



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

석 사 학 위 논 문

평면도형에 대한 우리나라와 미국의
초등 수학 교과서 비교 연구

A Comparative Study on Elementary
Mathematics Textbooks between Korea
and the United States about plane figures

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 지 은

2016년 8월



석사학위논문

평면도형에 대한 우리나라와 미국의
초등 수학 교과서 비교 연구

A Comparative Study on Elementary
Mathematics Textbooks between Korea
and the United States about plane figures

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 지 은

2016년 8월

평면도형에 대한 우리나라와 미국의
초등 수학 교과서 비교 연구

A Comparative Study on Elementary
Mathematics Textbooks between Korea
and the United States about plane figures

지도교수 최 근 배

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 지 은

2016년 5월

김 지 은의
교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 김 해 규 인

심사위원 현 종 익 인

심사위원 최 근 배 인

제주대학교 교육대학원

2016년 6월

목 차

국문 초록	ix
I. 서론	1
1. 연구의 필요성 및 목적	1
2. 연구 내용 및 방법	2
3. 연구의 제한점	3
II. 선행연구 분석	4
1. 우리나라와 미국의 교과서 비교 연구	4
2. 평면도형에 대한 선행연구	5
3. EM 교육과정에 대한 선행연구	6
4. 교과서 비교·분석들	7
III. 우리나라와 미국 초등학교 수학과 교육과정에서의 평면도형 관련 내용 비교·분석	9
1. 우리나라 초등 수학과 교육과정에서의 평면도형 관련 내용	9
2. 미국 초등 수학과 교육과정에서의 평면도형 관련 내용	12
3. 우리나라와 미국의 평면도형 관련 교육과정 비교	16
IV. 우리나라와 미국 초등학교 수학과 교과서에서의 평면도형 관련 내용 비교·분석	17
1. 단원 구성 체제 비교·분석	17
가. 우리나라 교과서의 단원 구성 체제	17
나. 미국 EM 교과서의 단원 구성 체제	22

다. 우리나라와 미국 EM 교과서의 단원 구성 체제 비교·분석	… 25
2. 평면도형 세부 학습 내용 비교·분석	27
가. 평면도형 관련 단원 및 주제	27
나. 평면도형 영역 학습내용 비교·분석	30
V. 요약 및 결론	95
1. 요약	95
2. 결론	97
참고 문헌	100
ABSTRACT	103

표 목 차

<표 II-1> 선행연구에서의 교과서 비교·분석의 관점	7
<표 II-2> 본 연구의 교과서 비교·분석틀	8
<표 III-1> 우리나라 2009 개정 교육과정의 도형 영역 학습 내용과 성취 기준	9
<표 III-2> 미국 CCSSM의 기하 영역 학년별 내용 기준 체계와 세부 기준	13
<표 III-3> 우리나라와 미국의 평면도형의 각 내용 요소 지도시기 비교	16
<표 IV-1> 세부 내용을 포함한 교과서 비교·분석틀	17
<표 IV-2> 우리나라 초등 수학 교과서의 단원별 내용 전개	18
<표 IV-3> 교사용 지도서의 단원별 구성 체제	20
<표 IV-4> EM 학생용 자료와 교사용 자료의 구성	22
<표 IV-5> TLG의 단원 구성 체제	23
<표 IV-6> TLG 단원 구성 체제 중 교육과정의 구성 요소	24
<표 IV-7> 우리나라와 미국 EM 교과서의 단원 구성 체제 비교·분석	25
<표 IV-8> 우리나라와 미국 EM 교과서의 평면도형 관련 단원 및 주제 비교	27

그림 목 차

[그림Ⅳ-1] 수학 교과서의 생각 열기, 활동, 마무리	19
[그림Ⅳ-2] 반직선과 직선의 지도	31
[그림Ⅳ-3] 도형의 같은 점을 통한 각의 지도	31
[그림Ⅳ-4] 종이를 접어 직각 만들기 활동	32
[그림Ⅳ-5] 모형시계로 예각, 직각, 둔각 만들기 활동	32
[그림Ⅳ-6] 수직과 수선의 정의	33
[그림Ⅳ-7] 각도기를 사용하여 수선 긋기	33
[그림Ⅳ-8] 평행선 찾기 활동	34
[그림Ⅳ-9] 직각 삼각자를 사용하여 평행선 긋기	35
[그림Ⅳ-10] 한 점을 지나고 주어진 직선에 평행한 직선 긋기	35
[그림Ⅳ-11] 평행선으로 무늬 만들기 활동	36
[그림Ⅳ-12] 점 이름붙이기	36
[그림Ⅳ-13] 사각모서리	37
[그림Ⅳ-14] 선분, 반직선, 직선 기호와 그림	38
[그림Ⅳ-15] 평행선 그리기	38
[그림Ⅳ-16] 빨대로 각 만들기	39
[그림Ⅳ-17] 수선의 정의	39
[그림Ⅳ-18] 컴퍼스로 평행선 그리기	40
[그림Ⅳ-19] 반직선을 나타내는 여러 가지 각	41
[그림Ⅳ-20] 우각	42
[그림Ⅳ-21] 도형을 밀었을 때의 도형 알기	42

[그림 IV-22] 도형을 뒤집었을 때의 도형 알기	43
[그림 IV-23] 도형을 돌렸을 때의 도형 알기	43
[그림 IV-24] 뒤집고 돌린 도형과 돌리고 뒤집은 도형 비교	44
[그림 IV-25] 규칙적인 무늬 만들기	44
[그림 IV-26] 프리즈 패턴	45
[그림 IV-27] 정테셀레이션	46
[그림 IV-28] 준정테셀레이션	47
[그림 IV-29] ○ 모양 찾기	48
[그림 IV-30] 원의 정의	49
[그림 IV-31] 다양한 원 만들기 활동	49
[그림 IV-32] 원의 중심과 반지름	50
[그림 IV-33] 컴퍼스로 원 그리기	50
[그림 IV-34] 원의 지름	51
[그림 IV-35] 규칙에 따라 원 그리기	52
[그림 IV-36] 운동장에 큰 원 그리는 문제 상황	52
[그림 IV-37] 컴퍼스로 원 그리는 2가지 방법	53
[그림 IV-38] 원의 정의	54
[그림 IV-39] 동심원	55
[그림 IV-40] △, □ 모양 찾기	55
[그림 IV-41] 삼각형의 정의	56
[그림 IV-42] 직각삼각형의 정의	56
[그림 IV-43] 예각 삼각형과 둔각삼각형의 정의	57
[그림 IV-44] 변의 길이에 따른 삼각형의 분류	58
[그림 IV-45] 이등변삼각형의 성질 알기	58

[그림 IV-46] 정삼각형 그리기	59
[그림 IV-47] 등변삼각형, 직각삼각형, 기타삼각형	60
[그림 IV-48] 삼각형 그리기	61
[그림 IV-49] 등변삼각형 그리기	62
[그림 IV-50] 사각형의 정의	64
[그림 IV-51] 직사각형 그리기	65
[그림 IV-52] 정사각형 만들기	65
[그림 IV-53] 사다리꼴 만들기	66
[그림 IV-54] 평행사변형 관찰하기	66
[그림 IV-55] 평행사변형의 성질 확인하기	67
[그림 IV-56] 마름모 관찰하기	67
[그림 IV-57] 마름모의 성질 확인하기	68
[그림 IV-58] 직사각형의 성질 확인하기	68
[그림 IV-59] 정사각형의 성질 확인하기	69
[그림 IV-60] 사각형의 이름과 특성	69
[그림 IV-61] 직사각형과 마름모의 공통점과 차이점	70
[그림 IV-62] 사각형의 종류	70
[그림 IV-63] 사각형의 비슷한 특성 찾기	71
[그림 IV-64] 빨대로 사각형 만들기	71
[그림 IV-65] 사각형간의 관계를 통해 분류하기	72
[그림 IV-66] 사각형의 포함관계 수형도	72
[그림 IV-67] 사각형의 작도	73
[그림 IV-68] 기하판 위에 오각형과 육각형 만들기	75

[그림 IV-69] 선분으로만 둘러싸인 도형 찾기	75
[그림 IV-70] 정다각형 찾기	76
[그림 IV-71] 대각선의 성질 알아보기	76
[그림 IV-72] 모양조각으로 주어진 모양 만들기	77
[그림 IV-73] 빨대로 다각형 만들기	78
[그림 IV-74] 다각형과 다각형이 아닌 것	78
[그림 IV-75] 지오보드에 다각형 만들기	79
[그림 IV-76] 다각형 탐구하기	80
[그림 IV-77] 볼록다각형과 오목다각형	80
[그림 IV-78] 우리나라 교과서에서 오목다각형의 예시	81
[그림 IV-79] 합동인 도형 찾아보기	82
[그림 IV-80] 대응변의 길이와 대응각의 크기 알아보기	83
[그림 IV-81] 합동인 삼각형 그리기	83
[그림 IV-82] 접었을 때 완전히 겹쳐지는 도형 찾기	84
[그림 IV-83] 선대칭도형의 성질 알아보기	85
[그림 IV-84] 점대칭도형 알아보기	85
[그림 IV-85] 점대칭도형의 성질 알아보기	86
[그림 IV-86] 대칭인 도형 만들기	86
[그림 IV-87] 대칭축 찾기	87
[그림 IV-88] 패턴블록에서 대칭인 도형 그리기	88
[그림 IV-89] 거울상 그리기	88
[그림 IV-90] 도형의 합동	89
[그림 IV-91] 투명거울	89

[그림 IV-92] 반사 축 찾고 반사된 이미지 그리기	90
[그림 IV-93] 원상과 반사된 상의 관계 알기	91
[그림 IV-94] 합동인 삼각형 그리기	92
[그림 IV-95] 합동인 도형 찾기	92
[그림 IV-96] 회전 대칭	93

국 문 초 록

평면도형에 대한 우리나라와 미국의 초등 수학 교과서 비교 연구

김 지 은

제주대학교 교육대학원 초등수학교육전공
지도교수 최 근 배

본 연구의 목적은 평면도형에 초점을 맞추어 우리나라와 미국의 수학과 교육과정과 교과서를 비교·분석하고, 우리나라 교과서의 질 개선에 도움이 되는 시사점을 도출하는 것이다. 이를 위해 본 논문에서는 우리나라의 2009 개정 초등학교 교육과정과 미국의 CCSSM 교육과정을 평면도형을 중심으로 비교하고 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서의 평면도형 내용을 비교·분석하였다.

평면도형과 관련하여 우리나라 2009 개정 교육과정과 미국 CCSSM을 비교·분석한 결과, 우리나라는 평면도형의 각 내용요소를 주제별로 특정 학년의 특정 차시에서 집약적으로 지도하는 반면, 미국은 평면도형과 관련한 여러 가지 주제를 여러 학년에 걸쳐 반복적이며 점진적으로 심화하여 지도하고 있었다.

교과서 단원 구성 체제를 비교한 결과, 두 교과서 모두 차시 학습을 시작할 때 주제와 관련 있는 활동을 실시하고 단원의 마지막에 단원 평가 및 심화 학습을 위한 내용을 제시한다는 공통점이 있었다. 그러나 교과서의 제공 방법, 학년별 학습 내용 요소, 개념 정의 부분에서는 차이점이 있었다.

우리나라 2009 개정 교과서와 미국 EM 교과서의 평면도형 영역을 비교·분석한

결과를 통해 EM 교과서가 우리나라의 교과서 개선에 도움이 될 수 있는 시사점을 추출하면 다음과 같다.

첫째, 도형의 개념을 정의할 때 엄밀한 정의를 제시할 필요가 있다. 정확하지 않은 정의를 계속 사용하면 학생들이 오개념을 가지게 된다. 따라서 우리나라 교과서에서도 같은 용어지만 학생들의 학습 수준에 따라 용어를 보다 엄밀하게 정의하는 것을 고려할 필요가 있다.

둘째, 오목다각형을 포함하는 도형의 다양한 예와 반례를 제시할 필요가 있다. 학생들은 어떤 도형에 대하여 정의보다는 교과서에 제시된 예를 보고 시각적 이미지로 기억하는 경향이 있다. 그래서 학생들은 자신들이 기억하고 있는 이미지와 다른 모양의 도형이 제시되었을 때에 도형을 바르게 인식하지 못하는 경우가 생긴다. 좀 더 다양한 예와 반례를 함께 제시한다면 학생들이 해당 도형에 대한 정확하고 바른 개념을 갖는데 도움이 될 것이다.

셋째, 컴퍼스 등 도구의 용도 및 사용법에 대해 자세하게 지도할 필요가 있다. EM 교과서에서는 직선자(Straightedge)와 눈금자(Ruler)를 구분하여 사용한다. 선분, 반직선, 직선 등 끝은 선을 그릴 때에는 주로 직선자를 사용하며 길이를 측정할 때는 눈금자를 사용하고 있다. 한편 컴퍼스는 원을 그릴 때뿐만이 아니라 선분의 길이를 옮길 때도 사용한다는 점을 학생들에게 강조한다면 조건에 맞는 합동인 삼각형을 그릴 때 필요한 도구를 쉽게 떠올릴 수 있을 것이다.

주요어 : 평면도형, 교과서 비교, 2009 개정 교육과정, 초등학교 수학 교과서, CCSSM, 미국 EM 교과서

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

지식정보화 시대인 오늘날 과학·기술은 매우 빠르게 발전하고 있으며 변화하는 시대의 흐름에 발맞추기 위해 우리나라를 비롯한 세계 각국에서는 창의적인 인재 육성에 더욱더 많은 관심을 기울이고 있다. 이러한 변화의 흐름이 교육에 잘 반영될 수 있도록 교육부는 많은 예산을 투입하여 다양한 교육주체들의 요구를 반영하여 수시로 교육과정을 개편 및 수정하고 있다. 교육과정에서 제시하고 있는 목표를 달성하는데 교과서는 여전히 교사들이 현장에서 가장 중요하게 사용하는 자료이며 교과서는 학생과 교사가 추구하는 목표를 실현하기 위한 필수적인 요소라고 할 수 있다.

학교에서 실제 수업의 대부분이 교과서로 진행되고 있기 때문에 교과서는 실질적으로 교육활동의 중심에 있다고 할 수 있다. 미국 등 선진국의 경우에는 효과적인 수학 교육의 방법을 여러 가지로 모색하고 있는데 그 중에서도 교과서의 질을 향상시키기 위한 노력을 가장 많이 하고 있다. 이는 교과서의 중요성을 정확하게 보여 주는 사례이다. 실제 학교 수업의 대부분을 차지하는 교과서가 변하지 않는다면 교육 개선하고자 하는 노력에도 한계가 있음에 주목해야 한다.(권혁세, 2014, p.1).

우리나라 수학 교과서를 분석하고 평가하기 위해서는 다른 나라의 수학 교과서를 탐색하는 작업이 필요하다. 우리나라 교과서와 외국 교과서의 교과서 구성 체제 및 지도 내용을 비교하는 과정을 통해 개선을 위한 의미 있는 시사점을 얻을 수 있기 때문이다. 2010년 6월에 미국은 공교육의 부실화 및 학생들의 학업성취도 부진 등을 이유로 Common Core State Standard(이하 CCSS)를 공표하였다. 수학 교육과정에 대한 기준은 Common Core State Standard for Mathematics(이하 CCSSM)으로 우리나라는 국가수준 교육과정에 따른 국정교과서를 사용하고 있으나 미국의 경우 CCSS를 기준으로 주 단위의 교육과정을 마련하며 교과서 종류도 다양하다. 이 중 CCSSM에 맞추어 개발된 Everyday Mathematics CCSSM Edition(이하 EM)은 매년 미국의 약 430만명의 학생들이 사용하고 있다.(손민경,

2014, p.3) 우리나라에서는 2009 개정 교육과정에 따라 초등학교의 경우 새롭게 개정된 내용을 2013년에 1·2학년 교과서, 2014년에 3·4학년 교과서, 2015년에 5·6학년 교과서를 적용하였다. 우리나라와 미국 모두 최근 개정된 교육과정에 따른 교과서를 도입하고 있는 비슷한 상황에 놓여 있어 우리나라 2009 개정 초등학교 수학 교과서와 미국 CCSSM이 반영된 EM 교과서를 비교하는 것은 많은 의미가 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 우리나라와 미국의 교과서에 제시된 평면도형과 관련된 학습 내용을 중심으로 교과서 구성 체제와 지도 내용을 구체적으로 살펴보고자 한다. 교과서 전체의 내용을 다루기에는 양이 방대하고 심도 있는 연구가 이루어지기 어렵다고 판단되어 본 연구에서는 도형영역 중 평면도형을 중심으로 다루어 보고자 한다. 본 연구를 통해 우리나라와 미국의 초등학교 수학 교과서 비교·분석을 통해 우리나라 교과서의 질을 향상시킬 수 있는 시사점을 도출하고 더 나아가 교수학습의 개선 및 우리나라 수학 교육 발전에 기여하고자 한다.

2. 연구내용 및 방법

본 연구는 2009 개정 교육과정에 따른 우리나라 초등학교 수학 교과서와 미국 EM교과서 내용 중 평면도형 영역을 비교·분석하기 위하여 다음과 같은 내용과 방법으로 연구하였다.

첫째, 우리나라의 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정과 미국의 CCSSM 초등학교 교육과정에서 평면도형 학습 내용을 비교·분석한다.

둘째, 우리나라의 초등학교 수학 교과서와 미국의 EM교과서의 단원 구성 체제를 비교·분석한다.

셋째, 우리나라의 초등학교 수학 교과서와 미국의 EM교과서의 평면도형 영역 학습 내용을 비교·분석한다.

3. 연구의 제한점

본 연구는 다음과 같은 제한점이 있다.

첫째, 우리나라의 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정과 미국의 CCSSM 초등학교 교육과정 중 평면도형 영역만을 비교·분석 대상으로 제한하였으므로 교육과정의 전 범위에 결과를 적용하기에는 한계가 있다.

둘째, 교과서 비교·분석을 위해서 현재 우리나라의 2009개정 초등학교 수학 교과서와 미국의 EM교과서를 그 대상으로 하였으므로, 본 연구의 결과를 모든 교과서에 일반화하기에는 제한점이 있다.

II. 선행연구 분석

1. 우리나라와 미국의 교과서 비교 연구

우리나라와 미국의 교과서를 비교한 연구로는 김연미(1999), 장유리(2012), 이정현(2006), 손민경(2014), 박상욱(2014), 김지혜(2014) 등이 있다.

김연미(1999)는 우리나라와 미국의 초등학교 저학년 수학 교과서 및 교육과정을 비교 분석하였다. 그 결과 미국 교과서가 흥미유발 및 동기부여, 실생활 및 타 교과와의 연계성, 수학적 의사소통 및 모둠 활동, 철저한 피드백을 고려하고 있다는 측면에서 우리나라 교과서가 참고할 만한 모델이 될 수 있다고 하였다.

장유리(2012)는 우리나라와 미국의 교육과정과 고등학교 수학 교과서를 비교 분석하였다. 우리나라 교과서는 단원의 내용을 배워야 하는 이유를 제시하지 않고 있으나 미국 교과서는 실생활을 통하여 그 이유를 제시하고 있어 학생들이 수학을 배워야 할 필요성을 확실하게 느낄 수 있다고 하였다. 또한 미국 교과서는 내용을 장황하게 설명하는데 비해 우리나라 교과서는 내용을 체계적이고 간결하게 제시한다고 하였다.

이정현(2006)은 초등학교 3~6학년의 수와 연산 단원을 중심으로 우리나라와 미국 수학 교과서의 단원 전개 방식과 학습 내용 체계를 비교하였다. 우리나라와 미국의 수학과 교육과정을 분석하고 교과서의 전개 순서 및 내용을 비교한 결과 우리나라 교과서가 다양한 실생활 문제를 제시하여 수학의 유용성을 인식할 수 있도록 하고 유사한 주제별로 단원을 구성하여 개념을 함께 떠올릴 수 있도록 개선될 필요가 있다고 주장하였다. 또한 구체적인 조작활동의 기회를 더 많이 제공하고 계산 원리를 지도함에 있어 학습자들이 자율적으로 탐구할 수 있도록 해야 한다고 하였다.

손민경(2014)은 도형의 합동에 대해 우리나라와 미국의 초등학교 교과서를 비교하였다. 우리나라 교과서에서는 하나의 단원에서 합동을 지도하지만 미국은 매년 합동에 대하여 반복 및 심화하여 지도하고 있는 점과 합동인 도형을 작도하는데 컴퍼스와 자의 용도를 제시하는 점에서 차이가 있다고 하였다. 이에 합동을 정의할 때 선분과 각 등의 기본도형의 합동을 지도할 필요가 있고 우리나라 학생

들에게도 길이를 옮길 때 컴퍼스가 사용된다는 것을 알려주어야 하며 테셀레이션 을 통해 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 해야 한다고 주장하였다.

박상욱(2014)은 우리나라와 미국의 초등학교 수학 교과서를 확률 영역을 중심으로 비교하였다. 이를 위해 우리나라의 2007 개정 교과서와 미국의 EM 교과서의 확률 영역을 살펴보았다. 그 결과 확률지도 시기를 조정하고 질적 확률을 지도하는 것을 고려할 필요가 있으며 확률을 지도하는 데 있어 빈도적 관점을 반영해야한다고 주장하였다.

김지혜(2014)는 방정식을 중심으로 한국과 미국의 초등학교 수학 교과서를 비교·연구하였다. 우리나라 교육과정과 EM 교육과정을 비교한 결과, EM 교육과정에서는 방정식 관련 여러 주제들이 우리나라 교육과정보다 더 일찍 도입되어 여러 학년에 걸쳐 반복적이며 점진적으로 심화되어 제시되고 있다고 하였다. 또한 전반적으로 우리나라 교과서에서는 실생활과 관련한 맥락적 접근을 중요시하는 반면에 EM 교과서에서는 수학적 개념만을 다루고 있다고 하였다. 같은 개념이지만 우리나라와 미국이 다른 방법으로 접근하고 있는 것들은 장단점을 고려하여 어떻게 제시하는 것이 가장 바람직한지 고려해볼 필요가 있다고 주장하였다.

2. 평면도형에 대한 선행연구

평면도형에 대한 선행연구에는 방정숙(2010), 조유진(2015), 서은영(2008), 장희정(2013) 등이 있다.

방정숙(2010)은 평면도형에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서를 분석하였다. 교과서의 ‘약속’에 제시된 평면도형 관련 정의들이 수학적 정의와 차이가 있는 용어들이 있어 학생들이 오개념을 갖지 않도록 주의해야 한다고 하였다. 평면도형의 지도 방법 면에서 지도 방법이 반드시 한 가지일 필요는 없으며 각 활동에 대한 적절성을 재고해야 한다고 주장하였다. 어떤 지도방법이 어떤 면에서 더 효율적인지 경험적 근거를 들어 논의할 필요가 있다고 하였다.

조유진(2015)은 도형개념학습에서 학습자의 수학 용어 구성과정을 분석하였다. 그 결과, 학생들은 도형의 특징을 살펴보고 분류할 때 세밀하게 분석하지 않

을 경우 기존에 알고 있는 도형에 기초한 분류를 한다는 것을 알아냈다. 또한 분석하는 활동 자체가 도형에 대한 이해를 높여줄 수 있었으며 도형의 포함관계에 대한 학생들의 이해 수준에 차이가 있었다고 하였다. 따라서 수학교육에서 토론 활동을 적극적으로 할 필요가 있으며 학습자들이 도형을 분석하고 분류하는 방법을 교사가 이해하고 수업을 설계해야 한다고 주장하였다.

서은영(2008)은 van Hiele 이론에 근거하여 기하적 사고 수준을 분석하고 도형지도에 관한 연구를 실시하였다. van Hiele 이론에 근거한 수업은 학생들이 다양한 기하학적 경험을 할 수 있도록 구체적인 활동과 모둠원간의 상호작용을 강조하여 학생들의 사고 수준 향상에 긍정적인 영향을 미쳤다고 하였다. 그러나 사고 수준이 향상되지 않거나 오히려 하락한 학생도 있어 부분적인 개선을 요하거나 정의적 측면에서의 지도가 우선되어야 한다고 하였다. 연구를 통해 학생들이 지닌 사고 수준의 다양성을 인식하고 수준에 따른 적절한 과제를 제시하여 사고 수준을 향상시킬 수 있도록 해야 한다고 주장하였다.

장희정(2013)은 초등 수학교과서에서 제시하는 삼각형의 예와 비례를 분석하고 초등학생들의 예와 비례 식별에 대해 실태조사를 하였다. 교과서 분석과 설문조사 결과 비직관적으로 삼각형이 아닌 예는 25학년 수학 교과서에서는 다루어지지 않았지만 학생들이 쉽게 식별하였다고 하였다. 하지만 학생들이 보다 다양한 유형의 삼각형의 예와 비례를 접할 수 있도록 다양한 도형을 교과서에 제시할 필요가 있다고 주장하였다. 학생들이 어려워하는 뾰족한 삼각형이나 둔각삼각형을 교과서에 제시한다면 학생들이 삼각형에 대해 개념을 형성하는데 도움을 줄 수 있을 것이라고 하였다.

3. EM 교육과정에 대한 선행연구

EM 교육과정에 대한 선행연구에는 Isaacs et al.(2001)과 Carroll(2001) 등이 있다.

Isaacs et al.(2001)은 UCSMP(The University of Chicago School Mathematics Project)의 EM 교육과정에 대한 연구에서 교육과정은 이전의 학년에서 배운 내용을 점차 발전해 나가는 형태로 나아가고 주제는 나선형으로

연결되어야하며 연습 문제는 밀집되기 보다는 분배되어야 한다고 주장하였다. 그리고 문제 해결력을 신장시킬 수 있어야 하고 풍부한 문제와 수학적 모델링, 계산기 등의 교구를 사용해야 한다고 하였다. 이에 이러한 아이디어를 바탕으로 EM 교육과정이 개발되었다.

Carroll(2001)은 EM 교육과정을 통해 학습한 학생들을 대상으로 종적 연구를 실시하여 EM 교육과정의 긍정적인 면과 아쉬운 면을 분석하였다. 긍정적인 면으로는 문제해결력이 신장되고 활동이 실생활과 연계되었다는 점과 수학 개념의 이해에 대해 강조했다는 점이다. 또한 수학을 다른 분야와 통합하고 모둠 활동과 토론을 통해 학생들의 추론 능력과 수학적 의사소통능력을 강조하였으며 다양한 교구를 사용한 점도 긍정적으로 보았다. 반면 연산 연습 문제가 부족하여 학생들의 산술 능력이 부족할 수 있으며 수준이 낮은 학생에게는 수업 내용이 너무 비약적이며 연결성이 떨어진다는 점을 아쉽다고 분석하였다.

4. 교과서 비교·분석틀

우리나라 2009개정 초등학교 수학 교과서와 미국 EM 교과서를 비교·분석하기 위한 틀을 마련하기 위해 II-1절의 선행연구에서 취하고 있는 교과서 비교·분석 관점들을 정리하면 <표 II-1>과 같다.

<표 II-1> 선행연구에서의 교과서 비교·분석의 관점

연구자	비교·분석 관점
김연미(1999)	교육과정의 영역별 내용, 교과서의 활동 분석
장유리(2012)	교과서의 외적·내적 체제, 교과서 내용 비교
이정현(2006)	교과서의 전개 순서, 교과서 내용 비교
손민경(2014)	교과서 구성 체제, 단원 및 차시, 내용 요소, 내용 전개 방법
박상욱(2014)	교육과정, 교과서 단원 구성 체제·지도 내용·지도 방법 비교 분석
김지혜(2014)	단원 구성 체제 및 조직, 지도 내용, 내용 구성 특징

선행연구를 살펴보면 우리나라와 다른 나라의 교과서를 비교할 때, 세부 내용의

분석에 앞서 교과서 구성 방식 등 외적 특징이나 단원의 구성 체계를 비교·분석하고 있다. 또 교과서는 교육과정이 반영된 것이므로 교과서 분석에 앞서 우리나라와 미국의 교육과정을 비교·분석할 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 <표 II-2>와 같이 교과서 비교·분석 틀을 설정하였다. 크게 형식적 측면과 내용적 측면으로 나누어 형식적 측면에서는 단원 구성 체계를, 내용적 측면에서는 평면도형 관련 단원 및 차시와 평면도형 관련 주제를 비교·분석한다. 평면도형 관련 주제는 우리나라 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정에서 학습내용 성취기준으로 분류하고 있는 내용을 바탕으로 세분화하였다.

<표 II-2> 본 연구의 교과서 비교·분석틀

형식적 측면	단원 구성 체계 비교·분석	
내용적 측면	평면도형 단원 및 차시	
	평면도형 관련 주제	도형의 기초
		평면도형의 이동
		원의 구성 요소
		여러 가지 삼각형
		여러 가지 사각형
		다가형
합동과 대칭		

Ⅲ. 우리나라와 미국 초등학교 수학과 교육과정에서의 평면도형 관련 내용 비교·분석

1. 우리나라 초등 수학과 교육과정에서의 평면도형 관련 내용

우리나라의 2009 개정 교육과정에서는 초등학교 수학 학습 내용을 ‘수와 연산’, ‘도형’, ‘측정’, ‘규칙성’, ‘확률과 통계’의 5개 영역으로 나눈다. 평면도형은 ‘도형’ 영역에 포함되어 있다. ‘도형’ 영역에서는 평면도형과 입체도형의 구성 요소, 개념, 간단한 성질 및 공간감을 다룬다. 2009 개정 교육과정은 학년군별로 학습 내용과 성취기준을 제시하고 있는데 도형 영역의 구체적인 내용은 <표 III-1>과 같다(교육부, 2015a).

<표 III-1> 우리나라 2009 개정 교육과정의 도형 영역 학습 내용과 성취 기준(교육부, 2015a)

학년군	학습 내용	성취 기준
1~2학년군	입체도형의 모양	① 교실 및 생활 주변에서 여러 가지 물건을 관찰하여 직육면체, 원기둥, 구의 모양을 찾고, 그것들을 이용하여 여러 가지 모양을 만들 수 있다. ② 쌓기나무를 이용하여 여러 가지 입체도형의 모양을 만드는 활동을 통하여 입체도형에 대한 감각을 기른다.
	평면도형의 모양	① 교실 및 생활 주변에서 여러 가지 물건을 관찰하여 사각형, 삼각형, 원의 모양을 찾고, 그것들을 이용하여 여러 가지 모양을 꾸밀 수 있다. ② 칠교판을 이용하여 여러 가지 모양을 자유롭게 꾸미거나 주어진 모양을 채우는 활동을 통하여 평면도형에 대한 감각을 기른다.
	평면도형과 그 구성요소	① 삼각형, 사각형, 원을 직관적으로 이해하고, 그 모양을 그릴 수 있다. ② 꼭짓점과 변을 알고 찾을 수 있다. ③ 삼각형, 사각형에서 각각의 공통점을 찾아 말하고, 이를 일반화하여 오각형, 육각형을 알고 구별할 수 있다.

