

碩士學位論文

확장 사영필터를 이용한  
트러스 構造物의 損傷推定에 관한 연구



濟州大學校 大學院  
建築工學科  
林 恩 志

2004 年 月

확장 사영필터를 이용한  
트러스 構造物의 損傷推定에 관한 연구

指導教授 : 서 일 교

임 은 지

이 論文을 工學 碩士學位 論文으로 提出함



2004 年 月

제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

임은지의 工學 碩士學位 論文을 認准함

審査委員長\_\_\_\_\_인

委 員\_\_\_\_\_인

委 員\_\_\_\_\_인

濟州大學校 大學院

2004 年 月

# 목 차

ABSTRACT .....	01
I. 서 론 .....	03
1. 연구 배경 .....	03
2. 기존의 연구 .....	05
3. 연구 내용 및 목적 .....	07
II. 확장 사영필터 이론 .....	08
1. 필터링 이론의 역사 .....	08
2. 사영필터 이론 .....	10
2.1 기본 시스템 .....	12
2.2 잡음과 시스템의 초기 상태 .....	14
2.3 사영필터 방정식 .....	15
3. 확장 사영필터 이론 .....	17
III. 확장 사영필터에 의한 손상추정법 .....	20
1. 상태 방정식과 관측 방정식 .....	21
2. 감도 행렬의 계산 .....	22
3. 확장 사영필터 해석 알고리즘 .....	23

IV. 손상지표 .....	25
1. 손상지표의 정의 .....	25
1.1 고유 진동수의 변화 .....	25
1.2 모드 형상 진폭의 변화 .....	25
1.3 모드 형상 진폭 곡률의 변화 .....	26
2. 예제 구조물의 해석 .....	27
2.1 해석예제 1 .....	27
2.2 해석예제 2 .....	41
3. 해석 결과 분석 .....	56
V. 2단계 손상추정법 .....	57
1. 운동에너지 변화를 이용한 손상 영역의 추정 .....	59
2. 확장 칼만필터 알고리즘을 이용한 손상부재의 검출 .....	60
3. 예제 구조물의 해석 .....	61
3.1 해석예제 1 .....	61
3.2 해석예제 2 .....	66
4. 해석 결과 분석 .....	73
VI. 결 론 .....	74
참 고 문 헌 .....	76

## 표 목 차

Table. 4.1 Region of damage assessment .....	28
Table. 4.2 Change of first mode shape (in damaged single member) .....	28
Table. 4.3 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged single member) .....	29
Table. 4.4 Results of damage identification with damage measure CMS (in the damaged single member) .....	31
Table. 4.5 Results of damage identification with damage measure CCMS (in the damaged single member) .....	31
Table. 4.6 Change of first mode shape (in damaged multi-member) .....	32
Table. 4.7 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged multi-member) .....	33
Table. 4.8 Results of damage identification with damage measure CMS (in the damaged multi-member) .....	35
Table. 4.9 Results of damage identification with damage measure CCMS (in the damaged multi-member) .....	35
Table. 4.10 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS (in the damaged single member) .....	36
Table. 4.11 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS (in the damaged multi-member) .....	37
Table. 4.12 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged single member at case 4) .....	39

Table. 4.13 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged multi-member at case 4) .....	39
Table. 4.14 Region of damage assessment .....	41
Table. 4.15 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged single member) .....	42
Table. 4.16 Results of damage identification with damage measure CMS (in the damaged single member) .....	44
Table. 4.17 Results of damage identification with damage measure CCMS (in the damaged single member) .....	45
Table. 4.18 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged multi-member) .....	46
Table. 4.19 Results of damage identification with damage measure CMS (in the damaged multi-member) .....	49
Table. 4.20 Results of damage identification with damage measure CCMS (in the damaged multi-member) .....	49
Table. 4.21 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS (in the damaged single member) .....	50
Table. 4.22 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS (in the damaged multi-member) .....	51
Table. 4.23 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged multi-member) .....	52
Table. 4.24 Convergence of solutions by Projection and KALMAN Filters (in the damaged single member with damage measure CNF) .....	54

Table. 4.25 Convergence of solutions by Projection and KALMAN Filters (in the damaged multi-member with damage measure CNF) .....	54
Table. 5.1 Assumed damage rate .....	62
Table. 5.2 Effective Mass Ratio .....	62
Table. 5.3 Region of damage assessment .....	64
Table. 5.4 Results of damage identification with damage measure CNF .....	64
Table. 5.5 Effects of initial state .....	65
Table. 5.6 Assumed damage rate .....	68
Table. 5.7 Effective Mass Ratio .....	68
Table. 5.8 Region of damage assessment .....	70
Table. 5.9 Results of damage identification with damage measure CNF .....	70



## 그림 목 차

Fig. 2.1 Formation of Problem .....	10
Fig. 2.2 Mathematical Model of the Projection Filter .....	11
Fig. 2.3 Basic system .....	13
Fig. 3.1 Algorithm of Extended Projection Filter .....	24
Fig. 4.1 Analytical Model 1 .....	27
Fig. 4.2 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged single member at case 4) .....	30
Fig. 4.3 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged multi-member at case 4) .....	34
Fig. 4.4 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS (in the damaged single member at case 4) .....	38
Fig. 4.5 Results of damage identification with damage measure CNF by KALMAN Filter .....	40
Fig. 4.6 Convergence of solutions by Projection and KALMAN Filters .....	40
Fig. 4.7 Analytical Model 2 .....	41
Fig. 4.8 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged single member) .....	43
Fig. 4.9 Results of damage identification with damage measure CMS (in the damaged single member) .....	45
Fig. 4.10 Results of damage identification with damage measure CCMS (in the damaged single member) .....	46

Fig. 4.11 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged multi-member) .....	48
Fig. 4.12 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS .....	51
Fig. 4.13 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS (first mode) .....	53
Fig. 4.14 Results of damage identification with damage measure CNF by KALMAN Filter .....	55
Fig. 4.15 Convergence of solutions by Projection and KALMAN Filters .....	55
Fig. 5.1 Algorithm of 2-Step Damage Detection .....	58
Fig. 5.2 Analytical Model 3 .....	61
Fig. 5.3 KECR of First mode .....	63
Fig. 5.4 Results of damage identification with damage measure CNF .....	65
Fig. 5.5 Effects of initial state .....	66
Fig. 5.6 Analytical Model 4 .....	67
Fig. 5.7 KECR of First mode (in damaged single member) .....	69
Fig. 5.8 KECR of First mode (in damaged multi-member) .....	70
Fig. 5.9 Results of damage identification with damage measure CNF .....	72

# Abstract

## The Damage Assessment of Truss Structures using extended Projection Filter

Lim, Eun-Ji

Dept. of Architectural Engineering,

The Graduate School of

Cheju National University

Advised by Prof. Suh, Ill-Gyo



제주대학교 중앙도서관  
JEJU NATIONAL UNIVERSITY LIBRARY

Most Building structural systems continuously accumulate damage during their service life. The damage of building structures may be due to natural hazards such as earthquakes and wind-storms and due to long-duration aging. Recently for the serviceability and safety of structures, the detection of structural damage becomes an important issue. Recent studies introduce methods for probabilistic detecting damage using statistically measured experimental modal data from a healthy and damaged structures. Because of modal and structural dynamic data of a vibrating structure can be utilized for cost-effective information without dismantling the structure.

But the results of detection are affected by the kind of damage measures to be used.

A study on the structural damage detection using the extended Projection filtering algorithm is presented and the effectiveness and convergence of damage measures are investigated in this paper.

Damage measures are associated with the change in mode shape due to structural damage. Proposed damage measures contain the change in natural frequency, mode shape and curvature of mode shape.

Space truss structures are composed of many members, so it is difficult to find damaged member from the whole system. Therefore, damage detection take use of 2-step damage identification method. First, kinetic energy change ratio are used to find damage region including damaged member and then detect damaged member using extended Projection filter algorithm in damage region.

The result of all damage measures show good convergence results in the cases of CNF(natural frequency).

Moreover, 2-step damage detection method show good result in find damage region. And the result of finding damaged member using extended Projection filter are also good. So 2-step damage detection method turn out to be useful to damage assessment of large truss systems.

# I. 서론

## 1. 연구 배경

우리가 접하는 대부분의 구조물은 시공결함이나 시간이 흐름에 따라 서서히 혹은 지진이나 폭풍 등의 다양한 외력에 의해 급격히 손상을 입게 되며 구조물의 수명이 다할 때까지 손상이 누적되어 간다. 이러한 손상으로부터 구조물의 안전성 및 사용성을 확보하기 위해서는 그 손상상태를 상시 감시하여 발생할 수 있는 손상을 효과적으로 검출해내고 그 손상정도를 명확히 파악하여 손상정도가 어느 허용치를 넘는 경우에는 보강이나 보수 등의 적절한 처치를 해야 할 것이다. 이에 따라 내구성과 안전성의 측면에서 기존 구조물의 내구연한을 합리적으로 예측할 필요성이 널리 인식되고 있으며 유지, 보수 및 교체 등을 위해 구조물의 손상위치를 추정하고, 손상정도를 평가하는 방법을 개발하는 것이 중요한 과제가 되고 있다(Papadopoulos, L. and Garcia, E., 1998; Abdalla, M., Grigoriadis, K. and Zimmerman, D, 1998). 그러나 손상부를 파악하고자하는 경우 그 위치나 정도를 정확히 알아내는 것은 매우 어려운 일이다. 이러한 기존 구조물 내부의 손상부 추정 등을 수행하는데 역문제(inverse problem)의 해석은 매우 유용하여 최근 많은 관심을 끌고있다(서일교, 1999). 역문제는 어떤 장에서 얻어진 정보를 토대로 그것이 나타내는 것과 같은 장의 미지량을 추정하는 것이다. 특히 진동대 실험 장비를 이용하여 구조물을 진동시켜 얻은 고유진동수와 모드형상의 정보는 구조물을 해체하지 않고 얻어지므로 경제적인 측면 및 여러 가지 면에서 유용한 정보이므로 실험에 의해 측정된 손상 전과 손상 후의 구조물의 진동특성 변화를 이용하여 손상을 탐지하는 방법에 대한 연구가 많이 제시되고 있다(Liu, P.L., 1995; Koh, C. G. 등 1995; Hjela, P. and Soerio, F. J., 1990; 윤정방 등 1990).

역문제 해석에서 지금까지 필터이론은 많은 관심을 받아왔고 또한 다양한 문제에 적용되어 그 유효성을 보여 왔다. 특히 칼만(KALMAN)필터(片山 徹, 1983; 西山 清, 1994)는 다양한 분야에서 적용되어 왔으며 구조물의 손상추정에 있어서

관측잡음을 고려한 확장 칼만필터는 효율적이고 정밀한 해석이 가능하여 그 유효성을 입증되어 왔다. 그러나 트러스 구조물과 같이 많은 부재로 이루어지는 경우 등 많은 문제에서 수렴속도가 늦는 문제점이 지적되었다(유숙경 등 2000).

따라서 본 논문에서는 화상복원 문제 등 많은 역문제(inverse problem)에서 그 효용성을 인정받고 있는 사영(Projection)필터(小川英光, 1988)를 비선형 시스템에 대한 필터로 확장하여 구조물의 손상추정에 적용하여 보다 효율적이고 정밀한 해석이 가능한 역해석법의 개발을 목표로 한다.

또한 3차원 트러스와 같은 실제구조물은 매우 많은 부재로 구성되는 구조 시스템으로서, 각 부재마다 관찰하여 손상을 검출하는 것은 매우 어려움이 있다. 그렇기 때문에 우선 전체 시스템의 변화를 관찰하여 서서히 추정대상 영역을 줄이고 최종적으로 손상부재의 위치를 찾아 손상정도를 평가하는 방법이 개발되어야 할 것이다.(유숙경, 2000; 濱本卓司, 近藤一平, 菅野良一, 1994)



## 2. 기존의 연구

어떤 장(field)에 관해서 얻어진 정보를 기본으로 그것이 생기게 한 장의 미지량을 추정하는 소위 역문제(inverse problem)는 다방면의 여러 분야에 존재하여서 장의 물성치(物性值)의 동정문제(同定問題, identification), 일원을 외력으로 하는 소스의 추정문제(推定問題, estimation), 내부 결함형상 동정문제 등 열전도, 고체 및 유체역학분야 뿐만이 아니라 의료분야의 X선 단층법 혹은 초음파진단 등이 그 대표적인 것이다(古口日出男 등 1994; 中村正行, 田中正隆, 1994).

구조물에 대한 역문제인 구조물의 손상검출(Detection), 손상위치(Location) 및 손상추정(Estimation) 즉, DLE문제에 대한 연구는 많은 항공기의 노화에 대한 자각의 계기가 된 1988년 4월 28일에 발생한 AlohaBoeing 737사고 이후 활발히 진행되어왔다. 특히, 최근에는 실험에 의해 통계적으로 측정된 손상전과 손상후의 구조물의 모드 데이터에 의해 확률적으로 손상을 탐지하는 방법을 발전시키는 것에 대한 연구가 활발하다.

Kashangaki는 궤도상(on-orbit)의 손상추정과 양질의 모니터링과정에 대해 간결하게 요약하였고, 여러 제안된 손상추정에 대한 고찰과 다른 관련된 주제에 대해 논의하였다(Kashangaki, Thomas A-L, 1991). Doebbling 등은 손상검출과 양질의 모니터링에 대한 광범위한 자료를 수집해왔다.

DLE 문제에 대한 제시된 첫번째 관점은 실험에 의한 고유진동수와 모드형상에 바탕을 둔 손상된 질량과 강성을 얻을 수 있는 양호한 구조물의 유한 요소 모델, 즉 질량, 강성과 감쇠행렬등의 손상 전 값을 알고 있거나 측정되었다고 가정하는 것이다. 측정된 모드 데이터로부터 각각의 방법을 사용하여 새로운 모델이나 구조물을 모델화하여 구현시킨다. 여기서 고유진동수의 변화, 모드 형상의 변화나 두 경우 모두의 변화는 손상의 정도를 표시하는 것이다. Chen과 Garba는 손상위치를 운동에너지가 손상전과 비교하여 큰 변화를 나타내는 자유도를 감정하여 결정하였다(Chen, J.C. and Garba, J.A., 1988). 또한 손상정도를 결정하기 위해 그들은 “각각의 측정된 모드의 연관성(connectivity of each measured mode)”을 이용하여 고유치해석에서 방정식을 발전시켰다. 이 방정식은 강성행렬의 변화를 얻기위해 사용된 것이다. 이들은 질량 행렬은 손상으로 인해 변화되지

않는다는 기본 가정에 근거하여 강성 행렬의 변화로서 손상위치와 손상정도를 제시하였다. 그러나 강성의 변화를 절점에 대하여 연구하였으므로 강성의 변화에 기여한 구조부재를 결정하기 어려웠을 뿐 아니라. 이 방법은 계산적인 면에 치중해있었다. 또 Kashangaki는 손상을 평가하기 위해 각 모드별 변형에너지를 사용하였다(Pandey, A.K. and Biswas, M., 1995).

DLE 문제에 대한 또다른 관점은 고유치문제가 불확실하다고 판단하여 확실적인 관점에서 실험적으로 고유치문제를 접근하는 것이다. Collins, Thomson, Hart 와 Hasselman의 연구는 구조물에 있어서 확실적인 내용을 다루지만, DLE 문제를 풀기위한 목적은 아니었다. DLE 문제는 질량과 강성의 불확실성을 가정하여 손상영역을 찾아 Collins등의 연구에 의한 감도해석을 이용하여 손상을 평가하는 Ricles와 Kosmatka에 이르러서야 제기되었다. Tavares등은 Ricles와 Kosmatka의 연구를 3차원 4-bay 트러스를 이용한 실험에서 얻어진 모드데이터를 이용하여 그 내용을 입증하였다(Papadopoulos, L. and Garcia, E., 1998).

이와 같은 구조물의 동적응답에 바탕을 둔 시스템 동정(system identification: SI)의 수치해석상의 어려움은 추정하는 시스템의 크기가 클수록 커진다. 1987년 Natke와 Yao가 발표한 논문에서, 많은 SI 방법을 사용할 경우의 문제는 모드 파라메타가 작은 시스템이거나, 측정잡음 등 여러 가지 문제로 인해 측정이 어려운 고차모드를 고려하지 않는 경우를 제외하고는 국부손상에 민감하지 못하다는 것이다. 더구나, 진동수영역의 방법은 정확히 말해 단지 선형 시스템에만 적용되는 것이어서 많은 연구자들은 시간영역의 SI 방법으로 옮겨가고 있다.

본 연구 이전의 연구과정에서는 필터이론 중 Kalman과 Bucy에 의해 발전된 칼만(KALMAN)필터의 알고리즘을 적용한 확장 칼만필터링(Extended KALMAN Filtering)에 의한 손상추정연구가 진행되어왔다(유숙경, 2000).

### 3. 연구 내용 및 목적

본 논문에서는 화상복원 문제 등 많은 역문제에서 그 효용성을 인정받고 있는 사영(Projection)필터(小川英光, 1988)를 비선형 시스템에 대한 역문제 해석법인 확장 사영필터 알고리즘을 적용하여 손상추정을 보다 효율적이고 정밀한 해석이 가능하도록 하고자 한다. 확장 사영필터 알고리즘을 적용하여 손상추정을 수행할 경우 여러 가지 데이터를 사용할 수 있다. 그러나 관측 데이터에 따라서 부재의 손상의 정도가 다르게 추정될 수도 있다. 따라서 구조물의 손상 후에 얻어지는 여러 가지 측정데이터를 손상지표로 제안하고 각각의 손상지표를 해석예제를 통해 그 유효성과 수렴성을 검증하고 각각의 손상지표의 추정정도를 파악하였다.

손상추정을 위해 제안하는 손상지표로는 트러스 구조물의 자유진동에 의해 얻어지는 데이터로 고유진동수, 모드 형상 진폭, 모드 형상 진폭의 곡률이다(濱本卓司, 田野畑月人, 1996). 또한 본 논문에서는 3차원 트러스와 같은 다부재 구조 시스템의 손상추정에 대해 전체 시스템에서 국부적인 손상위치를 추정하여 미지수를 줄여 최종적으로 손상부재를 추정하는 2단계 손상 추정법을 도입하였다(濱本卓司, 近藤一平, 菅野良一, 1994; Takuji, H. and Ippei, K., 1992).

