수업을 실시하고 있다. 이마저도 학생들이 수업을 거부하거나 결석이 많아 진행하는데 어려움이 있으며

또한 학교 예산 및 강사가 확보된 학교에서는 이루어지지만 그렇지 못한 학교에서는 수학 학습 부진아 학생지도를 위한 체계적인 시스템이 갖추어져 있지 않다. 연구자가 근무하고 있는 학교에서도 어떠한 해는 방과후 부진아반 수업이 진행되고 어떠한 해는 진행되지 않는 등 수학 학습 부진아에 대한 꾸준한 관리가 이루어지지 않고 있는 실정이다. 여러 연구자들이 수학 학습 부진아 연구를 통하여 다양한 지도 방향을 제시하였다. 그 중에서 상담기법을 통한 지도, 학부모와 연계한 지도 등 여러 연구가 진행되었는데 연구자는 이러한 지도가 이루어지기 이전에 수학 학습 부진아들을 체계적이고 전문적으로 내용 영역별로 수학 부진의 정도를 진단할 필요성을 느꼈다. 부진아 지도를 하다 보니 어떤 학생은 수와 연산은 잘하지만 문자와 식에서 전혀 문제 해결을 못하는 학생이 있는가 하면 또 어떤 학생은 다른 영역에 비해 함수 영역에 심한 부진을 겪기도 하고 반대로 확률과 통계 영역만 해결할 수 있는 등 학생들이 내용 영역별로 부진의 정도가 다르고 부진의 원인이 다름을 알 수 있었다. 이에 객관식 평가의 총점수만으로 수학 학습 부진아를 판별하는데 부족함을 느꼈고 앞으로 수학 학습 부진아를 지도하는데 도움이 되고자 이 연구를 진행하게 되었다.

본 연구는 수학 학습 부진아를 대상으로 수학 성취도 검사를 실시하여 수학 내용 영역별 학생들의 성취정도를 파악하여 영역별 정답률 분포, 성적 분포별 특징, 내용 영역별 주요 오류 등을 체계적이고 전문적으로 연구하여 수학 학습 부진아 지도 계획 수립에 도움을 주고자 한다.

2. 연구문제

본 연구에서는 위와 같은 연구의 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

가. 고등학교 수학 학습 부진아의 문제 영역별 성취 수준은 어떠한가?

나. 고등학교 수학 학습 부진아의 문제 영역별 오류 유형은 어떠한가?

3. 용어의 정의

본 연구에서 사용하는 주요 용어의 정의는 다음과 같다.

가. 수학 학습 부진아

수학 학습 부진아는 수학의 기본 개념과 내용을 학습하는데 필요한 수학적 능력이 낮아 수학 과목에 학습 부진을 가지고 있는 학생으로서 본 연구에서는 연구자가 개발한 기초 학력 평가지의 정답률이 한 영역 이상 25% 미만으로 기본적인 계산력과 이해력이 떨어지는 학생들로 정의한다.

나. 오류

오류(error)의 정의를 살펴보면 국어대사전에서는 '행동이나 사고가 그릇되어 이치에 어긋나는 일', '이치에 어긋난 인식'으로 되어 있고 교육학용어 사전에서는 '논리학에 있어서 바르지 못한 논리적 과정, 특히 의견 상 바르게 보이면서 틀린 추리, 통속적 의미로는 참이 아닌 것으로 쓰이기도 하며 착각, 관측상의 오차 등으로 인한 지각상의 착오를 가리키기도 함'으로 풀이하고 있다. 본 연구에서 말하는 오류는 수학적 오류로써 '수학의 개념상 바르지 못한 논리과정'만 의미한다.

4. 연구의 제한점

본 연구는 다음과 같은 제한점을 갖는다.

첫째, 본 연구는 제주특별자치도에 소재한 일반고등학교 특성화과 1학년 3개 학급(90명)을 대상으로 하였으므로 다른 지역의 학생에게 일반화하는데 한계가 있다.

둘째, 중학교 3학년을 대상으로 실시하는 국가수준 학업성취도평가 문제로 평가했으므로 다른 학년으로 일반화하는데 한계가 있다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 국가수준 학업성취도 평가

가. 수학과 평가 영역

수학과 학업성취도 평가의 평가 영역은 크게 내용 영역과 행동 영역으로 나뉜다. 내용 영역은 중학교와 고등학교는 수와 연산, 문자와 식, 기하, 함수, 확률과 통계로 구성된다. 각 내용 영역에 속해 있는 학습 요소를 학년별로 기술한다.

1) 내용 영역

<표Ⅱ-1>는 2007 개정 수학과 교육과정에 제시된 중·고등학교 내용 영역별 학습 요소를 간략하게 제시한 것이다. 국가수준 학업성취도 평가는 수학과 교육과정을 근거로 개발된 성취기준을 근거로 평가 도구를 개발하고 있다. 중·고등학교의 성취기준은 모두 2007 개정 교육과정에 따르고 있다.

<표Ⅱ-1>2007 개정 수학과 교육과정에 제시된 중·고등학교 내용 영역별 학습 요소

내용 영역	학년	평가 요소
수와 연산	1	집합, 소인수 분해, 최대공약수와 최소공배수, 십진법과 이진법, 정수와 유리수의 개념과 대소 관계, 정수와 유리수의 사칙계산
	2	순환소수의 의미, 유리수와 순환소수의 관계, 근삿값과 오차, 참값의 범위, 근삿값의 표현방법
	3	제곱근과 그 성질, 무리수의 개념, 실수의 대소 관계와 수직선, 근호를 포함한 식의 계산
문자와 식	1	문자의 사용, 식의 값, 일차식의 계산, 일차방정식과 그 해, 등식의 성질, 일차방정식의 풀이와 활용
	2	이차식의 덧셈과 뺄셈, 지수법칙, 다항식의 곱셈과 곱셈 공식, 다항식의 나눗셈, 등식의 변형, 미지수가 2개인 일차방정식, 연립일차방정식, 부등식의 해와 기본 성질, 일차부등

		식, 연립일차부등식
	3	간단한 다항식의 인수분해, 이차방정식과 그 해, 이차방정식의 활용
기하	1	점, 선, 면, 각, 점, 직선, 평면의 위치관계, 평행선의 성질, 간단한 작도, 삼각형의 결정조건과 합동조건, 다각형의 성질, 내각과 외각의 크기, 부채꼴의 중심각과 호의 관계, 부채꼴의 넓이와 호의 길이, 원과 직선, 두 원의 위치관계, 다면체, 회전체의 성질, 입체도형의 겉넓이와 부피
	2	명제의 뜻과 증명의 의미, 삼각형과 사각형의 성질 증명, 도형의 닮음, 닮은 도형의 성질, 삼각형의 닮음조건, 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비, 삼각형의 중점연결정리, 닮은 도형의 넓이와 부피
	3	피타고라스의 정리, 삼각비, 원에서 현, 접선에 대한 성질, 원주각의 성질, 원에 내접하는 사각형의 성질, 원과 비례에 관한 성질
함수	1	함수의 개념, 순서쌍과 좌표, 함수를 표, 식, 그래프로 나타내기, 함수의 활용
	2	일차함수의 뜻과 그래프, 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계, 일차함수의 활용
	3	이차함수의 뜻, 이차함수의 그래프, 이차함수의 그래프의 성질
확률과 통계	1	도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형, 도수분포표에서 평균, 상대도수와 누적도수의 분포
	2	경우의 수, 확률의 뜻과 기본 성질, 확률의 계산
	3	중앙값, 최빈값, 평균, 분산, 표준편차

2) 행동 영역

수학과 교육과정의 평가 영역에서 행동 영역은 일반적으로 계산, 이해, 문제해결, 추론, 의사소통으로 분류한다(황혜정, 최승현, 1999). 그러나 2010년부터 학업성취도 평가에서 행동 영역은 기존의 행동 영역 구분의 문제점을 수정·보완하여 계산, 이해, 추론, 문제해결의 4개 영역으로 구분하였다. 계산은 여러 가지 계

산 방법뿐 아니라 문제 해결에 이르기 위한 명확한 절차, 즉 알고리즘을 능숙하게 구사하는 능력에 관한 것이다. 이해는 기본적인 수학 개념, 원리, 법칙 및 그 관련성을 이해하여 의미 충실한 개념적 사고를 형성할 수 있는 능력에 관한 것이다. 추론은 관찰, 열거, 실험 등을 통한 귀납, 유추, 추측에 의해 수학 법칙과 문제의 해법을 발견할 수 있는 능력, 조건명제의 증명, 삼단논법에 의한 연역 추론, 반례에 의한 증명, 간접증명법, 모순법, 동치인 명제의 증명, 수학적 귀납법 등을 이용한 증명을 읽고 이해할 수 있으며 이러한 방법을 사용하여 수학 명제를 증명할 수 있는 능력에 관한 것이다. 문제해결은 수학의 여러 가지 내용 사이의 개념, 원리, 법칙 등의 관련성이 요구되는 수학 내적인 문제를 해결할 수 있는 능력 그리고 수학과 일상생활 및 타 교과와 관련성이 있는 통합 교과 소재의 응용문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것이다.

2. 수학 학습 부진아

가. 수학 학습 부진아의 정의

수학 학습 부진아는 학술적으로 정착된 개념이라기보다는 잠재능력, 성취, 재능, 환경요인, 심리상태, 뇌 발달 등을 기준으로 여러 가지 견해를 보이고 있다. 다음은 수학 학습 부진아에 대한 여러 가지 정의들을 정리한 것이다.

정혜경(2007)은 수학 학습 부진아란 내재적 잠재능력의 부족으로 정규 학습의 적용이 불가능한 학습 장애아동을 제외하고 정상적인 수학교과 학습을 할 수 있는 능력이 있으면서도 설정된 교과목표에 비추어 볼 때 최저 학업 성취 수준에 도달 하지 못한 학습자라 정의하고 있다.

이일우(1999)는 신체적, 지적 장애가 없고 정상적인 지적 능력을 지니고 있으면서도 다른 어떤 요소에 의해 개인의 발달 수준 및 교육단계에서 요구하는 수학 학습 성취에서 수학할 수 있는 최저수준에 도달하지 못한 학생을 수학 학습 부진아라고 정의하였다.

Passolunghi,M.(2011)는 수학문제를 풀 때 MLD(Mathematic Learning

Disability)를 겪는 학생들이 감정의 정도와 불안함에 떠는 정도가 더 커져 정서적 인지적 요소들의 변화가 정상인들과 비교했을 때 정도의 차이가 심하게 일어나 수학학습에 장애를 주는 학습자를 수학 학습 부진아라고 정의 하였다.

김지혜(2009)는 수학 학습 부진아는 절대적 학업 저 성취자로서 심한 정신지체나 장애등으로 학교 수업을 도저히 따라갈 수 없는 학생들을 제외한 모든 학습자(학습 부진, 학습지진, 학습장애 등)라고 정의하였다.

장희정(2014)은 수학이란 특정 과목에서 교과수준이나 공교육에서 치러지는 평가기준에서 최저 수준에 미치지 못하는 학생으로 이해력, 계산력, 응용력이 떨어져 학습의 최종 목표인 평가 기준에 도달하지 못한 결과를 연속적으로 나타낼 때 그런 학생들을 수학 학습 부진아로 정의한다.

김정미(2000)은 수학학습부진아는 정상적인 학교 학습능력이 있으면서도 선수학습요소의 결손으로 인하여 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈 등의 기본적인 계산 기능과 추리력, 언어력을 요하는 수학교과 영역의 학습에 어려움을 겪는 학생을 말한다고 정의하였다.

전은희(2006)는 학교 교육에서 수학교과에 대한 흥미가 적고 기초지식이 부족하여 스스로 문제를 해결할 수 없는 학생을 수학 학습 부진아라고 하였다.

나. 수학 학습 부진아의 원인

수학 학습 부진의 원인은 수업 변인, 학생 변인, 사회문화 변인, 수학 변인이 종합된 형태로 나타나며 수학 학습 부진아의 특성에 영향을 끼친다.

수업 변인으로는 학습내용 구성방법과 지도방법, 교사의 수학에 대한 태도와 신념 등을 들 수 있다. 학습 내용이 너무 많거나 학습 내용을 연역적으로 구성하게 되면 수학 학습에 많은 시간이 걸리고 형식적인 수학을 이해하기 어려운 수학 학습 부진아들은 수학을 이해하지 못하고 결과적으로 학습 결손을 발생시킨다. 학습 결손은 수학의 위계적 특성과 결합하여 수학 학습 부진을 가중시킨다. 수학을 어떻게 가르치느냐에 따라 학생들의 수학적 이해와 수학에 대한 태도와 신념이 달라진다. 교사의 설명, 예를 통한 시범, 학생의 연습으로 이루어지는 전통적인 수업 방법은 수학부진아의 수학이해에 장애가 되며 그 결과 수학부진아들은 수학을 잘 못하게 되고 흥미와 자신감을 잃게 된다. 수학에 대한 교사의 신념은

수학을 가르치는 방법에 영향을 끼친다. 특히 수학에 대한 교사의 부정적인 성향은 의식적으로나 무의식적으로 수업을 통해 학생들에게 전달되며 수학에 대한 흥미와 자신감의 상실, 수학불안이라는 사회문화적인 악순환을 제공 할 수 있다.(권성룡 외(역), 2005. p.17; Baroody, 1998)

학생 변인은 선천적인 요인과 후천적인 요인이 종합된 학습부진 원인으로 인지적 요인과 정의적 요인으로 구분할 수 있다. 인지적 요인으로는 선행학습의 결손, 학습방법의 미숙, 언어와 수리 등 기초능력 부족 등을 들 수 있다. 문제를 읽고 이해하는 능력과 기본 계산 능력의 부족으로 수학 학습에 시간이 많이 걸리고 흥미와 자신감의 상실에 대한 원인이 되기도 한다. 정의적 요인으로는 학습의욕과 흥미부족, 자신감의 결여, 부정적 자아 정체감, 정서 불안, 집중력 부족, 수학불안 등을 들 수 있다. 학생 변인은 선천적인 영향도 있지만 후천적인 요인에 의해 확대 재생산된다.

인지적 요인은 수업변인의 영향으로 확대 재생산된다. 일반적인 수학교실에서는 수학 부진아들의 특성을 고려하여 수업하기 어려워 학습결손이 누적되고 수학 부진아의 수준에 적절한 학습방법과 사고방법을 기르기 어렵게 된다. 읽기 능력과 기초 계산 능력의 부족으로 학습에 소요되는 시간이 많이 걸리고 이를 고려한 수업방법이 요구되지만 이에 대한 배려도 부족한 편이다. 류성림(1999)은 정보의 기억능력을 수학 학습 부진에 영향을 줄 수 있는 인지적 요인으로 간주 하였다. 일반적으로 기억상의 문제를 가진 아동은 새로운 정보나 수학적 사실을 보유할 수 없기 때문에 수학 학습 부진이 오기 쉽다(석지현 · 김수미, 2004). 체계적이고 지속적인 수학부진아 지도가 필요한 이유이다. 정의적 요인은 사회문화적 변인과 수업변인의 영향을 받아 확대 재생산된다.

사회문화 변인은 환경 변인과 유사한 개념으로 가정, 학교, 사회와 관련된 요인이다. 가정결손이나 경제적 환경, 누구를 닮아서 수학을 못한다던가, 수학을 잘못해도 괜찮다던가 하는 사회적인 수용적 분위기 등이 사회문화 변인에 포함된다. 사회문화적으로 수학적 능력은 선천적으로 타고 나는 것이며 노력으로 길러지기 어렵다는 분위기가 강하며 수학을 못하는 것이 사회적으로 용인 되는 경향이 있다(권성룡 외(역), 2005. p.17; Baroody, 1998). 이러한 분위기가 학생들의 수학에 대한 자신감, 의욕, 흥미에 부정적인 영향을 끼친다.

부모의 교육적 가치관도 사회문화 변인으로 볼 수 있다. 부모가 수학의 교육적 가치에 대해 부정적이고 그들의 자녀가 학교에서 잘하지 못 할 것이라고 생각하는 경우, 이러한 가치관을 가진 부모의 자녀들은 집에서 동기유발이나 강화를 해주지 않기 때문에 부정적 영향을 받게 된다. 또 부모의 자녀 양육 방식도 학습부진의 한 원인이 된다. 가정에서의 성취압력, 학습에 대한 조력, 가정에서 강조하는 학습관과 같은 자녀 양육 방식은 부모의 사회 경제적 지위보다 자녀들의 학업 성취에 더 큰 영향을 미칠 수 있다(류성림, 2000).

수학 변인은 수학의 성격과 관련된다. 수학은 위계성이 강하며, 직관보다는 논리를 강조하고, 추상화와 일반화, 형식화 과정이 요구되며 추상적인 언어와 엄밀한 용어 정의가 이루어지고 이러한 수학의 성격은 수학학습부진에 많은 영향을 끼친다(조완영, 2008). (이재형, 2014;재인용)

다. 수학 학습 부진아의 유형

수학 학습 부진아들은 모두 다른 환경에 속해있으며 부진의 정도도 학생마다 다르다. 많은 선행연구에서 수학 학습 부진아의 유형에 대해 연구가 이루어 졌으며 부진아 유형을 정리하면 다음 <표Ⅱ-2>와 같다.

<표Ⅱ-2> 수학 학습 부진아 유형

연구자	부진아 유형	특징
김문주 (1999)	능력부족형	학습 능력이 부족함
	학습장애형	학습방법에 문제가 있음
	과잉기대형	주위의 기대가 큼
	포기형	포기를 쉽게 함
	주의산만형	집중력이 낮고 주의가 산만함
	정서-행동장애 수반형	사회성이 부족하고 일탈행동이 나올 수 있음
	문제 환경으로 인한 성적 저조형	환경에 문제가 있는 경우와 학생 자신의 적응어려움이 있음

김동일 (1999)		지능과 적성간의 불일치유형	적성 낮은데, 성취검사 높은 것과, 적성 높은데, 성취검사 낮은 경우, 적성과 성취 모두 높은데 학교성적은 낮은 경우
		지속시간 부족형	일시적으로 나타나는 경우와 만성적인 경우
		범위	특정 수학단원영역이나 기능ㆍ개념 결핍, 기초학습기능부진, 전반적인 교과부진
		자신과 타인에 대한 학습부진의 영향	경미한 경우 - 부정적인 영향은 안 나타나고 정상적 심각한 경우 - 낮은 자기 존중감ㆍ비관적 태도, 건전한 성장 방해하는 행동유발
		내외귀인	내적-건강상 문제, 성격적인 부적응, 중추신경계 결손, 뇌손상 등 대표적. 외적- 외적환경의 영향으로, 잦은 이사, 가족구조변화, 교사와 관계, 친구 관계 등
신세호 (1979) 한국교육 개발원 (1984)	인지적 특성	기억능력 부족형	장기기억 능력은 다른 학습자들과 유의미한 차이를 보이지는 않지만 단기기억에 있어서 불필요한 자극에 주의가 산만해지고 집중력부족 등으로 인하여 단기기억 능력이 떨어지는 경향이 있음.
		학습속도 부진형	집중력 부족에서 기인되었거나 학습내용의 중요한 부분을 찾지 못하고 엉뚱한 내용에서 시간과 학습자의 능력을 허비함.

		사칙계산 능력 부족형	수 개념의 이해와 수의 기초적인 조작능력의 부족은 초등학교 때부터의 계속적인 학습결손을 발생하게 하고 중학교에 들어와서도 계산능력은 물론 그보다 상위의 수학적 개념을 학습해 가는 데에 많은 장애요소를 초래함. 계산이 부정확하고 계산이 원활하지 않기 때문에 수학문제의 구조를 파악하거나 논리적인 부분을 이해하지 못하게 됨.
		논리적 사고 부족형	수학의 특성이 논리성, 추상성이강한데 반해 학습부진아들은 논리적 추상적 사고를 함에 있어 빈약한 사고 구조를 가지고 논리적 문제를 접하게 될 경우 아예 처음부터 포기하거나, 논리에 일정한 검토나 기준 없이 비약하는 경향이 있음.
		상상력 창의력 부족형	그들은 사고를 구체적 조작물에 의존하려는 경향이 있어 추상화, 형식화, 기호화, 일반화하는데 어려움을 겪고, 특히 추상적 언어능력의 부족으로 추상적 사고와 창의적 사고가 다른 학생들에 비하여 제한적임.
	정의적 특성	주의력 부족형	학습을 함에 있어 바른 자세를 가지고 일정한 시간동안 지속적으로 학습하는 자세가 중요한데 학습부진아들은 이러한 면이 부족함. 교사가 설명을 하는 중에도 교사의 설명에 주의를 기울이지 않고 수업 외적인 일에 관심을 가짐.

		부정적 자아개념형	학습부진이 누적됨에 따라 계속되는 좌절감과 가정이나 주변에서의 부정적인 인식에 의하여 본인 스스로가 패배감을 가지고 매사에 부정적인 자아개념을 갖으며, 수학문제나 수학개념을 학습함에 있어서 학습에 대한 열의 보다는 미리포기하고 자신은 안 된다는 식으로 단정지음으로써 해보지도 않고 결과에 대해 부정적인 자세를 취함.
		흥미 · 동기부여 부족형	학습에 대한 흥미가 별로 없고 공부를 왜 하는지에 대한 동기부여가 결여되어 있다.
		학교생활 부적응형	교우관계에서 낮은 성적으로 인하여 부끄러워하기도 하고 괜한 자책감으로 친구들 사이가 원만하지 않을 수도 있음. 수업시간에도 학업에 대한 흥미가 적고 수업내용을 잘 이해하지 못하기 때문에 교사와 문답을 하거나 대화를 할 일이 상대적으로 적기 때문에 교사를 어렵게 느끼거나 다른 학생들에 비해 교사로부터 소외를 당한다고 느낄 수 있음.
Coony, Davis & Henderson, 1975		실패자형	학교 수학에 대한 부정적인 신념과 태도로 수학적 특성의 어떤 것도 이해할 수 없거나 이해하려 들지 않으며 또 이해할 수 없다고 스스로 확신하며 자신을 수학에 대한 실패자로 간주함.

	방어형	보통 문제 해결에 대한 실패의 두려움에 기인하는 것으로 방어적 행동을 많이 하게 됨.
	구체적 조작물 의지형	수학을 그들의 필요성과는 무관한 것으로 받아들이고, 그들의 사고를 구체적 조작물에만 의존하려고 함.
	육체 지향형	육체적인 기능과 양식에 더 많은 관심을 보여 주의산만, 학습 의욕 부족 등과 같은 과잉행동을 함.
	이해력 부족형	언어, 기호, 체계가 부족하고 읽기, 쓰기, 듣기, 이해력에 제한이 있으며 개념적이고 실제적인 기초에 약함.
	논리 부족형	자기 행동에 대한 비판이나 검토를 거치지 않고 논리를 비약함.

출처:김홍찬 · 이정은(2010) 재인용 ; 김동일(1999);김문주(1999);김희정(2008)

3. 선행연구의 고찰

수학 학습 부진아의 오류유형과 관련한 선행연구들 중에서 『식의 계산 단원에서 수학 학습 부진아의 오류 유형과 교정의 효과』(김문선, 2004), 『수학학습부진아의 오류 유형 분석 및 지도에 관한 연구 : 수학7-가 '유리수의 사칙계산' 단원을 중심을』(이원정, 2008), 『수학 부진아의 일차식의 계산에서의 오류에 관한 분석』(안명희, 2009), 『중학교 수학 학습부진아의 대수영역 오류 분석을 통한 효과적인 지도 방안 연구』(김아진, 2011)등을 고찰하며 살펴보았다.

