제주교육대학교 논문집 (2003)
제32집 pp. 85~152

제7차 수학과 교육과정 1-가 단계 4, 5, 6단원에서 활용할 수 있는 수학사 학습 자료

김 해 규*

〈목 차〉

I. 수학사 학습 자료에 대한 재구성의 필요성
II. 수학사 학습자료에 대한 재구성의 실제
1. 1-가 단계 4단원 가르기와 모으기
1) 재구성된 수학사 학습자료의 목록
2) 교과서 내용
3) 1-가 단계 4단원에서 활용할 수 있는 재구성된 수학사 학습자료
2. 1-가 단계 5단원 더하기와 빼기
1) 재구성된 수학사 학습자료의 목록
2) 교과서 내용
3) 1-가 단계 5단원에서 활용할 수 있는 재구성된 수학사 학습자료
3. 1-가 단계 6단원 비교하기
1) 재구성된 수학사 학습자료의 목록
2) 교과서 내용
3) 1-가 단계 6단원에서 활용할 수 있는 재구성된 수학사 학습자료
III. 결론 및 제언
참고문헌

I. 수학사 학습 자료에 대한 재구성의 필요성

2000학년도부터 초등학교 1, 2학년을 시작으로 제7차 교육과정이 도입되어 2002년 현재, 모든 초등학생들에게 제7차 교육과정이 적용되고 있다.

* 제주교육대학교 수학교육과 부교수

제7차 수학과 교육과정의 목적중의 하나로 학생들에게 논리적으로 추론하는 수학적 의사소통능력 뿐만 아니라, 다양한 개념들을 연결하여 새로운 아이디어를 이끌어낼 수 있는 수학적 힘을 길러 주는 것을 들 수 있다.

한편, 류연수(2001)는 제7차 교육과정에 의한 초등학교 교과서 활용 방법 개선 연구에서 다수의 응답자(71.4%)가 교과서대로 지도하고 있으며, 교과서 내용을 모든 학생들에게 일률적으로 지도하는 형태가 48.3%를 나타내고 있어 수준별 교육과정에서의 교과서 활용에 대한 인식이 부족하다고 분석하고 있다. 따라서, 류연수는 수학과 교과서의 개선방향으로 학생들의 능동적인 자주적 학습에서 발달할 수 있는 수학적 사고력을 향상시킬 수 있어야 하며, 교사 위주의 체제나 구성이 되어서는 안되며 학습자가 쉽게 접근하여 활용할 수 있도록 학습자의 흥미와 관심을 끌 수 있는 다양한 소재, 학생들의 사고 양식에 따라 구체적이면서 직관적인 방법으로 스스로 탐구하고 학습할 수 있는 참고 자료나 워크북 형태의 보조 자료의 개발을 강조하고 있다. 또한, 후속 연구의 제안으로, "교육과정과 교과서 및 현장의 활용을 연계하는 방안에 대한 광범위한 연구가 지속적으로 뒤따라야 할 것이며, 수준별 교육과정이 그 본래의 목적과 취지에 부합되게 실현되기 위해서는 교과서 외의 많은 자료들이 개발되어 현장에 보급되어야한다"고 제안하고 있다.

따라서, 교육대학교에 재직하고 있는 교수들과 각 시·도 교육청 관계자들은 교육과정과 교과서 및 현장의 활용을 연계하는 방안에 대한 광범위한 연구를 수행해야 할 것이며, 수준별 교육과정이 그 본래의 목적과 취지에 부합되게 실현되기 위해서 교과서 외의 많은 자료들을 개발하여 현장에 보급할 수 있도록 힘써야 할 것으로 사료된다. 초등수학을 담당하는 선생님이 수학에 대하여 부정적이고, 수학교과서의 내용에 대한 원리나 개념들을 이해하지 못한 채, 계산적인 기법만을 강조한다면 아동들의 수학적 사고력의 향상은 기대하지는 못할 것이다. 현재 국가적으로도 제기되고 있는 기초과학에 대한 국민들의 무관심도 원리보다는 계산만을 강조한 수학교육의 영향으로도 해석될 수가 있을 것이다.

따라서, 본 연구는 이러한 자료 개발의 필요성에 따라, 아동들에게는 초등수학에 대한 흥미유발 뿐만 아니라, 재미있고 신나는 수업시간이 되고, 예비 교사나 일선 초등학교 교사들에게는 수학 수업을 준비함에 있어서의 부담을 조금이나마 덜어 주기 위하여, 이미 출판된 서적과 인터넷 자료들을 이용하여, 초등학교 교사가 제7차 교육과정 초등수학 1-가 단계의 4, 5, 6단원에서 활용할 수 있는 수학사 학습 자료를 재구성

했다.[1] 재구성된 학습 자료의 순서는 본 연구자의 자의적인 판단에 따르되, 본 논문에서 연구된 자료들을 학생과 교사들이 수업시간에 바로 활용할 수 있도록 하기 위해서 참고문헌들을 명시하고, 가능한 한 자료들의 원문을 그대로 인용했음을 밝혀둔다.

II. 수학사 학습자료에 대한 재구성의 실제

1. 1-가 단계 4단원 가르기와 모으기

1) 재구성된 수학사 학습자료의 목록

자료 번호	제 목
1-가-4-1	수의 의미
1-가-4-2	신비로운 숫자
1-가-4-3	7은 과연 행운의 숫자일까?
1-가-4-4	기름 나누기
1-가-4-5	황금분할
1-가-4-6	고대 여러 나라의 숫자
1-가-4-7	로마산판
1-가-4-8	주판의 기원
1-가-4-9	0의 탄생과 의의

2) 교과서 내용(교육부, 2000)

(1) 단원의 개관[2]

1) 김해규(2001)는 1-가 단계 1, 2단원에서 활용 가능한 초등수학사 자료를 연구·정리했으며, 김해규(2002)는 제7차 교육과정 초등수학교과서 도형영역에서 활용 가능한 수학사 학습자료를 연구·정리하였다.

2) "가르기와 모으기"단원은 먼저 아동들로 하여금 구체물을 통해 직접 조작활동을 하게 하고 있다. 그 다음 숫자카드로 나타나게 하고, 추상적인 수만을 가지고 창의적으로 가르기와 모으기를 할 수 있도록 구성되어 있다. 이와 같은 활동을 충분히 학습하여 감각적으로 수의 양감과 구조를 느낄 수 있고, 수의 구성을 직감적으로 느낄 수 있다. 이 단원에서의 수의 가르기와 모으기는 두 가지의 중요한 의미를 가지고 있다. 첫째, 수의 가르기와 모으기는 덧셈과 뺄셈의 기초 조작으로서의 의미를 가지고 있다. 5를 2와 3으로 가를 수 있는 능력이 있어야 $8+5=(8+2)+3=10+3=13$으로 풀이가 가능하고, 5를 4와 1로 가를 수 있는 능력이 있어야 $14-5=14-4-1=(14-4)-1=10-1=9$로써 풀이가 가능하다. 둘째, 수의 가르기와 모으기는 수 감각과 수의 상호관계를 살펴볼 수 있다는 의미를 가지고 있다. 즉, 수 5를 4보다 1 큰 수 또는 6보다 1 작은 수로, 더 나아가 수 5는 3보다 2 큰 수, 또는 2보다 3 큰 수, 또는 1 보다 4 큰 수라는 관계를 감각적으로 알게 됨으로써 수의 상호관계는 물론, 수 5의 성질을 알게 되는 중요한 역할을 가지고 있다.

이 단원에서는 지금까지 배운 0에서 9까지의 수를 여러 가지 방법으로 두 수로 가르고, 다시 합이 9 이하의 수가 되는 두 수를 찾아 모으기 활동을 한다. 우선, 2와 3을 여러 가지 방법으로 두 수로 가르고, 다시 그 두 수를 모아 2, 3을 만들도록 하며, 이러한 활동을 점차 4, 5, 6, 7, 8, 9까지 넓혀 가르기와 모으기의 다양한 방법을 찾아내도록 한다. 또한, 이를 재미있는 놀이와 문제 해결을 위한 여러 가지 문제 풀이 단계에서 적용할 수 있게 하여, 덧셈과 뺄셈의 기초를 확고히 하는 데 도움이 되게 한다. 즉, 이 단원에서는 가르기와 모으기 활동을 구체물을 가지고 충분히 활동하게 하여 덧셈과 뺄셈의 기초는 물론, 수의 성질과 수의 상호 관계를 감각적으로 익힐 수 있게 한다.

(2) 단원의 목표

① 9 개 이하의 구체물의 개수를 둘로 가를 수 있다.

② 9 이하의 수를 두 수로 가를 수 있다.

③ 개수의 합이 9 개 이하가 되게 두 구체물을 모을 수 있다.

④ 합이 9 이하가 되는 두 수를 모을 수 있다.

(3) 단원의 전개 계획

차시 및 쪽수	주 제	수업 내용 및 활동	익힘책
1 (48~51쪽)	수 2, 3, 4, 5를 두 수로 가르기와 모으기	ㅇ 구체물을 사용하여 수 2, 3, 4, 5를 두 수로 가르게 한다. ㅇ 합이 2, 3, 4, 5가 되게 두 수를 모으게 한다.	45~48쪽
2 (52~53쪽)	수 6, 7을 두 수로 가르기와 모으기	ㅇ 구체물을 사용하여 수 6, 7을 두 수로 가르게 한다. ㅇ 합이 6, 7이 되게 두 수를 모으게 한다.	49~52쪽
3 (54~55쪽)	수 8, 9를 두 수로 가르기와 모으기	ㅇ 구체물을 사용하여 수 8, 9를 두 수로 가르게 한다. ㅇ 합이 8, 9가 되게 두 수를 모으게 한다.	49~52쪽
4 (56~58쪽)	재미있는 놀이, 문제 해결	ㅇ 놀이를 통하여 9 이하의 수를 두 수로 가르는 활동과 합이 9이하가 되게 두 수를 모으는 활동을 감각적으로 익히게 한다. ㅇ 가르기와 모으기 활동을 통해 얻은 전략으로 문제 해결을 바르게 할 수 있게 한다.	
5	잘 공부했는지 알아보기	ㅇ 잘 공부했는지 알아보기 ㅇ 다시 알아보기 ㅇ 좀더 알아보기	53쪽 54쪽 55~56쪽

3) 1-가 단계 4단원에서 활용할 수 있는 재구성된 수학사 학습자료

▶ 수학사 자료 1-가-4-1 : 수의 의미[3]

수학사에 대한 자료는 대부분 서양의 것이 많다. 하지만 이 자료는 동양적인 수 관념과 우리 감정에 따라 수에 대한 의미를 짚고 있다. 특히 수 3은 2와 1이 통합, 5와 같은 경우는 2와 3으로 되어 있기 때문에 의미가 생겨난다. 이는 이 단원의 수의 "가르기와 모으기"와 연관될 것으로 보인다. 즉 수의 구성을 아동들이 느낄 수 있는 자료가 될 것이다.

· 0 : 수의 기원. 정수나 분수보다도 늦게 발명된 수

· 1 : 선, 빛, 질서, 행복의 상징. 1은 하나의 수량을 말하지만 동시에 사물의 전체와 太極을 나타내고 있는 수이다. 음양의 이치에서 보면 1은 어떤 수와도 섞이지 않은 수이며, 또한 최초의 수이므로 1에서부터 모든 사물이 생겨나게 된다는 뜻이 담겨 있다.

· 2 : 악, 어둠, 무질서, 불행의 상징이면서 최초의 짝수로서 여성을 의미. 2는 하나가 아닌 최초의 단위이자 순음(純陰)의 수이다. 또한 음과 양, 하늘과 땅, 남과 여 등과 같이 둘이 짝하여 하나가 된다는 대립과 화합의 의미를 담고 있다.

· 3 : 1과 2를 통합하는 수이기 때문에 완전무결한, 흠이 하나도 없는 수라고 믿었다.

1을 제외한 최초의 홀수로서 남성을 의미한다. 동양권, 특히 우리나라에서는 뚜렷한 수 관념을 형성하여 사상계에서부터 민간 풍속에 이르기까지 수 중의 수, 최상의 수로 여기고 있다.

· 4 : 우리나라에서는 4의 발음 때문에 무척 꺼려하는 수이지만, 고대 그리스에서는 1, 2, 3, 4의 4개의 수로 완전한 수 10을 만들 수 있기 때문에 '성스러운 수'로 여겼다. 기피하고 있는 숫자임에도 4는 오랜 세월 동안 4방위, 4주(四柱), 4계절 등으로 익숙히 사용되면서 우리 의 관념 속에 독립된 관용어로 형성되어 있다.

· 5 : 여성인 2와 남성인 3의 합이 5이므로 결혼을 의미한다. 하늘과 땅이 생겨난 뒤에 음과 양의 두 기운은 다섯 가지 원소를 생산하였다. 이것이 바로 木 · 火 · 土 · 金 · 水의 5행이다. 이와 같은 이치에서 동양에서는 5를 모든 것을 갖춘 수로 파악하고 있다. 즉 음양오행의 원리가 모두 갖추어진 완전한 수인 것이다. 三色인 靑, 赤, 黃에

3) http://www.dganggoo.ce.ro/

白과 黑을 더함으로써 완전한 기본색인 五色이 되며, 짠맛 · 단맛 · 신맛 · 쓴맛 · 매운맛의 五味 등이 모두 오행의 이치에서 파생 된 것이다. 이처럼 5는 오행사상의 원리에 따라 '모든 것이 이치에 맞게 갖추어진 완전함'을 뜻함으로써 서양에서는 볼 수 없는 동양 특유의 수 관념을 형성하고 있다.

또한, 여성 수(2)와 남성 수(3)와의 결합 수 (5)는 남녀가 서로 부족한 것을 보완해 만든 수이다. 그래서 5는 조화와 정의의 상징이기도 했으며, 조화와 정의를 구상화한 것은 또한 인간이 갖추어야 하는 모습이기 때문에, (5)는 인간 그 자체라고 믿었다.

그들 교단의 상징인 별은 이런 (5)를 도형으로 고친 것이어서 가장 완전하고 아름다운 것이며, 또한 인간의 오체 (五體)를 상징하기도 하는 것이라고 생각했다. 즉, 별은 양팔을 펴고, 두 다리로 꿋꿋하게 서 있는 사람의 형상을 상징하는 것이다.

구미에서는 아직도 5각형에 한 신앙이 남아 있으며, 미국 국방성의 건물이 5각형(펜타곤)으로 된 것은 이런 연유에서이다.

· 6 : 약수인 1, 2, 3의 합으로 이루어진 최초의 완전수

· 7 : 모든 수의 6제곱에서 1을 빼면 7의 배수이다.

· 9 : 9는 9, 19, 99 할 것 없이 '양의 기운이 가득히 충만된 수'로 사용되었으며, 특히 '높다, 깊다, 길다, 많다' 등의 의미로 많이 사용되고 있다. 넓은 하늘: 九天 · 九重 · 九乾, 깊은 마음속: 九曲肝腸, 깊숙한 궁궐: 九重宮闕 등과 같이 9는 많고, 높고, 길고, 깊다는 의미 뿐 아니라 가장 크고 높은 수로서 여겨져 왔다.

▶ 수학사 자료 1-가-4-2 : 신비로운 숫자 1[4]

숫자 1은 아주 간단한 수 같지만 알고 보면 무척 신비로운 수이다. 모든 수를 나눌 수 있는 유일한 수이자 어떠한 다른 수로도 나누어지지 않는 숫자 1, 이런 특별한 수는 숫자에서 0을 제외하고는 유일하기 때문에 〈기초수학〉이라는 백과사전에서는 숫자 1을 소개하는 데만 200쪽을 쓸 정도로 그 정의를 내리는 데 많은 어려움을 겪었다.

그리스 사람들도 숫자 1을 정의하는데 고심하다가 결국 1이라는 숫자를 수로 인정하지 않기로 했다. 왜냐하면 숫자 1은 수의 기호로 마치 양파처럼 다른 모든 수들을 그 안에 품고 있는 특이한 수이기 때문이다. 그래서 이때는 최초의 홀수가 1이 아니라 3이었다.

4) http://math.kongju.ac.kr/mathcom/index.htm

신비주의가 융성했던 중세 시대에 숫자 1은 조물주, 제1원인, 원동력들을 의미했다. 이슬람 국가에서 인간은 99까지만 세도록 규정했다. 100이란 숫자를 만드는 나머지 1은 신의 수이다. 숫자 1은 99에 대응하는 신성의 수로 이것을 더해져서 비로소 100이라는 완전무결한 수를 만든다. 그러므로 다른 수들은 완전한 숫자 1로부터 멀어지는 불완전한 수로 간주되었다. 그렇게 멀어진 최초의 수인 2는 죄악을 의미했다.

한편 숫자 1은 순서를 따질 때 첫 번째를 의미하며 이것은 더 나아가 왕이나 우두머리, 또는 아버지 등을 가리킨다. 또 모든 일의 시작이라는 의미도 가지는데, 피타고라스 학파의 영향을 받은 사상가 쾨벨은 "당신은 1이 수가 아니라 다른 모든 수를 낳은 출산자이고 시작이며 토대라는 사실을 이해하게 될 것입니다"라고 말했다.

그러나 숫자 1을 양이나 크기로 따지면 아주 작다는 의미로 사용된다. "한냥짜리 굿을 하다가 천냥짜리 징을 깨뜨린다"라는 말에서 보여지듯 숫자 1은 '크다' '전부다' 라는 개념과는 반대로 '아주 작다' '부분이다'라는 뜻을 지닌다. 그러나 '천리 길도 한 걸음부터' '첫 술에 배부르랴' '하나를 알면 열을 안다' 라는 말에서는 작고 보잘것 없는 하나 하나가 모여 많은 것을 이루어낸다는 의미를 지닌다. 즉 숫자 1은 아주 작은 하나이지만 때로는 모든 것으로 가는 중요한 열쇠가 된다. 이처럼 상반된 의미를 동시에 지니는 것은 다른 숫자에서는 볼 수 없는 독특한 면이다.

그 외에 숫자 1은 '한 손뼉은 울지 못한다'는 말처럼 고립 상태를, '한날 한시에 난 손가락도 길고 짧다' '한솥밥 먹고도 송사 간다' 등의 말에서는 동일함을, '뻐꾸기도 유월이 한 철' '메뚜기도 한 철'이라는 말에서는 한창때라는 뜻을 나타낸다.

▶ 수학사 자료 1-가-4-3 : 7은 과연 행운의 숫자일까?[5]

1) 1877년 7월 7일 피츠버그의 한 경마장 '더 메도우스'에서는 7번 레이스의 7번째 말 '스피치라이터'라는 말에 사람들은 7이라는 숫자의 행운을 믿고 무조건 많은 돈을 걸었답니다.

마침 번개가 쳐서 전광판을 부수어버리자 미신을 믿었던 많은 이들은 7번에 부정이 탔다고 하여 7번에 걸었던 돈을 모두 찾았습니다. 그런데 7번이 우승을 했습니다. 이런 일들이 일어나는 것은 우연일 것입니다. 우연은 도대체 얼마만한 확률을 말하는 것일까요?

5) http://www.edupia.com/

많은 사람들은 미신이나 숫자에 대하여 어떤 집착을 갖는 정도라기보다 습관적인 막연한 감정이나 관습으로 받아들입니다. 그리고 유명한 권력자일수록 더욱 강한 집착을 갖습니다. 그것은 그들이 남의 운명을 결정하는 만큼 자신들의 운명도 자신이 모르는 어떤 힘에 좌우될 수 있다는 것을 알기 때문이거나 자신들의 지위가 불안하기 때문일지도 모릅니다.

2) 마르코스 필리핀 대통령은 11과 특히 7을 좋아하여 모든 일정이나 계획을 그 수에 맞추어 짰다고 전해집니다. 말하자면 그의 마지막 선거 법안은 11월 11일 오전 11시 11분에 의회에 상정되었으며 선거 날짜를 7일로 잡았습니다. 그러나 그는 그렇게 열심히 선택한 그 선거에서 패배하고 국민들의 혁명으로 인해 망명길에 올랐다가 미국에서 횡령 등의 혐의로 재판이 진행되는 중에 죽었답니다.

3) 더블린의 앤소니 S. 클랜시라는 이는 어떤 편지에서 자신이 7이라는 숫자와 상당한 인연이 있음을 밝혔습니다. "나는 20세기 일곱 번째 해에 태어났으며, 그 해 일곱째 달, 그리고 그 달의 일곱 번째 날, 그 주일의 일곱 번째 날에 태어났다. 나는 7형제 중 일곱째로 태어났으며 나는 스물 일곱번째 생일날 경마 경주에 참가하여 일곱 번째 경주의 우승말을 택할 때 '제7의 천국'이라는 이름의 일곱 번째 말에 걸었으며, 그 말에 7실링의 돈을 걸었고 그 말은 7등을 했다." 그의 말대로라면 그는 재수 좋은 7과 무척이나 많은 인연을 가진 것이지만 그의 말은 우승도 못했고, 또 그는 우리가 흔히 알만큼 성공한 인물도 아니었습니다.

4) 뉴턴을 숭배했던 칸트가 수학에 대하여 언급한 것이 있다면 5+7은 12라는 내용을 다룬 것이 그 전부입니다. 그러나 그는 7과 특별한 관계 때문에 대석학이 되었다는 설도 있습니다. 그의 아버지와 어머니의 연령차이는 일곱 살이었으며, 결혼 7년만에 그를 낳았고, 그를 낳았을 때 그의 부모 나이는 둘 다 7로 나누어 떨어지는 7의 배수의 나이였다고 합니다.

▶ 수학사 자료 1-가-4-4 : 기름 나누기[6]

옛날에는 간장이나 참기름, 소금 같은 것이 모자라면 이웃집끼리 나누어 썼는데 〈진겁기〉에는 그때 사용하던 '기름 나누기 계산법'이 수록되어 있다. 거기에는 다음과 같은 내용이 실려 있다.

6) http://nunchi.wo.to/

예를 들어 '어떤 통 속에 한 말(10되)의 참기름이 들어 있는데 이것을 7되들이 말과 3되들이 말만을 사용하여 정확히 절반으로 나누되, 다른 도구를 사용하거나 바닥에 버리지 않는다는 방법'을 질문하고 있다. 일반적인 퀴즈에서라면 '참기름 통을 옆으로 비스듬히 기울여 5되 정도가 되게 한다'는 정도의 해법이 제시되겠지만 여기에서는 그런 방법이 통하지 않는다.

그렇다면 다른 방법을 생각해 보자.

1단계 : 편의상 10되들이, 7되들이, 3되들이 통을 각각 A, B, C라고 해둔다.

2단계 : 먼저 A에 있는 참기름을 B에 가득 채운다. 다음은 B에 있는 참기름을 C에 채워준다. (A, B, C는 3되, 4되, 3되가 된다)

3단계 : C의 참기름을 A에게 되돌려주고 빈 상태가 된 C에게 B의 것을 붓는다. (A, B, C는 6되, 1되, 3되가 된다)

4단계 : C에 있는 참기름을 또다시 A에게 되돌려 준다. (A, B, C는 각각 9되, 1되, 0되가 된다)

5단계 : 이 때 B의 참기름(1되밖에 되지 않는 참기름)을 C에 쏟아 붓는다. (A, B, C는 각각 9되, 0되, 1되가 된다)

6단계 : A에 있는 참기름을 B에 채운다. (A, B, C는 각각 2되, 7되, 1되가 된다)

7단계 : B에 있는 참기름을 C에 채운다. 이렇게 되면 B의 7되 중 2되를 C에 붓게 되어 B통에는 5되가 정확히 남게 되는 것이다.