전체 시스템을 대상으로 손상추정을 수행할 경우 자유도가 작은 시스템인 경우에는 적용이 가능하지만, 자유도가 많으면 전체 손상평가의 단계에서 관측데이터의 수에 비해 대상으로 하는 미지량의 수가 너무 많고 관측데이터의 정도도 나빠지므로 부재 손상검출에 여러 가지 문제가 발생하게 된다. 그러므로 전체 시스템 내에서 손상영역을 대략적으로 추정하고 추정된 손상영역에 대하여 손상된 부재를 찾도록 한다. 또한 손상영역을 줄여나가는 과정에서 구조 시스템의 특성에 대하여 적절한 손상지표를 선택하는 것이 중요하다. 따라서 본 논문에서는 다부재 트러스의 손상추정을 위해 제 1단계에서 트러스의 각 절점에 있어서 운동에너지 지표의 변화에 착안하여 손상영역을 줄여나간다. 2단계에서는 그 손상영역을 대상으로, 확장 사영필터 알고리즘을 이용하여 손상부재의 추정과 그 손상정도를 부재강도 저하율로서 평가한다.

이와 같이 본 논문에서는 확장 사영필터 알고리즘을 이용한 손상추정에서 손상지표를 제시하여 그 수렴성 및 유효성을 확인하고, 다부재 트러스 시스템에 대해 2단계 손상 정법을 도입함으로써 트러스 구조물에 대해 보다 정확하고 효율적인 손상추정을 수행하는 것을 목표로 한다.

## II. 확장 사영 필터 이론

### 1. 필터링 이론의 역사

잡음이 섞인 관측치에서 신호 혹은 미지 파라메타를 추정하는 문제는 매우 오랜 역사를 가지고 있다. 19세기 초 최소 2승법(least square method)을 이용하여 유럽 각지에서 관측된 데이터를 기본으로 하여 혹성의 궤도 파라메타를 추정한 Gauss는 궤도의 미지 파라메타를 결정하는데 필요한 데이터의 최소 개수가 있다는 것과 관측오차의 영향을 작게 하기 위해서는 보다 많은 관측 데이터가 필요하다고 밝혔다.

그 후 1940년대에 들어와서 시계열의 필터링 이론에 관한 중요한 논문이 Kolmogorov와 Wiener에 의해 독립적으로 발표되었다. 이러한 이론은 시계열의 정상성(定常性), 에르고드성 및 무한시간 관측(無限時間觀測)<sup>1)</sup>이라는 가정에 기초를 두고 있다. Kolmogorov는 힐베르트 공간 이론을 이용하여 예측문제에 대한 완전한 해를 얻었으나 그 해를 실현하는 방법에 대해서는 전혀 언급하지 않았다. 이것에 대해서 Wiener는 대공화기제어(對空火器制御, anti-aircraft fire-control) 문제에 대해서 필터링 문제를 고찰하여 최적 필터의 임펄스응답이 소위 Wiener-Hopf의 적분방정식을 만족하는 것을 나타내고 또 스펙트럼 분해(spectral factorization)에 의해 최적 필터의 전달함수를 결정하는 방법도 고안하였다. 이 최적 필터를 Wiener filter라 한다.

Wiener는 또 최적 필터를 실현하는 전기회로의 설계에도 흥미를 나타내어 그의 필터링 이론의 공학적 중요성을 주장하였다. 또 1960년에는 Lee에 의해 Wiener 이론의 공학자를 대상으로 한 해설서가 발표되었다. 이와 같은 이유로 Wiener 이론은 그 수학적 난해함에도 불구하고 공학자에게 큰 영향을 주었다. 더욱이 Levinson에 의한 Wiener 필터의 설계법은 최근의 디지털 신호처리 기술 발달의 기초가 되고 있다.

---

1) 마이너스 무한대에서 현재시각  $t$  까지의 모든 관측 데이터가 이용될 수 있다는 것을 의미한다.

Wiener에 의한 최적 필터링 문제의 정식화와 변분법에 의한 해법은 그 후 최적 제어 이론의 발달에 큰 영향을 미쳤다. 게다가 Wiener 이론은 통계적 통신이론의 기초가 되며 동시에 Shannon의 정보이론의 연구에도 큰 영향을 주었다. 시계열의 스펙트럼밀도를 추정하는 모델링 문제와 더불어 시계열의 정상성 및 무한시간 관측의 가정도 실제와는 맞아떨어지지 않는 경우가 많아 Wiener 이론은 실제(實際) 문제에 대한 응용은 쉽지가 않았다.

1950년대에 들어오면서 우주공학, 통신공학, 제어공학 분야의 사람들에 의해 Wiener 이론의 정상성, 무한시간 관측이라는 가정을 제거하고 비정상시계열의 필터링에 관한 연구가 이루어지게 되었다. 그러나 비정상 과정의 모델화는 실제로 어려운 것이므로 Wiener 필터의 확장이 완전히는 성공하지 못하였다.

1960년대에 들어와 Kalman과 Bucy는 선형 시스템에 대한 상태공간법(state space method)과 직교사영(orthogonal projection)의 이론을 이용하여 정상성(定常性)과 무한시간관측(無限時間觀測)의 가정을 제거하는데 성공하고 새로운 필터 알고리즘을 발표하였다. 또한 Kalman은 선형시스템이 가제어(可制御, controllable)이면서 가관측(可觀測, observable)이라는 조건하에서 새로운 필터는 점근안정(漸近安定)이라는 응용상 중요한 결과를 나타내었다.

그러나 Wiener filter는 가장 본질적인 부분 즉 추정 평가기준 그 자체에 문제점을 갖고 있다. Wiener filter는 잡음에 대한 평가와 더불어 모든 추정치에 관하여 평균을 취하고 있다. 이것은 Wiener filter가 출현하기 쉬운 추정치일수록 추정결과가 좋다는 의미를 갖는다. 일반적으로 우리가 추정하는 대상은 출현 빈도가 낮은 경우가 많다. 즉 평균적인 의미가 아니고 개개의 대상에 대한 평가기준을 채용해야 한다. 그에 비해 Projection filter는 출현빈도에 관계없이, 개개의 추정치에 대하여 충실히 추정하려는 성질을 가지고 있다(小川英光, 1988). 현재 Projection filter는 화상복원 문제 등 많은 역문제에서 그 효용성을 인정받고 있다.

## 2 사영필터 이론

관측데이터로부터 원래의 신호나 화상을 추정하는 것은 역문제로서 보면 모두 같은 종류의 문제로 되어 있다. 즉 주어진 결과로부터 원인을 추정하는 문제이다.

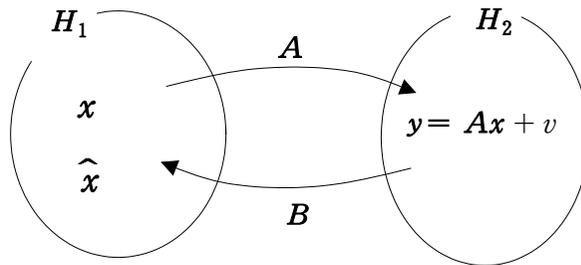


Fig 2.1 Formation of Problem



복원 모델을 힐베르트 공간의 범위 안에서

$$y = Ax + v \quad (2.1)$$

$$\hat{x} = By \quad (2.2)$$

로 정식화하였다. 식(2.1)은 원화상  $x$  를 관측계  $A$  로 관측한 것에 랜덤잡음  $v$  가 중첩되어 관측데이터  $y$  로 되는 것을 나타내고 있다. 식(2.2)는 이 관측데이터  $y$  를 복원필터  $B$  에 통과시킴으로써 복원화상  $\hat{x}$  가 얻어지는 것을 나타내고 있다.  $x$  및  $\hat{x}$  가 속하는 공간을 원화상 공간이라 하고  $H_1$  으로 나타낸다.  $y$  및  $v$  이 속하는 공간을 관측공간이라 부르고  $H_2$  로 나타낸다.  $H_1$  및  $H_2$  를 힐베르트 공간으로 한다.  $A$  는  $H_1$  으로부터  $H_2$  로의 작용소이고  $B$  는  $H_2$  으로부터  $H_1$  으로의 작용소이다.

식(2.1),(2.2)의 모델에 대해서 화상복원 문제는 “  $\hat{x}$  가 가능한 한  $x$  에 가깝게 되도록 작용소  $B$  를 결정하라 ” 는 문제로 된다. 사영필터에서는 복원화상  $\hat{x}$  와 원화상  $x$  와의 가까운 정도를 평가하는 방법으로 다음과 같은 평가 기준을 갖고 있다.

- (i) 복원화상  $\hat{x}$  의 원화상  $x$  에 대한 가까운 정도의 평가는 원화상 공간  $H_1$  안에서 직접할 것.
- (ii) 그 평가 시 평균적인 의미가 아니라 개개의 원화상에 대한 최량근사를 생각할 것.
- (iii)  $\hat{x}$  의 노름이 작다든가 매끄럽다라고 하는 요청은 원화상  $x$  에 대하여 같은 성질을 알고 있는 경우 이외는 주어지지 않는 안 된다. 만일 그와 같은 성질을  $x$  가 가지고 있는 경우는  $H_1$  의 노름의 정의에서 그것을 반영시켜서 (i)의 형식으로 논할 것.
- (iv) 잡음의 영향도 고려해야 하며 원화상 공간  $H_1$  안에서 직접할 것.

위 평가기준 중에서 (ii)는 개개의 원화상에 대한 최량근사를 취하는 평가기준으로서 기존의 칼만필터가 갖고 있던 문제점에 대한 해답을 제시한 것이다.

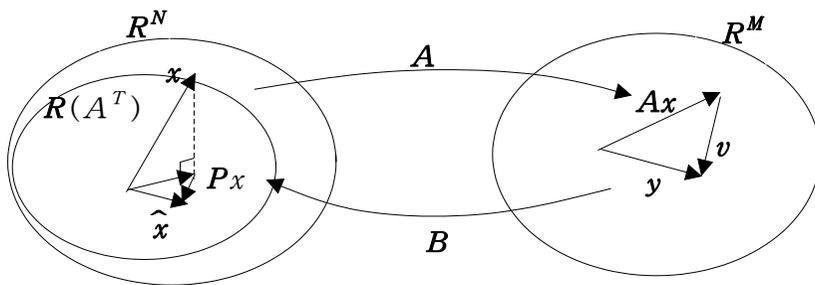


Fig 2.2 Mathematical Model of the Projection Filter

사영필터는 신호를 생성하는 시스템의 독특성, 잡음의 통계적 성질, 초기치에

관한 선행정보 및 시시각각 주어지는 관측데이터를 이용하여 시스템 상태의 최소2승 추정치를 축차적으로 주는 온라인 데이터처리 알고리즘이다.

사영필터는 다음과 같은 가정에 기본을 두고 있다.

- (1) 시스템방정식의 선형성(linearity)
- (2) 시스템 및 관측잡음의 백색성(whiteness)
- (3) 잡음의 가우스성(Gaussian)
- (4) 최소2승 규범(quadratic criteria)

이것을 통상 LQG의 가정이라 한다. LQG의 가정하에서는 최적 필터는 선형으로 된다.

## 2.1 기본 시스템

이산시간 사영필터는 다음과 같은 차분방정식에 의해 기술되는 선형, 유한 차원의 이산시간 확률시스템을 대상으로 하고 있다.

### [기본 시스템]

#### 상태방정식

$$\mathbf{x}_{t+1} = \Phi_t \mathbf{x}_t + \Gamma_t \mathbf{w}_t \quad (2.3)$$

#### 관측방정식

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{M}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t, \quad t \geq 0 \quad (2.4)$$

여기서 식(2.3)은 상태방정식, 식(2.4)를 관측방정식이라 하고 Fig 2.3과 같은 블록선도로 나타내어진다. 그림에서  $z^{-1}$ 은 1 스텝 지연 연산자를 나타내고  $\mathbf{x}_{t+1}$ 을 1 스텝 이 전의 시각의  $\mathbf{x}_t$ 로 변환하고 있다( $\mathbf{x}_t = z^{-1} \mathbf{x}_{t+1}$ ).

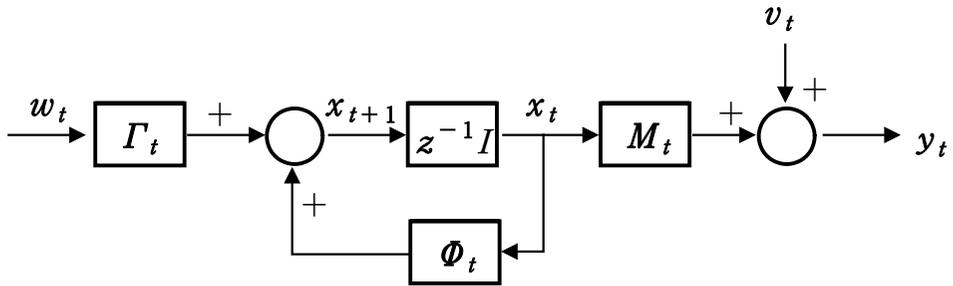


Fig 2.3 Basic system

식에서  $x_t$  : n 차원 상태벡터

$y_t$  : p차원 관측벡터

$w_t$  : m차원 가우스 백색잡음 벡터

$v_t$  : p차원의 가우스 백색잡음 벡터이다.

$\Phi_t$  : 상태천이행렬(state transition matrix)

$\Gamma_t$  : 구동행렬(driving matrix)

$M_t$  : 관측행렬 (observation matrix)

시스템 파라메터  $\Phi_t$ ,  $\Gamma_t$ ,  $M_t$ 는 현상을 지배하는 물리법칙 등으로부터 유도되는 경우와 실험에서 측정된 신호의 상관성 즉, 공분산 함수나 스펙트럼 밀도함수로부터 유도되는 경우가 있는데 일반적으로 확정된 행렬로 된다. 또한  $\Phi_t$ ,  $\Gamma_t$ ,  $M_t$ 는 각각  $n \times n$ ,  $n \times n$ 와  $p \times n$ 의 시간 t만에 의존하는 행렬이다. 그리고 스텝의 변화에 따라 이들의 값도 달라지게 된다.

## 2.2 잡음과 시스템의 초기 상태

식 (2.3)의해를 얻기 위해 시스템잡음 $\{w_t\}$ , 관측잡음 $\{v_t\}$  및 초기상태  $x_0$ 에 대해서 확률적인 가정이 필요하다. 여기서 보통  $\{w_t\}$ ,  $\{v_t\}$  및  $x_0$ 에 대해서 다음과 같은 가정이 이루어진다.

### [가정 1]

$\{w_t\}$ 와  $\{v_t\}$ 는 각각 백색잡음이며 서로 독립인 확률과정으로, 각각 평균치벡터 0인 기지의 공분산행렬을 갖는 가우스 과정이다..

### [가정 2]

$x_0$ 는 기지인 평균치 벡터와 공분산행렬을 갖는 가우스 확률변수 벡터이다.

### [가정 3]

$x_0$ 는  $\{w_t\}$ ,  $\{v_t\}$ 와 독립이다.



이상을 수식화 하면 [가정 1]-[가정 3]은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} E\{w_t\} &= 0, \quad E\{v_t\} = 0, \\ E\{x_0\} &= \bar{x}_0, \quad E\{[x_0 - \bar{x}_0][x_0 - \bar{x}_0]^T\} = \Sigma x_0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} E\left\{ \begin{bmatrix} w_t \\ v_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_t^T & v_t^T \end{bmatrix} \right\} &= \begin{bmatrix} E\{w_t w_t^T\} & 0 \\ 0 & E\{v_t v_t^T\} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_0^{wt} & 0 \\ 0 & \sum_0^{vt} \end{bmatrix} \delta_{tt'} \quad , \quad \Sigma_{vt} > 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$E\{x_0 w_t^T\} = 0, \quad E\{x_0 v_t^T\} = 0 \quad (2.7)$$

여기서,  $\mathbf{x}_0$ ,  $\{\mathbf{v}_t\}$ ,  $\{\mathbf{w}_t\}$ 는 가우스성으로 하고,  $\delta_{tt}$ 는 kronecker 델타기호, E는 기대치 연산기호이고,  $\Sigma$ 은 공분산 행렬기호이다.

식에서 가우스성을 가정하는 이유는 다음과 같다.

- (1) 많은 자연발생적인 확률변수(벡터)가 가우스성이라는 것이 실험적으로 확인되었다.
- (2) 독립이고 일반적으로 가우스성이 아닌 확률변수(벡터)의 경우에도 그 합계가 확률론의 중심극한정리에 의해 근사적으로 가우스성을 갖는 것이 많다.
- (3) 가우스 과정으로 가정할 경우 평균치벡터와 공분산행렬만으로 확률밀도함수를 결정할 수 있다.

(3)은 일반적으로 필터링 문제는 가우스성의 가정을 도입하여 풀면 보다 간단히 해결할 수 있다.



### 2.3 사영필터 방정식

위의 이산시간 확률 시스템에 대한 Projection filter는 다음과 같이 주어진다.

#### (1) 필터 방정식

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{\mathbf{x}}_{t/t} \quad (2.8)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t/t} = \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_t [ \mathbf{y}_t - \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} ], \quad t \geq 0 \quad (2.9)$$

#### (2) Filter Gain

$$\mathbf{B}_t = ( \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^{-1} \mathbf{M}_t )^{-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^{-1} \quad (2.10)$$

(3) 추정오차 공분산 행렬

$$\widehat{R}_{t+1/t} = \Phi_t \widehat{R}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t S_t \Gamma_t^T \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} \widehat{R}_{t/t} = & \widehat{R}_{t/t-1} + B_t (M_t \widehat{R}_{t/t-1} M_t^T + Q_t) B_t^T \\ & - B_t M_t \widehat{R}_{t/t-1} - \widehat{R}_{t/t-1} M_t^T B_t^T \end{aligned} \quad (2.12)$$

(4) 초기조건

$$\widehat{x}_{0/-1} = \overline{x_0}, \quad \widehat{R}_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (2.13)$$

위의 식들의 표기법에 대해 살펴보면,  $\widehat{x}$ 는 추정치 기호,  $\widehat{x}_{t/t-1}$ 는 t-1 시간의 정보를 바탕으로 한 t시간의 추정치이다.



### 3. 확장 사영필터 이론

확장 사영필터 이론은 선형 시스템을 대상으로 하는 사영필터 이론을 비선형 문제에 확장 적용시킨 필터이론으로, 비선형 벡터함수를 상태벡터의 추정량의 주위에서 Taylor 전개하고 고차항을 무시하여 선형화시킨 다음의 이산시간 확률시스템을 대상으로 한 것이다.

확장 사영필터의 상태방정식, 관측방정식과 확률적 정의는 다음과 같다.