김문선(2004)는 문자와 식 영역의 하나인 식의 계산 단원에서 수학 학습 부진아의 오류 유형을 나누고 오류교정을 위하여 연구하였다. 그의 연구에서 오류 유형을 4가지로 분류하였다. 첫째로는 문제 해결에 필요한 기본 개념이나 원리를 모르거나 잘못 이해해 표현을 잘못하는 경우인 곡해된 정리나 정의에 의한 오류,

둘째는 계산상의 오류, 기초적인 대수기호를 다루는데 있어서의 오류 등의 기술의 오류, 셋째는 풀이과정의 중간단계까지는 제대로 이루어지나 문제의 해답을 구하는 것을 파악하지 못하는 불완전성으로 인한 오류, 마지막으로 학생들의 문제 풀이과정의 위 세 가지 오류에 분류하기 곤란한 애매모호한 오류이다. 수학 학습부진아 36명의 학생으로부터 480개의 오류를 찾아내고 분석한 결과, 곡해된 정리나 정의에 의한 오류 발생 빈도가 가장 높았으며 대수적인 기호를 다루는 기술이 많이 서툴렀다. 이는 많은 학생들이 계산 공식을 단순히 암기하고 기계적으로 풀이하는 과정에서 자신만의 체계적인 일정한 오류를 형성하게 된 것 같다. 이는 부진아들의 경우 개념 학습의 강화가 절실히 필요하다는 것을 보여준다. 그리고 몇몇 문항에서 부진아들이 보이는 오류가 매우 흡사하며 비슷한 패턴으로 나타나는 경우가 있었다. 이는 부진아들이 잘못 이해할 수 있는 부분에 대한 사전 지식을 갖게 함으로써 교사의 개념 지도 학습에 도움이 될 수 있을 것이며 기본 지식을 정확하게 습득하는데 주의를 기울인다면 상당한 양의 오류를 줄일 수 있을 것이라 생각 된다.

이원정(2008)의 수학 학습부진아의 오류 유형 분석 및 지도에 관한 연구에서는 수학 학습부진아들이 주어진 유리수의 사칙계산 문제를 해결하는 과정에서 나타나는 오류를 4가지 유형으로 분류하였다. 첫째는 계산의 원리를 모르거나 개념, 계산법을 잘못 이해해 생기는 기본원리와 개념에 대한 오류, 둘째로는 초등학교 과정에서 배운 기본적인 수의 계산과정에서 오류를 범하는 계산상의 오류, 마지막으로 세 가지 오류에 분류하기 곤란하고 계산의 규칙에 일관성이 없거나 풀이과정 없이 엉뚱한 답만 적어 놓아 학생의 의도를 정확히 파악할 수 없는 애매모호한 오류이다. 오류를 분류한 후 오류 검사 결과 15명의 부진아 학생들로부터 총 91개의 오류를 찾아냈고, 오류의 발생 빈도를 살펴본 결과 기본원리와 개념에 대한 오류 35.1%로 가장 많았고 이는 유리수의 사칙계산의 원리와 거듭 제곱 등에 대한 기본 개념과 원리를 이해하지 못하고 이를 적용하는데 어려움을 갖고 있다는 것을 나타낸다. 다음으로 연산순서에 의한 오류가 23.1%로 나타났다. 교사의 멘토링 과정 중 알아본 결과 학생들이 연산 순서의 원리는 알고는 있으나 연산이 여러 개인 문제를 풀 때 그것을 적용하지 않고 보이는 순서에 의해 풀이하는 것으로 보인다.

안명희(2009)의 수학 부진아의 일차식 계산에서의 오류에 관한 분석을 보면 9명의 수학 학습 부진아들의 일차식의 계산에서 오답을 보이는 원인으로 정수와 유리수의 계산에서의 오류, 분배법칙의 오류, 통분의 오류, 등호의 개념 부족으로 인한 일차식의 계산을 방정식으로 해결하는 오류 등을 찾아냈다. 이 연구를 통해 중학교 1학년 수학 부진아들에게 처음으로 도입되는 음수 개념과 정수와 유리수의 사칙계산을 이해시키는 것이 가장 중요하다는 것이다. 왜냐하면 일차식의 계산을 위해 가장 기본적으로 해야 하는 연산이기 때문이다. 분배법칙이나 통분은 할 줄 알아도 기본적인 사칙계산에서 오류를 보여 일차식이 계산에서 오답을 내는 경우가 많았다. 교과서는 음수의 개념과 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈을 수직선을 이용하여 도입한다. 음수의 개념과 덧셈의 개념을 수직선을 이용하여 도입한다. 음수의 개념과 덧셈의 개념을 수직선으로 도입하여 수업하여도 적절하였지만 뺄셈은 그렇지 못하였다. 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 적절하지 않지만 바둑돌을 이용한 개념설명도 첨가되어야 한다. 출처:김아진(2011)재인용

김아진(2011)의 중학교 수학 학습부진아의 대수영역 오류 분석을 통한 효과적인 지도 방안 연구에서 문자와 식 영역에서의 수학 부진아 학생들이 범하는 오류를 네 가지로 분류하였다. 첫 번째 오류는 이해의 오류이다. 이는 문제해결에 필요한 기본 개념이나 원리를 모르거나 잘못 이해해 표현을 잘못하는 경우와 이러한 잘못된 개념으로 인해 계산하는 과정에서도 잘못된 경우를 말한다. 두 번째 오류는 기술의 오류이다. 계산상의 오류, 기초적인 대수기호를 다루는데 있어서의 오류, 초등학교 또는 중학교 수학에서 습득된 알고리즘을 시행하는데 있어서 오는 오류 등의 경우를 말한다. 세 번째 오류는 실수나 부주의로 인한 오류이다. 풀이과정의 중간단계까지는 제대로 이루어졌으나 문제의 해당에서 요구하는 것을 파악하지 못해서 풀이가 완전하게 이루어지지 않고 중간된 경우를 말한다. 마지막 오류는 애매한 오류이다. 학생들이 문제를 풀이한 과정에서 위의 세 가지 오류에 분류하기 곤란하고, 계산의 규칙에 일관성이 없거나 풀이 과정 없이 엉뚱한 답만 적어서 학생이 제시한 답을 보고 학생의 의도를 정확히 알 수 없는 경우를 말한다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 절차

본 연구는 연구문제의 효과적인 결론을 도출하기 위하여 한국교육과정평가원에서 출제한 국가수준 학업성취도 평가지를 활용하였다. 이에 본 연구의 목적과 취지를 고려하여 연구 대상자들의 수학 학습 수준에 맞게 연구자가 평가지를 재개발하였으며 평가지는 부록에 첨부하였고 평가지 재개발 과정과 평가 실시는 다음과 같다.

가. 자료 수집

한국교육과정평가원에서 실시하는 국가수준 학업성취도 평가지에서 중학교 3학년 대상으로 실시한 2014년, 2013년 평가지, 연구보고 2013년 국가수준 학업성취도 평가 결과 분석(이인호외, 2014)을 수집하였다.

나. 문항 내용의 선정

50분 평가를 실시할 예정이므로 국가수준 학업성취도 평가 총 33문항에서 연구 대상자들이 주어진 시간 안에 문제를 해결할 수 있도록 20문항으로 문항수를 조절하였고, 서답형 문항을 출제하지 않고 20문항 모두 선다형으로 평가지를 재개발하였다. 학생들의 풀이의 오류 분석을 위하여 평가지의 여백을 충분히 하여 해결과정을 평가지에 쓰도록 지도하였다. 평가지를 통하여 연구 대상자들의 내용 영역별로 학업성취도를 분석하기 위하여 수와 연산, 문자와 식, 확률과 통계, 함수, 기하 5개 내용 영역에서 각 4문제씩 출제하였다. 각 문항의 평가 내용은 <표Ⅲ-1>과 같다.

<표Ⅲ-1> 문항별 평가 내용

문항 번호	내용 영역	행동 영역	평가 내용
1	수와 연산	계산	정수와 유리수의 성질을 이해하고 사칙 계산하기
2	문자와 식	계산	간단한 등식 변형하기
3	수와 연산	이해	근호를 포함한 식의 사칙계산하기
4	확률과 통계	계산	간단한 경우의 수 구하기
5	수와 연산	추론	두 집합의 포함관계 이해하기
6	문자와 식	추론	일차방정식의 해의 의미 이해하기
7	함수	추론	함수와 관련된 여러 개념 이해하기
8	함수	문제해결	순서쌍과 좌표 이해하기
9	문자와 식	추론	일차부등식의 해의 의미를 이해하고 풀기
10	함수	이해	일차함수의 뜻을 알고 인수분해하기
11	기하	문제해결	원과 직선의 위치 관계 이해하기
12	함수	추론	일차함수 그래프의 성질 이해하기
13	기하	이해	도형의 닮음의 뜻과 닮은 도형의 성질 이해하기
14	수와 연산	이해	유리수와 순환소수의 관계 이해하기
15	확률과 통계	이해	히스토그램 해석하기
16	문자와 식	문제해결	이차방정식의 해의 의미를 이해하고 풀기
17	확률과 통계	계산	도수분포표에서 평균 구하기
18	확률과 통계	계산	간단한 확률 계산하기
19	기하	문제해결	합동인 도형의 성질 이해하기
20	기하	이해	다면체의 뜻과 그 성질 이해하기

다. 평가 실시

1학년 3개 학급을 대상으로 수업 시간 50분을 이용하여 평가를 실시하였고 채

점의 용이성을 위하여 선다형 답안을 OMR카드에 작성하고 각 문제의 풀이는 평가지에 쓰도록 하였다.

라. 개별 면담 및 결과 분석

평가 결과를 전체 학생을 대상으로 내용 영역별 정답률을 분석하고 특이점이 발견되는 학생과 개별 면담을 통하여 영역별 성취율 차이나는 원인에 대해 면담을 하고 각 영역별로 오류 유형을 분석하였다.

2. 연구 대상

본 연구는 제주특별자치도 제주시 조천읍에 소재한 H고등학교 1학년 3개 학급으로 3학급 모두 고등학교 입학성적인 중학교 내신이 80~90%인 학생들로 학습부진아들이 대부분이다. 특히 수학 학습 부진아학생들이 다수로 각 반당 정원 30명으로 총 90명을 대상으로 선정하였다.

3. 분석 방법

평가를 실시 한 후 평가 점수 100점 만점에 70점 이상 6명, 무의미한 답(OMR카드에 답을 무작위로 표기한 경우)을 한 학생 22명을 제외한 62명을 대상으로 하였다. 내용 영역별 정답률이 특정 영역만 우수한 학생, 특정 영역만 부진한 학생들을 선별하여 이 중 개별 면담을 희망한 학생들로 33명이 선택되었다. 면담을 진행하면서 관찰 및 교사와의 대화로부터 얻은 녹음 자료는 파일로 정리하였다. 또한 평가지의 결과를 내용 영역별로 정답률을 분석하고 문항별로 오류유형을 분류하고 연구 목적에 유용한 내용을 발췌해 사실 그대로 기술하였다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 내용 영역별 결과

연구 대상자 62명의 각 문항별 정답률은 <표 Ⅳ-1>과 같다.

<표 Ⅳ-1> 문항별 정답률

내용영역	문항 번호	정답인원 (명)	정답률(%)	영역별 평균 정답률(%)
수와 연산	1	29	46.8	36.29
	3	20	32.3	
	5	16	25.8	
	14	25	40.3	
문자와 식	2	13	21.0	24.19
	6	30	48.4	
	9	6	9.7	
	16	11	17.7	
확률과 통계	4	44	71.0	49.6
	15	34	54.8	
	17	20	32.3	
	18	25	40.3	
함수	7	15	24.2	38.71
	8	20	32.3	
	10	32	51.6	
	12	29	46.8	
기하	11	15	24.2	35.48
	13	16	25.8	
	19	25	40.3	
	20	32	51.6	

내용 영역별 정답률 평균은 수와 연산이 36.29%, 문자와 식이 24.19%로 내용 영역 중 가장 낮았으며 확률과 통계는 49.6%로 정답률 평균이 가장 높은 영역

이다. 함수는 38.71%, 기하는 35.48%의 정답률을 보였다. 영역별로 특정 영역이 부진한 학생 또는 특정 영역만 우수한 학생들과 개별 면담을 통하여 문제 풀이 방법, 문제 해결에 어려운 점 등을 들을 수 있었다. 선행연구와 학생들의 특징을 종합하여 수학 학습 부진아들이 부진의 원인을 세 가지로 분류하였다. 첫 번째는 이해의 문제이다. 이는 문제해결에 필요한 기본 개념이나 원리를 모르거나 문제에서 요구하는 것이 무엇인지 인지하지 못한 경우, 문제를 잘못 이해한 경우를 말한다. 두 번째는 기술의 문제이다. 계산상의 오류, 기초적인 대수기호를 다루는데 있어서의 오류를 말한다. 마지막으로 정의적인 영역의 문제이다. 수학에 대한 거부감으로 문제를 제대로 읽지도 않고 무작위로 답을 체크하는 경우, 동기부족으로 문제를 풀이할 의욕이 부족하여 무작위로 답을 체크하는 경우이다. 아무리 쉬운 문제라도 자신감이 없어 시도조차 하지 않고 문제를 넘겨버리는 경우이다.

가. 수와 연산

수와 연산 4문항 중 1번 문제는 유리수의 사칙연산 문제로 정답률이 46.8%로 가장 높으며 3번은 무리수의 연산 문제로 정답률이 32.3% 이다. 5번 문제는 집합 단원 문제로 조건제시법으로 제시된 B 집합을 해석하여 포함관계를 만족시키는 미지수 n을 구하는 문제로 정답률이 25.8%로 수와 연산 문제 중 가장 낮은 정답률을 보였다. 14번 문제는 순환소수에서 순환마디, 기약분수로 나타내는 방법, 소수점 아래 요구하는 자릿수 숫자 구하는 문제로 정답률이 40.3%가 나왔다. 특히 5번 문제는 집합단원으로 자연수의 약수 개념과 집합의 포함관계를 이용하여 해결하는 문제였는데 낮은 정답률을 보였다.

<표 Ⅳ-2> 수와 연산 영역 면담 대상자 정답률 정답률(%)

내용영역 / 이름	수와 연산	문자와 식	확률과 통계	함수	기하
S1	0	25	50	25	50
S2	0	0	50	25	25
S3	0	25	25	75	75
S4	0	25	50	25	50
S5	0	50	50	0	50
S6	0	0	50	25	0

S7	0	25	75	0	25
S8	0	0	75	25	0

위의 8명의 학생들의 특징은 다른 영역에 비해 수와 연산 영역의 정답률이 현저히 낮은 것이다. 다음 표는 면담한 학생들의 수와 연산 영역의 문제를 잘못 해결한 이유를 분류를 한 것이다.

<표 Ⅳ-3> 수와 연산 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류

이름	이해의 문제	기술의 문제	정의적인 영역의 문제
S1	5번 14번	1번 3번	
S2	5번 14번	1번 3번	
S3	3번 5번 14번		1번
S4	3번 14번		1번 5번
S5	3번 14번	1번	5번
S6	3번 5번 14번	1번	
S7	14번	1번 3번	5번
S8		1번 3번	5번 14번

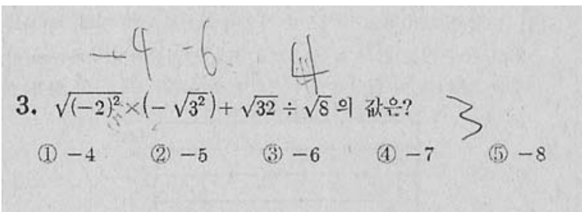
가) 이해의 문제

8명의 학생의 면담 결과 이해의 문제로 수와 연산 문제에 어려움을 겪은 빈도가 가장 높았다. 수학 학습 부진아 중 수와 연산 영역에 부진을 보인 학생의 경우 무리수의 개념, 무리수의 사칙연산을 이해하지 못한 경우, 특히 집합의 정의, 조건제시법의 의미, 집합 사이의 포함관계를 모르는 경우가 가장 많았다. 또한 순환소수에서 순환마디의 개념, 기약분수로 나타내는 방법, 소수점 아래 몇 번째 자리의 의미를 몰라 부진을 보인 학생이 많았다.

-3번 문제

3번 문제는 무리수의 연산 문제로 'a가 양수인 경우 $\sqrt{a^2} = a$ 이다' 라는 무리수의 기본적인 연산과 무리수의 나눗셈 $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b}\,(a > 0, b > 0)$ 을 이용하여 계산하는 문제로 면담한 8명의 학생 중 4명의 학생이 이해의 문제로 오답을 체크하였다. S3 학생은 무리수에 대한 기본적인 개념형성이 전혀 되지 않은 학생

으로 $\sqrt{4}=2$ 라는 사실도 알지 못하였다. 그래도 바로 포기하지 않고 문제를 읽어 보았지만 전혀 해결 할 수 없어 오답을 체크한 경우이다. S4 학생은 초등학교 때까지는 수학을 못하지는 않았지만 중학교부터 어려워진 수학에 적응을 못하여 차츰차츰 수학 부진을 겪었다. 중 3때 학습하는 무리수 연산에 대한 학습이 제대로 이루어지지 않아 기본적인 $\sqrt{4}=2$ 은 알지만 $\sqrt{(-2)^2}$ 과 같은 무리수의 연산은 정확한 값을 구하지 못하였다. 그리고 풀이 과정에서 수학 학습 부진아 중 남학생들에게 자주 보이는 풀이 과정의 생략을 보이고 전체적으로 수학에 대한 자신감 부족으로 문제를 대하는 자세가 소극적이라 면담 내내 본인의 풀이에 자신감이 없고 자신이 푼 것은 틀렸을 것이라는 부정적인 자세로 면담에 임하였다. S5 학생은 다른 영역은 풀이를 시도하여 옳은 답을 고르기도 하였지만, 수와 연산 영역은 부진한 성적을 보였다. 면담 결과 무리수의 개념을 알지 못하였고 이로 인해 무리수 연산을 전혀 할 줄 모르고 있었다. 마지막으로 S6 학생과의 면담 결과 이 학생은 중학교 수와 연산을 학습하는 시기에 수업을 듣지 않고 잠을 잤다고 할 만큼 수학 학습에 동기가 부족한 학생으로 아래 풀이를 보면 알 수 있듯이 무리수 연산을 전혀 할 줄 모르고 있으며, 전체 영역에서 수학 부진을 겪는 학생이다. 논리적이지 않은 풀이 임에도 끝까지 본인만의 방법으로 답을 찾는 독특한 모습을 보였다. 다음은 S4 학생, S6 학생의 3번 풀이 과정과 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ−1]S4 학생의 3번 풀이

<S4 학생과의 프로토콜>

교사 : 3번은 푼 흔적이 있거든.

학생 : 네

교사 : 결론은 틀렸지만 어떻게 풀이한거야?

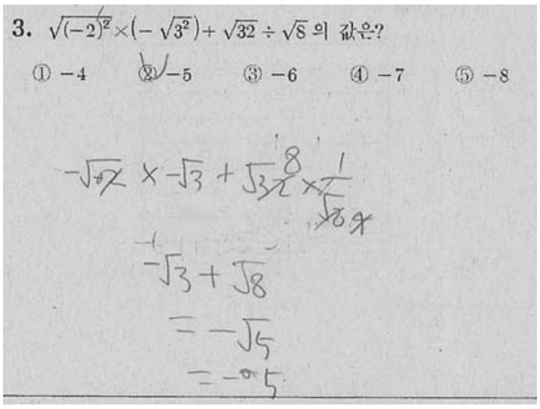
학생 : 딱 문제가 눈에 들어와서 푼 것 같아요.

교사 : 루트 계산을 정확히 할 줄 알아? $\sqrt{2^2}$은 뭐지?

학생 : (자신 없게)2. 이런 것은 할 수 있는데 복잡해지면 못 풀어요.

교사 : 아. 그럼 이 문제는 복잡해서 힘들었구나.

학생 : 네.



[그림 Ⅳ-2]S6 학생의 3번 풀이

<S6 학생과의 프로토콜>

교사 : 3번 문제 봐보자. 선생님이 보기엔 S6이 루트 계산을 아예 못하는 것 같네.

학생 : 네. 못해요.

교사 : 루트랑 제곱이랑 만나면 사라진다. 이런 말 들어봤어?

학생 : 음...

교사 : 루트 계산을 왜 못하지?

학생 : 작년(중3)부터 못했어요.

교사 : 루트 학교에서 배웠지?

학생 : 네. 배웠어요.

교사 : 중학교 때 수업 시간을 어떻게 보냈어?

학생 : 잤어요.

교사 : 초등학교 때는 수학 공부를 했었어?

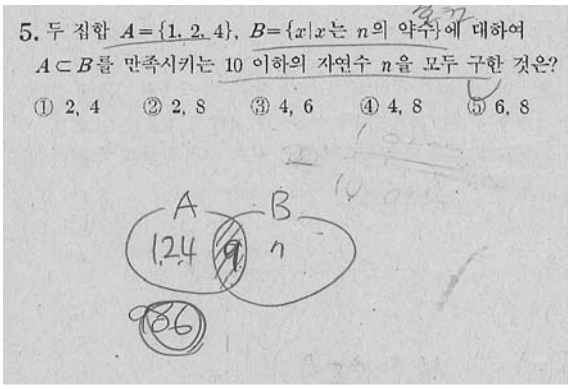
학생 : 네. 그때는 학원도 다니고 공부 했었어요.

교사 : 중학교 입학하면서 공부하기가 갑자기 어려워졌어?

학생 : 네. 그때 (수준별수업) 보통반이랑 기초반 왔다 갔다 하면서 수학 못했어요.

-5번 문제

5번 문제는 집합 문제로 수와 연산 4문항 중 가장 낮은 정답률을 보인 문제이다. 면담을 실시한 8명의 학생 중 4명의 학생이 5번 문제를 이해의 문제로 해결하지 못하였고 면담을 통하여 이 학생들이 왜 집합문제를 옳게 해결하지 못하였는지 알게 되었다. 첫 번째로 집합 기호에서 $A \subset B$ 의 의미를 알지 못한 것이다. 수와 연산 영역에서 부진을 겪는 학생들에게 두 집합의 포함관계 기호는 어려운 것이다. 그리고 이것을 벤다이어그램으로 나타내는 것 또한 쉬운 것이 아니었다. 그리고 면담한 4명의 학생 모두 조건제시법으로 나타내어진 $B = \{x \mid x\text{는 } n\text{의 약수}\}$ 를 해석하는 데 어려움을 겪었다. 약수 개념은 알지만 이 문제에서 어떻게 적용해야 하는지 알지 못하였으며 만약 미지수 n 을 사용하여 n의 약수라고 표현하지 않고 10의 약수, 또는 9의 약수 이렇게 표현되었더라면 이해했을 것이라고 의견을 낸 학생도 있었다. 이처럼 학생들에게 조건제시법도 어려운데 여기서 미지수가 포함된 조건제시법의 경우는 조건 제시법을 원소나열법으로 바꾸는 것부터 어려움을 겪었다. S1 학생의 경우는 B 집합의 조건 제시법을 해석하지 못하여 풀이를 멈춘 경우로 이하의 개념을 잘못 알고 있어 문제에 주어진 조건 중 10이하의 자연수를 1에서 9까지로 잘못 생각하기도 하였다. S2 학생은 두 집합의 포함 관계는 정확히 알고 벤다이어그램으로 옳게 나타내었지만 B 집합을 해석하는데 어려움을 겪어 문제 풀이를 멈추었다. S6 학생은 두 집합의 포함 관계에 대한 개념이 없어 잘못된 벤다이어그램을 그리고 더 이상 풀이가 진행이 되지 않아 오답을 고른 경우이다. 다음은 S6 학생, S2 학생의 풀이 과정과 S1 학생, S2 학생과의 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ-3]S6 학생의 5번 풀이

<S1 학생과의 프로토콜>

교사 : 5번 문제는 집합문제야. A는 문제에 주어진 대로 썼어. 그런데 B는 쓰다가 말았어. 왜 그런 거야?