3~4학년군	도형의 기초	<ul style="list-style-type: none"> ① 직선, 선분, 반직선을 알고 구별할 수 있다. ② 각과 직각을 이해하고, 직각과 비교하는 활동을 통해 예각과 둔각을 구별할 수 있다. ③ 교실 및 생활 주변에서 직각인 곳과 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통해 직선의 수직 관계와 평행 관계를 이해한다.
	평면도형의 이동	<ul style="list-style-type: none"> ① 구체물의 밀기, 뒤집기, 돌리기 활동을 통하여 그 변화를 이해한다. ② 평면도형의 이동을 이용하여 규칙적인 무늬를 꾸밀 수 있다.
	원의 구성 요소	<ul style="list-style-type: none"> ① 원의 중심, 반지름, 지름을 알고, 그 관계를 이해한다. ② 컴퍼스를 이용하여 여러 가지 크기의 원을 그려서 다양한 모양을 꾸밀 수 있다.
	여러 가지 삼각형	<ul style="list-style-type: none"> ① 여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활동을 통해 이등변삼각형, 정삼각형을 이름 짓고 이해한다. ② 여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활동을 통해 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형을 이름 짓고 이해한다.
	여러 가지 사각형	<ul style="list-style-type: none"> ① 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통해 직사각형, 정사각형, 사다리꼴, 평행사변형, 마름모를 이름 짓고 이해한다. ② 여러 가지 사각형의 성질을 이해한다.
	다각형	<ul style="list-style-type: none"> ① 다각형, 정다각형과 대각선의 뜻을 안다. ② 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들 수 있다. ③ 주어진 도형을 여러 가지 모양을 덮을 수 있다.
5~6학년군	합동과 대칭	<ul style="list-style-type: none"> ① 구체적인 조작 활동을 통해 도형의 합동의 의미를 알고, 합동인 도형을 찾을 수 있다. ② 합동인 두 도형에서 대응점, 대응변, 대응각을 각각 찾고, 그 성질을 이해한다. ③ 선대칭도형과 점대칭도형의 의미를 알고 그릴 수 있다.
	직육면체와 정육면체	<ul style="list-style-type: none"> ① 직육면체와 정육면체를 알고, 구성 요소와 성질을 이해한다. ② 직육면체와 정육면체의 전개도와 겨냥도를 그릴 수 있다.

각기둥과 각뿔	① 각기둥과 각뿔을 알고, 구성요소와 성질을 이해한다. ② 각기둥의 전개도를 그릴 수 있다.
원기둥과 원뿔	① 원기둥, 원뿔, 구와 그 구성 요소를 알고, 성질을 이해한다. ② 원기둥의 전개도를 이해한다.
입체도형의 공간 감각	① 쌓기나무로 만든 입체도형을 보고 사용된 쌓기나무의 개수를 구할 수 있다. ② 쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 표현할 수 있다. ③ 쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 표현한 것으로부터 입체도형의 모양을 알 수 있다.

<표 III-1>를 보면 알 수 있듯이 2009 개정 교육과정에서는 교육과정의 편성·운영에 있어 학년간 상호 연계와 통합을 통해 보다 유연한 교육과정을 지향한다. 이에 지도내용을 1~2학년, 3~4학년, 5~6학년의 3개 학년 군으로 구분하여 제시하고 있다. 평면도형 부분을 구체적으로 살펴보면 먼저 1학년에서는 평면도형의 모양에 대해 익힌다. 교실 및 생활 주변에서 사각형, 삼각형, 원의 모양을 가진 물건을 찾고 이것들을 이용하여 다양한 모양을 만들고 서로 비교하게 한다. 여러 가지 물건을 사각형, 삼각형, 원의 모양으로 분류하고 이름 짓기의 필요성을 알도록 하며 분류한 방법을 설명하도록 한다. 칠교판을 이용하여 다양한 모양을 자유롭게 꾸미고 주어진 모양을 채워보게 한다.

2학년에서는 평면도형과 그 구성 요소를 다룬다. 생활 주변의 여러 가지 사물에서 삼각형, 사각형, 원을 찾아보고 여러 가지 방법으로 그려보도록 한다. 꼭짓점과 변을 이용하여 도형을 설명하며 삼각형, 사각형에서 각각의 공통점을 찾아본다. 그리고 삼각형, 사각형의 공통점을 찾은 방법을 활용하여 오각형, 육각형을 알고 구별해보도록 한다.

3학년에서는 선분, 반직선, 직선을 그리고 구별하며 실생활에서 각과 직각이 사용되는 예를 찾아 설명하도록 한다. 여러 가지 모양의 삼각형과 사각형에 대한 분류 활동을 통해 직각삼각형, 직사각형, 정사각형을 이름 짓고 성질을 찾도록 안내하고 있다. 구체물의 밀기, 뒤집기, 돌리기를 통하여 변화된 모양을 이해하

고 평면도형의 이동을 이용하여 규칙적인 무늬를 나타내고 설명하도록 한다. 여러 가지 원에서 원의 중심, 반지름, 지름의 관계를 이해하고 컴퍼스를 이용하여 여러 가지 크기의 원을 그려서 다양한 모양을 꾸미도록 하고 있다.

4학년에서는 예각과 둔각이 사용되는 예를 찾고 직각과 비교하여 구별하도록 한다. 여러 가지 모양의 삼각형에 대한 분류 활동을 통해 예각삼각형, 둔각삼각형, 이등변삼각형, 정삼각형을 이름 짓고 이해하도록 안내하고 있다. 교실 및 생활 주변에서 직각인 곳과 만나지 않는 직선을 찾는 활동을 통해 직선의 수직 관계와 평행 관계를 이해하고 그려보도록 한다. 여러 가지 모양의 사각형에 대한 분류 활동을 통해 사다리꼴, 평행사변형, 마름모, 직사각형을 이름 짓고 성질을 찾도록 안내하고 있다. 다각형의 뜻과 구성 요소를 알고 다각형 중 정다각형의 의미를 이해하며 대각선의 뜻을 알고 여러 가지 도형의 대각선을 찾아보도록 한다. 주어진 도형으로 여러 가지 모양을 만들거나 주어진 도형을 여러 가지 모양으로 덮고 방법을 설명하도록 하고 있다.

5학년에서는 도형을 직접 대어 보거나 겹쳐 보는 조작 활동을 통하여 합동의 개념을 이해하고 자, 각도기, 컴퍼스를 사용하여 합동인 삼각형을 그려 보는 활동을 한다. 또한 선대칭도형을 관찰하여 어떻게 좌우가 합동이 되는지를 알아보며 선대칭도형의 개념을 형성하는 활동을 하게 된다. 점대칭도형에서는 대칭의 중심을 중심으로 180° 돌려 보는 활동을 통해 처음 도형과 완전히 겹쳐지는지 확인하고 점대칭도형의 개념을 형성하도록 하고 있다.

6학년에서는 각기둥과 각뿔, 원기둥과 원뿔, 쌓기 나무와 같은 입체도형의 내용만을 다루고 있다.

2. 미국 초등 수학과 교육과정에서의 평면도형 관련 내용

미국의 수학 공통 핵심 교육과정 기준인 CCSSM에서 등장하는 초등 수학 내용 영역은 ‘Counting & Cardinality(수 세기와 기수)’, ‘Operations & Algebraic Thinking(연산과 대수적 사고)’, ‘Numbers & Operations in Base Ten(십진수에서의 수와 연산)’, ‘Numbers & Operation - Fraction(수와 연산-분수)’, ‘Measurement & Data(측정과 자료)’, ‘Geometry(기하)’

의 6개로 되어 있다. 그 중에서 평면도형은 ‘Geometry(기하)’에 속해 있으며 CCSSM의 학년별 기하 영역의 구체적인 내용은 <표 III-2>과 같다(CCSSM, 2010).

<표 III-2> 미국 CCSSM의 기하 영역 학년별 내용 기준 체계와 세부 기준(CCSSM, 2010)

학년	내용 기준	세부 기준
1학년	모양과 그 속성으로 추론하기	<ul style="list-style-type: none"> ① 정의적 속성(예-삼각형은 세 변으로 둘러싸인 도형)과 비 정의적 속성(예-색, 방향, 크기)을 구별하기. 정의적 속성을 기억하기 위해 모양을 만들고 그리기 ② 합성 도형을 만들기 위해 평면도형(직사각형, 정사각형, 사다리꼴, 삼각형, 반원, 부채꼴)이나 입체도형(정육면체, 직육면체, 원뿔, 원기둥) 만들기. 합성된 도형으로 새로운 도형 모양을 만들기 ③ 원과 직사각형을 두 개, 네 개의 똑같은 조각으로 나누기. 그 조각을 ‘절반, 4분의 1, ~의 절반, ~의 4분의 1개’를 사용하여 설명하기. 두 조각 또는 네 조각으로 전체를 설명하기. 이 예로 동일한 조각으로 나누는 것은 더 작은 조각을 만든다는 것을 이해하기
2학년	모양과 그 속성으로 추론하기	<ul style="list-style-type: none"> ① 주어진 각의 개수 또는 주어진 동일한 면의 개수와 같이 명시된 속성을 가진 도형을 인식하고 그리기. 삼각형, 사각형, 오각형, 육각형, 정육면체 찾기 ② 사각형을 같은 크기의 정사각형으로 가로와 세로로 나누고 그것의 총 개수를 세기 ③ 사각형과 원을 2,3,4개의 동일한 조각으로 나누기. ‘절반, 3분의 1, ~의 절반, ~의 3분의 1’의 용어를 사용하여 조각을 설명하기. 전체를 ‘절반 2개, 3분의 1 3개, 4분의 1 4개’로 설명하기. 전체를 동일하게 나눈 조각은 같은 모양이지 않아도 된다는 것을 인식하기
3학년	모양과 그 속성으로 추론하기	<ul style="list-style-type: none"> ① 다른 범주의 도형(예-마름모, 직사각형 등)도 같은 속성(예-4개의 변이 있다)을 가질 수 있다는 것을 이해하기. 같은 속성은 큰 범주(예-사각형)를 정의할 수 있다는 것을 이해하기. 사각형의 예로 마름모, 직사각형, 정사각형은 사각형 인식하기. 사각형의 어느 하위 범주에도 속하지 않는 사각형의 예 그리기 ② 도형을 같은 면적으로 나누기, 각 부분의 면적을 전체의 단위 조각으로 표현하기(예-어떤 도형을 4개의 동일한 면적으로 나누고 각 부분의 면적을 ‘전체 넓이의 1/4’로 설명하기)

4학년	선과 각을 알고 그리며, 선과 각의 특징에 따라 모양 분류하기	① 점, 직선, 선분, 반직선, 각(직각, 예각, 둔각)과 수직선, 평행선 그리기. 평면도형에서 이들을 발견하기 ② 평행선 또는 수직선의 유무에 따라 또는 특별한 크기의 각의 유무에 따라 평면도형을 분류하기. 하나의 범주로 직각삼각형을 인식하고 발견하기 ③ 평면도형을 반으로 접었을 때 완전히 포개어지는 도형을 가로지르는 대칭축 인식하기. 선대칭도형을 발견하고 대칭축 그리기
5학년	그래프는 실생활과 수학적 문제를 해결하기 위한 좌표 평면을 가리킴.	① 좌표체계를 정의하기 위해 각 직선의 0과 일치하도록 정렬된 직선의 교차점(원점), 순서쌍을 사용하여 평면에 주어진 점, 축이라고 불리는 한 쌍의 수직선을 사용하기. 두 개 축의 이름과 좌표가 일치하는 관례(예 -x축과 x좌표, y축과 y좌표)와 더불어 첫 번째 숫자는 첫 번째 축의 원점으로부터 얼마나 떨어져 있는지를 나타내고, 두 번째 숫자는 두 번째 축으로부터 얼마나 떨어져 있는지를 나타냄을 이해하기 ② 실생활과 수학적 문제를 좌표평면 1사분면의 점으로 표현하고 상황의 문맥상에서 점의 좌표 값 해석하기
	평면도형을 그 특징에 근거하여 범주로 분류하기	③ 평면도형의 범주와 그 범주의 모든 하위 범주에 속하는 속성 이해하기(예 -모든 직사각형은 네 개의 직각을 가지며 정사각형은 직사각형이다. 따라서 모든 정사각형은 네 개의 직각을 가진다.) ④ 속성에 따라 체계적으로 평면도형 분류하기
6학년	넓이, 겹넓이, 부피를 포함한 실생활과 수학적 문제 해결하기	① 직사각형의 합성 또는 삼각형과 다른 도형으로의 분할로 직각삼각형, 그 밖의 삼각형, 특별한 사각형, 다각형의 넓이 구하기. 실생활과 수학적 문제 해결의 맥락에서 이러한 기술 적용하기 ② 각 모서리의 길이를 적절한 단위만큼 쪼개어 만든 단위부피를 채움으로써 직육면체의 부피를 구하고 그 부피는 각기둥의 모서리를 곱해서 구하는 것과 같다는 것을 증명하기. 실생활과 수학적 문제 해결의 맥락에서 부분적인 모서리 길이로 직육면체의 부피를 구하기 위해 $V=lwh$ 와 $V=bh$ 공식 적용하기 ③ 좌표평면에 꼭짓점의 좌표가 주어진 다각형 그리기. 동일한 첫째 좌표와 동일한 둘째 좌표를 연결한 변의 길이를 구하기 위해 좌표 사용하기. 실생활과 수학적 문제 해결의 맥락에서 이러한 기술 적용하기 ④ 직사각형과 삼각형으로 만든 격자무늬를 사용하여 입체도형을 표현하고 이 도형들의 겹넓이를 구하는데 격자무늬 사

	용하기. 실생활과 수학적 문제 해결의 맥락에서 이러한 기술 적용하기
--	---------------------------------------

<표 III-2>를 보면 알 수 있듯이 미국 CCSSM의 기하영역을 살펴보면 1학년부터 5학년까지는 도형에 대해 배우지만 6학년부터는 측정 영역이 없어짐에 따라 기하 영역에서 평면도형, 입체도형의 넓이, 겹넓이, 부피와 같은 측정 영역을 통합하여 다룬다. 미국 CCSSM의 기하 영역 중 평면도형 부분을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

1학년에서는 정의적 속성과 비정의적 속성을 구별하고 평면도형이나 입체도형을 만들어 보도록 한다. 도형을 합성하여 새로운 도형을 만들거나 똑같은 조각으로 나누어 그 조각을 ‘절반, 4분의 1, ~의 절반, ~의 4분의 1개’을 사용하여 설명하게 한다.

2학년에서는 명시된 속성을 가진 도형을 인식하고 그리도록 안내한다. 사각형과 원을 동일한 조각으로 나누어보도록 하고 전체를 ‘절반 2개, 3분의 1 3개, 4분의 1 4개’로 설명하게 한다. 이때 전체를 동일하게 나눈 조각은 같은 모양이지 않아도 된다는 것을 설명한다.

3학년에서는 다른 범주의 도형도 같은 속성을 가질 수 있다는 것과 같은 속성은 큰 범주를 정의할 수 있다는 것을 이해하도록 한다. 다양한 사각형들의 포함 관계를 인식하도록 하며 사각형의 어느 하위 범주에도 속하지 않는 사각형을 그려보게 한다.

4학년에서는 점, 직선, 선분, 반직선, 각(직각, 예각, 둔각)과 수직선, 평행선 그리고 평면도형에서 이들을 발견하도록 한다. 평행선, 수직선, 특별한 크기의 각의 유무에 따라 평면도형을 분류해보도록 안내한다. 직각삼각형을 하나의 범주로 인식하게 하며 선대칭도형을 발견하고 대칭축 그려보도록 한다.

5학년에서는 평면도형의 범주와 그 범주의 모든 하위 범주에 속하는 속성을 이해하고 속성에 따라 체계적으로 평면도형 분류하도록 한다.

3. 우리나라와 미국의 평면도형 관련 교육과정 비교

우리나라 2009 개정 교육과정과 미국 CCSSM에서 평면도형의 각 내용 요소를 지도하는 시기를 비교해보면 <표 III-3>과 같다. 각 내용 요소는 우리나라 2009 개정 교육과정의 도형 영역의 학습 내용으로 제시된 것을 기준으로 하였다. <표 III-3>에서 알 수 있듯이 우리나라는 각 내용 요소를 특정 학년에 집약적으로 지도한다.

<표 III-3> 우리나라와 미국의 평면도형의 각 내용 요소 지도시기 비교

평면도형 내용 요소	지도 시기	
	우리나라	미국
평면도형의 모양	1학년	1~2학년
평면도형과 그 구성요소	2학년	1~4학년
도형의 기초(선분, 반직선, 직선, 각, 직각, 수직과 평행)	3학년	4~5학년
평면도형의 이동(밀기, 뒤집기, 돌리기, 무늬 만들기)	3학년	4~6학년
원의 구성 요소(원의 중심, 반지름, 지름, 원 그리기)	3학년	1~4학년
여러 가지 삼각형	4학년	1~6학년
여러 가지 사각형	4학년	1~6학년
다가형	4학년	2~6학년
합동과 대칭	5학년	4~6학년

IV. 우리나라와 미국 초등학교 수학 교과서에서의 평면도형 관련 내용 비교·분석

이 장에서는 우리나라의 2009 개정 교육과정에 따른 초등 수학 교과서와 미국의 CCSSM을 반영한 Everyday Mathematics Common Core State Standards Edition 교과서의 평면도형 부분을 단위 구성 체제, 평면도형 영역 학습 내용으로 나누어 비교·분석한다. 선행연구를 바탕으로 II-4장에서 세운 본 연구의 교과서 비교·분석틀에 따라 비교하며 세부 내용을 포함한 분석틀은 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> 세부 내용을 포함한 교과서 비교·분석틀

형식적 측면	단위 구성 체제 비교·분석(IV-1)	
내용적 측면	평면도형 단위 및 차시(IV-2-가)	
	평면도형 관련 주제 (IV-2-나)	도형의 기초(선분, 반직선, 직선, 각, 직각, 수직과 평행)
		평면도형의 이동(밀기, 뒤집기, 돌리기, 무늬 만들기)
		원의 구성 요소(원의 중심, 반지름, 지름, 원 그리기)
		여러 가지 삼각형
		여러 가지 사각형
		다각형
합동과 대칭		

1. 단위 구성 체제 비교·분석

가. 우리나라 교과서의 단위 구성 체제

1) 수학 교과서

우리나라의 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서 초등학교 수학과 교과용 도서는 ‘수학 교과서’, ‘수학 익힘책’, ‘교사용 지도서’가 있다. 수학 교과서는 수학적 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 수학적으로 사고하고 의사소통하는 능력을 길러, 여러 가지 현상과 문제를 수학적으로 고찰함으로써 합리적이고 창의적으로 해결하며, 수학 학습자로서 바람직한 인성과 태도를 기른다는 수학 과목

의 목표(교육부, 2015a)에 따라 <표 IV-2>와 같이 단원 내용을 전개한다.

<표 IV-2> 우리나라 초등 수학 교과서의 단원별 내용 전개(교육부, 2015a)

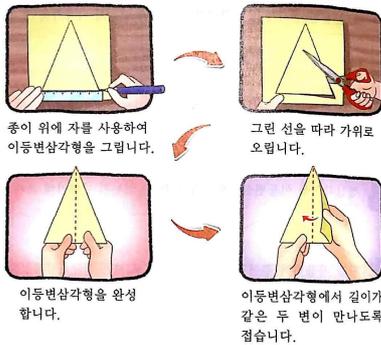
구성요소		내 용
단원 도입		단원 학습 목표와 이와 관련된 삽화나 사진을 제시하여 그 단원에서 공부할 내용의 전체적인 흐름을 구체적으로 알 수 있게 함
본문 차시	생각열기	주어진 상황을 중심으로 학습 주제에 알맞은 것을 생각해 보게 하고 생각한 것을 서로 이야기하여 문제 해결 방법을 생각해 내도록 함
	활동	각 차시의 학습 주제와 관련이 있는 것으로 1~2개 정도로 나누어 제시됨. 학습 목표를 실현하기 위한 활동은 구체적인 물건이나 모형으로 조작하는 활동, 직관활동, 추상 활동이 있음
	마무리	차시에서 학습한 내용을 좀 더 익히거나 적용·발전할 수 있는 활동임
단원 평가		각 차시별 학습 내용을 반영한 문제들을 포함하면서 다양한 평가 유형으로 한 단원의 학습을 평가하고 피드백 할 수 있는 문항으로 구성됨
문제 해결		문제를 해결하는 능력을 기르기 위하여 단원의 주제와 관련된 심화된 문제를 제시하여 학습한 내용을 좀 더 다양하고 깊게 탐구해 볼 수 있는 내용을 중심으로 구성됨
창의 마당	체험 마당	수학을 확장하여 학생들의 생활 속에서 적용하고 체험해 보는 활동임
	놀이 마당	단원의 내용을 놀이를 통하여 재미있게 익히기 위한 방법으로 놀이를 하면서 활동함
	이야기 마당	학생들이 수학에 대한 흥미를 가지도록 하기 위하여 각 단원 내용과 관련이 있는 이야기를 제시함

각 단원은 ‘단원 도입’, ‘본문 차시’, ‘단원 평가’, ‘문제 해결’, ‘창의 마당’으로 구성된다. 스토리텔링과 함께 단원의 핵심 내용을 나타내는 삽화나 사진으로 ‘단원이 도입’되고, ‘본문 차시’에서 각 차시별 학습 주제가 ‘생각 열기’, ‘활동’, ‘마무리’ 순으로 제시된다. ‘본문 차시’에서 학습 주제 및 그 차시 수업을 통해서 도달해야 할 목표이자 핵심 내용이 제시되고 있으며 4학년 1학기 수학 교과서 3단원 13차시인 [그림 IV-1]에서 그 구성요소를 확인할 수 있다. 그 후 ‘공부를 잘했는지 알아봅시다’로 ‘단원평가’를 실시하고 ‘문제해결’에서 단원의 주제와 관련된 심화된 문제를 탐구하게 된다. 마지막으로 ‘체험 마당’, ‘놀이 마당’, ‘이야기 마당’으로 구성된 ‘창의마당’이 제시된다.

이등변삼각형의 성질을 알 수 있어요

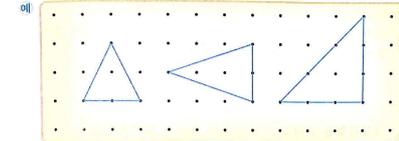
109 **생각하기** 지호는 미술 시간에 색종이로 짐 꾸미기를 했습니다. 지봉을 만들기 위해 이등변삼각형을 그려 오였습니다. 길이가 같은 두 변을 맞대어 접으면 어떻게 되는지 알아보시오.

110 **활동 1** 이등변삼각형을 만들고 어떤 성질이 있는지 찾아보시오.



이등변삼각형을 그리고 각의 크기를 재어 보시오.

111 **활동 2** 이등변삼각형을 그리고 각의 크기를 각도기로 각각 재어 보시오.



이등변삼각형의 각의 크기에 대해 알게 된 것을 이야기해 보시오.

112 **활동 3** 각도기를 사용하여 두 각이 각각 30°인 삼각형을 그려 보시오.

주어진 선분의 양 끝에 각각 30°인 각을 그려 보시오.

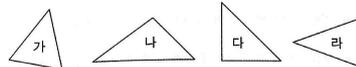
두 각의 변이 만나는 점을 찾아 삼각형을 완성하시오.



그린 삼각형의 변의 길이를 각각 재어 보시오.

그린 삼각형을 어떤 삼각형이라고 할 수 있습니까? 이등변삼각형

113 **활동 4** 각도기만 사용하여 이등변삼각형을 모두 찾아보시오. 가, 나, 다, 라



104

104 수학 4-1

105

3. 각도와 삼각형 105

[그림 IV-1] 수학 교과서의 생각 열기, 활동, 마무리(교육부, 2015g, pp.104-105)

2) 수학 익힘책

수학 익힘책은 기본적으로 수업 시간에 교과서의 보조 자료로 활용하는 것이 아니라 학생들이 학습 결과를 스스로 점검해 보는 자학자습용 워크북으로 활용하도록 구성되었다. 수학 익힘책의 쪽수는 반드시 각 단원의 차시에 상응하게 구성된 것이 아니라 단원의 학습 목표의 도달 여부를 알 수 있는 포괄적인 문제를 중심으로 제시되었다. 또한 수학 익힘책을 학생들로 하여금 뜯어서 과제로 제출하게 할 수도 있고, 문제의 정답과 자세한 풀이 또한 뜯어서 활용할 수 있게 하여 학생들의 자기주도적 학습에 도움이 되도록 제작되었다.

교사는 단원 전개 계획을 참고하여 단원의 차시 학습이 마무리되는 때에 수학 익힘책을 가정 학습으로 활용하도록 안내하거나 교사의 판단에 따라 수업 시간에 학생들의 수준을 고려할 필요가 있을 때 활용할 수 있다.

3) 교사용 지도서

지도서는 크게 ‘단원의 개관’, ‘단원의 도입’, ‘본문 차시 활동’, ‘단원 평가’, ‘문제 해결’, ‘창의 마당’, ‘보충·심화 학습’으로 구성된다. 교사용 지도서의 단원별 구성 체제와 활용 방법은 <표 IV-3>과 같다.

<표 IV-3> 교사용 지도서의 단원별 구성 체제(교육부, 2015a)

구성 요소		내 용
단원의 개관	단원 소개	단원을 가르치는 이유, 교과서 단원별 표지의 설명, 단원 교육에서 중요하다고 판단되는 것들을 제시
	단원 학습 목표	단원에서 성취해야 할 기준을 파악하는 데 도움이 되도록 내용, 과정, 태도 영역으로 세분화하여 제시
	단원 발전 계통	단원의 학습 주제를 중심으로 선수 학습, 본 학습, 후속 학습의 내용을 구별하여 나타냄
	단원의 흐름	단원에서 학습할 과제를 차시별로 세분화하여 추출, 도표로 위계화하여 제시
	단원의 전개 계획	단원의 차시를 교과서 쪽수와 관련시켜 제시하고 학습 주제와 수업 내용 및 활동, 준비물, 익힘책 쪽수를 나타내어 차시별 교육활동에 도움이 되도록 함
	지도상의 유의점	단원을 지도할 때 전체적인 유의점을 제시
	단원 학습 평가	단원 학습 평가의 내용을 단원의 학습 목표의 맥락에 맞추어 내용, 과정, 태도 영역으로 구분하여 제시
	단원 배경 지식	이론적인 배경, 가르치는 이유, 학생들의 예상되는 발문에 대한 답변, 학생들의 다양한 답에 대한 채점 등
단원의 도입	스토리텔링의 흐름(준비물)	단원의 도입 차시의 활동을 도식으로 나타냄
	단원 도입 학습 활동	그림을 살펴보며 이야기 상상하기, 나의 경험 이야기하기와 같은 방법으로 동기 유발 후 수학적 활동을 하고 단원에서 공부할 내용을 개괄함
	단원 스토리텔링	전체 단원을 포괄하는 내용을 제시하거나 수학적 갈등 상황만 제시되고 이후에 차시에 이야기가 유기적으로 연결되도록 함
본문 차시 활동	학습 목표	각 차시에 도달해야 할 학습 목표를 학습자 중심 용어로 제시

	수업의 흐름 (준비물)	차시의 활동을 도식으로 나타내어 수업 내용을 한눈에 파악할 수 있도록 제시
	스토리텔링	교과서의 생각 열기를 스토리텔링과 연계하여 학생들이 수학적 맥락을 이해할 수 있도록 지도
	학습 활동	도입에 해당되는 생각 열기와 스토리텔링은 수학적으로 의미 있게 차시의 활동을 시작할 수 있도록 수학적 맥락을 고려하여 내용을 구성함. 전개에는 차시의 학습 목표에 도달하기 위한 활동을 1~2개 정도로 나누어 제시함. 정리 단계에서는 그 차시의 학습을 익히거나 실생활에 적용하여 수학적 유용성을 직접 경험하는 활동으로 구성함.
	형성 평가	단원 도입 차시를 제외한 모든 차시에 형성 평가 문항을 1~4개 제시
	창의 수학 활동	주제와 관련된 활동을 다양하게 제시하여 학생들이 새로운 관점에서 과제를 탐구하고 지식을 구성하는 데 도움이 되도록 함.
	수학 인성 교육	수학적 인성 요소를 포함하여 일반 인성을 함양할 수 있도록 제시
	참고 자료	단원에서 생각해 볼 내용을 이론적인 배경, 가르치는 이유, 가르치는 데 기초가 되는 것들 등과 같이 교사들에게 좀 더 필요한 내용을 중심으로 해설을 제시
	창의 수학 활동지	필요에 따라서 활동지를 복사하여 학생들에게 제시할 수 있음
	단원 평가	각 문항을 해설하고 각 문항별 '성취 기준, 평가 목표, 모범 답안 및 유사 답안, 채점 시 유의 사항, 오답 유형 및 지도 사항'을 기술
	문제 해결	해당 단원의 학습 주제와 관련된 내용을 학습한 후에 보다 깊게 탐구해 볼 수 있는 심화 내용으로 구성
창의 마당	이야기 마당	생활 주변의 문제나 자연 현상 등에서 나타나는 여러 가지 현상에서 수학을 통하여 그 가치를 인식하고 수학의 필요성을 느낄 수 있는 소재 제시
	놀이 마당	
	체험 마당	
보충·심화 학습	보충 학습	해당 단원의 학습 내용을 학습한 후에 예상되는 보충 내용을 하향화하여 제시
	심화 학습	학습 내용을 보다 깊게 다룰 수 있는 내용으로 구성

나. 미국 EM 교과서의 단원 구성 체계

미국의 EM에는 다양한 학생용 자료와 교사용 자료가 있다. 각 책의 이름과 구체적인 기능을 살펴보면 <표 IV-4>와 같다.

<표 IV-4> EM 학생용 자료와 교사용 자료의 구성

구분	교과서 명	학년	특징
학생용 자료	My reference book	1-2	학생들이 처음 접하는 책으로써 수학의 중요 개념에 대한 설명과 게임에 대한 지침을 제시함.
	Student reference book	3-6	주요 수학 개념에 대한 설명과 EM에서 제시하는 게임에 대한 지침을 안내함. 교실과 가정에서의 학생들의 학습을 도와줌.
	Student math journal	1-6	교실 수업에서 항상 사용되는 책임. 학생 개개인의 수학적 성장에 대한 장기간의 기록을 제공함.
교사용 자료	Teacher's lesson guide	1-6	EM의 핵심으로 학생들이 쉽게 따라올 수 있는 수업을 교사들이 할 수 있도록 수학적 내용 지도를 뒷받침해주며, 단원에서 가르칠 내용을 정리해 줌. 수업 과정에는 모든 학생들을 위한 계획, 평가, 요령, 다양한 수준의 개별화 전략이 포함됨.
	Teacher's reference book	K 1-3 4-6	교육과정 운영에 대한 안내와 함께 수학적 내용에 대한 종합적인 배경 지식 정보를 제공함.
	Math masters	1-6	매 수업 활동을 뒷받침해주는 자료 및 활동이 수록됨.
	Minute math+	1-3	하루 중 이동하는 시간이나 여유 시간을 위한 활동을 간단히 정리하여 제공함.
	5-Minute math	4-6	
	Home connection handbook	K 1-3 4-6	교사와 학부모를 위해 가정-학교 사이의 의사소통 향상에 중점을 둠. 학습 내용을 숙달시키기 위한 간단한 계획을 제공함.
	Differentiation handbook	1-6	다양한 학생의 요구에 맞추기 위해 교사가 전략적으로 계획을 세우도록 도와줌.
Assessment handbook	1-6	모든 평가를 포함하여 EM 프로그램 내에서 평가의 핵심적인 특징에 대한 설명을 제공함.	