상태방정식

$$x_{t+1} = \phi_t(x_t) + \gamma_t(x_t) \omega_t \quad (2.14)$$

관측방정식

$$y_t = m_t(x_t) + v_t \quad t \geq 0 \quad (2.15)$$

여기서  $x_t$ 는 n차원 상태벡터,  $y_t$ 는 p차원 관측벡터,  $w_t, v_t$ 는 평균치 0, 공분산행렬은 식 (2.16)과 같이 정의되는 가우스 확률벡터로 한다.

$$E \left\{ \begin{pmatrix} w_t \\ v_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_t^T & v_t^T \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} S_t & 0 \\ 0 & Q_t \end{pmatrix} \delta_{tt} \quad (2.16)$$

초기치  $x_0$ 는 평균치 0, 공분산행렬  $\Sigma_0$ 의 가우스 확률벡터이고  $x_0$ 는  $w_t, v_t$ 와는 독립으로 가정한다.

비선형 시스템이 선형시스템과 확연한 차이를 보여주는 것은 식(2.14)와 같이 관측 데이터와 상태 벡터의 관계가 선형관계에 있지 않다는 것이다.

$\phi_t(x_t)$ ,  $m_t(x_t)$ 는 각각 식(2.17), (2.18) 와 같이 주어지는  $n$ 차원 및  $p$ 차원 비선형 벡터 함수이고,  $x_t$ 에 대해서 미분가능한 것으로 가정한다.

$$\phi_t(x_t) = \begin{pmatrix} \phi_t^{(1)}(x_t) \\ \vdots \\ \phi_t^{(n)}(x_t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_t^{(1)}(x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(n)}) \\ \vdots \\ \phi_t^{(n)}(x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(n)}) \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

및

$$m_t(x_t) = \begin{pmatrix} m_t^{(1)}(x_t) \\ \vdots \\ m_t^{(n)}(x_t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_t^{(1)}(x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(n)}) \\ \vdots \\ m_t^{(n)}(x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(n)}) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

여기서 식(2.17), (2.18)의 비선형함수  $\phi_t$ ,  $m_t$ 가 매끄럽다는 가정하에서 추정치  $\hat{x}_{t/t}$ ,  $\hat{x}_{t/t-1}$ 의 주위에서 선형화한다.

$$\phi_t(x_t) = \phi_t(\hat{x}_{t/t}) + \Phi_t(x_t - \hat{x}_{t/t}) + \dots \quad (2.19)$$

$$m_t(x_t) = m_t(\hat{x}_{t/t-1}) + M_t(x_t - \hat{x}_{t/t-1}) + \dots \quad (2.20)$$

이상에서,  $\Phi_t$ ,  $M_t$ 는 식(2.21)과 같다.

$$\Phi_t = \left( \frac{\partial \phi_t}{\partial x_t} \right)_{x=\hat{x}_{t/t}} \quad (n \times n), \quad M_t = \left( \frac{\partial m_t}{\partial x_t} \right)_{x=\hat{x}_{t/t-1}} \quad (p \times n) \quad (2.21)$$

이상과 같이 선형화된 이산시간 확률시스템에 대한 확장 사영필터는 다음과 같다.

(1) 필터 방정식

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{t+1/t} &= \phi_t(\hat{\mathbf{x}}_{t/t}) \\ \hat{\mathbf{x}}_{t/t} &= \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_t[\mathbf{y}_t - m_t(\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1})]\end{aligned}\quad (2.22)$$

(2) Filter Gain

$$\mathbf{B}_t = (\mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^{-1} \mathbf{M}_t)^{-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{Q}_t^{-1} \quad (2.23)$$

(3) 추정오차 공분산 행렬

$$\hat{\mathbf{R}}_{t+1/t} = \Phi_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t} \Phi_t^T + \Gamma_t \mathbf{S}_t \Gamma_t^T \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{R}}_{t/t} &= \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} + \mathbf{B}_t(\mathbf{M}_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} \mathbf{M}_t^T + \mathbf{Q}_t) \mathbf{B}_t^T \\ &\quad - \mathbf{B}_t \mathbf{M}_t \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1} \hat{\mathbf{R}}_{t/t-1}^{-1} \mathbf{M}_t^T \mathbf{B}_t^T\end{aligned}\quad (2.25)$$

(4) 초기조건

$$\hat{\mathbf{x}}_{0/-1} = \mathbf{x}_0, \quad \hat{\mathbf{R}}_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (2.26)$$

여기서,  $\hat{\mathbf{x}}_{t/t}$ 는 t 스텝에서의 관측벡터  $\mathbf{y}_t$ 에 의해 얻어지는  $\mathbf{x}_t$ 의 추정치이고,  $\hat{\mathbf{R}}_{t/t}$ 는  $\hat{\mathbf{x}}_{t/t}$ 의 추정오차 공분산 행렬이다. 여기서 식(2.23)에서 알 수 있듯이 사영필터에서는 칼만필터와 달리 Filter Gain에서 공분산 행렬  $\hat{\mathbf{R}}_{t/t}$ 가 포함되어 있지 않다.

### Ⅲ. 확장 사영필터에 의한 손상추정법

#### 1. 상태방정식과 관측 방정식

사영필터 알고리즘을 적용하면 구조물의 손상추정을 위한 관측데이터를 다양하게 선택할 수 있다. 본 논문에서는 구조물의 손상전과 손상후의 진동특성의 변화에 따른 여러 데이터를 손상지표로 하여 손상을 추정한다. 다양한 원인에 의하여 발생된 구조물의 손상은 그 원인에 관계없이 기하학적 혹은 재료적인 성질의 변화를 초래한다. 구조물의 손상평가 시, 구조모델의 파라메타 중 변화하는 량으로서 강성, 강도, 에너지 소산능력 및 감쇠의 증가 등을 들 수 있으나 본 논문에서는 구조물내 각 부재의 손상을 강성의 저하로서 평가한다.

n개의 부재로 구성되는 트러스 구조물의 각 부재의 강성  $\{K_1, K_2, \dots, K_n\}$ 을 미지의 상태벡터  $x$ 로 하면 관측 데이터와 미지량인 강성은 비선형으로 되기 때문에 앞에서 제시한 비선형 Projection filter system을 적용시킬 수 있다. 이에 따른 시스템은 다음과 같이 모델화 할 수 있다.

$$y = m(x) + \nu \quad (3.1)$$

여기서,  $y$ 는 관측벡터로서 고유진동수 및 모드진폭을,  $\nu$ 는 관측잡음 벡터를 나타낸다.  $m(x)$ 는  $x$ 에 관한 비선형 함수로써 손상지표를 나타낸다.

또한 트러스 구조물에서 상태량 즉 부재의 강성은 정수이어서 시간적으로 변화하지 않는 파라미터이기 때문에 시간적 천이구조(遷移構造)를 갖지 않게 된다. 따라서 시스템 잡음  $\omega_t$ 는 고려할 필요가 없으므로 시스템의 상태방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{t+1} = I x_t \quad (3.2)$$

여기서 아래첨자  $t$ 는 반복계산에서 각 스텝을 나타내며,  $I$ 는 단위행렬을 나타낸다.

또한 식(3.2)에서 주어진 각 스텝에서의 상태벡터로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{m}_t(\mathbf{x}_t) + \mathbf{v}_t \quad (3.3)$$

그리고, 초기치  $\overline{\mathbf{x}}_0$ , 추정오차 공분산행렬  $\mathbf{R}_0$ 는 일반적으로 모르기 때문에 초기치를 가정하여 계산한다. 따라서 계산과정에서 얻어지는 추정치는 칼만필터를 이용한 알고리즘인 경우  $\overline{\mathbf{x}}_0$ 와  $\mathbf{R}_0$ 에 의존하게 되나 사영필터를 이용한 알고리즘인 경우는  $\overline{\mathbf{x}}_0$ 에만 의존하게 된다.



## 2. 감도행렬의 계산

선형화에 대응하는 감도행렬  $M_t$ 는 다음과 같다.

$$M_t = \left( \frac{\partial m_t(\mathbf{x}_t)}{\partial \mathbf{x}_t} \right) \tag{3.4}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1}, & \frac{\partial y_1}{\partial x_2}, & \dots, & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1}, & \frac{\partial y_2}{\partial x_2}, & \dots, & \frac{\partial y_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1}, & \frac{\partial y_m}{\partial x_2}, & \dots, & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

식(3.4)는 각 스텝의  $\mathbf{x}_t$  에 의존하기 때문에 필터링 과정에서 반복 계산되어야 한다. 본 논문에서는 감도행렬의 성분을 다음과 같이 차분근사에 의해 구하였다.

$$\left( \frac{\partial y_i}{\partial x_j} \right)_{t-1} \cong \frac{1}{\Delta x_j} \{ y_i(x_1, x_2, \dots, x_j + \Delta x_j, \dots, x_n) - y_i(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n) \} \tag{3.5}$$

여기서  $x_j (j=1 \sim n)$ 는 미지의 상태벡터  $\mathbf{x}$ 의 성분을 나타낸다.

### 3. 확장 사영필터 해석 알고리즘

확장 사영필터를 비선형 역문제의 반복 계산과정에 이용할 때의 해석순서는 다음과 같다.

- (1) 추정할 미지량의 초기치벡터  $\overline{x_0}$ 와 추정오차 공분산매트릭스  $R_0$ 를 가정하여 초기 확률 분포를 설정한다.
- (2) 트러스의 자유진동문제 해석에 필요한 데이터와 경계조건 등을 설정한다.
- (3) 관측데이터  $y$ 를 입력하고 거기에 포함되는 관측잡음에 관한 관측잡음 공분산 매트릭스  $Q$ 을 설정한다.
- (4) 필터링과정에서 반복해서 갱신되는 추정치  $\hat{x}_{t/t-1}$ 을 이용하여 구조물의 고유 진동수  $y_t$ 를 계산하고 또한 감도 행렬  $M_t$ 를 계산한다. ( $\hat{x}_{0/-1} = \overline{x_0}$ ,  $P_{0/-1} = \Sigma_0$ )
- (5) 미지량에 대한 Filter Gain  $B_t$ 를 계산한다.
- (6) 필터 방정식으로부터 갱신량  $\hat{x}_{t+1/t}$ 을 계산한다.
- (7) 수렴판정을 하고, 수렴하지 않는 경우는 STEP (4)로 돌아간다.

이상의 계산을 수렴조건에 만족할 때까지 반복 계산한다.



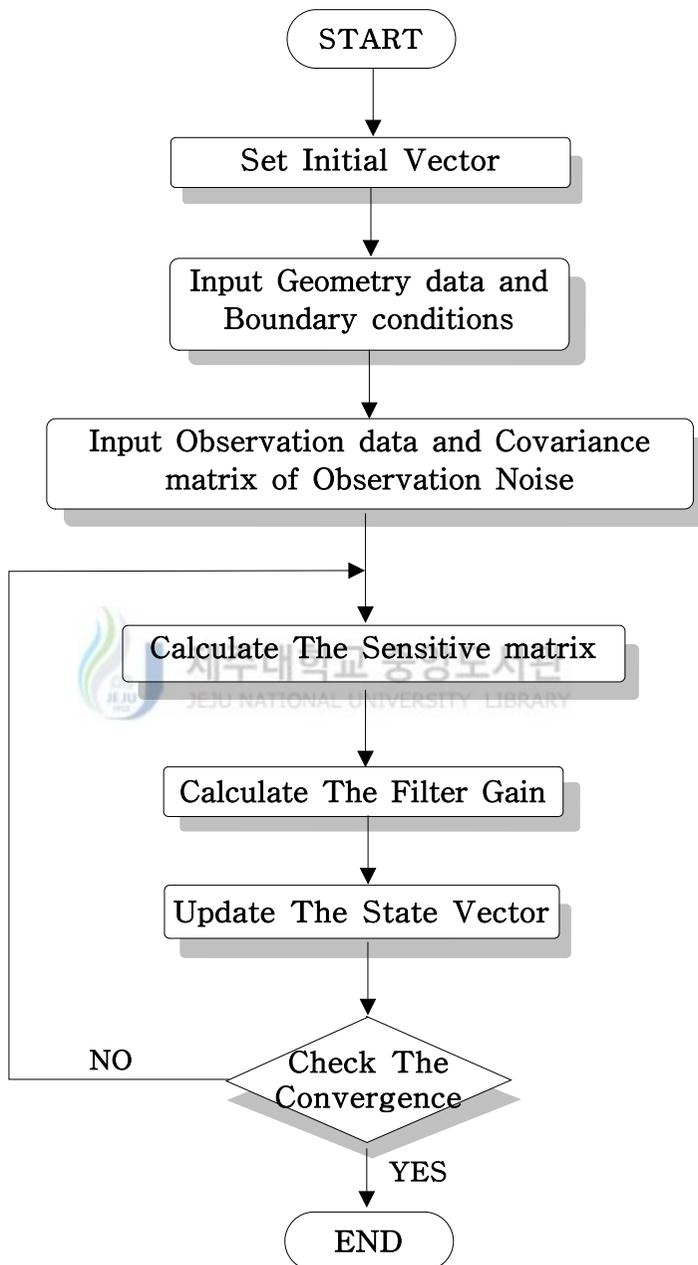


Fig 3.1 Algorithm of Extended Projection Filter

## IV. 손상지표

트러스 구조물의 손상추정을 위해 세가지 손상지표를 제안하고, 각각의 손상지표에 대해 몇 가지 case로 나누어 해석예제를 통해 손상 추정을 수행하고 그 유효성과 수렴성을 검증하였다.

### 1. 손상지표의 정의

사영필터 알고리즘을 적용하면 구조물의 손상추정을 위한 관측데이터를 다양하게 선택할 수 있다. 본 논문에서는 구조물의 손상 전과 손상 후의 진동특성의 변화를 이용하여 손상을 추정한다. 따라서 트러스 구조물의 자유진동에 의해 얻어지는 데이터로 고유진동수, 모드 형상 진폭, 모드 형상 진폭 곡률을 채택한다. 대상 구조물에 대해 적용되는 3가지 손상지표의 정의는 다음과 같다.

#### 1.1 고유 진동수의 변화 (Change of Natural Frequency : 이하 CNF)

고유치 문제나 구조물의 진동을 모니터링해서 얻은 계측데이터에서  $j$ 차 모드의 고유진동수  $\omega_j$ 가 손상 후 변화된 값을 말한다.

#### 1.2 모드 형상 진폭의 변화 (Change of Mode Shape : 이하 CMS)

고유치 문제나 구조물의 진동을 모니터링해서 얻은 계측데이터에서 절점  $i$ 에서 나타난  $j$ 차 모드의 모드 형상 진폭  $\phi_{ij}$ 가 손상 후 변화된 값을 말한다.

#### 1.3 모드 형상 진폭 곡률의 변화 (Change of Curvature of Mode Shape : 이하 CCMS)

절점  $i-1$ 에서  $i+1$ 까지의 모드형상 진폭을 중앙차분법에 의해 구해진 절점  $i$ 에서의  $j$ 차 모드의 곡률  $C_{ij}$ 가 손상 후 변화된 값으로  $C_{ij}$ 의 정의는 다음과 같다.

$$C_{\ddot{y}} = (\phi_{i-1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i+1,j})/h^2 \quad (4.1)$$

여기서,  $h$ 는 절점  $i-1$ 에서  $i+1$ 까지의 거리를 나타낸다.

특히 CCMS는  $C_{\ddot{y}}$ 가 손상 후 변화된 값으로 축 방향에 대하여 2번 미분함으로써 감도를 높인 것이다.



## 2. 예제 구조물의 해석

### 2.1 해석예제 1

Fig 4.1의 2차원 트러스 구조물은 단면적  $A=10\text{cm}^2$ , 영계수  $E=2.1\times 10^7 \text{ kg/cm}^2$ , 밀도 $\rho=0.00787 \text{ kg/cm}^3$ 이다.

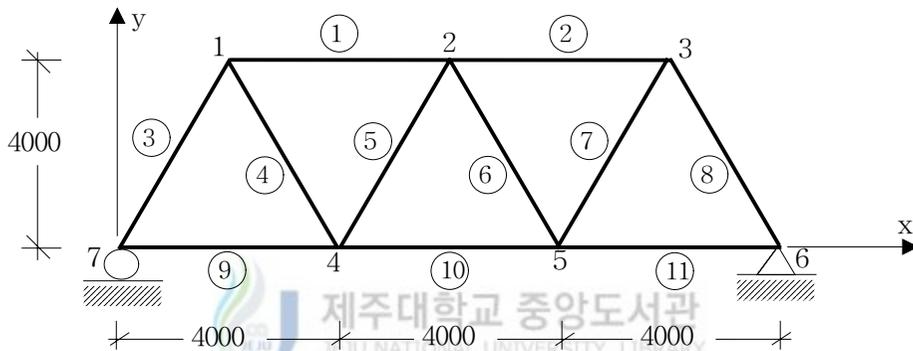


Fig 4.1 Analytical Model 1 (단위: mm)

손상추정을 위한 확률분포로는 관측잡음은 관측치의 30%를 표준편차로 하는 분포로 가정하고 초기조건으로 정상시의 강성을 초기 상태벡터로 한다. 또 감도행렬 계산을 위한 초기치는 정상시의 30%의 손상으로 가정한다.

손상지표로 사용되는 관측데이터는 구조물의 손상전과 손상후의 변화를 모니터링하여 얻은 계측 데이터를 사용해야 하나 본 논문에서는 순해석에 의한 수치해를 사용하였고, 부재 손상도는 부재 강성의 지하로 나타내었다. 강성지하를 판단하는 강성비는 ‘손상 후 강성/손상 전 강성’으로 표시한다.

손상 추정시 손상 추정영역은 Table 4.1에서와 같이 모든 절점, 상부, 하부 절점 좌측, 우측 절점으로 구분하여 손상추정 영역에 따른 수렴성을 조사하였다.

Table. 4.1 Region of damage assessment

case	node	member
case 1	ALL	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11
case 2	1,2,3	1,2,3,4,5,6,7,8
case 3	4,5,6,7	3,4,5,6,7,8,9,10,11
case 4	1,2,4,7	1,2,3,4,5,6,9,10
case 5	2,3,5,6	1,2,5,6,7,8,10,11

1) 단일부재 손상의 경우 결과

단일부재의 손상에 대해서는 부재 2, 3, 6 그리고 10이 각각 50% 손상되었을 경우에 대해 고려하였다. Table 4.2는 1차모드 진폭의 변화(CMS)이다.