학생 : (B 집합의 조건제시법을 가리키며) 이 말이 무슨 말인지 모르겠어요.

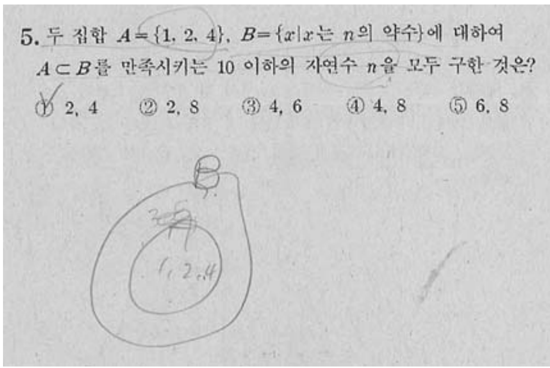
교사 : 그럼 'x는 n의 약수' 가 무슨 말인지 알겠어?

학생 : 아니요.

교사 : n이 10 이하의 자연수인데 10이하의 자연수는 얼마지?

학생 : 1에서 9까지.

교사 : 10 이하니까 10도 포함돼야지.



[그림 Ⅳ-4]S2 학생의 5번 풀이

<S2 학생과의 프로토콜>

교사 : 5번은 집합 문제야. 문제 풀이를 보면 문제에 나온 $A \subset B$ 조건을 보고 벤다이어그램을 그렸는데 'A가 B의 부분집합이다' 라는 기호도 알고 벤다이어그램으로 표현하는 방법도 정확하게 아는 것 같아.

학생 : 네. 그건 알아요. 이런 건 할 수 있는데 계산하는 게 어려워요.

교사 : 5번 문제 풀이를 보면 벤다이어그램 그리고 그 이후에 무엇을 해야 할지 모르는 것 같아.

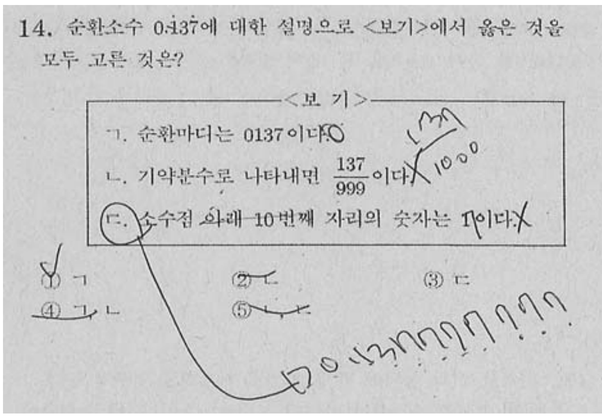
학생 : (B 집합의 조건제시법을 가리키며) 이 말이 무슨 말인지 모르겠어요.

교사 : S2는 조건 제시법으로 나타내진 집합을 모르겠어?

학생 : 여기 n이 있어서 더 모르겠어요.

-14번 문제

14번 문제는 순환소수 문제로 순환소수 $0.\dot{1}3\dot{7}$ 의 순환마디 찾기, 기약분수로 나타내기, 소수점 아래 10번째 자리 숫자를 찾는 문제이다. 면담을 실시한 8명 중 7명의 학생이 이해의 문제로 14번의 정답을 고르지 못하였는데, 첫 번째로 7명 중 4명의 학생은 순환마디의 개념을 잘 못 알고 있었다. 그 중 세 학생은 순환소수 $0.\dot{1}3\dot{7}$ 의 표현에서 숫자위에 점이 찍혀진 1, 7이 순환마디로 주어진 순환소수를 풀어서 표현해보면 0.137171717… 과 같이 된다고 설명하였고 S7 학생은 순환마디가 7로 0.13777777…과 같이 표현될 것이라 하였다. 이 학생들에게는 수와 연산 중 순환소수의 순환마디에 대한 오개념이 형성되어 면담 과정 중 설명을 해 주어도 쉽게 고치지 못하는 모습을 보였다. 두 번째로 기약분수로 나타내는 보기에서는 4명의 학생은 기억이 나지 않았다는 대답을 하였고 두 명의 학생은 $\frac{137}{909}$라고 답하였다. 두 명의 학생 모두 같은 중학교 출신으로 중학교 때 점이 찍혀있지 않으면 그 부분은 0이라고 배웠다고 답하였다. 두 학생 모두 $0.1\dot{3}\dot{7}=\frac{137-1}{990}$ 인 경우와 같이 소수점 아래 순환마디가 시작되기 이전에 점이 찍혀있지 않은 부분은 0으로 생각하라는 중학교 선생님의 지도를 잘못 기억하고 있었다. 이러한 오개념은 강한 확신과 함께 쉽게 고쳐지지 않았으며 여러 차례 지도를 해서야 수긍하였다. 그리고 S7 학생의 경우 $0.137=\frac{137}{1000}$ 과 혼동하여 잘못된 답을 고른 경우이다. 특히 S7 학생은 집안 사정으로 중학교 2학년부터 2년간 미국에서 지내다 보니 계통성이 강한 수학 과목에 부진을 겪고 있었다.



[그림 Ⅳ-5]S7 학생의 5번 풀이

<S1 학생과의 프로토콜>

교사 : 14번 문제 차례야. 순환소수 $0.\dot{1}3\dot{7}$ 이 나왔는데 이런 순환소수 봤었어?

학생 : 네. 중학교 때요.

교사 : 중학교 때 배운 기억이 나? 그럼 이 소수를 풀면 어떻게 되지?

학생 : 909 분에

교사 : 응? 909 분에 이렇게 배웠어?

학생 : 아닌가?

교사 : $\frac{137}{999}$이 맞거든.

학생 : ($0.\dot{1}3\dot{7}$ 의 3을 가리키며) 그럼 여기 왜 점이 없어요?

교사 : 순환마디 처음과 끝에만 점을 찍거든.

학생 : 제 기억엔 909분에 같아서요.

교사 : 순환마디는 무엇이 되는 거야?

학생 : 모르겠어요.

교사 : $0.\dot{1}3\dot{7}$ 에서 1위에 점이 있고 7위에 점이 있으니까 풀면 0.137 그 다음에 무슨 수가 올까? 137? 17?

학생 : 1717이요.

교사 : 그럼 0.137171717… 이렇게?

학생 : (끄덕임)

교사 : 근데 이 소수 0.137137137…이렇게 나가는 거야. 순환마디는 137 이고. 그럼 소수점 아래 10번째 자리 숫자는 무슨 말인지 알아?

학생 : 소수 풀었을 때 소수점 밑에 10번째...숫자.

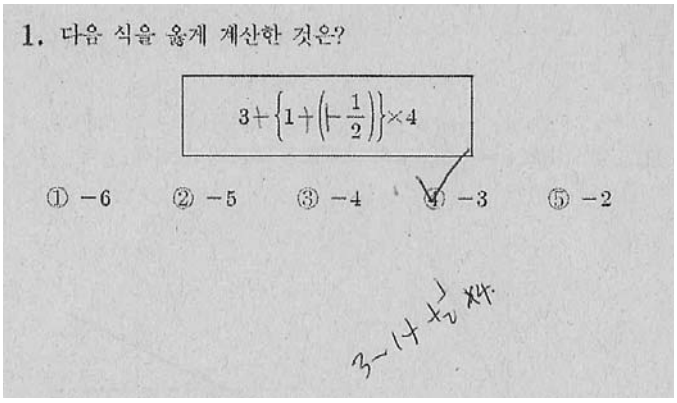
나) 기술의 문제

계산상의 어려움으로 문제를 끝까지 해결하지 못한 학생들이 공통적으로 틀린 문제는 1번과 3번 문제였다.

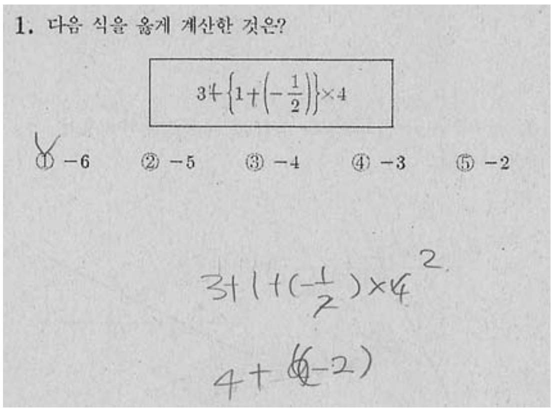
-1번 문제

1번 문제는 유리수의 연산 문제로 수와 연산 영역에서 부진을 겪는 학생들 8명

중 6명의 학생이 기술의 문제로 이 문제를 풀지 못하였다. 이 학생들의 풀이 과정의 특징은 중괄호 안에 있는 $\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}$ 를 먼저 계산하지 않고 중괄호 앞에 있는 마이너스를 분배하면서 오류가 발생하였다. 이와 같은 오류를 발생시킨 원인 중 하나는 중 괄호 뒤에 있는 $\times 4$를 먼저 연산해야 하는 것을 모르는 것과 정수 연산에서 마이너스 곱하기 마이너스는 플러스가 되는 부호 결정에 오개념 때문이다. 다음의 S6 학생의 풀이 과정에서 중괄호 앞에 있는 마이너스를 분배하는 과정이 나오는데 이 풀이를 보면 학생은 마이너스 두 개만 있으면 플러스가 된다는 오개념을 갖고 있음을 알 수 있다. 또한 문제에 나온 괄호를 임의로 생략하면서 계산 순서가 달라지고 오답을 고르는 경우도 있다. 면담을 해보니 학생들 대부분이 이러한 문제에서 풀이 순서를 알지 못하여 논리적이지 못한 방법으로 풀이 과정을 진행하고 있었으며, 이러한 잘못된 방법으로 중학교 때부터 실수가 누적되어 온 것이라 하였다. 특히 남학생들의 경우 풀이 과정을 생략하는 경우가 많아 어느 부분에서 실수를 하였는지 찾아내기가 힘들었고 본인들 또한 자신의 풀이를 보면서 어떻게 전개한 것인지 정확하게 알지 못하였다. 다음은 S5 학생, S6 학생, S1 학생의 풀이 과정과 S6 학생, S1 학생과의 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ-6]S5 학생의 1번 풀이



[그림 Ⅳ−7]S6 학생의 1번 풀이

<S6 학생과의 프로토콜>

교사 : 수와 연산 문제를 봐보자. 1번 문제 계산하여라 문제야. 여기 보면 풀이에서 마이너스 마이너스 있는데 왜 플러스로 바꾼 거야?

학생 : 플러스로 바꾸라고 배워서요.

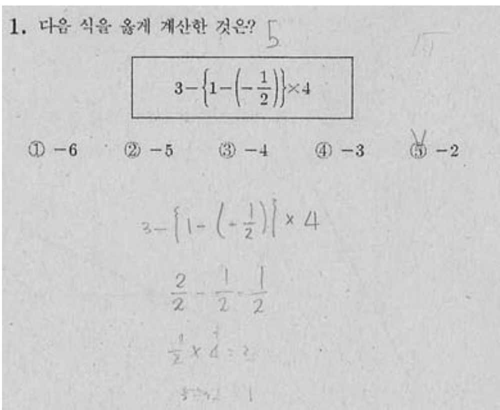
교사 : 음. 마이너스 곱하기 마이너스는 플러스를 여기다가 적용해 버린 거네.

학생 : 네.

교사 : 혹시 이런 계산에서 안에 있는 것부터 계산하라 이런 것은 안 배웠었어?

학생 : 모르겠어요.

교사 : 여기서 $1-\left(-\frac{1}{2}\right)$를 먼저 계산하고 4를 곱한 후 마지막으로 앞에 있는 3과 연산하는 문제였는데 S6은 처음부터 많이 틀려버렸어.



[그림 Ⅳ−8]S1 학생의 1번 풀이

<S1 학생과의 프로토콜>

교사 : 1번 문제부터 볼까?

학생 : 네.

교사 : 여기 풀이를 보면 주어진 문제를 그대로 쓰고, 선생님 생각엔 1 대신 $\frac{2}{2}$ 라고 적은 것 같아. 그리고 $-\frac{1}{2}$을 적었어. 그런데 지금 다시 찬찬히 봐보자. 뭔가 틀린 것 같지 않아?

학생 : (한참을 바라보다가 자신 없는 목소리로) 여기 플러스.

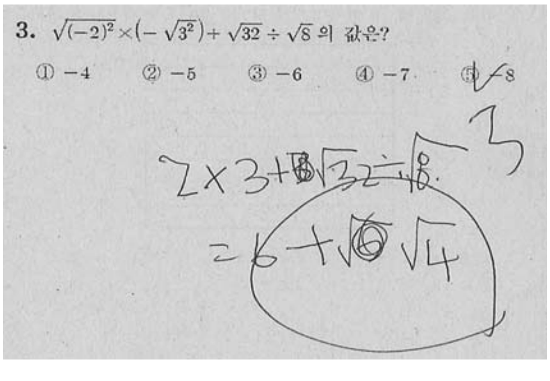
교사 : 그렇지 마이너스 곱하기 마이너스니까 플러스가 돼야지. 이것은 실수한 거야?

학생 : 실수한 거요.

교사 : S1은 괄호 안에 것부터 차근차근 잘 계산했어. S1은 계산 순서는 정확하게 알고 있는 것 같아.

-3번 문제

3번 문제는 면담을 실시한 학생 중 4명의 학생이 기술의 문제로 정답을 맞히지 못하였다. 이 학생들은 무리수 연산에서 $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$, $\sqrt{3^2}=3$, $\sqrt{32}\div\sqrt{8}=\sqrt{4}=2$ 를 정확하게 계산하고 마이너스를 생략하여 오답을 고르거나 암산하다가 실수하였다. 면담을 실시한 학생들은 이러한 실수가 이번만이 아니라 중학교 때부터 이런 단순 계산 실수가 잦았다고 하였다. 다음은 S7 학생과 S1 학생의 풀이과정과 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ-9]S7 학생의 3번 풀이

<S7 학생과의 프로토콜>

교사 : S7이 루트 안에 있는 제곱도 잘 없앤 것 같은데 실수를 했어.

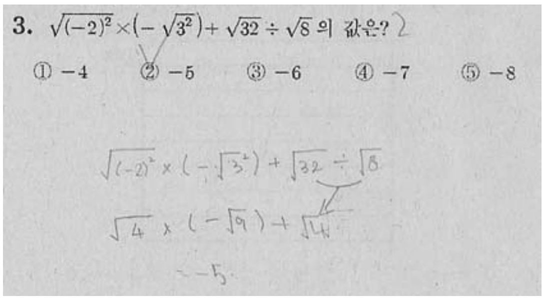
학생 : 아. 마이너스 없다.

교사 : 그렇지.

학생 : 깜빡했어요. 맞을 수 있었는데.

교사 : 그럼 다시 한 번 계산 해 볼래?

학생 : (다시 풀이를 쓰며) 여기 마이너스 있으면 -6 이니까 -6+2 해서 -4예요.



[그림 Ⅳ−10]S1 학생의 3번 풀이

<S1 학생과의 프로토콜>

교사 : 3번 보자. S1이 풀이를 찬찬히 잘 썼으니까 우리 같이 봐보자.

학생 : 네.

교사 : 여기 보면 $\sqrt{(-2)^2}$ 밑에 $\sqrt{4}$라고 쓰고 $\left(-\sqrt{3^2}\right)$ 밑에 $\left(-\sqrt{9}\right)$라고 쓰고 그리고 $\sqrt{32}\div\sqrt{8}$ 밑에 $\sqrt{4}$ 라고 썼는데 무엇을 한거야?

학생 : 나누기.

교사 : 여기까지 S1이 잘 했는데 그 다음에 왜 갑자기 -5가 나왔지?

학생 : (한참동안 풀이만 보고 대답을 하지 않음)

교사 : $\sqrt{4}$ 는 어떻게 나오지?

학생 : 2

교사 : $\sqrt{9}$ 는

학생 : 3

교사 : 그럼 다시 계산해 볼까?

학생 : (한참동안 생각하더니 자신 없는 목소리로)−4

교사 : 그럼 S1이 암산하는 과정에서 실수한 거야?

학생 : 그런 것 같아요.

교사 : 루트 계산하는 것은 알고 있는 것 같거든. 근데 계산 과정 어디선가 실수가 있었던 것 같아. $\sqrt{32} \div \sqrt{8}$ 을 계산할 정도면 루트계산은 할 수 있다는 것이거든. 근데 실수가 많은 거야?

학생 : 네. 중학교 때부터요.

다) 정의적인 영역의 문제

면담을 실시한 수와 연산 영역에서 부진을 겪는 학생들 중 5명의 학생이 정의적인 영역의 문제로 문제를 풀이하려는 시도도 없이 오답을 체크하였다. 이 학생들과 면담을 실시 해보니 중학교 수학 학습 할 때 실패의 경험이 누적되어 '아마도 또 못 풀 것이다', '어차피 풀어도 틀린 문제 인데 왜 풀지?' 하는 생각을 하고 있었다. 또한 S4 학생은 계산 문제는 중학교 때부터 늘 계산시도 없이 답을 찍었다고 답하였다. 그래서 두 명의 학생은 평가지 1번 문제인 유리수 연산 문제를 바로 포기하고 넘어가 버렸다. 이 학생들의 전체적인 문제는 수학 학습의 동기 부족, 수와 연산에 대한 자신감 부족이었다.

<S4 학생과의 프로토콜>

교사 : 1번 문제는 풀었어?

학생 : 1번 문제 찍었어요.

교사 : 정말?

학생 : 귀찮아서 찍었어요.

교사 : 중학교 때에도 이런 계산 문제 나오면 찍었어?

학생 : 네. 그냥 계산 안 하고 찍었어요.

교사 : 이런 기본적인 계산을 못하면 다른 영역에서도 힘들지 않아?

학생 : 저 원래 수학 못해가지고...

<S3 학생과의 프로토콜>

교사 : S3이 다른 영역에 비해 함수 문제와 기하 문제를 많이 맞았어. 그래서 선생님이 궁금해서 질문을 하려고 하는 거야. 우선 수와 연산문제에 대해서 질문할게. 1번 문제 보면 유리수 계산을 해야 하잖아. 이런 게 어려워?

학생 : 계산은(어려워요).

교사 : 계산 자체가 어려워?

학생 : 네.

교사 : 자연수 연산은 어때?

학생 : 그건 할 수 있어요.

교사 : 정수 연산은 어때? 2−9 이런 계산은?

학생 : 그것도요 할 수 있어요.

교사 : 그럼 이 문제에서는?

학생 : ($\frac{1}{2}$을 가리키며) 이런 거 있으면 어려워요.

교사 : 아. 유리수가 나오면 어려워?

나. 문자와 식

문자와 식 4문항 중 2번 문제는 한 문자를 다른 한 문자로 정리하는 문제로 정답률이 21%, 6번 문제는 일차방정식의 한 근이 주어지고 방정식의 미정계수를 구하는 문제로 정답률이 48.4%로 문자와 식 4문제 중 가장 높은 정답률을 보였다. 9번 문제는 일차부등식문제로 부등식의 해가 주어지고 주어진 부등식의 미정계수를 구하는 문제인데 정답률이 9.7%로 가장 낮은 정답률이다. 16번은 이차방정식의 한 근을 이용하여 미정계수를 구하고 그것을 이용하여 다른 한 근을 구하는 문제였는데 정답률이 17.7%로 역시 낮은 정답률을 보였다.

연구 대상자 중 문자와 식 영역에서 부진한 성적을 보인 학생을 선별하여 개별면담을 실시하였다. 선별된 학생들의 영역별 정답률은 다음 표와 같다.

<표 Ⅳ-4> 문자와 식 영역 면담 대상자 정답률 정답률(%)

내용영역 / 이름	수와 연산	문자와 식	확률과 통계	함수	기하
S9	75	0	100	100	50
S10	75	25	75	50	25
S11	75	25	75	50	75
S12	75	25	75	75	75
S13	75	25	75	75	75
S14	75	25	50	75	50
S15	75	0	50	25	25
S16	25	0	75	25	75

위의 8명의 학생들의 특징은 다른 영역에 비해 문자와 식 영역의 정답률이 현저히 낮은 것이다. 다음 표는 면담한 학생들의 문자와 식 영역의 문제를 잘못 해결한 이유를 분류를 한 것이다.

<표 Ⅳ-5> 문자와 식 영역 면담대상자 문항별 부진 원인 분류

이름	이해의 문제	기술의 문제	정의적인 영역의 문제
S9	2번, 6번, 9번, 16번		
S10	9번, 16번	2번	
S11	6번, 9번, 16번	2번	
S12	2번, 9번, 16번		
S13	9번, 16번	2번	
S14	9번, 16번	2번	
S15			2번, 6번, 9번, 16번
S16	2번, 6번, 9번		16번

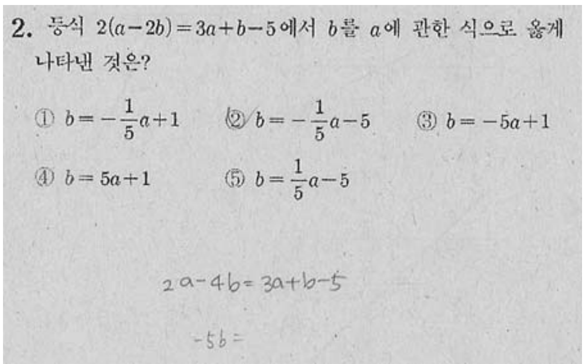
가) 이해의 문제

8명의 학생의 면담 결과 이해의 문제로 문자와 식 문제에 어려움을 겪은 문제의 빈도가 가장 높았다. 수학 학습 부진아 중 문자와 식 영역에 부진을 보인 학생들의 부진 원인은 문제에서 요구하는 것이 무엇인지 이해 못한 경우, 일차방정식의 해법을 모르는 경우, 방정식의 근의 의미를 모르는 경우이다. 특히 부등식에서 어려움을 호소하는 경우가 많았으며 이차방정식에서의 풀이 중 인수분해를 할 줄 모르는 경우 등 원인이 다양하고 학생마다 문제를 해결하지 못한 이유가

조금씩 차이가 있었다.

-2번 문제

2번 문제에서 다수의 학생이 '한 문자를 다른 문자로 나타내어라' 라는 말의 의미를 몰라서 문제 해결을 하지 못하였다. 수학 학습 부진아들 중 문자와 식 영역에 어려움을 겪는 학생들의 대부분이 문자를 정리하는 용어의 정확한 의미를 모르는 경우가 많아 문제에서 요구하는 것을 이해하지 못하였다. 다음은 두 학생과의 면담 내용으로 두 학생 모두 문제를 보고 괄호 앞에 있는 수를 분배까지는 하였으나 결론적으로 무엇을 해야 하는지 문제를 이해하지 못하여 중간에 풀이를 멈춘 경우다. 이러한 경우 수학 학습 부진아들의 특성은 보기를 보며 문제가 요구하는 것이 무엇인지 알아내기보다는 본인이 모르는 것을 빠르게 받아들이고 정답을 찍어버리는 것이다. 두 학생 모두 기본적인 연산에는 어려움을 겪지 않는 학생으로 조금만 더 끈기를 갖고 이 문제를 대했더라면 풀 수 있었을 것이다. 면담 과정에서 한 문자를 다른 문자로 나타내는 것이 어떤 것인지 알려주고 다시 기회를 주어 풀도록 지도했는데 두 학생 모두 답을 구할 수 있었다.