	Multilingual handbook	1-6	다양한 언어를 사용하는 학급의 요구에 부합되도록 도와주는 내용을 단원별로 제공함.
	English learners handbook	1-6	다양한 언어를 사용하는 학급의 요구에 부합하도록 돕기 위해 단원별 이해 전략을 제공함.

학생들이 수업 시간에 주로 활용하는 EM 교과서로는 Student math journal(이하, MJ)이 있고, 교사가 매 수업에 필요한 자료를 복사하여 나누어주는 Math Masters(이하, MM), 학습 내용에 대한 학생들의 이해를 돕고자 중요한 수학 개념 등을 자세히 설명해 주는 Student reference book(이하, SRB)이 있다. 이 교과서들은 Teacher's Lesson Guide(이하, TLG)의 학습 전개 과정에 따라 학생들이 필요한 때만 꺼내어 활용하게 되어 있다.

MJ이나 SRB 등 학생용 교과서에는 핵심 내용에 대한 설명보다는 학생들의 활동을 위한 문제나 자료만이 실려 있다. 실제 수업은 교사가 TLG의 흐름에 따라 진행하기 때문에 TLG를 분석해야 수업의 진행 순서나 구체적인 활동 내용을 파악할 수 있다. 따라서 교과서 비교·분석을 위해서는 TLG를 중심으로 단원 구성 체제를 살펴봐야 할 필요가 있다. TLG의 단원 구성 체제는 <표 IV-5>와 같다.

<표 IV-5> TLG의 단원 구성 체제(Bell,M.,et al., 2012a)

구성 요소		내용
단원 조직	개관	단원에서 중심이 되는 개념과 생각을 설명
	내용	각 차시별 수업 목표 제시
	학습의 흐름	전후 차시의 내용과 학년별 목표에 대한 연계성 제시
	주요 개념과 기술	각 수업에 내재된 주요 개념과 기술, 중요한 수학적 생각 제시
	균형 잡힌 교육과정	수학적 기술을 지속시키기 위해 복습과 연습이 포함된 주요 활동 안내
	균형 잡힌 평가	차시별 평가와 단원평가, 포트폴리오, 핵심 평가자원을 안내. 학년별 성취 목표에 따른 각 차시별 평가를 위해 평가 항목과 자료를 제시
	모든 요구사항 해결	각 단원에 차별화된 지도 요소 제시

	학습 자료	각 차시에서 필요한 학습 자료 제시
	수학적 배경지식	매 차시 주요 내용에 대한 논의와 배경 지식 제공
	차시별 지도 계획	매 차시를 차시 지도하기(Teaching the Lesson), 지속적인 학습과 연습(Ongoing Learning and Practice), 개별화 선택 학습(Differentiation Option)으로 나누어 지도 계획 제시
	평가	차시 지도 중 평가로 학생의 성취정도를 파악. 각 단원의 마지막 차시마다 학습 내용에 대한 학생들의 발달 정도를 평가

TLG에서는 매 단원의 처음부터 차시 학습이 시작되기 전까지 ‘단원 조직’부분에서 단원 개관, 단원 내용, 학습의 흐름, 주요 개념, 학습 자료, 수학적 배경 지식 등을 제시하고 있다. ‘단원 개관’에서는 그 단원의 중요 개념과 그 개념을 학습하는데 요구되는 아이디어에 대해 설명하고 단원의 전체적인 내용을 간단히 소개한다. 그리고 관련 있는 CCSS 영역을 제시하여 EM이 CCSS의 학년별 내용 기준을 반영한 것임을 확인할 수 있도록 해놓았다. ‘단원 내용’에서는 차시명과 차시 목표를 제시하고 있다. ‘학습의 흐름’에서는 차시별 목표와 함께 단원 학습과 관련 있는 전후 학습 내용을 제시하여 내용의 연계성을 살필 수 있도록 하였다. ‘균형 잡힌 교육과정’은 수업 활동에 대해 전반적인 안내를 하고 있으며 구체적인 내용은 <표 IV-6>과 같다.

<표 IV-6> TLG 단원 구성 체제 중 교육과정의 구성 요소(Bell,M.,et al., 2012a)

수업 전반에 걸쳐진 활동 (Ongoing Practice)	암산과 반성 (Mental Math and Reflexes)	암산 활동으로 연산 속도와 정확성을 향상시키기 위한 활동
	수학 상자 (Math Boxes)	학습 문제 연습 및 수업 내용이 무엇과 관련되어 있는지 나타냄. 또한 평가 수단으로도 활용됨. 각 페이지의 마지막에 제시되는 것은 다음 단원의 내용을 미리 보여줌.
	가정 연계 학습 (Study Links)	매 차시별 과제로 수업 내용을 다시 확인함. 종종 연습 문제 혹은 기계적 계산을 포함함.
	5분 수학 (5-Minute Math)	해당 단원에 대한 보충 문제
	EM 워크샵 게임	수업의 기본적 내용과 기계적 계산과 관련된 것

	(EM facts Workshop Game)	을 온라인에서도 제공
게임을 통한 학습 (Practice through Games)		학생들이 접하게 되는 게임의 이름과 방법 제시
문제 해결 (Problem Solving)		일반적인 문제해결 전략을 제시하고 그에 해당하는 문제를 소개

‘균형 잡힌 평가’에서는 매 차시별 평가, 포트폴리오 평가, 단원 평가, 핵심평가 자료에 대한 내용을 제시하고 있다. ‘모든 요구사항 해결’에서는 개별화 교수, 수업 계획을 위한 팁, 가정 연계 학습을 제시한다. ‘차시별 지도 계획’에서는 해당 수업을 한눈에 살펴볼 수 있도록 지도 계획을 세 부분으로 제시한다. 첫 번째 부분은 ‘차시 지도하기’로 차시의 주요 학습 활동을 제시한다. 두 번째 부분은 ‘지속적인 학습과 연습’으로 이전에 배운 개념과 기술을 복습할 수 있도록 한다. 세 번째 부분은 ‘개별화 선택 학습’으로 학생들의 필요에 따라 보충·심화학습을 제공한다. ‘평가’는 매 차시마다 이루어진다. 학생들의 성취도를 측정하는 방법과 효율적으로 학생들의 활동을 관찰하는 방법을 소개한다. 각 단원의 맨 마지막 차시에서는 단원평가를 실시한다. 전체 학생을 대상으로 하는 평가와 개인적으로 이루어지는 평가가 실시된다.

다. 우리나라와 미국 EM 교과서의 단원 구성 체제 비교·분석

우리나라와 미국 EM 교과서의 단원 구성 체제를 비교·분석한 결과를 정리하면 <표 IV-7>과 같다.

<표 IV-7> 우리나라와 미국 EM 교과서의 단원 구성 체제 비교·분석

	우리나라 교과서	미국 EM 교과서
공통점	<ul style="list-style-type: none"> - 차시 학습을 시작할 때 주제와 관련 있는 활동을 실시함. - 단원의 마지막에 단원평가를 제시함. - 심화 학습을 위한 내용을 제시함. 	
차이점	<ul style="list-style-type: none"> - 학생용 교과서를 통해 수업의 진행 순서나 활동 내용 파악이 용이함. 	<ul style="list-style-type: none"> - 교사용 지도서를 통해 수업의 진행 순서나 구체적인 활동 내용을 파악할 수 있음.

- 학습 내용이 학년별로 중복되지 않음.	- 하나의 개념이 여러 학년, 여러 단원에 걸쳐 제시됨.
- 수학적 개념을 따로 정리하는 부분이 있음.	- 중요한 수학적 개념은 굵은 글씨로 강조함.

우리나라와 미국의 EM 교과서의 단원 구성 체제에는 다음과 같은 공통점이 있다. 첫째, 차시 학습을 시작할 때 주제와 관련 있는 활동을 실시하도록 각각 ‘생각 열기’와 ‘Math Message’가 제시된다. 우리나라 교과서에서 ‘생각 열기’는 주어진 상황을 중심으로 학습 주제에 알맞은 것을 생각해 보게 하고 생각한 것을 서로 이야기하여 문제 해결 방법을 생각해 내도록 한다. 미국 EM 교과서에서 ‘Math Message’는 학습 주제와 관련된 상황을 제시하거나 주제와 관련된 문제를 풀어보고 이야기를 나누도록 한다.

둘째, 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서는 모두 단원의 마지막 부분에 단원 평가를 실시할 수 있도록 각각 ‘공부를 잘했는지 알아보시다’와 ‘Progress check’가 제시되어 있다. 우리나라 교과서의 ‘공부를 잘했는지 알아보시다’에서는 각 차시별 학습 내용을 반영한 문제들이 다양한 평가 유형으로 구성되어 한 단원의 학습을 평가하고 피드백 할 수 있도록 하였다. 미국 EM 교과서에서는 단원 학습 내용에 대한 학생들의 발달 정도를 ‘Progress check’에서 평가하도록 하였다.

셋째, 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서에는 심화 학습 내용이 포함되어 있다. 우리나라 교과서에서는 해당 단원의 학습 주제와 관련된 내용을 학습한 후에 보다 깊게 탐구해 볼 수 있도록 ‘문제 해결’ 차시가 제시되어 있다. 미국 EM 교과서에서는 개별화 선택 학습(Differentiation Option) 부분에서 보충 학습과 더불어 심화 학습 활동을 소개하고 있다.

우리나라와 미국의 EM 교과서의 단원 구성 체제의 차이점은 다음과 같다.

첫째, 우리나라 교과서는 학생용 교과서를 통해 수업의 진행 순서나 활동 내용 파악이 용이한 반면, 미국 EM 교과서는 학생용 교과서는 활동을 위한 자료집에 불과하여 학습 순서에 대한 정보를 얻기 어렵다. 미국에서는 교사가 수업 중 필요한 부분만 학생들에게 복사하여 나눠주기 때문에 교사용 지도서를 통해 수업의 진행 순서나 구체적인 활동 내용을 파악할 수 있다.

둘째, 우리나라 교과서는 학년별로 중복되는 내용이 거의 없다. 우리나라 교과

서는 단원명과 차시명에서 학습할 수학적 개념을 쉽게 확인할 수 있는데 단원명이 같은 경우에도 차시명이 달라 학습 내용이 다른 것을 확인할 수 있다. 반면에 미국 EM 교과서에서는 하나의 개념이 여러 학년, 여러 단원에 걸쳐 제시된다. 이전 학년에 학습한 내용을 복습하기 위한 차시가 있는 경우도 있으며 하나의 개념을 습득하기 위해 여러 학년의 단원을 거친다.

셋째, 우리나라 교과서에서는 수학적 개념을 따로 정리하는 부분이 있다. 이전 교육과정에서는 ‘약속하기’ 코너로 통일하여 제시되었으나 2009 개정 교육과정이 적용된 교과서에서는 해당 단원의 내용에 알맞게 코너 명이 다양하게 바뀌어 제시되고 있다. 반면, 미국 EM 교과서에서는 용어나 기호를 별도로 정리하는 부분이 없다. 대신 SRB의 본문에서 굵은 글씨로 강조하면서 용어의 의미를 설명하고 있다.

2. 평면도형 세부 학습 내용 비교·분석

가. 평면도형 관련 단원 및 주제

우리나라 교과서와 미국 EM 교과서의 평면도형 관련 단원 및 주제를 살펴보면 <표 IV-8>과 같다.

<표 IV-8> 우리나라와 미국 EM 교과서의 평면도형 관련 단원 및 주제 비교

우리나라	학습시기		EM
2. 여러 가지 모양 2-2 여러 가지 모양 찾기 2-3 여러 가지 모양 알아보기 2-4 같은 모양끼리 모으기 2-5 여러 가지 모양으로 만들기 2-6 여러 가지 모양으로 집 꾸미기	1-2	1-2	7. 기하와 속성 7-1 속성 규칙 7-2 속성, 디자인 탐구하기 7-3 패턴 블록과 모양 7-4 다각형 만들기 7-7 대칭
2. 여러 가지 도형 2-2 원 2-3 삼각형 2-4 사각형 2-5 오각형과 육각형	2-1	2-1	5. 입체도형과 평면도형 5-1 규칙 탐구하기 5-2 점과 선분 5-3 평행한 선분 5-4 다각형, 배열, 속성 탐구하기

2-6 도형 만들기 2-7 함께 사는 도형 나라 만들기			5-5 사각형 5-8 선대칭
2. 평면도형 3-2 선분, 반직선, 직선 3-3 각 3-4 직각 3-5 직각삼각형 3-6 직사각형 3-7 정사각형 3-8 도형 밀기 3-9 도형 뒤집기 3-10 도형 돌리기 3-11 도형 뒤집고 돌리기 3-12 규칙적인 무늬 만들기	3-1	3-1	6. 기하 6-1 선분, 반직선, 직선 탐구하기 6-2 평행하고 교차하는 선분, 반직선, 직선 6-3 각과 회전 6-4 삼각형 6-5 사각형 6-6 다각형 6-9 대칭 6-10 합동, 선분 탐구하기
3. 원 3-2 원 만들기 3-3 원의 중심과 반지름 만들기 3-4 컴퍼스로 원 그리기 3-5 원의 지름 3-6 원을 이용하여 여러 가지 모양 그리기	3-2	4-1	1. 도형 이름붙이고 구성하기 1-2 점, 선분, 직선, 반직선 1-3 각, 삼각형, 사각형 1-4 평행사변형 1-5 다각형 1-6 컴퍼스를 이용하여 원 그리기 1-7 원 그리기 1-8 육각형, 삼각형 그리기
3. 각도와 삼각형 3-4 각을 크기에 따라 분류할 수 있어요 3-11 삼각형을 각의 크기에 따라 분류하기 3-12 삼각형을 변의 길이에 따라 분류하기 3-13 이등변삼각형의 성질 3-14 정삼각형의 성질	4-1	4-2	10. 반사와 대칭 10-1 투명 거울을 이용한 탐구 10-2 반사축 찾기 10-3 반사의 특징 10-4 선대칭 10-5 프리즈 패턴
2. 수직과 평행 2-2 수선 2-3,2-4 수선 긋기 2-5 평행선 2-6 평행선 긋기	4-2	5-1	3. 기하 탐구와 아메리칸 투어 3-4 각도기 사용하기 3-5 컴퍼스 사용하기 3-6 합동인 삼각형 3-7 다각형의 특성

2-7 평행선 사이의 거리 2-8 평행선으로 무늬 만들기 3. 다각형 3-2 사다리꼴 3-3 평행사변형 3-4 평행사변형의 성질 3-5 마름모 3-6 마름모의 성질 3-7 직사각형의 성질 3-8 다각형 3-9 정다각형 3-10 대각선 3-11 여러 가지 모양 만들기			3-8 정테셀레이션 5. 기하: 합동, 구성, 평행선 5-1 각 측정 및 그리기 5-6 합동인 도형 5-7 컴퍼스와 직선자(Straightedge) 작도 5-10 평행사변형
2. 합동과 대칭 2-2 도형의 합동 2-3 합동인 도형의 성질 2-4,2-5,2-6 합동인 삼각형 그리기 2-7,2-8 선대칭도형과 그 성질 2-9,2-10 점대칭도형과 그 성질	5-2	6-2	10. 기하 관련 주제들 10-1 준정테셀레이션 10-2 Escher류의 변형 테셀레이션 10-3 회전 대칭

우리나라와 미국 EM 교과서의 평면도형 관련 단위 및 주제를 바탕으로 학습시기를 비교해보면 우리나라와 미국 모두 1학년 2학기에 평면도형 내용을 처음 도입하고 있음을 확인할 수 있다. 2009 개정 초등학교 수학 교과서에서 평면도형은 1학년부터 5학년에 걸쳐 다루어지고 있지만 EM 교과서에서는 1학년부터 6학년까지 계속 다루어진다.

학습 범위를 살펴보면 우리나라 2009 개정 수학 교과서는 이전 학년의 학습 내용을 반복하지 않고 특정 학년과 단원에서 집중적으로 학습하도록 구성되어 있는 반면, 미국 EM 교과서는 이전 학습 내용을 반복하며 새로운 내용을 학습하도록 구성되어 있다. 2009 개정 초등학교 수학 교과서에서 다루어지는 평면도형 관련 내용은 도형의 기초, 평면도형의 이동, 원의 구성 요소, 여러 가지 삼각형, 여러 가지 사각형, 다각형, 합동과 대칭이다. 도형의 기초에서는 선분, 반직선, 직선, 각, 직각, 수직과 평행을 다룬다. 평면도형의 이동에서는 밀기, 뒤집기, 돌리기,

무늬 만들기를 학습한다. 원의 구성 요소로는 원의 중심, 반지름, 지름을 배우고 다양한 원을 그리는 연습을 한다. 각의 크기와 변의 길이에 따른 다양한 삼각형과 사각형 및 그 밖의 다각형을 학습한다. 합동과 대칭에서는 합동의 개념을 이해하고 합동인 삼각형을 그려보며 선대칭도형과 점대칭도형을 익힌다.

EM 교과서에서 다루어지는 평면도형 관련 내용은 2009 개정 초등학교 수학 교과서에서 다루는 내용과 크게 다르지는 않으나 도형의 속성, 직선자 등 도구의 사용, 반사, 회전 대칭, 테셀레이션의 내용을 다룬다는 점에서 차이가 있다. 자세한 내용은 주제별로 다음의 지도내용 비교·분석에서 다루도록 하겠다.

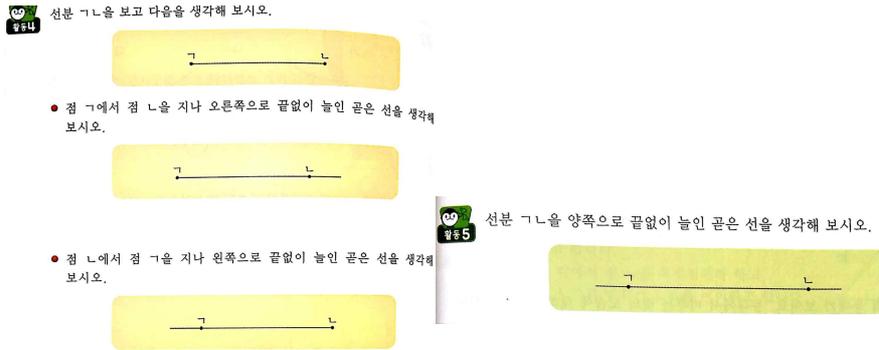
나. 평면도형 영역 학습내용 비교·분석

우리나라와 미국 교과서의 평면도형 영역 지도내용을 자세하게 비교하기 위해 이 장에서는 <표Ⅳ-1> 세부 내용을 포함한 교과서 비교·분석틀에 따라 각 교과서에 나타나 있는 평면도형 지도 내용을 주제별로 비교한다.

1) 도형의 기초

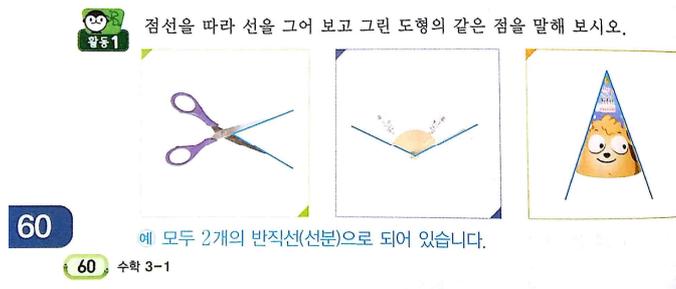
가) 우리나라 2009 개정 초등학교 수학 교과서 분석

우리나라 교과서 3학년 1학기 2. 평면도형 단원에서는 선분, 반직선, 직선 등과 같은 용어를 알아보고 이를 통하여 각을 도입한다. 2차시 ‘선분, 반직선, 직선을 알 수 있어요’에서는 다리의 모양을 살펴보고 곧은 선과 굽은 선을 이해한 후 ‘두 점을 곧게 이은 선을 선분’이라고 정의한다. 또한 이를 선분 \overline{AB} 또는 선분 \overline{BA} 으로 읽는다고 설명한다. 선분의 ‘한 점에서 한쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선’을 통해 ‘반직선’을 알아본다. 선분을 ‘양쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선’을 생각해보고 ‘직선’이라고 정의한다. [그림Ⅳ-2]에서 볼 수 있듯이 반직선이나 직선은 현실적으로 작도가 불가능한 추상적인 개념이므로 선분, 반직선, 직선의 다른 점을 추상적으로 이해하도록 지도한다.



[그림 IV-2] 반직선과 직선의 지도(교육부, 2015e, pp.58-59)

3학년 1학기 2단원 3차시 ‘각을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-3]과 같이 가위, 부채, 고깔모자를 통해 ‘한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형’을 ‘각’이라고 정의한다. 각의 구성 요소인 변과 꼭짓점을 알고 각을 찾고 그리는 활동을 통해 각을 알아본다.



[그림 IV-3] 도형의 같은 점을 통한 각의 지도(교육부, 2015e, p.60)

3학년 1학기 2단원 4차시 ‘직각을 알 수 있어요’에서는 종이를 반듯하게 두 번 접었다 펴서 접힌 자국을 통해 직각을 만든다. [그림 IV-4]의 활동1을 통해 ‘종이를 반듯하게 두 번 접었다 펼쳤을 때 생기는 각’을 ‘직각’이라고 정의한다. 직각의 정의 자체가 추상적인 것이므로 구체물을 통해 직각의 방법으로 개념을 확장시킨다고 교사용 지도서에 안내되어 있다. 이후 생활주변에서 직각을 찾아보고 직각 삼각자를 통해 직각을 그려본다.

종이를 다음과 같이 반듯하게 두 번 접었다 펴서 접힌 자국을 살펴보세요.

종이를 반듯하게 두 번 접었다 펼쳤을 때 생기는 각을 직각이라고 합니다.

직각 크기를 나타낼 때에는 꼭짓점에 \angle 표시를 하기도 합니다.

- 접힌 자국에서 각을 찾아보세요.
- 접힌 자국에서 찾을 수 있는 각은 모두 몇 개입니까? 4개
- 각은 모두 같습니까? 예, 모두 같습니다.

62 수학 3-1

[그림 IV-4] 종이를 접어 직각 만들기 활동(교육부, 2015e, pp.62-63)

4학년 1학기 3. 각도와 삼각형 단원에서는 4차시 ‘각을 크기에 따라 분류할 수 있어요’에서 다양한 부채 그림을 보고 직각을 분류 기준으로 정하여 직각보다 큰 각과 직각보다 작은 각으로 분류하고 있다. 이후 ‘크기가 0° 보다 크고 직각보다 작은 각’을 ‘예각’, ‘크기가 직각보다 크고 180° 보다 작은 각’을 ‘둔각’으로 정의한다. [그림 IV-5]와 같이 모형 시계로 예각, 직각, 둔각을 만들어보기도 하고 각을 보고 예각, 둔각을 직관적으로 구별하도록 하고 있다.

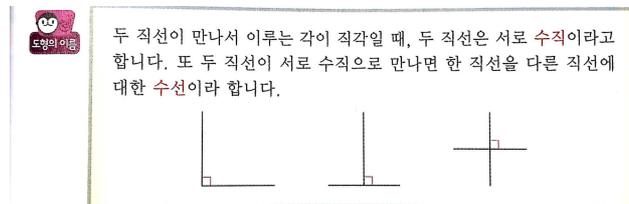
예각, 직각, 둔각 만들기 놀이를 합니다. 짝이 시각을 이야기하면 긴바늘과 짧은바늘이 이루는 각이 예각, 직각, 둔각 중 어느 것인지 이야기하고 모형 시계에 나타내어 확인해 보세요.

- 시 분은 {예각, 직각, 둔각}입니다.
- 시 분은 {예각, 직각, 둔각}입니다.
- 시 분은 {예각, 직각, 둔각}입니다.

[그림 IV-5] 모형시계로 예각, 직각, 둔각 만들기 활동(교육부, 2015g, p.85)

4학년 2학기 2. 수직과 평행 단원에서는 우리 주변에서 볼 수 있는 여러 사물 중 한쪽을 기하학적으로 탐구하여 평면 위의 두 직선의 위치 관계를 나타내는 특

별한 경우로서 수직과 평행에 대해 알아본다. 2차시 ‘수선을 알 수 있어요’에서는 두 직선이 만나는 각의 크기를 알아보고 찾은 곳이 직각인지 확인한다. 이를 통해 [그림 IV-6]처럼 ‘두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때, 두 직선은 서로 수직’이라고 정의한다. 또한 ‘두 직선이 서로 수직으로 만나면 한 직선을 다른 직선에 대한 수선’이라고 정의한다. 교실에서 다양한 수선을 찾아보고 수선의 의미를 이해한다.



[그림 IV-6] 수직과 수선의 정의(교육부, 2015h, p.55)

4학년 2학기 2단원 3~4차시 ‘수선을 그을 수 있어요’에서는 모눈종이의 성질을 이용하여 수선을 긋거나 직각삼각자 또는 각도기를 이용하여 수선을 그어본다. 각도기를 사용하여 수선을 그을 때에는 [그림 IV-7]과 같이 각도기의 밑금을 주어진 직선과 일치하게 놓을 수 있도록 지도한다. 이후 한 점을 지나는 수선 긋기 활동을 통해 한 직선에 대해 직선 밖의 한 점을 지나는 수선은 단 한 개뿐이라는 것을 이해하도록 한다.

활동 1 각도기를 사용하여 주어진 직선에 대한 수선을 그어 보시오.

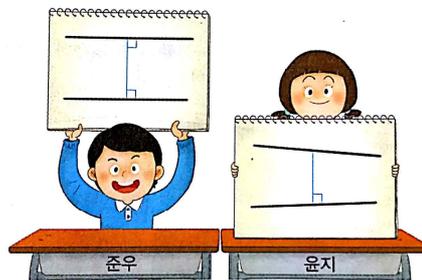
- 직선 가 위에 점 가를 찍어 보시오.
- 각도기의 중심을 점 가에 맞추고 각도기의 밑금을 직선 가와 일치하도록 맞춰 보시오.
- 각도기에서 90°가 되는 눈금 위에 점 나를 찍어 보시오.
- 점 가과 점 나을 직선으로 이어 보시오.
- 그은 직선이 직선 가에 대한 수선인 이유를 이야기해 보시오.

[그림 IV-7] 각도기를 사용하여 수선 긋기(교육부, 2015h, p.58)

4학년 2학기 2단원 5차시 ‘평행선을 알 수 있어요’에서는 문살무늬에서 서로 만나지 않는 두 직선을 찾아보고 ‘한 직선에 수직인 두 직선을 그었을 때, 서로 만나지 않는 두 직선을 평행’하다고 하며 이 때 ‘평행한 두 직선을 평행선’이라고 정의한다. [그림 IV-8]에서 볼 수 있듯이 평행의 의미를 알고 수선을 사용하여 평행선을 찾거나 두 직선이 서로 평행한지 확인해보는 활동을 통해 평행선을 찾아보도록 하고 있다.



준우와 윤지가 직선을 2개씩 그었습니다. 누가 그은 두 직선이 평행선인지 알아보시오.



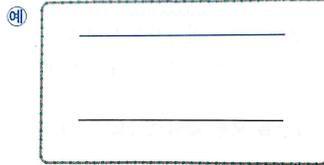
- 준우와 윤지의 직선에 각각 수선을 그어 보시오.
- 그은 수선과 두 직선이 서로 수직입니까?
- 누가 그은 두 직선이 평행선입니까? 준우
- 왜 그렇게 생각하는지 이야기해 보시오.

준우: 서로 수직입니다. / 윤지: 서로 수직이 아닙니다.

[그림 IV-8] 평행선 찾기 활동(교육부, 2015h, p.61)

4학년 2학기 2단원 6차시 ‘평행선을 그을 수 있어요’에서는 한옥의 지붕을 만들기 위하여 나무를 서로 평행하게 놓아야 하는 상황을 통해 [그림 IV-9]와 같은 방법으로 직각 삼각자를 사용하여 주어진 직선에 평행한 직선을 그어본다. 그리고 [그림 IV-10] 활동을 통해 직선 밖의 한 점을 지나고 주어진 직선에 평행한 직선을 긋는 방법을 익힌다.

활동 1 직각 삼각자를 사용하여 주어진 직선과 평행한 직선을 그어 보시오.

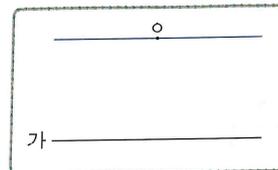


- 평행한 직선을 그은 방법을 친구들과 비교해 보시오.
- 그림과 같이 직각 삼각자 2개를 놓은 후 한 직각 삼각자를 고정하고 다른 직각 삼각자를 움직여 평행선을 그어 보시오.

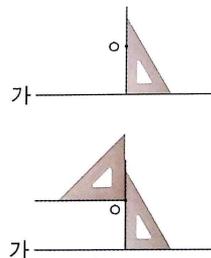


[그림 IV-9] 직각 삼각자를 사용하여 평행선 긋기(교육부, 2015h, p.62)

활동 2 직각 삼각자를 사용하여 점 \circ 을 지나고 직선 가와 평행한 직선을 그어 보시오.



- 직각 삼각자의 한 변을 직선 가에 맞추고 다른 한 변이 점 \circ 을 지나도록 놓아 보시오.
- 다른 직각 삼각자를 사용하여 점 \circ 을 지나고 직선 가와 평행한 직선을 그어 보시오.



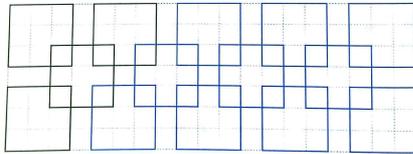
[그림 IV-10] 한 점을 지나고 주어진 직선에 평행한 직선 긋기(교육부, 2015h, p.63)

4학년 2학기 2단원 7차시 ‘평행선 사이의 거리를 알 수 있어요’에서는 한옥에서 기둥 사이의 거리를 재는 방법을 알아보기 위해 평행선 사이에 여러 개의 선분을 긋고 선분의 길이가 가장 짧은 경우를 찾아본다. 평행선의 한 직선에서 다른 직선에 수선을 그어 이 수선의 길이를 ‘평행선 사이의 거리’라고 정의한다. 평행선 사이의 거리는 어디서 재어도 같음을 설명하고 한 직선과 거리가 일정한 평행선

을 긋는 연습을 한다. 평행선 사이의 거리를 재기 위해서는 평행선의 한 직선에
서 다른 직선에 수선을 긋고 수선의 길이를 재도록 한다.