Table. 4.2 Change of first mode shape (in damaged single member)

Damaged member		Undamaged	2	3	6	10
node						
1	x	0.2342	0.1864	0.2272	0.2416	0.2467
	y	0.1891	0.1978	0.2718	0.1847	0.1726
2	x	0.2939	0.2483	0.2854	0.3004	0.2901
	y	0.3944	0.4212	0.4169	0.3841	0.3896
3	x	0.3454	0.3608	0.3344	0.3512	0.3271
	y	0.2255	0.2411	0.2191	0.2268	0.2005
4	x	0.3185	0.2951	0.2677	0.3194	0.3714
	y	0.3252	0.3439	0.3780	0.3172	0.3055
5	x	0.1658	0.1509	0.1363	0.1669	0.1298
	y	0.3423	0.3802	0.3478	0.3444	0.3184
7	x	0.3813	0.3550	0.3246	0.3819	0.4204

Table 4.2 에서 부재의 손상전과 손상후에 각 절점에서 진폭의 변화가 있으나 구조물은 부재들이 서로 연결되어 있어 손상부재가 포함되어 있는 절점에서 뚜렷한 진폭의 변화를 파악하기가 힘들며, 단지 진폭의 변화에 대한 값의 비교만으로는 손상부재 추정이 어려움을 알 수 있다.

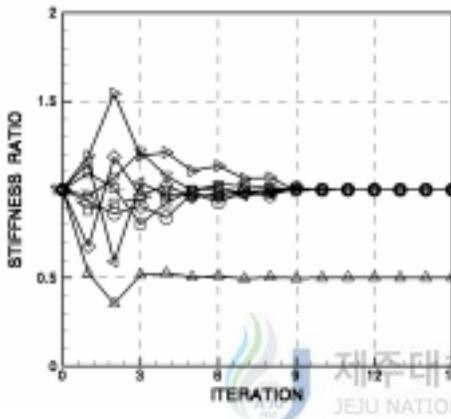
Table 4.3, 4.4, 4.5는 각 손상지표에 따른 결과를 나타내며, 각 Table에 표시된 강성비는 Table 4.1의 case에 대해 나타내었다.

Table 4.3에서 CNF의 경우 case 1을 제외한 모든 경우에서 빠른 수렴속도를 보이며 좋은 추정결과를 나타내고 있다. 손상 추정시 비손상 부재의 강성비 또한 정확히 추정하고 있다. 그러나 모든 부재를 상태벡터로 하는 case 1인 경우에는 모두 발산하였다

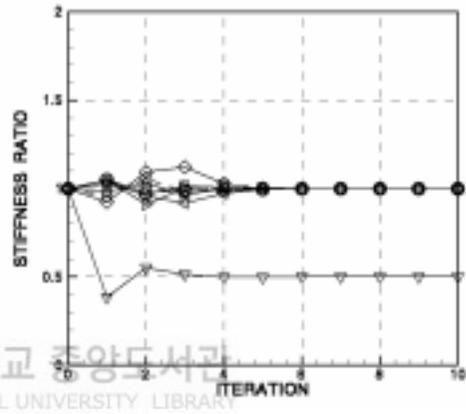
Table. 4.3 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged single member)

Damaged member	case	Stiffness ratio	iteration
2	1	-	발산
	2	0.5	25
	4	0.5	15
	5	0.5	11
3	1	-	발산
	2	0.5	10
	3	0.5	9
	4	0.5	10
6	1	-	발산
	2	0.5	9
	3	0.5	11
	4	0.5	10
	5	0.5	8
10	1	-	발산
	3	0.5	11
	4	0.5	13
	5	0.5	9

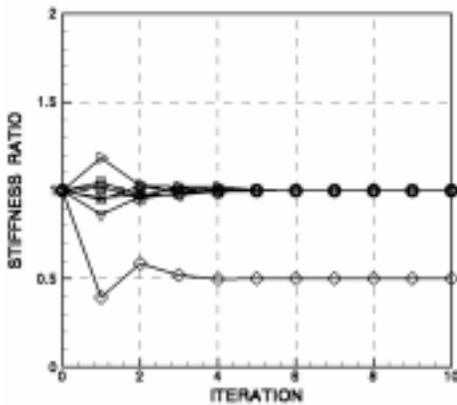
Member	Line shape	Member	Line shape
1		5	
2		6	
3		9	
4		10	



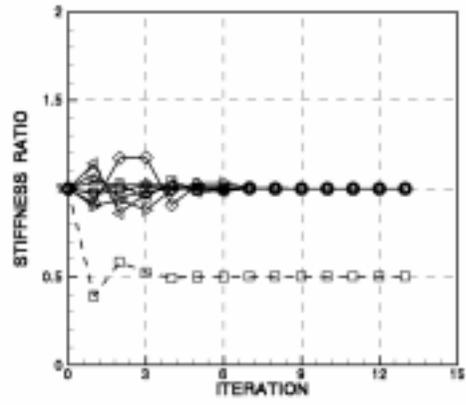
(a) Damaged of member 2



(b) Damaged of member 3



(c) Damaged of member 6



(d) Damaged of member 10

Fig. 4.2 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged single member at case 4)

Table. 4.4 Results of damage identification with damage measure CMS  
(in the damaged single member)

Damaged member	Mode	case	Stiffness ratio	iteration
2	-	-	-	발산
3	-	-	-	발산
6	1	2 4	0.5 0.5	44 7
10	-	-	-	발산

Table. 4.5 Results of damage identification with damage measure CCMS  
(in the damaged single member)

Damaged member	Mode	case	Stiffness ratio	iteration
2	8	2 5	0.5 0.5	13 14
3	-	-	-	발산
6	8	3	0.5	9
10	2	4	0.5	10

CMS 및 CCMS는 CNF에 비해 수렴하는 경우가 적고, 특히 CMS를 단일 지표로 손상 추정하는 것이 어려움을 알 수 있다. 또한 부재 3의 손상경우에는 모든 모드에서 결과를 얻을 수 없었다. 그러나 손상추정 결과를 얻을 수 있는 경우에는 빠른 수렴속도와 좋은 추정결과를 얻을 수 있었다.

## 2) 복수부재 손상의 경우

복수부재의 손상에 대해서는 부재 2와 6, 3과 5가 각각 50%손상되었을 경우, 그리고 부재 2가 50%, 부재 3과 6이 각각 30% 손상되었을 경우에 대해 고려하였다.

Table 4.6은 순해석에 의해 얻어진 측정데이터로써 1차 모드에 대한 CMS의 데이터이다.

Table. 4.6 Change of first mode shape (in damaged multi-member)

node \ Damaged member		Undamaged	2 ,6	3, 5	2, 3, 6
1	x	0.2342	0.1917	0.2421	0.1875
	y	0.1891	0.1951	0.2533	0.2319
2	x	0.2939	0.2529	0.2979	0.2482
	y	0.3944	0.4148	0.4292	0.4274
3	x	0.3454	0.3646	0.3453	0.3571
	y	0.2255	0.2420	0.2222	0.2377
4	x	0.3185	0.2960	0.2630	0.2748
	y	0.3252	0.3389	0.3482	0.3638
5	x	0.1658	0.1518	0.1345	0.1394
	y	0.3423	0.3815	0.3551	0.3808
7	x	0.3813	0.3558	0.3178	0.3323

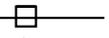
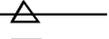
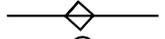
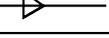
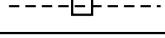
Table 4.7, 4.8, 및 4.9는 각 손상지표에 따른 결과를 나타내며, 각 Table에 표시된 강성비는 Table 4.1의 case에 대해 나타내었다.

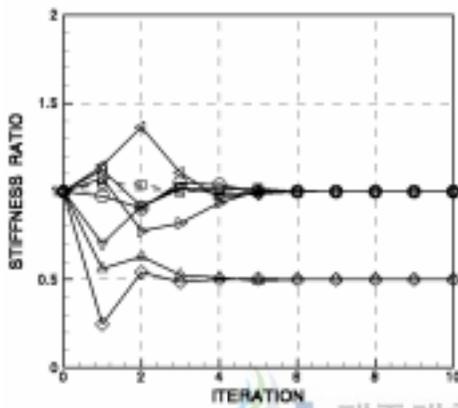
Table. 4.7 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged multi-member)

Damaged member	case	Stiffness ratio	iteration
2, 6	1	-	발산
	2	0.5	14
	4	0.5	11
	5	0.5	11
3, 5	1	-	발산
	2	0.5	10
	3	-	발산
	4	0.5	11
2, 3, 6	1	-	발산
	2	0.5, 0.7, 0.7	13
	4	0.5, 0.7, 0.7	11
	5	0.5, 0.7, 0.7	1000

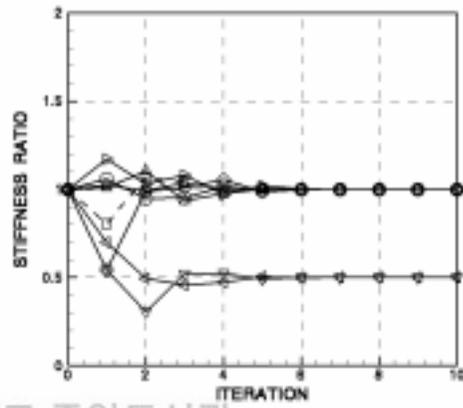
CNF의 경우 단일부재 손상의 경우에 비해 결과가 좋지 않지만 수렴하는 경우에는 속도가 빠르며 좋은 추정치를 얻는다. 복수부재 손상의 경우 또한 모든 부재를 상태벡터로 선택한 case 1인 경우 발산하여 결과치를 얻을 수 없었다.

Fig 4.3은 단일부재 손상의 경우 손상지표 CNF의 case 4의 손상추정 결과를 나타낸다. Fig 4.3의 결과에서 알 수 있듯이 복수 부재 손상의 경우에서도 손상 부재와 비손상 부재에 대해 모두 10회 이내의 반복수행으로 정확한 강성비를 추정하고 있다.

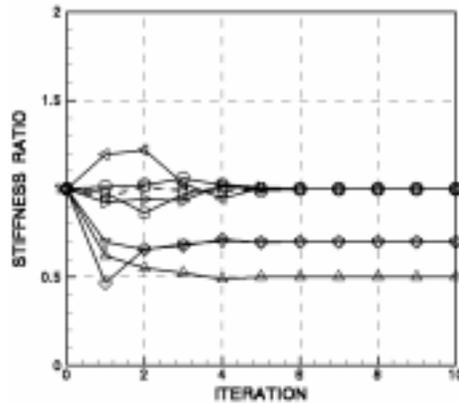
Member	Line shape	Member	Line shape
1		5	
2		6	
3		9	
4		10	



(a) Damaged of member 2,6



(b) Damaged of member 3,5



(c) Damaged of member 2,3,6

Fig. 4.3 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged multi-member at case 4)

Table. 4.8 Results of damage identification with damage measure CMS  
(in the damaged multi-member)

Damaged member	Mode	case	Stiffness ratio	iteration
2, 6	-	-	-	발산
3, 5	5	4	0.5	1000
2, 3, 6	-	-	-	발산

Table. 4.9 Results of damage identification with damage measure CCMS  
(in the damaged multi-member)

Damaged member	Mode	case	Stiffness ratio	iteration
2, 6	-	-	-	발산
3, 5	-	-	-	발산
2, 3, 6	-	-	-	발산

CMS 및 CCMS는 복수부재 손상의 경우 대부분의 경우 발산하게 되어 단일 지표로서의 손상추정이 어렵다고 보인다.

### 3) CNF와 CMS의 조합

단일부재 및 복수부재의 손상추정 결과에서 CNF의 경우를 제외한 지표에서 수렴경우가 적은 것을 알 수 있다. CNF의 경우에서도 상태벡터량을 줄여야 하는 문제점을 보이고 있다. 따라서, CNF와 CMS를 조합하여 데이터의 양을 늘려 새로운 지표로 하여 손상추정을 수행하였다.

두 지표의 조합은 CNF에 CMS의 1차 모드에서 11차 모드까지 각 모드의 데이터를 조합하였다. 이 지표에 대한 결과는 Table 4.10과 표 4.11에 나타내었다.

Table. 4.10 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS  
(in the damaged single member)

Damaged member node	2		3		6		10	
	case	iteration	case	iteration	case	iteration	case	iteration
1	1	98	-	발산	1	8	1	10
	2	83			2	132	3	248
	4	9			3	72	4	10
	5	214			4	74	5	10
2	2	12	-	발산	-	발산	1	326
							3	260
							4	8
							5	8
3	-	발산	-	발산	-	발산	4	9
4	-	발산	1	11	-	발산	-	발산
			3	30				
			4	31				
5	-	발산	발산	발산	-	발산		
6	-	발산	-	발산	-	발산	1	9
							3	9
							4	8
							5	25
							7	-
7	-	발산	4	10	1	11	3	11
							4	43
							5	9
							8	-
							9	-
8	1	15	3	10	1	36	4	10
	2	58			2	77		
	4	8			3	9		
	5	8			4	31		
	9	-			발산	-		
10	-	발산	-	발산	-	발산	-	발산
11	-	발산	-	발산	-	발산	-	발산

Table. 4.11 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS  
(in the damaged multi-member)

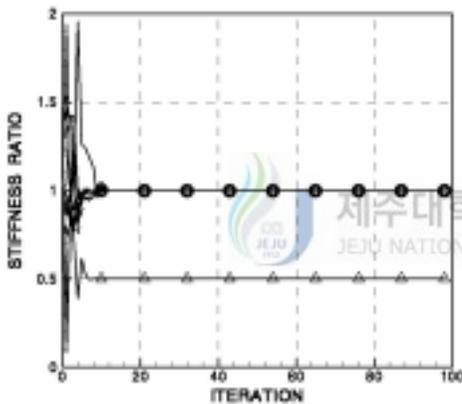
node	2, 6		3, 5		2, 3, 6	
	case	iteration	case	iteration	case	iteration
1	-	발산	-	발산	-	발산
2	1	12	-	발산	1	9
	3	1000			2	85
	5	16			4	109
3	-	발산	-	발산	-	발산
4	-	발산	-	발산	-	발산
5	-	발산	4	49	-	발산
6	-	발산	-	발산	-	발산
7	-	발산	2	11	-	발산
8	2	14	-	발산	-	발산
9	-	발산	-	발산	-	발산
10	-	발산	-	발산	-	발산
11	-	발산	-	발산	-	발산

단일부재 손상, 복수부재 손상의 경우 모두에서 CMS의 경우보다 추정결과가 좋으나 CNF보다 수렴속도가 늦어지는 결과를 얻게 되었다. 또한 복수부재의 손상인 경우는 단일부재의 손상 경우보다 수렴정도가 좋지 않았다. 모드에 따라서는 모든 상태벡터를 선택한 case 1에 대한 좋은 추정 결과를 얻었다.

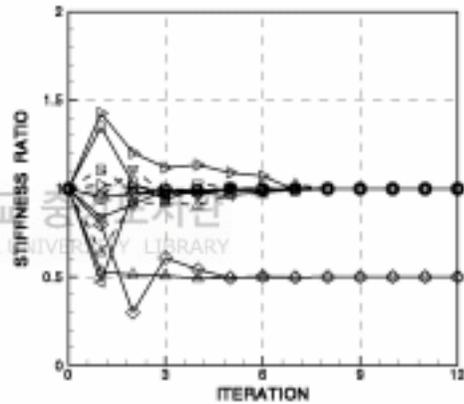
Fig 4.4 는 두 지표 CNF 와 CMS 조합의 손상추정 결과 중에서 단일부재 2의 mode 1에 대한 case 1의 손상 추정결과와 복수부재 2,6의 mode 2에 대한 case 3의 손상 추정 결과를 나타낸다. 사영필터의 경우 빠른 속도로 수렴하지 못 하구 수렴속도가 느린 경우는 10회 이내에서 실제값에 가까운 근사치를 보이며 본 연구에서 수렴여부의 기준으로 정하고 있는  $1.0 \times 10^{-6}$  에 수렴하지 못하여 반복

계산되고 있다. 따라서 1000회의 반복 수행의 결과도 실용성의 측면에서 좋은 결과치를 얻었다고 볼 수 있을 것이다.

Member	Line shape	Member	Line shape	Member	Line shape
1		5		9	
2		6		10	
3		7		11	
4		8			



(a) Damaged of member 2  
(mode1)



(b) Damaged of member 2,6  
(mode2)

Fig. 4.4 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS  
(in the damaged single member at case 4)

#### 4) KALMAN Filter 와 결과 비교

기존의 연구에서 이용되어 왔던 구조물의 손상추정 문제에서의 유효성을 입증 받아온 칼만필터와 손상추정을 수행하여 비교하였다. 칼만필터의 적용 시 추정오차 공분산 행렬의 표준 편차는 30%로 하였다.

단일부재의 경우와 복수부재의 경우 모두 case 4의 경우를 비교하였으며 이 결과는 Table 4.12 , 4.13에서 각각 나타내었다.

Table. 4.12 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged single member at case 4)

Damaged member	Filter	Stiffness ratio	iteration
2	Projection	0.50	15
	KALMAN	0.53	1000
3	Projection	0.50	10
	KALMAN	0.50	1000
6	Projection	0.50	10
	KALMAN	0.51	1000
10	Projection	0.50	13
	KALMAN	0.50	1000

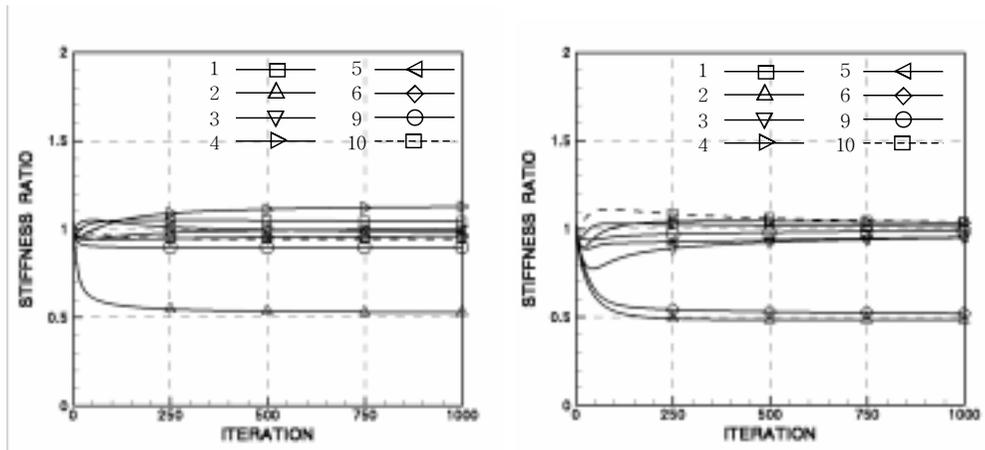
Table. 4.13 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged multi-member at case 4)

Damaged member	case	Stiffness ratio	iteration
2, 6	Projection	0.50	11
	KALMAN	0.49, 0.52	1000
3, 5	Projection	0.50	11
	KALMAN	0.50, 0.51	1000
2, 3, 6	Projection	0.50, 0.70, 0.70	11
	KALMAN	0.51, 0.70, 0.70	1000

Fig 4.5는 칼만필터를 이용한 경우의 단일부재 2, 복수부재 2,6의 case4에 대

한 손상추정 결과를 나타낸다. 이 경우의 사영필터의 추정결과와 비교하여 Fig 4.6에 나타내었다.