2. 등식 $2(a-2b)=3a+b-5$에서 b를 a에 관한 식으로 옳게 나타낸 것은?

① $b=-\frac{1}{5}a+1$ ② $b=-\frac{1}{5}a-5$ ③ $b=-5a+1$

④ $b=5a+1$ ⑤ $b=\frac{1}{5}a-5$

$2a-4b=3a+b-5$

$-5b=$

[그림 Ⅳ-11]S9 학생의 2번 풀이

<S9 학생과의 프로토콜>

교사 : 선생님은 S9가 다른 영역에 비해 문자와 식 영역 문제를 많이 틀려서 왜 많이 틀렸는지 알고 싶거든. 문자와 식 문제가 2번, 6번, 9번, 16번인데 우선 2번 문제부터 볼까? 이 문제 기억 나?

학생 : 네. 이 문제 몰라서 찍은 건데.

교사 : 아. 이 문제 몰랐구나. 혹시 이 문제 이해는 돼? b를 a에 관한 식으로 나타내라는 것이 무엇을 하라는 것인지 알겠어?

학생 : $a=0$으로 해가지고 하는 거 아니에요?

교사 : 음. 보기 한번 봐볼래(보기를 보며) b는, b는, b는 이렇게 나타내고 있네. 혹시 감 잡았어?

학생 : 아니요.

교사 : 할 수 있을 것 같은데. 지금 바르게 전개한 것이거든. $-5b$까지 했잖아.

학생 : ($-5b$를 가리키며)이거 맞아요?

교사 : 응.

학생 : $5a$?

교사 : $2a$를 오른쪽으로 이항하면 부호가 어떻게 되지?

학생 : 아. $3a-2a$ 되니까 a요.

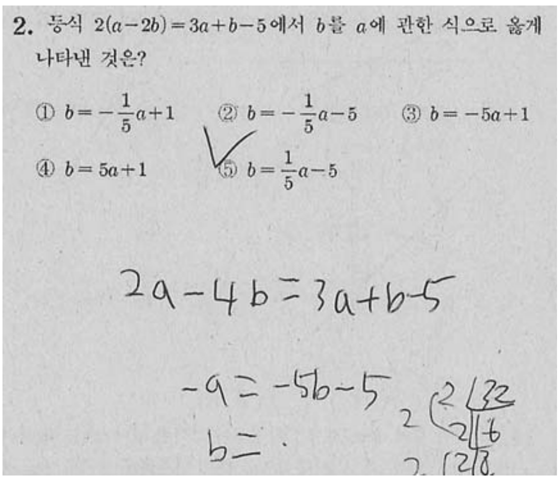
교사 : 보기를 보면 왼쪽에 b만 있어야 하는데 -5가 앞에 있지? 어떻게 해야 할까?

학생 : -5를 곱해요. (그리고는 $-b=5a-25$라고 씀) 맞아요?

교사 : $-\frac{1}{5}$를 곱해야지. b앞에 -5를 없애야 하니까.

학생 : ($2a$를 오른쪽으로 이항하여 $3a-2a$ 결과를)$5a$?

교사 : $\frac{1}{5}a$



[그림 Ⅳ-12]S12 학생의 2번 풀이

<S12 학생과의 프로토콜>

교사 : 2번 문제 어떻게 풀었어?

학생 : 분배 한 다음에.

교사 : 풀이 과정이 맞았는데 하다가 말았어.

학생 : 문제가 이해가 안돼요.

교사 : b를 a로 나타내라는 것이 무엇을 하라는 것인지 모르겠다는 거야?

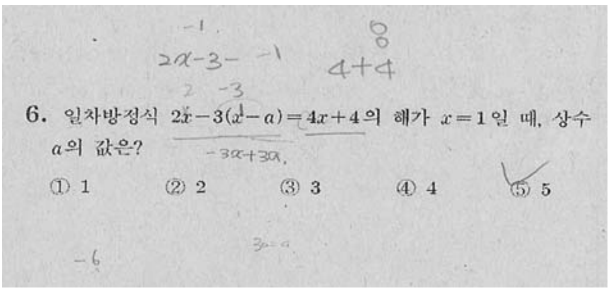
학생 : 네. 그 말이 무슨 말이에요?

교사 : 그럼 여기 분배는 왜 한거야?

학생 : 그냥 나왔으니까 분배 해봤어요.

−6번 문제

6번 문제는 일차방정식 문제로 수학 학습 부진아 중 문자와 식에 어려움을 겪는 8명의 학생 중 3명의 학생이 문제에서 주어진 해를 활용하지 못하여 문제를 끝까지 풀지 못하였다. 이 학생들의 특징은 방정식의 기본적인 개념이 정립되지 않은 것으로 해, 근의 의미를 알지 못한다는 것이다. 특히 문제에서 해가 주어졌을 때 해를 어떻게 이용하는 지에 대한 풀이 알고리즘이 없어 주어진 문제에 어려움을 겪었다. S9 학생의 경우 주어진 일차방정식에서 좌변을 바르게 전개 하였지만 주어진 해를 대입하고도 앞으로 무엇을 해야 할지 몰라 풀이를 멈춘 경우다. 즉 해를 대입하고 상수 a를 구해야 하는데 문제에서 무엇을 요구하는 지 정확하게 인지하지 못한 것이다. 두 번째 S16 학생의 경우는 좌변을 분배하고 더 이상 무엇을 해야 하는지 몰라서 풀이를 멈춘 경우다. 다음은 두 학생의 풀이 과정과 면담 내용이다.



[그림 Ⅳ−13]S9 학생의 6번 풀이

<S9 학생과의 프로토콜>

교사 : 이번엔 6번 봐볼까?

학생 : 이것을 전개...어떻게 해야 할지 모르겠어요.

교사 : $-3x+3a$ 까지는 잘 했는데.

학생 : 맞아요?

교사 : 응. S9는 전개하거나 괄호를 푸는 것이 어려워?

학생 : 네. 그 다음에 $2x$를 곱하는 거 맞아요?

교사 : 곱하는 줄 알았구나, 곱하는 게 아니고 동류항끼리 계산할 거야

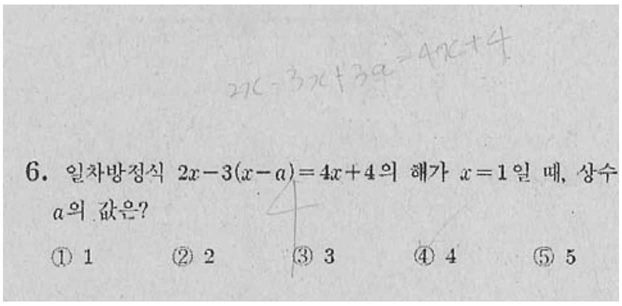
학생 : 아. 그럼 $2x-3x$ 니까 $-x$ 맞아요?

교사 : 그럼 S9가 푼 거를 보면 풀이에 $4+4$ 를 썼는데 S9이가 뭐를 하긴 했는데 무엇을 한 거야?

학생 : $x=1$ 이니까 x에 1을 넣어서

교사 : 아. 그럼 다시 $x=1$ 대입해서 다시 풀어볼래?

학생 : (정확하게 풀이함)



$2x-3x+3a=4x+4$

6. 일차방정식 $2x-3(x-a)=4x+4$의 해가 $x=1$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4

[그림 Ⅳ-14]S16 학생의 6번 풀이

<S16학생과의 프로토콜>

교사 : 이 문제는 어떻게 풀어야 했을까?

학생 : 분배.

교사 : 분배해서 그 다음엔?

학생 : 그래서 이항한 다음에?

교사 : $x=1$이래.

학생 : 음 $3x$는 잘 모르겠는데요.

교사 : 방정식 문제에서 해가 얼마다 하고 주어졌어. 그럴 때 어떻게 푸는지 혹시 알아?

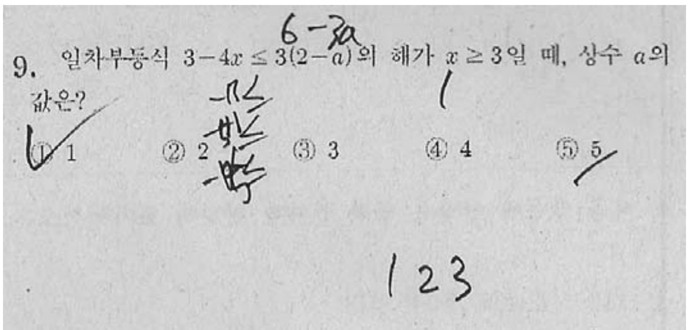
학생 : 대립? 연립방정식?

교사 : 해를 대입했던 거 기억 안나?

학생 : 아. 조금 기억나요.

−9번 문제

9번 문제는 정답률이 9.7% 밖에 안 될 정도로 대다수의 학생들이 오답을 고른 문제이다. 면담을 해보니 방정식에 비해 부등식을 어려워하고 부등식의 풀이 해법을 모르는 경우가 많았다. 부등호의 성질을 이용하여 좌변과 우변을 정리하는 기본적인 연산, 부등식에서의 해의 의미 등을 전혀 모르고 있었으며, 알고 있다 하더라고 정확한 개념이 아니라서 과정에서 많은 오류를 범하였다. 면담 학생 중 S13 학생은 부등식을 학습하는 시기에 중학교를 잘 다니지 않아 부등식의 해법을 전혀 모르고 있었으며, 풀이를 어떻게 하였냐고 물으니 하나씩 대입해 보았다고 하는 것으로 보아 방정식의 해법을 적용해 본 것으로 보인다. S9 학생은 부등식의 풀이과정에서 부등호의 성질을 이해하지 못하여 계산의 오류를 범하였으며 여러 번 풀이를 시도하였지만 정확한 풀이 해법을 몰라서 정답을 구하지 못하였다. 전체 정답률 및 문자와 식에 어려움을 겪는 수학 학습 부진아와의 면담을 통하여 학생들이 부등식의 개념을 정립하지 못함을 알 수 있었고 부등호의 기본적인 연산 등을 학습하지 못하고 고등학교에 진학한 것으로 보인다.



[그림 Ⅳ−15]S13 학생의 9번 풀이

<S13 학생과의 프로토콜>

교사 : 일차 방정식 문제는 정확히 풀었거든. 일차 부등식 문제는 어떻게 구했어?

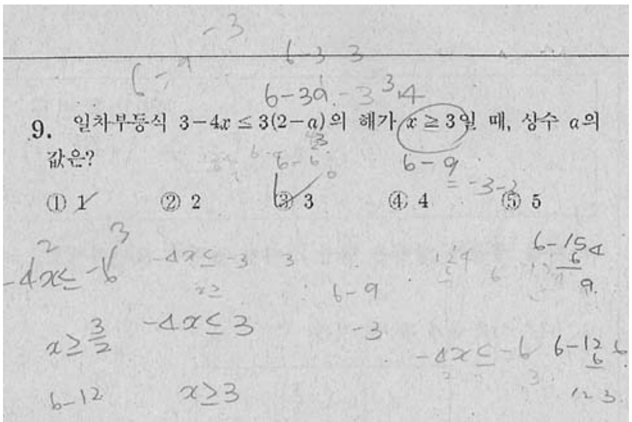
학생 : 이거 할 줄 몰라서 하나하나 대입해 보다가 안 되니까 찍었어요.

교사 : 일차 방정식에서 해가 나온 문제는 쉽게 풀었잖아. 그런데 왜 일차 부등식의 해가 나온 문제는 못 풀었어?

학생 : 제가 일차 부등식을 안 배웠어요.

교사 : 중학교 때 무슨 일이 있었어?

학생 : 제가 학교를 잘 안 나갔어요. 그때 안 배워서 모르는 거예요. 배운 건 잘 해요.



[그림 Ⅳ−16]S9 학생의 9번 풀이

<S9 학생과의 프로토콜>

교사 : 9번 문제 한번 봐봐.

학생 : 어떻게 하는지는 알겠는데.

교사 : 그럼 다시 풀어볼까?

학생 : 네. 우선 괄호를 풀어서 3을 오른쪽으로 넘겨요.

교사 : x 앞에 -4 있는데 어떻게 해야 할까?

학생 : -4로 나눠요.(그리고는 부등호의 방향을 바꾸지 않았다)

교사 : 실수한 거 있는데, 우리가 지금 음수로 나눈 거잖아.

학생 : 아. 부등호 방향.

교사 : 그렇지. 부등호 방향을 바꿔야 해.

학생 : 이렇게?

교사 : 응.

(중략)부등식 문제를 모두 해결함

교사 : 시험 때 엄청 열심히 했어. 그런데 이런 방정식, 부등식 문제를 열심히 했는데 못 푼 이유가 뭘까?

학생 : 음.

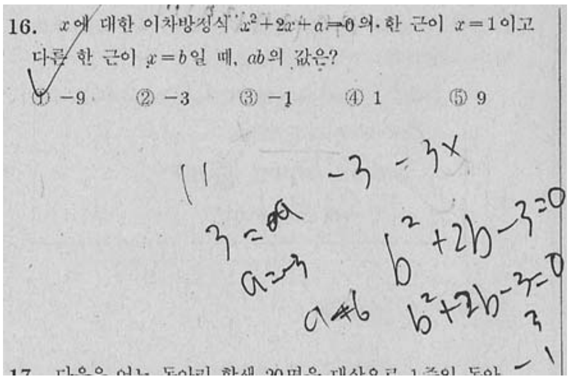
교사 : 혹시 문자 계산이 약한가? 아니면 방정식, 부등식이 어려워?

학생 : 그게 할 줄은 아는데 완벽하게 다 아는 것은 아니고 조금, 어느 정도만 알아서 끝까지 못 푸는 거 같아요.

-16번 문제

16번은 이차방정식 문제로 학생들의 이차방정식의 이해 정도를 알 수 있는 문제였다. 일차방정식의 해법을 모르는 학생 전원이 이차방정식의 해법을 몰랐으며 6번 문제에서 일차방정식의 한 해를 이용하여 문제에 주어진 미정계수를 구하는 문제를 정확하게 푼 학생들도 이차방정식의 풀이 방법을 정확하게 몰라 많은 오답이 나왔다. 학생들의 정립되지 않은 개념들은 이차방정식의 근이 두 개일 수 있다는 것을 몰라 한 근이 1이고 다른 한 근의 의미를 알지 못하였다. 또 이차방정식에서 두 실근이 a, b이면 주어진 식의 좌변이 인수분해 되어 $(x-a)(x-b)=0$으로 나타내어진다는 것을 정확하게 인지하지 못하여 오답을 택하기도 하였다. 또한 인수분해를 해야 하는 것을 알고 있지만 인수분해 방법을 몰라 틀린 경우도 있었다. 이와 같이 문자와 식에서 부진을 하는 학생의 대부분이 정확한 개념 정립이 되지 않아 어려움을 겪고 있었다. S14 학생의 경우 주어진 한 근을 이용하여 a를 바르게 구하고 다른 한 근 b를 대입하였지만 인수분해 방법을 정확하게 알지 못하여 다른 한 근을 3으로 구하여 오답을 구한 경우이다. S12 학생의 경우는 다른 한 근의 의미를 잘 못 이해하여 a를 정확하게 구하고 a를 다른 한 근으로 이용하여 문제를 해결해 버린 경우이다. S10 학생 역시 a를 바르게 구했지만 다른 한 근을 주어진 근인 1로 이해하여 풀었다. 문자와 식에서 부진한 학생들은 이차방정식의 정확한 해법을 몰라 풀이에서 다양한 잘못된 풀이과정이

나왔다.



[그림 Ⅳ-17]S14 학생의 16번 풀이

<S14 학생과의 프로토콜>

교사 : 16번은 어때?

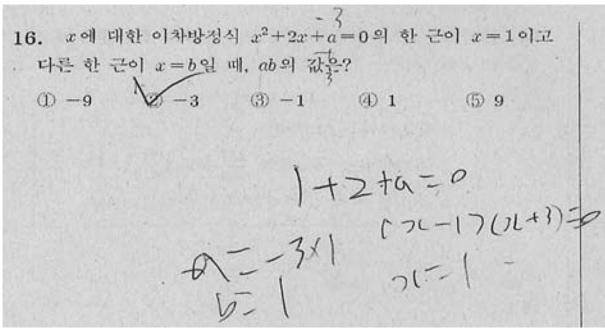
학생 : 이건 아예 모르겠어요.

교사 : 그래도 S14는 방정식에서 근의 의미는 확실히 아는 것 같아. 그래서 한 근이 1이라고 주어진 것을 대입해서 a값은 구한 것이거든. 그 다음에 다른 한 근이 b니까 b를 대입해서 무엇인가를 하려고 했거든. 3, −1해서 무엇을 하려고 했어?

학생 : (자신 없게)인수분해.

교사 : 그렇지. 그런데 인수분해를 하다가 왜 멈춘 거야?

학생 : 잘 모르겠어요.



[그림 Ⅳ-18]S12 학생의 16번 풀이

<S12 학생과의 프로토콜>

교사 : S12는 방정식의 근이라는 것이 무엇을 의미하는지는 확실히 아는 것 같아.

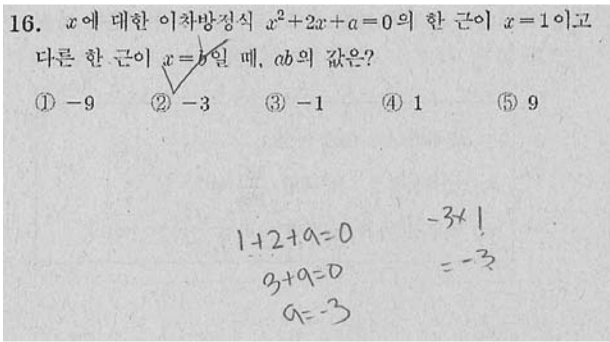
학생 : 중3때 담임선생님이 수학이라 가지고요 한 근이 주어지면 무조건 대입하라고 귀에 박히도록 얘기해서 그건 알죠.

교사 : 그래서 S12가 주어진 근을 대입해서 a값까지는 구했어. 그런데 풀이를 보면 $b=1$이라고 썼는데 왜 이렇게 썼어?

학생 : 이거는요 잘못된 퍼즐을 끼운 거 같아요.

교사 : 맞는 말이네. 이것을 잘못 하니까 전체 퍼즐이 안 맞았지? 다른 한 근의 의미를 모르는 것 같아.

학생 : 네.



[그림 Ⅳ−19]S10 학생의 16번 풀이

<S10 학생과의 프로토콜>

교사 : 16번을 봅시다.

학생 : $x=1$ 넣은 것 까지는 알겠어요.

교사 : a값 구한 것 까지는 맞았거든.

학생 : ($a=-3$ 과 $x=1$을 곱해서)그래서 -3인데.

교사 : 문제 잘 봐봐.

학생 : 아! 1하고 -3곱해서 -3아니에요?

교사 : 그렇게 생각했구나. 이차방정식은 근이 두 개일 수 있어.

학생 : 혹시 1또는.

교사 : 그렇지. 그런 식으로 답이 나오지. 한 근이 1이야. 한 근이 1인 것을 이용

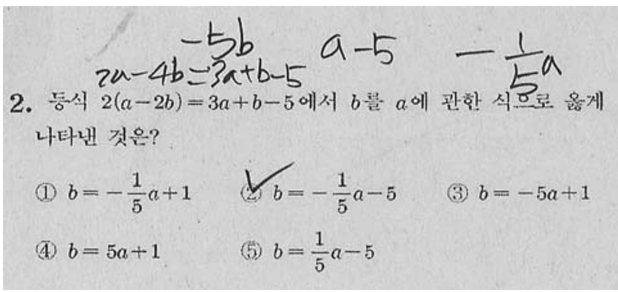
해서 a값을 구했지?

학생 : 다른 한 근?

교사 : 그렇지 a에다가 우리가 구한 3을 넣고 다른 한 근 b를 구해야 되는 문제였어.

나) 기술의 문제

계산상의 어려움으로 문제를 끝까지 해결하지 못한 학생들이 공통적으로 틀린 문제는 2번이었다. 문자와 식에서 어려움을 겪는 내용은 등식의 성질을 이용하여 이항하는 연산에서 부호의 실수를 자주 하였고 특히 문자 앞에 있는 계수를 없애는 방법을 정확하게 알지 못하는 것이다. 예를 들어 -5를 없앨 때 -5를 곱해야 하는 지 나누어야 하는지 정확하게 알지 못하였으며, -5로 나눌 때도 분배법칙을 이용하지 않고 첫 번째 항에만 나누는 경우도 있었다. 또한 학생들의 특징 중의 하나로 풀이를 차근차근 줄맞춰 쓰지 않고 본인만 알아볼 수 있게 쓰는 습관, 중간 중간 생략해서 쓰는 습관 등이 있어서 검토할 때 어디서 잘못됐는지 찾기가 매우 어려워하였다. S13 학생의 경우 풀이에서 상수항, 등호 등 많은 부분을 생략하고 중간 중간 암산한 것을 생략하는 등 풀이에 일관성이 없어 검토하는 것이 어려웠으며 본인도 그 사실을 알고 있었다. 문자 앞에 곱해진 계수를 없애는 방법을 헷갈려 했으며 -5를 우변의 두 개의 항 중에 한 항에만 곱하는 실수를 범하였다. S14 학생의 경우도 S13 학생과 마찬가지로 문자 앞에 계수를 없애는 과정에서 분배법칙을 적용하지 않고 우변의 한 항에만 나누는 실수를 하였다. 이와 같이 학생들은 계산상의 어려움을 겪었으며 특히 부호가 바뀌는 성질, 문자 앞의 계수를 없애는 방법, 유리수의 연산을 어려워하였다.


$-5b$ $a-5$ $-\frac{1}{5}a$

$2a-4b=3a+b-5$

2. 등식 $2(a-2b)=3a+b-5$에서 b를 a에 관한 식으로 옳게 나타낸 것은?

① $b=-\frac{1}{5}a+1$ ② $b=-\frac{1}{5}a-5$ ③ $b=-5a+1$

④ $b=5a+1$ ⑤ $b=\frac{1}{5}a-5$

[그림 Ⅳ-20]S13 학생의 2번 풀이

<S13 학생과의 프로토콜>

교사 : 2번 문제 봐볼래?

학생 : 네.

교사 : 풀이를 보니까 줄 맞춰서 안 썼는데 원래 풀이할 때 이렇게 해?

학생 : 네. 다 적지 않고 암산하고 필요한 것만 적어요.

교사 : 그렇게 풀어서 검토를 하지 못하겠어.

학생 : (풀이를 보면서) 이거 이항하고 해서 계산한 건데.

교사 : 그럼 여기 등호가 생략된 거구나.

학생 : 네.

교사 : 그리고 b앞에 −5를 없애려면 어떻게 해야 하지?

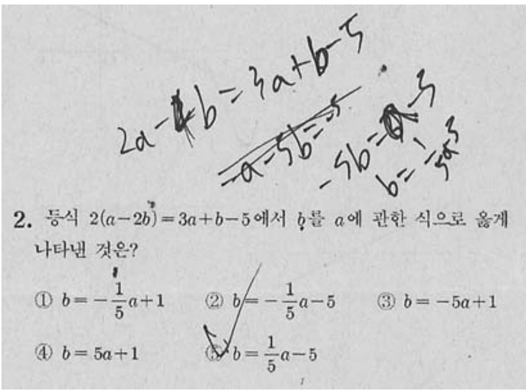
학생 : 곱해요.