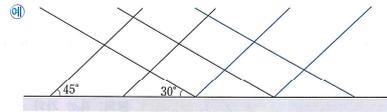
4학년 2학기 2단원 8차시 ‘평행선으로 무늬를 만들 수 있어요’에서는 한옥에서
평행선이 만드는 무늬를 살펴보고 평행선을 그어 여러 가지 규칙적인 무늬를 만
들어보는 활동을 한다. [그림 IV-11]에서 볼 수 있듯이 모눈종이에 자를 이용하여
평행선을 긋거나 직각 삼각자의 한 각의 크기가 30°, 45°임을 사용하여 평행선을
그어본다.

활동 1 자를 사용하여 평행선을 그어 무늬를 만들어 보시오.



● 무늬를 어떻게 만들었는지 이야기해 보시오.

활동 2 직각 삼각자를 사용하여 평행선을 여러 개 그어 무늬를 만들어 보시오.



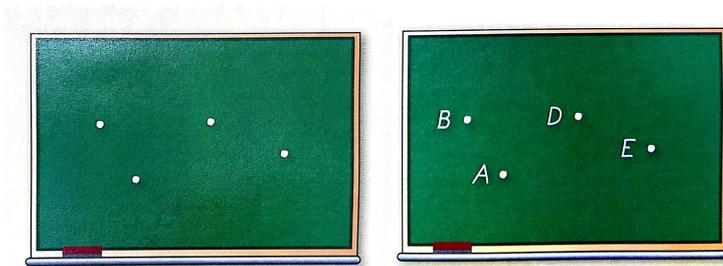
● 무늬를 어떻게 만들었는지 이야기해 보시오.

● 친구가 만든 무늬에는 어떤 규칙이 있는지 찾아보시오.

[그림 IV-11] 평행선으로 무늬 만들기 활동(교육부, 2015h, pp.66-67)

나) 미국 Everyday Mathematics 교과서 분석

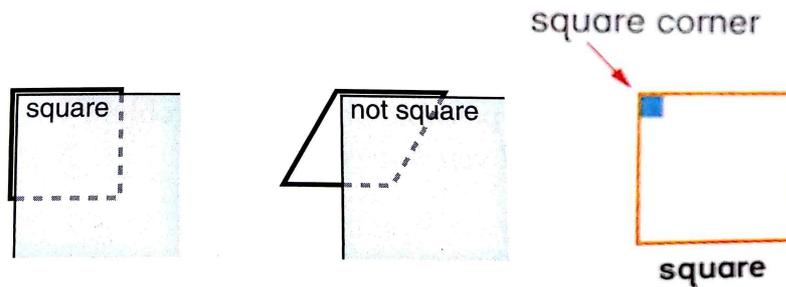
미국 EM 교과서 2학년 1학기 5. 입체도형과 평면도형 단원의 2차시 ‘점과 선
분’에서는 [그림 IV-12]와 같이 점을 이름붙이는 활동을 한 후 선분을 정의한다.
종이의 빈 곳에 두 개의 점을 그리고 점A, 점B라고 표시한 후 두 점을 직선자를
이용하여 잇는다. 이 선분의 끝점은 점A, 점B라고 설명하며 선분AB 또는 선분
BA로 읽는다고 설명한다. 이후 직선자를 사용하여 선분을 그리는 연습을 한다.



[그림 IV-12] 점 이름붙이기(Bell, M., et al., 2012c, p.323)

2학년 1학기 5단원 3차시 ‘평행한 선분’에서는 공책에 그어진 선분들이 끝까지 연장되는 상상을 통해 평행한 선분을 떠올리도록 한다. 실생활에서도 평행한 기차길, 책상의 칸막이 등의 예를 통해 평행한 선분의 의미에 대해 이야기해보고 평행하거나 평행하지 않은 선분을 그려본다.

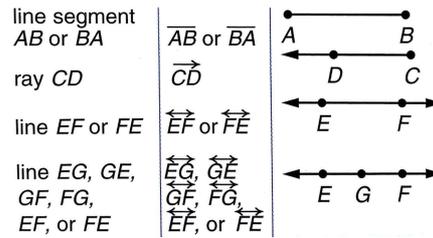
2학년 1학기 5단원 5차시 ‘사각형’에서는 [그림 IV-13]과 같이 사각모서리를 찾고 직각이라고 부르도록 하고 있다.



[그림 IV-13] 사각모서리(Bell,M.,et al., 2012c, p.339)

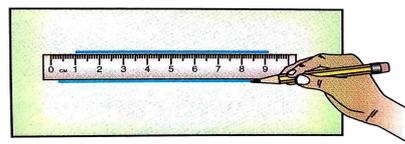
3학년 1학기 6. 기하 단원의 1차시 ‘선분, 반직선, 직선 탐구하기’에서는 선분을 복습하고 반직선과 직선을 소개한다. 선분에 대해 복습하기 위해 다음의 내용을 확인한다. 첫째, 선분은 두 개의 유한한 종점을 가져야만 하며 길이가 있다. 둘째, 선분은 항상 곧으며 두 개의 끝점 사이의 가장 짧은 거리로 표시된다. 셋째, 선분은 공간에서 어떤 방향으로도 갈 수 있다. 넷째, 세 개 또는 그 이상의 선분으로 평면도형과 입체도형을 표현할 수 있다.

반직선에 대해 소개하기 위해 햇빛과 레이저빔을 예로 든다. 선분AB에서 점B를 무한정 연장하는 경우를 상상하게 해봄으로써 반직선을 제시한다. 반직선을 끝까지 그리는 것은 불가능하므로 [그림 IV-14]처럼 선분의 끝에 화살표를 그려서 나타낸다. 이 때 처음 오는 글자가 항상 끝점이 되므로 반직선CD와 반직선DC는 다른 것임을 인지시킨다. 한편 직선은 양방향으로 영원히 이어지므로 반직선과 같이 [그림 IV-14]처럼 양 끝을 화살표로 표시한다. 직선자를 사용하여 선분, 반직선, 직선을 그리는 연습을 한다.



[그림 IV-14] 선분, 반직선, 직선 기호와 그림(Bell,M.,et al., 2012e, p.407)

3학년 1학기 6단원 2차시 ‘평행하고 교차하는 선분, 반직선, 직선’에서는 우선 학생들에게 [그림 IV-15]와 같이 직선자의 위아래의 모서리를 이용하여 두 개의 선분을 그리도록 한 후 평행한 직선과 선분에 대해 알고 있는 것을 이야기하도록 한다. 그리고 같은 평면에 있는 두 개의 직선이 평행하지 않다면 이 두 직선은 반드시 어떤 곳에서 교차한다는 것을 설명하고 교실 안팎에서 발견할 수 있는 교차하는 선분들의 예를 찾아본다. 학생들이 직접 도형을 만드는 활동도 실시한다. 학생들이 서로 줄을 잡아당기며 선분을 만들고 몇몇 선분들이 교차하도록 한다. 이 활동을 통해 두 개의 선분이 완전히 겹치지 않는 한 두 개 이상의 점에서 교차하지 않는다는 점을 이해할 수 있다. 만약 교차하지 않는 선분이 있는 경우 이 선분을 연장하였을 때 만난다는 것도 직접 체험을 통해 알아보도록 한다.



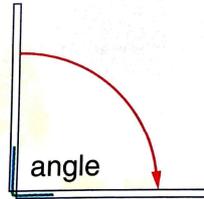
Using a straightedge to draw parallel lines

[그림 IV-15] 평행선 그리기(Bell,M.,et al., 2012e, p.409)

4학년 1학기 1. 도형 이름붙이고 구성하기 단원의 2차시 ‘점, 선분, 직선, 반직선’에서는 점, 선분, 직선, 반직선을 복습하고 그리는 활동을 한다. 이 때 자와 직선자의 용도가 다름을 알려준다. 이후 학생들에게 직선과 선분, 끝점이 다른 반직선, 자와 직선자의 차이점에 대해 설명해보도록 한다.

4학년 1학기 1단원 3차시 ‘각, 삼각형, 사각형’에서는 두 개의 빨대와 하나의 끈

을 이용하여 각을 만든다. 빨대가 만나는 점을 각의 꼭짓점이라고 하며 작은 각의 꼭짓점인 같은 끝점을 가진 두 개의 반직선으로 만들어졌음을 설명한다.

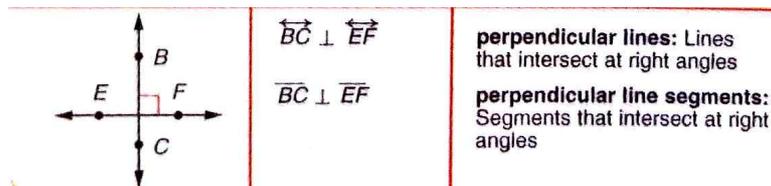


Use straws and a twist-tie to form an angle.

[그림 IV-16] 빨대로 각 만들기(Bell,M.,et al., 2012g, p.30)

4학년 1학기 6단원 7차시 ‘반원 각도기’에서는 각을 직접 그려보고 각도를 측정 한 후 예각, 둔각, 우각에 대해 소개한다. ‘예각은 0°와 90° 사이에 있는 각’, ‘둔각은 90°와 180° 사이에 있는 각’, ‘우각은 180°와 360° 사이에 있는 각’으로 정의내리고 있다.

5학년 1학기 3. 기하탐구와 아메리칸 투어 단원의 3차시 ‘각도 측정하기’에서는 선분, 반직선, 직선, 그리고 각에 대해 심화 학습하며 수선에 대해서도 다루고 있다. SRB에서는 [그림 IV-17]에서 볼 수 있듯이 수선을 ‘직각으로 교차하는 직선들’이라고 정의하고 있다.



[그림 IV-17] 수선의 정의(Bell,M.,et al., 2012i, p.169)

6학년 1학기 5. 기하:합동, 구성, 평행선 단원의 10차시 ‘평행사변형’에서는 평행선을 작도하는 법에 대해 논의하고 [그림 IV-18]과 같은 순서에 따라 평행선을 그려본다. 또는 오직 자만 사용하여 같은 거리만큼 떨어져 있는 점을 찍어 평행선을 그을 수도 있다.

Geometry and Constructions

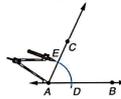
Constructing Parallel Lines

Follow each step carefully. Use a clean sheet of paper.

Step 1: Draw line AB and ray AC .



Step 2: Place the compass anchor on A . Draw an arc that crosses both \overline{AB} and \overline{AC} . Label the point where the arc crosses \overline{AB} as D . Label the point where the arc crosses \overline{AC} as E .



Step 3: Without changing the compass opening, place the compass anchor on C . Draw an arc the same size as the one you drew in Step 2. Label the point where the arc crosses \overline{AC} as F .



Step 4: Place the compass anchor on E and the pencil point on D .



Step 5: Without changing the compass opening, place the compass anchor on F . Draw a small arc where the pencil point crosses the larger arc. Label the point where the small arc crosses the larger arc as G .



Step 6: Draw a line through points C and G .

Line CG is parallel to line AB . $\angle CAB$ is congruent to $\angle FCG$.



Check Your Understanding

Draw a line. Use a compass and a straightedge to draw a line that is parallel to it.

[그림 IV-18] 컴퍼스로 평행선 그리기(Bell,M.,et al., 2012k, p.387)

다) 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 비교

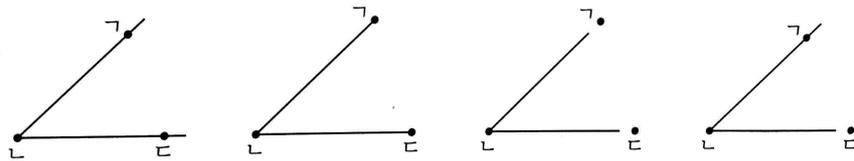
도형의 기초인 선분, 반직선, 직선, 각, 직각, 수직과 평행에 대해 우리나라와 미국 교과서를 비교한 결과 다음과 같은 차이점을 발견할 수 있었다.

첫째, 우리나라 교과서에서는 점을 별다른 정의 없이 학생들의 직관적인 이해에 의해 도입하며 따로 학습하는 차시가 없으나 EM 교과서에서는 앞서 살펴본 [그림 IV-12]과 같이 교사가 칠판에 여러 개의 점을 그린 후 점을 구분하기 위해 이름을 붙이는 활동을 통해 점을 가르친다. 이후 선분, 반직선, 직선 등을 지도할 때에도 EM 교과서에서는 도형에 이름을 붙이는 활동을 통해 이를 \overline{AB} 와 같이 기호로도 나타내고 있으나 우리나라 교과서에서는 이름만 붙이고 기호로 나타내지는 않는다.

둘째, EM 교과서에서는 직선자(Straightedge)와 눈금자(Ruler)를 구분하여 사용한다. EM 교과서에서는 선분, 반직선, 직선, 각을 작도할 때 직선자를 사용

하도록 안내하고 있다. 곧은 선을 그릴 때에는 주로 직선자를 사용하며 눈금자는 곧은 선을 그리기 위한 직선자의 기능과 더불어 길이를 측정하는 기능이 있음을 통해 구분하여 사용하고 있다.

셋째, 반직선과 직선을 그릴 때 EM 교과서에서는 끝없이 나아간다는 것을 표현하기 위해 화살표를 사용하나 우리나라 교과서에서는 화살표 자체가 하나의 도형으로 인식될 수 있어 권장 사용하지 않는다. 화살표가 방향성이라는 추상적 개념을 강조하기 위한 표식으로써 도형이 아니기 때문이다. 따라서 두 개의 반직선으로 이루어진 각을 그릴 때에도 우리나라 교과서에서는 화살표를 사용하지 않고 있으며 반직선이나 직선은 현실적으로 작도가 불가능하므로 수학적 의미만을 감안한다면 각 기호를 그리는 경우 [그림 IV-19]와 같은 각을 모두 인정할 수밖에 없다. 그러나 이후 학습하게 되는 직각삼각형, 직사각형 등의 도형에서도 각의 변을 선분으로 표현할 수밖에 없으므로 [그림 IV-19]에서 두 번째 각이 가장 바람직하다고 하겠다.(교육부, 2015q, p.169)



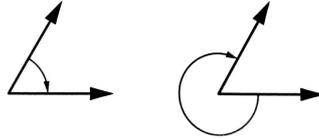
[그림 IV-19] 반직선을 나타내는 여러 가지 각(교육부, 2015q, p.169)

넷째, 우리나라 교과서에서는 직각을 360° 한 바퀴의 $\frac{1}{4}$ 이라는 개념을 담아 종이를 두 번 접는 방법으로 지도하지만 미국 교과서에서는 사각모서리를 이용하여 가르친다. 정사각형 모서리를 대어보아 모양이 일치하면 직각이라고 할 수 있다.

다섯째, 평행선을 그리는 방법으로 우리나라 교과서에서는 직각삼각자 또는 각도기를 이용하는 방법을 제시하고 있으나, EM 교과서에서는 컴퍼스 또는 자로 그리는 방법과 직선자의 위아래 모서리를 이용하여 간단하게 그리는 방법도 제시하고 있다.

여섯째, EM 교과서에서는 예각, 직각, 둔각 이외에도 [그림 IV-20]과 같이 우각을 제시한다. 우리나라 교과서에서는 180° 가 넘어가는 각의 예를 제시하고 있

지 않다. EM 교과서에서는 각을 정확하게 나타내기 위해 각의 이동 방향을 화살표로 나타내고 있다.



The arc indicates which angle to consider.

[그림 IV-20] 우각(Bell,M.,et al., 2012g, p.439)

2) 평면도형의 이동

가) 우리나라 2009 개정 초등학교 수학 교과서 분석

우리나라 교과서 3학년 1학기 2. 평면도형 단원에서는 8차시 ‘도형을 밀 수 있어요’에서 [그림 IV-21]과 같이 도형을 겹치도록 밀어보는 활동을 통해 평행이동에 의해 생긴 상은 원래의 도형과 합동이라는 것을 직관적으로 이해한다. 주어진 도형을 왼쪽, 오른쪽, 위, 아래로 밀었을 때의 도형을 그려보고 움직인 후에도 모양이 변하지 않음을 유의하여 지도하고 있다.

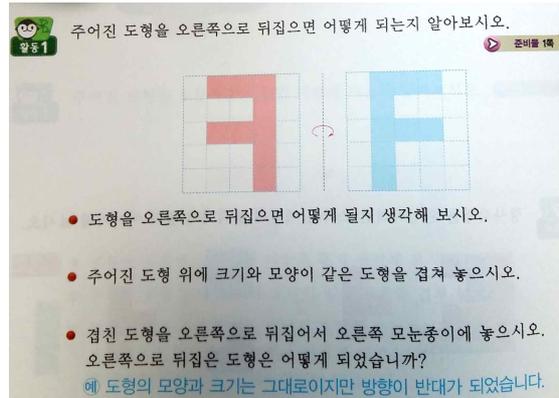
주어진 도형을 오른쪽으로 밀면 어떻게 되는지 알아보시오. 준비물 14

- 도형을 오른쪽으로 밀면 어떻게 될지 생각해 보시오.
- 주어진 도형 위에 크기와 모양이 같은 도형을 겹쳐 놓으시오.
- 겹친 도형을 오른쪽으로 밀어서 오른쪽 모눈종이에 놓으시오.
오른쪽으로 밀었을 때 도형은 어떻게 되었습니까?

예 주어진 도형은 똑같은데 위치는 다릅니다.

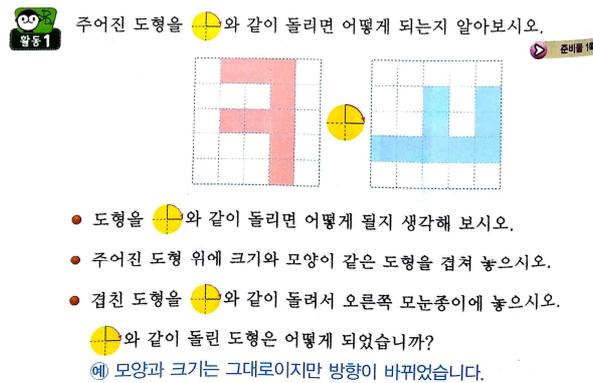
[그림 IV-21] 도형을 밀었을 때의 도형 알기(교육부, 2015e, p.70)

3학년 1학기 2단원 9차시 ‘도형을 뒤집을 수 있어요’에서는 투명 판 위에 그린 그림을 뒤집은 모양을 통해 [그림 IV-22]과 같이 뒤집은 뒤의 도형을 알아본다. 이 때 대칭 이동된 도형의 모양과 크기는 그대로이지만 방향이 반대가 된 것을 확인할 수 있다. 주어진 도형을 왼쪽, 오른쪽, 위, 아래로 뒤집은 도형을 그려보고 퍼즐 맞추기 활동을 해본다.



[그림 IV-22] 도형을 뒤집었을 때의 도형 알기(교육부, 2015e, p.72)

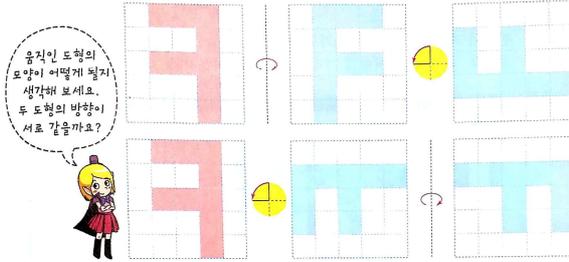
3학년 1학기 2단원 10차시 ‘도형을 돌릴 수 있어요’에서는 [그림 IV-23]과 같이 돌림판 위의 화살표 모양을 통해 돌린 도형의 모습을 관찰하는 활동을 실시한다. 회전 이동된 도형은 모양과 크기는 그대로이지만 방향이 바뀌었다는 것을 알고 주어진 도형을 여러 방향으로 돌리고 그려본다.



[그림 IV-23] 도형을 돌렸을 때의 도형 알기(교육부, 2015e, p.74)

3학년 1학기 2단원 11차시 ‘도형을 뒤집고 돌릴 수 있어요’에서는 포장지 무늬를 통해 도형을 뒤집고 돌렸을 때의 도형을 알아보고, [그림 IV-24]과 같이 뒤집고 돌린 도형과 돌리고 뒤집은 도형을 비교해본다. 이를 통해 뒤집기를 먼저 하든 돌리기를 먼저 하든 상관없이 똑같은 도형이 된다는 것을 알게 된다.

주어진 도형을 오른쪽으로 뒤집은 뒤  와 같이 돌린 도형과  와 같이 돌린 뒤 오른쪽으로 뒤집은 도형을 알아보시오. **준비물 1쪽**



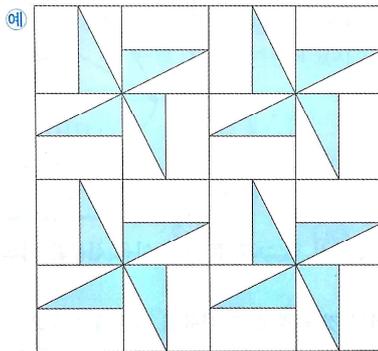
움직인 도형의 모양이 어떻게 될지 생각해 보세요. 두 도형의 방향이 서로 같을까요?

- 주어진 도형을 움직인 도형을 각각 그려 보시오. 도형은 어떻게 되었습니까?
- 예 각각의 도형의 모양과 크기는 같지만 방향이 다릅니다.

[그림 IV-24] 뒤집고 돌린 도형과 돌리고 뒤집은 도형 비교(교육부, 2015e, p.77)

3학년 1학기 2단원 12차시 ‘규칙적인 무늬를 만들 수 있어요’에서는 Escher의 작품을 통해 [그림 IV-25]의 예시와 같이 밀기, 뒤집기, 돌리기를 이용하여 규칙적인 무늬를 만들어본다. 그리고 다른 사람이 만든 무늬에서 규칙을 찾아 설명하도록 한다.

활동 1 모양으로 밀기, 뒤집기, 돌리기를 이용하여 규칙적인 무늬를 만들어 보시오. **준비물 2쪽**



[그림 IV-25] 규칙적인 무늬 만들기(교육부, 2015e, p.79)

나) 미국 Everyday Mathematics 교과서 분석

미국 EM 교과서 4학년 2학기 10. 반사와 대칭 단원의 5차시 ‘프리즈 패턴’에서는 반사, 회전, 평행이동에 대해 알아본다. [그림 IV-26]에서 볼 수 있듯이 교과서에 제시된 프리즈 패턴에 대한 설명을 읽고 규칙을 찾는다. 첫 번째 프리즈 패턴의 쌍을 이루고 있는 말들은 크기와 모양이 같지만 서로 반대 방향을 향하고 있다. 두 번째 프리즈 패턴의 코끼리와 말은 모양과 크기가 같고 같은 방향을 향하고 있다. 세 번째 프리즈 패턴의 꽃들을 모양과 크기가 같지만 다른 방향으로 회전하고 있다. 이러한 반사, 회전, 평행이동의 세 가지 방법으로 모양을 반복적으로 이동하면서 디자인을 만드는 방법인 프리즈 패턴의 예를 살펴보고 직접 그려보도록 하고 있다.

The image shows a page from a math textbook. The title is 'Frieze Patterns'. It includes a 'Did You Know?' box about Mayan buildings, a 'reflection' activity with a pattern of blue and pink shapes, a 'translation' activity with a pattern of blue and pink shapes, and a 'rotation' activity with a pattern of blue and red shapes. There are also two examples of frieze patterns: one with elephants and horses, and another with flowers. The page includes a 'Date' and 'Time' field, a 'LESSON 10.5' label, and a '104' page number.

[그림 IV-26] 프리즈 패턴(Bell,M.,et al., 2012h, pp.817-818)

5학년 1학기 3. 기하탐구와 아메리칸 투어 단원의 8차시 ‘정테셀레이션’에서는 테셀레이션과 정테셀레이션의 개념을 이해하고 [그림 IV-27]처럼 패턴블록으로 테셀레이션을 만드는 활동을 한다. ‘테셀레이션’이란 ‘겹쳐지거나 빈틈이 생기는

곳이 없이 표면을 완벽하게 덮는 도형의 배열'을 의미한다. '정테셀레이션'이란 '정다각형 한 종류로만 만들어지는 테셀레이션'을 의미한다.

Date _____ Time _____

LESSON 3·8 Regular Tessellations

1. A **regular polygon** is a polygon in which all sides are the same length and all angles have the same measure. Circle the regular polygons below.

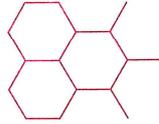
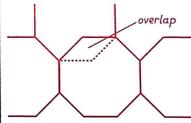


2. In the table below, write the name of each regular polygon under its picture. Then, using the polygons that you cut out from Activity Sheet 3, decide whether each polygon can be used to create a regular tessellation. Record your answers in the middle column. In the last column, use your Geometry Template to draw examples showing how the polygons tessellate or don't tessellate. Record any gaps or overlaps.

Polygon	Tessellates? (yes or no)	Draw an Example
 <u>triangle</u>	Yes	
 <u>square</u>	Yes	
 <u>pentagon</u>	No	

Date _____ Time _____

LESSON 3·8 Regular Tessellations *continued*

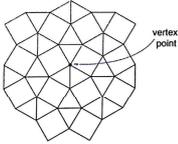
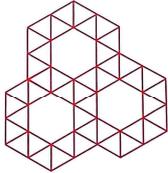
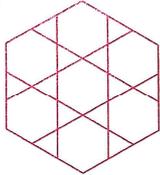
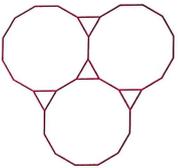
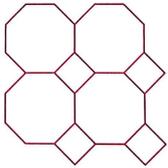
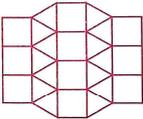
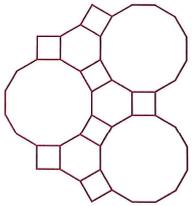
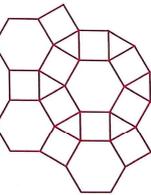
Polygon	Tessellates? (yes or no)	Draw an Example
 <u>hexagon</u>	Yes	
 <u>octagon</u>	No	

3. Which of the polygons can be used to create regular tessellations?
Triangles, squares, and hexagons

4. Explain how you know that these are the only ones. Three pentagons
leave a gap, and 4 pentagons create an overlap. For regular
polygons that have 7 or more sides, 2 shapes leave a gap,
and 3 shapes create an overlap.

[그림 IV-27] 정테셀레이션(Bell,M.,et al., 2012i, p.196)

6학년 2학기 10. 기하관련 주제들 단원의 1차시 '준정테셀레이션'에서는 테셀레이션이 가능한 정다각형에 대해 복습하고 정다각형 테셀레이션에서 다각형들의 꼭짓점이 만나 내각의 합이 360°가 되는 꼭짓점을 확인한다. 이후 [그림 IV-28]과 같이 준정테셀레이션을 찾고 이름붙이는 활동을 한다.

Date	Time	Date	Time
Semiregular Tessellations		Semiregular Tessellations continued	
<p>A semiregular tessellation is made up of two or more kinds of regular polygons. In a semiregular tessellation, the arrangement of angles around each vertex point looks the same. There are exactly 8 different semiregular tessellations. One is shown below.</p> <p>First, draw the other 7 semiregular tessellations. The only polygons that are possible in semiregular tessellations are equilateral triangles, squares, regular hexagons, regular octagons, and regular dodecagons. Use your Geometry Template and the template of a regular dodecagon that your teacher will provide.</p> <p>Experiment first on a separate sheet of paper. Then draw the tessellations below and on the next page. Write the name of each tessellation.</p>			
1.		2.	
Name <u>3.3.4.3.4</u>	Name <u>3.3.3.3.6</u>	5.	
3.		4.	
Name <u>3.12.12</u>	Name <u>4.8.8</u>	6.	
		Name <u>3.6.3.6</u>	Name <u>3.3.3.4.4</u>
		7.	
		8.	
		Name <u>4.6.12</u>	Name <u>3.4.6.4</u>

[그림 IV-28] 준정테셀레이션(Bell,M.,et al., 2012), p.883)

6학년 2학기 10단원 2차시 ‘Escher류의 변형 테셀레이션’에서는 학생들이 직접 자신만의 테셀레이션 작품을 만들어 본다.

다) 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 비교

평면도형의 이동에 대해 우리나라와 미국 교과서를 비교한 결과 아래의 차이점을 발견할 수 있었다.

첫째, 우리나라 교과서에서는 평면도형의 이동이 3학년 1학기에 집중적으로 구성되어 있어 밀기, 뒤집기, 돌리기라는 생활 용어를 사용하는 반면, EM 교과서에서는 4학년 2학기에 평면도형의 이동이 처음 나오며 반사, 평행이동, 회전이라는 형식적 용어를 사용한다. 이 때 밀기는 평행이동, 뒤집기는 대칭이동, 돌리기는 회전이동에 해당한다.

둘째, 미국 EM 교과서에서는 반사, 회전, 평행이동을 학습한 후 학년이 올라감에 따라 테셀레이션과 준정테셀레이션에 대해 학습하도록 하고 있다. 우리나라에

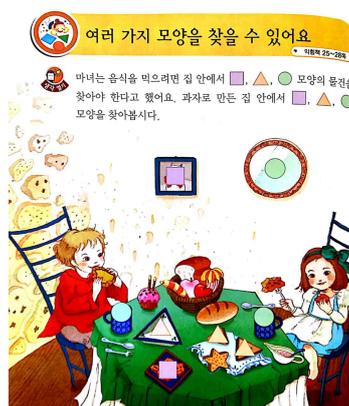
서도 밀기, 뒤집기, 돌리기를 배운 후 Escher의 작품을 탐구하고 규칙적인 무늬를 만드는 활동을 한다.

전영아(2000)는 테셀레이션을 만들고 분석하는 과정을 통해 학생들에게 수학에 대한 여러 개념과 함께 수학적 창의성을 자극할 수 있다고 하였다. 또한 수학과 미술, 수학과 일상생활을 연결 지어 논의하고 확인하는 흥미로운 주제가 될 수 있다고 하였다. 우리나라에서도 교과서에 Escher의 작품을 소개하고 있는 만큼 학년이 심화됨에 따라 테셀레이션을 지도한다면 2009 개정 초등학교 수학과 교육과정에서 이야기하고 있는 창의·인성 중심의 21세기 지식 기반 사회에 필요한 경쟁력을 갖추는 데에 도움이 될 것이라 생각한다.

3) 원의 구성 요소

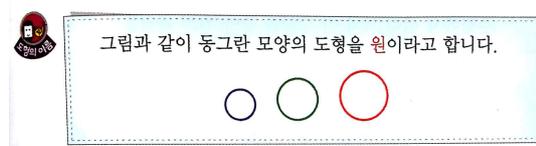
가) 우리나라 2009 개정 초등학교 수학 교과서 분석

우리나라 교과서 1학년 2학기 2. 여러 가지 모양 단원에서 학생들은 자기 주변이나 실생활의 물건에서 동그라미 모양을 직관적으로 파악하는 활동을 통해 도형 학습을 준비하게 된다. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 교수·학습상의 유의점에 따르면 교사는 모양의 이름을 붙여 범주화하지 않아야 하며 ○ 모양의 구체물을 준비해두었다가 이것을 들어 가리키며 ‘이런 모양’이라고 말해주어야 한다. [그림 IV-29]에서 볼 수 있듯이 학생들은 문제 상황 속에서 동그라미 모양을 찾고 모양의 특징을 직관적으로 파악하여 같은 모양끼리 모아보며 여러 가지 모양을 사용하여 만들기와 꾸미기 활동을 하게 된다.