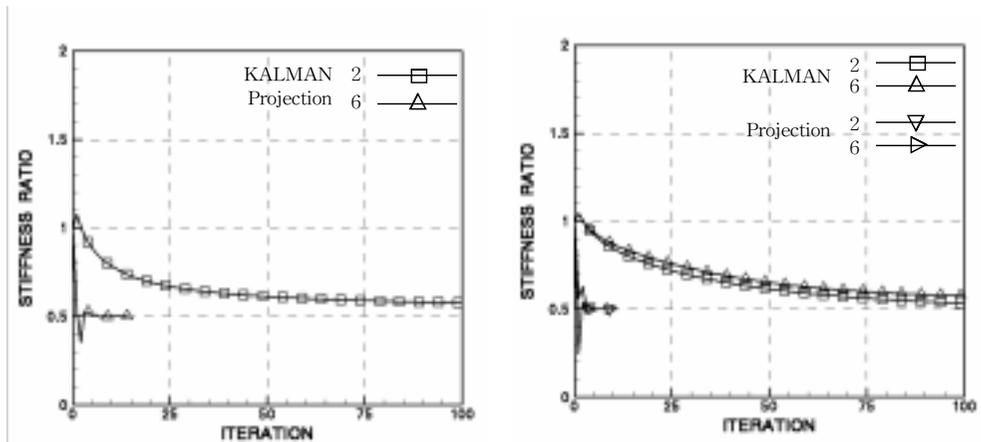
칼만필터의 경우 수렴속도에서 사영필터에 비해 상당히 좋지 않다는 것을 알 수 있다. 그리고 비손상 부재의 강성 추정이 좋지 않은 것으로 나타난다.



(a) Damaged of member 2

(b) Damaged of member 2,6

Fig. 4.5 Results of damage identification with damage measure CNF by KALMAN Filter



(a) Damaged of member 2

(b) Damaged of member 2,6

Fig. 4.6 Convergence of solutions by Projection and KALMAN Filters

## 2.2 해석예제 2

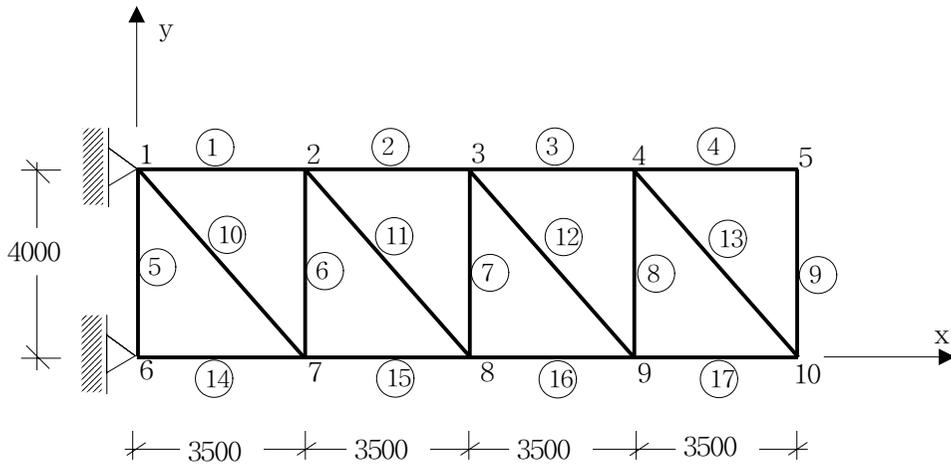


Fig. 4.7 Analytical Model 2 (단위: mm)

Fig 4.7의 2차원 트러스 구조물은 단면적  $A=10\text{cm}^2$ , 영계수  $E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ , 밀도  $\rho=0.00787 \text{ kg/cm}^3$ 이다. 손상추정을 위한 확률분포는 예제 모델1과 동일한 조건으로 하여 수행하였다.

Table. 4.14 Region of damage assessment

case	Node	Member
case 1	all	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17
case 2	2,3,4	1,2,3,4,6,7,8,11,12,13
case 3	7,8,9	6,7,8,10,11,12,14,15,16,17
case 4	2,3,7,8	1,2,3,6,7,10,11,12,14,15,16
case 5	3,4,8,9	2,3,4,7,8,11,12,13,15,16,17

### 1) 단일부재 손상의 경우

단일부재의 손상에 대해서는 부재 4, 6, 12 그리고 15가 각각 50% 손상되었을 경우에 대해 고려하였다.

Table 4.15, 4.16, 4.17 는 각 손상지표에 따른 결과를 나타내며, 각 표에 표시된 강성비는 Table 4.14의 case에 대해 나타내었다.

모든 지표에 대해 예제 모델 1의 단일부재 손상의 경우와 비슷한 결과를 보였다. CMS 및 CCMS의 경우 수렴속도가 늦어졌으나, 예제 1에 비해 결과가 좋은 것으로 보인다.

Table. 4.15 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged single member)

Damaged member	case	Stiffness ratio	iteration
4	1	-	발산
	2	0.5	8
	5	0.5	10
6	1	-	발산
	2	0.5	14
	3	0.5	10
	4	0.5	11
12	1	-	발산
	2	0.5	12
	3	0.5	1000
	4	0.5	16
	5	0.5	14
15	1	-	발산
	3	0.5	8
	4	0.5	10
	5	0.5	10

Fig 4.8은 단일부재 손상의 경우 손상지표 CNF의 각 case에서의 손상추정 결과를 나타낸다. CNF 지표의 추정 결과는 해석 모델 2의 경우에서도 모델 1과 같이 추정결과가 좋고 수렴속도가 빠르며 손상 부재와 비손상 부재 모두 정확한 값에 수

럼하는 것을 알 수 있다.

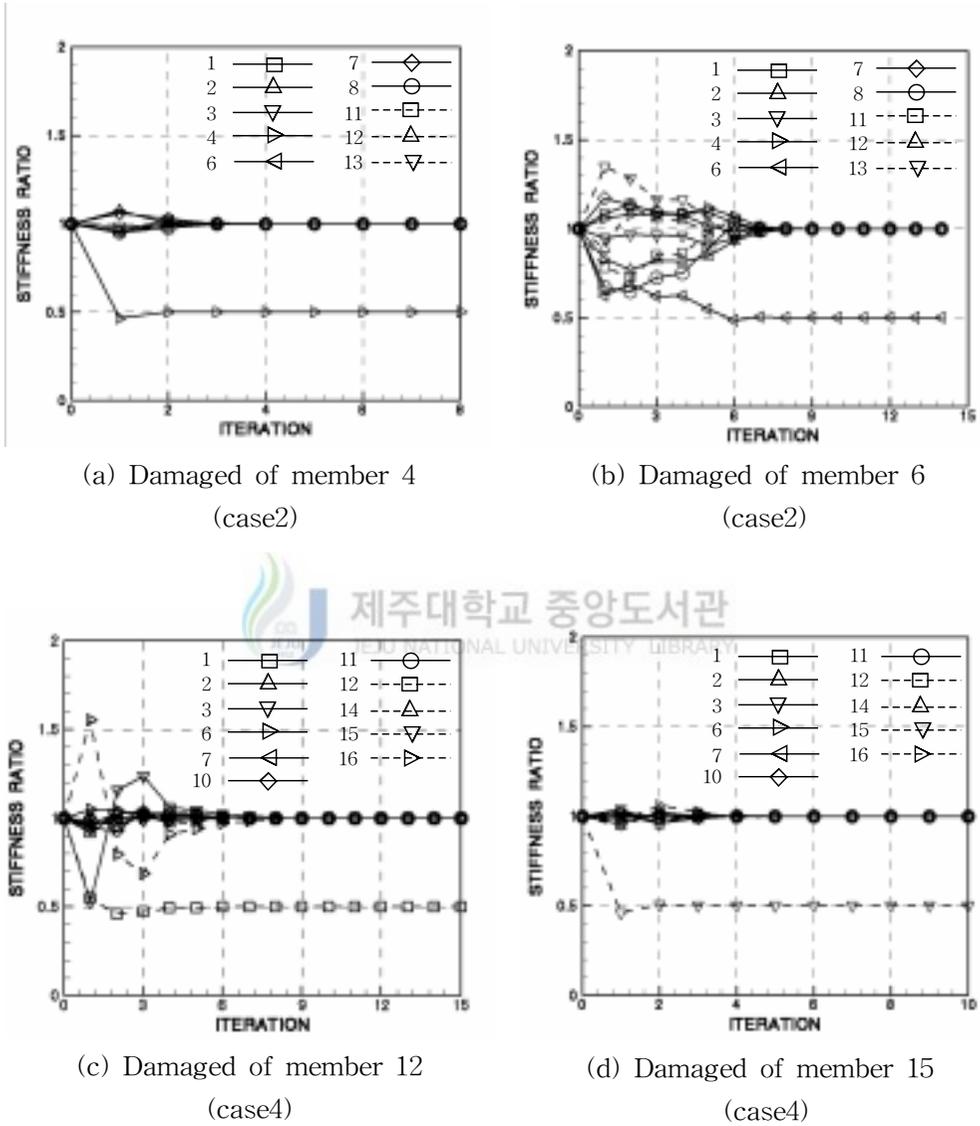
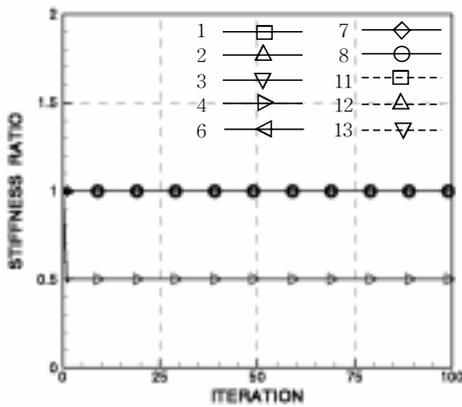


Fig. 4.8 Results of damage identification with damage measure CNF (in the damaged single member)

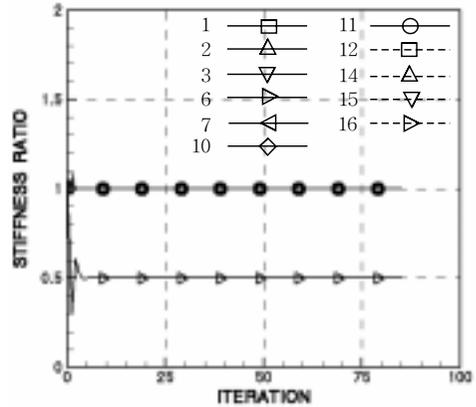
Table 4.16, 4.17에서 CMS 및 CCMS의 추정결과를 보면 CNF의 추정결과에 수렴속도가 늦어졌으나, 반복 수행 10회 이내에서 거의 동일한 강성비로 접근하고 있는 것을 알 수 있다. 본 논문에서 수렴판정 기준으로 정한 값은  $\Delta = 1.0 \times 10^{-6}$  이다.

Table. 4.16 Results of damage identification with damage measure CMS (in the damaged single member)

Damaged member	Mode	case	Stiffness ratio	iteration
4	1	2	0.5	1000
		5	0.5	1000
6	4	4	0.5	85
		5	0.5	140
12	3	3	0.5	544
		5	0.5	840
	7	2	0.5	105
		3,4	0.5	1000
	8	2	0.5	1000
		3	0.5	63
4		0.5	299	
5		0.5	15	
9	2	0.5	78	
	5	0.5	131	
15	6	3	0.5	279
		4	0.5	431
		5	0.5	483
	7	3,4	0.5	1000
		5	0.5	10



(a) Damaged of member 4  
(mode1)

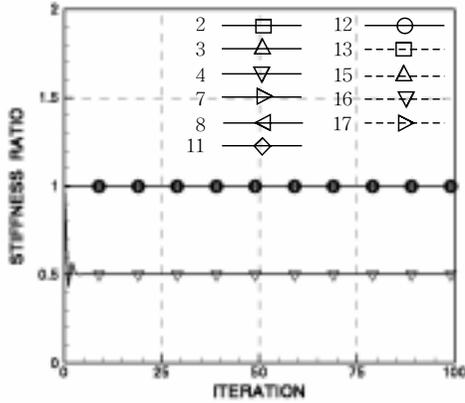


(b) Damaged of member 6  
(mode4)

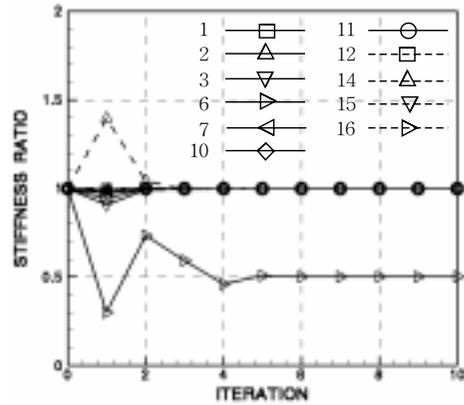
Fig. 4.9 Results of damage identification with damage measure CMS  
(in the damaged single member)

Table. 4.17 Results of damage identification with damage measure CCMS  
(in the damaged single member)

Damaged member	Mode	case	Stiffness ratio	iteration	
4	1	5	0.5	1000	
	2	2	0.5	1000	
6	1	4	0.5	10	
	2	3	0.5	1000	
	5	2	0.5	242	
12	1	4	0.5	486	
	2	5	0.5	191	
	7	2	0.5	158	
	8	2	2	0.5	103
		3	3	0.5	10
		4	4	0.5	92
		5	5	0.5	16
9	2	0.5	10		
15	7	5	0.5	19	



(a) Damaged of member 4  
(model, case 5)



(b) Damaged of member 6  
(model, case 4)

Fig. 4.10 Results of damage identification with damage measure CCMS  
(in the damaged single member)



## 2) 복수부재 손상의 경우

복수부재의 손상에 대해서는 부재 2와 12, 7과 16, 14와 15와 16이 각각 50% 손상되었을 경우에 대해 고려하였다. 그리고 동일한 복수부재 손상 경우에서 각각의 손상비를 다르게 하였을 경우에 대해 고려하였다.

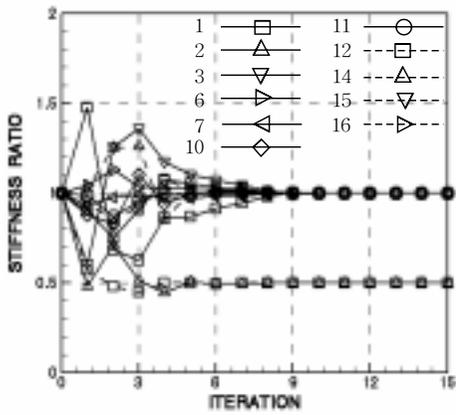
Table 4.18, 4.19 및 4.20은 각 손상지표에 따른 결과를 나타내며, 각 Table에 표시된 강성비는 Table 4.14의 case에 대해 나타내었다.

복수부재 손상의 경우 역시 예제 1과 비슷한 결과를 얻었다.

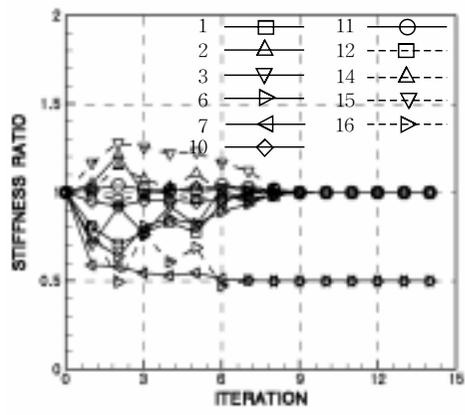
Table. 4.18 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged multi-member)

Damaged member	case	Stiffness ratio	iteration
2, 12	1	-	발산
	2	0.5	13
	4	0.5	15
	5	0.5	15
7, 16	1	-	발산
	3	0.5	14
	4	0.5	14
	5	0.57, 0.88	1000
14,15,16	1	-	발산
	3	0.5	10
	4	0.5	10

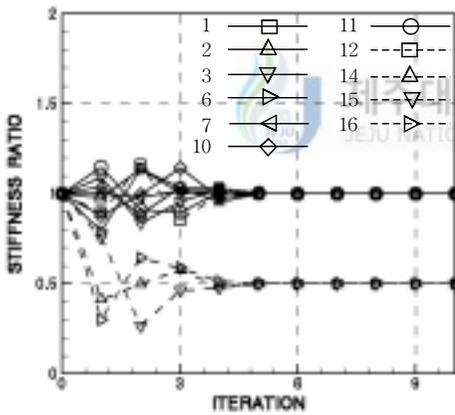
Fig 4.11은 복수부재 손상의 경우 손상지표 CNF의 해당 case 의 손상 추정 결과를 나타낸다.



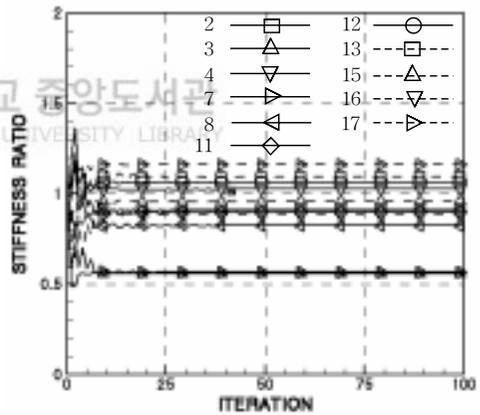
(a) Damaged of member 2,12  
(case4)



(b) Damaged of member 7,16  
(case4)



(c) Damaged of member 14,15,16  
(case4)



(d) Damaged of member 7,16  
(case5)

Fig. 4.11 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged multi-member)

Table. 4.19 Results of damage identification with damage measure CMS  
(in the damaged multi-member)

Damaged member	Mode	case	Stiffness ratio	iteration
2, 12	-	-	-	발산
7, 16	-	-	-	발산
14,15,16	-	-	-	발산

Table. 4.20 Results of damage identification with damage measure CCMS  
(in the damaged multi-member)

Damaged member	Mode	case	Stiffness ratio	iteration
2, 12	8	2	0.5	34
7, 16				발산
14,15,16	1	4	0.5	716

CMS 및 CCMS는 복수부재 손상의 경우 대부분의 경우 발산하게 되어 단일 지표로서의 손상추정이 어렵다고 보인다

### 3) CNF와 CMS의 조합

예제 2에서도 마찬가지로 CNF와 CMS를 조합하여 데이터의 양을 늘려 새로운 지표로 하여 손상추정을 수행하였다. 두 지표의 조합은 CNF에 CMS의 1차 모드에서 16차 모드까지 각 모드의 데이터를 조합하였다.