교사 : 곱하는 거 아니고.

학생 : 아. 나눠줘요.

교사 : 이 문제는 왜 틀렸을까?

학생 : 뒤에 꺼 계산하는 거 생략해가지고요.



[그림 Ⅳ−21]S14 학생의 2번 풀이

<S14 학생과의 프로토콜>

교사 : 2번 문제 봐볼까?

학생 : 이거 전개해서 이항 한 거예요.

교사 : 잘했네. 문제에서 무엇을 하라고 하는지는 알겠어?

학생 : 네. 이거 ‘$b=$’이렇게 나타내는 거 맞죠?

교사 : 그럼 마지막에 b앞에 있는 -5를 없앨 때 어떻게 했어?

학생 : (본인의 실수를 찾지 못함)음.

교사 : 여기서 -5로 나눌 때 a앞에 $-\frac{1}{5}$이어야 하고 뒤에 상수는 1이 돼야 하지.

학생 : 네.

다) 정의적인 영역의 문제

많은 선행연구에서도 알 수 있듯이 대부분의 수학 학습 부진아들의 수학에 대한 정의적인 측면에서 부정적인 성향을 보임을 알 수 있다. 계속된 실패의 기억으로 자신감이 매우 낮으며 그런 과정이 반복됨에 따라 문제를 읽기도 전에 무의미하게 답안을 작성하는 모습을 보인다. S15 학생의 경우도 이와 비슷하다. 다른 영역의 문제는 문제를 읽고 풀기도 하였지만, 문자와 식 영역에서는 심하게 자신감이 결여되어 있었으며 문제를 읽기도 전에 모르겠다는 답을 먼저 하는 모습을 보였다. 다음은 S15 학생과의 면담 내용이다.

<S15학생과의 프로토콜>

교사 : 2번 문제에서 b를 a에 관해서 나타내라고 했잖아. 혹시 이 말이 무슨 말인지 알겠어?

학생 : 모르겠어요. 그냥 문자 나오면 모르겠어요.

교사 : 모르겠어?

학생 : 몰라서 찍었어요.

교사 : 6번은 뭔가 했는데 어떻게 한 거야?

학생 : 이거. 이렇게 하는 건가 해서 해본 건데요.

교사 : 그런 거야? 방정식의 해가 나왔잖아. 해가 무엇인지 알아?

학생 : (자신 없게)답?

교사 : 응. 맞아. 그럼 $x=1$이라고 했는데 무엇을 해야 되겠는지 생각나는 거 있어?

학생 : 모르겠어요.

교사 : 9번도 끼적이긴 했는데 무엇을 한 거야?

학생 : 9번도 모르겠는데요.

교사 : 16번도 몰라서 찍은 거야?

학생 : 네.

다. 확률과 통계

확률과 통계는 전체적으로 높은 정답률을 보였는데 4문항 중 4번 문제는 간단한 경우의 수를 구하는 문제로 71%의 가장 높은 정답률을 보였다. 15번 문제는 주어진 히스토그램을 해석하여 옳지 않은 보기를 고르는 문제로 54.8%의 정답률을 보였으며, 17번은 주어진 도수분포표를 보며 계급값을 구하고 평균을 구하는 문제로 정답률이 32.3%로 확률과 통계 영역 중 가장 낮은 정답률을 보였다. 마지막으로 18번 문제는 동시에 일어나는 사건의 확률을 구하는 문제로 정답률이 40.3%가 나왔다.

<표 Ⅳ-6> 확률과 통계 영역 면담 대상자 정답률 정답률(%)

내용영역 / 이름	수와 연산	문자와 식	확률과 통계	함수	기하
S17	75	75	50	100	25
S18	50	25	0	25	50
S19	25	25	100	25	25
S20	0	0	50	0	0
S21	25	0	50	0	0
S6	0	0	50	25	0
S7	0	25	75	0	25
S8	0	0	75	25	0

확률과 통계 정답률을 조사하다 보니 다른 영역에 비해 확률과 통계 영역의 정답률이 낮은 학생보다는 확률과 통계 영역의 정답률이 높은 학생의 비율이 더 많았다. 그래서 확률과 통계 영역에서는 확률과 통계 영역의 정답률이 낮은 2명의 학생과 면담하고, 다른 영역에 비해 확률과 통계 영역에서만 높은 정답률을 보인 6명의 학생과 면담을 실시하였다. 다음 표는 면담한 학생들의 확률과 통계 영역의 문제를 잘못 해결한 이유를 분류한 것이다.

<표 Ⅳ-7> 확률과 통계 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류

이름	이해의 문제	기술의 문제	정의적인 영역의 문제
S17	17번		18번
S18			4번 15번 17번 18번
S19			
S20			17번 18번
S21	18번		17번
S6	17번 18번		
S7	17번 18번		
S8	4번		

가) 이해의 문제

확률과 통계 영역의 부진으로 면담을 한 2명의 학생 중 S17 학생은 위의 <표 Ⅳ-6>에 나와 있듯이 수와 연산, 문자와 식, 함수 영역에서는 우수한 점수를 보였으나 확률과 통계와 기하 영역에서 낮은 정답률을 보였다. 그 중 확률과 통계 영역 관련하여 면담을 실시해 보니 간단한 경우의 수 구하는 4번 문제와 히스토그램을 해석하는 15번 문제는 어려움이 없었다. 그러나 도수분포표의 정의와 평균 개념을 알지 못하여 17번 문제를 오답으로 체크하였다.

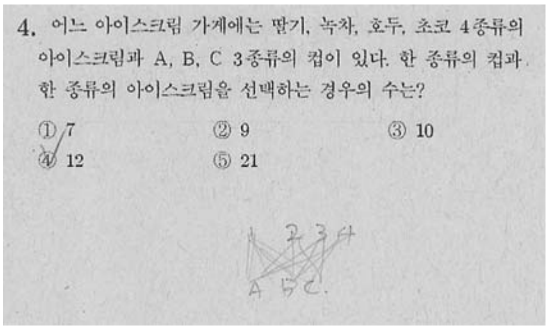
나) 기술의 문제

면담한 두 학생의 오답에서 개념이 정확하지 않아 문제를 해결하지 못하는 경우와 정의적인 영역의 문제로 오답을 체크한 경우는 있었지만 기술의 문제로 문제를 해결하지 못한 경우는 발생하지 않았다.

다) 정의적인 영역의 문제

면담한 두 학생 중 S17 학생은 동시에 일어나는 확률을 구하는 문제에서 문제를 읽고 확률 문제에 대한 자신감 부족으로 풀이를 시도하지 않았다. S18 학생의 경우 확률과 통계 영역의 거부감이 심한 학생으로 문제에 경우의 수 문제, 확률문제, 도수분포표, 히스토그램 나오자 바로 문제를 포기하였다. 다음은 S17 학생의 4번 문제와 17번 문제의 풀이 비교와 S18 학생의 다른 영역 풀이와 확률과 통계 영역 풀이의 비교이다.

<S17 학생의 풀이 비교>

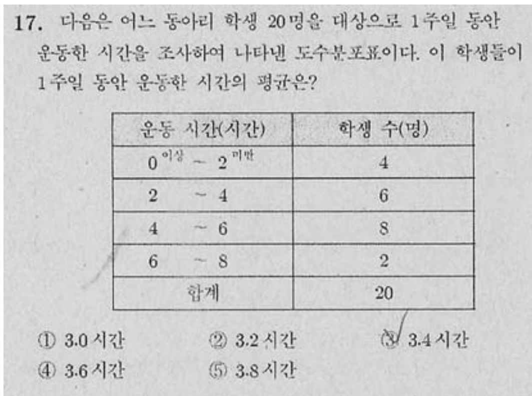


4. 어느 아이스크림 가게에는 딸기, 녹차, 호두, 초코 4종류의 아이스크림과 A, B, C 3종류의 컵이 있다. 한 종류의 컵과 한 종류의 아이스크림을 선택하는 경우의 수는?

① 7 ② 9 ③ 10
④ 12 ⑤ 21

1 2 3 4
A B C

[그림 Ⅳ-22]S17 학생의 4번 풀이



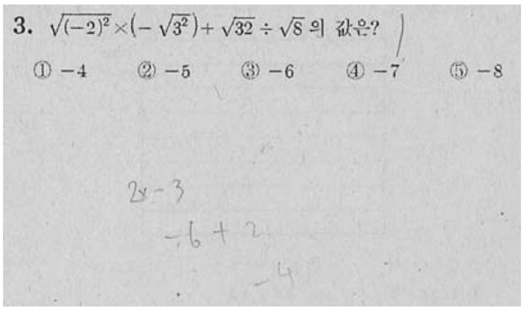
17. 다음은 어느 동아리 학생 20명을 대상으로 1주일 동안 운동한 시간을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 이 학생들이 1주일 동안 운동한 시간의 평균은?

운동 시간(시간)	학생 수(명)
0 이상 ~ 2 미만	4
2 ~ 4	6
4 ~ 6	8
6 ~ 8	2
합계	20

① 3.0시간 ② 3.2시간 ③ 3.4시간
④ 3.6시간 ⑤ 3.8시간

[그림 Ⅳ-23]S17 학생의 17번 풀이

<S18 학생의 풀이 비교>

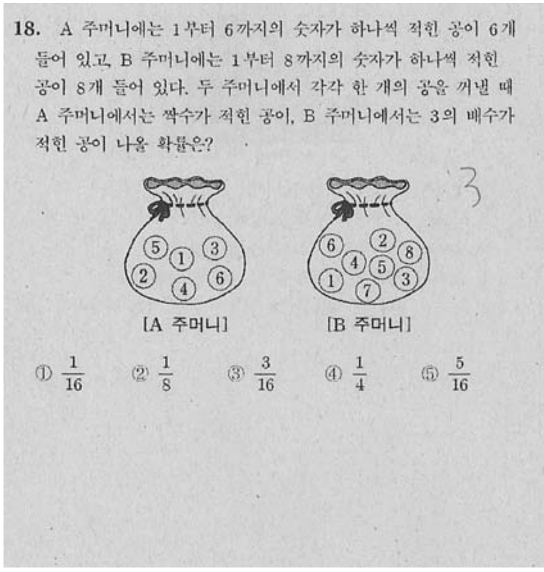


3. $\sqrt{(-2)^2}\times(-\sqrt{3^2})+\sqrt{32}\div\sqrt{8}$ 의 값은?

① -4 ② -5 ③ -6 ④ -7 ⑤ -8

$2x-3$
$-6+2$
-4

[그림 Ⅳ-24]S18 학생의 3번 풀이



18. A 주머니에는 1부터 6까지의 숫자가 하나씩 적힌 공이 6개 들어 있고, B 주머니에는 1부터 8까지의 숫자가 하나씩 적힌 공이 8개 들어 있다. 두 주머니에서 각각 한 개의 공을 꺼낼 때 A 주머니에서는 짝수가 적힌 공이, B 주머니에서는 3의 배수가 적힌 공이 나올 확률은?

3

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

[그림 Ⅳ-25]S18 학생의 18번 풀이

<S18학생과의 프로토콜>

교사 : S18이 확률 문제를 하나도 못 맞혀서 어떻게 문제 풀이를 했나 궁금해.

학생 : 친구가 찍자고 해서 그냥 찍었는데요.

교사 : 아니야. 문제 푼 흔적이 있는데? 4번 문제 풀이하려고 한 거잖아.

학생 : 이것까지만 풀고 나머지는 다 찍었어요.

교사 : 4번 문제부터 봐보자. 이 문제는 다른 학생들은 많이 맞혔거든.

학생 : (문제를 읽고)저는 이런 문제 진짜 못해요.

교사 : 15번 문제는 어때?

학생 : 중학교 때는 풀었던 거 같은데 지금은 모르겠어요.

교사 : 확률과 통계가 다른 영역에 비해 S18한테 어려워?

학생 : 네. (1번 문제를 가리키며) 숫자 계산 이런 것은 하는데 확률은 무슨 말인지 모르겠어요. 말이 이해가 안 돼요.

교사 : 중학교 때도 확률과 통계 문제가 어려웠었어?

학생 : 네. 글이 긴 거요.

교사 : 확률 문제는 문제가 길어질 수밖에 없지. 그럼 문장제 문제가 어려웠던 거야?

학생 : 네.

교사 : 그럼 문장제 문제 말고 도수분포표나 히스토그램이 나온 문제는 어땠어?

학생 : 네. 그런 것은 풀었었어요.

면담을 실시한 총 8명의 학생 중에 2명을 제외한 나머지 6명의 학생은 나머지 영역에 비해 확률과 통계 영역의 점수가 우수하였다. 이 학생들의 시험 결과가 흥미로운 것은 다른 영역의 정답률이 0%인 학생이 확률과 통계 영역의 정답률이 50%, 75%에 이르는 등 기이한 점수 분포가 눈에 띄었다. 6명의 학생과 순차적으로 면담을 진행한 결과는, 4번 문제의 경우 간단한 경우의 수 문제로 중학교 때 개인적인 이유로 수업을 듣지 않았더라도 초등학교 때 학습한 수학 실력으로 해결 할 수 있다는 것이다. S19 학생의 말을 인용하면 '공식을 모르더라도 조금만 머리를 쓰면 풀 수 있는 문제'인 것이다. 이러한 특징으로 유리수 연산, 무리수 연산, 집합, 함수 등을 해결하지 못한 학생이지만 확률과 통계 4번 문제를 수월하게 해결한 것이다. 15번의 히스토그램 역시 초등학교에서 히스토그램이라는 용어를 정의하지는 않지만 학습하는 내용이다. 그래서 초등학교에서 학습한 내용을 기본으로 12시간 이상 봉사 활동을 한 학생이 3명이 아니라 4명이라는 것을 찾아낸 학생이 많았다. 또한 면담한 학생 중 S21 학생의 경우 좌표평면의 개념, 함수 그래프의 정의, x축, y축 등의 용어를 모르지만 히스토그램의 가로축, 세로

축의 의미를 알고 정확하게 해석하여 풀이를 하였다. 4번과 15번의 경우 중학교에서 학습한 확률과 통계의 내용이 아니더라도 답을 찾을 수 있었던 반면 17번과 18번의 경우는 중학교에서 학습한 내용을 토대로 풀이를 해야 하므로 확률과 통계 영역에서 우수한 점수를 보인 학생들도 많이 틀렸다. 17번의 경우 도수분포표에서 평균을 구하는 알고리즘 즉, 계급값을 구하고 도수와 곱한 후 총 도수로 나누는 과정을 학습하지 않았거나 해당 부분을 잊어 버려서 못 푼 것이다. 그러나 면담할 때 학생들에게 질의를 해보면 중학교 때는 다른 영역은 많이 틀려도 도수분포표는 해결했었다고 하였다. 마지막으로 18번 문제의 경우 긴 문장제 문제로 수학 학습 부진아들에게 공통적으로 보이는 문장제 문제에 대한 두려움을 전체적으로 보였다. 문장제 문제에 대해 중학교 때부터 반복된 실패로 '나는 이 문제를 읽어도 이해하지 못할 것이다'라는 마음이 생겨서 자세히 읽지 않았거나 읽다가 도중에 멈춰버린 경우가 있었다. 또한 경우의 수 문제에서 보인 자신감과 달리 확률의 개념인 $\frac{\text{사건의 경우의 수}}{\text{전체 경우의 수}}$ 를 알지 못하여 문제를 해결하지 못하기도 하였다. 이 6명의 학생과 면담한 결과 확률과 통계가 다른 영역과의 개연성이 적어 수와 연산, 문자와 식, 함수, 기하를 모르더라도 확률과 통계 문제를 해결한 학생이 많았고, 특히 중학교 수학 부진으로 전체적인 개념 학습이 부족한 학생도 초등학교에서 학습한 확률과 통계 개념으로 문제 해결을 하였다.

<S8 학생과의 프로토콜>

교사 : 확률 문제 봐보자. 4문제 중에 3문제나 맞혔거든. 4번 문제는 왜 답을 7로 택한 거야?

학생 : 이 문제 모르겠어요.

교사 : 아이스크림 가게에 딸기, 녹차, 호두, 초코 4종류의 아이스크림이 있고 A, B, C 3종류의 컵이 있대.

학생 : 이거 (딸기라고 적고 옆에 A, B, C 라고 쓴 후) 이렇게 한 다음에 따따따 이렇게 하는 것 아니에요? 맞나?

교사 : 응. 맞아. (풀이를 해줌)

학생 : 이거 중학교 때 했던 것 같아요.

교사 : 15번 봐보자.

학생 : 맞혔어요?

교사 : 응. 맞았어. 이 부분은 기억이 나?

학생 : 이 부분은 잘 배운 거 같아요.

교사 : 17번 문제도 정확히 풀어서 맞혔거든. 시간 밑에 1, 3, 5, 7 썼는데 이거 무엇을 쓴 거야?

학생 : 계급값.

교사 : 여기 4, 18, 40, 14는 무엇을 쓴 거야?

학생 : (계급값과 학생 수를 가리키며) 이거 곱한 거 아니에요?

교사 : 맞아. 그 다음은.

학생 : 더해서 나눠요.

교사 : 도수분포표를 보고 평균을 구하는 과정을 알겠어?

학생 : 네.

교사 : 18번도 맞혔어. 찍은 것 같지는 않은데.

학생 : 이거 어떻게든 푼 것 같아요.

교사 : S8한테 다른 영역에 비해 확률 통계 문제가 할 만 한 거야?

학생 : 네. 그런 것 같아요.

교사 : 유리수가 있는 계산이나, 루트가 있는 것, 집합 문제는 S8한테 어렵지만 이런 확률과 통계 문제는 S8한테 수월한 거야?

학생 : 네.

교사 : 선생님은 왜 이런 현상이 일어나는 지 궁금한 거야. S8이 생각엔 왜 그런 거 같아?

학생 : 그냥 이런 것 초등학교 때부터 많이 해서 그런 거 아니에요?

교사 : 초등학교 때도 확률이 있어?

학생 : 평균구하는 거나.

교사 : 초등학교 때 평균 구하는 것이 있어?

학생 : 네. (17번을 가리키며) 이런 것은 중학교 때 하지만 (18번을 가리키며) 이런 것은 초등학교 때부터 했던 거라서.

교사 : 그럴 수 있겠다. (히스토그램을 가리키며) 이런 것도 초등학교 때 해?

학생 : 한 거 같은데. 평균구하는 거나 확률 구하는 거 했어서 중학교 때 하니까 쉬웠어요.

교사 : 진짜 그런 것 같네.

<S21 학생과의 프로토콜>

교사 : S21이 이번 문제들 중에 확률과 통계 문제만 잘 맞았어.

학생 : 그때만 수업을 잘 들었어요.

교사 : 그러면 확률과 통계 문제 말고 (다른 문제를 가리키며) 이런 유리수 연산하는 문제나 방정식문제, 함수 문제들은 어때?

학생 : 어려워요.

교사 : 많이 어려워?

학생 : 기본을 모르니까 아예 안 푸는 것 같아요.

교사 : 기본을 왜 모르는 걸까?

학생 : 초등학교 때는 아닌 것 같고 중학교 때부터 수업을 안 들었어요. 공부도 안했지만 병원을 자주 다녀가지고 학교를 잘 못 나갔어요.

교사 : 4번 문제는 맞았는데 어떻게 풀었어?

학생 : 그냥 곱하는 거 아니에요? 암산했는데요.

교사 : 15번 문제는 어떻게 풀었어?

학생 : 이거 쉬운데. 이거 당연히 아는 거 아니에요?

교사 : 그럼 히스토그램 해석할 줄 아는 거네.

학생 : 네. 그런데 나머지들(나머지 영역을 의미함)은 어려워요.

라. 함수

함수 영역 4문제 중 7번 문제는 정의역이 정수 전체의 집합인 일차 함수에 대하여 보기에서 옳은 것을 고르는 문제로 24.2%로 낮은 정답률을 보였다. 8번 문제는 좌표평면에서 순서쌍의 의미를 알고 점의 평행이동을 이용하여 주어진 점의 좌표를 구하는 문제로 정답률이 32.3%가 나왔다. 10번 문제는 주어진 일차함수를 좌표평면에 나타내는 문제로 51.6%로 가장 높은 정답률을 보였고, 12번은 4개의 일차함수가 주어지고 그래프에 대하여 옳은 설명을 고르는 문제로 정

답률이 46.8%가 나왔다.

<표 Ⅳ-8> 함수 영역 면담 대상자 정답률 정답률(%)

내용영역 / 이름	수와 연산	문자와 식	확률과 통계	함수	기하
S22	50	75	50	0	0
S23	50	0	50	0	25
S24	50	50	25	0	0
S25	50	50	50	0	75
S26	50	25	25	0	25
S27	50	50	50	100	75
S28	0	0	25	75	0
S3	0	25	25	75	75

면담을 실시한 위의 8명의 학생 중에 5명의 학생은 함수 영역 정답률이 0%로 다른 영역에 비해 함수 영역의 부진이 심한 학생이고, 3명의 학생은 다른 영역에 비해 함수 영역의 정답률이 높은 학생이다. 다음 표는 면담한 학생들의 함수 영역의 문제를 잘못 해결한 이유를 분류를 한 것이다.

<표 Ⅳ-9> 함수 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류

이름	이해의 문제	기술의 문제	정의적인 영역의 문제
S22			7번 8번 10번 12번
S23	7번 8번		10번 12번
S24	7번 8번		10번 12번
S25	7번 8번		10번 12번
S26	7번 8번		10번 12번
S27			
S28		8번	
S3		7번	

가) 이해의 문제

8명의 학생 중 함수 영역에 부진한 성적을 보인 5명 중 이해의 문제로 문제 해결을 못한 4명의 학생과의 면담을 실시하였는데 면담 결과 이해의 문제로 함수 영역 문제에 어려움을 겪은 빈도가 가장 높았다. 수학 학습 부진아 중 함수 영역

에 부진을 보인 학생의 경우 함수의 정의, 정의역, 치역의 개념, 함숫값 구하는 방법, 좌표평면에서 주어진 점의 좌표 구하기, 일차함수의 그래프 그리기, 일차함수 그래프의 성질 등 중학교에서 학습했어야 하는 함수 개념들을 모르는 경우가 대부분이었다.

-7번 문제

7번 문제에서 다수의 학생이 정의역, 치역이 무엇인지 모르고 있었으며 함수식이 주어지고 x값이 주어졌을 때 함숫값을 구하는 방법을 알지 못하였다. 반대로 함숫값이 주어지고 함숫값이 되도록 하는 정의역의 값을 찾는 문제 또한 해결하지 못하였다. 면담을 한 5명의 학생 모두 7번 문제에서 오답을 택했으며 풀이가 전무하였다. 보기 ㄱ의 경우 주어진 x값만 함수식에 넣어서 함숫값을 구하면 되는 간단한 보기였지만 모든 학생이 함숫값을 구하는 알고리즘을 알지 못하여 모두 오답으로 체크하였다. 보기 ㄴ 경우도 함수의 개념을 알고 있다면 쉽게 해결할 수 있는 문제였지만 수학 학습 부진아들에게 $f(x)$ 의 등장만으로도 본인들이 해결하지 못할 것이라는 생각으로 시도조차 하지 않은 것이다. S25 학생은 함수를 제외한 나머지 영역에서 고른 점수를 보였지만 함수 영역만 특히 낮은 점수를 보인 학생으로 중학교 함수 학습할 때부터 수업을 듣지 않아 함수 영역만 부진을 보였다. 그래서 일차방정식, 유리수의 연산, 무리수의 연산, 기하 문제는 수월하게 해결 하고도 함수 영역의 문제는 하나도 해결하지 못하였다. 함수 영역 수학 학습 부진아들의 특징은 다른 영역에 비해 함수 개념 도입 부분 수업을 놓친 경우 중간에 수업을 듣더라도 결손된 내용을 보충하기 어렵다는 것이다. 함수 도입에서 $f(x)$ 사용에 거부감을 느끼는 학생이 많았으며, 중학교 함수 도입에서 학습하는 정의역, 치역, 함숫값 등등에 정확한 정의가 확립되어 있지 않았다. 다음은 S25 학생과 S23 학생과의 면담 내용이다.