[그림 IV-29] ○ 모양 찾기(교육부, 2015b, p.46)

2학년 1학기 2. 여러 가지 도형 단원에서는 2차시 ‘원을 알 수 있어요’에서 여러 가지 물건으로 원을 그리고 원의 의미를 이해하도록 한다. 이 때 [그림Ⅳ-30]과 같이 크기가 다른 3개의 원을 제시하며 ‘그림과 같이 동그란 모양의 도형을 원이라고 합니다.’라고 원을 정의하고 있다.



[그림Ⅳ-30] 원의 정의(교육부, 2015b, p.55)

3학년 2학기 3. 원 단원에서는 원을 그리는 방법을 통하여 원의 의미를 이해하는데 중점을 두고 있다. 2차시 ‘원을 만들 수 있어요’에서는 [그림Ⅳ-31]과 같이 종이로 원 만들기, 4명이서 원 만들기, 손가락으로 원 만들기, 실과 단추를 이용하여 원 만들기를 통해 다양한 방법으로 원을 만들어보도록 하고 있다. 마무리 활동으로는 띠종이와 누름 못을 이용하여 원을 그려본다.



[그림Ⅳ-31] 다양한 원 만들기 활동(교육부, 2015f, pp.78-79)

3학년 2학기 3단원 3차시 ‘원의 중심과 반지름을 알 수 있어요’에서는 [그림Ⅳ-32]처럼 원을 그리는 여러 가지 방법의 공통점을 찾고 ‘원의 가장 안쪽에 있는 점’을 ‘원의 중심’, ‘원의 중심과 원 위의 한 점을 이은 선분’을 ‘원의 반지름’으로 정의한다. 주변에서 원의 중심과 반지름을 찾아보고 원의 중심과 반지름을 넣어 문장을 만드는 활동을 한다.

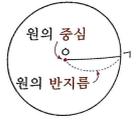


원을 그리는 여러 가지 방법의 공통점을 알아보시오.

- 원을 그리는 여러 가지 방법을 말해 보시오.
- 예) 누름 못과 연필, 띠 줄이를 사용하여 그리는 방법이 있습니다.
- 원을 그리는 다음 방법들의 공통점을 말해 보시오.
- 예) 가운데대를 고정시키고 원을 그렸습니다.

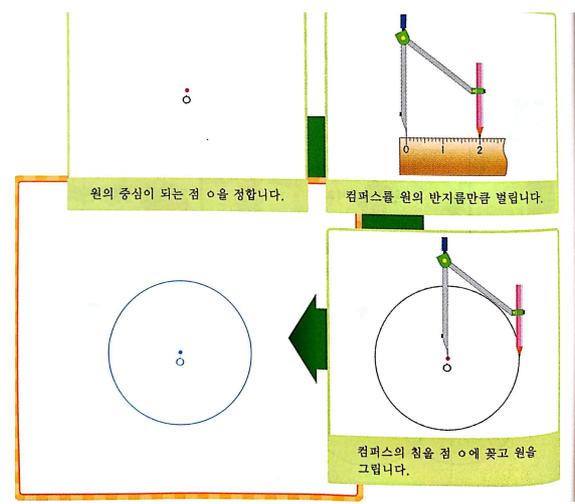


원의 가장 안쪽에 있는 점을 원의 중심이라 하고, 원의 중심과 원 위의 한 점을 이은 선분을 원의 반지름이라고 합니다. 오른쪽 그림에서 선분 $o-g$ 은 원의 반지름입니다.



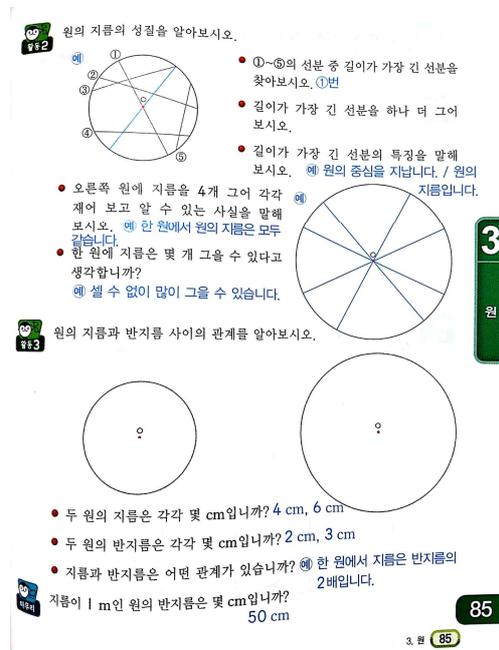
[그림 IV-32] 원의 중심과 반지름(교육부, 2015f, p.80)

3학년 2학기 3단원 4차시 ‘컴퍼스로 원을 그릴 수 있어요’에서는 [그림 IV-33]와 같은 방법으로 컴퍼스를 사용하여 크기가 같은 원을 그려본다. 직접 원의 반지름을 긋고 재어보는 조작 활동과 탐구 활동을 통해 학생들은 한 원에서 원의 반지름은 모두 같음을 알게 된다.



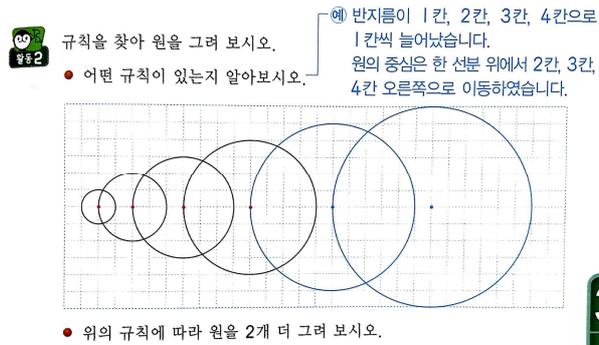
[그림 IV-33] 컴퍼스로 원 그리기(교육부, 2015f, p.82)

3학년 2학기 3단원 5차시 ‘원의 지름을 알 수 있어요’에서는 투명 종이에 원을 그리고 원을 똑같이 넷으로 나누어지도록 접어서 접은 곳을 따라 직선을 그어봄으로써 ‘원 위의 두 점을 이은 선분이 원의 중심을 지날 때, 이 선분을 원의 지름’이라는 것을 알도록 한다. [그림 IV-34]와 같이 원에 그은 선분 중 길이가 가장 긴 선분이 원의 지름임을 알고, 지름을 여러 개 긋고 재어 보는 활동을 통해 한 원에서 지름이 모두 같으며 셀 수 없이 많다는 것을 알게 된다. 또한 원의 지름과 반지름을 재어 보는 활동을 통해 원의 지름과 반지름 사이의 관계를 이해한다.



[그림 IV-34] 원의 지름(교육부, 2015f, p.85)

3학년 2학기 3단원 6차시 ‘원을 이용하여 여러 가지 모양을 그릴 수 있어요’에서는 원을 이용하여 여러 가지 모양을 그리고 규칙에 따라 원을 그려보도록 한다. 학생들의 다양한 아이디어를 인정하며 자신의 규칙을 원의 중심, 반지름, 지름 등 수학적 용어를 사용하여 표현하도록 하고 있다.

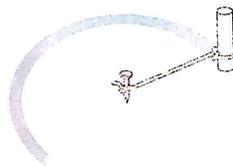


[그림 IV-35] 규칙에 따라 원 그리기(교육부, 2015f, p.87)

나) 미국 Everyday Mathematics 교과서 분석

미국 EM 교과서 1학년 2학기 7. 기하와 속성 단원의 2차시 ‘속성, 디자인, 연산접시 탐구하기’에서는 주변에서 원 모양의 물건을 찾아본다.

4학년 1학기 1. 도형 이름붙이고 구성하기 단원의 6차시 ‘컴퍼스를 이용하여 원 그리기’에서는 [그림 IV-36]과 같이 운동장에 큰 원을 그리는 문제 상황을 제시하여 줄에 말뚝을 박고 그리는 방법을 떠올리도록 한다.



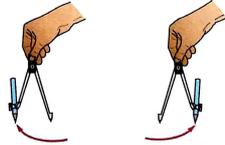
One way of drawing a circle without a compass

[그림 IV-36] 운동장에 큰 원 그리는 문제 상황(Bell,M.,et al., 2012g, p.48)

[그림 IV-37]에서 볼 수 있듯이 컴퍼스로 원을 그리는 방법을 자세하게 설명하고 있는데 연필을 회전할 때 시계방향으로 돌릴 경우에는 5시 방향에서, 반시계 방향으로 돌릴 경우에는 7시 방향에서 시작하라고 설명하고 있다. 컴퍼스의 바늘 침이 위치했던 점은 원의 중심이라고 소개하며 원의 중심과 원의 내부는 원의 일부분이 아님을 유의하도록 한다. 원의 모든 점은 원의 중심으로부터 같은 거리에 위치해 있음을 통해 원을 정의한다.

Method 1:

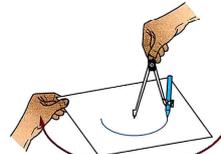
1. Press the anchor of the compass firmly onto the paper. (Some teachers find it helpful to tape the paper to the work surface.)
2. Rotate the pencil point of the compass around the anchor, keeping the paper fixed in place.
3. If the pencil is rotated clockwise, start with the pencil close to where the 5 would be located on a clock face. (If rotating counterclockwise, start near the 7.)



Method 1

Method 2:

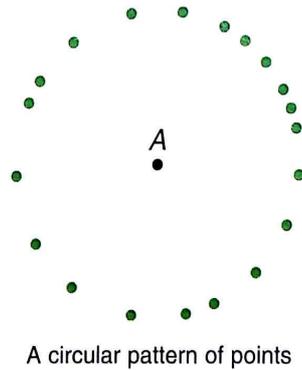
Rotate a single sheet of paper, keeping the anchor and pencil point fixed in place. This method is especially useful when drawing smaller circles.



Method 2

[그림 IV-37] 컴퍼스로 원 그리는 2가지 방법(Bell,M.,et al., 2012g, p.49)

4학년 1학기 1단원 7차시 ‘원 그리기’에서는 [그림 IV-38]과 같이 ‘원은 원의 중심이라고 불리는 점으로부터 모든 점이 주어진 거리만큼 떨어져 있는 도형’, ‘원의 반지름은 원의 중심으로부터 원의 어떤 점까지 이은 선분’으로 정의하고 원 그리는 연습을 한다. 동심원을 그리는 연습을 위한 다트판 그리기, 각 원이 서로의 원의 중심을 지나는 합동인 원 그리기, 원 디자인하기와 같은 다양한 원 그리기 활동을 실시하고 있다. 같은 중심을 갖는 원들을 동심원이라고 소개하며 도넛, CD, 연못의 파문 등의 다양한 예를 통해 동심원을 학습한다.



[그림 IV-38] 원의 정의(Bell,M.,et al., 2012g, p.53)

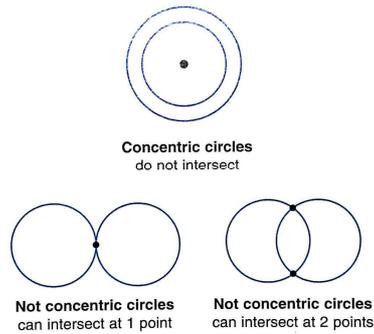
5학년 1학기 3단원 5차시 ‘컴퍼스 사용하기’에서 ‘원의 지름은 원의 중심을 통과하고 양 끝점이 원 위에 있는 어떤 선분’으로 정의한다. 어떤 원이든 지름은 반지름의 2배가 된다고 설명하고 있다.

다) 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 비교

원의 구성 요소에 대해 우리나라와 미국 교과서를 비교한 결과 다음과 같은 차이점을 발견할 수 있었다.

첫째, 미국 EM 교과서는 우리나라 교과서에 비해 컴퍼스로 원을 그리는 방법을 매우 자세하게 설명하고 있다. [그림 IV-37]에서 살펴본 바와 같이 연필을 회전할 때 시계방향으로 돌릴 경우에는 5시 방향에서, 반시계방향으로 돌릴 경우에는 7시 방향에서 시작하면 쉽게 그릴 수 있다고 설명하고 있다. 또한 작은 원을 그리는 경우에는 컴퍼스를 돌려서 원을 그리지 않고 종이를 돌리는 방법으로 원을 그리는 것이 편리하다고 안내하고 있다. 이 같은 내용은 사소하게 느껴질 수 있으나 처음 컴퍼스라는 도구를 사용하는 학생들에게는 유용한 정보이므로 우리나라 학생들에게도 도구의 사용법에 대해 자세하게 설명해줄 필요가 있다고 하겠다.

둘째, 우리나라 교과서와 달리 EM교과서에서는 동심원을 다루고 있다. 동심원이란 [그림 IV-39]과 같이 같은 중심을 가지고 있으며 교차되는 곳이 없는 원을 일컫는다. EM 교과서에서는 동심원에 대해 학습한 후 동심원을 이용하여 디자인 해보도록 하고 있다.

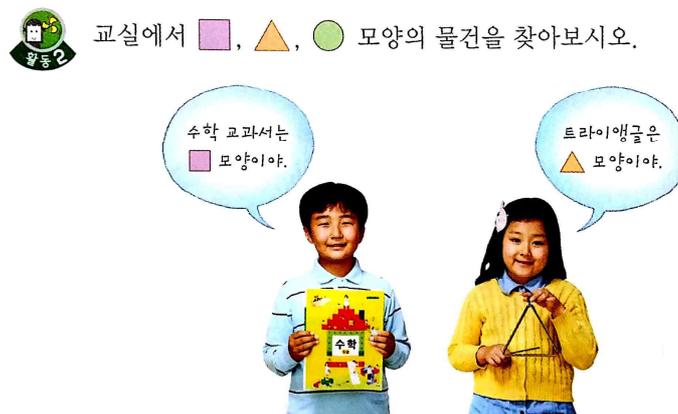


[그림 IV-39] 동심원(Bell,M.,et al., 2012g, p.55)

4) 여러 가지 삼각형

가) 우리나라 2009 개정 초등학교 수학 교과서 분석

우리나라 교과서 1학년 2학기 2. 여러 가지 모양 단원에서 학생들은 자기 주변이나 실생활의 물건에서 세모 모양을 직관적으로 파악하는 활동을 통해 도형 학습을 준비하게 된다. 앞서 확인한바와 같이 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 교수·학습상의 유의점에 따르면 교사는 세모 모양이라는 이름을 붙여 범주화하지 않아야 한다. [그림 IV-40]와 같이 학생들은 문제 상황 속에서 △ 모양을 찾고 모양의 특징을 직관적으로 파악하여 같은 모양끼리 모아보며 여러 가지 모양을 사용하여 만들기와 꾸미기 활동을 하게 된다.



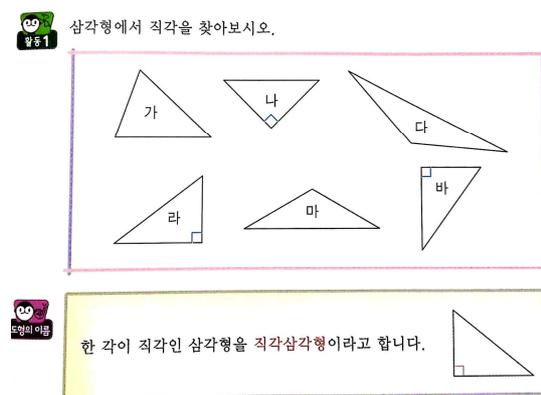
[그림 IV-40] △, □ 모양 찾기(교육부, 2015b, p.48)

2학년 1학기 2. 여러 가지 도형 단원에서는 3차시 ‘삼각형을 알 수 있어요’에서 삼각형의 의미와 특징을 알고 기하판 위에 삼각형을 만들어 본다. 2007 개정 교육과정에서는 삼각형을 배우기 전에 선분이라는 용어를 학습하고 선분으로 삼각형을 정의 내렸지만 2009 개정 수학과 교육과정에서는 선분이라는 용어가 3학년으로 올라갔기 때문에 언급하지 않는다. 따라서 [그림 IV-41]과 같이 크기와 모양이 다른 3개의 삼각형을 제시하며 ‘그림과 같은 모양의 도형을 삼각형이라고 합니다.’라고 삼각형을 정의하고 있다. 이후 삼각형의 특징을 살펴보며 곧은 선을 변, 뾰족한 부분을 꼭짓점이라고 이름 붙인다.



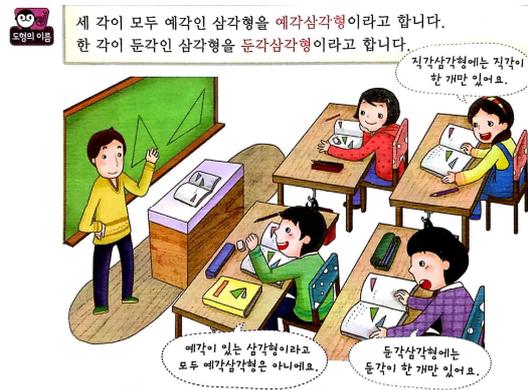
[그림 IV-41] 삼각형의 정의(교육부, 2015c, p.59)

3학년 1학기 2. 평면도형 단원에서는 5차시 ‘직각삼각형을 알 수 있어요’에서 [그림 IV-42]에서 볼 수 있듯이 예와 반례를 통해 ‘한 각이 직각인 삼각형’을 ‘직각삼각형’이라고 정의한다. 기하 판 위에 여러 가지 직각삼각형을 만들고 직각을 찾아보며 이를 점 종이에 옮겨 그려본다.



[그림 IV-42] 직각삼각형의 정의(교육부, 2015e, p.65)

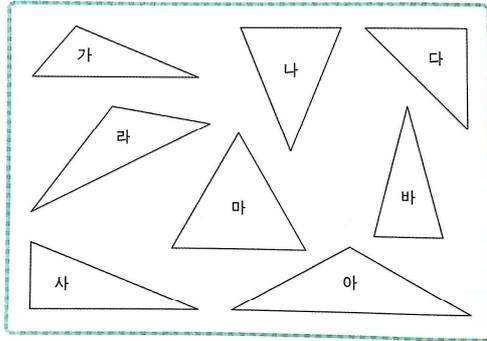
4학년 1학기 3. 각도와 삼각형 단원에서는 11차시 ‘삼각형을 각의 크기에 따라 분류할 수 있어요’에서 삼각형을 각의 크기에 따라 분류하여 예각삼각형과 둔각삼각형을 알아보는 활동을 한다. [그림Ⅳ-43]과 같이 ‘세 각이 모두 예각인 삼각형’을 ‘예각삼각형’, ‘한 각이 둔각인 삼각형’을 ‘둔각삼각형’으로 정의하고 점 중이에 직각삼각형, 예각삼각형, 둔각삼각형을 그리고 확인한다. 삼각형을 분류하는 기준으로는 삼각형의 세 각의 구성에 초점을 맞추어 예각만으로 구성되었는지, 예각과 직각으로 구성되었는지, 예각과 둔각으로 구성되었는지에 관심을 가지게 한다.



[그림Ⅳ-43] 예각 삼각형과 둔각삼각형의 정의(교육부, 2015g, p.100)

4학년 1학기 3단원 12차시 ‘삼각형을 변의 길이에 따라 분류할 수 있어요’에서는 [그림Ⅳ-44]와 같이 삼각형의 세 변의 길이를 자로 직접 재어 변의 길이에 따라 삼각형을 분류해본다. 삼각형을 두 변의 길이가 같은 삼각형, 세 변의 길이가 같은 삼각형, 세 변의 길이가 모두 다른 삼각형으로 분류하도록 하여 ‘두 변의 길이가 같은 삼각형’을 ‘이등변삼각형’, ‘세 변의 길이가 같은 삼각형’을 ‘정삼각형’이라고 정의한다. 이 때 정삼각형은 이등변삼각형의 특수한 경우임을 이해하도록 한다.

활동 1 삼각형을 변의 길이에 따라 분류해 보시오.

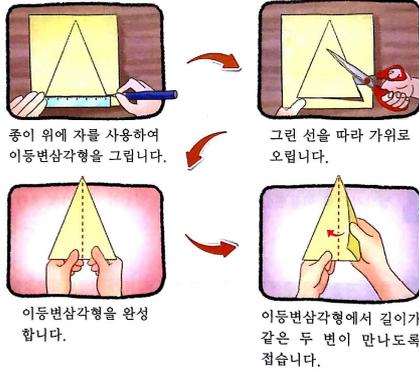


- 변의 길이를 재어 보시오.
- 삼각형을 변의 길이에 따라 어떻게 분류할 수 있는지 이야기해 보시오.

[그림 IV-44] 변의 길이에 따른 삼각형의 분류(교육부, 2015g, p.102)

4학년 1학기 3단원 13차시 ‘이등변삼각형의 성질을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-45]의 활동들을 통해 이등변삼각형을 그린 후 오려서 접어보고 두 밑각의 크기가 같음을 발견하고 이등변삼각형을 그린 후 각도기로 재어 두 각의 크기가 같음을 확인한다. 마지막으로 각도기를 사용하여 두 각의 크기가 같은 삼각형을 그려보고 두 변의 길이가 같은지 확인하여 이등변삼각형의 성질을 이해한다.

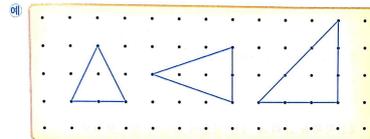
활동 1 이등변삼각형을 만들고 어떤 성질이 있는지 찾아보시오.



- 이등변삼각형에서 길이가 같은 두 변이 만나도록 접어서 알게 된 것을 이야기해 보시오.

활동 2 이등변삼각형을 그리고 각의 크기를 재어 보시오.

- 이등변삼각형을 그리고 각의 크기를 각도기로 각각 재어 보시오.



- 이등변삼각형의 각의 크기에 대해 알게 된 것을 이야기해 보시오.

활동 3 각도기를 사용하여 두 각이 각각 30°인 삼각형을 그려 보시오.

- 주어진 선분의 양 끝에 각각 30°인 각을 그려 보시오.
- 두 각의 변이 만나는 점을 찾아 삼각형을 완성하시오.



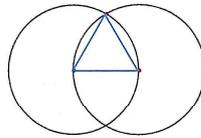
- 그린 삼각형의 변의 길이를 각각 재어 보시오.
- 그린 삼각형을 어떤 삼각형이라고 할 수 있습니까? 이등변삼각형

[그림 IV-45] 이등변삼각형의 성질 알기(교육부, 2015g, pp.104-105)

4학년 1학기 3단원 14차시 ‘정삼각형의 성질을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-46]과 같이 반지름의 양 끝인 원의 중심과 두 원이 만나는 한 점을 연결하여 정삼각형을 그려본다. 그린 정삼각형의 각의 크기를 각도기로 재고 세 각의 크기가 모두 60° 로 같다는 것을 알게 된다. 이번에는 각도기를 이용하여 두 각의 크기가 60° 인 삼각형을 그려 보고 세 변의 길이가 같은지 확인해본다.



정삼각형을 그리고 어떤 성질이 있는지 찾아보시오.



- 반지름의 양 끝인 원의 중심과 두 원이 만나는 한 점을 연결해 보시오. 어떤 도형이 만들어질까요? **정삼각형**
- 왜 그렇게 생각합니까? 세 변의 길이가 같기 때문입니다.

[그림 IV-46] 정삼각형 그리기(교육부, 2015g, p.106)

나) 미국 Everyday Mathematics 교과서 분석

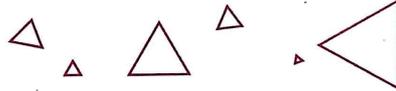
미국 EM 교과서 1학년 2학기 7. 기하와 속성 단원의 2차시 ‘속성, 디자인, 연산접시 탐구하기’에서는 주변에서 삼각형 모양의 물건을 찾아본다.

3학년 1학기 6. 기하 단원의 4차시 ‘삼각형’에서는 삼각형의 변, 꼭짓점, 각의 명칭을 알고 삼각형의 다양한 특징을 설명하도록 하고 있다. 삼각형을 꼭짓점에 의해 이름을 붙이고 빨대를 이용하여 삼각형을 만들어본다. ‘모든 변의 길이가 같은 삼각형’을 만들고 이를 ‘등변삼각형’이라고 알려준다. [그림 IV-47]과 같이 학생들은 다양한 크기와 모양의 삼각형들을 살펴보고 등변삼각형은 변의 길이와 상관없이 각의 크기가 모두 같음을 발견한다.

Triangles have many different sizes and shapes.
Two special types of triangles have been given names.

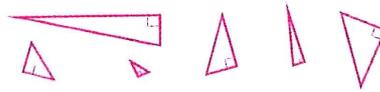
Equilateral Triangles

An **equilateral triangle** is a triangle with all 3 sides the same length. All equilateral triangles have the same shape.

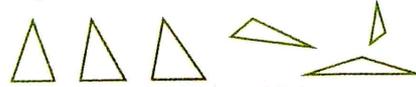


Right Triangles

A **right triangle** is a triangle with 1 right angle (square corner). Right triangles can have many different shapes.



Other triangles are shown below. None of these is an equilateral triangle. None is a right triangle.



[그림 IV-47] 등변삼각형, 직각삼각형, 기타삼각형(Bell,M.,et al., 2012e, p.422)

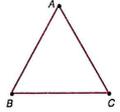
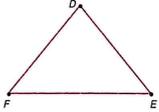
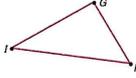
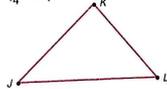
길이가 3,4,5인 빨대로는 어떤 삼각형을 만들 수 있을지 알아보고 이 삼각형에 직각이 있음을 발견한다. ‘직각을 갖고 있는 삼각형’을 ‘직각 삼각형’이라고 부른다. EM 교과서에서 ‘예각 삼각형’은 ‘모든 각이 90°보다 작은 삼각형’, ‘둔각 삼각형’은 ‘한 각이 90°보다 큰 삼각형’, ‘이등변삼각형’은 ‘적어도 두 개의 변의 길이가 같은 삼각형’, ‘부등변삼각형’은 ‘세 개의 길이가 다른 변으로 이루어진 삼각형’으로 정의하고 있다. 이후 [그림 IV-48]과 같이 주어진 점을 직선자를 사용하여 이어 등변삼각형, 이등변삼각형, 부등변삼각형, 직각삼각형을 그리고 눈금자를 이용하여 길이를 재본다.

Name _____ Date _____ Time _____

HOME LINK **6-4** **Triangles**

Family Note Your child has been learning about the properties of triangles. Watch as your child completes the page.

For each problem, use a straightedge to connect the three points with three line segments. Show someone at home that the triangles match their descriptions. To measure triangles 1-3, cut out and use the ruler at the right. To find the right angle in triangle 4, use the square corner of a piece of paper.

<p>1. equilateral triangle All sides and angles are equal.</p> 	<p>2. isosceles triangle Two sides are equal.</p> 
<p>3. scalene triangle No sides are equal.</p> 	<p>4. right triangle The triangle has a right angle ($\frac{1}{4}$ turn).</p> 



[그림 IV-48] 삼각형 그리기(Bell,M.,et al., 2012e, p.424)

4학년 1학기 1단원 3차시 ‘각, 삼각형, 사각형’에서는 서로 길이가 다른 세 개의 빨대를 이용하여 삼각형을 만들어보는 활동을 한다.

4학년 1학기 1단원 8차시 ‘육각형과 삼각형 그리기’에서는 컴퍼스와 직선자를 사용하여 선분 복사하는 방법에 대해 이야기 나눈다. 선분을 복사하는 방법을 통해 정육각형을 그리고 정육각형을 분할함으로써 삼각형을 그려본다.

4학년 2학기 7. 분수와 활용;가능성 단원의 1차시 ‘기본 분수 개념 복습’에서는 심화학습으로 [그림 IV-49]과 같이 등변삼각형을 그리는 활동을 실시하고 있다. 컴퍼스와 직선자를 이용하여 주어진 순서에 따라 등변삼각형을 그린다.

LESSON 7-1 **Constructing an Equilateral Triangle** 

An **equilateral triangle** is a triangle in which all 3 sides are the same length. Here is one way to construct an equilateral triangle using a compass and straightedge.

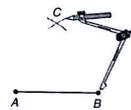
Step 1: Draw line segment AB .



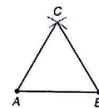
Step 2: Place the anchor of the compass on A and the pencil on B . Without changing the compass opening, make an arc above the line segment.



Step 3: Place the anchor on B . Keeping the same compass opening, make a second arc that crosses the first arc. Label the point where the two arcs cross as C .



Step 4: Draw line segments AC and BC .



Use your compass and straightedge to construct a very large equilateral triangle on a separate sheet of paper. Cut out your triangle. Divide it into 6 equal parts. Color $\frac{1}{6}$ of it. Tape your triangle on the back of this sheet.

[그림 IV-49] 등변삼각형 그리기(Bell,M.,et al., 2012h, p.575)

4학년 2학기 8. 둘레와 면적 단원의 7차시 ‘삼각형의 면적을 위한 공식’에서는 삼각형의 속성과 등변삼각형, 이등변삼각형, 부등변삼각형, 직각삼각형의 정의를 다시금 복습한다.

다) 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 비교

여러 가지 삼각형에 대해 우리나라와 미국 교과서를 비교한 결과 다음과 같은 차이점을 발견할 수 있었다.

첫째, 미국 EM 교과서는 부등변삼각형을 다루고 있으나 우리나라 교과서는 다루고 있지 않다. EM 교과서에서는 변의 길이에 따라 삼각형을 등변삼각형(정삼각형), 이등변삼각형, 부등변삼각형으로 분류한다. 우리나라 교과서에서는 정삼각형과 이등변삼각형만 정의하여 다루고 있다.

둘째, 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 모두 도형을 그리는 연습을 하기 전

에 기하판(지오보드)를 사용하여 도형을 만드는 활동을 실시한다. 이후 이를 점 종이에 옮겨 그리도록 하고 있다.

셋째, 우리나라 교과서에서는 필요시에만 삼각형의 꼭짓점에 표식을 붙여 제시하고 있지만 미국 EM 교과서에서는 대부분의 삼각형의 꼭짓점에 표식을 붙여 제시한다. 앞서 살펴본바와 같이 EM 교과서에서는 점, 선분, 반직선, 직선 등을 도입할 때에도 표식을 붙이고 기호로도 나타내며 읽는 방법을 지도하는 부분이 있었다. 삼각형도 마찬가지로 꼭짓점에 표식을 붙이고 $\triangle ABC$ 와 같이 기호로 나타내며 읽어 보는 활동을 실시한다. 그림을 통해 다양한 도형의 모습을 [그림 IV-47]에서와 같이 예를 들어 보여주는 경우를 제외하고는 모든 경우에 표식을 붙여 제시하였다. 반면 우리나라 교과서에서는 변의 길이를 확인하기 위해 선분을 일컬을 필요가 있는 경우에만 삼각형의 꼭짓점에 표식을 붙여 삼각형을 나타내었으며 그 밖의 경우에는 따로 표식을 붙이지 않고 있었다. 도형의 꼭짓점에 표식을 붙이는 것은 수학적 의사소통을 보다 원활하게 해주기 때문에 우리나라 교과서에서도 도형의 꼭짓점에 표식을 붙여 나타낼 필요가 있다고 하겠다.