▶ 수학사 자료 1-가-4-5 : 황금분할[7]

많은 고대인에서부터 오늘날의 현대인들까지 선분을 두 부분으로 나눈다고 할 때, 황금분할로 나누는 것이 가장 아름다운 분할방법이며, 두 선분의 비율을 생각할 때, 이 황금비율로 되어 있는 비율이 가장 아름답다고 한다.

예를 들면 머리를 커트할 때는 황금분할로 하는 것이 가장 아름다우며 그림을 넣는 액자의 세로와 가로의 비율이 이 황금비율로 되어 있을 때 가장 안정감이 있다고 한다.

---

7) http://user.zzagn.net/hdelta/ : 허종운의 홈페이지, '황금분할'
황금분할은 '한 면을 3대 5로 나누기' 하는 활동으로 초등학교 1학년에게는 도입하기 부적당한 자료로 볼 수 있지만, 8을 3과 5로 가르기 하는 활동이 미술의 영역과도 밀접한 관계를 이루고 있을 뿐만 아니라, 실생활에서도 자주 활용되는 개념임을 인식시키는 수학체험학습의 자료로서의 의미를 가지고 있다.

▶ 수학사 자료 1-가-4-6 : 고대 여러 나라의 숫자[8]

고대 여러 나라의 숫자들을 살펴보면 각각의 숫자들은 그 나라의 독창성 그리고 여러 가지 방면으로 연구한 노력들을 볼 수 있다. 이러한 고대의 숫자를 가지고 가르기와 모으기를 해 보는 것도 좋은 학습자료가 될 수 있다.

우리 인류의 조상들은 처음에 나무 조각에 금을 새겨 넣거나 밧줄 등을 묶어 수를 나타내었다. 문자가 발명된 이후에 숫자가 고안되었는데, 이러한 숫자들을 살펴보면 각 민족에 따라 여러 가지 독창성과 연구한 흔적이 엿보인다. 계산법의 기본이 되는 단위도 5진법, 10진법, 20진법, 60진법 등이 있다. 또, 자릿수를 정하는 원리로 적은 숫자로 큰 수를 교묘하게 나타내었으며(바빌로니아, 인도 등), 자릿수의 원리를 생각하지 못했기 때문에 큰 수를 나타내는 데 계속해서 많은 숫자를 쓰지 않으면 안 되었던 기호법(그리스, 로마, 중국 등)도 있다.

1) 뉴기니 원주민[9]

미개인은 주로 몸짓으로 수를 나타낸다고 한다. 그렇다면 그들이 사용하는 말 가운데는 수사가 없느냐 하면 그렇지도 않다. 있기는 하지만 대부분은 1, 2정도뿐이고, 많아도 3까지 밖에 없다. 그 이상이 되면 모두 "많다"인 것이다. 이 사실을 가지고 그들의 빈약한 계산 능력을 비웃을 자격은 우리에게 없다.

그들이 수사를 이것밖에 가지고 있지 않다는 것은 바로 그들의 일상생활에서는 그 이상의 수에 대한 필요를 느끼지 않는다는 사실을 말하는 것뿐이니까. 이것은 고대 문명의 꽃을 피운 이집트인이 백만 이상을 모두 "많다"로 표시한 것과 같은 이치다. 미개인 중에는 이 적은 수사를 잘 활용해서 많은 수를 셈하는 사람들도 있다. 이 적은 수사를 잘 활용해서 많은 수를 셈하는 사람들도 있다. 뉴기니아 지방의 원주민의 수사는,

1은 "우라펀"(urapun)

2는 "오코사"(okosa)

그리고는 없지만, 이 두 수사를 써서

3은 "오코사 · 우라펀"(2+1)

8) http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html

9) 김용운 · 김용국, 재미있는 수학여행-수의 세계 편, p32, 김영사, 1997.

4는 "오코사 · 오코사"(2+2)
5는 "오코사 · 오코사 · 우라펀"(2+2+1)
6은 "오코사 · 오코사 · 오코사"(2+2+2)…
와 같이 셈을 한다.

2) 신체는 수를 세기 좋은 도구[10]

사람들이 수를 처음으로 셀 때는 그 수와 일대일대응이 되는 사물을 이용하였다고 한다. 그리고 그 사물은 주위에서 쉽게 구할 수 있는 것들이었다.

신체는 사물처럼 특별히 찾을 필요가 없다. 그래서 옛날 사람들이 수를 셀 때 신체를 이용했던 흔적은 남아 있다. 만일 뉴기니아 섬의 동북부 지방으로 여행을 갔을 때는 자신의 신체를 만질 때 조심해야 한다. 누군가가 바나나를 가리키며 무심코 다른 손으로 코를 만지게 되면 바나나 나무 주인은 바나나 12개를 따서 줄 것이다. 왜냐하면 코는 12를 나타내는 것으로 바나나 나무 주인이 '바나나 12개를 달라'는 말로 알아듣기 때문이다. 이 지방에서 쓰는 언어를 파푸아어라고 하는데 이 파푸아어에는 우리가 쓰는 1, 2, 3, 4, … 같은 숫자는 없지만 다음과 같이 수와 신체의 각 부분이 일대일대응을 이루고 있다.

1-오른손 새끼손가락, 2-오른손 약 손가락, 3-오른손 가운데 손가락, 4-오른손 집게손가락, 5-오른손 엄지손가락, 6-오른쪽 손목, 7-오른쪽 팔꿈치, 8-오른쪽 어깨, 9-오른쪽 귀, 10-오른쪽 눈, 11-왼쪽 눈, 12-코, 13-입, 14-왼쪽 귀, 15-왼쪽 어깨, 16-왼쪽 팔꿈치, 17-왼쪽 손목, 18-왼손 엄지손가락, 19-왼손 집게손가락, 20-왼손 가운데 손가락, 21-왼손 약 손가락, 22-왼손 새끼손가락

10) 육인선 외 2, 수학은 아름다워, pp22~23, 동녘.
뉴기니아 섬의 원주민들은 신체를 이용해서 수를 표현했다고 한다. 한 사람이 1부터 9까지의 수 중 하나를 선택해서 뉴기니아 원주민들의 수 표현법으로 그 수를 표현해 본다. 그러면 나머지 두 사람이 그 수를 가르기 해서 그 수를 역시 뉴기니아 원주민들의 수 표현법으로 표현해보는 놀이를 해본다.

3) 퀸스랜드의 원주민들의 수 세기[11]

아마도 5진법이 가장 널리 사용된 첫 번째 수체계 였을 것이다.[12] 오늘날까지도 몇몇 남아메리카 종족은 손으로 셈을 한다. 'one, two, three, four, hand, hand and one, 등이다.

예를 들어 퀸스랜드의 원주민들은 지금도 "one, two, two and one" 등으로 세고,[13] 아프리카의 피그미족들은 1, 2, 3, 4, 5, 6을 셀 때 'a, oa, ua, oa-oa, oa-oa-a, oa-oa-oa'라고 한다.

4) 마야의 수 체계[14]

20진법에 기초하며 0에 대한 기호가 있으며 이 기호의 변형이 지금까지도 이용되고 있다. 점과 대시에 의해 매우 간단히 표현되고 있다.

---

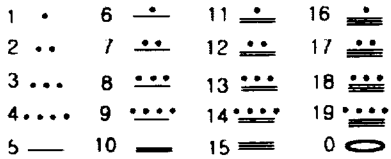
11) 1. 권영한, 재미있는 수학 이야기, 1990, 한국출판금고.
2. http://cce.yonam-c.ac.kr/~kangdy1/sogea2.htm
최초로 널리 사용된 기수법은 5진법이다. 2, 3, 4는 인류가 시도한 기수법으로는 미력한 것에 불과했고, 인간이 큰 수를 세는데 한 손의 5지가 필요했던 것이다. 일반적으로 왼쪽 손가락이 사용되며, 물건의 개수와 손가락으로 대응시켜 되풀이되는 방법으로 셈을 하는데, 경우에 따라 작은 돌이나 나뭇가지로 5의 표시를 하기도 한다. 남미의 부족은 한 손으로 세었는데, 1, 2, 3, 4, 손바닥, 손과1, 손과2와 같은 방법이다. 또, 파라과이의 한 부족에서는 5는 '한 손의 손가락' 10은 '두 손의 손가락' 20은 '두 손과 두 발의 손, 발가락' 이라고 구술로 불리어진다고 한다. 카브리의 한 부족은 시에서 10을 '두 손의 아들'이라고 하고 있다. 또 오늘날 사용하고 있는 로마 숫자를 표기법의 입장에서 보면 5를 한 묶음으로 하여 되풀이되는 수이므로 5진법의 표기법이라고 볼 수 있다. (출처: http://math.kongju.ac.kr/mathcom/index.htm)

12) 독일 농부의 달력은 1800년대까지도 5진법을 이용했다. (출처: Eves, 이우영 역, 수학사(고대 · 중세), pp3~4, 경문사, 서울, 1993.)

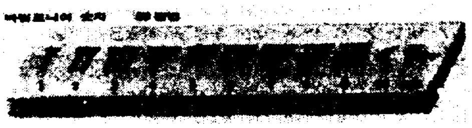
13) 시베리아 유카길인들도 혼합된 방법, 즉, "one, two, three, three and one, five, two three" 등으로 셈을 한다. (출처: Eves 저, 이우영 역, 수학사(고대 · 중세), pp3~4, 경문사, 서울, 1993.)

14) http://library.thinkquest.org/22584/mh1100.htm : '서양수학사-수학발달과정 오리엔트수학 마야수체계 수의 표기법

수를 아라비아 숫자만을 가지고 할 것이 아니라 색다른 수체계를 이용해서 수 가르기 활동을 하게 한다. 특히 마야 수체계는 아동이 가르기를 쉽게 할 수 있도록 숫자가 거의 쉬운 규칙으로 되어있다. 아직 아라비아 숫자에 익숙하지 않은 아동들에게 좀 더 흥미를 유발하면서 쉽게 수 가르기에 익숙해 질 수 있는 좋은 자료인 것이다. 본 수업이 들어가기 전 가볍게 수업 전 단계에 이 자료를 활용한다면 아이들의 흥미를 유발하고 또 본 수업의 기초단계를 다질 수 있는 효율성이 높은 자료라 할 수 있다.



5) 바빌로니아 숫자 점토판에 쐐기의 끝을 비스듬히 자른 것으로 새겼다. 단 두 가지의 기호로 어떠한 크기의 수도 나타내었다. 또한, 60진법이 적용되고, 자리잡기의 원리가 도입되어 있다. 이를테면 1,4(=64)의 1은 60을 뜻하고 ,4는 다음 자리의 수가된다.[15)]



6) 이집트 숫자 돌비석 등에 새겨진 상형 문자 형태이다. 후에 파피루스(나일강변의 수초로 만들어진 종이)가 사용되자, 쓰기 쉽도록 모양을 바꾸어 승려 문자로 사용되었다. 이집트인은 예부터 오른쪽에서 왼쪽으로 글씨를 써 왔다.[16)]

7) 고대 그리스 숫자 수사 (數詞)의 머리글자로 이루어졌다. Γ는 펜타(5), Δ는 데

---

15) 1. http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html
2. http://library.thinkquest.org/22584/mh1100.htm#m5
3. 육인선 외 2, 수학은 아름다워, pp28~29, 동녘.
초기 바빌로니아인들은 바늘을 가지고 젖은 점토판에 뾰족한 이등변 삼각형을 새겨 넣어 쐐기문자를 만든 다음 기록을 영구히 보전하기 위해 그 판을 화덕 속에서 구워서 남겼다. 이것이 19C에 기원전 1600년경의 함무라비 왕조의 점토판이 발굴되고 쐐기문자 원문을 해독함에 따라 바빌로니아인들이 상업과 농업에 있어서 상당히 높은 수준의 계산술을 사용했고 60진법의 수체계를 사용했음을 알 수 있다. 바빌로니아의 기하학은 거의 실제 측량과 관계된 것으로 특징은 대수적 성질에 있다. 바빌로니아인들은 2차방정식의 해법과 연립 2원2차방정식의 해법도 알고 있었으며 3, 4차 방정식의 간단한 것도 다룰 정도로 대수가 싹트고 있었다. 오늘날 원주를 360등분하는 것도 틀림없이 고대 바빌로니아인들의 업적이다.
16) 1. http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html
2. 육인선 외 2, 수학은 아름다워, pp28~29, 동녘.

카(10)의 머리글자이다. 후에는 α, β, γ, δ, ϵ, …(1, 2, 3, 4, 5, …)와 같이 알파벳으로 수를 나타내었다.[17]

1-α-알파, 2-β-베타, 3-γ감마, 4-δ-델타, 5-ϵ-입실론, 6-없어짐-디감마, 7-ζ-제타, 8-η에타, 9-θ씨타, 10-ι-이오타, 20-κ-카파, 30-λ-람다, 40-μ-무, 50-ν-누, 60-ξ-씨, 70-o-오미크론, 80-π-파이, 90-없어짐-코파, 100-ρ-로호, 200-σ-시그마, 300-τ-타우, 400-υ-웁실론, 500-φ-피히, 600-χ-치히, 700-ψ-씨이, 800-ω-오메가, 900-없어짐-삼피

8) 로마 수체계[18]

10진법 또는 5진법을 사용하고 뺄셈의 원리(작은 단위의 기호를 보다 큰 단위의 기호 앞에 놓아 두 단위의 차를 나타냄)가 이용되었다.

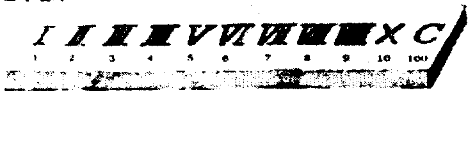
1	5	10	50	10^2	500	10^3
I	V	X	L	C	D	M

예를 들면 1944 = MDCCCCXXXXIIII

1994 = MCMXLIV

이러한 형식은 큰 수를 나타내기가 불편하며 계산하기가 매우 어렵다. 그래서 그들은 계산은 수판으로 하고 숫자는 그 결과를 기록하는 데 사용하였다.

V는 손의 엄지를 편 모양이고, X는 V를 2개 합친 모양이라 한다.[19]

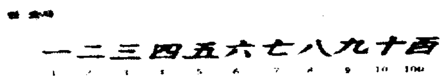


17) http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html
그리스 수를 암호수 체계라고도 하는데 각 대응 기호를 기억하여야 한다.

18) http://library.thinkquest.org/22584/kindex.html

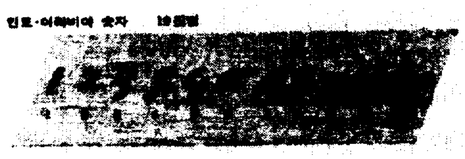
19) http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html

9) 한(漢) 숫자 은나라 시대에 갑골이나 금문(金文)에 사용된 숫자가 원형이 되어 현재의 한 숫자가 이루어졌다. 0이 없고 자리잡기의 원리가 없다. 물론 계산에서는 쓰이지 않는다. 우리에게 친근한 한자의 숫자표기는 재미있는 성질을 갖고 있다. 즉 짝수를 표현하는 한자는 발이 두 개이고(四, 六, 八), 홀수를 표현하는 한자는 발이 하나이다(五, 七, 九). 한편, 중국에서 약 2000년 전에 발명돼 동양문화권에서 150년 전까지 사용되던 막대숫자 표기[20]는 한국과 일본에서도 사용돼 왔다. 숫자 표현의 혼동을 피하기 위하여 자리 수에 따라 막대숫자를 교차 사용하였다. 중국에서는 계산은 산목(算木)이나 수판으로 하였고, 숫자는 결과의 기록에만 쓰였다.[21]



10) 인도 · 아라비아 숫자[22]

인도에서 발명되어, 아라비아 상인의 손을 거쳐 유럽에 전해졌다. 유럽에 전해진 무렵에는 숫자의 모양이 일정하지 않아 은행이나 상점에서는 환영을 받지 못하였다. 0의 발명에 의해서 자리잡기 기수법이 완성되었으나, 그것은 서기 6세기경의 일이다.[23]



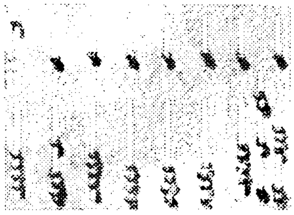
20) 산목(算木)을 이용한 표기를 말함.

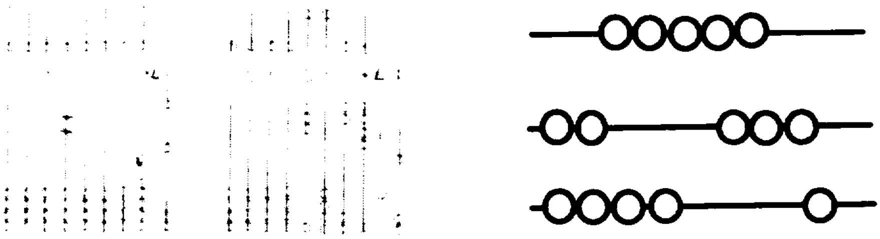
21) http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html

22) 인도-아라비아 수체계는 인도인들이 그것을 발명하고 아라비아인들이 서유럽으로 전파했다고 해서 붙여진 이름이다. 위치값이나 0이 사용된 최초의 기록은 페르시아 수학자 알-화리즈미(al-Khowarizmi)가 825년에 출간한 책이다. 이 책에서 완전한 인도 수체계를 설명하고 있다. 이 새로운 수체계가 언제 유럽에 전해졌는지 확실치는 않지만 13세기쯤에는 이미 전 유럽으로 전파되어 널리 쓰이고 있었다. 그 후 「수판론자와 산법론자 사이의 싸움」이 계속되다가 수판론자들은 자취를 감추고 18세기가 되면 서유럽에서 수판은 사라진다. 0이라는 뜻의 영어 'zero'는 '공허한' 혹은 '텅빈'이라는 의미의 인도어 sunya가 아라비아어 sifr의 라틴어 형태인 zephirum으로부터 유래된 것이다. 이 0이라는 기호로 말미암아 마침내 오늘날의 10진법이 확립되고 사칙연산을 자유로이 할 수 있게 되었다.
(출처: http://library.thinkquest.org/22584/kindex.html)

23) http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html

▶ 수학사 자료 1-가-4-7 : 로마산판[24)]





로마 사람들의 계산법은 그리스, 이집트의 계산법보다도 더 잘 알려져 있다. 산판의 계산을 학교에서 가르쳤으며, 저술가는 작은 돌과 티끌을 깔은 산판(자리수가 그려졌다.)에 관한 것을 인용하고 있다. 현재 파리에 보존되어 있는 에트루리아 사람의 유물에 계산자가 왼손의 자리선 위에 수를 놓은 산판을 들고, 오른손으로 작은 돌을 테이블 위에 늘어놓은 것이 있다.

▶ 수학사 자료 1-가-4-8 : 주판의 기원[25)]

수학이나 산수는 적어도 쓰기가 시작되기 이전에 생겼다. 간단한 기호로 물체를 다룬다는 것은 실제 물체를 세지 않고서도 덧셈과 뺄셈을 수행하는 것이 처음으로 가능해졌다는 것을 의미하므로, 어떤 집합과 다른 것을 일치시키는 것이 중요했다. 따라서, 먼저 표준집합이 생겼는데 그것은 양손의 열 손가락, 즉 십진수 체계의 기원이다. 피라미드의 문구에는 이집트 파라오의 영혼이 악령에 의해 손가락을 셀 수 있는지를 시험받는데, 성공적으로 그 시험을 통과한다. 더 복잡한 계산과 덧셈, 뺄셈을 위하여 돌이 사용되었는데 그 사실은 우리에게 계산이라는 용어를 주었다. 후에 그 돌은 철사에 10개씩 꿰어진 구슬로 대체되었는데, 그것이 처음 만들어진 이후 아직까지 아주 유용

24) http://school.hongik.ac.kr/~ydhome/yoon/Start.htm
로마의 산판과 비슷하게 막대에 구슬을 2, 3, 4, 5개씩 각각 끼워 넣고, 구슬이 양끝으로 빠지지 않게 하여 다양하게 가르기와 모으기를 할 수 있다.

25) J.D 버날, 과학의 역사 고대 중세편, 1995.

한 계산기구가 된 주판이다.

▶ 수학사 자료 1-가-4-9 : 0의 탄생과 의의[26]

현재 우리가 쓰고 있는 0은 아무 생각 없이 숫자인 것처럼 사용하고 있지만 컴퓨터의 자판에 나와있는 0의 위치를 보면 9 다음에 있음에도 불구하고 이상히 여겨본 적이 별로 없다. 0이 9보다 분명히 작은 수임에도 말이다. 이것은 0을 수로 보지 않는다는 증거이다. 0을 기호로 보고 있고 우리는 기호로 쓰이는 0을 숫자인 것처럼 쓰고 있는 것이다.[27]

자연수는 모두 어떤 물체에 대응시킬 수 있지만 0만은 그럴 수가 없다. 굳이 표현한다면 0은 아무것도 없는 상태에 대응하는 셈이다. 그런데도 누구나 0을 '수'로 생각하는 것은 습관 탓이다. 유치원 때부터 줄곧 기호로서의 0을 보아 온 것이 습관이 되어 없는 것을 있는 것처럼 생각하게 된 것이다. 수로서 정식으로 인정받기 위해서는 가감승제, 즉 사칙연산이 성립해야 하는데, 0은 이에 적절히 대응하는 방법, 예를 들어 $0+0=0$, $0+a=a$, $0\times a=0$을 찾아냄으로써 수로서의 자격을 갖추게 되었다. 수학자들은 0의 발견이 가장 위대한 발견 중의 하나라고 손꼽고 있다.

1, 2, 3, … 하는 숫자는 천지가 만들어질 때부터 존재했다. 하나님이 천지를 6일 동안에 창조하셨다는 표현에서 천지창조와 숫자가 같이 나오지 않는가. 어느 나라든지 창조신화에는 숫자가 나오는 것을 볼 수 있다(예: 건국신화에 나오는 시조는 알속에 몇 일 있었다). 손가락과 발가락을 이용한 5진법, 10진법, 12진법, 20진법 또는 60진법을 사용해 셈을 하는데 숫자 0이 필요하지 않았다. 또한 백팔이나, 3백2와 같이 숫자를 말로 할 때도 0이 필요하지 않았다. 그러다가 3백2를 3?2로 표현하는데 필요한 그 어떤 기호 즉, ?에 해당하는 기호가 있어야 된다는 것을 사람들이 알게 됐고 이를 위해 사잇점, 윗줄, 윗점 등 여러 가지 기호가 사용돼 왔지만 이를 0이라고 쓴 문헌이 발간되기는 서기 876년 인도에서부터이다. 당시의 문헌에는 270, 50이 마치 27°, 5°처럼 쓰였다. 0이 등장하기 이전에는 어떤 자리가 빈 자리라는 것을 나타내기 위해서는 그 자리를 그냥 비워 두었다. 예를 들면 102는 1 2로 나타내었다. 그런데 1 2를 12로 볼 것인지 102로 볼 것인지 사람에 따라 혼란스러울 수 있는데, 차용증 같은 것을 작성할 때는 각

26) http://www.mathworld.pe.kr
27) 1에서 9까지의 숫자를 만들어 낸 후, 영이라는 기호가 필요하다는 사실을 사람들이 깨닫기까지는 수백년이라는 시간이 더 걸렸다.