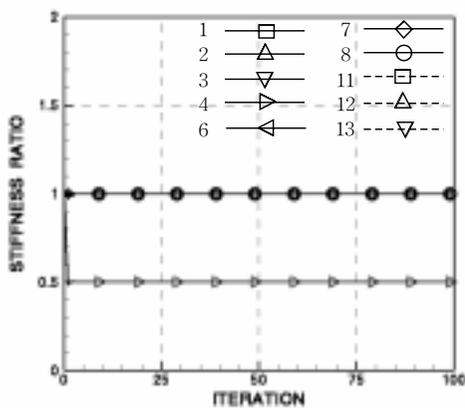
이 지표에 대한 결과는 Table 4.21과 Table 4.22에 나타내었다. 지표조합에 의한 예제 2의 손상 추정결과 단일부재 손상에 비해 복수부재 손상의 경우 수렴결과가 좋지 않은 것을 알 수 있다. 예제 1과는 달리 case 1의 경우 모두 발산하고 있다.

Table. 4.21 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS  
(in the damaged single member)

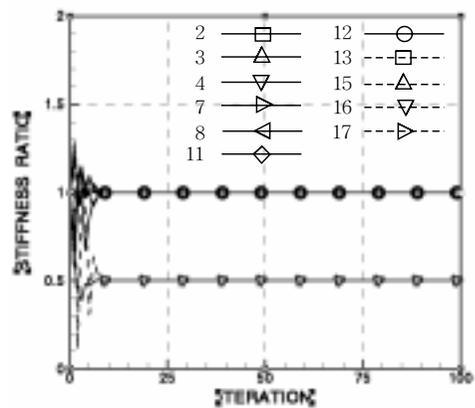
Damaged member node	4		6		12		15	
	case	iteration	case	iteration	case	iteration	case	iteration
1	2,5	1000	2,3,4	1000	2,3,4,5	1000	-	발산
2	2 5	68 44	2,3,4	1000	3,4,5	1000	3,4 5	1000 10
3	2,5	1000	4	1000	2,3,5 4	1000 815	-	발산
4	2 5	651 1000	2 3,4	7 1000	-	발산	4	1000
5	2 5	972 1000	2 3,4	361 1000	-	발산	3.4 5	1000 976
6	2	1000	2 3 4	1000 202 11	-	발산	3,5 4	1000 10
7	-	발산	3	1000	2 3.5 4	405 1000 8	3,5 4	1000 8
8	-	발산	3	1000	2,3,4 5	1000 684	5	1000
9	-	발산	-	발산	2 3 4 5	9 1000 447 202	-	발산
10	-	발산	-	발산	-	발산	-	발산
11	-	발산	-	발산	4	1000	-	발산
12	2	1000	-	발산	-	발산	-	발산
13	-	발산	-	발산	-	발산	-	발산
14	-	발산	-	발산	-	발산	-	발산
15	-	발산	-	발산	-	발산	-	발산
16	-	발산	-	발산	-	발산	-	발산

Table. 4.22 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS  
(in the damaged multi-member)

node \ Damaged member	2, 12		7, 16		14, 15, 16	
	case	iteration	case	iteration	case	iteration
1	2,5 4	1000 460	3,4,5	1000	4	1000
2	-	발산	3,4,5	1000	3	1000
3	2,5	1000	-	발산	-	발산
4,5,6,7	-	발산	-	발산	-	발산
8	4 5	9 806	-	발산	-	발산
9	-	발산	-	발산	-	발산
10	-	발산	3 4 5	8 1000 9	-	발산
11,12,13, 14,15,16	-	발산	-	발산	-	발산



(a) Damaged of member 4  
(case2)



(b) Damaged of member 7,16  
(case5)

Fig. 4.12 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS

#### 4) 복수부재의 손상비가 다른 경우

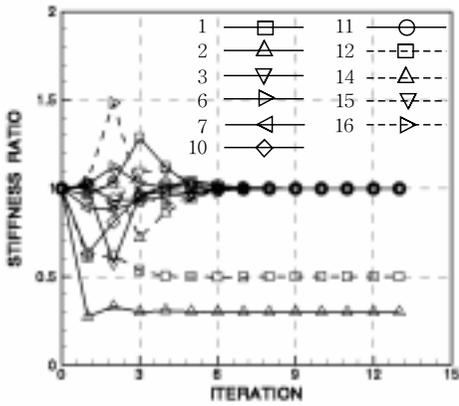
복수부재 손상의 경우 각각의 손상비를 다르게 하였을 경우에 대해 고려하였다. 동일한 손상비를 갖는 복수부재의 손상의 경우에 비해 손상추정 결과가 좋지 않았다.

손상추정 결과는 Table 4.23 에서 나타내었다.

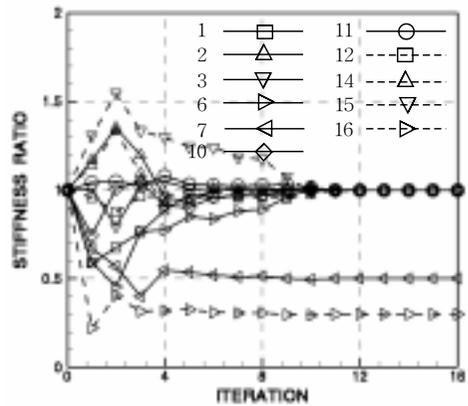
Table. 4.23 Results of damage identification with damage measure CNF  
(in the damaged multi-member)

Damaged member	case	Stiffness ratio	iteration
2 (70%) 12 (50%)	1	-	발산
	2	-	발산
	4	0.3, 0.5	13
	5	-	발산
7 (50%) 16 (70%)	1	-	발산
	3	0.5, 0.3	26
	4	0.5, 0.3	16
	5	-	발산
14 (50%) 15 (50%) 16 (70%)	1	-	발산
	3	0.48, 0.58, 0.26	발산
	4	-	발산

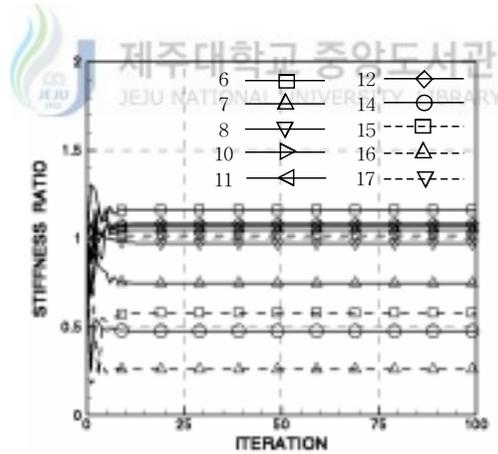
Fig 4.13은 복수부재 손상추정 결과를 나타낸 것이다. 부재 2,12의 손상경우와 부재 7,16의 손상 경우에는 수렴하는 경우 빠른 수렴속도를 보이며 손상추정 결과도 좋게 나타난다. 그러나 부재 14,15,16의 손상 경우 정확한 값으로 수렴하지 못하고 발산하는 것으로 나타난다.



(a) Damaged of member 2,12  
(case4)



(b) Damaged of member 7,16  
(case4)



(c) Damaged of member 14,15,16  
(case3)

Fig. 4.13 Results of damage identification with damage measure CNF+CMS  
(first mode)

### 5) KALMAN Filter 와 결과 비교

예제 1에서와 마찬가지로 칼만필터를 이용한 손상추정을 수행하여 사영필터와 손상추정 결과를 비교하였다. 칼만필터의 적용 시 추정오차 공분산 행렬의 표준편차는 30%로 하였다.

단일부재의 손상 경우와 복수부재의 손상 경우의 손상추정 결과 비교 시 동일한 case에 대해 비교하였으며 이 결과는 Table 4.24 , 4.25에서 각각 나타내었다.

Table. 4.24 Convergence of solutions by Projection and KALMAN Filters  
(in the damaged single member with damage measure CNF)

Damaged member	case	Filter	Stiffness ratio	iteration
4	2	Projection	0.50	8
		KALMAN	0.51	1000
6	2	Projection	0.50	14
		KALMAN	0.51	1000
12	4	Projection	0.50	16
		KALMAN	0.51	1000
15	4	Projection	0.50	10
		KALMAN	0.53	1000

Table. 4.25 Convergence of solutions by Projection and KALMAN Filters  
(in the damaged multi-member with damage measure CNF)

Damaged member	case	Filter	Stiffness ratio	iteration
2 (70%) 12 (50%)	4	Projection	0.30, 0.50	13
		KALMAN	0.39, 0.64	1000
7 (50%) 16 (70%)	4	Projection	0.50, 0.30	16
		KALMAN	0.61, 0.90	1000
14 (50%) 15 (50%) 16 (70%)	3	Projection	0.48, 0.58, 0.26	1000
		KALMAN	0.49, 0.52, 0.31	1000

Fig 4.14 에서는 칼만필터에 대한 손상추정 결과를 나타내었다. 그 결과 단일부재의 경우 수렴속도는 느리나 손상추정 정도는 좋은 것으로 나타난다. 그러나 복수부재의 손상 추정의 경우 손상부재와 비 손상부재 모두 발산하여 정확한 값을 얻지 못하고 있다. Fig 4.15는 사영필터와의 손상추정 결과를 비교한 것이며 수렴 속도와 추정 결과에 있어서 사영필터의 결과가 우수한 것을 알 수 있다.

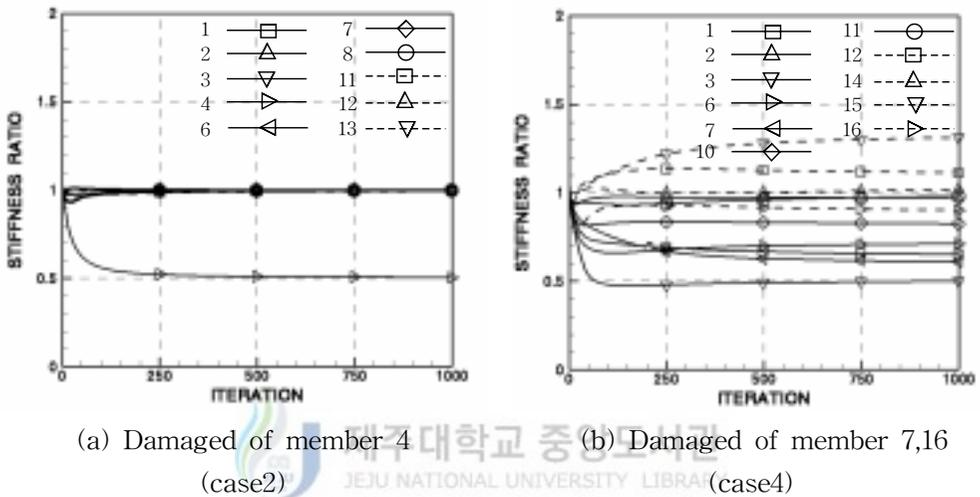


Fig. 4.14 Results of damage identification with damage measure CNF by KALMAN Filter

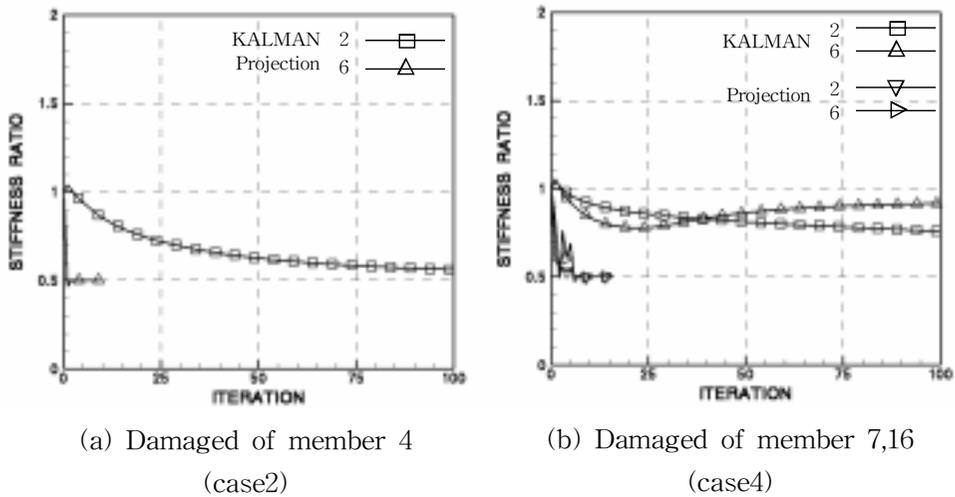


Fig. 4.15 Convergence of solutions by Projection and KALMAN Filters

### 3. 해석 결과 분석

지금까지 2차원 트리스 구조물에 대해 확장 사영필터를 이용한 손상추정에서 3가지 손상지표를 제시하고 그 유효성과 수렴성에 대해 연구하였다. 수치예제를 통한 3가지 손상지표에서 얻은 결과는 다음과 같다.

- (1) 모든 손상 지표에서 추정영역을 좁혀 추정하는 경우 수렴결과가 좋다.
- (2) CNF는 단일부재 손상의 경우 수렴속도가 빠르며 수렴결과 또한 좋다.
- (3) CMS 및 CCMS는 수렴하는 경우가 적으나 수렴하는 경우에는 추정결과가 좋고 수렴속도도 빠르다.
- (4) CNF와 CMS를 조합하여 데이터의 량을 늘린 지표에 대한 손상추정 결과는 CMS 및 CCMS에 비해 수렴 속도는 느리나 안정적인 결과를 얻는 것으로 보인다. 그러나 CNF를 손상지표로 하는 경우에서 더 우수한 추정결과를 얻고 있다.
- (5) 사영필터에서는 손상 추정시 손상부재 외 비 손상부재 또한 정확한 값으로 추정하고 있다.
- (6) 추정시 모든 부재를 상태벡터로 하였을 경우 거의 모든 경우에서 발산하고 있다.
- (7) 손상부재를 포함하고 있지 않은 경우를 손상영역으로 선택했을 때 모든 경우에서 발산하고 있다.
- (8) 복수부재의 손상추정 경우 각기 다른 손상비를 갖는 경우가 동일한 손상비의 경우보다 수렴속도가 느려지며 추정이 어려운 것으로 보인다.

사영필터는 칼만필터와 비교해서 손상추정에 있어서 우수한 필터링 효과를 갖고 있다. 하지만 필터링 과정에서 민감한 감도행렬로 인하여 많은 경우에서 발산하여 추정결과를 얻을 수 없었다. 본 논문에서 제시한 손상지표에서는 전체적으로 CNF를 손상 지표로 하였을 경우에 손상 추정 결과가 좋으며, 손상 부재를 포함한 손상영역을 선택하여야 하며 상태벡터량을 줄여야 손상추정 결과를 얻을 수 있는 것으로 나타났다.

## V. 2단계 손상추정법

다부재 구조시스템의 경우 매우 많은 부재로 구성되어 있기 때문에 전체 시스템 가운데서 하나이상의 손상된 부재를 직접보고 구하는 것은 매우 어려운 일이다.

전체 시스템에서 손상부재를 직접 검출할 경우 전부재의 강성을 미지수로 하여야한다. 따라서 몇개의 손상전후 모드특성의 변화와 관련된 한정된 정보만으로 전체 시스템의 변화를 찾아야만 하므로 전 부재를 미지수로 하여 손상추정을 수행하는 것은 바람직하지 못하다.

만일 전체시스템에서 손상부재를 포함한 손상영역을 찾아 그 주위의 부재를 제외한 나머지 부재의 강성을 기지의 값으로 할 수 있다면 경제성 및 안전성 등의 측면에서 효과적인 방법이 될 것이다.

이러한 문제를 극복하기위해 미지량의 수를 줄여 나가는 방법으로 2단계 손상추정법을 도입하고자 한다. 2단계 손상추정법의 1단계에서는 우선 적절한 손상지표를 정의하고 그것을 이용하여 전체 시스템에서 손상부재를 포함하는 손상영역을 찾는다. 2단계에서는 손상영역 내에 포함된 손상부재를 검출한다.

본 논문에서는 손상영역의 추정을 위한 손상지표로 운동에너지의 변화(Kinetic Energy Change Ratio)를 이용하여 국부손상영역을 추정하고, 손상영역내 손상부재의 검출은 확장 사영필터 알고리즘을 이용하여 모드데이터로 수행하고자 한다.