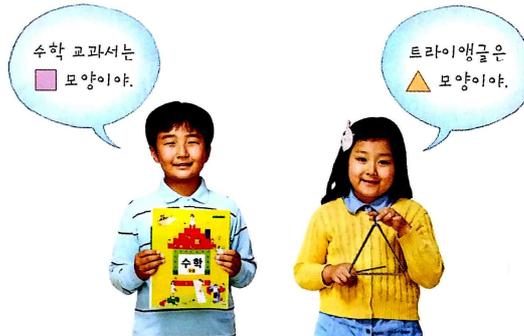
5) 여러 가지 사각형

가) 우리나라 2009 개정 초등학교 수학 교과서 분석

우리나라 교과서 1학년 2학기 2. 여러 가지 모양 단원에서 학생들은 자기 주변이나 실생활의 물건에서 네모 모양을 직관적으로 파악하는 활동을 통해 도형 학습을 준비하게 된다. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 교수·학습상의 유의점에 따르면 교사는 모양의 이름을 붙여 범주화하지 않아야 하며 □모양의 구체물을 준비해두었다가 이것을 들어 가리키며 ‘이런 모양’이라고 말해 주어야 한다. 학생들은 [그림 IV-40]과 같이 문제 상황 속에서 네모 모양을 찾고 모양의 특징을 직관적으로 파악하여 같은 모양끼리 모아보며 여러 가지 모양을 사용하여 만들기와 꾸미기 활동을 하게 된다.

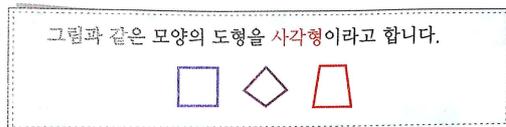


교실에서 □, △, ○ 모양의 물건을 찾아보시오.



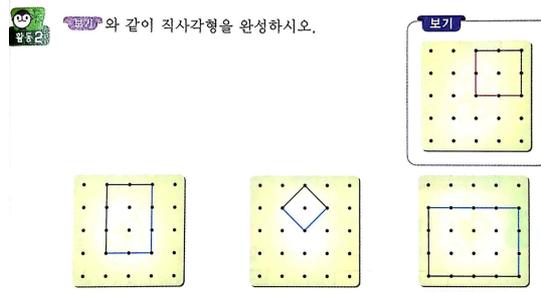
[그림 IV-40] △, □ 모양 찾기(교육부, 2015b, p.48)

2학년 1학기 2. 여러 가지 도형 단원에서는 4차시 ‘사각형을 알 수 있어요’에서 사각형의 의미와 특징을 알고 기하판 위에 사각형을 만들어 본다. 이때 [그림 IV-50]와 같이 크기와 모양이 다른 3개의 사각형을 제시하며 ‘그림과 같은 모양의 도형을 사각형이라고 합니다.’라고 사각형을 정의하고 있다. 교과서에서는 오목 사각형을 예시하지 않았지만 학생들에게 오목사각형의 예도 함께 보여주도록 지도서에 안내되어 있다. 다만 ‘오목’, ‘볼록’의 용어를 지도하지는 않는다. 이후 사각형의 변과 꼭짓점을 살펴보며 사각형을 이루고 있는 구성요소를 이해하게 된다.



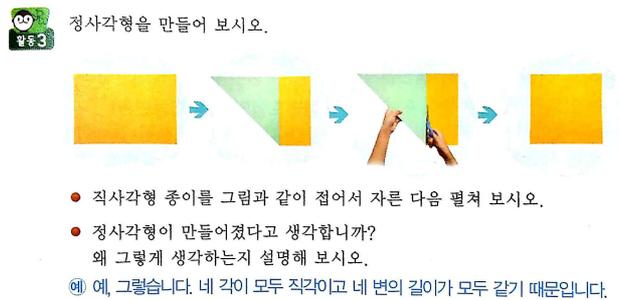
[그림 IV-50] 사각형의 정의(교육부, 2015c, p.63)

3학년 1학기 2. 평면도형 단원에서는 6차시 ‘직사각형을 알 수 있어요’에서 건물과 도형에서 직각을 찾아 ‘네 각이 모두 직각인 사각형’을 ‘직사각형’이라고 정의한다. [그림 IV-51]과 같이 점 종이에 그려진 두 선분을 이용하여 직사각형을 완성하여 그려보고 생활에서 직사각형을 발견해본다.



[그림 IV-51] 직사각형 그리기(교육부, 2015e, p.67)

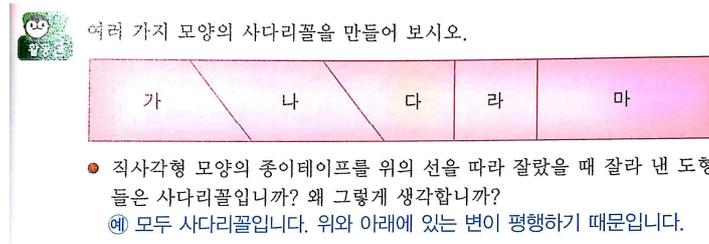
3학년 1학기 2단원 7차시 ‘정사각형을 알 수 있어요’에서는 직사각형을 비교하여 정사각형의 개념을 형성한다. 네 변의 길이가 같은 직사각형을 통해 ‘네 각이 모두 직각이고 네 변의 길이가 모두 같은 사각형’을 ‘정사각형’이라고 정의한다. [그림 IV-52]와 같이 직사각형 종이를 접어서 정사각형을 만들어 보기도 하고 접 종이에 그어진 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그려본다.



[그림 IV-52] 정사각형 만들기(교육부, 2015e, p.69)

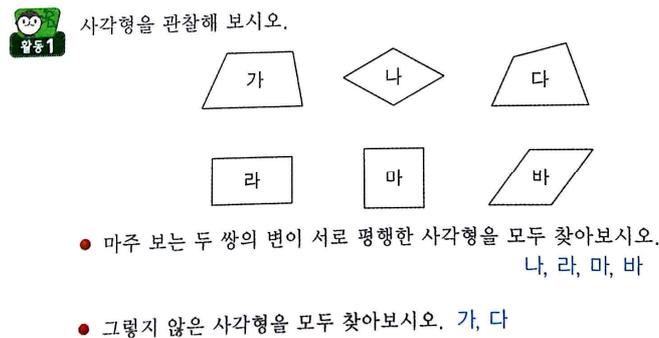
4학년 2학기 3. 다각형 단원에서는 여러 가지 사각형을 사다리꼴, 평행사변형, 마름모로 각각 분류해보고 찾아보며 평행사변형과 마름모의 성질, 직사각형과 정사각형의 성질을 이해해본다. 2차시 ‘사다리꼴을 알 수 있어요’에서는 사각형을 평행한 변이 한 쌍이라도 있는 것과 그렇지 않은 것으로 분류하여 ‘평행한 변이 있는 사각형, 즉 마주 보는 한 쌍의 변이 서로 평행한 사각형’을 ‘사다리꼴’로 정의한다. [그림 IV-53]과 같이 직사각형 모양의 종이에이프를 사다리꼴을 만들어

보기도 하고 점 종이에 모양이 다른 사다리꼴을 2개 그리는 활동을 실시한다. 생활 속에서 사다리꼴을 찾아보고 사다리꼴 모양으로 만들었을 때의 좋은 점을 찾아본다.



[그림 IV-53] 사다리꼴 만들기(교육부, 2015h, p.85)

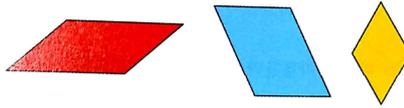
4학년 2학기 3단원 3차시 ‘평행사변형을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-54]와 같이 사각형을 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행한 것과 그렇지 않은 것으로 분류하여 ‘마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행한 사각형’을 ‘평행사변형’이라고 정의한다. 주어진 사각형 중에서 평행사변형을 모두 찾아보고 선분을 사용하여 평행사변형을 그려본다. 생활 속에서 평행사변형을 찾아보는 활동도 실시한다.



[그림 IV-54] 평행사변형 관찰하기(교육부, 2015h, p.86)

4학년 2학기 3단원 4차시 ‘평행사변형의 성질을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-55]와 같이 평행사변형의 여러 가지 성질을 예상해 보고 예상한 성질을 구체적인 조작 활동을 통해 확인해본다. 탐구 결과 알게 된 평행사변형의 성질을 이용하여 관련된 문제를 해결하도록 한다.

활동 2 평행사변형의 여러 가지 성질을 확인해 보시오.



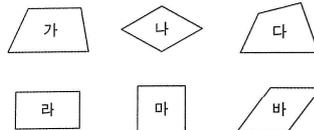
활동 3 에서 예상한 평행사변형의 성질을 여러 가지 방법으로 확인해 보시오.

예상한 성질	확인 방법	확인 결과
예 마주 보는 두 변의 길이가 같습니다.	자로 재어 봅니다.	그렇습니다.
마주 보는 두 각의 크기가 같습니다.	각도기로 재어 봅니다.	그렇습니다.
이웃한 두 각의 크기의 합이 180°입니다.	각도기로 잰 후 두 각을 더해 봅니다.	그렇습니다.

[그림 IV-55] 평행사변형의 성질 확인하기(교육부, 2015h, p.89)

4학년 2학기 3단원 5차시 ‘마름모를 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-56]과 같이 사각형을 네 변의 길이가 모두 같은 것과 그렇지 않은 것으로 분류하여 ‘네 변의 길이가 모두 같은 사각형’을 ‘마름모’라고 정의한다. 주어진 사각형 중에서 마름모를 모두 찾아보고 주어진 선분을 이용하여 마름모를 그려본다. 생활 속에서 마름모를 찾아보는 활동도 실시한다.

활동 1 사각형을 관찰해 보시오.



- 네 변의 길이가 모두 같은 사각형을 모두 찾아보시오. 나, 마
- 그렇지 않은 사각형을 모두 찾아보시오. 가, 다, 라, 바

[그림 IV-56] 마름모 관찰하기(교육부, 2015h, p.90)

4학년 2학기 3단원 6차시 ‘마름모의 성질을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-57]과 같이 마름모의 여러 가지 성질을 예상해 보고 예상한 성질을 구체적인 조작 활동을 통해 확인해본다. 탐구 결과 알게 된 마름모의 성질을 이용하여 관련된

문제를 해결하도록 한다.

09 활동 2 마름모의 여러 가지 성질을 확인해 보시오. 준비물 4쪽



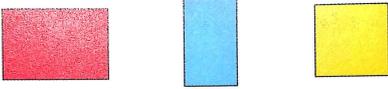
09 활동 1 에서 예상한 마름모의 성질을 여러 가지 방법으로 확인해 보시오.

예상한 성질	확인 방법	확인 결과
예 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행합니다.	직각 삼각자 2개로 확인합니다.	그렇습니다.
마주 보는 두 각의 크기가 같습니다.	각도기로 재어 봅니다.	그렇습니다.
마주 보는 꼭짓점끼리 이온 선분이 서로 수직입니다.	직접 선분을 그은 후 각도기로 재어 봅니다.	그렇습니다.

[그림 IV-57] 마름모의 성질 확인하기(교육부, 2015h, p.93)

4학년 2학기 3단원 7차시 ‘직사각형의 성질을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-58]처럼 직사각형의 여러 가지 성질을 예상해 보고 예상한 성질을 구체적인 조작 활동을 통해 확인해본다. 이 때 직사각형과 사다리꼴, 평행사변형 사이의 포함 관계는 직접적으로 다루지 않는다. [그림 IV-59]와 같이 활동 2에서는 정사각형의 여러 가지 성질을 예상해 보고 예상한 성질을 구체적인 조작 활동을 통해 확인해본다. 학생들이 사다리꼴이나 마름모의 정의에 따라 “정사각형은 사다리꼴입니다.,” “정사각형은 마름모입니다.”라고 말할 수는 있으나 이 점을 강조하거나 강요하지는 않는다.

09 활동 1 직사각형의 성질을 알아보시오.



직사각형은 어떤 성질을 가지고 있는지 예상하고 확인해 보시오.

예상한 성질	확인 방법	확인 결과
예 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행합니다.	한 직선에 수직인 두 직선은 평행하기 때문입니다.	그렇습니다.
마주 보는 두 변의 길이가 같습니다.	자로 재어 봅니다.	그렇습니다.
마주 보는 두 각의 크기가 같습니다.	직사각형은 네 각이 모두 직각이기 때문입니다.	그렇습니다.

[그림 IV-58] 직사각형의 성질 확인하기(교육부, 2015h, p.94)

정사각형의 성질을 알아보시오.



정사각형은 어떤 성질을 가지고 있을지 예상하고 확인해 보시오.

예상한 성질	확인 방법	확인 결과
예 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행합니다.	한 직선에 수직인 두 직선은 평행하기 때문입니다.	그렇습니다.
마주 보는 두 각의 크기가 같습니다.	정사각형은 네 각이 모두 직각이기 때문입니다.	그렇습니다.
마주 보는 꼭짓점끼리 이은 선분의 길이가 같습니다.	직접 선분을 그은 후 자로 재어 봅니다.	그렇습니다.

[그림 IV-59] 정사각형의 성질 확인하기(교육부, 2015h, p.95)

나) 미국 Everyday Mathematics 교과서 분석

미국 EM 교과서 1학년 2학기 7. 기하와 속성 단원의 2차시 ‘속성, 디자인, 연관접시 탐구하기’에서는 주변에서 사각형 모양의 물건을 찾아본다.

2학년 1학기 5. 입체도형과 평면도형 단원의 5차시 ‘사각형’에서는 [그림 IV-60]과 같이 다양한 사각형의 이름과 특성을 확인하고 [그림 IV-61]처럼 사각형 간의 공통점과 차이점을 탐구한다. 정사각형과 마름모의 공통점, 정사각형과 직사각형의 공통점, 사다리꼴과 평행사변형의 차이점, 평행사변형과 연꼴의 공통점을 교사가 발문을 통해 학생들의 답변을 이끌어낸다. 이후 교과서에 제시된 삼각형과 직사각형을 이용하여 정사각형, 직사각형, 삼각형, 마름모, 연꼴, 사다리꼴, 평행사변형, 별 모양을 만드는 활동을 한다.

Name _____ Date _____ Time _____

HOME LINK 5-5 Quadrangles

Family Note In this lesson, your child has been learning about different types of quadrangles, or polygons that have 4 sides. Quadrangles are also called quadrilaterals. In Problems 1 and 2 below, three shapes have a common attribute that the fourth shape does not have. In Problem 1, the square is different. In case #2 is the only quadrangle with 4 square corners. In Problem 2, the rectangle is different, because it is the only quadrangle that doesn't have 4 equal sides.

Please return this Home Link to school tomorrow.

1. Look at the number of square corners. Which quadrangle is different from the other three?

The square


square


rhombus


trapezoid


rhombus

2. Look at the lengths of the sides. Which quadrangle is different from the other three?

The rectangle

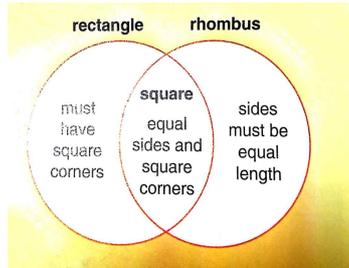

rhombus


rhombus


square


rectangle

[그림 IV-60] 사각형의 이름과 특성(Bell,M.,et al., 2012c, p.342)



[그림 IV-61] 직사각형과 마름모의 공통점과 차이점(Bell,M.,et al., 2012c, p.342)

3학년 1학기 6. 기하 단원의 5차시 ‘사각형’에서는 다양한 종류의 사각형을 탐구하도록 하고 있다. 사각형의 특징을 복습하고 사각형의 꼭짓점에 이름을 붙여 본다. 네 변의 길이와 네 각의 크기가 모두 같은 정사각형을 만들고 반대쪽 모서리를 잡아당겨 마름모를 만들어보기도 한 후 정사각형과 마름모는 평행사변형의 예라고 정리해준다. 이번에는 두 쌍의 변의 길이가 같은 연꼴과 직사각형을 만들어 본다. 꼭짓점에서 만나는 변인 두 쌍의 인접변의 길이는 같지만 대응변의 길이가 같지 않은 사각형을 연꼴이라고 설명한다. 두 쌍의 변의 길이가 같고 4개의 직각을 가진 사각형을 직사각형이라고 부른다. 한 쌍의 변만 평행한 사각형은 사다리꼴이라고 이야기해준다. 이 내용을 모두 정리하면 [그림 IV-62]와 같다. 이후 [그림 IV-63]에서 볼 수 있듯이 ‘같은’, ‘평행한’, ‘직각’이라는 용어를 사용하여 유사한 사각형의 특성을 발견하는 과제도 제시한다.

Quadrangles

A **quadrangle** is a polygon that has 4 sides. Another name for *quadrangle* is **quadrilateral**. The prefix "quad-" means *four*. All quadrangles have 4 sides, 4 vertices, and 4 angles.

Did You Know?
A quadricycle is a vehicle similar to the bicycle and tricycle but having 4 wheels.

Example Name the parts of the quadrangle.
The sides are \overline{RS} , \overline{ST} , \overline{TU} , and \overline{UR} .
The vertices are R , S , T , and U .
The angles are $\angle R$, $\angle S$, $\angle T$, and $\angle U$.

Some quadrangles have 2 pairs of parallel sides. These quadrangles are called **parallelograms**.

Reminder: Two sides are parallel if they are parts of lines that are parallel (never cross).

Figures That Are Parallelograms

Opposite sides are parallel in each figure.

Figures That Are NOT Parallelograms

no parallel sides only 1 pair of parallel sides 3 pairs of parallel sides, but a parallelogram must have 4 sides

Some quadrangles have special names. Some of them are parallelograms. Others are not parallelograms.

Quadrangles That Are Parallelograms	
	Rectangles are parallelograms. They have 4 right angles (square corners). The sides of a rectangle do not all have to be the same length.
	Rhombuses are parallelograms. Their 4 sides are all the same length.
	Squares are parallelograms. They have 4 right angles (square corners). Their 4 sides are all the same length. All squares are rectangles. All squares are rhombuses.

Quadrangles That Are NOT Parallelograms	
	Trapezoids have exactly 1 pair of parallel sides. Their 4 sides can all be different lengths.
	Kites are 4-sided polygons with 2 pairs of equal sides. The equal sides are next to each other. Their 4 sides cannot all be the same length. A rhombus is not a kite because all 4 sides of the rhombus are the same length.
	others Any polygon with 4 sides that is not a parallelogram, a trapezoid, or a kite

[그림 IV-62] 사각형의 종류(Bell,M.,et al., 2012e, p.428)

Name _____ Date _____ Time _____

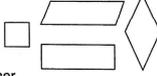
HOME LINK **6:5** **Quadrangles**  

Family Note Help your child complete the statements. A right angle is a square corner. Parallel sides are the same distance apart and will never meet. Opposite sides are directly across from each other. Adjacent sides meet at a vertex (corner). Please return this Home Link to school tomorrow. 

Fill in the blanks using the following terms: equal parallel right angles

1. Rectangle (Squares are special rectangles.) 
 All angles are right angles.
 Pairs of opposite sides are equal in length and parallel to each other.

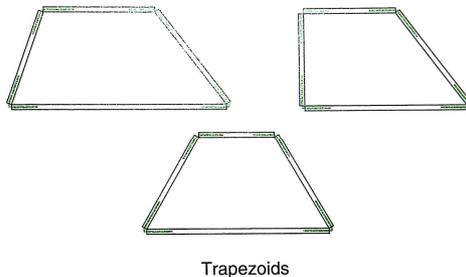
2. Rhombus (Squares are also rhombuses.) 
 All sides are equal in length.
 Opposite sides are parallel to each other.

3. Parallelogram (Squares and rhombuses are also parallelograms.) 
 Opposite sides are equal in length.
 Opposite sides are parallel to each other.

4. Kite 
 Opposite sides are not equal in length.

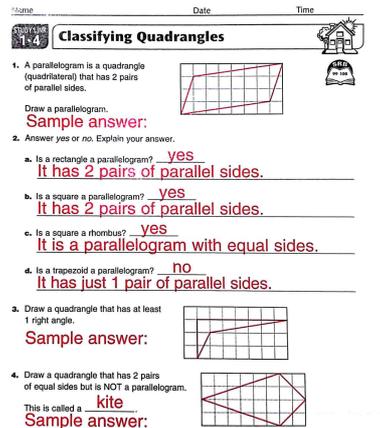
[그림 IV-63] 사각형의 비슷한 특성 찾기(Bell,M.,et al., 2012c, p.430)

4학년 1학기 1. 도형 이름붙이고 구성하기 단원의 3차시 ‘각, 삼각형, 사각형’에 서는 길이가 같은 네 개의 빨대를 이용하여 정사각형을 만들고 이를 변형하여 마 름모를 만든다. 이번에는 길이가 같은 두 개의 빨대와 또 다른 길이로 같은 두 개 의 빨대를 사용하여 직사각형을 만든다. 그리고 직사각형의 모서리를 잡아당겨 평행사변형을 만든다. 또 다른 빨대를 이용하여 사다리꼴을 만들면 [그림 IV-63] 와 같다. 이후 사각형을 분류하는 활동을 해본다.



[그림 IV-64] 빨대로 사각형 만들기(Bell,M.,et al., 2012g, p.32)

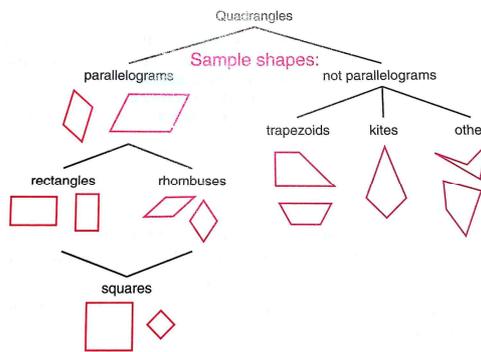
4학년 1학기 1단원 4차시 ‘평행사변형’에서는 평행한 직선, 선분, 반직선을 복습한 후 다양한 사각형들의 공통점과 차이점을 바탕으로 [그림 IV-65]와 같이 ‘모든 정사각형은 직사각형이지만 모든 직사각형은 정사각형이 아니다’와 같은 사각형간의 관계를 알아본다.



[그림 IV-65] 사각형간의 관계를 통해 분류하기(Bell,M.,et al., 2012g, p.39)

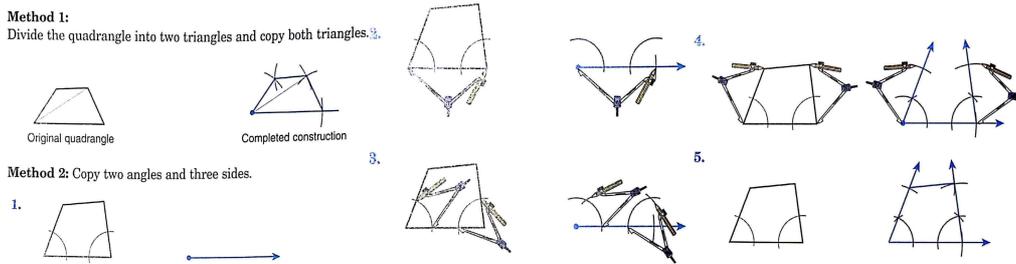
5학년 1학기 3.기하탐구와 아메리칸 투어 단원의 7차시 ‘다각형의 특성’에서는 9가지의 사각형을 분류하여 포함관계를 살펴본다.

5학년 1학기 3. 기하탐구와 아메리칸 투어 단원의 8차시 ‘정테셀레이션’에서는 사각형의 포함관계를 나타낸 [그림 IV-66]의 수형도를 그려본다. ‘사다리꼴은 직사각형이 아니다’와 같은 다양한 문장을 읽고 참, 거짓을 판별하는 활동도 실시한다.



[그림 IV-66] 사각형의 포함관계 수형도(Bell,M.,et al., 2012i, p.196A)

6학년 1학기 5. 기하:합동, 구성, 평행선 단원의 8차시 ‘컴퍼스와 직선자 작도’에서는 [그림 IV-67]과 같은 방법으로 컴퍼스와 직선자를 이용하여 사각형을 그려본다.



[그림 IV-67] 사각형의 작도(Bell,M.,et al., 2012k, p.377A)

6학년 1학기 5단원 10차시 ‘평행사변형’에서는 평행사변형과 관련된 문제를 여러 방법으로 해결해본다. 사각형의 관계를 복습하고 사각형을 분류하는 활동도 실시한다.

다) 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 비교

여러 가지 사각형에 대해 우리나라와 미국 교과서를 비교한 결과 다음과 같은 차이점을 발견할 수 있었다.

첫째, 미국 EM 교과서는 연꼴을 다루고 있으나 우리나라 교과서에서는 연꼴을 다루고 있지 않다. EM 교과서에서는 연꼴을 두 쌍의 이웃변의 길이가 각각 같은 사각형으로 정의하고 있다. 우리나라 교과서에서는 사각형을 종류별로 하나의 차시에서 집중적으로 학습하도록 하고 있는 반면 EM 교과서에서는 여러 가지 사각형을 다함께 다루며 특성에 따라 분류해본다. 변의 길이에 따라 분류하는 과정에서 정사각형, 마름모, 연꼴의 특징을 찾을 수 있게 된다.

둘째, 우리나라 교과서에서는 사각형의 포함 관계를 지도하지 않고 있으나 미국 EM 교과서는 사각형 간의 관계를 탐구한 후 다이어그램을 그려 분류하는 등 포함 관계를 지도하고 있다. 우리나라 교과서는 구체적인 조작 활동을 통해 여러 가지 사각형의 성질을 간단한 것만 다루며 사각형 사이의 포함관계는 초등학생의 인지 수준에 맞지 않는다는 이유로 다루지 않는다. 예를 들어, 정사각형을 직사

각형으로 인식하는 것은 ‘정사각형은 직사각형에 포함된다.’는 포함 관계로부터의 추론에 따르지 않고 정사각형도 ‘네 각이 모두 직각이기 때문에’라는 직사각형의 정의에 따른 것이다.

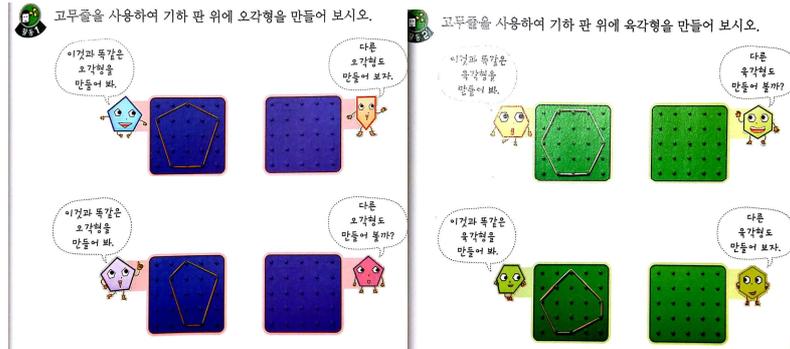
셋째, 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 모두 오목 다각형을 그림을 통해 제시하고 있으나 우리나라의 경우 ‘오목’이라는 용어를 언급하지 않는다. EM 교과서는 빨대로 사각형을 만들고 모양을 변형시키는 활동도 하는데 이때 오목사각형 또한 사각형임을 설명하고 있다.

넷째, 우리나라 교과서는 미국 교과서에 비해 사각형의 성질에 대해 구체적으로 탐구하고 있다. 우리나라 교과서는 미국 교과서 모두 사각형의 마주보는 변이 서로 평행한지, 마주보는 두 쌍의 변의 길이가 같은지, 마주 보는 두 쌍의 각의 크기가 같은지 알아보는 활동을 실시하는 것은 같으나 우리나라는 사각형의 마주보는 꼭짓점끼리 이은 선분이 수직인지도 확인하고 있다.

6) 다각형

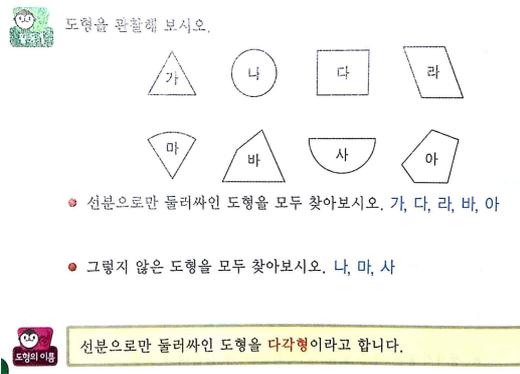
가) 우리나라 2009 개정 초등학교 수학 교과서 분석

우리나라 교과서 2학년 1학기 2. 여러 가지 도형 단원에서는 5~6차시 ‘오각형과 육각형을 알 수 있어요’에서 오각형과 육각형의 의미와 특징을 알고 [그림Ⅳ-68]과 같이 기하판 위에 오각형과 육각형을 만들어 본다. 앞서 삼각형과 사각형은 ‘그림과 같은 도형’이라는 표현을 사용하여 도형을 정의하였으나 ‘오각형은 변이 5개인 도형’, ‘육각형은 변이 6개인 도형’으로 정의하고 있다. 학생들 중에 오목오각형, 오목육각형을 만드는 경우에는 이러한 형태도 있음을 안내하도록 하고 있다. 기하판 위에 오각형과 육각형을 만들고 점 종이에 그려보는 활동을 하며 오각형과 육각형의 특징을 알아본다.



[그림 IV-68] 기하판 위에 오각형과 육각형 만들기(교육부, 2015c, pp.67,69)

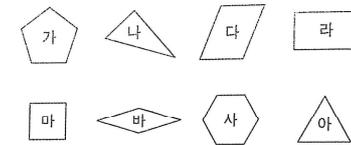
4학년 2학기 3. 다각형 단원에서는 학생들이 도형을 다각형과 다각형이 아닌 것으로 분류하고 정다각형의 뜻을 알고 찾으며, 대각선의 뜻을 알고 대각선을 그어 보는 활동을 통해 평면 도형에 대한 기초 개념을 형성하도록 한다. 8차시 ‘다각형을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-69]과 같이 여러 가지 도형을 선분으로만 둘러싸인 것과 그렇지 않은 것으로 분류하고 ‘선분으로만 둘러싸인 도형’을 ‘다각형’이라고 정의한다. 이후 다각형을 변의 수에 따라 분류하는 활동을 통해 다각형은 변의 수에 따라 변이 3개이면 삼각형, 변이 4개이면 사각형, 변이 5개이면 오각형 등으로 부른다는 것을 알려준다. 교과서에 오목사각형, 오목육각형이 예로 제시되어 있으나 ‘오목다각형’이라는 용어는 사용하지 않도록 하며 변의 수에만 유의한다.



[그림 IV-69] 선분으로만 둘러싸인 도형 찾기(교육부, 2015h, p.96)

4학년 2학기 3단원 9차시 ‘정다각형을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-70]에서 볼 수 있듯이 여러 가지 다각형 중에서 변의 길이가 모두 같고 각의 크기가 모두 같은 다각형을 찾아보는 활동을 통해 ‘변의 길이가 모두 같고 각의 크기가 모두 같은 다각형’을 ‘정다각형’으로 정의한다. 생활 속에서 정다각형을 찾아보고 정다각형이 아닌 것은 그 이유가 무엇인지 설명하도록 한다.