자리마다 명칭을 붙임으로써 혼란을 방지할 수 있다. 즉, 일, 십, 백, 천, 만, 억, 조, … 등의 단위를 사용하는 방법이 있다. 0이 없는 시대에는 이러한 편법을 사용해 왔다. 그러나 각 자리마다 이름을 무한정 붙여 나갈 수는 없다. 무한한 자연수에 일일이 이름을 붙인다는 것은 불가능한 일이다. 설령 이름을 붙인다고 해도 그것을 일일이 외울 수 없기 때문이다. 이런 터무니없는 헛수고에 비하면, 예를 들어 억은 0을 8개 붙여 표시한 것처럼 필요한 만큼 0을 붙여 가기만 하면 되기 때문에 대단히 편리한 것이다.

0의 탄생지는 인도이다. 오늘날 사용하는 10진 위치적 기수법을 만들어 낸 것도 인도인이다. 물론 그들이 사용한 기수법은 아직 완전한 것은 아니었지만 위치적 기수법의 원리(또는 자리잡기 원리)가 확립되어감에 따라 빈 자리를 나타내는 기호가 필요해진 것은 당연한 이치였던 것이다. 기원전 2세기경에는 불교에서 쓰는 말인 공(空)을 써서 지금의 0을 대신하였다. 그러다가 3, 4세기경에는 점을 찍어서 나타냈으며 7세기에 들어서 비로소 지금의 0이 등장하였다. 0이라는 것을 나타내는 기호가 제 모습을 갖추기까지는 이토록 오랜 세월이 걸렸다.

0은 다양한 의미를 갖고 있는데, 첫째 숫자로서의 0, 둘째 수열에서 기준 시점이 되는 0, 셋째 10이나 100과 같은 표현을 위한 0을 의미하는 기수법(positional notation)으로서의 0[28]과 같이 0은 다양한 의미을 갖고 있다. 넷째 힌두에서 빈자리 또는 없다라는 뜻으로 0을 스냐(sunya)라고 불렀다.[29] 주판을 생각해 보면 쉽게 이해가 될 것이다. 만일 빈칸을 나타내는 기호가 없다면 이들은 모두 32로만 표현될 뿐이지만 빈칸을 나타내는 기호(예: 0)가 있다면 이들은 320, 302, 32로 구분될 수 있는 것이다.

인도인이 발명한 숫자 1에서 9까지와 기호 0은 아라비아를 거쳐 유럽으로 건너갔는데 15세기 말쯤에야 비로소 현재와 같은 형태를 갖추게 된다. 그러나 이 인도식 기수법이 순조롭게 전해진 것은 아니다. 왜냐하면 새로운 것들의 유입은 그 이질감이 사라지기 전까지는 편리하다는 이유만으로는 받아들이기가 어렵기 때문이다.

---

28) http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html
0의 발명에 의해서 자리잡기 기수법이 완성되었으나, 그것은 서기 6세기경의 일이다.

29) 힌두에서의 스냐를 아라비아에서는 시프르(sifr)라 불렀으며 시프르라는 말은 13세기에 독일로 들어가 시프라(cifra)가 됐다. 현재 영어의 사이퍼(cipher)라는 단어가 여기서 유래된 것이다. 그 후 라틴어로 제피룸(zephirum)으로 번역됐고 이탈리아에서는 제에로(zeuero)가 됐는데 0을 영어로 왜 제로(zero)라고 부르게 되는지를 알 수 있다.
쐐기문자를 사용했던 바빌로니아의 점토판에서는 빈자리를 F나 ↑↑로 표기했다. 그러나 이러한 표기는 단순히 기호였을 뿐이고 숫자로서의 영과 자릿수로서의 기호로 사용한 것은 마야문명과 힌두 문명부터였다.

2. 1-가 단계 5단원 더하기와 빼기

1) 재구성된 수학사 학습자료의 목록

자료 번호	제 목
1-가-5-1	수사 없이도 셈할 수 있다
1-가-5-2	기호는 왜 있을까?
1-가-5-3	기호의 사용 예
1-가-5-4	가우스의 일생
1-가-5-5	한국사람들과 유럽사람들의 거스름돈 계산 방법
1-가-5-6	바빌로니아 사람들의 뺄셈 기호
1-가-5-7	조삼모사
1-가-5-8	한국어에서의 7, 8, 9의 어원
1-가-5-9	로마인들의 숫자 표기법
1-가-5-10	로마 숫자에서는 왜 0이 없는가?
1-가-5-11	'산술' 의 어원
1-가-5-12	+, -, ×, ÷의 변천사 1
1-가-5-13	+, -의 변천사 2
1-가-5-14	중국의 수판셈은 산가지 셈에서 진화되었다?
1-가-5-15	산가지를 이용한 조선시대의 계산법
1-가-5-16	그림을 이용하여 합을 구하는 방법
1-가-5-17	마야 숫자를 활용한 덧셈식
1-가-5-18	로마 숫자를 활용한 뺄셈식
1-가-5-19	메소포타미아 숫자를 활용한 덧셈의 교환법칙
1-가-5-20	퀴즈네어 막대를 활용한 덧셈과 뺄셈의 가능성
1-가-5-21	마방진에 얽힌 전설 및 종류
1-가-5-22	조선시대 유학자인 최석정의 마방진
1-가-5-23	주사위의 역사

2) 교과서 내용(교육부, 2000)

(1) 단원의 개관[30]

합이 9 이하인 덧셈과 피감수가 9 이하인 뺄셈을 구체적 활동으로 이해하고, 이를

30) 세는 활동만으로 사물의 개수를 파악한다면, 그 개수가 몇 안 될 때는 큰 어려움이 없다. 그러나 개수가 많은 두 집단을 세는 활동만으로 그 전체의 개수를 파악하기는 곤란하므로 두 수를 더하는 방법을 학습할 필요가 있다. 뺄셈의 개념이 없다면 뺄셈 상황에서 일일이 실제 조작 활동이나 이와 유사한 활동을 통해서 만이 그 해답을 찾을 수 있다. 그러나 뺄셈의 개념이 있다면 두 수의 차를 구하여 추상적 활동만으로도 그 해답을 찾을 수 있다. 이런 추상적 활동의 기초로서 뺄셈 상황을 이해하고, 이를 바탕으로 뺄셈식을 학습하며, 이는 곧 후속되는 연산 학습의기초가 된다. 덧셈식을 보고 뺄셈식을 만들기와 뺄셈식을 보고 덧셈식 만들기는 방정식의 기초가 되는 활동으로, 간단한 덧셈과 뺄셈의 관계를 이해하게 하여 후속 학습인 방정식을 푸는 데 기초가 된다.

식으로 나타내며 계산할 수 있도록 한다. 또, 더해 보고 빼기, 빼 보고 더하기를 통하여 덧셈과 뺄셈의 관계를 알아보도록 하며, 순서를 바꾸어 더하는 활동에서 그 합이 같음을 알도록 한다.

(2) 단원의 목표

① 덧셈이 이루어지는 구체적인 상황을 이해하고 식을 쓰고 읽을 수 있다.

② 합이 9 이하인 경우의 덧셈식을 쓰고, 읽으면서 덧셈을 할 수 있다.

③ 뺄셈이 이루어지는 구체적인 상황을 이해하고, 식을 쓰고 읽을 수 있다.

④ 피감수가 9 이하인 경우의 뺄셈식을 쓰고, 읽으며 뺄셈을 할 수 있다.

⑤ 덧셈식을 보고 뺄셈식을 만들 수 있다.

⑥ 뺄셈식을 보고 덧셈식을 만들 수 있다.

⑦ 두 수를 바꾸어 더해도 합이 같음을 할 수 있다.

(3) 단원의 전개 계획

차 시 및 쪽수	주 제	수업 내용 및 활동	수익힘책
1 (60~61 쪽)	덧 셈	ㅇ 활동을 통하여 덧셈 상황을 이해한 후, 두 수를 더하는 것을 식으로 쓰고 읽게 한다.	57~58 쪽
2 (62~64 쪽)	덧셈식	ㅇ 덧셈 상황에서 활동을 통하여 덧셈식을 이해한 후 쓰고 읽게 한다. ㅇ 합이 9 이하의 덧셈을 능숙하게 한다.	59~60 쪽
3 (65~66 쪽)	뺄 셈	ㅇ 활동을 통하여 뺄셈 상황을 이해한 후, 두 수의 차를 식으로 쓰고 읽게 한다.	61~62 쪽
4 (67~69 쪽)	뺄셈식	ㅇ 뺄셈 상황에서 활동을 통하여 뺄셈식을 이해한 후, 쓰고 읽게 한다. ㅇ 피감수가 9 이하인 뺄셈을 능숙하게 한다.	63~64 쪽
5 (70~71 쪽)	덧셈식을 보고 뺄셈식을 알아보기, 뺄셈식을 보고 덧셈식 알아보기	ㅇ 합하는 경우의 활동을 통하여 덧셈식을 만들어 보고, 이에 따른 뺄셈식을 알아보게 한다. ㅇ 감소 상황에서 뺄셈식을 만들어 보고, 이에 따른 덧셈식을 알아보게 한다.	65~66 쪽
6 (72~73 쪽)	두 수를 바꾸어 더하기	ㅇ 가수가 바뀐 덧셈식의 합을 비교해 보는 활동을 통하여 합이 같음을 찾아 내게 한다.	67~68 쪽
7 (74~76 쪽)	재미있는 놀이, 문제 해결	ㅇ 놀이를 통하여 합이 9 이하인 덧셈과 빼어지는 수가 9 이하인 뺄셈을 익히게 한다. ㅇ 덧셈과 뺄셈의 관계를 익히고, 덧셈과 뺄셈이 적용되는 이야기를 해 보게 한다.	
8	잘 공부했는지 알아보기	ㅇ 잘 공부했는지 알아보기 ㅇ 다시 알아보기 ㅇ 좀 더 알아보기	69~70 쪽 71~72 쪽 73~74 쪽

3) 1-가 단계 5단원에서 활용할 수 있는 재구성된 수학사 학습자료

▶ 수학사 자료 1-가-5-1 : 수사 없이도 셈할 수 있다.[31]

지금 몇 마리의 염소를 기르는 사람이 있다 하자. 우리 안에서 나오는 한 마리 한 마리의 염소에 대해 작은 돌멩이 하나씩을 대응시킨다. 염소 전부가 나간 후에 그 돌멩이들을 주머니 속에 넣는다. 이렇게 하면 염소의 수는 돌멩이의 수와 같게 된다. 저녁 때 염소가 우리 안으로 들어올 때, 주머니의 돌멩이를 꺼내 염소 한 마리에 대해 돌멩이 하나씩을 대응시켜서 만일 돌멩이가 남는 경우는, 돌아오지 않은 염소가 그 돌멩이 수만큼 남아 있음을 알게 된다. 반대로 염소가 남으면, 남의 집 염소가 잘못 들어왔거나 염소가 새끼를 낳았음이 틀림없다. 이와 같이 돌멩이나 작은 나무토막만 있다면 얼마든지 큰 무리의 동물들을 셈할 수 있다. 즉 수사를 몰라도 셈할 수 있는 것이다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-2 : 기호는 왜 있을까?[32]

수학에는 기호가 많이 나옵니다. +, -, ×, ÷, ≤, ≥, ( ), 같은 것들입니다. 여러분들은 이 기호 때문에 수학이 어렵다고 느낀 적은 없었나요? 오히려 기호 때문에 수학이 더 쉬워졌습니다. 예를 들면, 성경의 "마태복음"에는 다음과 같은 글이 있습니다.

"아브라함이 이삭을 낳고, 이삭은 야곱을 낳고, 야곱은 유다와 그의 형제들을 낳고, …, 살몬을 낳고, …, 엘리웃은 엘르아살을 낳고, 엘르아살은 맛단을 낳고, 맛단은 야곱을 낳고, 야곱은 마리아의 남편 요셉을 낳았으니 마리아에게서 그리스도라 칭하는 예수가 나시리라."

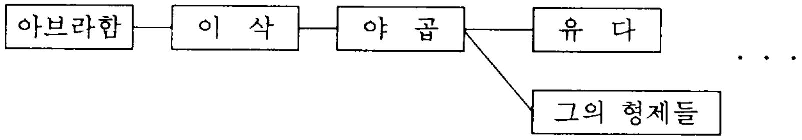
아무리 의미있는 말씀일지라도 빨리 머리에 들어오지 않습니다.

하지만 기호가 있으면 위의 글은 쉽게 이해가 가요. 아래와 같이 도표로 나타내면

31) 김용운, 김용국 공저, 재미있는 수학여행 ①수의 세계, pp.17~18, 김영사, 1997.
1대 1 대응을 이용하여 뺄셈에 관한 이해를 돕는 자료가 될 것이다. 교과서의 활동 1에서와 같이 실제로 하나씩 수를 지워가지는 않지만, 반구체물과 구체물을 1대 1로 짝지어서 셈하고 있다. 이 때, 짝을 짓고 남는 개수만큼이 차가 되는데 아동들에게 차라는 개념을 알려주기보다는 뺄셈의 원리에 관한 이해를 돕는데 초점을 맞추어야 할 것이다.

32) http://iland.edu4i.com/contents/MATH/math_story/6/02.htm
성경의 일부 내용을 이용하여, 기호의 중요성에 관한 흥미유발 자료로 활용이 가능하다.

이해가 쉽겠지요.



▶ 수학사 자료 1-가-5-3 : 기호의 사용 예[33]

문자나 기호를 다루는 것은 수학의 특징이다. 기호의 역할에 대한 설명은 문자 사용의 필요성을 인식시키기 위한 것이다. 문자나 기호의 사용은 수학만의 특징만 아니다. 국어나 영어의 LANS자도 기호이고 음악의 악보, 지도 위의 표시, 교통표지판, 컴퓨터의 키 따위도 모두 기호로 되어 있다. 모든 기호는 어떠한 일정한 약속 사항이다. 그 약속사항은 익숙하게 쓰기만 하면 어려운 것이 아니다. 사람은 언어를 비롯해 기호를 사용하여 사고를 전개해 나간다.

무엇보다도 수학은 사고하는 일이 집중되기에 더욱 더 기호가 많이 필요하게 된다. 수학이 발달하게 됨에 따라 많은 기호, 편리한 약속이 쓰이게 되었고 한편으로 편리한 기호 발명으로 수학의 발전을 촉진하는 계기가 되었다. 수학 문제 풀이가 옛날에 비해 쉬워진 것은 오로지 기호 덕분이다. Whitehead는 수학에서 "훌륭한 기호가 갖는 대단한 중요성과 상징 체계의 잇점"을 다음과 같이 말하고 있다.

기호 체계의 도움으로 단지 보는 것만으로도 거의 기계적으로 추론을 진행시킬 수 있으나, 기호 체계의 도움이 없다면 고도의 두뇌활동이 필요할 것이다. 항상 내가 지금하고 있는 것을 생각해 보는 습관을 길러야 한다는 말은 많은 저명한 인사들이 거듭 주장하고 있지만 사실은 그릇된 말이다. 문명은 우리가 생각하지 않고도 수행할 수 있는 중요한 조작의 수가 늘어남에 따라 발전한다. 사고 조작은 전투에서 기병대의 돌격과 같은 것이다. 즉 그 수가 엄격히 제한되며 힘찬 말들이 필요하고 결정적인 순간에만 행해지는 것이다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-4 : 가우스의 일생[34]

---

33) http://home.hanmir.com/~ksakim/index1.htm

34) http://math.kr21.net/
익히기 단계에서는 여러 가지 덧셈을 하는 활동을 하는데, 유명한 수학자인 가우스의 일화와 더불어 본 단원에서는 1부터 9까지의 수를 사용하기 때문에 10이 넘지 않은 수를 사용하여 비슷한 문제를 제시할 수도 있다.

초등학교 때 1부터 100까지 더하도록 시키자마자 바로 답을 구하였다고 한다. 다른 학생들이 1+2+3+ … 를 계산하는 동안 가우스는 1+100, 2+99, 3+98, …, 50+51와 같은 방법으로 하여 $101 \times 50 = 5050$의 정답을 구했던 것이다. 아르키메데스, 뉴턴과 더불어 3대 수학자로 꼽히는 가우스(Carl Friedrich Gauss, 1777~1857)는 고집이 세고 난폭한 아버지 밑에서 자랐다. 그가 수학의 왕이라는 칭호를 받게 된 데는 이런 아버지로부터 아들을 보호해주고 북돋아준 어머니의 힘이 컸다. 가우스의 어머니는 아들에게서 어떤 위대한 것이 생겨 나온다는 희망과 기대를 갖고 있었다. 마치 에디슨의 어머니처럼. 또, 가우스에게 큰 영향을 미친 사람으로 외삼촌인 프리드리히가 있다. 그는 베 짜는 일을 직업으로 했지만 아주 총명하고 온화한 사람이었다. 그는 누님의 아들에게서 자기와 닮은 성향을 발견해내고는 사물을 꿰뚫어 보는 방법을 가르치는 등 소년의 머리를 단련시키기 위해 할 수 있는 일을 다하였다고 한다.

10세 때, 또 다시 수학 시간에 그의 재능을 발휘한 가우스에게 뷰트너라는 그의 선생은 자기 돈으로 손에 넣을 수 있는 가장 좋은 수학 교과서를 사다 주었다. 그러나 가우스는 한꺼번에 이 책을 읽어버렸다. 뷰트너 혼자로는 이 어린 천재를 감당할 수 없었을 것이다. 다행히 그에게는 수학에 정열을 가지고 있는 17세의 청년인 조교 요한 마르틴 바르텔스가 있었다. 바르텔스와 가우스 사이에 따뜻한 우정이 자라게 되었고, 이것은 바르텔스가 죽을 때까지 계속되었다고 한다. 두 사람은 함께 공부했다. 어려운 문제는 바로 서로 도와가며 풀고, 수학 책을 같이 보면서 그 안에 있는 것들의 증명을 계속 해나갔다고 한다.

가우스가 14세가 되자 바르텔스는 가우스를 평생의 후견인인 브라운 슈바이크 공작에게 소개시켜주었고, 가우스는 이 후 학비와 생활비 걱정 없이 수학에 정진하게 되었다.

수학의 왕이라는 가우스는 이처럼 타고난 재능과 그의 재능을 아낀 주변 사람들의 보살핌으로 키워진 것이다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-5 : 한국사람들과 유럽사람들의 거스름돈 계산방법[35]

2,300원어치 물건을 사서 5,000원 짜리 지폐를 내면 한국사람들은 2,700원의 거스름돈을 금방 내주지만 유럽에서는 계산 절차가 복잡하다. 주인은 1,000원짜리 지폐와 100

35) 김용운, 김용국 공저, 재미있는 수학여행 ①수의 세계, pp.87~88, 김영사, 1997.

짜리 동전을 따로따로 꺼내서 물건 값 2,300원을 더해가면서 5,000원이 될 때까지 셈한다.

예를 들어 1,000원짜리 한 장을 탁자 위에 놓고 3,300원, 또 한 장을 놓고 4,300, 100원짜리 동전 7개를 그 위에 얹어 5,000원, 그리고는 탁자위에 쌓은 잔돈(27,000원)을 손님에게 건네주는 것이다. 이 계산방법의 차이를 식으로 나타내면

(한국식)	(유럽식)
5000	2300
-2300	+2700
2700	5000

즉, 거스름돈이 얼마인가 구하는 경우에 한국사람은 뺄셈을, 유럽사람은 덧셈을 치른다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-6 : 바빌로니아 사람들의 뺄셈 기호[36]

기원전 3000년과 기원전 2000년 사이의 고대 바빌로니아 인들은 위치의 원리를 이용한 60진법을 개발했었다.

예를 들면, $524{,}551 = 2(60^3) + 25(60^2) + 42(60) + 31 =$ 

이 방법은 그 위치에 따라 1, 60, 60^2, · · · 을 나타냄으로써 오늘날 사용하는 위치적 기수법의 시초가 된 셈이지만 기원전 300년 후까지도 0에 대한 기호가 없어서 어려움을 겪었다.[37]

36) http://library.thinkquest.org/22584/kindex.html

37) 0의 탄생지는 인도이다. 0이라고 쓴 문헌이 발간되기는 서기 876년 인도에서부터이다. 당시의 문헌에는 270, 50이 마치 27°, 5°처럼 쓰였다. 오늘날 사용하는 10진 위치적 기수법을 만들어 낸 것도 인도인이다. 물론 그들이 사용한 기수법은 아직 완전한 것은 아니었지만 위치적 기수법의 원리(또는 자리잡기 원리)가 확립되어감에 따라 빈 자리를 나타내는 기호가 필요해진 것은 당연한 이치였던 것이다. BC 2세기경에는 불교에서 쓰는 말인 공(空)을 써서 지금의 0을 대신하였다. 그러다가 A.D. 3, 4세기경에는 점을 찍어서 나타냈으며 7세기에 들어서 비로소 지금의 0이 등장하였다. 0이라는 것을 나타내는 기호가 제 모습을 갖추기까지는 이토록 오랜 세월이 걸렸다. 힌두에서 빈자리 또는 없다라는 뜻으로 0을 스냐(sunya)라고 불렀다. 쐐기문자를 사용했던 바빌로니아의 점토판에서는 빈자리를 F나 ↑↑로 표기했다. 그러나 이러한 표기는 단순히 기호였을 뿐이고 숫자로서의 영과 자릿수로서의 기호로 사용

그러나, 기원전 2000년경~기원전 200년에는 뺄셈 기호를 이용하여 표기를 간단히 하기도 했다고 한다.

뺄셈기호 1 10

예를들면, 38 = 40-2 = 

▶ 수학사 자료 1-가-5-7 : 조삼모사[38]

전국시대(戰國時代) 宋나라에 원숭이를 끔찍이도 사랑하던 한 노인(老人)이 있었다. 그래서 사람들은 그를 저공(狙公)이라고 불렀다. 오랫동안 원숭이를 길렀으므로 원숭이들의 심리(心理)를 꿰뚫고 있었으며, 원숭이 또한 그의 말을 알아들을 정도가 되었다. 문제는 먹이였다. 노인(老人)이 곡간의 양식(糧食)까지 축내자 마누라는 불만(不滿)이 많았다. 하지만 원숭이에 미쳐버린 노인(老人)이 아내의 말을 들을리 없었다. 마침내 원숭이 때문에 집안이 기울게 되고 말았다. 이제는 하는 수 없었다. 노인(老人)은 원숭이의 양식(糧食)을 줄이기로 했다. 하지만 원숭이들의 불평(不平)이 두려웠던 그는 먼저 원숭이들과 상의(相議)하기로 했다. 『오늘부터 너희들에게 주는 먹이를 줄여야겠다. 아침에 밤 세 톨을 주고 저녁에 네 톨을 주면 어떨까?』 그러자 원숭이들은 길길이 뛰면서 난리였다. 낌새가 심상치 않다고 느낀 노인은 얼른 말을 바꾸었다. 『좋다. 정 그렇다면 아침에 네 톨을 주고 저녁에 세 톨을 주지.』 세 톨에서

한 것은 마야문명과 힌두문명부터였다. 힌두에서의 스냐를 아라비아에서는 시프르(sifr)라 불렀으며 시프르라는 말은 13세기에 독일로 들어가 시프라(cifra)가 됐다. 현재 영어의 사이퍼(cipher)라는 단어가 여기서 유래된 것이다. 그 후 라틴어로 제피룸(zephirum)으로 번역됐고 이탈리아에서는 제에로(zeuero)가 됐는데 0을 영어로 제로(zero)라고 부르게 되었다. 인도인이 발명한 숫자 1에서 9까지의 기호와 0은 아라비아를 거쳐 유럽으로 건너갔는데 15세기 말쯤에야 비로소 현재와 같은 형태를 갖추게 된다. (출처: http://math.kongju.ac.kr/mathcom/index.htm)

13세기 송나라 말까지는 '0'을 나타내는 부호가 없었으므로 0에 해당하는 자릿수의 수치를 비워놓고 표기하였다. 또 음수를 표시하기 위하여 양수는 붉은색, 음수는 검은색을 칠한 산대(산가지)로 구분하기도 하고, 경우에 따라서는 음수의 경우 마지막 산목을 비뚤어지게 놓아 구분하기도 하였다. (출처: 김용운, 김용국, 중국수학사, pp.17~33, 민음사, 1996.)