<S25 학생과의 프로토콜>

교사 : S25는 다른 영역에 비해 함수 영역 문제 하나도 못 맞혀서 불렀어. S25는 수학을 조금 했었던 거 같아. 풀이가 아주 많아. 7번이 함수 문제야.

학생 : 이거 안 풀었어요. 별표 쳐져 있잖아요.

교사 : 별표 쳐진 것은 안 푼 거야?

학생 : 네.

교사 : 왜 안 풀었어?

학생 : 몰라서요. 저 함수 안 배웠어요.

교사 : 함수를 안 배웠다고? 함수 배울 때 뭐했어?

학생 : 잠잤어요.

교사 : 정말? 그럼 함수 부분 시작하자마자 잠 잔거야? 아니면 정의역, 치역 이런 용어 듣다가 안 듣기 시작한 거야?

학생 : 처음부터.

교사 : 정의역은 들어봤어?

학생 : 네.

교사 : 치역은?

학생 : 그거 반대편 아니에요?

교사 : 그럼 함수 $f(x)$가 주어질 때 $x=2$ 이렇게 x값이 주어질 때 함숫값 어떻게 구하는지 알아?

학생 : 몰라요.

<S23학생과의 프로토콜>

교사 : S23은 이 시험 풀었어?

학생 : 뭔가 알 것 같은 것만.

교사 : 7번 함수 문제인데 어떻게 푸는지 알겠어?

학생 : 모르겠어요.

교사 : 혹시 정의역이 무엇인지 알아?

학생 : 몰라요.

교사 : 치역이 무엇인지 알아?

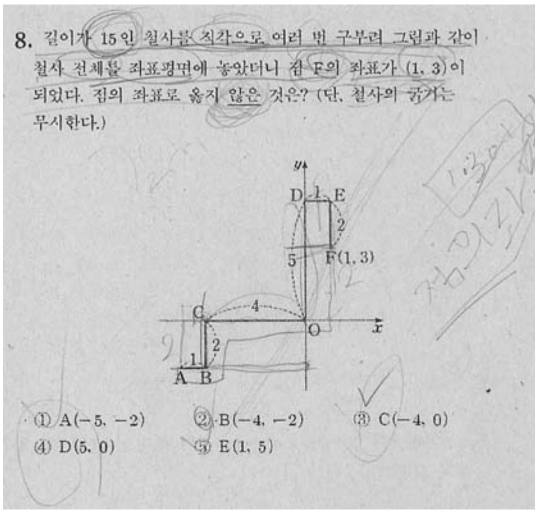
학생 : 중학교 때 선생님이 가르쳐주긴 한 것 같은데 까먹었어요.

교사 : 혹시 함수 $f(x)$에서 $x=2$ 이렇게 x값이 주어질 때, 함숫값 어떻게 구하는지 알아?

학생 : 몰라요.

-8번 문제

좌표평면에서 점의 좌표를 구하는 방법을 묻는 문제로 좌표평면에서 점의 좌표를 순서쌍으로 나타내는 방법만 알고 있다면 쉽게 해결할 수 있는 문제이지만 3명의 학생이 이해의 문제로 오답을 택하였다. 함수 영역에서 두드러진 부진을 보인 수학 학습 부진아들은 좌표평면을 학습할 당시 잠을 자거나 병원을 다니는 등의 이유로 수업에 참여하지 못하였다. 그래서 순서쌍의 표현 방법을 익히지 못하였고 8번 문제가 단순한 문제임에도 해결하지 못한 것이다. S26 학생의 경우 좌표평면 도입부분에서 사분면의 개념까지는 학습하였지만 그 이후에는 동기부족으로 학습을 거부한 결과 함수의 내용을 모르는 학습 결손 현상이 발생하였다. 다음은 S24 학생의 풀이로 축 위의 점이 아닌 경우 점의 좌표를 나타내는 데 어려움이 없었지만 x축 위의 점, y축 위의 점을 표현함에 있어 정확하지 않은 개념 정립으로 오답을 고른 경우다. 이 학생은 D의 좌표가 (0, 5)이지만 (5, 0)이라고 생각하여 오답을 택하였다. 면담 결과 면담 중간 중간에도 순서쌍을 표현할 때, 순서를 바꾸어 말하는 등 좌표를 나타내는 데 정확한 개념이 정립되어 있지 않음을 알 수 있었다.



[그림 Ⅳ-26]S24 학생의 8번 풀이

<S26학생과의 프로토콜>

교사 : 중학교 때부터 함수에 관심이 없었어?

학생 : 함수 자체가 관심이 없었어요.

교사 : 도형이나 확률과 통계는?

학생 : 그런 것은 좀 하다가요. 함수 십자가 나오고 할 때부터 이상해서 안 들었어요. 1사분면, 2사분면 나올 때까지는 좋았는데 그 다음부터는 진짜 싫었어요.

나) 기술의 문제

면담한 네 학생의 오답에서 함수 개념과 용어를 학습하지 않아 문제를 해결하지 못하는 경우와 정의적인 영역의 문제로 오답을 체크한 경우는 있었지만, 기술의 문제로 문제를 해결하지 못한 경우는 발생하지 않았다.

다) 정의적인 영역의 문제

함수 영역의 수학 학습 부진 학생들은 다른 영역에 비하여 정의적인 영역의 문제로 문제 해결에 어려움을 겪은 빈도가 높았다. 총 4페이지 중 1, 2페이지까지는 문제를 읽기도 하고 풀이를 시도하려는 노력도 보였지만 3페이지에서 부터는 많은 부진아들이 자신감의 결여, 동기 부족 등으로 문제 풀이를 시도하지 않고 무작위로 답을 표시하는 경향을 보였다. 특히 함수 영역 부진아들은 10번, 12번 함수문제는 문제도 제대로 읽지 않고 답을 표시한 것이다. 그 이유로는 앞서 7번과 8번 함수 문제에서 문제를 읽어도 해결할 수 없었다는 실패의 경험으로 쉽게 포기해 버린 것이다. 특히 10번의 경우 좌표평면에 함수 그래프가 나오자 그래프에 대한 두려움으로 시도조차 하지 않은 학생이 대부분이었다. 함수 영역에 부진을 겪는 학생 대부분이 본인은 그래프를 하나도 모른다고 할 만큼 그래프에 대한 거부감이 강한 것으로 나타났다. 그 영향으로 일차함수의 기울기, x절편, y절편 등의 용어를 전혀 알지 못하고 있었으며 심지어 일차함수 그래프가 직선이 됨을 모르는 학생도 있었다.

<S25 학생과의 프로토콜>

교사 : 10번도 함수문제인데.

학생 : 저 이런 것은 진짜 몰라요.

교사 : 이런 게 어떤 거야?

학생 : (일차함수 그래프를 가리키며)이런 짝대기 진짜 몰라요.

교사 : 12번도 별표네.

학생 : 그러니까요. 제가 함수는 거의 다 몰라요.

교사 : 왜 그런 거야? 다른 영역은 어느 정도 답을 맞혔잖아.

학생 : 그것이요. 함수 거의 마지막에 배웠을걸요.

교사 : 함수가 단원이 맨 뒤야?

학생 : 공부하다가 학원 다 그만두고 함수 할 즈음부터 놀았어요.

교사 : 그게 딱 함수 시작할 때 쯤인거야?

학생 : 저 도수분포표 이런 거 다 해요. 나한테 완전 쉽죠.

교사 : 그런데 함수는. 고등학교 때 수학은 어떡할 거야?

학생 : 안 할 거예요.

<S22 학생과의 프로토콜>

교사 : 함수문제부터 보자. 이 문제 어떻게 풀었어?

학생 : 찍었어요. 함수 문제 푸는 방법 몰라요.

교사 : 아. 푸는 방법을 몰라? 함수부분은 아예 모르는 거야?

학생 : 네. 중학교 때 잤어요.

교사 : 혹시 기울기 알아?

학생 : 몰라요.

교사 : 이유가 뭘까? 함수문제를 못 푸는 원인이 뭘까?

학생 : 함수는 배운 기억이 없어요.

<S26 학생과의 프로토콜>

교사 : 1페이지만 풀고 나머지는 깨끗하네.

학생 : 1페이지만 풀고 다 찍었어요.

교사 : 함수가 특별히 어려운 게 아니라 1페이지 풀다가 귀찮아서 다 찍은 거야?

학생 : 네.

면담을 실시한 총 8명의 학생 중에 3명의 학생은 나머지 영역에 비해 함수 영역의 점수가 우수한 경우이다. 수학 학습 부진아 학생들 중 많은 학생들이 함수 영역을 힘들어 하지만 면담한 세 학생의 경우는 함수 영역에 자신감은 없지만 중학교 수학 학습 시간에 배운 개념으로 함수 평가지의 문항을 큰 어려움 없이 해결하였다. S27 학생은 수학에 대한 자신감이 낮지만 함수문제의 풀이 과정을 바르게 설명하는 등 함수 개념이 정확하게 정립된 학생이다. S28 학생은 다른 문제보다 함수문제가 쉽다고 생각하고 있었으며 특히 학생들이 거부감을 느낀 그래프 문제도 자신감 있게 풀고 연구자에게 설명도 하였다. S3 학생의 영역별 정답률이 수와 연산 0%, 문자와 식 25%, 확률과 통계 25%, 함수 75%, 기하 75%로 함수 영역이 다른 영역보다 우수한 정답률을 보이고 있으며 면담 결과 수와 연산, 문자와 식 문제는 문제를 읽으면 거부감이 생겨 문제 풀이할 동기가 부여되지 않는 반면 함수 문제는 문제를 읽어도 거부감이 생기지 않아 문제를 풀었다고 답하였다.

<S27 학생과의 프로토콜>

교사 : S27이 다른 영역에 비해 함수는 다 맞혔어.

학생 : 정말요? 함수 못하는데.

교사 : 잘 찍은 거야?

학생 : 아니요.

교사 : 7번 봐보자.

학생 : 이거 찍은 것 같아요.

교사 : 8번은?

학생 : 찍었어요.

교사 : 10번은?

학생 : y축이 -4고 x축이 -2니까 4번 골랐어요.

교사 : 12번 문제는?

학생 : 일단 y절편은 다 다르고요. 그리고 x절편이 다르니까 3번으로 했어요.

교사 : 알긴 아네. 함수 부분 잘하는 거야, 잘 찍은 거야?

학생 : 일단 감으로 풀긴 풀었는데.

<S28 학생과의 프로토콜>

교사 : S28은 다른 영역에 비해 함수를 많이 맞혔어.

학생 : 저 함수 못하는데요.

교사 : 그럼 찍은 거야? 7번 문제부터 봐보자. 이 문제가 함수 문제야.

학생 : 이거 쉽잖아요.

교사 : 이거 쉬워?

학생 : 할 만한데.

교사 : 8번 문제도 함수 문제거든.

학생 : 이거 표시한 거 있잖아요. 풀었죠.

교사 : 어떻게 다른 영역은 모두 틀렸는데 함수는 이렇게 잘 맞힌 거지?

학생 : 그냥 중학교 때 함수만 공부해서 그럴걸요.

교사 : 10번 그래프 찾는 문제도 맞았어.

학생 : 이거 다 나와 있잖아요. 그대로 풀면 되잖아요. 보이는 대로 한 거예요.

교사 : 어떻게 함수는 이렇게 쉽게 쉽게 풀어?

학생 : 함수요? 그냥 머릿속에서 생각하면 되잖아요. 이건 이렇게 해서 이렇게 이렇게요.

교사 : 신기하네.

학생 : 왜요?

교사 : 애들이 함수는 어려워하니까.

학생 : 네? 전 은근 쉽던데.

교사 : 12번도 풀고 답이 맞았네. 중학교 때 함수 부분 열심히 했어?

학생 : 2학기 때 거의 함수만 했죠. 애들은 함수 못 풀 때 저는 풀었죠. 함수 그래프는 쉽죠.

<S3 학생과의 프로토콜>

교사 : 선생님 생각에는 수와 연산이나 방정식은 쉽고 함수는 어려울 거라고 생각했는데 S3은 반대로 수와 연산이나 방정식은 많이 틀리고 함수는 많이 맞았단 말이야. 7번 문제 함수문제인데 어때?

학생 : 이 문제 풀었어요.

교사 : 이런 함수 문제는 읽었을 때 거부감이 안 생겨?

학생 : 네.

교사 : 풀 수 있겠다 하는 마음이 생기는 거지?

학생 : 네.

교사 : 10번 문제 같은 경우도 그래프를 찾아라 하면 거부감 없이 끼적이면서 그래프를 찾을 수 있는 거잖아?

학생 : 네.

마. 기하

기하 영역에서는 4문항 중 11번 문제는 기하 문제 중 문제의 길이가 가장 긴 편으로 문제를 이해하고 풀이를 해야 하는 문제로 정답률이 24.2%로 가장 낮았다. 1cm 간격으로 직선이 그어진 판에 한 점을 주고 그 점을 중심으로 원을 그릴 때 3개의 직선과 만나도록 하는 반지름의 구간을 구하는 문제로 학생들이 많이 어려워 한 문제이다. 13번 문제는 정답률이 25.8%로 두 번째로 낮았으며 도형의 닮음, 합동, 두 선분의 평행 기호, 각의 표시 등 도형에서 사용되는 기호와 닮음의 개념을 알아야 해결할 수 있는 문제이다. 19번 문제는 합동인 4개의 사다리꼴을 이용하여 큰 사다리꼴을 만들고 이 사다리꼴의 넓이를 구하는 문제로 정답률이 40.3%이다. 20번은 입체도형의 옆면의 모양과 면의 수를 구하는 문제로 51.6%로 가장 높은 정답률을 보인 문제이다.

연구 대상자 중 기하 영역에서 부진한 성적을 보인 학생과 기하 영역에서만 우수한 성적을 보인 학생들을 선별하여 개별 면담을 실시하였다. 선별된 학생들의 영역별 정답률은 다음 표와 같다.

<표 Ⅳ-10> 기하 영역 면담 대상자 정답률 정답률(%)

내용영역 / 이름	수와 연산	문자와 식	확률과 통계	함수	기하
S30	75	50	75	50	25
S22	50	75	50	0	0
S17	75	75	50	100	25

S31	50	25	75	50	25
S32	50	75	75	75	25
S3	0	25	25	75	75
S33	0	25	0	25	75

위의 7명 중 다른 영역에 비해 기하 영역에 부진한 성적을 보인 5명과 기하영역에서 다른 영역에 비해 우수한 성적을 보인 2명의 학생들과 개별 면담을 실시하였다. 다음 표는 면담한 학생들의 기하 영역의 문제를 잘못 해결한 이유를 분류를 한 것이다.

<표 Ⅳ-11> 기하 영역 면담 대상자 문항별 부진 원인 분류

이름	이해의 문제	기술의 문제	정의적인 영역의 문제
S30	11번 13번 19번		
S22	13번 19번		11번 20번
S17			11번 13번 19번
S31			11번 13번 19번
S32	13번 19번 20번		11번
S3	11번		
S33	19번		

가) 이해의 문제

기하 영역에서 부진을 보인 수학 학습 부진아들의 수학 부진 원인으로 이해의 문제로 문제 해결을 못한 학생들의 특징은 기본적으로 도형의 개념을 정확하게 알지 못하는 것이었다. 11번 문제의 경우 원이 어떤 모양인지는 알지만 반지름의 정의, 도형과 선분이 만난다는 것의 의미 등 기하 영역에서 사용되는 용어의 의미를 알지 못하는 것이다. 또한 11번 문제의 경우 문제가 3줄로 다른 문제에 비해 길다보니 학생들의 문제 이해도가 낮았다. 13번 역시 닮음, 합동, 평행, 닮음의 위치 등 기하에서 사용되는 용어의 정의를 모르고 또한 $\angle$, //, $\overline{OA}$ 등 기호의 정의 역시 몰라서 틀린 경우가 많았다. 19번은 학생들이 주어진 도형을 보고 변을 구하는 것까지는 수월하게 구하였으나 사다리꼴의 넓이 계산 공식을 상기하지 못하여 틀린 경우가 많았다. 마지막으로 20번은 기하 영역이 부진한 학생들 중 학생 한 명을 제외하고 모두 맞을 만큼 기하 영역이 약한 학생들도 해결할 수 있는 수준의 문제이다.

-11번 문제

면담한 다섯 학생 중 이해의 문제로 11번을 해결하지 못한 학생은 S30 학생으로 문제를 해결하려고 문제를 읽었으나 문제가 무엇을 요구하는지 알지 못하여 문제를 해결하지 못한 경우이다. 이 학생은 중학교 때부터 문장제 문제를 해결하는데 어려움이 있었다고 호소하였고 문제가 길어지면 문제에서 주어지는 조건, 구해야 하는 것 등을 파악하지 못한다는 것이다. 본인도 이 사실을 알고 고치려고 노력하였지만 쉽게 고쳐지지 않아 수학 부진이 누적된 것으로 보인다. 특히 이 학생은 수학 내용을 설명해주면 이해도 빠르고 학습하려는 학습 의욕도 훌륭하지만 문장을 해석하는데 어려움이 있었다.

<S30 학생과의 프로토콜>

교사 : S30은 다른 문제에 비해 기하 영역 문제 정답률이 낮아서 선생님이 S30이 어떻게 문제를 풀었는지 궁금했어. 11번 문제 봐볼까?

학생 : 이 문제 무슨 말인지 모르겠어요.

교사 : 이 문제 이해가 안 돼?

학생 : 네.

교사 : S30은 문장제 문제처럼 문제가 길어지면 이해가 잘 안 돼?

학생 : 네. 문제가 길면 무슨 말을 하는지 모르겠어요.

교사 : 그럼 8번 문제는 이해가 됐어?

학생 : 네. 이 문제는 그림 보니까 이해가 됐거든요.

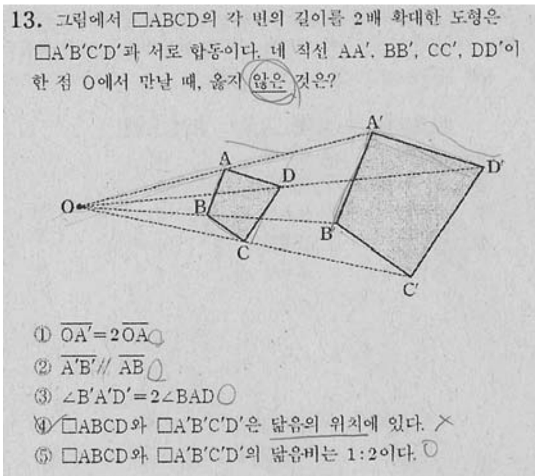
교사 : 그랬구나.

학생 : 제가 원래 활용 문제 같은 것을 잘 못해요. 문제가 길어지면 못 풀어요.

-13번 문제

주어진 사각형의 각 변의 길이를 2배로 확대한 도형과 문제에서 주어진 사각형 $\square A'B'C'D'$은 서로 합동이라고 문제에서 주어지고 선분의 길이를 나타내는 기호, 두 변의 평행 기호, 각의 표시, 닮음의 위치, 닮음비의 개념을 묻는 문제이다. 면담한 학생 5명 전원이 13번 문제를 오답으로 체크하였고, 그 중 3명의 학생이 이해의 문제로 이 문제를 해결하지 못하였다. 면담을 해 보니 이 학생들 중 S30

학생은 11번 문제와 비교하였을 때 문제 길이는 비슷하였지만 문장제가 아닌 기호를 이용하여 문제를 설명하는 방식이라 문제를 이해하는 데는 큰 어려움이 없었다. 그리고 선분의 길이를 나타내는 기호는 정확히 알고 있었으며 평행의 개념을 서로 닿지 않는 두 선분이라고 말할 수 있었고 그 기호 역시 알고 있었다. 그러나 각을 나타내는 기호를 모르고 있었으며 특히나 ‘닮음의 위치’의 개념을 잘못 이해하고 있었다. 학생은 닮음의 위치가 동심원의 개념처럼 ‘같은 위치에 겹쳐져 있을 때 닮음의 위치에 있다’라고 생각하고 있었다. 이러한 오개념으로 이 문제를 풀지 못하였다. 면담한 학생 중 S22 학생은 옳지 않은 것을 고르는 문제인데 문제를 정확하게 읽지 않아서 옳은 것을 고르는 문제라고 생각하고 풀이를 하였다. 수학 학습 부진아들의 특징 중 하나는 문제를 끝까지 꼼꼼하게 읽지 않고 대충 읽는 습관이 있는 것이다. 이것은 장기적으로 반복된 습관으로 학생들이 문제를 접하는 태도에서 신중함보다는 빠르게 문제를 해결하고 다음 문제로 넘어가려는 마음 때문이다. 마지막으로 S32 학생은 중학교 때 축구부 소속으로 정규수업을 소홀히 하다 보니 수학 학습 부진아가 되었다. 지금은 축구를 그만두고 학교생활에 임하고 있는데 새로운 수학 개념을 학습하면 빠르게 이해하고 적용능력도 훌륭하다. 그렇지만 중학교에서 학습해야 할 수학 내용을 배우지 않았거나 띄엄띄엄 배워서 개념이 완성되지 않고 미완성된 상태로 13번 문제를 해결하는데 필요한 다양한 개념이 정립되어 있지 않았다.


13. 그림에서 □ABCD의 각 변의 길이를 2배 확대한 도형은 □A'B'C'D'과 서로 합동이다. 네 직선 AA', BB', CC', DD'이 한 점 O에서 만날 때, 옳지 않은 것은?

① $\overline{OA'}=2\overline{OA}$ ○
② $\overline{A'B'} // \overline{AB}$ ○
③ $\angle B'A'D'=2\angle BAD$ ○
④ □ABCD와 □A'B'C'D'은 닮음의 위치에 있다. ×
⑤ □ABCD와 □A'B'C'D'의 닮음비는 1:2이다. ○

[그림 Ⅳ-27]S30 학생의 13번 풀이

<S30 학생과의 프로토콜>

교사 : 13번 문제는 문제가 이해됐어?

학생 : 네. 이 문제는 이해가 되긴 했는데요. 제가 틀린 거 맞아요. 모르는 거예요.

교사 : 보기 1번은 무엇을 뜻하는지 알겠어?

학생 : 네.

교사 : 보기 2번은?

학생 : 이거 두 변이 서로 수평(?), 그 닿지 않는다는 거 아니에요?

교사 : 평행.

학생 : 네. 평행하니까 맞아요.

교사 : 보기 3번에서 의미하는 각이 어느 각인지 알겠어?

학생 : 아. 여기 각이군요.

교사 : 그럼 왜 4번을 체크했지?