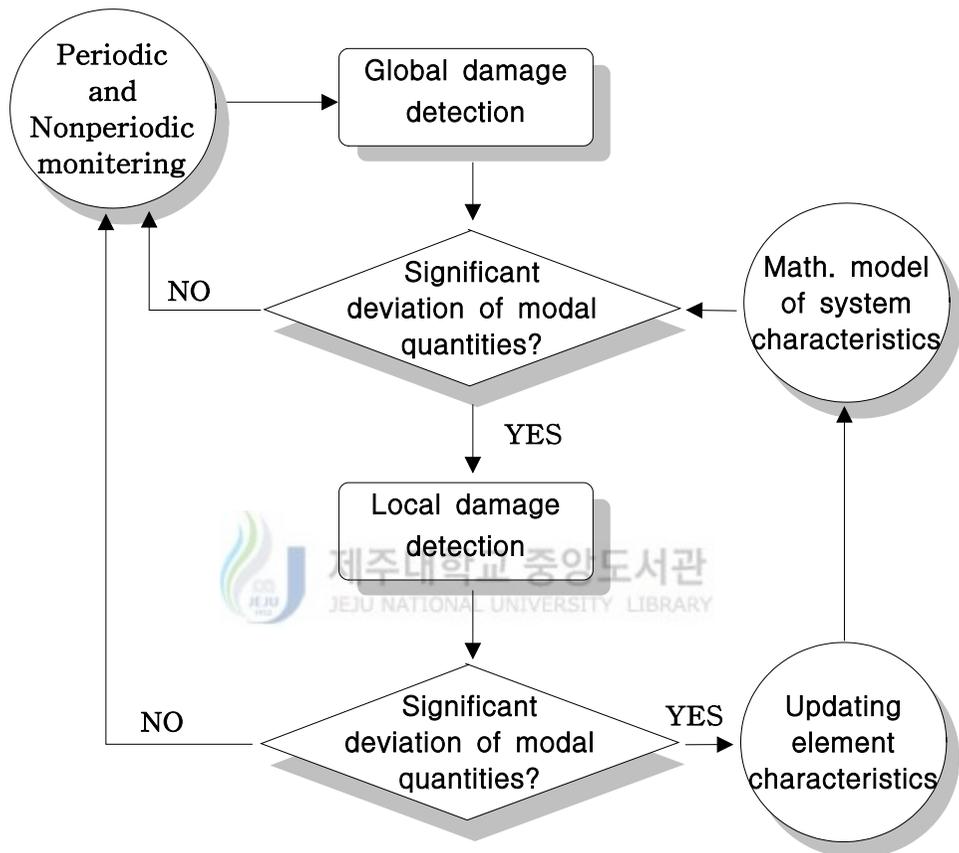


Fig. 5.1 Algorithm of 2-Step Damage Detection

## 1. 운동에너지 변화를 이용한 손상영역의 추정

일반적으로, 트러스 구조와 같이 부재수가 많은 경우 손상전후의 관측데이터의 변화가 크지 않기 때문에 전체 부재를 대상으로 손상부재의 위치를 추정하는 것은 쉽지가 않으며 발산하는 경우가 많다. 그러므로 본 논문에서는 각 자유절점에서 손상전후의 운동에너지 분포의 변화를 손상지표로 하여 손상영역을 추정하기로 한다. 절점에서의 운동에너지분포는 모드특성을 이용하여 다음과 같이 표시한다.

$$E_{ij} = \sum_{r=1}^3 m_j \omega_i^2 \phi_{rij}^2 \quad (5.1)$$

여기서,  $m_j$ 는 절점  $j$ 에서의 질량,  $\phi_{rij}$  ( $r=1,2,3$ )은 절점  $j$ 에서  $i$ 차 모드의  $x, y, z$  방향 성분의 진폭비,  $\omega_i$ 는  $i$ 차 모드의 고유진동수이다.

손상영역을 줄여 나가기 위한 손상지표로써 운동에너지 변화율(Kinetic Energy Change Ratio ; 이하 KECR)을 다음과 같이 정의한다.

$$KECR = \frac{(E_{ij})_{damaged} - (E_{ij})_{undamaged}}{(E_{ij})_{undamaged}} \quad (5.2)$$

이 KECR을 트러스의 자유절점에서 계산하여, 손상전후의 운동에너지 분포의 변화를 관찰하여 손상영역을 추정한다. KECR의 값이 주변의 값에 비해서 큰 부분을 포함하는 절점은 손상부재가 포함되었을 가능성이 크다.

그런데 식 (5.2)와 같이 KECR은 각각의 모드마다 정의되므로 손상검출을 수행할 특정한 모드를 찾아내는 것이 문제이다. 따라서, 많은 모드 중에서 손상검출에 유효한 모드를 선출해낼 필요가 있다. 이를 위해 다음과 같이 정의된 유효질량비(Effective Mass Ratio : 이하 EMR)를 이용한다.

$$EMR = \frac{M_{ri}^*}{\sum_{i=1}^N M_{ri}^*} \quad (r=1,2,3) \quad (5.3)$$

여기에서

$$M_{ri}^* = \frac{\left( \sum_{j=1}^L m_j \phi_{rij} \right)^2}{\sum_{j=1}^L m_j \phi_{rij}^2} \quad (5.4)$$

이고, N은 전 모드수, L은 절점수를 나타낸다. 여기서 EMR은 x, y, z 각 방향 성분에 대해서 구한다.

각 모드마다 구해진 EMR에서 그 값이 큰 성분은 대응하는 방향의 외력에 대해서 발생하기 쉬운 성분이므로 각 방향에서 EMR값이 큰 모드에 대해 KECR을 고려한다. KECR의 값이 주변의 값에 비해서 큰 절점은 손상부재가 포함되었을 가능성이 크기 때문에 해당절점을 손상영역으로 추정할 수 있다.

## 2. 확장 사영 필터 알고리즘을 이용한 손상부재의 검출

유효질량비 값이 큰 모드에 대해 운동에너지 변화를 이용하여 그 값의 변화가 큰 절점을 찾아내어 손상영역을 추정한 후, 2단계인 손상영역내 손상부재의 검출은 확장 사영 필터 알고리즘을 이용하여 수행한다.

KECR을 통해 추출된 손상영역에 대해 CNF(고유진동수)를 손상지표로 하여 손상부재 검출을 수행한다.

### 3. 예제 구조물의 해석

#### 3.1 해석예제 1

Fig 5.2에 나타낸 트러스 구조물은 앞서 4장 손상지표에서 이미 다루었던 해석예제 2와 동일한 모델이며 단면적  $A=8.04\text{cm}^2$ , 영계수  $E=2.1\times 10^6\text{kg/cm}^2$ , 밀도  $\rho=0.009$  이다.

부재 손상의 형태는 Table 5.1에서와 같이 5가지 손상 상태를 가정하였다. case 1 ~ case 3은 단일부재에 손상인 경우로서 2,6,12 부재에 각각 50% 손상되었을 경우이고 case 4 ~ case 5는 복수부재 손상인 경우로서 2, 12 와 2, 6, 12 부재가 각각 50%씩 손상되었을 경우에 해당한다. 부재 손상도는 부재 강성의 저하로 하고, 강성저하를 판단하는 강성비는 ‘손상 후 강성/손상 전 강성’으로 표시한다.

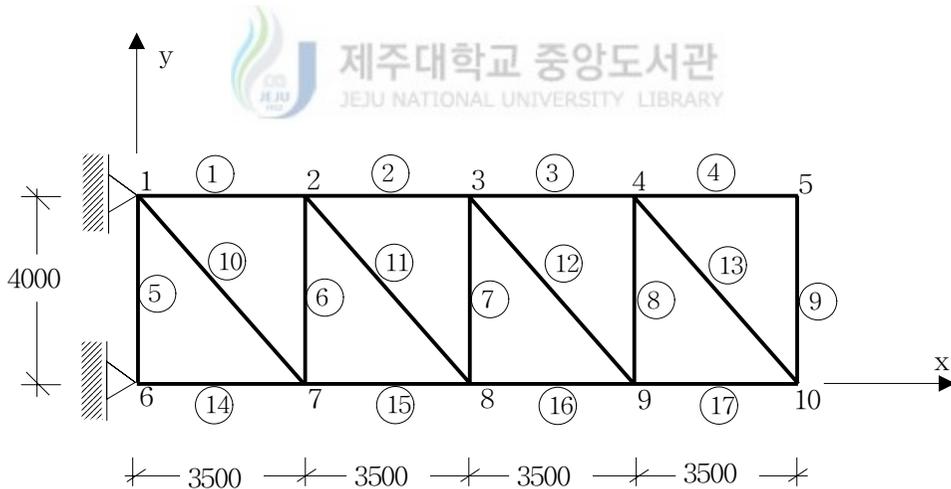


Fig. 5.2 Analytical Model 3 (단위 : mm)

해석예제 모델에서 손상전의 고유진동수 및 유효질량비(EMR)를 Table 5.2에 나타낸다. Table에서 유효질량비가 비교적 큰 모드는 1차, 2차, 3차 모드이고, 그 밖의 모드는 매우 작은 것을 알 수 있다.

·Table. 5.1 Assumed damage rate

case	Damaged Member	Damage rate			
		2	6	9	12
case 1	2	50%	0	0	0
case 2	6	0	50%	0	0
case 3	9	0	0	50%	0
case 4	12	0	0	0	50%
case 5	2, 12	50%	0	0	50%
case 6	2, 6, 12	50%	50%	0	50%

Table. 5.2 Effective Mass Ratio

Mode	Frequency	Effective mass ratio ( $\times 10^{-1}$ )	
		x	y
1	0.397	0.344	<b>3.927</b>
2	1.395	0.731	1.604
3	1.699	<b>6.743</b>	<b>3.562</b>
4	2.815	0.016	0.173
5	3.502	0.153	0.001
6	4.099	0.494	0.116
7	5.343	0.352	0.124
8	6.207	0.004	0.435
9	7.426	0.017	0.013
10	8.591	0.167	0.001
11	10.454	0.153	0.005
12	11.726	0.033	0.011
13	12.128	0.053	0.007
14	12.952	0.717	0.001
15	14.469	0.008	0.004
16	14.946	0.015	0.022

### 1) 1단계 : 손상영역 추정

손상 영역을 줄여나가기 위해서 전체절점에서의 KECR을 구할 필요가 있다. 손상추정을 위해 모드형상 진폭을 관찰할 경우 전체 절점에서 각 방향을 관측하는 것보다 대상 구조물의 형태에 따라 거동에 크게 기여하는 방향에 대해 한정하는 것이 더 실제적이라 할 수 있다. 따라서 대상구조물이 Cantilever Beam의 형태로, 전 절점의 y방향 성분을 관측하였다.

대상으로 하는 모드는 y방향에서 가장 큰 유효질량비를 보이는 1차 모드에 한정하여 그 모드에 대해서 손상영역을 추정, 손상부재의 추정 및 손상도의 평가를 수행하였다.

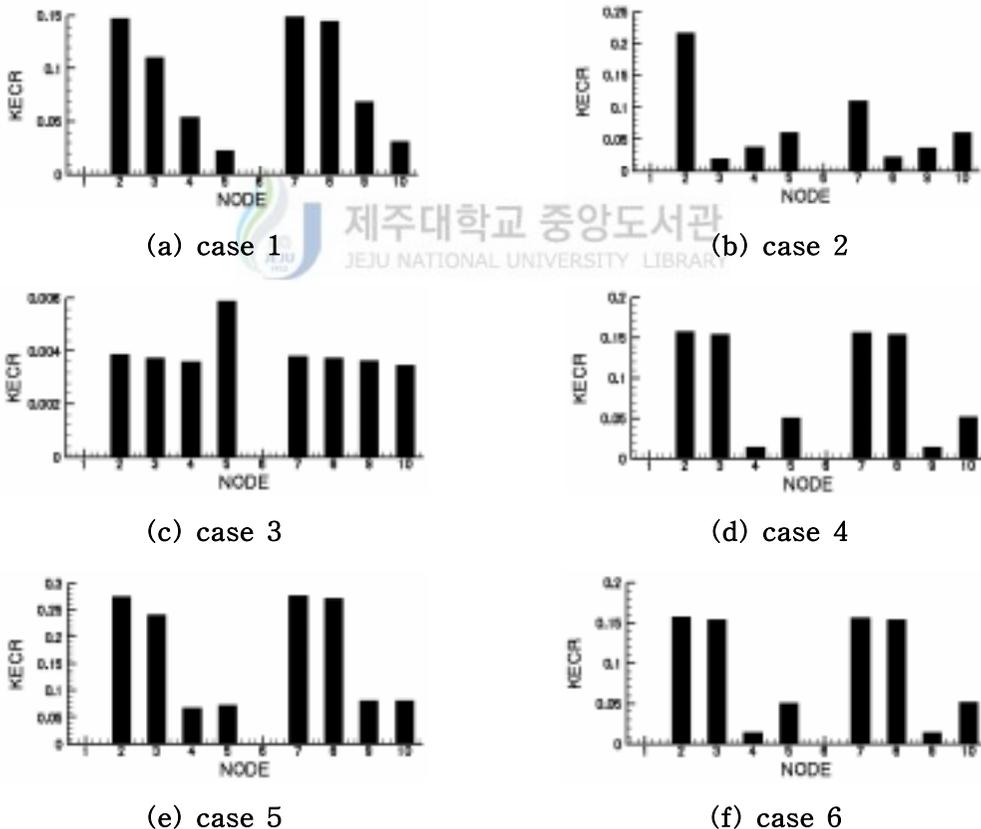


Fig. 5.3 KECR of First mode

적용 모델의 특성상 y축 방향에 대한 대칭형으로 수직부재의 손상경우를 제외하고 상·하현재가 유사한 형태로 운동에너지가 변화하는 것을 알 수 있다. 앞에서 제시된 KECR에 의해 손상범위를 줄여 손상추정을 수행할 경우 Table 5.3 에서 나타낸 손상부재를 미지부재로 하여 손상 부재를 추정한다.

Table. 5.3 Region of damage assessment

case	node	member
case 1	2,3,7,8	1,2,3,6,7,10,11,12,14,15,16
case 2	2	1,2,6,11
case 3	5	4,9
case 4	2,3,7,8	1,2,3,6,7,10,11,12,14,15,16
case 5	2,3,7,8	1,2,3,6,7,10,11,12,14,15,16
case 6	3,7,8	2,3,6,7,10,11,12,14,15,16

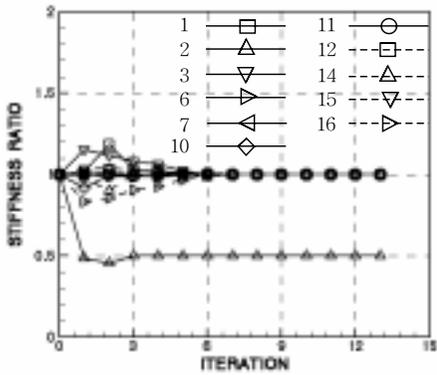
## 2) 2단계 : 손상 부재 추정

KECR에 의해 손상영역을 추정하여 2단계인 사영필터 알고리즘을 이용한 손상부재를 찾는 과정에서 16차까지의 고유진동수를 손상지표로 한 CNF에 의해 손상 추정을 수행하였다.

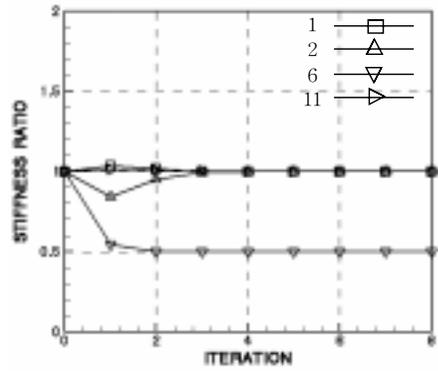
Table 5.4 는 2단계 해석에 의해 선택된 손상추정 부재를 상태벡터로 손상지표 CNF로 손상추정 결과를 나타낸다. 모든 경우에서 추정결과가 아주 좋다.

Table. 5.4 Results of damage identification with damage measure CNF

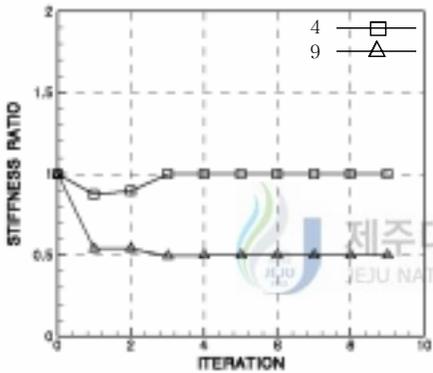
Damaged member	2	6	9	12	2, 12	2, 6, 12
Stiffness ratio	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
iteration	13	8	9	16	15	14



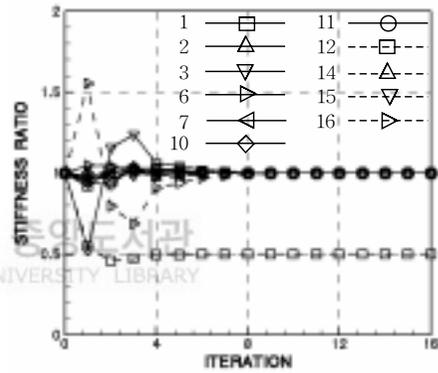
(a) Damaged of member 2(case1)



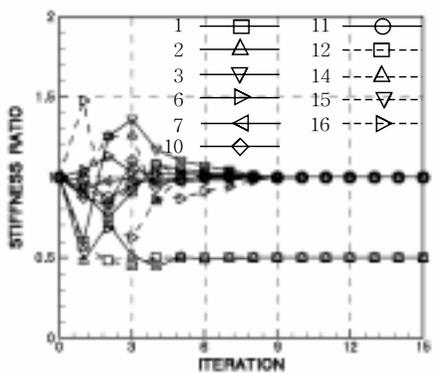
(b) Damaged of member 6(case2)



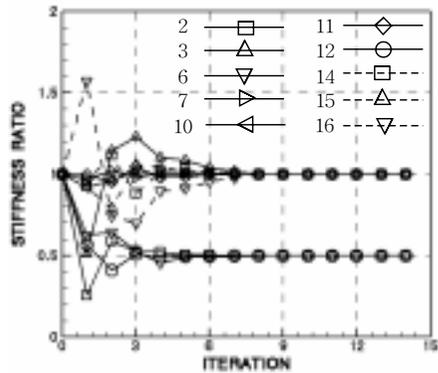
(c) Damaged of member 9(case3)



(d) Damaged of member 12(case4)



(e) Damaged of member 2, 12  
(case5)



(f) Damaged of member 2, 6, 12  
(case6)

Fig. 5.4 Results of damage identification with damage measure CNF

### 3) 상태량의 초기치에 대한 검토

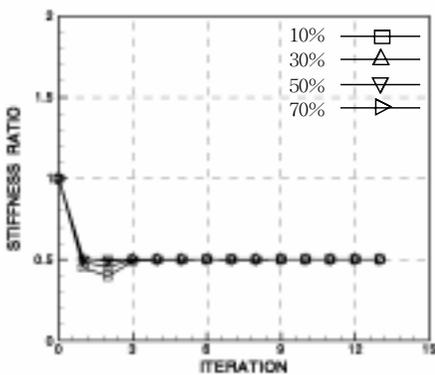
손상후의 상태량을 모르기 때문에 상태량의 초기치는 가정을 해야 한다. Table 5.5 에서는 손상추정 부재에 대한 상태량의 초기치로서 손상 전 부재 강성의 10%, 30%, 50%, 70%, 가 손상되었다고 가정하여 손상 추정을 수행하였다.

상태량의 초기 가정치의 변화에 따라 수렴속도의 차이가 있으나 초기 가정치가 실제 손상치와 정확히 일치한 경우를 제외하고는 사영필터에서는 초기 손상 가정치에 크게 영향을 받지 않는 것으로 보인다.