38) http://myhome.netsgo.com/pc620/조삼모사.htm
『장자(莊子)』에 나오는 이야기로서, 순서를 바꾸어 더해도 합은 같다는 것을 재미있는 일화를 통해서 알 수 있게 할 수 있다.

네 톨로 늘어났다고 여긴 원숭이들은 그제서야 될 듯이 기뻐하는 것이 아닌가. 사실 노인이 원숭이에게 주는 먹이는 하루에 밤 일곱 톨로 같다. 똑같은 숫자로 원숭이를 우롱(愚弄)한 셈이다. 이처럼 뻔한 이치(理致)를 가지고 농락(籠絡)하는 것을 조삼모사(朝三暮四)라고 한다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-8 : 한국어에서의 7, 8, 9의 어원[39)]

맨 처음 아마도 인류역사상 가장 편리한 계산도구는 손가락이 있을 것이다. 염소 한 마리에 엄지손가락을 꼽고, 두 마리째에 인지를 꼽고 …, 이런 식으로 손가락으로 셈하는 대상의 수를 일일이 대응시킨 것이다. 오늘날 널리 통용되어 있는 1, 2, 3, …, 10, 20, 30, …, 100과 같이 10을 단위로 하는 10진법은 인간의 양손가락 수가 10개인데서 비롯되었다. 그러나 십 진법 이전에는 한 손만을 사용했으므로 5진법이었다. 주판은 물론, 동양철학의 음양오행설도 여기서 비롯되었을 것이다. 세계 어느 민족의 언어에도 1, 2, 3, …, 10은 손가락셈과 같은 관계가 있음이 추정된다. 가령 우리말에 5는 '다섯'인데 이 말은 손가락을 하나, 둘, 꼽아가다 모두 '닫았다'는 말에서 온 것이고, 7은 일곱인데 옛 한국어는 닐곱이다. '닐'은 3이며 곱은 굽어있다는 말이다. 즉, 3개의 손가락이 굽어있다는 것이다.

8개의 여덟인데 그 뜻은 열에 들어 못 미친다는 것이고, 9는 아홉인데 열(아)에 하나(홉)가 못 미친다는 뜻이다. 그리고 10은 열이며 굽었던 손가락이 모두 열렸다는 것이다. 재미있는 사실은 7, 8, 9,와 같은 수가 5보다는 10을 중심으로 생각하여 3개의 손가락이 굽었다(7) 2가 모자라다(8) 하나가 모자라다(9)라는 식으로 10이라는 목표를 의식하고 있다는 점이다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-9 : 로마인들의 숫자 표기법[40)]

오늘날 우리는 십진법을 사용해 숫자를 읽고 쓰는 일을 당연하게 생각한다. 그러나 옛날에는 오늘날과 같은 십진법이 없었다. 그렇다면 수는 어떻게 세고, 또 어떻게 숫자로 나타냈을까? 가장 초기의 숫자는 선을 그어 수를 표시하였는데 꽤 성가신 일이라는 것을 점차 깨달았고, 수를 세는 좀더 간편한 방법을 내기 시작했다.

39) http://fncbsh.kat.co.kr/gauss/data2-sub/2-23.htm
40) 샤르탄 포스키트, 수학이 수군수군, pp28-31, 김영사, 2000.

로마인들은 아주 작은 수는 선으로 나타내고 큰 수는 문자로 나타냈다.

로마인들은 5라는 숫자를 나타내기 위해 다섯 개의 선을 그리는 대신에 Ⅴ라는 문자를 사용했다. 필요한 경우에는 Ⅴ에 몇 개의 선을 덧붙였다. 예컨대 7은 Ⅶ로 표시했다.

10이라는 숫자를 나타내기 위해서는 Ⅹ라는 문자를 사용했다. 필요할 경우에는 마찬가지로 옆에다 별도의 표시를 덧붙였다. 예컨대 12이라는 숫자는 Ⅻ으로 나타냈다.

마침내 로마인들은 다음과 같은 숫자들을 만들기에 이르렀다.

Ⅰ=1, Ⅴ=5, Ⅹ=10

로마인들은 이러한 기호들을 결합함으로써 어떤 수든지 로마 숫자로 표시할 수 있었다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-10 : 로마 숫자에서는 왜 0이 없는가?[41)]

세계 각 나라에서 쓰는 문자는 같지 않지만 번역하지 않고서도 누구나 알아 볼 수 있는 공동으로 쓰는 문자가 하나 있는데 그것은 아라비아 숫자 0, 1, 2, 3, …, 9이다. 이 숫자는 쓰기도 간단하고 보기도 쉽기 때문에 어느 나라에서나 다 이것으로 셈하거나 계산한다. 13세기 이전만 하더라도 유럽 각 나라에서 Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ, Ⅴ, Ⅵ, Ⅶ, Ⅷ, Ⅸ, Ⅹ, Ⅺ, Ⅻ 등과 같은 로마 숫자를 썼다. 이런 로마 숫자는 지금도 일부 시계의 글자판이나 책에서 자주 볼 수 있다. 그런데, 로마 숫자에는 왜 '0'이 없는가 ?

원래 5세기에 '0' 이 동방에서 로마로 전해졌다. 당시의 로마 교황은 아주 보수적이었다. 그는 로마 숫자로 아무런 수나 다 적을 수 있는데 하필 '0' 을 쓸 필요가 있는가 하면서 '0' 을 쓰지 못하게 하였다.

한번은 학자가 그의 저서에다 '0' 에 관계되는 글을 적어 놓았는데 고대 바빌론에서는 빈 네모 칸으로 0을 대신해서 썼는데 매우 불편하였고 인도에서 처음으로 0을 쓰는 우월성을 발견하였다고 썼다. 그는 이어서 0의 사용법도 적어 놓았다. 그런데 이 저서가 어쩌다가 로마 교황의 손에 들어가니까 교황은 노발대발하면서 학자를 불러다 놓고 호령을 내렸다.

그리고 교황은 '0' 을 기재한 것은 교리에 대한 모독이라 하면서 학자에게 참혹한 찰형[42)]을 들이댔다. 이리하여 학자는 글을 쓸 수 없게 되었다. 고대의 통치 계급들은

41) 안재구, 생활에서 수학을 이해하는 책, pp17~20, 일월서각.

42) 옛날에 나뭇가지를 가죽끈으로 엮어 만든 형구를 다섯 손가락 사이에 끼우고 조이는 모진 형벌

이처럼 모든 새로운 사물들을 짓밟았던 것이다.

'0'을 사용하면 수를 쓰거나 수를 읽거나 계산하거나 식을 세우는 등 여러 면에서 확실히 간편하다. 때문에 로마의 수학자들은 비밀리에 '0'을 그냥 사용하여 왔다. 그래도 이렇게 하였기에 로마 수학의 진보가 그리 느리지 않게 되었다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-11 : '산술'의 어원[43]

산술(arithmetic)은 희랍어의 아리흐모스(수)와 테쿠네흐(술)에서 생긴 것으로, 수의 기술인데, 대수(algebra)라는 말은 9세기 때, 무하멧드 이븐 무사 알호레즘(Alchwarismi, 홀레즘의 무사의 아들 무하멧드)의 저서의 이름에서 생긴 것입니다. 무하멧드 이븐 무사 알호레즘(Alchwarismi, 홀레즘의 무사의 아들 무하멧드)이 'al gebr al mukabala'를 저술하였습니다. 여기서 '알제불'은 방정식의 항의 이행으로, '알무카부라'는 방정식의 양변의 같은 항을 소거하는 것으로, 이 중 알제불이 라틴어가 되어 'Algebra'가 된 것입니다. 현재, 기수법이라든가 기수의 규칙이라고 하는 의미의 '알고리즘'은 이 저서의 '알호레즘'의 이름에서 유래된 것입니다.

지금 우리들이 대수라든가 산술에 쓰여지고 있는 여러 가지 기호는 독일에서 인쇄기술이 생겼을 때 정리된 것으로, 현재 그대로 쓰여지고 있습니다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-12 : +, -, ×, ÷의 변천사 1[44]

고대 그리스에서 디오판토스가 기호를 사용한 이후, 인도에서도 비슷한 기호를 사용하였으나 본격적인 기호의 사용은 16세기 초 유럽에서 대수학이 발달하면서 이루어졌다.

산업이 발달하면 점점 더 성능이 좋은 기계가 나오게 되고 그것들로 인해 더 좋은 물건을 생산하듯이 수학에서도 마찬가지이다. 중세 암흑기를 빠져 나오면서 수학이 발달하게 되자 수학자들은 의미있고 편리한 도구가 없는 것에 대해서 불편함을 느끼게 된 것이다. 그런 이유로 16세기 초부터 기호들이 엄청나게 만들어졌다. 또 그것은 강력한 도구가 되어 이 시기에 계산이 발달하고, 이차, 삼차 방정식의 풀이 방법을 개발해내는 밑거름이 되기도 한 것이다.

43) 이와다 도모노리, 풀어쓴 수학이야기, 사닥다리, 1994.

44) 1. http://www.mathlove.co.kr/pds/materials/episodes/who.htm
2. http://www.z-math.com/mathword/math20.htm
3. http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1numz.html

이제 대수학에 쓰이는 기호가 만들어지는 과정을 살펴보자.

이탈리아의 수학자 파치올리(Pacioli, 1445?~1509?)는 1494년 출판한 책 「산술 요약」이라는 책에서 덧셈을 p('더 많은'을 뜻하는 piu로부터), 뺄셈은 m('더 적은'을 뜻하는 memo로부터), 미지수를 co('물건'을 뜻하는 cosa로부터) 등으로 나타내었다. 또, 오트레드(Oughtred, 1574~1660)는 수학적 기호를 대단히 강조하면서 150개가 넘는 수학 기호를 도입했다고 한다. 그러나 이렇게 어떤 뜻을 지니는 기호가 발표된다고 해서 즉시 모든 사람이 그 기호를 쓰게 되는 것은 아니다. 많은 물건이 만들어져서 시장에 나와 있어도 사람들은 그 중에서 자신에게 쓸모있는 것만을 사서 사용한다. 이와 마찬가지로 수학자들이 만들어 놓은 기호 중에 사용하기 편리한 기호, 그 의미가 한 눈에 드러나는 잘 만들어진 기호들이 살아남아 모든 사람들이 수학을 배울 때나 연구할 때 사용되는 것이다. 실제로 오트레드가 만든 기호 중에서 현재까지 살아 남은 것은 곱셈 기호 × 등 단 3개 뿐이다.

그러면 지금 우리가 쓰고 있는 기호들은 언제 누가 만들은 것일까?[45] 덧셈 기호와 뺄셈 기호는 1489년에 비트만(Widman)이 쓴 산술책에 처음으로 나타나 있다.[46] 뺄셈 기호(-)는 포도주를 파는 통에서 술을 팔기 위하여 뺄 때마다 -----표시를 한데서 나왔다고 한다. 그런데 그 책에서 이 기호들은 더하고 빼는 기호로 사용된 것이 아니라, 단순한 과잉과 부족을 뜻했었다고 한다. 그러다가 1514년 네덜란드의 수학자 호이케(Hoecke)에 의해서 현재 사용하는 의미의 덧셈과 뺄셈의 기호로 쓰여지게 되었다.[47]

---

45) 1. http://www.mathlove.co.kr/
2. http://cein.or.kr/~hanbak/ym3-19.htm

46) http://www.z-math.com/mathword/math20.htm
덧셈 기호 +와 뺄셈기호 -를 제일 처음으로 만든 사람은 독일의 비트만이라는 사람이다. 그는 1460년경에 태어난 사람으로 매우 계산을 잘 하였다. 그래서 그는 많은 제자를 데리고, 정부가 세금을 거둘 때 세율을 정하는 계산이나 상인들의 이자 계산을 맡아서 해 주고 그 사례로써 돈을 받는 '계산업'이란 일을 하고 있었다. 그러나 계산은 매우 복잡한 것이었기 때문에 일일이 말로써 적는다는 것은 큰 일이었다. 그래서 비트만은 간단한 계산방법은 없을까 하고 생각하였다. 그러다가 +와 -의 기호를 생각해 내게 되었다. 그러나 사실은 비트만이 +와 -를 더하기와 빼기의 기호로 사용하였던 것은 아니다. 다만 +의 기호는 '너무 많다'라는 뜻으로 사용하였고, -의 기호는 '모자란다'는 뜻으로 사용하였던 것이다. 비트만이 +와 -의 기호를 처음 쓴 책은 1489년에 나온 '사업을 위한 훌륭한 계산'이라는 책이다. 비트만이 만든 +와 -의 기호가 더하기와 빼기의 기호로 쓰이게 된 것은 프랑스의 수학자 비에트에 의해서이다. 1540년에 태어난 비에트는 수학에 있어서 새로운 기호를 사용함으로써 수학의 새로운 길을 개척한 공이 큰 사람이다. 그는 1591년에 수학에 관한 책을 썼는데, 이 책 속에서 +와 -의 기호를 처음으로 더하기와 빼기의 뜻으로 사용하였다. 즉, +, -기호가 더하기, 빼기의 기호로 수학에 쓰이게 된 것은 비에트 이후부터라고 한다.

47) 뺄셈 기호 '-' 는 뺀다는 뜻의 'minus'를 간단히 쓴 'm'을 사용하다가 '-' 로 바뀌었다고 한다.

곱셈기호 ×는 영국의 오트래드(W.Oughtred)가 1631년 《수학의 열쇠 Clavis Mathematicae》라는 그의 저서에서 처음 사용했다. 나눗셈기호 ÷는 1659년에 나온 라안(J.H.Rahn)의 대수학 책에서 선을 보였다. 본래 이 기호는 비를 나타내는 ':' 로부터 비롯되었다고 한다. 지금 쓰고 있는 등호 '='는 영국인 인 레코드(Recorde, Robert: 1510~1558년)의 명저 『지혜의 숫돌』에서 처음 사용되었다.[48] '='기호도 18세기에 와서 비로써 보급되었다. 그가 사용하던 당시는 오늘날과 같이 이렇게 짧지 않았다. 다시 말해 이렇게 (========) 길었다. 그때는 두 선을 아주 길게 그었다. 레코드는 길이가 똑같은 두 평행선을 등호로 선택한 것은 그것들이 그보다 더 같을 수 없기 때문이라고 말하였다.[49]

이런 사실들을 표로 나타내 보면 다음과 같다.

기 호	연 대	발 명 자	이 유
+	1489년	독일의 수학자 비트만	수입의 뜻
−	1489년	독일의 수학자 비트만	지출의 뜻
=	1557년	R. 레코드의 '지혜의 숫돌'에서	길이가 같은 평행선만큼 같은 것은 없다.
×	1600년경	W. 오트렛드의 '수학의 열쇠'에서	
÷	1650년	J. 펠의 책 또는 1659년 스위스의 요한 하인리히랜에 의해서 사용되었다	
소수기호	1600년경	는 이야기도 있음	

48) 등호는 아주 중요한 자리를 차지하고 있다. 바빌론과 이집트에서는 일찍부터 여러 가지 기호로 같다는 것을 나타내고 있었다. 그러나 제일 먼저 공인된 것은 고대의 대수학자 디오판토스(Diophantus of Alexandria: 서기전 2세기의 그리스인 수학자)의 표기법 esti와 isas이다. (이것을 간단하게 is와 i s로 표기하였다.) 중세기에 와서 같다는 것을 표기하는데 쓰이는 기호는 매우 혼란하였다. (출처: 안재구, 생활에서 수학을 이해하는 책, pp15~16, 일월서각.)

49) 영국에서 등호 '='가 쓰이고 있을 무렵 유럽 대륙에서는 이 기호를 다른 뜻으로 사용하였다. 가령 프랑스의 수학자 비에트가 1591년에 쓴 책에는 이 기호가 두 수의 차를 나타내는 것으로 쓰이고 있다. 그런가 하면 지금의 102.857을 102=857과 같이 소숫점의 뜻으로도 사용하고 두 개의 직선이 평행이라는 것을 나타내는 뜻으로도 썼다. 또 'ㄷ, . 2 2' 등을 등호로 나타내는 기호로 사용하기도 하였다. 가령 '3 + 3 = 6' 을 '3 + 3 2 2 6' 으로 나타냈다.

예) 3 et 2 2 2 5 (3 + 2 = 5)

▶ 5 m 2 2 2 3 (5 - 2 = 3)

5 m 3 2 2 2 (5 - 3 = 2)

5 et 4 2 2 9 (5 + 4 = 9)

▶ 9 m 4 2 2 5 (9 - 4 = 5)

9 m 5 2 2 4 (9 - 5 = 4)

▶ 수학사 자료 1-가-5-13 : +, - 기호의 변천사 2[50]

고대 그리스와 인도 사람들은 약속이나 한 듯이 모두 두 숫자를 나란히 써서 덧셈을 나타내었다. 이를테면 $3+\frac{1}{4}$를 $3\frac{1}{4}$로 썼다. 그들은 뺄셈에 대해서도 두 숫자를 띄어 놓는 방법으로써 나타내었다. 이를테면 $6\ \frac{1}{8}$은 곧 $6-\frac{1}{8}$라는 뜻이다. 훗날에 와서 사람들은 라틴문자 P(plus 의 첫 문자인데 서로 더한다는 뜻이다) 또는 로 서로 더한다는 것을 나타내었고 M(minus 의 첫 문자인데 뺀다는 뜻이다)으로 뺀다는 것을 나타내었다. 예를 들면, 5 P 3은 5 + 3을 나타내고 7 M 5는 7 - 5를 나타낸다. 중세기 후반기에 유럽에서는 상업이 점차 발전하였다. 그때 일부 상인들은 물건 상자에다 '+' 자를 그려서 무게가 좀 모자란다는 것을 나타내었다. 문예부흥 시대 이탈리아의 위대한 예술가 레오나르도 다빈치가 자기의 일부 작품에 '+' 와 '-' 의 기호를 사용하였다. 1489년에 독일인 비트만이 자기의 저작에 정식으로 이 두 기호로 덧셈, 뺄셈을 나타내었다. 뒷날에 와서 프랑스 수학자 비에타(Viete Francois:1540~1603년)가 대대적으로 선전하고 이 표기법을 제창함으로써 이 두 기호가 보급되기 시작했으며 1630년에 이르러서는 사람들의 공인을 받게 되었던 것이다. 중국에서는 '리선란 항등식' 으로 세상에 널리 알려진 청나라시대의 수학자 이선란(李善蘭:1811~1882년)은 일찍이 '⊥' 으로 '+' 를 나타내고, '⊤' 으로 '-' 를 나타내었다. 그때 중국에서는 주로 산가지 셈과 수판셈으로 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 하였기 때문에 전문적으로 쓰는 연산기호는 나오지 못하였다. 뒷날에 와서 인도의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0(지금 아라비아 숫자라고 부르는데 실은 인도 사람들이 발명한 것이다)을 점차로 사용하였으며 '+' 와 '-' 기호도 채용하게 되었다. 중국 청나라 말기에 출판된 수학책에는 계산식을 세로로 내리썼다. 이를테면 3159 + 6247 + 9406을 다음과 같이 썼다.

	+	
9	6	3
4	2	1
0	4	5
6	7	9

이러한 표기법은 읽기도 쓰기도 다 불편하다. 신해혁명 후에 나온 계몽적인 산수 교과서에서부터 비로써 지금의 표기법을 썼다.

50) 안재구, 생활에서 수학을 이해하는 책, pp13~14, 일월서각.

▶ 수학사 자료 1-가-5-14 : 중국의 수판셈은 산가지 셈에서 진화되었다?[51)]

과거 20~30년 전에는 초등학교 학생들이나 농촌, 관공서, 공장의 회계사들과 상업 부문에 일하는 사람들이 500여년 전부터 사용하던 수판을 딸각 딸각 튕기며 계산하는 것을 본다. 어떤 사람이 수판을 발명하였으며, 그 사람은 시초에 어떻게 창조하였는가 하는 것을 자연스레 생각하게 될 것이다. 역사적 문헌을 살펴보면 중국의 송나라 시대, 원나라 시대 때부터 벌써 수학의 저서가 있었는데 그 이름들이 수판 책과 비슷하였다. 이런 책들은 유실되었기 때문에 지금은 찾아 볼 수 없다. 그 얼마 후에 나온 수학의 여러 저서에도 지금 수판셈에서 쓰이고 있는 구구셈이 언급되었다. 그러나 거기에 수판셈은 명확히 제기되고 있지 않았다. 대개 15세기 후에 와서야 수판셈을 서술한 저서들이 나오게 되었다. 당시에 가장 널리 유포되었고 영향력이 제일 큰 저서는 정대위(程大位)가 쓴 『직지산법통종』(直指算法統宗, 1592년)이다. 이런 역사적 문헌들에는 수판을 창조한 사람의 이름을 찾아 볼 수 없지만 수판셈이 어떻게 왔다는 것을 알 수 있다. 수판셈이 나오기 전에 춘추전국 시대부터 중국 사람들은 댓가지를 놓아 숫자를 만드는 것으로 계산했는데 이런 방법을 산가지셈이라고 불렀다. 산가지셈은 중국에서 2000여년 동안이나 쓰이다가 사회가 발전함에 따라 계산의 속도와 정확성에 대한 요구가 갈수록 높아지면서 개혁되기 시작하였다. 당나라 시대에 계산 전문가들은 산가지셈을 간소화하기 위하여 여러 가지 방법과 수단으로 여러 자릿수의 계산을 한 자릿수의 계산으로 고쳤다. 송나라 때와 원나라 때에는 계산 속도를 빨리하기 위하여 또 덧셈 구구, 뺄셈 구구, 곱셈 구구, 나눗셈 구구를 창조하였다. 수판셈이 나오기 전에 벌써 개별적인 나눗셈 구구를 제외하고는 수판셈에서 사용하는 구구가 이미 거의 다 마련되었다. 구구법이 나와 계산 속도가 빨라진 다음에는 댓가지 대신에 계산 전문가와 상업인들의 결합하여 교묘한 수판을 만들 수 있게 되었다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-15 : 산가지를 이용한 조선시대의 계산법[52)]

옛날 숫자를 모르던 시절에는 우리 조상들은 셈을 어떻게 하였을까요? 지금이야 숫

51) 안재구, 생활에서 수학을 이해하는 책, pp25~27, 일월서각.

52) 1. http://mathtop.com/

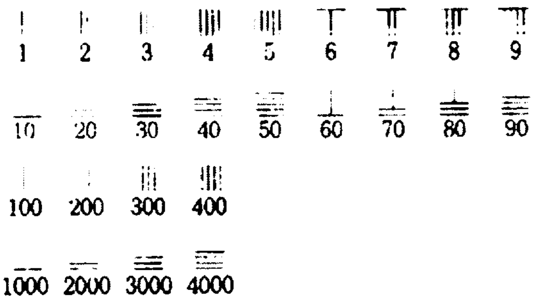
2. http://www.mathlove.co.kr/index.html : 나무가지로 하는 계산

아동들이 제시된 수만큼의 어떤 모형이나 반구체물을 나열해 놓고 그 수를 세어서 더하기를 하는 것처럼 옛날 사람들의 산가지를 이용한 더하기 방법을 아동들에게 알려줌으로써 수학체험의 성격뿐만 아니라, 조상들의 계산법을 느껴봄으로써 흥미유발 자료로 사용할 수 있다.