학생 : 그것이요, 닮음의 위치에 있다고 하니까 두 개가 같은 위치에 있어야 한다고 생각했어요. 두 도형이 겹쳐서

<S22 학생과의 프로토콜>

교사 : 13번은?

학생 : 이건 풀었는데.

교사 : 그래? 그럼 문제 다시 읽어보자.

학생 : 옳지 않은 거예요?

교사 : 응.

학생 : 옳은 것인 줄 알았는데.

교사 : 그러면 도형에서 사용되는 기호가 의미하는 것이 무엇인지 S22는 알고 있어? $\overline{OA}$가 무엇을 의미하지?

학생 : 선분.

교사 : 그럼 //(평행) 이 기호는?

학생 : 같다는 거?

교사 : 같다는 거?

학생 : 공통?

교사 : 공통 아니고 평행이라는 거야.

학생 : 아.

교사 : 그럼 ∠이 기호는 무슨 기호인지 알아?

학생 : 각이요.

교사 : 이건 정확히 알고 있네. 도형 기호는 잘 알고 있네. 문제를 잘못 읽어서 아쉽다.

<S32 학생과의 프로토콜>

교사 : 그럼 13번은? 여기 보면 문제 푼 흔적이 있는데?

학생 : 이건 축구부 끝나기 전에 이런 것 조금 배웠어요.

교사 : 이럼 여기 보기 2번에 있는 기호가 무슨 기호인지 알아?

학생 : 평행 아니에요.

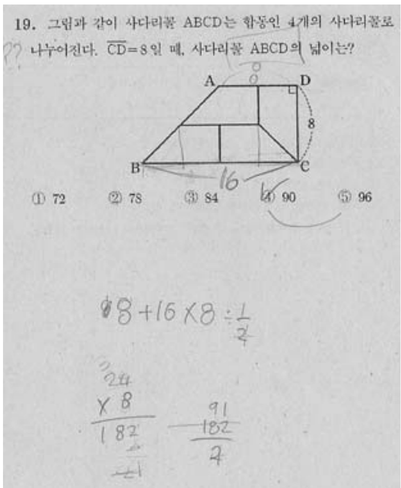
교사 : 맞아. 알고 있네.

학생 : 이것은 배우다가 멈춰서 개념을 정확하게 모르는 거예요.

–19번 문제

19번 문제는 도형의 넓이를 구하는 문제로 기하 4문항 중 유일하게 넓이 공식과 계산을 요하는 문제이다. 기하 영역에 부진을 보인 다섯 학생 모두 이 문제를 오답으로 체크하였고, 그 중 3명의 학생이 이해의 문제로 문제 해결에 어려움을 보였다. 3명의 학생과 면담 결과 세 학생 모두 다른 원인으로 문제 해결에 실패하였다. S30 학생의 경우 사다리꼴의 밑변인 $\overline{BC}$의 길이는 사다리꼴 두 개 밑면의 합으로 수월하게 구했지만, 윗변인 $\overline{AD}$는 구하는 방법을 몰라서 샤프심을 이용하여 $\overline{CD}$와 길이가 비슷함을 알고 8이라고 구하였다. 그리고 넓이를 계산하는 공식을 정확하게 알지 못하고, 나누기 2를 해야 하는 부분에 나누기 $\frac{1}{2}$를 썼다. 수학 학습 부진아들 중 이해의 문제로 어려움을 겪는 학생들 중 많은 학생들이 넓이 공식에서 ‘나누기 2’를 수학 기호로 쓰는 데 ‘$\div 2$’ 또는 ‘$\times \frac{1}{2}$’이 아닌 ‘$\div \frac{1}{2}$’ 또는 ‘$\times 2$’로 혼동하여 쓰는 오류를 범하였다. 또한 공식을 정확하게 기억하고도

$(16+8)\times 8 \div \frac{1}{2}$ 를 써야 하는 식에서 임의적으로 괄호를 생략하여 연산 기호를 쓰고 계산 과정에서 실수를 하였다. 이는 사다리꼴 넓이 공식을 '밑변 더하기 윗변 곱하기 높이 나누기 2'를 말로 표현하는데 까지는 문제가 없지만 이를 수학 연산 기호를 이용하여 표현하는데 어려움을 겪는 것이다. 면담한 학생 중 S32 학생은 중학교 시절 축구부로 활동하면서 수학의 결손이 누적된 학생으로 사다리꼴 넓이를 구하는 문제에서 초등학교 때 학습했던 도형을 쪼개어 구했던 것을 상기하여 사다리꼴을 사각형과 삼각형으로 분할하여 각각의 넓이를 구하고 이를 합하려 하였으나 삼각형의 넓이를 구하지 못하여 풀이를 멈추었다. 그러다 사다리꼴 넓이 공식을 상기하려 노력하였지만 부정확한 공식으로 정답을 구하지 못하였다. 문제를 해결하려는 노력은 꾸준히 하였지만 잘못된 개념, 수학 개념의 결손 등으로 문제를 해결하지 못한 경우다. 마지막으로 S22 학생은 학습 의욕이 부족한 학생으로 모든 질문에 부정적인 답변을 하거나 '모르겠어요'로 일관된 답변을 하였다. 문제를 읽고 도형에 선분의 길이를 표시하는 과정에서 밑변을 표시하고 윗변도 정확하게 8이라고 표시하였지만 $\overline{AB}$ 를 잘못 표시하였다. 밑변 윗변의 길이까지는 구하였지만 사다리꼴 넓이 공식이 생각이 나지 않아 풀이를 더 이상 진행하지 않고 멈추었다.



[그림 Ⅳ-28]S30 학생의
19번 풀이

<S30 학생과의 프로토콜>

교사 : 이 문제는 어떻게 풀었어?

학생 : 이 문제 찍은 건데요. 그냥 이렇게 하면 되겠지 하고 찍었어요.

교사 : 밑변을 16이라고 표시했는데 왜 16이라고 표시한 거야?

학생 : 사다리꼴이 두개니까요

교사 : 윗변은 8이라고 표시했는데 어떻게 구했어?

학생 : 그건요 샤프심 이용해서 8 구했어요.

교사 : 응?

학생 : 여기(높이)랑 여기(윗변) 샤프심 이용하니까 길이가 같아서.

교사 : 그렇게도 구할 수 있네. 여기 $8+16\times8\div\frac{1}{2}$식이 있는데 이식은 어떻게 구한거야?

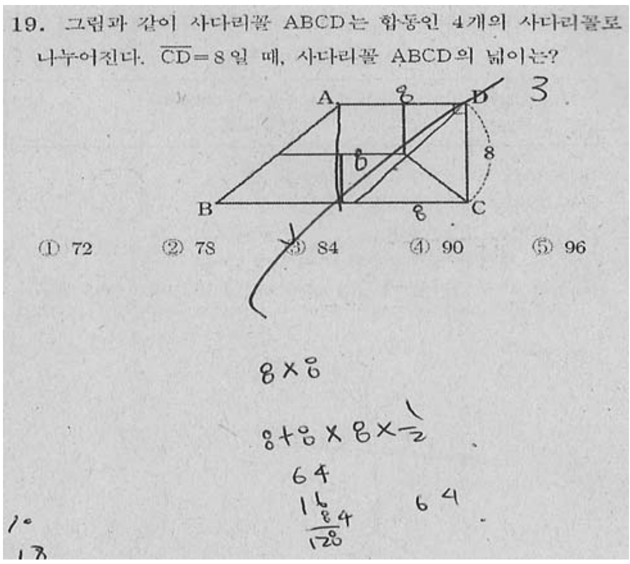
학생 : 이건 사다리꼴 넓이 구하는 공식 아니에요? 밑변 더하기 높이 곱하기...

교사 : 그런데 여기 S30은 뭐라고 적었어?

학생 : 나누기 $\frac{1}{2}$이요. 2로 나누는 거 아니에요?

교사 : 2로 나누는 거 맞는데 ÷로 쓰려면 2로 쓰고 ×로 쓸 때는 $\frac{1}{2}$로 써야해

학생 : 아.



[그림 Ⅳ-29]S32 학생의 19번 풀이

<S32 학생과의 프로토콜>

교사 : 19번 문제는?

학생 : 이 세모를 못 구해서 못 풀었어요.

교사 : 아. 그럼 사각형은 8×8해서.

학생 : 64.

교사 : 64로 됐고 옆에 세모 부분 넓이를 못 구한거야?

학생 : 네.

교사 : (풀이에 쓴 공식을 가리키며)그럼 이 식은 뭐야?

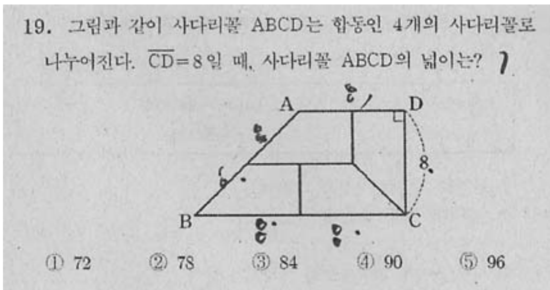
학생 : 이렇게 해서 안 되니까 옛날 공식 기억날까 말까해서 적어본 거예요.

교사 : 원래는 주어진 도형을 사각형과 삼각형으로 나누어서 각각 구해서 더하려고 했는데 안 되니까 못 구한거구나.

학생 : 삼각형넓이 피타고라스 이용해서 구하려고 했는데 피타고라스 안 되니까 못한 거예요.

교사 : 피타고라스 이용하지 않아도 넓이 구할 수 있는데.

학생 : 그런 거예요?



[그림 Ⅳ-30]S22 학생의 19번 풀이

<S22 학생과의 프로토콜>

교사 : 19번은 조금 풀었어.

학생 : 잘 모르겠어요.

교사 : 여기 보면 변의 길이를 표시해 보았거든. 그 다음에 무엇을 하려고 했어?

학생 : 넓이 구해야 하는데 공식이 기억이 안 나서.

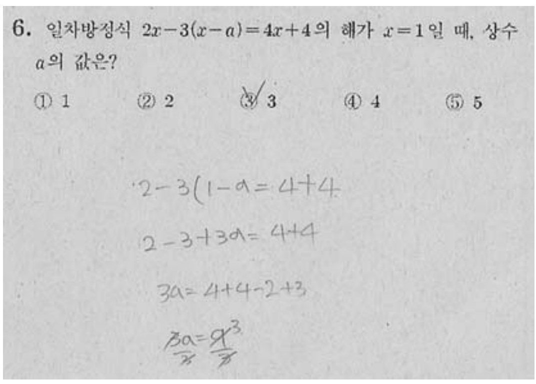
나) 기술의 문제

면담한 학생들의 오답에서 개념이 정확하지 않아 문제를 해결하지 못하는 경우와 정의적인 영역의 문제로 오답을 체크한 경우는 있었지만 기술의 문제로 문제를 해결하지 못한 경우는 발생하지 않았다.

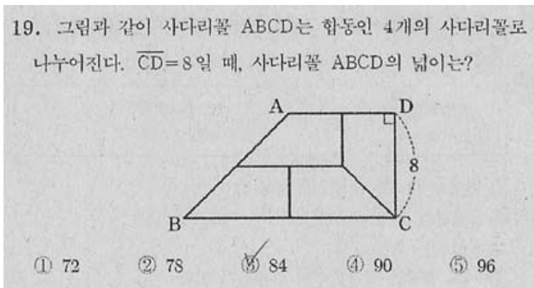
다) 정의적인 영역의 문제

다른 영역과 마찬가지로 기하 영역 역시 기하 문제에 대한 자신감 결여로 문제를 읽지도 않고 무작위로 답을 표시하거나 문제를 읽고 풀이를 시도조차 하지 않고 다른 문제로 넘어가는 경향을 보인 학생들이 있었다. 세 명의 학생과 면담을 실시하였는데 그 중 S17 학생과 S31 학생의 경우는 다른 영역의 문제는 풀이를 의욕적으로 하고 풀이과정도 논리적으로 작성하였지만, 기하 영역에서만 유독 자신감이 없어서 풀이를 시도조차 하지 않았다. 이 학생들의 경우 초등학교 시절부터 도형 문제에 어려움이 있었고 결손이 누적되어 중학교 기하 학습에도 영향을 준 것이다. 기하 영역 문제를 보면 우선 못 풀 것 같다는 생각이 먼저 들면서 무엇을 어떻게 해야 하는지 풀이 알고리즘을 갖고 있지 않으므로 쉽게 포기하게 되는 것이다. 이러한 영역별 호불호가 강한 학생들 경우 자신감이 없는 영역의 수업은 거부하는 현상을 보여 기하 영역에서 기본적으로 학습했어야 하는 도형의 넓이 공식, 닮음, 합동, 닮음의 성질, 입체도형의 모양 등을 알지 못하였다. 다음은 두 학생과의 면담 내용과 다른 영역과의 풀이를 비교 그림이다.

<S17 학생의 풀이 비교>



[그림 Ⅳ−31]S17 학생의 6번 풀이



[그림 Ⅳ−32]S17 학생의 19번 풀이

<S17 학생과의 프로토콜>

교사 : 11번 문제는 전혀 끼적이지도 않았네?

학생 : 네. 몰라요. 푸는 방법도 몰라요.

교사 : 문제는 읽었어?

학생 : (자신 있게)네. 그런데 뭐가 뭔지도 모르겠고 뭘 해야 할지도 몰라서 그냥 찍었어요.

교사 : 13번 역시 푼 흔적이 없어. 혹시 다른 영역에 비해 기하가 어려워?

학생 : 네. 어려워요.

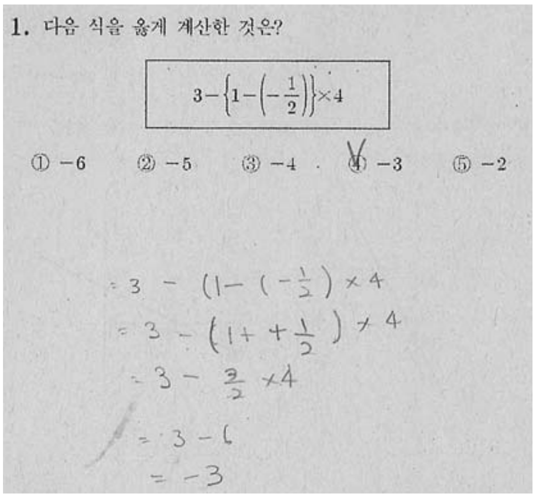
교사 : 어떤 부분이 어려워?

학생 : 그냥 다 어려워요.

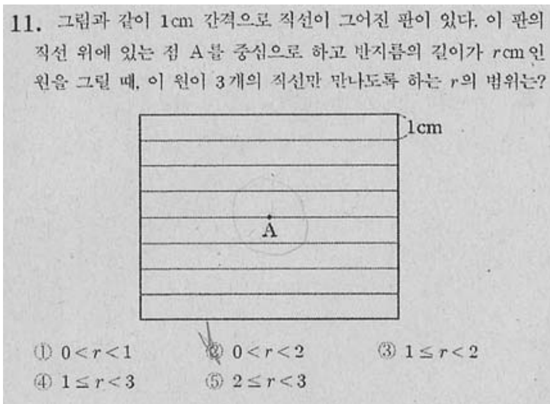
교사 : 다른 친구들은 이 문제를 보고 길이 표시도 하고 그랬는데 S17은 깨끗해.

학생 : 아. 이거 도형이 같군요.

<S31 학생의 풀이 비교>



[그림 Ⅳ−33]S31 학생의 1번 풀이



[그림 Ⅳ−34]S31 학생의 11번 풀이

<S31 학생과의 프로토콜>

교사 : 11번 문제를 봐볼까?

학생 : 전혀 몰라요.

교사 : 전혀 몰라? 왜 기하 문제는 전혀 모를까?

학생 : 어려워서 안했어요.

교사 : 수와 연산 문제나 문자와 식 문제는 열심히 풀었잖아. 그런데 기하 문제는 푼 흔적이 전혀 없어. 수와 연산 문제나 문자와 식 문제는 풀 만 한거야?

학생 : 네.

교사 : 확률과 통계 도수분포표 계산하는 문제는 정확하게 풀어서 답도 맞았어. 이런 문제는 풀 수 있는 거야?

학생 : 네.

교사 : 그런데 도형 나오는 기하문제는 어려워?

학생 : 네.

교사 : 이유가 뭘까?

학생 : 복잡해요.

교사 : S31은 다른 영역에 비하면 기하 영역은 전혀 풀지 않았는데 이유가 뭘까?

학생 : 다른 것들은 그냥 풀면 되는데, (기하문제를 가리키며) 이거는 내가 이것 저것 알아내야 하니까 힘들어요. 그리고 식으로 하는 것은 꾸준히 하는데 도형은 초등학교 때 배우고 안 배우니까 까먹었어요.

연구 대상자 중 기하 영역이 다른 영역에 비해 우수한 학생을 선별하여 개별 면담을 실시하였다. S33 학생의 경우 위의 <표 Ⅳ-10 >에 나와 있듯이 정답률이 수와 연산 0%, 문자와 식 25%, 확률과 통계 0%, 함수 25%로 낮은 정답률을 보인데 반해 기하는 75%의 정답률을 보였다. 이 학생과 면담을 해보니 다른 학생들의 경우 1페이지 문제는 끼적이며 해결하려고 노력한 흔적이 보였으나 이 학생은 본인이 문제를 해결하지 못할 것이라는 확신을 갖고 시도조차 하지 않았다. 그러나 기하 문제는 문제를 보고 끼적임 없이 눈으로만 문제를 해결하였다. 11번 문제의 경우 학생들이 문제를 이해하지 못하거나 아예 읽기 조차 하지 않아 오답이 많이 나왔는데 S33 학생은 다른 영역에 비해 기하 문제는 정확히 이해하고 문제 풀이를 했으며 연구자에게 어떻게 풀었는지 정확하게 설명하였다. 13번 문제에서는 기하에서 사용되는 기호 중 평행 기호를 제외한 문제에 나온 나머지 기호는 알고 있었으며 닮음의 개념, 닮음의 위치, 닮음비 등의 정의를 알고 있었다. 20번 문제의 경우 중학교에서 학습한 것을 알고 있어서 어려움 없이 문제를 해결하였다. S3 학생의

정답률은 수와 연산 0%, 문자와 식 25%, 확률과 통계 25%, 함수 75%, 기하 75%로 다른 영역에 비해 기하 영역의 정답률이 높았으며 면담을 진행한 결과 학생 스스로도 다른 영역은 문제를 읽으면 거부감이 먼저 생겨서 문제를 풀이 할 의욕이 없지만 기하 문제는 문제를 읽어도 거부감도 생기지 않고 풀이를 하려는 마음이 생긴다고 하였다. 수와 연산에서는 쉬운 문제라도 유리수가 있으면 계산하는 데 두려움이 있고 루트는 학습하지 않았다며 전혀 모른다고 하였다. 방정식 역시 풀이 해법을 알지 못한다며 문제를 보고 전혀 풀이를 시도하지 않았다. 그에 반해 기하 영역은 정확한 용어의 개념이나 성질을 수학적으로 잘 알지는 못하지만 문제에서 주어진 조건을 이용하며 보기에서 알맞은 정답을 찾는 능력을 갖고 있었다.

<S33 학생과의 프로토콜>

교사 : S33이가 대부분 문제는 푼 흔적이 없어. 거의 찍은 거야?

학생 : 네.

교사 : 그런데 11번은 푼 거야?

학생 : 풀었어요.

교사 : 정말? 어떻게 풀었어?

학생 : 이거 r의 범위를 구할 것이니까 r이 가운데 있어야 하잖아요. 그런데 만나야 하니까 1보다는 크고 2보다는 작다. 그래서 3번으로 했어요.

교사 : 13번은 맞았거든. 어떻게 풀었어?

학생 : 이거 눈으로 풀었어요. (문제의 도형을 가리키며) 여기 $\overline{OA}$ 두 배 하면 $\overline{OA'}$ 니까 1번은 맞고.

교사 : 그럼 도형에서 기호를 볼 줄 아네. 2번에서 나온 // 이 기호 아는 거야?

학생 : 몰라요.

교사 : 응? 정말. 이 기호 평행하다는 표시거든. 그럼 어떻게 풀이한 거야?

학생 : 2번은 맞는 것 같고 3번은 무슨 말인지 모르겠고, 4번 5번은 맞으니까 3번으로 택한 건데요.

교사 : 신기하다. S33이 다른 문제는 잘 못 푸는데 어떻게 기하문제는 눈으로만으로 풀 수 있는 걸까? 20번 문제도 맞았거든. 이건 어떻게 푼 거야?

학생 : 이것은 배웠어요.

교사 : 음. 선생님이 궁금한 것은 S33이 다른 문제는 하나도 안 풀었는데 기하 문제는 4문제 중에 3문제를 풀었고 푼 문제가 다 맞았어. 어떻게 이런 일이 있을 수 있을까가 궁금한 거야.

학생 : 이 부분은 중학교 때 좀 많이 했어요. 학원 다니면서 (도형을 가리키며) 이런 것만 했어요.

교사 : 다른 영역은? 예를 들면 함수는?

학생 : 함수는 모르겠어요. 그래프 그리고 색칠한 것은 조금 알겠는데..

교사 : 확률과 통계는?

학생 : 이해가 안 돼요.

교사 : 초등학교 때도 도형문제는 자신 있었어?

학생 : 네. 초등학교 때도 도형문제는 잘 풀었어요.

<S3 학생과의 프로토콜>

교사 : S3이 다른 영역에 비해 함수 문제와 기하 문제를 많이 맞았어. 그래서 선생님이 궁금해서 질문을 하려고 하는 거야. 우선 수와 연산문제에 대해서 질문할게. 1번 문제 보면 유리수 계산을 해야 하잖아. 이런 게 어려워?

학생 : 계산은(어려워요).

교사 : 계산 자체가 어려워?

학생 : 네.

교사 : 자연수 연산은 어때?

학생 : 그건 할 수 있어요.

교사 : 정수 연산은 어때? 2−9 이런 계산은?

학생 : 그것도요 할 수 있어요.

교사 : 그럼 이 문제에서는?

학생 : ($\frac{1}{2}$을 가리키며) 이런 거 있으면 어려워요.

교사 : 아. 유리수가 나오면 어려워? 3번 문제는 어때?

학생 : 어려워요.

교사 : 루트가 들어가면 어려워지는 거야?

학생 : 못해요.

교사 : 5번에 집합문제는 어때?

학생 : 이거는 조금 알아요.

교사 : 집합 문제는 어느 정도 할 수 있고. 14번 문제에 순환소수 기억나?

학생 : 이건 기약분수로 나타내는 방법을 잊어 버렸어요.

교사 : 선생님 생각에는 수와연산이나 방정식은 쉽고 함수는 어려울 거라고 생각했는데 S3이는 반대로 수와 연산이나 방정식은 많이 틀리고 함수는 많이 맞았단 말이야. 7번 문제 함수문제인데 어때?

학생 : 이 문제 풀었어요.

교사 : 이런 함수 문제는 읽었는데 거부감이 안 생겨?

학생 : 네.

교사 : 풀 수 있겠다 하는 마음이 생기는 거지?

학생 : 네.

교사 : 10번 문제 같은 경우도 그래프를 찾아라 하면 거부감 없이 끼적이면서 그래프를 찾을 수 있는 거잖아?

학생 : 네.

교사 : 그럼 기하 문제는 어때? 11번 봐보자.

학생 : 이 문제 할 수 있어요.

교사 : 13번 문제는?

학생 : 이거 할 수 있어요.

교사 : 20번 문제는? 오각뿔 어떻게 생겼는지 알아?