 다각형을 관찰해 보세요.

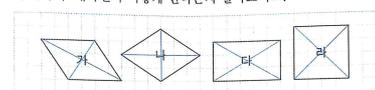


- 변의 길이가 모두 같고 각의 크기가 모두 같은 다각형을 모두 찾아 보세요. 가, 마, 사, 아
- 그렇지 않은 다각형을 모두 찾아보세요. 나, 다, 라, 바

[그림 IV-70] 정다각형 찾기(교육부, 2015h, p.98)

4학년 2학기 3단원 10차시 ‘대각선을 알 수 있어요’에서는 다각형에서 대각선을 알아보고 ‘다각형에서 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 이은 선분’을 ‘대각선’이라고 정의한다. 다각형에서 그을 수 있는 대각선의 수를 알아보고 대각선을 빠뜨리지 않고 굿도록 주의하며 어떤 사각형이든 대각선은 2개임을 명확히 한다. [그림 IV-71]과 같이 사각형에서 대각선의 성질을 알아보기 위해 두 대각선의 길이가 같은지, 두 대각선이 수직으로 만나는지, 한 대각선이 다른 대각선을 이등분하는지 확인한다.

 사각형에서 두 대각선이 어떻게 만나는지 알아보세요.

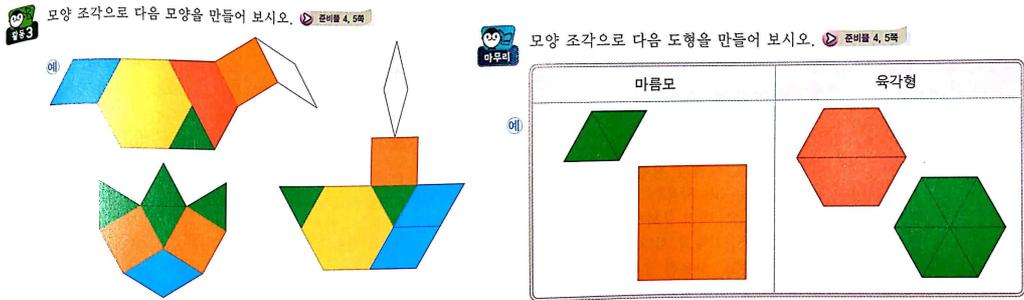


- 사각형 가, 나, 다, 라에 대각선을 모두 그려 보세요.
- 두 대각선이 어떻게 만나는지 알아보세요.

사각형	이름	두 대각선의 길이가 같습니까?	두 대각선이 서로 수직으로 만남니까?	그 밖에 더 찾은 내용
가	평행사변형	아니요.	아니요.	예 한 대각선이 다른 대각선을 이등분합니다.
나	마름모	아니요.	네.	
다	직사각형	네.	아니요.	
라	정사각형	네.	네.	

[그림 IV-71] 대각선의 성질 알아보기(교육부, 2015h, p.101)

4학년 2학기 3단원 11차시 ‘여러 가지 모양을 만들 수 있어요’에서는 모양 조각의 특징을 이해하고 [그림 IV-72]와 같이 여러 가지 모양을 만들어 본다. 도형들의 성질을 생각하여 여러 가지 모양 조각을 조합하여 도형을 만들어 본다.

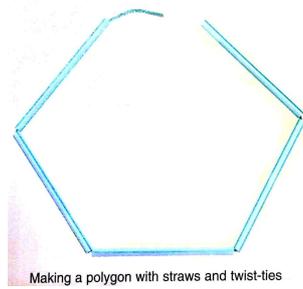


[그림 IV-72] 모양조각으로 주어진 모양 만들기(교육부, 2015h, p.103)

나) 미국 Everyday Mathematics 교과서 분석

미국 EM 교과서 1학년 2학기 7. 기하와 속성 단원의 3차시 ‘패턴 블록과 모양’에서는 학생들이 패턴블록의 모양을 확인하며 삼각형, 사각형, 원의 속성을 알아 본다. 예를 들어, 여러 가지 삼각형을 통해 세 개의 모서리가 있고 세 개의 끝은 선들로 이루어져 있으며 이 도형들은 모두 다각형이라는 공통 속성을 발견한다. 이렇게 각각의 도형은 다각형이며 ‘다각형은 오직 하나의 끝점을 가지며 모두 끝은 선으로 이루어진 도형’임을 알려준다.

1학년 2학기 7단원 4차시 ‘다각형 만들기’에서는 [그림 IV-73]와 같이 빨대로 다각형을 만들어보며 다각형에 대해 배운 것을 복습한다. 이후 여러 가지 다각형을 만들어 보고 도형들 간의 공통점과 차이점에 대해 토론한다. 예를 들어, 정사각형들의 공통점과 차이점을 이야기 나누고 공통점은 정사각형을 정의하는 속성에, 차이점은 정사각형을 정의할 수 없는 속성으로 기록한다. 정사각형을 정의하는 속성들 중 만약 한 가지 속성이 없다면 그것은 정사각형이 될 수 없음을 알도록 한다. 이와 같은 방식으로 [그림 IV-74]의 여러 가지 다각형 중 다각형이 아닌 것은 왜 다각형이 아닌지 설명하도록 한다. 패턴블록으로 새로운 모양을 만드는 활동도 실시한다.



[그림 IV-73] 빨대로 다각형 만들기(Bell,M.,et al., 2012b, p.639)

Name _____ Date _____

LESSON 7.4 Polygons and Nonpolygons

These are polygons.

These are not polygons.

[그림 IV-74] 다각형과 다각형이 아닌 것(Bell,M.,et al., 2012b, p.641)

2학년 1학기 5. 입체도형과 평면도형 단원의 4차시 ‘다각형, 배열, 속성 탐구하기’에서는 먼저 다각형은 선분으로 이루어져 있으며 변은 각 끝점에서 만나고 어떤 두 변이 만나면 각을 형성한다는 다각형의 특성에 대해 복습한다. 변 또는 각의 개수에 따라 다각형의 이름을 붙이고 [그림 IV-75]와 같이 지오보드에 다각형을 만들어 점 종이에 그려보는 활동을 한다. 이 때 다양한 다각형의 종류를 예로 제시하고 있는 것을 확인할 수 있다.

Name _____ Date _____ Time _____

LESSON 5.4 Geoboard Polygons 

Work in a small group.

Materials □ geoboard □ rubber bands □ straightedge

Directions Each person uses the square side of a geoboard to make the following polygons. Copy each polygon below.

<p>1. Make a triangle in which each side touches exactly 3 pins.</p>	<p>2. Make a square in which each side touches exactly 4 pins.</p>
<p>3. Make a pentagon that touches at least 5 pins.</p>	<p>4. Make a hexagon whose sides touch exactly 6 pins in all.</p>

5. Compare your polygons with those of others in your group. Talk about how they are alike and how they are different.

Sample drawings are given.

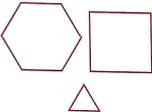
[그림 IV-75] 지오보드에 다각형 만들기 (Bell, M., et al., 2012c, p.334)

3학년 1학기 6. 기하 단원의 6차시 ‘다각형’에서는 정다각형을 강조하며 다각형의 특성을 복습한다. 빨대로 다각형을 만들고 다각형의 특성에 대해 이야기 나눠 보는 활동을 한다. 빨대로 만든 다각형의 모서리를 당기거나 밀어도 여전히 다각형임을 확인하고 꼭짓점을 밀어 다른 선분과 하나로 합쳤을 경우 어떻게 되는지 확인해본다. 꼭짓점을 밀거나 당겼을 경우에도 모양이 변하지 않는 다각형은 삼각형임을 찾아낸다. [그림 IV-76]에서 볼 수 있듯이 변의 길이와 각의 크기가 같은 도형을 정다각형이라고 소개하고 변의 수가 증가할수록 각의 크기도 커진다는 것을 발견하게 한다. 같은 길이의 변으로 만들어진 다각형이라도 변의 길이와 각의 크기가 모두 같아야만 정다각형이 됨을 설명한다.

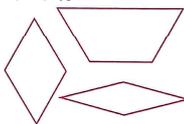
Date _____ Time _____

LESSON 6-6 Exploring Polygons *continued*

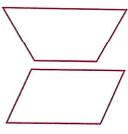
Part 3
 A **regular polygon** is a polygon in which all the sides are equal and all the angles are equal.
 Below, trace the smaller of each kind of *regular* polygon from your Pattern-Block Template.



Below, trace all the polygons from your Pattern-Block Template that are **not** regular polygons.



Part 4
 Below, trace all of the quadrangles from your Pattern-Block Template that are **not** squares, rectangles, or rhombuses.



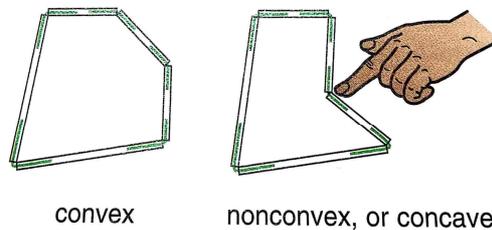
Part 5
 Measure each side of the polygon you drew in Part 1 to the nearest $\frac{1}{2}$ centimeter.

side *AB* about 3 cm
 side *BC* about $3\frac{1}{2}$ cm
 side *CD* about 1 cm
 side *DE* about 4 cm
 side *EA* about $2\frac{1}{2}$ cm

Try This
 The perimeter of my polygon is about 14 cm.

[그림 IV-76] 다각형 탐구하기(Bell,M.,et al., 2012e, p.435)

4학년 1학기 1. 도형 이름붙이기 구성하기 단원의 5차시 ‘다각형’에서는 다각형의 특성을 발견하고 [그림 IV-77]과 같이 볼록다각형과 오목다각형을 구분하는 활동을 한다. 다각형의 특성은 다음과 같다. 첫째, 다각형은 선분으로 이루어지며 굽은 선은 선분이 아니다. 둘째, 다각형의 변은 하나의 폐쇄된 길을 형성해야만 한다. 셋째, 다각형의 변은 서로 교차해서는 안 된다. 넷째, 다각형은 오직 하나의 내부만 갖는다. 다섯째, 변의 수는 각의 수, 꼭짓점의 수와 일치한다. 여섯째, 다각형은 최소 세 개의 변을 가지고 있어야 한다.



[그림 IV-77] 볼록다각형과 오목다각형(Bell,M.,et al., 2012g, p.42)

빨대를 이용하여 오목 다각형과 볼록 다각형을 만들어보고 정다각형의 특성을 알아보는 활동도 한다. 가정에서는 다각형 수수께끼를 통해 다각형의 특성을 이해하고 있는지 확인해보도록 한다.

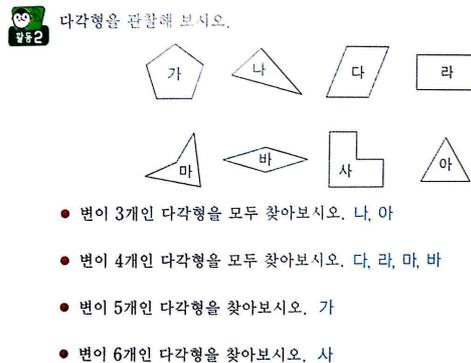
4학년 1학기 1단원 8차시 ‘육각형과 삼각형 그리기’에서는 컴퍼스와 직선자를 사용하여 선분 복사하는 방법을 알고 내접 정육각형을 그리고 정육각형을 분할해 본다. 또한 다양한 도형의 정의에 해당하는 도형을 짝짓는 활동을 한다.

5학년 1학기 3.기하탐구와 아메리칸 투어 단원의 7차시 ‘다각형의 특성’에서는 다각형의 특성을 탐구해본다. 특성에 따라 다각형을 분류해보기도 하고 특성에 알맞은 다각형을 찾는 게임도 한다.

다) 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 비교

다각형에 대해 우리나라와 미국 교과서를 비교한 결과 다음과 같은 차이점을 발견할 수 있었다.

첫째, 우리나라와 달리 미국 EM 교과서에서는 ‘오목 다각형’, ‘볼록 다각형’의 용어를 사용한다. EM 교과서에서는 빨대를 이용하여 오목 다각형과 볼록 다각형을 만들어보고 볼록다각형과 오목다각형을 구분하는 활동을 한다. 반면 우리나라는 대부분 볼록다각형의 예만 교과서에 제시하며 간혹 오목다각형 모양도 제시하여 이 또한 다각형임을 4학년 2학기 교과서 [그림 IV-78]과 같이 보여주고 있다.



[그림 IV-78] 우리나라 교과서에서 오목다각형의 예시(교육부, 2015h, p.97)

둘째, 우리나라나 교과서에서는 다각형의 꼭짓점끼리 이은 대각선의 특성에 대해 자세하게 다루고 있으나 EM 교과서에서는 심화학습 내용으로만 다룬다. 우리나라 교과서에서는 앞서 살펴본 [그림 IV-71]과 같이 사각형에서 대각선의 성질을 알아보기 위해 두 대각선의 길이가 같은지, 두 대각선이 수직으로 만나는지, 한 대각선이 다른 대각선을 이등분하는지 확인한다.

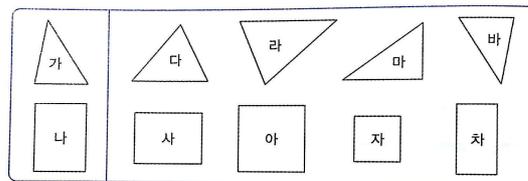
7) 합동과 대칭

가) 우리나라 2009 개정 초등학교 수학 교과서 분석

우리나라 교과서 5학년 2학기 2. 합동과 대칭 단원에서는 도형을 직접 대어 보거나 겹쳐 보는 조작 활동을 통하여 합동의 개념을 이해하고 자, 각도기, 컴퍼스를 사용하여 합동인 삼각형을 그려 보는 활동을 한다. 또한 선대칭도형을 관찰하여 어떻게 좌우가 합동이 되는지를 알아보며 선대칭도형의 개념을 형성하는 활동을 한다. 점대칭도형에서는 대칭의 중심을 중심으로 180° 돌려 보는 활동을 통해 처음 도형과 완전히 겹쳐지는지 확인하고 점대칭도형의 개념을 형성하게 된다.

5학년 2학기 2단원 2차시 ‘합동을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-79]와 같이 투명 종이에 도형을 본을 떼서 다른 도형과 포개어 보아 완전히 겹쳐지는 도형을 찾아본다. 이를 통해 ‘모양과 크기가 같아서 포개었을 때 완전히 겹쳐지는 두 도형을 서로 합동’이라고 정의한다. 직사각형을 잘라 합동인 도형을 만들어보기도 하고 그림을 보고 서로 합동인 도형을 찾아보도록 하고 있다.

활동 1 완전히 겹쳐지는 도형을 찾아보시오. (준비물 3쪽)

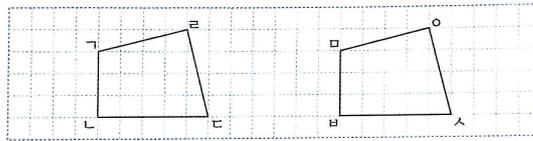


- 투명 종이에 도형 가의 본을 떼서 오른쪽 도형과 포개어 보시오.
- 도형 가와 완전히 겹쳐지는 도형은 어느 것입니까? 바
- 투명 종이에 도형 나의를 본을 떼서 오른쪽 도형과 포개어 보시오.
- 도형 나와 완전히 겹쳐지는 도형은 어느 것입니까? 사

[그림 IV-79] 합동인 도형 찾아보기(교육부, 2015], p.48)

5학년 2학기 2단원 3차시 ‘합동인 도형의 성질을 알 수 있어요’에서는 합동인 두 도형을 완전히 포개었을 때 겹쳐지는 점을 ‘대응점’, 겹쳐지는 변을 ‘대응변’, 겹쳐지는 각을 ‘대응각’이라고 정의한다. [그림 IV-80]의 활동을 통해 대응변의 길이와 대응각의 크기를 알아보고 합동인 두 도형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기가 같음을 알도록 한다. 이를 통해 포개어 보지 않고도 대응변의 길이와 대응각의 크기가 각각 서로 같으면 합동임을 알게 된다.

활동 3 합동인 두 도형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기를 알아보시오.



- 두 사각형에서 대응변의 길이를 재어 비교해 보시오.
예) 각각의 대응변의 길이는 서로 같습니다.
- 두 사각형에서 대응각의 크기를 재어 비교해 보시오.
예) 각각의 대응각의 크기는 서로 같습니다.
- 합동인 두 도형의 성질을 설명해 보시오.
예) 대응변의 길이와 대응각의 크기는 각각 서로 같습니다.

[그림 IV-80] 대응변의 길이와 대응각의 크기 알아보기(교육부, 2015j, p.51)

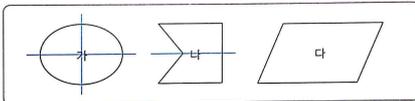
5학년 2학기 2단원 4~6차시 ‘합동인 삼각형을 그릴 수 있어요’에서는 [그림 IV-81]과 같이 세 변의 길이가 주어진 삼각형, 두 변의 길이와 그 사이에 있는 각의 크기가 주어진 삼각형, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 그려본다. 이 때 자는 길이가 주어진 선분을 그릴 때 필요한 도구이며 컴퍼스는 주어진 길이와 같은 선분을 옮기는 데 필요한 도구이므로 용도를 바르게 알고 도구를 사용하도록 한다.

<p>● 자와 각도기를 사용하여 삼각형 $\triangle ABC$와 합동인 삼각형을 투명 종이에 그려 보시오.</p> <p>① 길이가 5 cm인 선분 BC를 긋습니다.</p> <p>② 각도기를 사용하여 점 B를 꼭짓점으로 하고 크기가 60°인 각을 그립니다.</p> <p>③ 각도기를 사용하여 점 C를 꼭짓점으로 하고 크기가 30°인 각을 그립니다.</p> <p>④ 두 각의 변이 만나는 점 A를 찾아 삼각형 $\triangle ABC$를 완성합니다.</p>	<p>● 자와 각도기를 사용하여 삼각형 $\triangle ABC$와 합동인 삼각형을 투명 종이에 그려 보시오.</p> <p>① 길이가 4 cm인 선분 BC를 긋습니다.</p> <p>② 각도기를 사용하여 점 B를 꼭짓점으로 하고 크기가 30°인 각을 그립니다.</p> <p>③ 점 B에서 6 cm인 곳에 점 A를 찍습니다.</p> <p>④ 점 A와 점 C를 잇습니다.</p>	<p>● 자와 컴퍼스를 사용하여 삼각형 $\triangle ABC$와 합동인 삼각형을 투명 종이에 그려 보시오.</p> <p>① 길이가 9 cm인 선분 BC를 긋습니다.</p> <p>② 컴퍼스를 사용하여 점 B를 중심으로 반지름이 7 cm인 원의 일부분을 그립니다.</p> <p>③ 컴퍼스를 사용하여 점 C를 중심으로 반지름이 7 cm인 원의 일부분을 그립니다.</p> <p>④ 두 원이 만나는 점 A를 찾아 점 A와 점 B, 점 A와 점 C를 각각 잇습니다.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

[그림 IV-81] 합동인 삼각형 그리기(교육부, 2015j, pp.53,55,57)

5학년 2학기 2단원 7~8차시 ‘선대칭도형과 그 성질을 알 수 있어요’에서는 색 종이를 반으로 접어 모양을 만들어보는 활동과 [그림 IV-82]와 같이 모양이 완전히 겹쳐지도록 접을 수 있는 도형을 찾아보는 활동을 통해 ‘한 직선을 따라 접어서 완전히 겹쳐지는 도형’을 ‘선대칭도형’이라고 정의한다. 이 때 그 직선을 ‘대칭축’이라고 소개한다. [그림 IV-83]과 같이 선대칭도형에서 대칭축을 모두 찾아 그리고 선대칭도형의 성질을 찾아보며 선대칭도형에서 대응점을 이은 선분과 대칭축 사이의 관계를 파악하도록 한다. 이를 통해 선대칭도형에서 각각의 대응변의 길이와 대응각의 크기는 서로 같으며 선대칭도형에서 대응점을 이은 선분은 대칭축과 수직으로 만난다는 것을 알게 된다. 이러한 성질을 바탕으로 직접 모눈종이에 선대칭도형이 되도록 그림을 완성해보도록 한다.

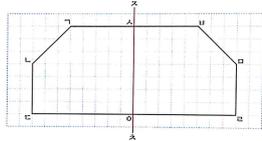
활동 2 접었을 때 완전히 겹쳐지는 도형을 찾아보시오. (준비물 1쪽)



- 접었을 때 완전히 겹쳐지는 도형은 어느 것이라고 생각합니까? 가, 나
- 도형을 여러 가지 방법으로 접어 보시오.
- 도형이 완전히 겹쳐지도록 접을 수 있는 선을 모두 찾아 그려 보시오.

[그림 IV-82] 접었을 때 완전히 겹쳐지는 도형 찾기(교육부, 2015j, p.59)

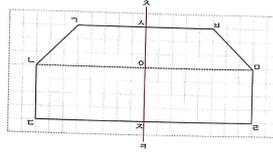
활동 4 보경이는 빗집을 꾸미기 위하여 한지를 집고 오려서 선대칭도형이 되는 모양을 만들었습니다. 선대칭도형에는 어떤 성질이 있는지 알아보시오.



- ▶ 점 A의 대응점은 점 C입니다. 점 B와 점 D의 대응점을 각각 찾아보시오. 점 C의 대응점은 점 A이고, 점 D의 대응점은 점 B입니다.
- ▶ 변 AB의 대응변은 변 CD입니다. 변 BC, 변 DC, 변 DA의 대응변을 각각 찾고, 대응변의 길이를 비교해 보시오. 변 BC의 대응변은 변 DC, 변 DC의 대응변은 변 BC, 변 DA의 대응변은 변 AB이고, 각각의 대응변의 길이는 서로 같습니다.
- ▶ 각 A와 각 C의 대응각은 각 B와 각 D입니다. 각 A와 각 C, 각 B와 각 D의 대응각을 각각 찾고, 대응각의 크기를 비교해 보시오. 각 A와 각 C의 대응각은 각 B와 각 D이고, 각각의 대응각의 크기는 서로 같습니다.
- ▶ 선대칭도형의 성질을 이야기해 보시오.
예 선대칭도형에서 각각의 대응변의 길이와 대응각의 크기는 서로 같습니다.

60 수학 6-2

활동 5 선대칭도형에서 대응점을 이은 선분과 대칭축 사이의 관계를 알아보시오.

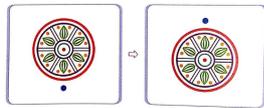


- ▶ 선분 AB과 선분 BC의 길이를 비교해 보시오. 서로 같습니다.
- ▶ 선분 LO와 선분 OD의 길이를 비교해 보시오. 서로 같습니다.
- ▶ 선분 DC와 선분 CB의 길이를 비교해 보시오. 서로 같습니다.
- ▶ 대응점을 이은 선분 AB, 선분 BC, 선분 DC에 대칭축과 만나서 이루는 각은 각각 몇 도입니까? 각각 90°입니다.
- ▶ 선대칭도형에서 대응점을 이은 선분과 대칭축 사이의 관계를 이야기해 보시오.
예 선대칭도형에서 대응점을 이은 선분은 대칭축과 수직으로 만납니다.

[그림 IV-83] 선대칭도형의 성질 알아보기(교육부, 2015j, pp.60-61)

5학년 2학기 2단원 9~10차시 ‘점대칭도형과 그 성질을 알 수 있어요’에서는 [그림 IV-84]과 같이 전통 무늬와 평행사변형을 180° 돌려 원래 모양과 같게 만드는 활동을 통해 한 도형을 어떤 점을 중심으로 180° 돌렸을 때 처음 도형과 완전히 겹쳐지면 이 도형을 ‘점대칭도형’이라고 정의한다. 이 때 그 점을 ‘대칭의 중심’이라고 소개한다. [그림 IV-85]와 같이 여러 가지 도형 중 점대칭 도형을 찾고 점대칭도형에서 각각의 대응변의 길이와 대응각의 크기가 서로 같다는 성질을 발견한다. 또한 점대칭도형에서 대응점을 이은 선분과 대칭의 중심 사이의 관계를 통해 대칭의 중심은 대응점을 이은 선분을 둘로 똑같이 나눈다는 것을 알아본다. 이러한 성질을 이용하여 대칭의 중심을 찾아보고 직접 모눈종이에 점대칭도형이 되도록 그림을 완성해보도록 한다.

활동 1 피란 점이 전통 무늬의 위쪽에 놓이도록 돌려 보시오. (▶ 반바퀴 돌려)



- ▶ 몇 도를 돌려야 피란 점이 전통 무늬의 위쪽에 놓이는지 돌려 보시오. 180°
- ▶ 돌린 모양을 빈 곳에 붙여 보시오.
- ▶ 전통 무늬가 어떻게 바뀌었는지 이야기해 보시오.
예 원래 모양과 같습니다.

활동 2 평행사변형을 몇 도 돌리면 처음 도형과 완전히 겹쳐지는지 알아보시오.

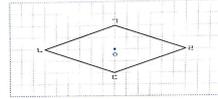


- ▶ 투명 종이에 평행사변형의 분을 떠 보시오.
- ▶ 점 A를 중심으로 평행사변형을 돌려 보시오.
- ▶ 몇 도를 돌렸을 때 처음 평행사변형과 완전히 겹쳐지는지 알아보시오. 180°

[그림 IV-84] 점대칭도형 알아보기(교육부, 2015j, p.65)

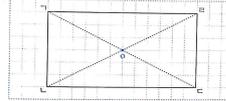


활동 4 민수가 점대칭도형인 진중 무늬를 살펴보고 있습니다. 점대칭도형에는 어떤 성질이 있는지 알아보시오. **활동 3**



- ▶ 점대칭도형의 대칭의 중심을 찾아 점 O 으로 표시하시오.
- ▶ 투명 종이에 마름모 모양을 본뜬 뒤 점 O 을 중심으로 돌려 보시오.
- ▶ 점 G 과 점 L 의 대응점을 각각 찾아보시오.
점 G 의 대응점은 점 D 이고, 점 L 의 대응점은 점 R 입니다.
- ▶ 변 KL 과 변 LD 의 대응변을 각각 찾아보시오.
변 KL 의 대응변은 변 DR 이고, 변 LD 의 대응변은 변 RG 입니다.
- ▶ 점대칭도형에서 대응변의 길이를 각각 비교해 보시오.
각각의 대응변의 길이는 서로 같습니다.
- ▶ 각 KL 과 각 RL 의 대응각을 각각 찾아보시오.
각 KL 의 대응각은 각 DR 이고, 각 RL 의 대응각은 각 LD 입니다.
- ▶ 점대칭도형에서 대응각의 크기를 각각 비교해 보시오.
각각의 대응각의 크기는 서로 같습니다.
- ▶ 점대칭도형의 성질을 이야기해 보시오.
예) 점대칭도형에서 각각의 대응변의 길이와 대응각의 크기는 서로 같습니다.

활동 5 점대칭도형에서 대응점을 이은 선분과 대칭의 중심 사이의 관계를 알아보시오.

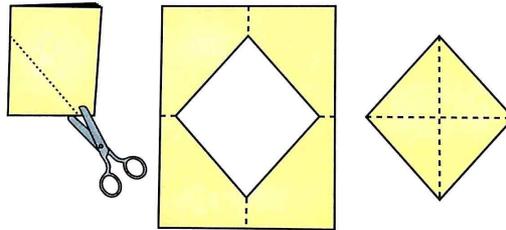


- ▶ 점대칭도형의 대응점을 각각 이어 보시오.
- ▶ 점대칭도형의 대칭의 중심을 찾아 점 O 으로 표시하시오.
- ▶ 선분 AO 과 선분 CO 의 길이와 선분 LO 과 선분 RO 의 길이를 각각 비교해 보시오.
선분 AO 과 선분 CO 의 길이와 선분 LO 과 선분 RO 의 길이는 각각 서로 같습니다.
- ▶ 점대칭도형에서 대응점을 이은 선분과 대칭의 중심 사이의 관계를 이야기해 보시오.
예) 대칭의 중심은 대응점을 이은 선분을 둘로 똑같이 나눕니다.

[그림 IV-85] 점대칭도형의 성질 알아보기(교육부, 2015j, pp.66-67)

나) 미국 Everyday Mathematics 교과서 분석

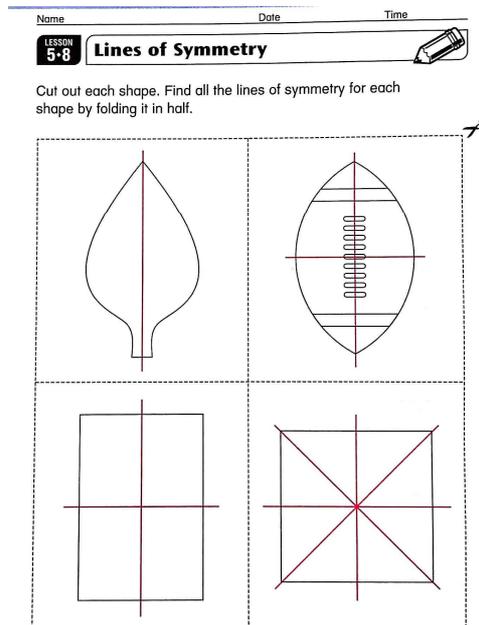
미국 EM 교과서 1학년 2학기 7. 기하와 속성 단원의 7차시 ‘대칭’에서는 접었을 때 두 개의 좌우가 일치하는 그림을 통해 대칭인 도형에 익숙해지도록 한다. [그림 IV-86]과 같이 종이를 접어 마름모나 정사각형과 같은 대칭인 도형을 만들거나 자연에서 대칭을 발견하는 활동을 실시한다.



[그림 IV-86] 대칭인 도형 만들기(Bell, M., et al., 2012b, p.656)

2학년 1학기 5. 입체도형과 평면도형 단원의 8차시 ‘선대칭’에서는 사물에서 선대칭을 찾고 대칭인 도형을 만들고 그리는 활동을 실시한다. 교과서에 제시된 별 모양을 반으로 접어 좌우가 똑같이 일치하는 것을 확인하고 이러한 도형을 ‘선

대칭'이라고 부르며 접은 선을 '대칭축'이라고 소개한다. 대칭의 다양한 예를 자연, 학교, 집 등에서 찾아보고 교과서에 제시된 [그림 IV-87]의 다양한 그림에서 찾을 수 있는 대칭축을 모두 찾아본다. [그림 IV-88]처럼 패턴블록을 이용하여 대칭인 도형의 반쪽 그림을 완성해보기도 하며 원의 대칭축은 무한하다는 것을 알게 된다.