자를 모르는 사람이 없을 뿐 아니라 전자 계산기나 컴퓨터의 보급으로 간단한 계산은 물론이고 복잡한 계산까지 쉽게 해결할 수 있지만 과거에는 어떻게 해결했을까요? 과거에는 우리 생활에는 셈이 반드시 필요했을 것입니다.

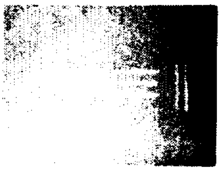
세계 각 나라마다 다른 셈의 도구가 있었습니다. 우리나라에도 셈의 도구가 있었는데 산가지라는 것입니다. 산가지를 이용한 셈은 삼국 시대 때 중국에서 들어와 조선 말까지 계속 쓰인 유일한 계산법이었습니다. 그럼 이제부터 우리 조상들의 셈의 도구였던 산가지에 대해 자세히 알아봅시다.

산가지 모양은 세모꼴 막대 모양인데, 대나무로 만들어 보통 포대(주머니)나 통에 넣어 두고 썼습니다. 산가지의 크기는 길이에 따라 차이가 있으나 7.06cm에서 16.59cm 등 몇 가지 규격이 있었습니다.[53] 현재 국립민속박물관에 산가지가 있는데 그것의 길이는 약 15cm이지요. 그럼 산가지는 어떻게 이용되었을까요?

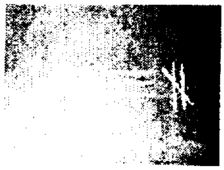


배열을 할 때 일의 자리, 십의 자리, 백의 자리, 천의 자리들을 세로, 가로로 번갈아 가며 배열했습니다. 즉 일, 백, 만, 백만 자리는 세로로 배열하고 십, 천, 십만, 천만 자리는 가로로 배열을 했던 것이지요. 그리고 빈자리는 0으로 나타냈으며, 음수는 마지막 자리의 숫자에 빗금을 그어 나타냈습니다.

53) 이나마 산가지 계산은 당시의 관청이나 사대부 계층에서 썼을 뿐이고, 일반에서는 노끈이나 새끼에 매듭을 지어 숫자를 기억하는 일종의 결승법(結繩法)이나 나무에 금을 새기는 이른바 각목법(刻木法)을 사용하였다. 행상을 하는 사람은 외상을 준 집의 기둥 따위에 낫이나 칼로 금을 그어 이를 표시하였고, 농가에서 베틀에 사용하는 바디살의 수를 나타낼 때도 이와 같이 하였다. 별도로 '엄대'라 하여 짧게 만든 막대기를 사용하기도 했다. 주막에서는 외상을 하는 단골손님에게 엄대에 금을 그어 값을 기록하였기에 오늘날까지 '긋는다'라는 말이 통하게 되었다.



7032



7032

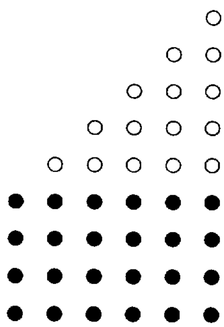
그럼 이러한 산가지를 이용하여 덧셈, 뺄셈은 어떻게 하였을까?

덧셈과 뺄셈의 경우는 예를 들어 34+8을 계산할 때 먼저 산가지로 34를 놓은 다음 일의 자리에 8개를 더놓고 12개가 됨으로 10개를 덜어내고 십의 자리에 1개를 더 놓으면 됩니다.

뺄셈도 마찬가지로, 34－8을 계산할 때 산가지로 34를 놓고 일의 자리에 있는 4개에서 8개를 덜어낼 수 없으므로 십의 자리에 있는 1개를 덜어내고 일의 자리에 10개를 더 놓은 다음 8개를 덜어내면 됩니다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-16 : 그림을 이용하여 합을 구하는 방법[54]

1+2+3+4+⋯+ 100과 같은 계산을 해본 일이 있는가? 또, 1+3+5+⋯+99 와 같은 홀수의 합을 계산을 해본 일이 있는가? 문제를 풀 때 그림을 그리면 훨씬 쉬워지는 것처럼 이런 계산을 위하여 그림을 그려보자. 고대 그리스 사람들처럼 수를 점이라 생각해보자.



먼저 1+2+3+4+5를 점으로 나타내면 오른쪽과 같다.

그림을 한 참 보고 있으면 점들이 이 계단처럼

규칙적인 모양이라는 것을 느낄 수 있을 것이다.

그러면 이런 점들의 형태를 뒤집어서 한번 더 붙이면

그 합들은 어떻게 될까?

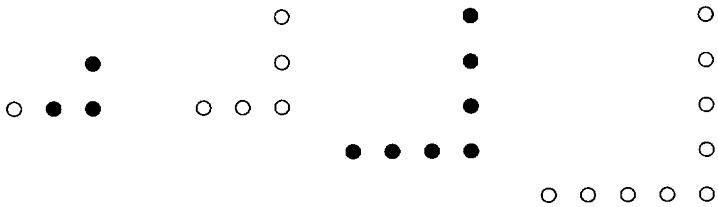
오른쪽 그림에서 $2(1+2+3+4+5)=5\times 6$,

$1+2+3+4+5=5(5+1)/2$ 임을 알 수 있다.

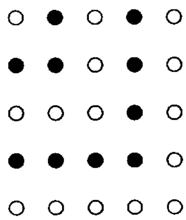
54) 1. www.mathlove.co.kr
2. www.ednet4u.net

이제 1+2+3+…+100 의 값을 그림으로 생각해보면 가로의 길이가 100, 세로의 길이가 100+1인 직사각형에 있는 점의 개수의 절반이므로 그 합은 100(100+1)/2가 될 것이다.

그러면 1+3+5+…+99와 같은 홀수의 값은 어떤 그림을 그리면 구할 수 있을까?



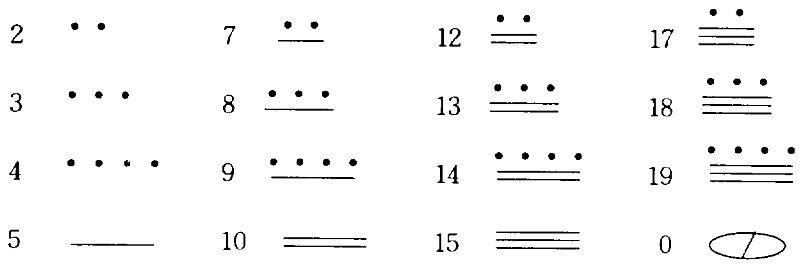
위의 그림을 한 곳으로 모아 놓으면 오른쪽 되는데 5개의 홀수의 합이 25개이므로 홀수의 합인 1+3+5+…+99=50×50이다. 따라서 자연수 n에 대하여 n개의 홀수의 합인 1+3+5…+(2n-1)의 값은 n×n이 된다.



▶ 수학사 자료 1-가-5-17 : **마야 숫자를 활용한 덧셈식**[55)]

16C초 스페인 탐험대가 중앙 아메리카의 유카탄 반도에 들어갔을 때 발견한 마야 문명의 수 체계는 무척 흥미롭다. 서기 300년부터 900년 사이에 문화를 꽃피웠던 마야의 수 체계는 20진법으로 기호 자체만 다를 뿐 지금의 아라비아 숫자와 거의 비슷한 표기법으로 쓰였다. 즉 0을 포함한 20개의 기호가 주어졌으며 그 기호는 놓는 자리에 따라 기호의 값이 달라졌다. 이는 마치 444에서 4개의 값이 다른 것과 같다. 마야 숫자에서는 1에서 19까지의 숫자는 막대기와 점으로 나타낸다. 막대기 한 개는 5를 나타내고 점 한 개는 1을 나타낸다. 즉 • • 는 2를 $\underset{\text{—}}{\cdot}$ 는 6을 나타낸다. 0은 반쯤 열린 눈의 형태로 나타낸다.

55) 1. Howard Eves 지음, 이우영, 신항균 옮김, 수학사, pp15-16, 경문사.
2. 플로리안 캐조리 지음, 정지호 역, 수학의 역사, pp42-43, 1983.



예) • • + — = (2 + 5 = 7)

• • • + $\dot{—}$ = (3 + 6 = 9)

▶ 수학사 자료 1-가-5-18 : 로마 숫자를 활용한 뺄셈식[56]

기수법 중 가장 원시적인 것이 덧셈의 원리에 의한 기수법이다. 이것을 '가법적 기수법(加法的 記數法)' 이라고 하는데 그 대표적인 예로 로마 기수법이 있다. 로마 기수법은 다음과 같은 형태였다.

I	1	X	10	XX	20	XXX	30	C	100
II	2	XI	11	XXI	21	XXXX	40	CC	200
III	3	XII	12	XXII	22	(=XL 40)		CCC	300
IIII	4	XIII	13	XXIII	23	L	50	CCCC	400
(=IV	4)	XIV	14	XXIV	24	LI	51	(=CD 400)	
V	5	XV	15	XXV	25	LII	52	D	500
VI	6	XVI	16	XXVI	26	·········		DC	600
VII	7	XVII	17	XXVII	27	·········		DCC	700
VIII	8	XVIII	18	XXVIII	28	LX	60	DCCC	800
IX	9	XIX	19	XXIX	29	LXX	70	DCCCC	900
						LXXX	80	(=CM 900)	
						LXXXX	90		
						(=XC90)			

56) 1. 김춘영, 수학사를 이용한 국민학교 수학과 교재개발 연구, p75, 교원대 대학원, 1992년.
2. 김용운 김용국, 재미있는 수학이야기 1, pp49-50, 김영사, 1997.

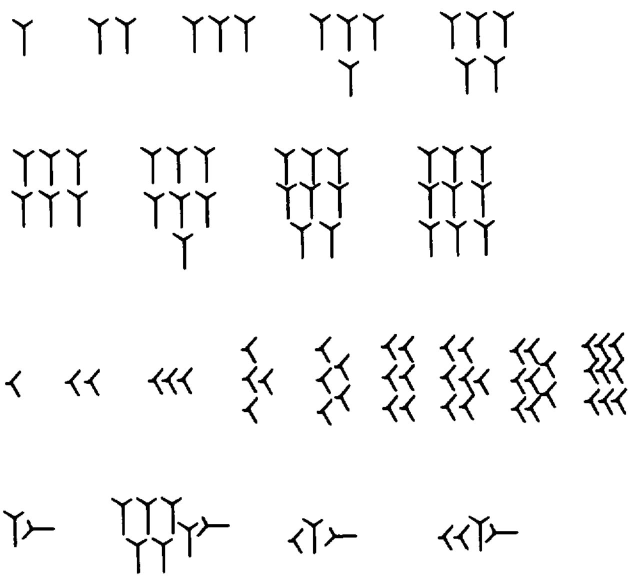
이처럼 기본 숫자를 더하는 형식으로 다른 수를 나타내는 것이 로마 기수법이다. 예를 들면 234를 로마 기수법으로 나타내면 다음과 같다.

CCⅩⅩⅩⅣ

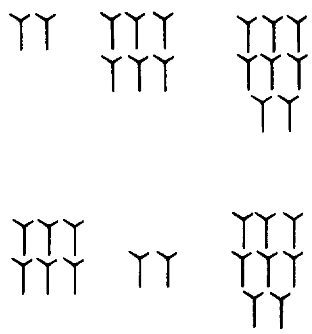
이것은 백이 둘, 십이 셋, 일이 넷 있다는 뜻이다.

예) Ⅶ - Ⅴ = (7 - 5 = 2), Ⅵ - Ⅲ = (6 - 3 = 3)

▶ 수학사 자료 1-가-5-19 : 메소포타미아 숫자를 활용한 덧셈의 교환 법칙[57)]



57) 1. 김용운 김용국 지음, 재미있는 수학 이야기 1, pp37-38, 김영사, 1997.
2. Howard Eves 지음, 이우영 신항균 옮김, 수학사, pp5-12, 경문사.
19세기 초 50년이래 메소포타미아에서 활동한 고고학자들은 약 50만 개의 점토판을 체계적으로 발굴해 냈는데 그 점토판에는 글자가 새겨져 있었다. 그 중 5만개는 고대 니푸르(Nippur)의 유적지에서 파낸 것이다. 50만 개의 점토판 중에서 약 300개가 수학에 관한 점토판으로 판명되었는데 수학에 관한 표와 문제가 적혀 있다. 오늘날의 고대 바빌로니아인의 수학에 대한 지식이 바로 이들 수학판을 학문적으로 판독하고 번역해서 얻은 것이다. 즉 역사상 처음으로 나타난 숫자는 메소포타미아 숫자(바빌로니아 숫자)였던 것이다. 메소포타미아 숫자는 60진법으로 고대 메소포타미아에서는 진흙으로 만든 판자위에 쐐기 모양의 문자를 새겨서 썼다. 그래서 이 문자를 보통 '쐐기 문자'라고 부른다. 메소포타미아의 숫자는 이러한 쐐기 문자로 다음과 같이 나타내어진다. 이 메소포타미아 숫자가 미개인의 숫자와 다른 것은 나타내어진 수의 크기를 한 눈으로 알 수 있다는 점이다.



차례대로, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 500, 1000, 10000을 의미함.

예) 2 + 6 = 8, 6 + 2 = 8

▶ 수학사 자료 1-가-5-20 : 퀴즈네어 막대를 활용한 덧셈과 뺄셈의 가능성[58)]

퀴즈네어 막대는 40여년 전 벨기에의 교사였던 조지 퀴즈네어(George Cusineaire)가 창안해 낸 것이다. 음악에도 능했던 퀴즈네어는 악보에서의 음의 높낮이에서 힌트를 얻어, 수들의 관계를 높낮이로 나타내어 학생들에게 보여주는 방법을 창안해 내었다. 그는 길이를 쉽게 알아내기 위해 의도적으로 색을 달리하여 사용하였다.

퀴즈네어 막대는 1cm에서 10cm까지 길이가 각각 다른 직육면체 모양의 막대 10개가 한 묶음인데, 각각의 길이에 따라 막대는 각기 다른 색을 띠고 있다. 퀴즈네어 막대는 한 세트가 74개의 막대로 구성되며, 주황, 파랑, 갈색, 검정, 녹색, 노랑 각 4개, 보라 6개, 연두 10개, 빨강 12개, 흰색 22개이다. 학생 2~4명에 한 세트씩 배정하면 활동하기에 충분하다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-21 : 마방진에 얽힌 전설 및 종류[59)]

마방진은 다른 말로 방진이라고도 하는데, 정사각형 모양에 자연수를 배열하여, 세로, 가로, 대각선으로 합친 수가 똑같게 되도록 하는 것이다. 옛날 중국에서는 이것을 미신으로 믿고 있었다.

58) 1. http://www.edupia.com
2. http://www.herakles.interpra98.net
두 수를 바꾸어 더해도 합이 같다는 교구로 활용이 가능하다.

59) http://kr.kids.yahoo.com/study/math/story/23.html

* 마방진에 얽힌 전설

옛날 중국 하나라 우왕시대(B.C. 4000년 경)에 자주 홍수가 나서 넘치는 황하의 범람을 막기 위해 치수공사(제방공사)를 했다. 바로 그때 강 복판에서 큰 거북이 한 마리가 나타났는데 그 거북의 등에는 이상한 무늬가 새겨져 있었다.

사람들은 무늬를 여러 가지로 생각한 끝에 이 무늬를 수로 나타냈다. 그리하였더니 가로, 세로, 대각선 숫자의 합이 모두 15로 똑같이 된다는 것을 알 수 있었다.

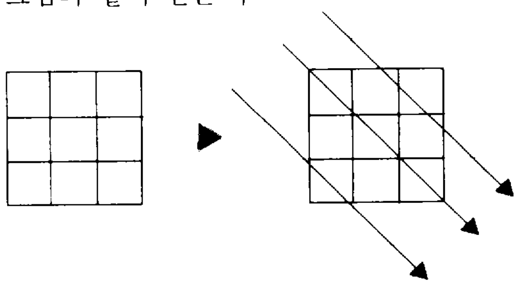
그래서 중국 사람들은 이 신비로운 무늬의 그림을 하늘이 거북을 시켜서 인간세계에 보내준 것이라고 믿게 되었다. 이 숫자는 황하강이 넘치는 것과 같은 재앙을 막아주는 숫자라고 생각하고, 이 수를 아주 귀하게 여겼다. 그리고, 이 수는 낙수로부터 얻은 하늘의 글이라는 뜻으로 낙서 (洛書)라고 불렀습니다.

그 이후에는 가로 3칸, 세로 3칸 외에도 다른 마방진을 만들었다. 즉, 3×3외에도, 4×4, 5×5, 6×6, 7×7, … 의 방진을 계속 연구했다.

* 홀수 마방진 만들기

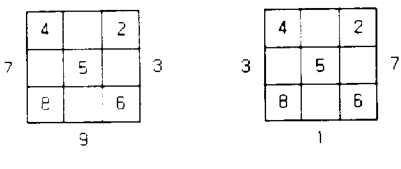
홀수 마방진은 3×3, 5×5, 7×7, … 마방진을 말한다. 가장 간단한 3차 마방진부터 만들어 보자.

① 정사각형을 아래 그림과 같이 만든 후



② 원래의 방진밖에 나와 있는 수 (굵은 네모 밖에 있는 수)를 보라.

중앙을 중심으로 건너편에 있는 수끼리 바꾼다. 즉, 1과 9, 7과 3



4	9	2
3	5	7
8	1	6

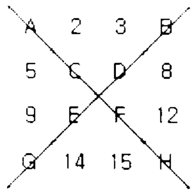
③ 그리고 굵은 네모 밖에 있는 수를 네모 안으로 집어 넣는다.

5차 마방진도 이런 방법을 쓰면 만들 수 있다.

* 짝수 마방진 만들기

짝수 마방진은 4×4, 6×6, 8×8, … 마방진을 말한다. 이 중에서 4차 마방진이 가장 간단하다. 4차 마방진에 대한 최소의 기록은 인도에서 발견한 약 1000년 전의 비문에 새겨져 있다.

이번에는 짝수 마방진을 만들어 보자.



① 먼저, 마방진 안에 대각선을 긋는다.

그리고 대각선이 지나간 자리를 알파벳 A부터 H까지 적도록 한다.

위에서 아래쪽으로 왼쪽으로 메워 가며 적는다.

② 알파벳이 있는 자리를 비우며 숫자를 적는다.

이때, 'A'가 있는 자리는 '1'이 들어가야 할 자리이므로 적지 않고 다음 칸에 '2'를 적는다.

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

③ 이번에는 알파벳을 지우고 알파벳이 있는 자리에 숫자를 적는다. 이번에는 1부터가 아니라 16부터 적는다. 'A' 자리에 16을, 그 다음 자리인 'B'에는 13을…(15, 14는 이미 ②번에서 적었으므로 빠진 숫자를 찾아서 적는 것이다.)

그 다음에는 'C'자리에 숫자를 적는다.

이렇게 하면 오른쪽 그림과 같은 4차 짝수 마방진을 만들 수 있다.

▶ 수학사 자료 1-가-5-22 : 조선시대 유학자인 최석정의 마방진[60]

우리나라 마방진 연구에 획기적인 공헌을 한 사람은 조선후기 유학자이자 수학자인 최석정(호는 명곡, 1646~1715)이었다. 그의 책 '구수략'에는 3차에서부터 10차까지의 마방진이 서술돼 있는데, 특히 자신이 고안한 9차 마방진은 수학적 탁견을 보여준다. 최석정의 9차 마방진은 직교 라틴방진이라는 매우 명쾌한 이론 아래서 이루어진 것으

60) 1. 박형빈, 수학은 생활이다, p82, 경문사, 1998.

2. http://www.mathlove.co.kr/pds/materials/stories/magicsq.html

로 그의 수학에 대한 이해와 독창성을 잘 드러내주고 있다. 이 마방진은 9행 9열로 이루어져있는데 1~81까지 수를 중복없이 배열한 것으로 가로, 세로, 대각선의 합이 369로 같음은 물론 이를 이루고 있는 9개의 숫자로 이루어진 9개의 작은 정사각형 역시 가로, 세로, 대각선의 합이 123으로 다시 마방진을 이루는 특이한 구조로 돼 있다.

50	18	55	70	5	48	30	76	44
66	31	26	29	81	18	52	11	60
7	74	42	24	37	62	68	36	19
54	67	2	65	25	33	28	23	72
59	21	43	19	41	73	15	61	47
10	35	78	49	57	17	80	39	4
79	1	38	20	69	34	32	64	27
30	71	22	45	11	77	16	51	56
14	46	63	58	53	12	75	8	40

▶ 수학사 자료 1-가-5-23 : 주사위의 역사[61)]

중국에서는 사이쯔(子)라 하고, 유럽에서는 다이스라 한다. 정육면체로서 각 면에는 1~6까지의 구멍점이 있다. 1의 대면(對面)이 6, 2의 대면이 5, 3의 대면은 4이며, 대면끼리의 합계가 7이 되도록 되어 있다. 주사위의 기원은 확실하지 않으나 이집트에는 이미 왕조시대(B.C. 3400~B.C. 1150)에 현재의 것과 똑같은 것(상아 · 골제)이 있었고 이것이 그리스, 로마, 지중해 연안지방으로 전래되었다. B.C. 49년에 J. 카이사르가 "주사위는 던져졌다"고 선언하고서 루비콘 강(江)을 건너 로마로 진격했다는 고사는 널리 알려진 이야기이다. 후일 유럽에서는 17세기경부터 매우 복잡한 다이스게임이 보급되었으며, 이어 미국을 비롯한 세계 각국으로 퍼졌다. 인도에서도 인더스 문명기의 것으로 추정되는 주사위가 발견되었는데, 1의 대면 2, 3의 대면이 4, 5의 대면이 6으로 되어 있다. 중국에서는 일찍이 육각기둥 모양의 나무 조각의 각 면에 문자를 새겨 이것을 굴려 신의(神意)를 점쳤다.

수(隋) · 당(唐) 나라 때에는 현재의 것과 같은 주사위를 사용한 '쌍륙(雙六)' 이라는 놀이가 있었고, 현종이 양귀비와 둘이서 주사위를 써서 쌍륙을 즐겼다는 기록이 있

61) http://100.naver.com/search.naver?where=100&command=show&mode=m&id=236286&sec=1

다. 한국에서는 고려시대에 이런 놀이가 있었다고는 하나, 놀이방식은 알 수가 없고, 조선 전기에 부녀자들이 주사위를 던져 숫자 맞히기 등 놀이를 하였다고 한다.

정확하게 만들어진 등질(等質)의 주사위는 6개의 면이 고루 나오는 것을 전제로 한다. 즉 주사위를 던졌을 때 각 면이 나올 확률은 1/6이 되어야 제대로 만들어진 것이다. 다시 말해서 여러 차례 던졌을 때 어느 면이 나오는가 하는 것은 전혀 우연이지만, 되풀이하여 던지면 거기에는 어떤 규칙성이 나타남을 알 수 있다.