학생 : 밑에 오각, 옆에 삼각형 아니에요?

교사 : 그렇지.

교사 : 19번은 어떻게 풀었어?

학생 : 넓이 구하는 공식 모르겠는데.

교사 : 넓이 구하는 공식 무엇으로 해서 구했는데?

학생 : 밑변 더하기 윗변 곱하기 높이 나누기 2

교사 : 맞았는데.

학생 : (정확하게 풀이함)

Ⅴ. 결론 및 제언

1. 결론

본 연구는 수학 학습 부진아를 대상으로 수학 성취도 검사를 실시하여 수학 내용 영역별 학생들의 성취정도를 파악하여 영역별 정답률 분포, 성적 분포별 특징, 내용 영역별 주요 오류 등을 연구하여 수학 학습 부진아 지도 계획 수립에 도움을 주기 위한 연구이다.

이러한 연구의 목적에 따라 다음과 같은 연구문제를 설정하였다.

가. 고등학교 수학 학습 부진아의 문제 영역별 성취 수준은 어떠한가?

나. 고등학교 수학 학습 부진아의 문제 영역별 오류 유형은 어떠한가?

이 연구 문제를 해결하기 위하여 제주특별자치도 제주시 조천읍에 소재한 H고등학교 1학년 3개 학급을 대상으로 연구자가 개발한 평가지를 이용하여 평가를 실시한 후 100점 만점에 70점 이상 6명, 무의미한 답(OMR카드에 답을 무작위로 표기한 경우)을 한 학생 22명을 제외한 62명을 대상으로 하였다. 이 중 내용 영역별 정답률이 특정 영역만 우수한 학생, 특정 영역만 부진한 학생 중 논문의 의도를 설명하고 논문에 면담 내용과 풀이 과정이 실릴 수 있다는 것을 설명 후 이를 동의한 33명의 학생과 개별 면담을 진행하였다.

내용 영역별 정답률 평균은 수와 연산이 36.29%, 문자와 식 24.19%로 내용 영역 중 가장 낮았으며, 확률과 통계는 49.6%로 정답률 평균이 가장 높았다. 함수는 38.71%, 기하는 35.48%의 정답률이 나왔다. 문항별로는 문자와 식 문제인 9번 부등식 문제가 9.7%로 가장 낮은 정답률이 나왔고, 확률과 통계 4번 문제가 71.0%로 가장 높은 정답률이 나왔다. 선행연구와 학생들의 특징을 종합하여 수

학 학습 부진아들의 부진의 원인을 세 가지로 분류하였다. 첫 번째 이해의 문제는 문제해결에 필요한 기본 개념이나 원리를 모르거나 문제를 이해하지 못한 경우이고 두 번째 기술의 문제는 계산상의 오류, 기초적인 대수기호를 다루는데 어려움을 겪은 경우이고 마지막으로 정의적인 영역의 문제는 수학에 대한 거부감으로 문제를 읽지도 않고 무작위로 답을 체크하는 경우이다. 학생들과 면담을 통하여 학생이 문제를 해결하지 못한 원인을 학생별로 분류하였다.

수와 연산 영역에서 오류 문제 총 32문항 중 이해의 문제로 오답을 택한 경우가 15번, 기술의 문제 10번, 정의적인 영역의 문제로 오답을 고른 경우가 7번으로 이해의 문제로 오답을 택한 경우가 가장 많았다. 문자와 식 영역 오류 문제 총 29문항 중 이해의 문제로 오답을 택한 경우가 19번으로 가장 빈도가 높았으며 기술의 문제 4번, 정의적 영역의 문제로 오답을 고른 경우가 6번이 나왔다. 확률과 통계 영역 총 15문항의 오류 문제 중 이해의 문제로 오답을 택한 경우가 7번, 기술의 문제로 오답을 고른 경우는 없고 정의적 영역의 문제로 오답을 고른 경우는 8번이 나왔다. 함수 영역 오류 문제 22문항 중 이해의 문제로 오답을 택한 경우가 8번, 기술의 문제 2번, 정의적 영역의 문제가 12번으로 빈도가 가장 높았다. 기하 영역 오류 19문항 중 이해의 문제로 오답을 택한 경우가 10번, 기술의 문제로 오답을 택한 경우는 없었고 정의적인 영역의 문제로 오답을 고른 경우가 9번이다.

이해의 문제로 오답을 고른 경우는 각 영역별 문제에서 요구하는 기본 개념을 모르는 경우, 풀이 알고리즘을 형성하지 못한 경우, 오개념이 형성된 경우, 문제에서 요구하는 것이 무엇인지 인지하지 못한 경우, 부정확한 공식을 적용하여 풀이한 경우 등이다. 개개인마다 사정은 다르지만 중학교에서 학습해야 하는 수학 내용을 학습하지 못하여 학습 결손의 누적이 반복되면서 특정 영역에서 심한 부진을 겪고 있었다. 기술의 문제로 오답을 고른 경우는 빈도가 낮았는데 면담을 실시한 학생들의 특징은 풀이를 차근차근 줄 맞추어 쓰지 않고 본인만 알아 볼 수 있게 쓰거나 중간 중간 생략해서 쓰는 습관이 있어서 검토할 때 어려움을 겪었다. 그리고 방정식에서 문자 앞에 곱해진 계수를 없애는 방법, 분배법칙, 유리수의 연산, 괄호가 여러 개인 경우 연산 순서, 무리수의 계산 등을 어려워 하였다. 정의적인 영역의 문제로 오답을 택한 경우는 중학교부터 수학 문제에서 계속

된 실패의 기억으로 자신감이 낮으며 그런 과정이 반복됨에 따라 문제를 읽기도 전에 무의미하게 답안을 작성하는 모습을 보였다. 이 학생들은 수학 학습의 동기가 낮으며 자신이 부진하다고 생각하는 특정 영역에 자신감이 부족하여 풀이를 시도하지 않고 답을 무작위로 표기하였다. 특히 함수 영역에서 정의적인 영역의 문제로 오답을 체크한 빈도가 가장 높았는데, 그래프에 대한 강한 거부감으로 문제를 읽어보려는 시도 조차 하지 않고 답을 표기해 버렸다.

이 연구를 통하여 학생별로 영역별 성취정도가 다양함을 알 수 있었고 이제까지 학교에서 수학 학습 부진아를 선별하기 위해 시험을 보고 총점수를 기준으로 선별했던 방식에 의문을 품게 되었다. 수와 연산, 문자와 식, 함수, 기하 영역의 정답률이 25%인 학생이 확률과 통계 문제는 모두 정확하게 풀이하여 정답률이 100%인 경우, 수와 연산, 문자와 식, 확률과 통계는 정답률이 50%, 기하는 75%이지만 함수는 0%인 경우 등 학생마다 영역별 성적 분포가 일반성을 띄지 않고 다양했으며 부진의 원인 역시 학생마다 달랐다. 이러한 다양한 수학 학습 부진아를 하나의 시험으로 평가 내리기에는 부족함을 느끼고 지도 방법 또한 획일화된 지도보다는 학생별로 개별화 교육이 필요함을 느꼈다.

2. 제언

본 연구의 결과를 통해 얻은 결론을 토대로 앞으로의 연구에서 고려해 보아야 할 사항을 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째, 수학 학습 부진아 기준을 정립하는데 수학시험 총점수가 낮은 학생으로 단정 짓는 것이 아닌 영역별 학생들의 점수 분포를 고려하여 선별할 수 있도록 수학 학습 부진아 관련 연구가 필요하다.

둘째, 운동의 경우를 보면 근력이 부족한 경우, 유연성이 부족한 경우 등 신체조건과 필요한 운동요소에 따라 맞춤형 지도가 가능한 프로그램들이 개발되었다.

수학 학습 부진아 지도 역시 학생의 영역별 특성을 고려한 수학 학습 부진아 맞춤형 지도 가이드 라인이 개발될 필요성이 있다.

셋째, 수학 학습 부진아 지도 전문가 양성이 필요하다. 일반 학생과 비교하여 많은 오개념을 갖고 있으며 학생별로 부진의 원인이 다양하여 일반 수학교사가 지도하기에는 많은 시간과 노력이 필요하다. 하지만 수학 학습 부진아 지도 전문가를 양성하면 부진아 학생들의 꾸준한 사후 관리를 할 수 있고 발생 빈도가 높은 오개념을 짚어 줄 수 있는 등의 이점이 있을 것이다.

참고문헌

이인호 외(2014). 2013국가수준 학업성취도 평가 결과 분석. 연구보고 ORM 2014-30-3. 한국교육과정평가원.

최용주(2005). 수학 학습 부진아의 인지적 특성에 따른 지도 방안. 석사학위논문. 아주대학교 교육대학원.

홍장용(2012). 특성화 전문계고등학교 학생들의 수학교육 학업실태 조사. 석사학위논문. 국민대학교 교육대학원.

장희정(2014). 수학학습 부진학생의 심리상담을 바탕으로 한 학습지도 사례연구. 석사학위논문. 아주대학교 교육대학원.

정혜경(2007). 수학 학습부진아에 대한 분석과 효과적인 지도방안에 대한 고찰. 석사학위논문. 인하대학교 교육대학원.

전은희(2006). 사례분석을 통한 수학학습 부진아 지도방안 연구. 석사학위논문. 아주대학교 교육대학원.

이재형(2014). 수학학습부진아의 유형에 따른 학부모의 자녀지도방안. 석사학위논문. 아주대학교 교육대학원.

김민경(2014). 특성화 고등학교 학생들의 수학적 창의성, 수학적 자기효능감과 학업 성취도의 상관관계 연구. 석사학위논문. 고려대학교 교육대학원.

김아진(2011). 중학교 수학 학습부진아의 대수영역 오류 분석을 통한 효과적인 지도 방안 연구. 석사학위논문. 부산대학교 교육대학원.

임소라(2012). 특성화 고등학교 수학교육의 실태 및 개선방안. 석사학위논문. 인하대학교 교육대학원.

박문숙(2012). 교과서 재구성이 특성화 고등학교 학생들의 수학적 성향에 미치는 영향. 석사학위논문. 고려대학교 교육대학원.

한경민(2013). 원의 방정식에서의 오류 유형 분석과 오류 극복 학습에 관한 방안 연구-고등학교 1학년 원의 방정식 중심으로-. 석사학위논문. 단국대학교 교육대학원.

김지혜(2009). 학생들의 수학적 사고에 기반한 수학학습부진아 지도의 효과 분석. 석사학위논문. 서울교육대학교 교육대학원.

강진아(2013). 수학 학습 부진 학생들에 대한 지수와 지수함수 지도 방안 연구. 석사학위논문. 국민대학교 교육대학원.

김유경 외(2014). 곱셈적 구조에 대한 2, 4, 6학년 학생들의 수학적 사고의 연결성 분석. 한국수학교육학회지 시리즈A 2014.02. 제 53권, 제 1호, 57-73.

서광호(2013). 주산 교육이 특성화고 학생의 수학 교과 학업 성취 및 학습태도에 미치는 영향. 석사학위논문. 국민대학교 교육대학원.

유근미(2010). 또래교사 역할 경험이 수학학습부진아의 학업성취도 및 자아존중감에 미치는 영향. 석사학위논문. 경인대학교 교육대학원.

남수현(2011). 공업계 고등학교에서의 효율적인 진법단원 지도방안. 석사학위논문. 국민대학교 교육대학원.

이일우(1999). 수학과 학습 부진 학생의 정의적 특성변화에 관한 연구. 석사학위논문. 경원대학교 교육대학원.

Maria ChiaraPassolunghi(2011), Cognitive and Emotional Factors in Children with Mathematical Learning Disabilities, International Journal of Disability, Development & Education Vol. 58 No. 1 61p ~ 73p 1034-912X SSCI

Abstract

According to Content Area and Problem Type, Achievement Level and Analysis of Error Type on Mathematics Underachievers in High School

Kwon Ju-Hee

(Supervised by Professor Yang, Sung-Ho)

Department of Mathematics Education

Graduate School of Education

Jeju National University

This study is a study that performing mathematics test for mathematics under achievers check the Achievement level of the students in each mathematics contents section, with analyzing distribution of each area answers rate, error on each content area for helping the teaching plan of the mathematics underachievers.

According to the purpose of the study, the following question are set up.
First, What about the achievement level each problem -area of mathematics underachievers in high school student?

Second, What about the type error according to each problem - area of mathematics underachievers in high school student?

In this study, the following results have gained after having face to face talk with 33 high school students who are mathematics underachievers.

Look at the average rate of each content area: the average rate of Numbers and operation is 36.29%, Letters and operations is 24.19% This 2 areas are the lowest in content area.
The average rate of Probability and statistics is 49.6%, the highest ansewer rate average. Function is 38.71%, Geometry is 35.48%.
The cause of mathematics low achievement are divided into 3 types: the problems of understanding, the problems of technique, the problems of definition.

In area of Numbers and operations, the cause of low achievement are 15 times in the problem of understanding, 10 times in the problem of technique, 7 times in the problem of definition.
In area of Letters and operations, the cause of low achievement 19 times in the problem of understanding, 4 times in the problem of technique, 6 times in the problem of definition.
In area of Probability and statistics, the cause of low achievement are 7 times in the problem of understanding, no time in the problem of technique, 8 times in the problem of definition.
In area of Function, the cause of low achievement are 8 times in the problem of understanding, 2 times in the problem of technique, 12 times in the problem of definition.

In area of Geometry, the cause of low achievement are 10 times in the problem of understanding, no time in the problem of technique, 9 times in the problem of definition.

I will suggest considering the requirement for the upcoming study base on the survey results.

First, we need the study associated mathematics underachievers that not determining students who have the low total score but selecting students according to the distribution of score in each area for establishing the definition of mathematics underachievers.

Second, we need to develop the customized guideline for mathematics underachievers considering students' areal quality in instructing the mathematics underachievers.

Third, we need to train the expert on instructing mathematics underachievers. The expert will take care of the underachievers steadily and help the underachievers solving false concept of the high frequency of tricky problems in mathematics. This will contribute greatly for the mathematics underachievers.

2015학년도 기초학력 평가지

(수 학) 과목 평가 문제지

제 1학년 인터넷비지니스과

※ 다음 물음에 알맞은 답을 선다형 답란에 표기하시오.

1. 다음 식을 옳게 계산한 것은?

$$3-\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}\times 4$$

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

2. 등식 $2(a-2b)=3a+b-5$에서 b를 a에 관한 식으로 옳게 나타낸 것은?

① $b=-\frac{1}{5}a+1$ ② $b=-\frac{1}{5}a-5$ ③ $b=-5a+1$

④ $b=5a+1$ ⑤ $b=\frac{1}{5}a-5$

3. $\sqrt{(-2)^2}\times\left(-\sqrt{3^2}\right)+\sqrt{32}\div\sqrt{8}$ 의 값은?

① -4 ② -5 ③ -6 ④ -7 ⑤ -8

4. 어느 아이스크림 가게에는 딸기, 녹차, 호두, 초코 4종류의 아이스크림과 A, B, C 3종류의 컵이 있다. 한 종류의 컵과 한 종류의 아이스크림을 선택하는 경우의 수는?

① 7 ② 9 ③ 10

④ 12 ⑤ 21

5. 두 집합 $A=\{1,\ 2,\ 4\}$, $B=\{x|x$는 n의 약수$\}$에 대하여 $A\subset B$를 만족시키는 10 이하의 자연수 n을 모두 구한 것은?

① 2, 4 ② 2, 8 ③ 4, 6 ④ 4, 8 ⑤ 6, 8

6. 일차방정식 $2x-3(x-a)=4x+4$의 해가 $x=1$일 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

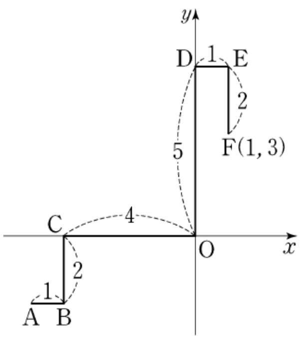
7. 정의역이 정수 전체의 집합인 함수 $f(x)=-2x$에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $x=2$일 때, 함숫값은 -4이다.
ㄴ. $f(a)=6$일 때, $a=-3$이다.
ㄷ. 치역은 정수 전체의 집합이다.

① ㄴ　　② ㄱ, ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 길이가 15인 철사를 직각으로 여러 번 구부려 그림과 같이 철사 전체를 좌표평면에 놓았더니 점 F의 좌표가 (1, 3)이 되었다. 점의 좌표로 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, 철사의 굵기는 무시한다.)

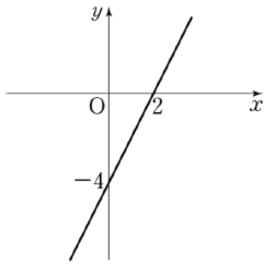


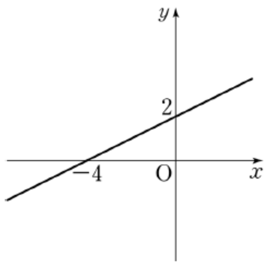
① A$(-5, -2)$　　② B$(-4, -2)$　　③ C$(-4, 0)$
④ D$(5, 0)$　　⑤ E$(1, 5)$

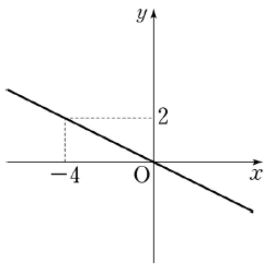
9. 일차부등식 $3-4x \le 3(2-a)$의 해가 $x \ge 3$일 때, 상수 a의 값은?

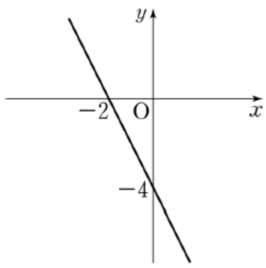
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

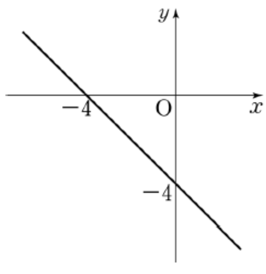
10. 일차함수 $y=-2x-4$의 그래프를 좌표평면 위에 옳게 나타낸 것은?

①


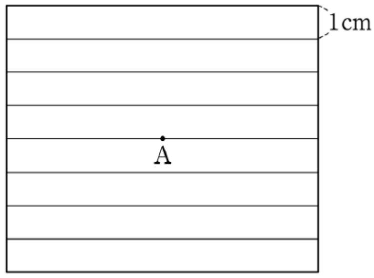
②


③


④


⑤


11. 그림과 같이 1cm 간격으로 직선이 그어진 판이 있다. 이 판의 직선 위에 있는 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $r$cm인 원을 그릴 때, 이 원이 3개의 직선만 만나도록 하는 r의 범위는?



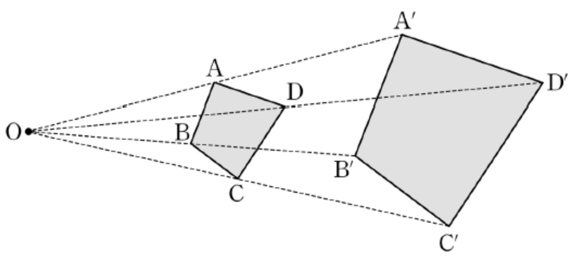
① $0<r<1$　　② $0<r<2$　　③ $1\le r<2$
④ $1\le r<3$　　⑤ $2\le r<3$

12. 다음 일차함수와 그 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

○ $y=2x$	○ $y=-2x+6$
○ $y=2x-6$	○ $y=3x-5$

① 원점을 지나는 직선은 1개이다.
② y절편은 모두 다르다.
③ x절편은 모두 같다.
④ 서로 평행한 일차함수의 그래프가 있다.
⑤ x의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하는 그래프는 3개다.

13. 그림에서 □ABCD의 각 변의 길이를 2배 확대한 도형은 □A′B′C′D′과 서로 합동이다. 네 직선 AA′, BB′, CC′, DD′이 한 점 O에서 만날 때, 옳지 않은 것은?



① $\overline{OA'}=2\overline{OA}$
② $\overline{A'B'} /\!/ \overline{AB}$
③ $\angle B'A'D'=2\angle BAD$
④ □ABCD와 □A′B′C′D′은 닮음의 위치에 있다.
⑤ □ABCD와 □A′B′C′D′의 닮음비는 1 : 2이다.

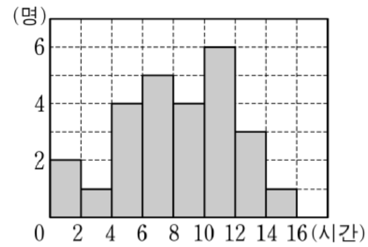
14. 순환소수 $0.\dot{1}3\dot{7}$에 대한 설명으로 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 순환마디는 0137이다.
ㄴ. 기약분수로 나타내면 $\frac{137}{999}$이다.
ㄷ. 소수점 아래 10번째 자리의 숫자는 1이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 다음은 어느 학급의 모든 학생을 대상으로 여름 방학 동안의 봉사 활동 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 이에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① 계급의 크기는 2시간이다.
② 이 학급의 학생은 모두 26명이다.
③ 도수가 3인 계급의 계급값은 13시간이다.
④ 12시간 이상 봉사 활동을 한 학생은 3명이다.
⑤ 도수가 가장 큰 계급은 10시간 이상 12시간 미만이다.

16. x에 대한 이차방정식 $x^2+2x+a=0$의 한 근이 $x=1$이고 다른 한 근이 $x=b$일 때, ab의 값은?

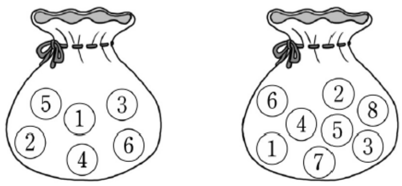
① -9 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 9

17. 다음은 어느 동아리 학생 20명을 대상으로 1주일 동안 운동한 시간을 조사하여 나타낸 도수분포표이다. 이 학생들이 1주일 동안 운동한 시간의 평균은?

운동 시간(시간)	학생 수(명)
0 이상 ~ 2 미만	4
2 ~ 4	6
4 ~ 6	8
6 ~ 8	2
합계	20

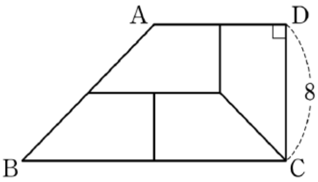
① 3.0시간 ② 3.2시간 ③ 3.4시간
④ 3.6시간 ⑤ 3.8시간

18. A 주머니에는 1부터 6까지의 숫자가 하나씩 적힌 공이 6개 들어 있고, B 주머니에는 1부터 8까지의 숫자가 하나씩 적힌 공이 8개 들어 있다. 두 주머니에서 각각 한 개의 공을 꺼낼 때 A 주머니에서는 짝수가 적힌 공이, B 주머니에서는 3의 배수가 적힌 공이 나올 확률은?


[A 주머니] [B 주머니]

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{3}{16}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

19. 그림과 같이 사다리꼴 ABCD는 합동인 4개의 사다리꼴로 나누어진다. $\overline{CD}=8$일 때, 사다리꼴 ABCD의 넓이는?



① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

20. 다음 각 입체도형에 대하여 옆면의 모양과 모든 면의 수를 옳게 나타낸 것은?

	입체도형	옆면의 모양	면의 수(개)
①	삼각기둥	삼각형	5
②	사각기둥	사각형	5
③	사각뿔	사각형	6
④	오각뿔	삼각형	6
⑤	오각뿔대	오각형	7