[그림 IV-87] 대칭축 찾기(Bell,M.,et al., 2012c, p.357)

Date _____ Time _____

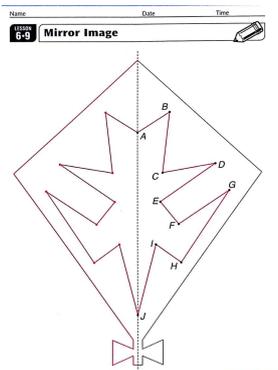
LESSON 5-8 Symmetrical Shapes

Each picture below shows half of a shape on your Pattern-Block Template. Guess what the full shape is. Then use your template to draw the other half of the shape. Write the name of the shape. ★

Example: rhombus	1. circle	2. trapezoid
3. square	4. rhombus	5. hexagon
6. hexagon	7. triangle	8. square

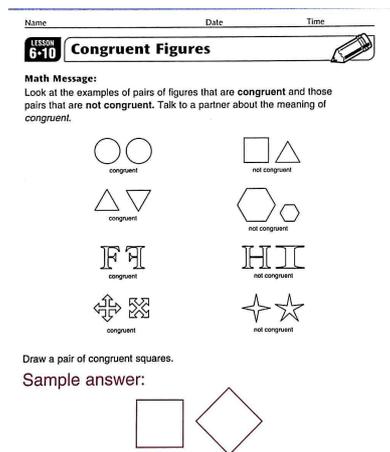
[그림 IV-88] 패턴블록에서 대칭인 도형 그리기(Bell,M.,et al., 2012c, p.357)

3학년 1학기 6. 기하 단원의 9차시 ‘대칭’에서는 [그림 IV-89]와 같은 연 모양을 통해 대칭을 복습하고 대칭인 도형의 특징을 탐구해본다. 도형을 어떤 선에 대하여 반으로 접을 수 있고 나뉜 두 부분이 일치한다면 그 도형은 대칭임을 알도록 한다. 거울상을 통해 도형의 크기와 모양은 같지만 반대 방향을 향한다는 것을 발견한다. 대칭인 도형의 나머지 반을 완성하는 활동과 종이를 접어서 대칭인 도형을 만들고 특성을 탐구하는 활동을 해본다.



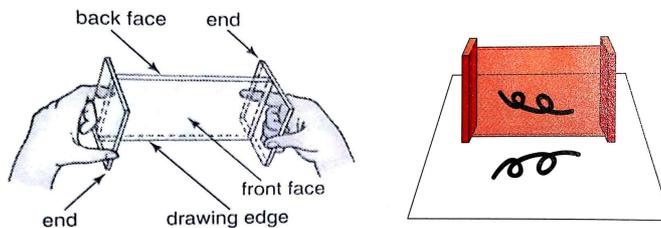
[그림 IV-89] 거울상 그리기(Bell,M.,et al., 2012e, p.451)

3학년 1학기 6단원 10차시 ‘합동, 선분, 소수 탐구하기’에서는 [그림 IV-90]을 통해 합동의 개념을 익힌다. 합동인 도형은 같은 크기와 모양을 갖는다는 것을 알게 된다. 교과서에 제시된 합동의 도형을 찾고 짝을 짓는 활동을 한다.



[그림 IV-90] 도형의 합동(Bell,M.,et al., 2012e, p.451)

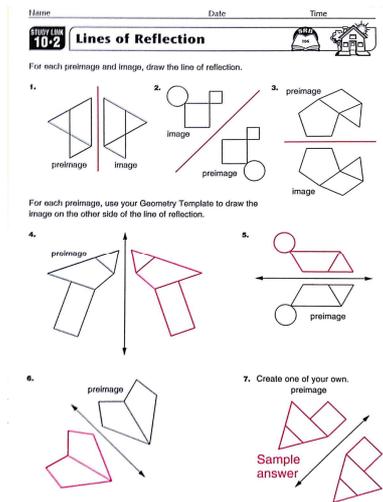
4학년 2학기 10. 반사와 대칭 단원의 1차시 ‘투명 거울을 이용한 탐구’에서는 [그림 IV-91]와 같은 투명거울을 이용하여 평면도형의 반사에 대해 탐구해본다. 투명거울을 이용하여 모양을 옮기는 실험을 해보고 원상과 반사된 상인 이미지에 대해 알아본다.



[그림 IV-91] 투명거울(Bell,M.,et al., 2012h, p.795)

4학년 2학기 10단원 2차시 ‘반사 축 찾기’에서는 원상과 이미지는 거울로부터

같은 거리에 위치한다는 것을 이용하여 다트 게임과 당구 게임을 한다. ‘원래 물체의 반대쪽에 상이 나타나도록 뒤집는 동작’을 ‘반사’라고 정의하고 거울에 비친 상은 모두 뒤집어져 있음을 이해하도록 한다. 투명 거울에 삽입된 모서리를 반사 축이라고 부르는데 [그림 IV-92]와 같이 반사된 이미지를 그려보고 반사 축을 찾는 활동도 실시한다.



[그림 IV-92] 반사 축 찾고 반사된 이미지 그리기(Bell,M.,et al., 2012h, p.803)

4학년 2학기 10단원 3차시 ‘반사의 특징’에서는 반사의 기본 특징을 발견하는 활동을 한다. 짝과 서로 마주보고 한 명이 포즈를 취하면 다른 한 명이 거울상이 되어 따라해 보기도 하고 [그림 IV-93]과 같이 사물과 사물이 반사된 상과의 관계를 대응점을 통해 알아본다. 반사 축을 중심으로 종이를 반으로 접어 반사된 상이 원상과 일치하는지도 확인한다.

Name _____ Date _____ Time _____

STUDY LINK 10-3 Reflections

Shade squares to create the reflected image of each preimage.

1.

2.

3.

4.

[그림 IV-93] 원상과 반사된 상의 관계 알기(Bell, M., et al., 2012h, p.808)

4학년 2학기 10단원 4차시 ‘선대칭’에서는 반사와 선대칭의 관계를 탐구한다. 교과서에 반쪽만 제시되어 있는 대칭인 그림을 투명거울을 이용하여 완성하고 그림을 잘라 반으로 접어봄으로써 대칭축을 발견한다. 이후 교과서에 제시된 다양한 다각형들을 잘라 접어보며 대칭축들을 찾는다. 알파벳 대문자에서도 수직 또는 수평의 대칭축을 찾아본다.

5학년 1학기 3. 기하탐구와 아메리칸 투어 단원의 5차시 ‘컴퍼스 사용하기’에서는 컴퍼스를 이용하여 선분을 복사하는 법을 복습한다. 6차시 ‘합동인 삼각형’에서는 [그림 IV-94]와 같이 자, 직선자, 컴퍼스, 각도기를 모두 사용하여 합동인 삼각형을 그리기, 각도기 없이 오직 컴퍼스, 자, 직선자만 사용하여 합동인 삼각형을 그리기, 오직 컴퍼스와 직선자만 사용하여 합동인 삼각형 그리기를 한다. 완성된 도형을 잘라 원래의 도형 위에 놓아봄으로써 서로 합동임을 확인해본다.

Date _____ Time _____

LESSON 3-6 Copying More Triangles

1. a. Measure the sides of triangle *HOT* in centimeters. Write the lengths next to the sides.

b. Make a careful copy of triangle *HOT* on a blank sheet of paper. You may use any tools EXCEPT your protractor. DO NOT trace the triangle. When you are satisfied with your work, cut it out and tape it in the space below triangle *HOT*. Label the vertices *R*, *E*, and *D*.

2. Make a copy of triangle *MAX* on a blank sheet of paper. Use your compass and straightedge. DO NOT use your ruler or protractor. You may not measure the sides. When you are satisfied with your work, cut it out and tape it in the space below triangle *MAX*. Label the vertices *Y*, *O*, and *U*.

[그림 IV-94] 합동인 삼각형 그리기(Bell,M.,et al., 2012i, p.186)

6학년 1학기 5. 기하:합동, 구성, 평행선 단원의 6차시 ‘합동인 도형’에서는 합동의 의미를 탐구하고 합동인 도형을 도구를 사용하여 그리는 활동을 한다. [그림 IV-95]에서 볼 수 있듯이 합동인 도형과 합동이 아닌 도형, 합동인 선분과 합동인 각을 찾아본다. 그리고 뒤집기, 밀기, 돌리기를 통해 합동인 도형을 확인해보고 합동인 도형을 그리는 연습을 한다. 6학년 1학기 5단원의 7차시 ‘컴퍼스와 직선자 작도’에서는 컴퍼스와 직선자를 이용하여 삼각형을 그려본다.

Date _____ Time _____

LESSON 5-6 Congruent Figures

Math Message

Carefully examine the figures in examples a-f.

The following pairs of figures are **congruent** to each other.

The following pairs of figures are **not congruent** to each other.

a. b. c. d. e. f.

1. Write a definition of **congruent polygons**. Then compare your definition to the definition on page 178 in the *Student Reference Book*.

Answers vary.

Line segments are congruent if they have the same length.	Angles are congruent if they have the same degree measure.
------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------

2. Draw wavy lines to connect each pair of congruent line segments below. Use a ruler to measure line segments if needed.

3. Draw wavy lines to connect each pair of congruent angles below. Use a protractor to measure angles if needed.

[그림 IV-95] 합동인 도형 찾기(Bell,M.,et al., 2012k, p.363)

6학년 2학기 10. 기하관련 주제들 단원의 3차시 ‘회전 대칭’에서는 평행사변형이 대칭인지를 학생들에게 질문하여 이것이 회전대칭임을 소개한다. [그림 IV-96]과 같이 교과서에 제시된 도형을 보고 도형을 회전시켜 원래의 도형과 같게 만들 수 있는 횟수를 파악해보기도 하고 그림 가운데를 고정하여 직접 회전시켜 보기도 한다. 알파벳 대문자를 이용하여 회전대칭이 되는 문자를 찾아보는 활동도 실시한다.

Date _____ Time _____

LESSON 10-3 Rotation Symmetry

Cut out the figures on Activity Sheet 7. Cut along the dashed lines only. Using the procedure demonstrated by your teacher, determine the number of different ways in which you can rotate (but not flip) each figure so the image exactly matches the preimage. Record the order of rotation symmetry for each figure.

1.  Order of rotation symmetry 2

2.  Order of rotation symmetry 1

3.  Order of rotation symmetry 3

4.  Order of rotation symmetry 5

Try This

5. This 10 of hearts has point symmetry. When the card is rotated 180°, it looks the same as it did in the original position.

 original position  180° rotation

This 9 of spades does not have point symmetry. When the card is rotated 180°, it does not look the same as it did in the original position.

 original position  180° rotation

Which of the cards in an ordinary deck of playing cards (not including face cards) have point symmetry?

Answers vary depending on the deck of cards.

To learn a magic trick that uses point symmetry with playing cards, see page 355 in the *Student Reference Book*.

[그림 IV-96] 회전 대칭(Bell, M., et al., 2012, p.891)

다) 우리나라 교과서와 미국 EM 교과서 비교

합동과 대칭에 대해 우리나라와 미국 교과서를 비교한 결과 다음과 같은 차이점을 발견할 수 있었다.

첫째, 우리나라 교과서에서는 회전 대칭 중 180° 대칭인 경우만 다루지만, 미국 EM 교과서에서는 여러 가지 각도의 회전 대칭에 대해 다룬다. 우리나라는 도형을 어떤 점을 중심으로 180° 돌렸을 때 처음 도형과 완전히 겹쳐지면 이 도형을 ‘점대칭도형’이라고 정의한다. 점대칭도형을 알아보기 위해 평행사변형을 180° 회전시켜 원래의 도형과 일치하는지 확인하는 활동을 실시한다. EM 교과서에서

도 평행사변형이 대칭인지를 학생들에게 질문하여 이것이 회전대칭임을 소개하고 있다. 다만 도형을 다양한 각도로 회전시켜 원래의 도형과 같게 만들 수 있는 횟수를 파악해보는 등 어떤 점을 중심으로 돌리는 것이 아니라 그림 가운데를 고정하여 직접 회전시킨다.

둘째, 미국 EM 교과서에서는 반사에 대해 학습하고 있으나 우리나라 교과서에서는 다루지 않는다. 4학년 2학기 10단원 1차시에서 ‘투명 거울’을 소개하며 평면도형의 반사에 대해 학습을 시작한다. 앞서 대칭에 대해 학습하였던 배경지식을 바탕으로 원상과 반사된 상인 이미지에 대해 알아본다. ‘원래 물체의 반대쪽에 상이 나타나도록 뒤집는 동작’을 ‘반사’라고 정의하고 반사된 이미지를 그려보고 반사 축을 찾는 활동도 실시하고 있다.

셋째, 합동인 도형에 대해 학습할 때 우리나라 교과서와 달리 미국 EM 교과서에서는 선분과 각의 합동에 대해서도 알아보는 활동을 실시한다. EM 교과서 6학년 1학기 5단원 6차시에서는 합동의 의미를 탐구하고 합동인 도형을 도구를 사용하여 그리는 활동을 한다. 이 때 합동인 선분과 합동인 각을 찾아본다. 도형의 기초인 선분과 각의 합동도 다룸으로써 이후 합동인 삼각형을 그리는 데 도움이 되고 있다.

V. 요약 및 결론

1. 요약

본 연구의 목적은 우리나라와 미국의 교과서에 제시된 평면도형과 관련된 학습 내용을 중심으로 교과서 구성 체제와 지도 내용을 구체적으로 살펴보는 것이다. 우리나라와 미국의 초등학교 수학 교과서 비교·분석을 통해 우리나라 교과서의 질을 향상 시킬 수 있는 시사점을 도출하고 더 나아가 교수학습의 개선 및 우리나라 수학 교육 발전에 기여하고자 한다. 이에 따라 먼저 우리나라의 2009 개정 교육과정과 미국 CCSSM을 비교·분석하였다. 선행연구를 고찰하여 본 연구에 적용할 새로운 교과서 비교·분석틀을 마련한 후, 우리나라와 미국의 교과서의 단원 구성체제와 평면도형 관련 세부 학습 내용을 비교·분석하였다.

평면도형과 관련하여 우리나라 2009 개정 교육과정과 미국 CCSSM을 비교·분석한 결과, 각 내용 요소별 지도 시기 및 내용의 지도 범위에서 차이점을 발견할 수 있었다. 우리나라는 평면도형의 각 내용요소를 주제별로 특정 학년의 특정 차시에서 집약적으로 지도하는 반면, 미국은 평면도형과 관련한 여러 가지 주제가 여러 학년에 걸쳐 반복적이며 점진적으로 심화되어 제시되고 있다.

교과서 단원 구성 체제를 비교한 결과, 차시 학습을 시작할 때 주제와 관련 있는 활동을 실시하고 단원의 마지막에 단원 평가 및 심화 학습을 위한 내용을 제시한다는 공통점이 있었다. 그러나 교과서의 제공 방법, 학년별 학습 내용 요소, 개념 정의 부문에서는 차이점이 있었다.

우리나라 2009 개정 교과서와 미국 EM 교과서의 평면도형 영역을 비교·분석한 결과는 다음과 같다.

첫째, 도형의 기초에서 우리나라 교과서는 점을 별다른 정의 없이 학생들의 직관적인 이해에 의해 도입하며 따로 학습하는 차시가 없으나 미국 EM 교과서는 점을 구분하기 위해 이름을 붙이는 등 점에 대해 2학년 1학기에 학습하도록 하고 있다. 이와 더불어 EM 교과서에서는 선분, 반직선, 직선 등에 이름을 붙여 기호로 나타내는 방법을 제시한다. 작도를 할 때에는 직선자(Straightedge)를 사용한다는 점도 우리나라와 차이가 있다. 그밖에 반직선과 직선을 그림으로 나타내는 방법,

직각의 지도 방법, 평행선을 그리는 방법, 우각의 지도 여부에서 우리나라와 미국 교과서의 차이점을 발견할 수 있었다.

둘째, 평면도형의 이동에서 우리나라 교과서는 밀기, 뒤집기, 돌리기라는 생활 용어를 사용하는 반면, 미국 EM 교과서는 반사, 평행이동, 회전이라는 형식적 용어를 사용한다. 또한 EM 교과서에서는 학년이 올라감에 따라 테셀레이션과 준정 테셀레이션에 대해 학습하며 앞서 배운 반사, 평행이동, 회전을 응용하여 무늬 만들기 활동을 심도 있게 하고 있다.

셋째, 원의 구성요소에서 미국 EM 교과서는 우리나라 교과서에 비해 컴퍼스로 원을 작도하는 방법을 매우 자세하게 설명해준다. 또한 EM 교과서에서는 동심원에 대해 다루면서 동심원을 이용한 디자인을 하는 활동도 실시하고 있다는 점이 우리나라와 다르다.

넷째, 여러 가지 삼각형을 학습할 때 우리나라와 미국 교과서 모두 기하판과 점 종이를 사용하여 도형을 만들고 그리는 활동을 실시한다. 반면 미국 EM 교과서에서는 우리나라 교과서와 달리 부등변삼각형의 용어를 다루며 삼각형의 꼭짓점에 이름을 붙여 도형을 가리킬 때 좀 더 편리하도록 하였다.

다섯째, 여러 가지 사각형에서 미국 EM 교과서는 우리나라 교과서와 달리 연꼴을 학습하도록 하며 오목 다각형의 용어도 언급하는 차이를 보인다. 또한 사각형의 포함관계를 다이어그램을 그려서 알아본다. 반면 우리나라 교과서는 미국 교과서에 비해 마주보는 꼭짓점끼리 이은 선분이 수직인지 등의 사각형의 성질에 대해 구체적으로 학습하도록 유도하고 있다.

여섯째, 다각형의 용어에 대해 우리나라 교과서는 ‘오목다각형’, ‘볼록다각형’의 용어를 되도록 언급하지 않도록 유의하고 있어 예시 그림도 거의 전부 볼록다각형만 제시하고 있다. 다만 학생이 오목다각형을 만든 경우 이 또한 다각형임을 이야기해주도록 하였다. 또한 우리나라 교과서에서는 다각형의 꼭짓점끼리 이은 대각선의 특성에 대해 자세하게 다루고 있으나 EM 교과서에서는 심화학습 내용으로만 다룬다.

일곱째, 합동과 대칭에서 우리나라 교과서는 회전 대칭 중 180° 대칭인 경우만 다루지만, 미국 EM 교과서에서는 여러 가지 각도의 회전 대칭에 대해 다룬다. 또한 EM 교과서에서는 반사에 대해 학습하고 있으나 우리나라 교과서에서는 다루지 않음

며 합동인 도형에 대해 학습할 때 우리나라 교과서와 달리 미국 EM 교과서에서는 선분과 각의 합동에 대해서도 알아보는 활동도 실시하는 차이점을 발견할 수 있었다.

2. 결론

우리나라 2009 개정 교과서와 미국 EM 교과서의 평면도형 영역을 비교·분석한 결과를 통해 EM 교과서가 우리나라의 평면도형 영역 교과서의 개선에 도움이 될 수 있는 시사점을 추출하면 다음과 같다.

첫째, 도형의 개념을 정의할 때 엄밀한 정의를 제시할 필요가 있다. EM 교과서의 경우 1학년 교과서에서 ‘다각형은 오직 하나의 끝점을 가지며 모두 끝은 선으로 이루어진 도형’이라고 도형의 정의를 구체적으로 제시하고 있다. 반면 우리나라 교과서에서는 1학년 교과서에서는 $\circ, \triangle, \square$ 모양으로 도형을 인식하는데 중점을 두고 있다. 반헬(van Hiele)에 따르면 처음 기하 학습을 하는 학생들은 외형에 따라 도형을 구별하고 이름 지으며 비교하고 조작한다. 저학년 때 삼각형, 사각형, 원 등의 기본적인 도형의 개념들을 활동을 통해 유추하기만 하고 이후 학년에서도 개념을 정의하지 않고 있다. 정확하지 않은 정의를 계속 사용하면 학생들이 오개념을 가지게 된다. 따라서 우리나라 교과서에서도 같은 용어지만 학생들의 학습 수준에 따라 용어를 보다 엄밀하게 정의하는 것을 고려할 필요가 있다.

둘째, 오목다각형을 포함하는 도형의 다양한 예와 반례를 제시할 필요가 있다. 학생들은 어떤 도형에 대하여 정의보다는 교과서에 제시된 예를 보고 시각적 이미지로 기억하는 경향이 있다. 그래서 학생들은 자신들이 기억하고 있는 이미지와 다른 모양의 도형이 제시되었을 때에 도형을 바르게 인식하지 못하는 경우가 생긴다. 우리나라 교과서에서는 앞서 살펴보았던 [그림 IV-50]과 같이 교과서 내 ‘도형의 이름’이라는 상자를 통해 ‘그림과 같은 모양’이라는 말과 함께 도형을 소개하는 부분이 있다. 직접적으로 ‘오목다각형’이라는 용어는 사용하지는 않지만 그림을 통해 소개하는 것이 바람직하다고 생각한다. [그림 IV-74]와 같이 좀 더 다양한 예와 반례를 함께 제시한다면 학생들이 해당 도형에 대한 정확하고 바른 개념을 갖는데 도움이 될 것이다.



그림과 같은 모양의 도형을 사각형이라고 합니다.

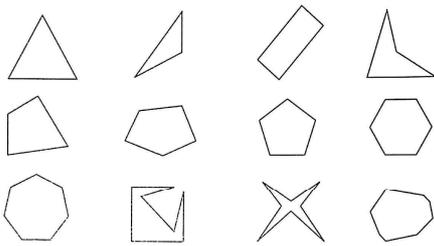


[그림 IV-50] 사각형의 정의(교육부 2-1, p.63)

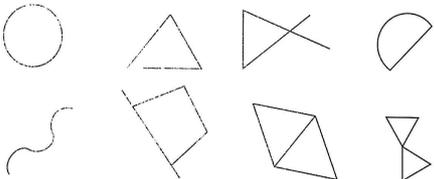
Name _____ Date _____

LESSON 74 Polygons and Nonpolygons 

These are polygons.



These are not polygons.



[그림 IV-74] 다각형과 다각형이 아닌 것(Bell,M.,et al., 2012b, p.641)

셋째, 컴퍼스 등 도구의 용도 및 사용법에 대해 자세하게 지도할 필요가 있다. EM 교과서에서는 직선자(Straightedge)와 눈금자(Ruler)를 구분하여 사용한다. 선분, 반직선, 직선 등 곧은 선을 그릴 때에는 주로 직선자를 사용하며 눈금자는 곧은 선을 그리기 위한 직선자의 기능과 더불어 길이를 측정하는 기능이 있음을 통해 주로 측정 시 사용하고 있다. 한편 컴퍼스는 원을 그릴 때뿐만 아니라 선분의 길이를 옮길 때도 사용한다는 점을 학생들에게 강조한다면 조건에 맞는 합동인 삼각형을 그릴 때 필요한 도구를 쉽게 떠올릴 수 있을 것이다.

이 연구는 교과서의 질 향상을 위해 우리나라와 미국의 교과서에 제시된 평면도형과 관련된 학습 내용을 중심으로 교과서 구성 체제와 지도 내용을 비교·분석하였다. 우리나라와 미국 교과서의 차이점을 바탕으로 현장에서 보다 바람직한

학습내용과 지도 방법을 모색하는 노력이 있어야 하겠다.

어느 교과나 마찬가지로 수학을 재미있게 배우면 보다 기억에 오래 남고 수학을 쉽게 느낄 수 있다. 하지만 아직까지도 우리나라는 입시 위주의 교육으로 수학에 흥미를 잃고 수학을 포기하는 학생들이 늘고 있다. 현재 우리나라 수학 교과서는 이전의 교과서에 비해 문제가 적고 난이도를 점차 낮추고 있는 추세이다. 학습량을 줄이기 위한 취지는 좋으나 자칫 잘못하면 부실한 교과서가 되지는 않을까 염려된다. 본 연구에서는 우리나라 초등 수학 교과서와 미국 EM 교과서만을 분석하였으나 다른 나라의 또 다른 교과서도 비교·분석함으로써 우리나라 교과서의 부족한 점은 보완하고, 우리나라 교과서의 장점은 더욱 발전시킨다면 우리나라 교과서의 개선에 도움이 될 것이다.

2015년 9월 23일자로 교육부는 2015년 개정 교육과정을 확정 발표하고 2017년부터 초등학교 1,2학년 교과서부터 연차적으로 적용시키기로 하였다. 새로 개정되는 교과서는 새로운 수학교육의 흐름과 교육 현장의 목소리를 반영하여 우리나라 수학교육의 발전에 큰 보탬이 되기를 바란다.

참 고 문 헌

- 교육부. (2015a). 수학 1-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015b). 수학 1-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015c). 수학 2-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015d). 수학 2-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015e). 수학 3-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015f). 수학 3-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015g). 수학 4-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015h). 수학 4-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015i). 수학 5-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015j). 수학 5-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015k). 수학 6-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015l). 수학 6-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015m). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 1-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015n). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 1-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015o). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 2-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015p). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 2-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015q). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 3-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015r). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 3-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015s). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 4-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015t). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 4-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015u). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 5-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015v). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 5-2. (주)천재교육.
- 교육부. (2015w). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 6-1. (주)천재교육.
- 교육부. (2015x). 초등학교 수학 교사용 지도서 수학 6-2. (주)천재교육.
- 권혁세. (2014). 한국과 미국의 중학 수학교과서에서 통계단원에 관한 비교 분석 및 개선안 연구. 국민대학교 교육대학원.
- 김연미. (1999). 한국과 미국의 초등학교 저학년 수학 교과서 및 교육과정의 비

- 교와 분석. **수학교육학연구**, 9(1), 121-132.
- 김지혜. (2014). 한국과 미국의 초등학교 수학 교과서 비교 연구 : 방정식을 중심으로. 경인교육대학교 교육대학원.
- 박상욱. (2014). 우리나라와 미국의 초등학교 수학 교과서 비교 연구 : 확률 영역을 중심으로. 경인교육대학교 교육대학원.
- 방정숙. (2010). 평면도형에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석. **한국학교수학회논문집**, 13(1), 1-21
- 서은영. (2009). van Hiele 이론에 근거한 기하적 사고 수준 분석과 도형지도에 관한 연구 : 초등학교 4학년을 대상으로. 진주교육대학교 교육대학원.
- 손민경. (2014). 도형의 합동에 대한 우리나라와 미국 초등학교 교과서 비교. 경인교육대학교 교육대학원.
- 이정현. (2006). 우리나라와 미국 수학 교과서의 단원 전개 방식과 학습 내용 체계 비교 분석 : 초등학교 3~6학년의 수와 연산 단원을 중심으로. 고려대학교 교육대학원.
- 장유리. (2012). 우리나라와 미국의 교육과정과 고등학교 수학 교과서 비교 분석. 충남대학교 교육대학원.
- 장희정. (2013). 초등 수학교과서에서 제시하는 삼각형의 예와 비례(non-examples) 분석 및 초등학생들의 예와 비례 식별 실태조사. 이화여자대학교 대학원.
- 조유진. (2015). 도형개념학습에서 학습자의 수학 용어 구성과정 분석. 경인교육대학교 교육대학원.
- 국가교육과정 정보센터. <http://www.ncic.re.kr>
- Bell,M.,et al. (2012a). Everyday Mathematics 1st grade Teacher's Lesson Guide Volume1(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012b). Everyday Mathematics 1st grade Teacher's Lesson Guide Volume2(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012c). Everyday Mathematics 2st grade Teacher's Lesson Guide Volume1(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.

- Bell,M.,et al. (2012d). Everyday Mathematics 2st grade Teacher's Lesson Guide Volume2(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012e). Everyday Mathematics 3st grade Teacher's Lesson Guide Volume1(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012f). Everyday Mathematics 3st grade Teacher's Lesson Guide Volume2(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012g). Everyday Mathematics 4st grade Teacher's Lesson Guide Volume1(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012h). Everyday Mathematics 4st grade Teacher's Lesson Guide Volume2(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012i). Everyday Mathematics 5st grade Teacher's Lesson Guide Volume1(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012j). Everyday Mathematics 5st grade Teacher's Lesson Guide Volume2(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012k). Everyday Mathematics 6st grade Teacher's Lesson Guide Volume1(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Bell,M.,et al. (2012l). Everyday Mathematics 6st grade Teacher's Lesson Guide Volume2(CCSSedition). Chicago:McGraw-Hill.
- Carroll. (2001). A Longitudinal Study of Children in the Everyday Mathematics Curriculum. The University of Chicago School. MathematicsProject.Unpublishedmanuscript
- Common Core State Standards for Mathematics. (2010). Retrieved March 1, 2016, from <http://www.corestandards.org/Math/>
- Isaacs,A.,Carroll,W.,& Bell,M.(2001). A Research-BasedCurriculum: The Research Basis of the UCSMP Everyday Mathematics. Curriculum.RetrievedDecember,5,2007.

A B S T R A C T *

A Comparative Study on Elementary Mathematics Textbooks between Korea and the United States about plane figures

Kim, Ji Eun

Major in Elementary Mathematics Education
Graduate School of Education
Jeju National University

Supervised by Professor Choi, Keun Bae

The purpose of this study is focusing on areas of the plane figures to compare and analyze of Korea and the United States in Mathematics curriculum and textbooks so that it elicits suggestions helpful in improving the quality of our textbooks. To this end, this study is compared 2009 revised elementary curriculum of Korea and CCSSM curriculum of the United States the plane figures and compared and analyzed the contents of the plane figures of Korea textbooks and EM textbooks of the United states.

* A thesis submitted to the committee of Graduate School of Education, Jeju National University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Education conferred in August, 2016.

The result of comparison and analysis 2009 revised elementary curriculum of Korea and CCSSM of the United States about plane figures, although each content element of the plan figures is taught intensively in certain periods of the specific grade in Korea, a number of topics related to plane figures is taught repeatedly and gradually by deepening in various grades in the United states.

The result of comparison constitution system of textbook units, there was common that students do the activities related to the themes when they start learning periods and textbooks present for evaluation and enrichment section at the end of the lesson. However, the method of providing textbooks, learning grade-level content elements, concepts defined sector was the difference.

Though the comparison and analysis result between 2009 revised textbooks in Korea and EM text book in the United states about the area of plane figures, EM text books can present following suggestions in improvement of Korea's textbook.

First, it is necessary to present a strict definition when defining the concept of the shape. Continued use of an incorrect definition makes students get the misconceptions. Therefore, although the term is same, it is necessary to consider that the more precisely define the terms in accordance with the learning level of the student in Korea.

Second, there is a need to present a number of examples and counter example of a shape including a concave polygon. Students tend to see the examples given in the textbook for certain shape memory into a visual image rather than definition. So there is a case students do not recognize the right shape when they remember the shapes of different shapes and images presented in. If a variety of examples and counter examples are presented in the textbook, it will help students having accurate and right concept for the shape.

Third, it is necessary to teach detail for the purpose and use of tools such as a compass. The EM textbooks used to distinguish the straightedge and the

ruler. When students draw a straight line such as segments, ray, line, they mainly use the straightedge, and when they measure the length, they use the ruler. On the other hand, if a compass is used not only emphasize that when you draw a circle to move the length of the segment to students, they can easily think of the necessary tools when drawing congruent triangles that meet the criteria.

key word : plane figures, comparative the textbook, 2009 revised curriculum, elementary mathematics textbook, CCSSM, EM textbook in the united states