3. 1-가 단계 6단원 비교하기

1) 재구성된 수학사 학습자료의 목록

자료 번호	제 목
1-가-6-1	유클리드의 기하학
1-가-6-2	미터법(도량형의 기원)
1-가-6-3	단위길이 1
1-가-6-4	단위길이 2 (인체의 부위를 이용한 측정)
1-가-6-5	큐빗(Cubit)을 이용한 길이 비교
1-가-6-6	한국의 도량형
1-가-6-7	퀴즈네어 막대의 활용
1-가-6-8	피라마드의 높이를 잰 탈레스
1-가-6-9	탈레스에 관한 일화
1-가-6-10	측우기
1-가-6-11	'윈체스터 부셸'을 이용한 용량 측정
1-가-6-12	헤이론 왕의 왕관
1-가-6-13	질량
1-가-6-14	가짜 찾기
1-가-6-15	81개의 부속품에 섞여 있는 불량품 1개를 찾아내는 방법
1-가-6-16	보리의 낱알(Grain)을 이용한 무게 측정
1-가-6-17	넓이란?
1-가-6-18	이집트의 기하학
1-가-6-19	유도소스에 의해서 창안된 실진법
1-가-6-20	중국의 수학서에 나타나는 넓이 계산법
1-가-6-21	넓이가 2배인 저수지 만들기

2) 교과서 내용(교육부, 2000)

(1) 단원의 개관[62]

이 단원에서는 측정에 대한 기초 단계로서 물체의 길이, 들이, 무게, 넓이 등의 비교에 관한 내용을 처음으로 학습한다. 길이, 들이, 무게 넓이를 비교할 수 있는 둘 또는 세 물체를 생활 주변에서 직접 비교 또는 직관적 비교 활동을 통하여 '길다, 짧다', '높다, 낮다', '키가 크다, 키가 작다', '많다, 적다', '무겁다, 가볍다', '넓다, 좁다', '가장 길다, 가장 짧다', '가장 많다, 가장 적다', '가장 무겁다, 가장 가볍다', '가장 넓다, 가장 좁다' 등의 비교하는 말을 써서 표현함으로써 여러 가지 종류의 양감을 느낄 수 있도록 한다. 심화 과정에서는 생활에서 양의 크기, 비교에 사용되는 여러 가지 말을 찾아보고, 여러 가지 물건을 양의 크기에 따라 순서대로 늘어놓을 수 있는 활동을 한다.

(2) 단원의 목표

① 물체의 길이, 높이, 키의 크기를 비교할 수 있다.

② 물체의 들이, 무게, 넓이를 비교할 수 있다.

62) 학교에 입학하지 않은 어린이들도 사물을 분간할 때에는 사물이 작은 것보다는 것을 가지려 하며, 짧은 것보다는 것을 가지려고 한다. 또, 두 물체의 비교는 극히 소박하고 간단하다. 즉, 입학 전의 어린이도 측정하려고 하는 양에 대한 개념의 소지를 가지고 있다고 볼 수 있다. 비교란 분류에 착안한 속성의 크기를 비교하여 크기에 따라 계열화하는 것이다. 이를테면, 연필 ㉮와 연필 ㉯가 있을 때, 연필 ㉮, ㉯의 길이는 ㉮ = ㉯, ㉮ 〉 ㉯, 또는 ㉮ 〈 ㉯와 같다. 이와 같이, 여러 가지 연필의 길이를 비교하여 계열화할 수 있다. 이런 바탕 위에 양의 개념을 좀더 풍부하게 함과 동시에 객관적 공통적인 단위를 가질 수는 없으나 '길다, 짧다', '크다, 작다', '높다, 낮다', '무겁다, 가볍다', '많다, 적다', '넓다, 좁다' 등으로 확실하게 구별할 수 있도록 직접 비교를 통하여 양 개념을 명확히 하고, 측정을 이해하는데 기초가 되는 경험을 주기 위해 가르친다. 이런 입장에서 생활경험을 토대로 하여 즐기면서 학습하는 중에 여러 가지 양의 개념과 양감을 느낄 수 있도록 가르친다.

(3) 단원의 전개 계획

차 시 및 쪽수	주 제	수업 내용 및 활동	익힘책
1차시 (78~79 쪽)	길이의 비교	○ 둘 또는 세 물체의 길이를 직접 또는 직관적으로 비교하여 '길다, 짧다', '가장 길다, 가장 짧다'의 비교하는 말을 써서 나타나게 한다.	75~76 쪽
2차시 (80~81 쪽)	높이와 키의 비교	○ 둘 또는 세 물체의 높이와 키의 크기를 직접 또는 직관적으로 비교하여 '높다, 낮다', '키가 크다, 키가 작다', '가장 높다, 가장 낮다', '키가 가장 크다, 키가 가장 작다'의 비교하는 마릉 써서 나타내게 한다.	77~78 쪽
3차시 (82~83 쪽)	들이의 비교	○ 두 그릇에 담긴 액체의 양을 직접 또는 직관적으로 비교하여 '많다, 적다' 또는 '똑같다'라는 말을 써서 나타내게 한다.	79~80 쪽
4차시 (84~85 쪽)	무게의 비교	○ 둘 또는 세 물체의 무게를 직접 또는 직관적으로 비교하여 '무겁다, 가볍다' 또는 '가장 무겁다, 가장 가볍다'라는 비교하는 말을 써서 나타내게 한다.	81~82 쪽
5차시 (86~87 쪽)	넓이의 비교	○ 넓이를 가진 둘 또는 세 물체를 직접 또는 직관적으로 비교하여 '넓다, 좁다' 또는 '가장 넓다, 가장 좁다'의 비교하는 말을 써서 나타내게 한다.	83~84 쪽
6차시 (88~90 쪽)	재미있는 놀이, 문제 해결 [심화 과정]	○ 놀이를 통해서 길이에 대한 감각을 익히게 한다. ○ 세 컵의 들이를 직접 비교를 통하여 해결하는 방법을 생각해 내게 한다. ○ 몸무게가 다른 세 사람을 시소놀이를 통해 누가 무거운지 해결하는 방법을 생각하게 한다.	
7차시	잘 공부했는지 알아보기	○ 잘 공부했는지 알아보기 ○ 다시 알아보기(보충 과정) ○ 좀더 알아보기	85 쪽 86 쪽 87~88 쪽

3) 1-가 단계 6단원에서 활용할 수 있는 재구성된 수학사 학습자료

▶ 수학사 자료 1-가-6-1 : 유클리드의 기하학[63)]

기하학 중에서 다루는 대상이, 평면에서는 점, 직선, 원 또는 이들의 모임이며, 입체에서는 점, 직선, 평면, 각기둥, 각뿔, 원기둥, 원뿔, 구 또는 이들의 모임으로서, 이와 같은 것을 취하여 다루는 방법이 종합적인 것이며, 그 밖의 해석적 방법을 사용하지 않는 것을 가리킨다.

유클리드의 생애는 거의 알려져 있지 않으나 고대 그리스의 수학을 집필한 기하학 원본 13권은 제 6권까지는 평면기하, 제 11권 이하는 입체기하, 제7-9권은 정수론, 제 10권은 무리수의 이론으로 되었다. 또한 평면기하학 부문에서도 제2권은 기하학의 모양을 사용한 대수학의 초보이고 제5권의 비례이론은 오늘날의 실수이론에 가까운 고급인 것도 있다.

결국 기하학원본은 당시 피타고라스, 플라톤 학파에 축적되어 있던 막대한 지식의 집대성으로서 단순한 지식을 모아 놓은 것이 아닌 계통적 이론체계로서 정리된 것이다. 그 후 19세기에 접어들어 평행선의 공준의 검토에서 비유클리드 기하학이 탄생하였고, 공리계가 근대적인 의미에서 재음미되었고, 힐베르트에 의해 발표된 기하학 기초론이 이 공리계에 의해 재구성되었다. 기하학 기초론 입장에서는 힐베르트의 결합, 순서, 합동, 평행, 연속의 공리를 만족하는 체계가 유클리드기하학이라는 것으로 된다. 이것을 변환군의 입장에서 말한다면 유클리드적 계량변환에서 불변인 성질을 연구하는 기하학이라고 할 수도 있다. 더욱이 기하학원본은 성서 다음으로 널리 읽혀진 책으로서 초등기하학에서는 지금도 이것을 본보기로 삼고 있다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-2 : 미터법(도량형의 기원)[64)]

우리는 길이나 부피, 무게 등을 측정할 때마다 알맞은 단위를 사용하고 있다. 가령 길이에는 cm, m, km 등으로 부피에는 ㎤, ㎥등, 무게에는 mg, g, kg등을 사용하고 있다. 이 미터법 도량형이 발명된 나라는 프랑스로서 약 240년 전에 만들어진 것이다. 미터법 도량형이 어떻게 만들어진 것인지를 살펴보자.

---

63) 1. 정내경 · 문창룡, 수학하면 끝내주는 호기심, pp20-21, 교학사, 1999.
   2. http//kr.encycl.yahoo.com/result.html?d=122985

64) 1. 김춘영, 수학사를 이용한 국민학교 수학과 교재 개발 연구, 석사학위논문, 1992.
   2. http://www.mathland.pe.kr/theme/theme__26.htm

프랑스는 지금부터 약 200년 전까지 귀족과 평민의 차이가 심했다. 귀족은 왕으로부터 아주 넓은 토지를 소유하고 사치스런 생활을 했다. 왕은 일반 백성들의 고통에는 관심이 없고 무거운 세금만 강요했다. 게다가 당시의 자, 되, 저울, 즉 도량형이란 것이 정확치 못하여 무엇 하나 일정한 것이 없었다. 따라서 세금을 내거나 물건을 팔 때, 언제나 불편이 따랐다. 서로 이익을 보기 위해 저마다 자기의 잣대를 주장하며 남을 속였다. 혼란한 민심은 귀족을 중심으로 하는 왕의 정치에 반기를 들고 1789년 마침내 프랑스 대혁명을 일으켰다. 혁명정부는 무엇보다도 우선 도량형을 고쳐야 한다고 생각하고 당시의 정치가 탈레랑의 제의로 "미래에도 영원히 바뀌지 않는 것을 기초로 해서 만들자"고 약속하였다.

영원히 변치 않는 도량형이란 무엇일까? 1791년 프랑스 전국의 대학자들이 모여 회의를 연 결과, "지구의 북극에서 남극까지의 거리, 즉 자오선의 2천만분의 1을 단위로 삼자"라고 정하였다. 그리하여 7년간에 걸친 노력으로 자오선의 길이를 측정하고, 이 길이의 2천만분의 1을 길이의 단위로 '1미터'라 명명하였다. 이 때, 1미터에 상당하는 길이의 백금 막대를 두 개 만들었다. 그 중 정확한 쪽을 도(度)의 원기(原器)라고 하고, 후세의 미터 도량형의 시초가 되었다. 나아가 1m의 십분의 일의 증류수가 섭씨 4° 일 때의 눈금을 1킬로그램으로 하였다. 다음에 1000㎤ 의 부피를 단위로 하여 1리터라 했다. 그러나 여기서 주의할 것은 보통 1리터를 양의 기본단위로 생각하나 1㎥의 부피가 기본이다. 그러나 이것은 부피가 너무 크므로 리터가 보조단위인데 거의 기본인 것처럼 사용되고 있는 실정이다.

또 한가지는 '도' 안에 포함되는 것으로서 넓이의 기본단위는 1㎡이다. 넓이의 단위 중 '아르'는 양의 있어서의 리터와 마찬가지로 기본이 아니라 100평방미터(100㎡)를 말하는 것이다.

그 후 1872년 세계 각국의 위원들이 프랑스 파리에 모여 세계의 도량형을 비교해 보았더니 미터법 도량형이 실용적이고 학술적으로도 편리함이 인정되어 29개국 위원들이 미터법에 따를 것을 결정하였다.

그러나 그 후 지구의 남극에서 북극까지의 자오선의 길이를 다시 정밀하게 잰 결과 2000만 미터보다 1700미터 가량 긴 것을 알았다. 따라서 1m의 길이는 실제 자오선의 2000만분의 1보다 약간 짧은 것이 되었다. 게다가 지구는 오랜 세월동안에 크기가 바뀐다는 사실을 알았다. 처음 프랑스인들이 생각한 것처럼 영원히 변치 않는 것은 아닌 셈이다. 그러나 오늘날에는 이 원리가 길이의 기본이 되어 버렸다.

미터법이 이처럼 세계 각국에서 사용되는 이유로는 다음 네 가지를 들 수 있다.

1. 세계 각국이 공통으로 쓰고 있으므로 편리하다는 점
2. 정확한 원기를 기본으로 하고 있다는 점
3. 10진법이라는 점
4. 명칭, 자릿수가 간단하다는 점 등이다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-3 : 단위길이 1[65)]

서양에서 흔히 쓰는 길이의 단위는 피트와 야드입니다. 세계적으로는 미터법을 쓰고는 있지만, 아직도 피트와 야드를 길이의 단위로 쓰고 있습니다. 그런데 피트나 야드는 어떤 것을 근거로 하여 정해졌을까요?

옛날 로마 사람들은 길이를 재는 단위가 없었을 때 흔히 자기 신체의 길이를 단위로서 사용하고 했습니다. 그러나 사람마다 크기가 다르므로 불편한 점이 적지 않았습니다. 그러자 어느 임금님이 백성들에게 좋은 아이디어를 공포했습니다. "백성 여러분, 이제부터는 길이에 대하여 서로 다툴 필요가 없습니다. 이제부터는 짐의 발가락 끝에서 뒤축 끝까지의 길이를 기본단위로 사용할 것입니다."

그러자 백성들은 모두 기뻐했습니다. 그러나 그 임금님이 돌아가시고 다른 임금이 자리에 오르자 소동이 벌어지고 말았습니다. 새로운 임금의 발은 엄청나게 컸기 때문입니다. 이제 다시 길이의 단위가 바뀌게 되었습니다. 구둣방은 구둣방대로, 목수는 목수대로, 양복점은 양복점대로 난처한 지경에 빠지게 되었습니다. 그래서 「발」을 가리는 말인 푸트(foot)가 길이의 단위가 되었는데, 이것을 피트(feet)라고도 부릅니다. 현재의 미터법으로 바꾸면 약 30센티미터가 됩니다.

다음은, 야드나 인치에 대하여 살펴봅시다. 역시 길이의 단위인데, 미식 축구 방송을 통해 흔히 들어온 말입니다. 1야드라는 길이는 지금으로부터 800여 년 전의 영국 헨리 1세라는 임금이 정해 놓은 것입니다. 이 왕의 코에서부터 한쪽 팔을 쭉 뻗은 손가락 끝까지의 거리를 길이의 단위로 삼은 것입니다. 약 91센티미터가 됩니다. 그리고 인치

65) http://my.dreamwiz.com/lyj1009/main.html : 길이의 단위는 어떻게 결정되었을까?
비록 초등학교 아동의 수준에서 많이 쓰이는 길이의 단위가 아니기 때문에 다소 어렵게 다가올 수도 있으나 길이의 단위가 정해지는 과정을 이야기를 통해 학습하게 됨으로써 자연스럽게 길이의 의미나 길이의 단위를 표시해 놓은 자의 사용에 대해서도 학습할 수 있는 유용한 학습 자료라고 생각한다.

의 길이는 어른 엄지손가락 길이를 말하는데 약 2.5센티미터입니다. 옛날 피라미드와 스핑크스를 만든 이집트인의 길이의 단위는 팔굽에서 손가락 끝가지의 길이였는데 이것은 큐빗이고 약 50센티미터쯤 됩니다.

옛날 우리나라에서는 길이의 단위로 「뼘」, 「발」 등을 사용했는데, 「뼘」은 엄지와 인지를 쭉 폈을 때의 길이(약 20cm)이며, 「발」은 두 팔을 잔뜩 벌린 길이를 말합니다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-4 : 단위길이 2 (인체의 부위를 이용한 측정)[66]

지금으로부터 약 5000년 전에 고대 이집트에서 상용되었던 최초의 표준단위는 큐빗이었다. 이 외에도 그 당시에는 인체의 부위를 이용하여 길이를 측정하였는데, 그리스인들은 손가락의 길이를 측정에 사용하였고 로마인들은 발의 길이를 12인치로 세분하였다. 피트와 인치는 1215년부터 영국의 도량형 단위로 채택, 현재까지 세계 여러 곳에서 쓰이고 있다. 그러나 점차 과학적으로 정의된 국제 도량형의 단위(SI)로 대치되어 가고 있다.

• 머리 : 두 사람의 키의 차이를 놓고 '머리 하나 차이'라는 말이 있듯이 머리의 길이를 쓸 때가 있다. 극장에서 좌석을 배치할 때, 뒤의 관람자가 앞사람의 머리에 가려서 무대가 잘 보이지 않는 일이 없도록 해야 한다. 이 때에도 머리의 길이가 유용하게 활용된다.
• 손가락 : 고대 이집트에서는 손가락의 굵기를 길이의 단위로 삼았다. 손바닥은 손가락 굵기의 4배 정도에 해당하고 가운데 손가락 끝에서 팔꿈치 사이의 길이는 손가락 굵기의 24배인 것으로 생각하였다.
• 뼘 : 뼘은 손가락을 쫙 폈을 때 엄지손가락 끝에서 새끼손가락 끝까지의 길이로, 약 20cm로 본다. 이집트와 이스라엘에서는 한 뼘을 손가락 끝에서 팔꿈치까지의 길이의 절반 정도인 것으로 간주하여 측정에 많이 사용하였다.
• 손바닥 : 손가락을 꼭 붙였을 때 엄지의 끝에서 맞은편 끝까지의 길이로서, 수백년에 걸쳐 특히 말의 키를 잴 때 많이 이용되었다.
• 큐빗 : 가운데 손가락 끝에서 팔꿈치까지의 길이는 약 45~56cm로, 고대인들이 많이 이용하였다.

66) http://user.chollian.net/~badang25/bdf03.htm

- 두 팔을 뻗은 길이 : 양팔을 쫙 뻗었을 때 한 쪽 손의 가운데 손가락 끝에서 몸통을 지나 다른 손의 가운데 손가락 끝까지에 해당하는 길이로서 약 180cm이다.
- 보폭 : 측량기사나 농부들이 땅을 잴 때 주로 이용하던 보폭은 약 90cm에 해당한다. 걸음걸이를 각자의 표준 보폭에 맞춤으로써 어느 정도 정확하게 거리를 잴 수 있다.
- 발: 발의 길이도 길이를 재는 데 중요한 역할을 한다. 영국 도량형의 피트라는 단위도 발 크기에 그 근원을 두고 있다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-5 : 큐빗(Cubit)을 이용한 길이 비교[67]

수량의 개념은 문화의 척도라고 한다. 즉 도량형은 문화의 발달과 더불어 발전하여 왔다. 인류가 식생활을 위하여 곡물을 생산 비축하고 의식주를 해결하기 위하여 물물교환을 시작할 때부터 수량의 개념과 더불어 간단한 도량형의 형태가 최초로 생겨나게 되었다. 최초의 도량형은 대부분 사람의 몸의 일부분을 기준으로 사용하였다. 예를 들면 길이로서는 손가락의 길이나 손바닥의 길이로 한 뼘, 두 뼘 등으로 시작하였다.

B.C.4000년 경 이미 이집트는 태양력을 가지고 있었으며 B.C.3000년 경에는 피라미드를 건조하는 등 고도의 도량형 기술을 이용하였다. 이때의 도량형의 길이 단위로는 '큐빗' 을 사용하였다. 큐빗은 고대 이집트와 바빌로니아에서 사용된 길이의 단위로 가운데 손가락에서 팔꿈치까지의 길이이다. 이 길이를 기준으로 조금씩 다른 몇 가지의 종류가 있으며 17~21인치에 해당한다. 그리고 이는 현재 야드(Yard)나 피트(Feet)의 기준이 되었다.

뉴턴은 피라미드의 내부는 긴 큐빗(왕 또는 성직자의 팔꿈치까지의 길이)을, 외부는 짧은 큐빗(일반 백성의 팔꿈치까지의 길이)으로 된 벽돌을 사용하였다고 하였다.

이외에도 보리의 폭 혹은 길이에 의해서, 또는 임시로 정한 표준 원기 (標準原器 : 정부의 특별한 보관물)에 의해서 정해졌다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-6 : 한국의 도량형[68]

67) 1. 플로리안 캐조리, 정지오 역, 수학의 역사, pp240-241, 1983.
   2. http://kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=724969

68) 1. http://kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=724970
   2. http://kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=181632
   3. http://kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=145469

'척관법'은 고대 중국에서 시작되어 전해져 내려온 도량형 단위계이다. 척관법에서 길이의 기본 단위로는 '자' 또는 '척(尺)'이 있다. '척관법'은 옛날 중국 문명의 영향을 받아 동남 아시아 각국에서 널리 사용하였으며, 한국에서도 옛날부터 일상 생활에 이용되었다. 1875년에 '국제 미터 협약'이 체결되어 전 세계적으로 미터법만을 사용하게 됨에 따라 1902년 도량형 규칙이 제정되고 국내에 도량형에 관한 사무를 관장하던 관청인 '평식원(平式院)'이 설치되었으며, 1905년 조선 고종 때 대한 제국 법률 제 1호로 도량형 규칙을 제정 공포하여 '척관법'을 '미터법'과 서양에서 사용하는 '야드-파운드법'과 혼용하도록 하였다. 이 때 비로소 '척관법'의 기본단위가 되는 길이의 단위인 척은 0.303m로 정의하였다.

한편 한국의 문화는 중국 대륙의 문화의 영향을 받아 오래 전부터 중국에 그 기원을 둔 '척관법'을 사용하였으나 시대에 따라 '척관법'에 기원을 둔 도량형 제도를 우리 고유의 것으로 개발, 사용하였다. 고구려의 '고구려척(高句麗尺)'은 1자가 35.51㎝를 기준으로 하였고, 신라는 '주척(周尺)'인 20.45㎝를 그대로 사용하였으며, 고려시대에는 '십지척(十指尺)', 즉 0.45㎝를 기준으로 하는 고유한 '고려척(高麗尺)'을 제정하였으며, 이 '고려척'은 일본에까지 전래되어 일본의 도량형 제도의 기초가 되었다. 그 후 조선시대가 되자 세종대왕 때에는 길이, 부피 및 무게 뿐만 아니라 시간을 측정하기 위한 해시계와 같은 독자적인 도량형기를 개발하였다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-7 : 퀴즈네어 막대의 활용[69)]

퀴즈네어 막대는 40여년 전 벨기에의 교사였던 조지 퀴즈네어(George Cusineaire)가 창안해 낸 것이다. 음악에도 능했던 퀴즈네어는 악보에서의 음의 높낮이에서 힌트를 얻어 수들의 관계를 높낮이로 나타내어 학생들에게 보여주는 방법을 창안해 내었다. 그는 길이를 쉽게 알아내기 위해 의도적으로 색을 달리하여 사용하였는데, 이 때문에 학생들은 자신들이 만들어 낸 막대의 형태에서 관계를 이끌어낼 수 있다.

---

69) 1. http://www.kr.kids.yahoo.com/study/math/quiz.html
2. http://www.herakles.interpia98.net/~eun9214/su.htm
퀴즈네어 막대를 활용하는 방법은 장난감을 갖고 놀듯 학습할 수 있는 교구이다. 주의점은 퀴즈네어 막대를 가지고 수업을 하기 전에 막대들 사이의 관계를 알 필요가 있으므로 사용 전에 그것들을 가지고 놀 시간을 주어야 한다. 그리고 여기서는 '길이'를 비교하기 위한 수업이지만 다음 2차시에서 '높이'를 비교해보기 위해서 계단쌓기 놀이를 할 수도 있다.

[퀴즈네어 막대의 구성]

퀴즈네어 막대는 1cm에서 10cm까지 길이가 각각 다른 직육면체 모양의 막대로, 각각의 길이에 따라 막대는 각기 다른 색을 띠고 있다. 흰색, 빨강, 연두, 보라, 노랑, 녹색, 검정, 갈색, 파랑, 주황색의 막대가 차례대로 1cm, 2cm, 3cm, …, 10cm 길이이다. 퀴즈네어 막대는 한 세트가 모두 74개의 막대로 구성되어 있으며, 주황, 파랑, 갈색, 검정, 녹색, 노랑 각 4개, 보라 6개, 연두 10개, 빨강 12개, 흰색 22개이다. 학생 2~4명에 한 세트씩 배정하면 활동하기에는 충분하다. 퀴즈네어가 막대의 속성을 쉽게 파악하기 위해 단순히 길이와 색만을 사용했지만 이런 단순성이 막대를 폭넓게 사용할 수 있게 해준다 예를 들어 색의 명칭만을 사용한다면 막대들은 산술의 기본 법칙을 나타내는 대수적 모델이 된다. (빨강 + 보라 = 보라+ 빨강). 또한 한 막대에 한 값을 주면, 나머지 9개의 막대는 막대사이의 길이 관계에 의해 그 값이 정해진다. 예를 들면 흰 막대가 1의 값일 때, 주황색 막대는 그 길이가 10배이기 때문에, 그 값은 10이다. 반대로 주황색 막대가 1이면, 흰색은 1/10이 된다. 이러한 특성 때문에 퀴즈네어 막대는 정수, 분수, 환율, 비율, 넓이, 둘레의 길이, 대칭, 합동, 3차원 기하, 패턴, 함수 등을 탐구하는데 도움을 준다.

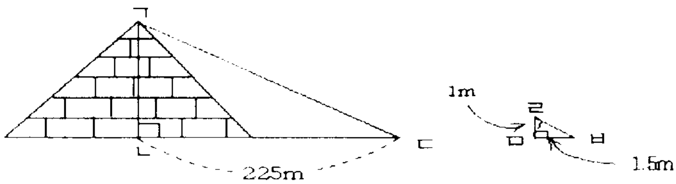
▶ 수학사 자료 1-가-6-8: 피라미드의 높이를 잰 탈레스[70)]

B.C 7세기에서 6세기에 걸쳐 그리스 최초의 수학자이자 천문학자였던 사람은 탈레스(Thales: 624?~546?B.C)이다. 그는 청년시대에 장사를 목적으로 이집트에 갔다. 그 때 이집트의 어느 사원에 아주 소중히 모셔둔 문서가 있다는 말을 듣고 몇 번이고 부탁한 끝에 마침내는 그것을 볼 수 있게 되었다. 이 비밀스런 책이란 실을 수학이나 천문학에 관한 책이었다. 그는 열심히 이 책을 읽었으므로 마침내, 그 책 속에 씌어 있는 것 모두를 외워 버리고 말았다. 탈레스는, 이 사원의 수도승보다 더 수학이나 천문학을 잘하게 되어 버렸다.

이집트에서는 왕이 죽으면 돌을 쌓아 만든 각뿔 모양의 커다란 무덤을 만들었다. 이 무덤은 수 만 명의 노예를 시켜서 많은 바위를 옮기게 하여 몇 십년이라는 긴 세월동안에 간신히 만들어 낸 것이다. 그리고는 산과 같은 무덤 속에 왕의 관을 안치했었다.

70) 1. http://myhome.hananet.net/~lyeana/수학의흐름/4.htm
2. http://iland.edu4i.com/contents/MATH/math_story/6/01.htm

이런 무덤을 피라미드(Pyramid)이라 하는데 아직도 이 피라미드가 남아 있다. 그 중에는 높이가 200m나 되는 것도 있다. 탈레스가 이집트에 갔었을 때에도 이미 많은 피라미드가 있었다. 그는 이 피라미드의 높이를 짧은 막대기 하나로 앉아서 계산해 냈었다. 탈레스는 우선 짧은 막대기 하나의 길이를 재어 이 막대기를 땅 위에 똑바로 세우고, 피라미드 그림자의 뾰족한 끝과 막대기의 그림자 끝이 일치하도록 맞추었다. 그리고 나서 "피라미드의 그림자의 길이와 이 막대기의 길이의 비와 같다"는 비례식을 세워 피라미드의 높이를 계산하였던 것이다. 이 사실을 전해들은 이집트의 임금 아마시스 왕은 매우 놀랐다고 한다. 탈레스야말로 비례 문제를 생각해 낸 최초의 사람이었다. 그 후 탈레스는 상인이 아니라 대 수학자가 되어 있었다. 탈레스 자신도 수학자로서 생애를 보내려고 결심하며 고향인 그리스로 돌아가 제자들을 가르쳤는데, 이 학파를 이오니아(Ionia)학파 또는 밀레토스(Miletos)학파라고 한다.



♧ 탈레스가 피라미드의 높이를 잰 방법

(선분 ㄱㄴ) : (선분 ㄴㄷ) = (선분 ㄹㅁ) : (선분 ㅁㅂ)

(선분 ㄱㄴ) : 225 = 1 : 1.5

(선분 ㄱㄴ)×1.5 = 225×1

(선분 ㄱㄴ) = 225÷1.5 = 150(m)

▶ 수학사 자료 1-가-6-9 : 탈레스에 관한 일화[71]

1) 우리는 게으름을 피는 당나귀의 이야기를 어릴 적에 들은 기억이 있을 것이다. 한 당나귀의 주인이 소금을 싣고 강을 건너는데 한 나귀의 실수로 그만 강물에 빠지게 되었다. 해서 등에 싣고 있던 소금은 강물에 녹아 짐이 매우 가벼워졌다. 재미를 붙인 나귀는 강을 건널 때면 으레 넘어져서 주인의 짐을 망쳐놨다. 이를 눈치챈 주인은 이번에는 소금 대신 솜을 나귀의 등에 얹었다. 여느 때와 마찬가지로 나귀는 강물

71) http://user.chollian.net/~junghwas/

을 건너가던 중 일부러 넘어졌다. 하지만 그 결과는 여느 때와는 상반되게 솜에 물이 배어 짐의 무게가 무거워져서 나귀는 자신의 버릇을 고치게 되었다는 이야기이다. 이 이야기를 아는 사람은 매우 많았지만 이 이야기가 수학자 탈레스 이야기인 줄 아는 사람은 그렇게 많지 않다.

2) 수학자 탈레스는 수학뿐만 아니라 여러 방면에 관심이 많았다. 그 중에도 천문학에 관심이 많았다고 한다. 어느 날 탈레스가 하늘의 별을 관측하다가 그만 수렁에 빠지게 되는 일이 발생하였다. 이를 본 하인이 "선생님은 발 밑에 무엇이 있는지도 알지 못하면서 어떻게 하늘을 관측하는지 모르겠습니다."하고 매우 이상하게 여겼다는 일화가 있다.

3) 탈레스는 대단한 수완을 가진 상인이었다. 올리브 대풍작을 예견한 탈레스는 그 지역의 모든 착유기에 대한 전매권을 얻은 다음 나중에 착유기를 빌려주어 많은 돈을 벌어들였다.

4) 솔론이 탈레스에게 "그대는 왜 결혼하지 않았느냐?"고 물었을 때 탈레스는 그 다음 날 솔론의 사랑하는 아들이 갑자기 사고로 죽었다는 거짓 전갈을 가지고 솔론을 찾아갔다. 그런 다음에 탈레스는 비통에 잠긴 솔론을 진정시키며 자초지종을 털어놓으면서 "나는 단순히 내가 왜 결혼하지 않았는가를 그대에게 말하고 싶었을 뿐이오."라고 말했다는 일화가 전해온다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-10 : 측우기[72]

측우기는 조선 세종 이후부터 말기에 이르기까지 강우량을 측정하기 위하여 쓰인 기구이다. 측우기가 쓰이기 이전에는 각 지방의 강우량의 분포를 알아내는 데 매우 불편하여서 비가 내리면 흙 속 깊이 몇 치까지 빗물이 스며들었는지를 일일이 조사해 보아야 하였으나, 이때 흙의 마르고 젖음이 같지 않아 강우량을 정확히 알아낼 수가 없었다. 그러나 측우기는 일정기간 동안 그 속에 괸 빗물의 깊이를 측정하여 그 곳의 강우량으로 하기로 되어 있어 이러한 번거로움을 피할 수 있었으며, 또한 강수량을 재는 데에도 비교적 정확하였다.

측우기는 안지름이 주척으로 7치(14.7cm), 높이 약 1.5척의 원통으로 되어 있으며, 비가 올 때 이 원통을 집밖에 세워 두면 빗물을 받을 수가 있다. 측우기에 괸 물의 깊

72) http://www.iqbank.net/topianet/6/sa/6sh010301-2-3.htm

이는 자로 측정한다. 측우기는 처음에 철로 만들었으나, 뒤에 구리로 만들어 쓰기도 하였고, 지방에서는 자기/와기 등을 쓰기도 하였다. 주척은 나무 또는 대나무로 만들어 사용하였다. 조선 세종 때의 측우기가 과학사상 뜻깊은 것은 세계에서 가장 먼저 쓰였다는 사실이다. 유럽에서는 1639년 로마에서 이탈리아의 B. 가스텔리가 처음으로 측우기로 강우량을 관측하였다고 하며, 프랑스 파리에서는 58년부터, 영국에서는 77년부터 관측하였다. 한국에서는 이미 1442년 5월부터 측우기로 우량을 측정하였으며, 이것은 이탈리아보다도 약 200년이 빠르다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-11 : '윈체스터 부셀'을 이용한 용량 측정[73]

길이와 용량과의 관계는 1701년까지는 규정되어 있지 않았다. 1701년 영국의 법률은 다음과 같이 정하고 있다. '윈체스터 부셀은 둥글고 납작한 바닥을 가졌으며, 어느 것이나 넓이 18과 1/2 인치, 깊이 8 인치로 한다.' 실은 영국이 정복되기 약 1세기 전에 에드가 왕은 법령으로 전국을 통해서 '윈체스터 부셀'을 써야 한다고 규정했음에도 불구하고, 용량을 재는 방법에는 길이와 무게의 측정법보다 훨씬 큰 차이가 있었던 것이다. 그 후에는 표준 부셀 이외의 것을 사용할 때는 무거운 벌금이 부과되었다. 그러나 그것은 아무 쓸데가 없었다. 사람들이 정해진 크기의 부셀을 잘 사용하지 않았다. 1758년 영국 도량형 위원회는 도량형의 통일을 확보할 희망이 없을 것으로 짐작하고 다음과 같은 말을 했다.

"대헌장이 반포된 이래 입법관은 거듭 전 국민에게 단 하나의 무게, 하나의 길이에 따르도록 명령을 내렸으나 실효는 조금도 나타나지 않았다. 이와 같이 경험에 의해서 부적당하다는 것을 안 방법을 부활시켜도 새삼 큰 성과는 얻기 어려울 것이다."

18세기 후반에서 19세기 초반 사이에는 과학적으로 정해지고 정확하게 구성된 '표준기(標準器)'가 영국 전체에 널리 배포되었다. 그러나 1871년에 이르러서도 국회는 다음과 같은 말을 하고 있다.

"영국의 어느 지방에서는 상품을 파는 데 여러 가지 다른 종류의 저울로 달고 있다. 한 예로 슈로프셔에서는 같은 상품에 대해서도 장날에 따라 완전히 다른 저울이 사용되고 있다."

73) 플로리안 캐조리, 정지오 역, 수학의 역사, pp241-242, 1983.

▶ 수학사 자료 1-가-6-12 : 헤이론 왕의 왕관[74]

헤이론 왕과 아르키메데스와의 이야기에서 가장 유명한 것이 헤이론 왕의 왕관이야기일 것이다.

어느 때 헤이론 왕은 대장장이에게 순금을 내어주고 그것으로 왕관을 만들라고 명령했다. 얼마 후 이 왕관이 훌륭하게 완성되었다. '저 왕관은 보기에는 순금으로 되어있는 것 같지만, 사실은 대장장이가 왕에게서 받은 순금의 상당한 양을 착복하고, 그 대신 다른 것으로 섞어 넣었다.' 라는 소문이 번져, 그 이야기가 헤이론 왕의 귀에 들어갔다. 그래서 헤이론 왕은 아르키메데스에게 이 왕관이 과연 왕이 준 순금으로 만들어졌는지, 아니면 다른 것을 섞어서 만든 것인지를 조사하라고 명령했다. 이것은 아르키메데스로도 결코 만만찮은 문제였다. 이리저리 궁리를 거듭하는 동안에 어느덧 왕과 약속한 날짜가 다가오고 있었다. 그러던 어느 날, 아르키메데스는 몸이나 후련하게 풀어 보려고 거리의 목욕탕엘 갔다. 좀 이른 시각이어서인지 손님은 아르키메데스 혼자였다. 그리고 탕에는 더운 물이 촬촬 넘쳐 흐르고 있었다. 아르키메데스가 탕 속으로 몸을 담그자 욕탕으로부터 물이 좍 흘러나갔다. 이 때 아르키메데스는 탕 속에서 자기의 몸이 약간 가볍게 느껴지는 것을 알아챘다. 이것에서부터 그는 '물체를 물 속에 넣으면 그 물체의 무게는 물체와 같은 체적의 물의 무게만큼 가벼워진다.' 고 하는 저 유명한 아르키메데스의 원리를 착상하여, 이 방법을 응용하면 왕관이 순금으로 만들어졌는지 어떤지를 조사할 수 있을 것이라는 데에 생각이 미치자, 기쁜 나머지 옷 입는 것도 잊어버리고 '알았다. 알았어!' 라고 소리치며 알몸뚱이로 집까지 뛰어 갔었다는 이야기가 전해지고 있다.

이 때 아르키메데스가 착상한 방법은 다음과 같다.[75] 먼저 왕관이 순금이냐 아니냐

74) 손영수 옮김, 위대한 수학자들, 전파과학사, 1989.
헤이론 왕의 왕관은 엄밀히 말하면 밀도를 다룬 것 같다. 그래서 들이와 무게를 가르치고 난 후에 아동들이 흥미를 가질 수 있는 이야기 자료를 들려줌으로써 보다 흥미를 갖고 활동에 임하게 될 것이다.

75) 다음과 같은 방법도 있을 수 있다.
(1) 왕관과 똑같은 무게의 순금을 준비한다.
(2) 물을 가득 채운 그릇 속에 순금을 넣고 넘친 물의 양을 잰다.
(3) 물을 가득 채운 그릇 속에 왕관을 넣고 넘친 물의 양을 잰다.
(4) 순금을 넣었을 때 넘친 물과 왕관을 넣었을 때 넘친 물의 양을 비교한다.
'물 속에 물체를 넣었을 때 물체 종류에 따라서 밀어내는 물의 양이 다르다'는 것을 발견한 아르키메데스는 왕관에 넣었을 때 넘친 물의 양이 순금을 넣었을 때 넘친 물의 양보다 작다는 것을 발견했습니다. 즉, 왕관 속에 금보다 밀도가 작은 다른 물질이 들어있다는 것을 알게 되었다고 한

를 조사하는 데서, 왕관의 비중을 측정하여 그것이 금의 비중과 일치하는지의 여부를 조사하면 되는 것이다. 여기서 어떤 것의 비중이라고 말하는 것은, 그것의 무게가, 그것과 같은 체적의 물의 무게의 몇 배인가를 가리키는 수를 말한다. 따라서 어떤 것의 비중을 구하는 데는 그 무게를, 그것과 같은 체적의 물의 무게로 나누면 되는 것이다. 물체의 무게는 금방 측량할 수 있다. 따라서 그것과 같은 체적의 물의 무게를 알면, 이것으로 나누어서 그 비중을 알 수 있을 것이다. 왕관의 무게는 금방 측정할 수 있으므로, 이 문제는 왕관이라고 하는 매우 복잡한 형태를 한 물체와 같은 체적을 갖는 물의 무게를 어떻게 해서 측정하느냐는 것에 귀착된다. 그런데 아르키메데스의 원리 '물체를 물 속에 넣으면 그 물체의 무게는, 물체와 같은 체적의 물의 무게만큼 가벼워진다.'에 따르면 먼저 왕관의 무게를 공중에서 측정한 다음, 이 왕관을 물 속에 매달아 그 무게를 측정하고, 이들 무게의 차이를 계산하면 그것이 왕관과 같은 체적의 물의 무게에 같다는 것이 된다. 이리하여 아르키메데스는 왕관의 비중을 측정할 수 있었다.

▶수학사 자료 1-가-6-13 : 질량[76]

질량은 흔히 무게(중량)와 혼동된다. 그 두 개념은 관련이 많지만, 같은 것은 아니다.[77] 아래의 식을 살펴보자

힘 = 질량 ×가속도

즉, 같은 가속도로 움직일 때 물질의 질량이 클수록 더 큰 힘이 필요하다. 여기에서 무게(w)란 힘의 개념으로서, 질량 m을 갖는 물체를 중력가속도 g로 들어올릴 때의 힘이다.

무게(w) = 질량(m) × 중력가속도(g)

다. (출처: 1. http://nunchi.wo.to/
2. http://iland.edu4i.com/contents/MATH/math__story/6/05.htm)

76) http://uniweb.unitel.co.kr:8083/중학교/화학/1/contents/3-1-1.htm

77) 우리가 일상 생활에서 보통 '킬로그램'이라고 하는 말은 무게를 나타내는 용어이지만, 보다 과학적으로 말하면 질량의 단위이다. 질량은 물체의 고유한 양으로 위치에 관계없이 불변하지만, 무게는 중력의 영향을 받는 용어로 물체를 측정한 위치에 따라 그 양이 달라진다. 따라서 질량이 일정한 물체는 다른 혹성이나 위성에서 재면 그 무게는 각각 달라지게 된다. 예를 들면 우주인들이 달에 가면 그 질량은 같더라도 체중(무게)은 지구에서의 1/6밖에 느끼지 않는다. 같은 물체가 여러 개 있을 때에는 전체 무게를 단 다음 한 개의 무게로 나누면 그 물체의 개수를 알아 낼 수 있다. 예를 들어 100원짜리 동전 수천 개를 은행에 가져가면, 출납계원은 전체 무게를 달고 100원짜리 동전 하나의 무게로 나누어 동전의 개수를 계산하기도 하는 데, 이 방법이 그 많은 동전을 일일이 세는 것보다 훨씬 빠르고 간편하다.

지구의 중력은 달이 지구를 잡아당기는 인력에서 비롯된 것으로서, 중력이 작용하는 지구에서의 무게와 지구와 중력이 다른 달에서의 무게는 같지 않다. 반면, 질량은 중력의 유무에 관계없이 일정한 값이다.

지구 궤도를 돌고 있는 우주조종사는 중력에 영향을 받지 않으므로 무게는 "0" 이지만, 질량을 갖는다.

지구 위에서는 어디에서나 중력가속도를 배제할 수 없으므로 우리는 질량을 무게의 개념과 같이 사용한다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-14 : 가짜 찾기[78]

위의 아르키메데스의 일화는 수학사에서 『가짜 찾아내기』로 유명하다

이 경우는 같은 무게의 두 물건을 놓고 부피를 비교하여 가짜를 찾아낸 경우이고, 거꾸로 같은 부피의 물건들 중에서 무게를 비교하여 가짜를 찾아내는 문제도 있다. 다음 문제를 생각하여 보자.

모양과 크기가 같은 8개의 금동전이 있다. 이 중의 1개는 순금보다 가벼운 물질로 만든 가짜라고 한다. 이 경우에는 저울을 이용하면 가짜를 찾아내는 것은 시간 문제이다. 그렇다면 얼마나 빨리 찾아낼 수 있을까? 양팔 저울에 단 2번만 올려놓아서 가짜를 찾아내려면 어떻게 해야 할까?

두 개는 남겨두고 세 개씩 양팔 저울에 얹어야 한다.

(1) 양쪽의 무게가 같다면 남은 두 개 중에 가짜가 있는 것이므로 이 두 개를 얹어 보면 된다.

---

78) http://www.mathlove.co.kr/pds/materials/stories/nonge.html
한 가지의 문제를 놓고 어떻게 하면 더 효과적으로 간단히 해결할 수 있을지를 고민하는 것은 수학적 사고의 출발점이다.

(2) 양쪽의 무게가 다르면 가벼운 쪽의 세 개중에서 두 개를 얹어 본다. 무게가 같으면 남은 한 개가 가짜이고, 무게가 다르면 가벼운 쪽이 가짜이다.

아르키메데스가 가짜를 찾는 과정에서 무게와 부피에 관한 '아르키메데스의 정리'를 발견했듯이 대부분의 가짜를 찾는 문제는 그 해답마다 수학적인 원리를 바탕으로 하고 있다.

다음의 문제는 이진법을 이용하여 푼 예이다.

알약이 100개씩 들어 있는 약병 A, B, C, D 4개가 있다. 진짜 알약은 1개에 10g이고, 가짜 알약은 9g이라고 한다. 어느 병이 가짜인지, 가짜 병이 몇 개인지 조차 알려져 있지 않을 때, 각 약병에서 알약을 몇 개씩 꺼내어 저울을 단 한 번만 사용해 보고 어느 병이 가짜인지 알아낼 수 있는 방법은 무엇일까? A, B, C, D에서 각각 1개, 2개, 4개, 8개의 알약을 꺼내어 달아본다. 이것들이 모두 진짜라면 무게는 130g이 되어야 한다.

부족한 무게(g)	가짜 약병	부족한 무게(g)	가짜 약병
0	없음	8	D
1	A	9	A, D
2	B	10	B, D
3	A, B	11	A, B, D
4	C	12	C, D
5	A, C	13	A, C, D
6	B, C	14	B, C, D
7	A, B, C	15	A, B, C, D

▶ 수학사 관련자료 1-가-6-15 : 81개의 부속품에 섞여 있는 불량품 1개를 찾아내는 방법[79)]

한 노동자가 부속품 81개 가공하였다. 그는 가공한 후에야 그 속에 모래 구멍이 난 원재료로 가공한 것이 한 개 있다는 것을 발견하였다. 그는 제품의 신용을 보장하기 위하여 그 불량품을 꼭 찾아낼 수 내어야 하겠다고 생각하였다. 그 불량품은 겉보기로는 찾아낼 수 없지만 속에 구멍이 나서 다른 것보다 가볍기 때문에 접시 저울로 달아

79) 안재구, 생활에서 수학을 이해하는 책, pp124~125, 일월서각.

보면 찾아낼 수 있다. 그는 될수록 빨리 찾아내기 위하여 아주 교묘한 방법을 생각해 내었다. 그는 분동도 쓰기 않고 접시 저울로 몇 번 달아보고서 그 불량품을 찾아내었다. 그는 적어도 몇 번을 달아보았는가?

4번이면 그 불량품을 구할 수 있다.

만약, 3개 가운데 불량품이 있다고 하자 그 중에서 임의로 2개를 취하여 접시저울의 양쪽 접시에 한 개씩 놓는다. 이때 접시저울이 평형을 이루지 않으면 하나는 불량품이다. 접시저울이 평행을 이루면 나머지 하나가 불량품이다.

그러므로,

1) 81개의 부속품을 세 묶음, 즉 27개씩으로 나누어 양팔저울에 달아보면,

2) 불량품이 있는 27개의 묶음을 알 수 있고, 27을 9개씩으로 나누어 묶고,

3) 불량품이 섞인 9개의 묶음을 다시 3묶음으로

4) 3묶음을 다시 1개씩으로 나누면 불량품을 찾을 수 있다. 따라서, 적어도 4번만 양팔저울을 이용하면 불량품을 찾아낼 수 있다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-16 : 보리의 낟알 (그레인, Grain)을 이용한 무게 측정[80)]

도량형의 역사는 인도와 이집트에서 또, 이탈리아, 영국, 그 밖의 유럽인들 사이에서도 묘한 사실을 나타내고 있다. 그것은 무게를 측정하는 단위의 기초로써 대체로 보리의 낟알 즉, 그레인(Grain)이 채용되었다는 것이다. 파운드를 분할한 최저의 단위, 또는 다른 같은 식의 단위도 통상은 몇 개의 보리의 낟알과 같은 무게로써 정해졌다. 따라서 큰 정확도를 구분할 수가 없었음은 명확한 일이다.

도량형에 대하여 처음으로 엄숙한 주의를 기울인 것은 헨리 3세 때인 1266년에 발표된 법규 제51호였다고 생각된다. 이 법규에 의하면 1 파운드는 밀 7680 낟알의 무게로 이루어지고, 이것으로 결정된다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-17 : 넓이란?[81)]

일단 넓이란 무엇인가에 대한 설명부터 해야 할 것 같군요. 어떤 도형의 넓이란 그

80) 플로리안 캐조리, 정지오 역, 수학의 역사, pp233-240, 1983.

81) http://www.mathlove.or.kr/pds/mathqa/faq/geometry/geometry15.html

도형을 덮을 수 있는 어떤 양을 수치적으로 표현한 것입니다. 이러한 양의 기본 단위는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 넓이입니다. 이 정사각형을 꼭 덮을 수 있는 어떤 양을 1로 정의하고 이 정사각형 몇 개로 주어진 도형을 덮을 수 있는가를 계산하는 것이 도형의 넓이를 구하는 것입니다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-18 : 이집트의 기하학[82)]

세계에서 가장 오래된 문명국이었던 이집트는 아프리카 대륙의 동북쪽에 있었다. 이 나라는 이미 2000여 년 전에 멸망하였으므로 오늘날의 이집트와는 다른 나라이다. 이집트는 무덥고 비가 오지 않는 건조한 날씨로 마치 사막 지대와 같았으나 다행히도 이 나라 한 가운데는 나일강이라는 큰 강이 있었다. 이 강은 물이 풍부하여 이 일대의 땅을 적셔 주었을 뿐만 아니라 해마다 일정한 시기에 대홍수를 일으켜 상류로부터 기름진 흙을 휩쓸어왔다. 그 덕분에 홍수가 지나간 땅에는 거름을 주지 않아도 농사가 아주 잘 되었다. '이집트는 나일강이 준 선물이다.'라는 말이 있듯이 자연으로부터 많은 혜택을 받은 이집트는 세계에서 제일 먼저 문명국이 될 수 있었다. 그러나 해마다 있는 나일강의 범람은 여러 가지 문제를 야기시켰으므로 대책이 필요하였다. 첫째, 홍수가 시작될 시기를 정확하게 알아낼 필요가 있었다. 왜냐하면 나일강의 범람은 이집트 전체를 물바다로 만들었기 때문에 미리 피해를 막을 수 있는 준비를 해야 했다. 따라서 이집트에서는 역학(曆學)이 발달하였고 일찍부터 달력을 사용하였다. 둘째로는 나일강을 다스리기 위한 여러 가지 기술이 필요하였다. 즉, 운하를 파고 수문을 만들고 둑을 쌓는 일들이 필요하여 토목 사업이 활발하였다. 결국 건축술이 발달되어 저 불멸의 피라미드를 건축할 수 있게 했던 것이다. 셋째로 홍수가 지나간 다음 농토를 정리하는 문제가 있었다.

'역사의 아버지'라 불리는 그리스의 헤로도투스(Herodotus:484~425? B.C)가 쓴 책을 보면 "세소스토레스 왕은 모든 이집트 사람들에게 사각형의 토지를 제비를 뽑아 나누어 준 다음 농사를 짓게 하여 매년 세금을 받고 있었다. 그러나 대홍수로 토지가 유실되면 땅주인은 곧바로 왕에게 이 사실을 아뢰었다. 그러면 어느 만큼 유실되었는가를 측량하여 유실된 땅만큼의 세금은 빼고 나머지 땅의 세금만을 내게 했다"라는

82) 1. 육인선, 심유미, 남상이, 수학은 아름다워 I, 도서출판 동녘, 1992.
2. http://www.mathland.pe.kr/theme/theme_52.htm

기록이 있다. 이 기록에서 이집트에서는 토지 측량술이 쓰이고 있었음을 알 수 있다. 이 토지 측량에 관계된 수학이 바로 기하학이며 그 중에서도 이집트에는 여러 가지 꼴의 토지 넓이를 재는 기술이 발달하였다. 이처럼 이집트의 기하학은 실생활의 필요로부터 등장하였다. 고대 수학 문헌 중 가장 오래된 [아메스의 파피루스(또는 린드 파피루스)]가 이를 잘 보여주고 있다. 이 책에는 원의 넓이의 꽤 정확한 근사값이 실려 있으며 피라미드의 부피를 정확히 계산하여 기록하였고 분수 계산, 분수 응용, 경지 넓이, 곡식 창고의 용량 등에 관한 문제들을 풀이해 놓고 있다. 또 모든 사각형의 기본이 되는 삼각형의 넓이를 오늘날과 같이 (밑변) × (높이) ÷ 2로 구하고 있다. 이쯤 되면 이 책은 일상생활에 필요한 측량 지침서라 할 만하다. 실용적인 기하학은 이집트뿐만 아니라 바빌로니아 중국에서도 발달하였다. 중국의 오래된 수학책 [구장산술]에는 도형의 넓이나 부피 계산에 대한 고도의 지식이 담겨 있다. 또 수메르 말로 tim은 '직선'이란 뜻을 가지고 있고 '새끼줄'이란 뜻도 있다고 한다. 이것은 바빌로니아 사람들이 새끼줄로 거리를 재는 데서 유래된 것인데 일상생활과 기하학의 밀접함을 알려 주고 있다. '기하학'을 영어로 geometry라고 하는데 이것은 geo(토지) + metry(측량)에서 나온 말로 기하학이 농업 생활과 관련이 깊음을 말해준다. 생활의 필요로서 기하학이 발달했기 때문에 때로는 어림셈으로 엉뚱한 방법을 이용하기도 하였다. 예를 들면 아메스의 파피루스에서는 이등변 삼각형의 넓이를 (밑변) × (빗변) ÷ 2로 계산하고 있다. 이등변삼각형의 높이 대신에 빗변을 이용하였던 것이다. 또 [구장산술]에서는 활꼴의 넓이를 사다리꼴로 생각하여 어림셈을 하고 있다. 이집트를 비롯한 고대 국가의 기하학은 훌륭한 실용적 지식이었다. 그러나 대부분 그때 그때의 상황에서 구체적인 문제들을 처리하기 위해 기술적인 구실로 쓰인 것이어서 항상 어떻게 셈하는가에만 관심을 갖고, 도형 자체를 연구 대상으로 삼거나 구조를 분석하는 일에는 관심을 두지 않았다. 따라서 이집트의 기하학은 정의, 공리, 증명 등의 논리적인 체계를 갖추지 못하고 지나치게 경험적이고 실생활에 치우쳐 있어 엄밀히 말해 기하학이라고 하기는 힘들다.

실용적인 지식을 바탕으로 한 이집트의 기하학은 그 후 더 이상 발달하지 못했다. 그것은 '실용'에 치우쳐 있는 데에도 이유가 있지만 "아메스의 파피루스"를 적은 아메스가 승려였다는 사실에서도 알 수 있듯이 특권층의 사람들이 기하학을 독차지하였다는 데에도 원인이 있었다. 이들이 쓴 기하학에 관한 책은 하나의 율법이기 때문에 아무도 그 내용에 의문을 갖거나 수정할 수 없었다. 결국 학문의 자유가 보장되어 있지

않은 상황에서 이집트에서는 더 이상 기하학이 발달할 수 없었고 대신 그리스에서 체계적이고 이론적인 기하학이 탄생하게 되었다. 그러나 정체되기는 하였지만 이집트의 기하학은 그리스 기하학의 탄생에 중요한 역할을 하였다. 그리스 초기의 대부분 수학자들이 그 당시 선진 문명국이었던 이집트에 가서 배웠기 때문이다. 이집트의 실용적 지식들을 바탕으로 그리스 인들의 합리적인 사고가 논리적이고 체계적인 기하학을 탄생시켰다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-19 : 유도소스에 의해서 창안된 실진법[83)]

학교 수학에서 도형의 넓이를 구하는 방법은 사각형, 삼각형, 다각형, 곡선으로 둘러싸인 도형의 순서로 전개되고 있다. 이 단원의 학습은 초등학교 저학년에서 고등학교 3학년까지의 기간으로 되어 있을 만큼 중요성을 가지고 있다. 도형의 넓이를 구하는 법은 이미 고대의 수학자 유도소스에 의하여 창안된 실진법(method of exahustion)이라는 것이 있다. 실진법이란 도형의 내부를 다각형으로 근사화하고 이 다각형을 여러개의 삼각형으로 나눈 뒤에 그 삼각형들의 넓이를 합을 구하면 주어진 도형의 대략의 넓이가 된다. 이 때 각각의 삼각형의 넓이를 점점 작게 하면 그 삼각형의 넓이들의 합이 원래의 도형의 넓이에 점점 가까운 값이 될 것이라는 점에 착안하고 있다. 그러나 실진법은 도형의 넓이를 구하는 방법을 제시할 뿐 이렇게 했을 때 그 결과가 유일한 것이라는 것은 언급하지 않고 있다. 타당성에 관한 문제는 그 후 헬레니즘기의 수학자 아르키메데스에 의하여 원의 넓이를 구하는 과정에서 제시되었는데 그의 이론은 매우 현대적이라고 평가되고 있다. 그러나 그의 방법은 급수의 극한을 다루는 해석적 방법이다. 따라서 매우 복잡하다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-20 : 중국의 수학서에 나타난 넓이 계산법[84)]

중국의 수학서인 구장산술의 소광장(小廣章)에서는 넓이 또는 부피를 구하는 문제를 다루었다. 소광장의 1번 문제부터 11번 문제까지 모두 같은 유형의 문제지만, 세로

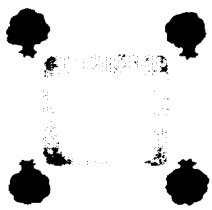
83) http://bh.knu.ac.kr/~yjyoo/

84) http://www.mathland.pe.kr/
아직 초등1학년 단계에서 나오지 않는구나. 구의 부피 등에 관한 이야기가 나와있기 때문에 교사의 재량에 따라, 뒤의 구 이야기 전에 나오는 소광장의 문제들을 이용해 동양에서도 수학에 관한 이해도가 높았으며, 논리적으로 논, 밭의 넓이를 구했다는 것을 인지시킬 수 있다.

의 길이에 비해 넓이가 매우 작다. 소광장은 넓이 문제를 다루고 있지만 마지막 6개의 문제는 부피를 구하는 문제이다. 소광장의 특징은 먼저 넓이(혹은 부피)값을 준 다음, 변의 길이를 구하는 문제가 많다. 이제 그 중 1번 문제를 살펴보자.

[문제] 지금 가로가 1보 반, 넓이가 1무인 경작지가 있다. 세로는 얼마인가?
[답] 160보
[해설] 1무는 240평방보이고, 이것을 가로의 길이 1보 반으로 나누면 전답의 세로의 길이를 구할 수 있다.

▶ 수학사 자료 1-가-6-21 : 넓이가 2배인 저수지 만들기[85)]



수풀이 우거진 숲 속 한가운데에 마르지 않는 마법의 저수지가 있었습니다. 저수지의 주인은 숲 속에 사는 마녀였습니다. 저수지의 모양은 마녀의 모난 성격을 닮아 정사각형이었고, 그 저수지의 네 귀퉁이에는 마녀가 아끼는 아름드리 느티나무가 서 있었습니다. 마을 사람들은 마녀가 심술을 부리지 않으면, 저수지의 물을 이용하여 그럭저럭 농사를 지을 수가 있었습니다. 그러나 마을에 사람들이 늘어나자 마을도 커지고, 농사를 짓는 땅도 넓어졌습니다. 마법의 저수지는 마르는 일은 없었지만, 매일 퍼 올릴 수 있는 물의 양이 정해져 있었습니다. 그래서 마을 사람들은 궁리 끝에 저수지를 넓히는 공사를 하기로 결정하여 마을 대표를 뽑아 마녀에게 보냈습니다.

"우리는 지금까지 마법의 저수지 덕택에 농사를 지으며 살 수 있었습니다. 이 모든 것이 당신의 은혜입니다. 그러나 마을이 커지고 농사지을 땅도 늘어나 지금의 저수지로는 물이 부족하게 되었습니다. 그러니 우리가 당신의 저수지를 넓히도록 허락해 주십시오."

마녀는 기분이 그리 나쁘지 않았는지 마을 대표의 말을 듣고도 노여워하는 기색은

85) 정내경 · 문창룡, 호기심 수학, (주)교학사, 1999.

없었습니다. "좋도록 하게. 하지만 너무 기뻐하지는 말라고. 몇 가지 조건이 있으니까.

첫째 내가 아끼는 느티나무에는 손끝 하나 대어서는 안 돼.

둘째 저수지의 모양은 지금 그대로가 좋으니까 바꾸지 말라고.

셋째 넓이는 반드시 지금의 두 배가 되도록 하지.

이 가운데 하나라도 어긴다면 마을 전체를 저수지로 만들어 줄 테니까 알아서들 하라고."

마녀는 말을 마치자, 기분 나쁜 웃음소리를 길게 끌며 빗자루를 타고 사라졌습니다. 이 말을 들은 마을 대표는 걱정이 태산 같았습니다. 나무를 건드리지 말고, 저수지의 모양도 바꾸지 말고, 넓이만 두 배로 늘리는 것이 가능할 것 같지 않았습니다. 더구나 그렇게 하지 않으면 마을 전체를 저수지로 만들겠다니. 혹을 떼러 갔다가 혹을 하나 더 붙인 셈이 된 것입니다. 마을에 돌아온 대표는 마을 사람들을 모아 놓고 마녀가 들려 준 이야기를 그대로 전했습니다. 이제는 마을 전체가 근심에 휩싸였습니다. 마을 사람들은 만나는 사람마다 저수지 이야기를 하였지만, 뾰족한 방법이 떠오르지 않았습니다. 집에 돌아와서도 대표는 어두운 표정을 풀지 못했고, 저녁도 먹는 둥 마는 둥 했습니다. 이를 이상하게 여긴 아내가 그 까닭을 묻자 대표는 낮에 마녀와 있었던 일을 모두 이야기해 주었습니다.

"그것 참 큰일이네요." 부부는 함께 고민에 빠졌습니다.

다음 날 아침, 일하러 나갈 남편의 도시락을 싸던 아내는 문득 깨달은 듯이 말했습니다.

"여보, 이렇게 하면 저수지를 늘릴 수 있을 것 같아요."

"어떻게 말이오?"

마을 대표는 아내의 말에 기대에 가득 찬 눈으로 대답을 재촉했습니다.

"자, 보세요. 이렇게 도시락을 싼 수건을 접었을 때의 정사각형을 저수지라고 하고,

그 네 귀퉁이에 느티나무 대신 딸기를 놓아 볼게요."

"그렇군. 저수지의 모양이 되었군."

"이제 접었던 수건을 펼치면 딸기는 건드리지 않고도 처음의 정사각형과 같은 모양으로 꼭 그만큼의 넓이가 늘어나잖아요."

"고마워요. 여보! 당신이 이 마을을 구한 거요. 어서 나가서 마을 사람들에게 알려야겠소."

이렇게 마을 사람들은 마을 대표의 현명한 아내 덕분에 마녀의 저수지를 넓혀서 농사짓는 데 충분한 물을 얻을 수 있었습니다.

III. 결론 및 제언

수학수업을 진행함에 있어서, '수학을 배우는 목적이 무엇인가' 또는 '왜 수학을 가르쳐야 하는가?' 와 같은 근본적인 질문을 자주 사용하는 교사들은 교과서에 주어져 있는 내용만 학생들에게 전달하지는 않을 것이다. 수학자들은 종종 수학을 높은 산을 오르는 일에 비유하곤 한다. 전체적인 산의 형세를 알지 못하고 산을 오르다보면, 자신이 정말로 정상을 향해 똑바로 나아가고 있는지 알지 못한 채 자신이 바라보는 시각에서 산의 전체적인 형세를 판단해 버리기 쉽다. 학생들도 수학을 공부할 때, 왜 공부해야 하는지, 그리고 어떻게 해서 그런 개념들이 생기게 되었는지 알지 못한다면 수학은 이해할 수 없는 복잡한 공식과 계산들이 가득한 재미없고 어려운 과목으로 생각함으로써, 수학과목에 대하여 흥미를 잃어버리게 될 것이다.

따라서 수학교육 전문가와 일선 초등학교 교사들은 지금보다 더 유익하고 알찬 내용이 포함된 새로운 학습 보조자료를 연구·개발함과 동시에, 개발된 학습자료들을 수학 수업시간에 적극 활용해서 수학의 유용성을 이해시켜 나가야 할 것이다. 만약 초등학교에서부터 수학에 대한 부정적인 생각을 갖게 된다면 개인적으로는 물론이거니와 국가적으로도 엄청난 손실이 아닐 수 없다. 그러므로, 수학이라는 산의 전체적인 형세를 설명하고 안내해 줄 수 있는 수학사와 같은 보조 학습 자료를 연구·개발·활용하는 것은 학생들로 하여금 수학에 대한 관심을 불러일으킴과 기초학문으로서의 수학의 입지를 강화할 수 있는 계기를 마련할 수 있을 것으로 여겨진다.

본 연구는 초등 수학사 관련 학습자료에 대한 체계적인 연구·개발이 미흡한 상태

에서 연구된 초벌 학습 자료로서의 의미를 갖고 있다. 그러므로, 앞으로 이어지는 후속 연구에서는 제7차 교육과정의 초등수학 교과서와 교사용 지도서의 체계적인 분석을 통하여 일선 학교의 수학 수업시간에 곧 바로 활용할 수 있는 초등수학사 학습자료로 거듭 태어날 것을 기대한다. 아울러 초등교사 양성기관인 교육대학교와 각 시·도 교육청은 연구·개발된 학습자료를, 초등학교 교사들이 처음의 연구·개발 취지에 부합되도록 활용하기 위해서 초등학교 교사들을 대상으로 한, 연수프로그램을 개설·운영해야할 것으로 사료된다. 또한, 장차 초등학교에서 수학교과를 담당할 교육대학교 학생들에게도 초등수학사와 관련된 강좌를 반드시 개설하여 수학의 새로운 모습을 경험해볼 수 있는 기회를 제공해야만 할 것으로 사료된다.

《참고문헌》

교육인적자원부(2000), 수학 1가 교과서.

교육인적자원부(2000), 수학 1가 익힘책.

교육인적자원부(2000), 초등학교 교사용 지도서 수학 1가.

권영한(1990), 재미있는 수학 이야기, 한국출판금고.

김용운, 김용국 공저(1997), 재미있는 수학여행 ① 수의 세계, pp.87~88, 김영사.

김용운, 김용국(1996), 중국수학사, pp.17~33, 민음사.

김춘영(1992), 수학사를 이용한 국민학교 수학과 교재 개발 연구, 석사학위논문.

김해규(2001), 7차 교육과정 1-가 단계 수학교과서 1, 2단원에서 활용 가능한 수학사 학습자료, 제주교육대학교 논문집 제30집, pp147-203.

김해규(2002), 제7차 교육과정 초등수학교과서 도형영역에서 활용 가능한 수학사 학습자료, 제주교육대학교 논문집 제31집, pp61-107.

류연수 외 11명(2001), 제7차 교육과정에 의한 초등학교 교과서 활용 방법 개선 연구, 2001년도 교육과정 후속 지원 연구과제 답신보고용 교육인적자원부 위탁연구과제.

박형빈(1998), 수학은 생활이다, p82, 경문사.

안재구, 생활에서 수학을 이해하는 책, 일월서각.

육인선, 심유미, 남상이(1992), 수학은 아름다워 I, 도서출판 동녘.

정내경 · 문창룡(1999), 수학하면 끝내주는 호기심, 교학사.

손영수 옮김(1989), 위대한 수학자들, 전파과학사.

이와다 도모노리(1994), 풀어쓴 수학이야기, 사닥다리.

샤르탄 포스키트(2000), 수학이 수군수군, pp28-31, 김영사.

플로리안 캐조리, 정지오 역(1983), 수학의 역사, pp241-242.

Howard Eves 지음, 이우영 신항균 옮김(1993), 수학사, pp5-12, 경문사.

J.D 버날 지음(1995), 과학의 역사 고대 중세편.

http//kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=122985

http://100.naver.com/search.naver?where=100&command=show&mode=m&id=236286&sec=1

http://bh.knu.ac.kr/~yjyoo/

http://cce.yonam-c.ac.kr/~kangdy1/sogea2.htm

http://cein.or.kr/~hanbak/ym3-19.htm

http://fncbsh.kat.co.kr/gauss/data2-sub/2-23.htm

http://home.hanmir.com/~ksakim/index1.htm

http://iland.edu4i.com/contents/MATH/math__story/6/01.htm

http://iland.edu4i.com/contents/MATH/math__story/6/02.htm

http://iland.edu4i.com/contents/MATH/math__story/6/05.htm

http://kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=145469

http://kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=181632

http://kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=724969

http://kr.encycl.yahoo.com/result.html?id=724970

http://kr.kids.yahoo.com/study/math/story/23.html

http://library.thinkquest.org/22584/mh1100.htm : '서양수학사-수학발달과정 오리엔트수학 마야수체계 수의 표기법

http://math.kongju.ac.kr/mathcom/index.htm

http://math.kr21.net/

http://mathtop.com/
http://my.dreamwiz.com/lyj1009/main.html : 길이의 단위는 어떻게 결정되었을까?
http://myhome.hananet.net/~lyeana/수학의흐름/4.htm
http://myhome.netsgo.com/pc620/조삼모사.htm
http://nunchi.wo.to/
http://school.hongik.ac.kr/~ydhome/yoon/Start.htm
http://science.kongju.ac.kr/ms/math/data/story1/1setz.html
http://uniweb.unitel.co.kr:8083/중학교/화학/1/contents/3-1-1.htm
http://user.chollian.net/~badang25/bdf03.htm
http://user.chollian.net/~junghwas/
http://user.zzagn.net/hdelta/ : 허종운의 홈페이지, '황금분할'
http://www.dganggoo.ce.ro/
http://www.ednet4u.net
http://www.edupia.com
http://www.herakles.interpia98.net/~eun9214/su.htm
http://www.iqbank.net/topianet/6/sa/6sh010301-2-3.htm
http://www.kr.kids.yahoo.com/study/math/quiz.html
http://www.mathland.pe.kr/theme/theme__26.htm
http://www.mathland.pe.kr/theme/theme__52.htm
http://www.mathlove.co.kr/index.html : 나무가지로 하는 계산
http://www.mathlove.co.kr/pds/materials/episodes/who.htm
http://www.mathlove.co.kr/pds/materials/stories/magicsq.html
http://www.mathlove.co.kr/pds/materials/stories/nonge.html
http://www.mathlove.co.kr/pds/mathqa/faq/geometry/geometry15.html
http://www.mathworld.pe.kr
http://www.z-math.com/mathword/math20.htm