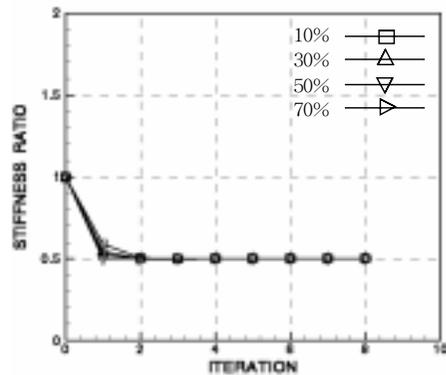
Fig 5.6 는 부재 2 손상 경우와 부재 6 손상 경우에 대해 상태량의 변화에 따른 추정치의 수렴성을 나타내었다.

Table. 5.5 Effects of initial state

Damaged Member	2	6	9	12	2, 12	2, 6, 12
10%	13	8	11	16	14	14
30%	13	8	9	16	15	14
50%	2	2	2	2	10	11
70%	8	7	8	16	14	13



(a) Damaged of member 2



(b) Damaged of member 6

Fig. 5.5 Effects of initial state

### 3.2 해석예제 2

Fig 5.7에 나타낸 트러스 구조물은 3차원 트러스 구조물로 단면적  $A=10.0\text{cm}^2$ , 영계수  $E=2.1\times 10^6\text{kg/cm}^2$ , 밀도  $\rho=0.00787$  이다.

부재 손상의 형태는 Table 5.6 에서 나타내었으며 부재 손상도는 부재 강성의 저하로 하고, 강성저하를 판단하는 강성비는 ‘손상 후 강성/손상 전 강성’으로 표시한다.

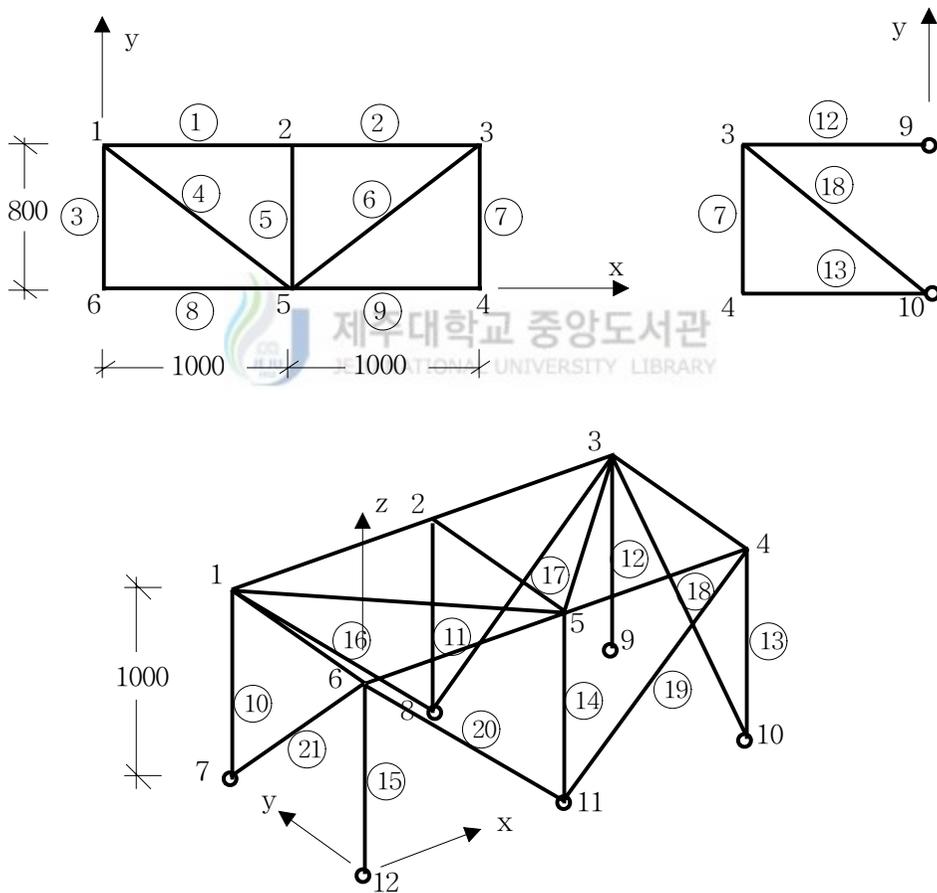


Fig. 5.6 Analytical Model 4 (단위 : mm)

·Table. 5.6 Assumed damage rate

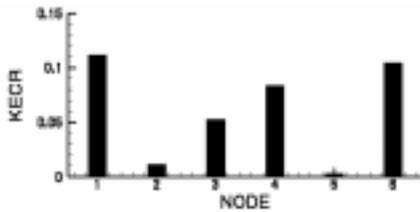
case	Damaged member	damage rate								
		1	2	5	6	7	12	13	18	21
case 1	1	50%	0	0	0	0	0	0	0	0
case 2	5	0	0	50%	0	0	0	0	0	0
case 3	6	0	0	0	50%	0	0	0	0	0
case 4	13	0	0	0	0	0	0	50%	0	0
case 5	21	0	0	0	0	0	0	0	0	50%
case 6	2,6,7	0	50%	0	50%	50%	0	0	0	0
case 7	7,12,13,18	0	0	0	0	50%	50%	50%	50%	0

Table. 5.7 Effective Mass Ratio

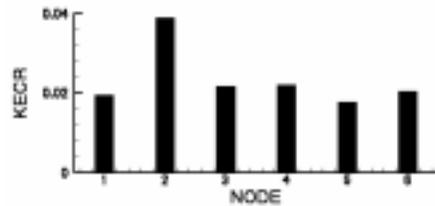
Mode	Frequency	Effective mass ratio ( $\times 10^{-1}$ )		
		x	y	z
1	4.883	<b>3.532</b>	<b>2.893</b>	0.071
2	6.507	<b>3.824</b>	0.961	0.145
3	8.294	1.485	0.005	<b>1.982</b>
4	13.435	0.058	0.378	0.377
5	16.225	0.154	0.002	0.368
6	23.636	0.012	0.744	0.975
7	23.918	0.006	0.663	1.265
8	24.769	0.209	0.005	0.026
9	24.812	0.011	0.389	0.011
10	27.240	0.009	0.688	1.202
11	27.666	0.020	0.770	1.088
12	28.293	0.021	<b>1.390</b>	0.436
13	28.293	0.018	0.764	0.729
14	37.891	0.082	0.002	0.184
15	48.250	0.334	0.337	0.011
16	51.754	0.007	0.008	0.008
17	58.036	0.101	0.000	0.051
18	60.493	0.035	0.000	0.999

1) 1단계 : 손상영역 추정

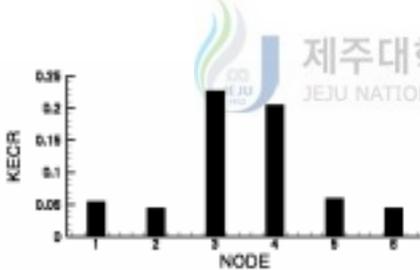
수치 예제 모델에서 손상전의 유효질량비(EMR)를 Table 5.7에 나타내었다. 표에서 유효질량비가 비교적 큰 모드는 1차, 2차, 3차 및 12차 모드인 것을 알 수 있다. 3차원 구조물의 거동을 일 방향으로 판단하는 것은 어려움이 있지만 예제 2에서는 구조물의 거동에 크게 기여하는 방향이 y방향이라 판단하고 유효질량비를 y방향에 대해서 고려한다. Table 5.7에서 1차 모드의 유효질량비 값이 가장 큰 것을 알 수 있다



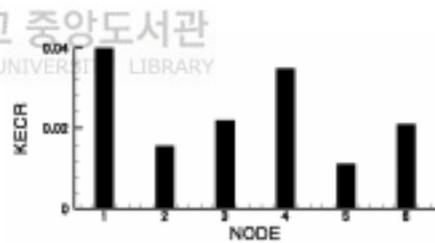
(a) case 1



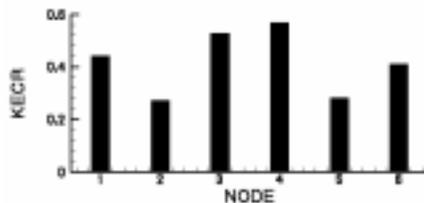
(b) case 2



(c) case 3

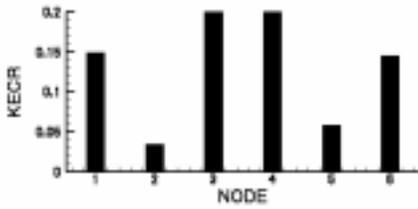


(d) case 4

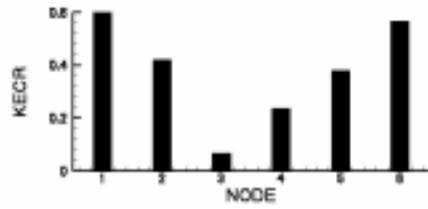


(e) case 5

Fig. 5.7 KECR of First mode (in damaged single member)



(f) case 6



(g) case 7

Fig. 5.8 KECCR of First mode (in damaged multi-member)

예제 모델의 경우 대칭성을 갖고 있어 부재의 손상에 따른 KECCR도 대칭형태로 변화하게 된다. Fig 5.8에서 수평 부재가 손상된 경우 비교적 손상부재를 포함한 절점에서 KECCR이 크게 나타나 손상 부재를 포함한 손상 추정영역을 얻을 수 있었다. 그러나 case 4의 경우 손상부재 13을 포함하는 4번 절점보다 대칭 위치의 1번 절점의 KECCR이 크며 case 5의 경우 손상부재 21을 포함하는 6번 절점인 아닌 3, 4번 절점의 KECCR이 큰 것으로 나타나고 있다. 복수부재 손상의 경우에서도 case 7의 경우 손상부재 7, 12, 13 과 18을 포함하는 3번, 4번 절점의 KECCR보다 대칭 위치의 1번, 6번 절점의 KECCR이 더 큰 것으로 나타나 정확한 손상 추정영역을 얻을 수 없었다.

앞에서 제시된 KECCR에 의해 손상범위를 줄여 손상추정을 수행할 경우 Table 5.8 에서 나타낸 손상부재를 미지부재로 하여 손상 부재를 추정한다.

Table. 5.8 Region of damage assessment

case	node	member
case 1	1,6	1,3,4,8,10,15,16,20,21
case 2	2	1,2,5,11
case 3	3,4	2,6,7,9,12,13,17,18,19
case 4	1,4	1,3,4,7,9,10,13,16,19
case 5	3,4	2,6,7,9,12,13,17,18,19
case 6	3,4	2,6,7,9,12,13,17,18,19
case 7	1,6	1,3,4,8,10,15,16,20,21

## 2) 2단계 : 손상부재 추정

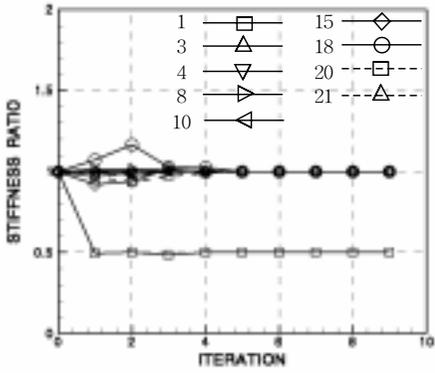
KECR에 의해 손상영역을 추정하여 2단계인 사영필터 알고리즘을 이용하여 예제 1과 동일하게 손상지표 CNF에 의해 손상 추정을 수행하였다.

Table 5.9 는 2단계 해석에 의해 선택된 손상추정 부재를 상태벡터로 손상지표 CNF로 손상추정 결과를 나타낸다.

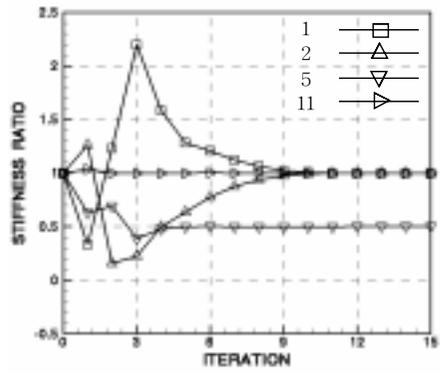
Table. 5.9 Results of damage identification with damage measure CNF

Damaged member	1	5	6	13	21	2,6,7	7,12,13,18
Stiffness ratio	0.5	0.5	0.5	0.96	-	0.5	-
iteration	9	15	10	발산	발산	9	발산

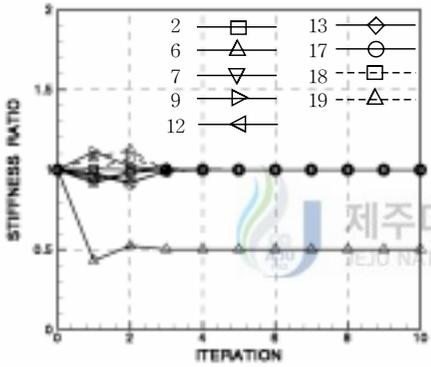
Fig 5.9는 손상 추정 결과를 나타내며 case 4, case 5, case 7의 경우를 제외하고는 빠른 수렴속도와 정확한 추정치를 얻고 있다. case 4의 경우에는 모델의 대칭성에 의해 1번 절점의 KECR이 손상부재 13을 포함하고 있는 4번 절점보다 더 크게 나온 경우로 1, 4번 절점을 손상추정 영역으로 하여 수행한 결과 1번 절점의 10번 부재가 손상된 것으로 잘못 추정하고 있다. 그 외 case 5, case 7의 경우에는 손상추정 영역이 손상부재를 포함하고 있지 못하며 손상추정 결과 모두 발산하였다.



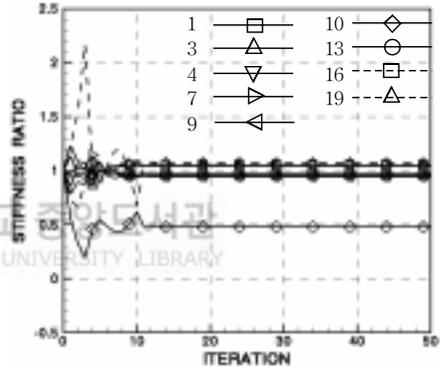
(a) Damaged of member 1(case1)



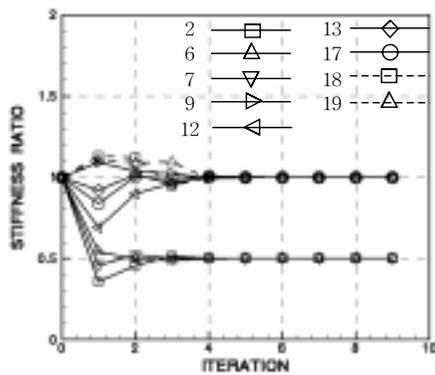
(b) Damaged of member 5(case2)



(c) Damaged of member 6(case3)



(d) Damaged of member 13(case4)



(e) Damaged of member 2,6,7 (case6)

Fig. 5.9 Results of damage identification with damage measure CNF

#### 4. 해석 결과 분석

제시된 2단계 손상추정법을 예제 1, 2의 시뮬레이션 해석에서 얻어진 응답에 적용한 결과, 1단계인 KECR을 이용한 손상부재를 포함한 손상영역 추정에 대해서 대칭성을 띠는 부재를 제외하고 비교적 좋은 결과를 보였다. 그리고 2단계 손상영역내의 손상부재의 검출에 대해서도 손상 위치 및 손상도를 정확히 추정할 수 있었다.

그리고 상태량의 초기치를 가정함에 있어서 실제 손상된 값과 가까울수록 수렴속도가 빨라지는 것을 알 수 있다. 그러나 사영필터의 수렴속도가 대체적으로 빨라 상태벡터의 초기치에 의해 크게 영향을 받지 않는 것으로 보였다.

대칭형태의 구조물의 경우 KECR을 이용할 경우 대칭성을 고려할 수 있는 데이터가 추가적으로 필요한 것으로 생각된다.



## VI. 결 론

본 논문에서는 사영 필터를 비선형 시스템에 대한 필터로 확장한 확장 사영필터를 적용하여 구조물의 손상 추정을 위한 역해석법을 제안하였다. 먼저 선형 시스템에 대한 사영필터에서 비선형 시스템에 대한 확장 사영필터를 유도하였고 사영필터를 이용한 손상 추정 역해석법 알고리즘을 제시하였다. 제안 해법의 유효성을 보이기 위하여 2차원 트러스 구조의 자유진동문제를 대상으로 하여 해석 예를 보였다.

그리고 구조물의 손상 후에 얻어지는 여러 가지 측정데이터를 손상지표로 제안하고 다양화된 각각이 손상지표를 해석예제를 통해 각각의 손상지표의 추정정도를 파악하였다.

또한 본 논문에서는 전체 시스템을 대상으로 손상 추정을 수행할 경우 자유도가 작은 시스템인 경우에는 적용이 가능하지만, 자유도가 많으면 전체 손상평가의 단계에서 대상으로 하는 미지량의 수가 너무 많고 관측데이터의 정도도 나빠지므로 부재 손상검출에 여러 가지 문제가 발생하기 때문에 3차원 트러스와 같은 다부재 구조 시스템의 손상추정을 보다 효율적으로 수행하기 위해 2단계 손상추정법을 도입하여 연구하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 제시된 세가지 손상지표인 고유진동수(CNF), 모드 형상 진폭(CMS), 모드 형상 진폭의 곡률(CCMS)의 손상추정 결과 대체적으로 좋은 추정결과를 얻을 수 있었다. 특히 고유진동수(CNF)를 지표로 한 경우 수렴속도가 아주 빠르며 추정결과가 아주 좋았다.

그러나 사영필터에서는 상태량이 많은 경우에서 수렴성이 좋지 않으며, 특히 모든 상태벡터에 대해 손상추정을 수행할 경우 모두 발산하였다. 이에 따라 손상추정 영역을 좁혀 추정한 경우 좋은 추정결과를 얻을 수 있었다.

고유진동수의 변화(CNF)와 모드 진폭 곡률의 변화(CMS)를 조합하여 데이터의 량을 늘린 지표에 대해서도 수렴속도가 다소 늦어지는 경우가 있지만 추정결과가 우수하며 안정적인 결과를 얻을 수 있었다.

2. 다부재 구조 시스템을 위해 제시된 2단계 손상추정법을 예제 구조물의 시뮬레이션 해석에서 얻어진 응답에 적용한 결과, 1단계인 KECR을 이용한 손상부재를 포함한 손상영역 추정에 대해서 신뢰성있는 결과를 보였다. 또한 2단계인 손상영역내의 손상부재의 검출에 대해서도 손상 위치 및 손상비를 정도가 좋게 추정할 수 있었다.

그러나 구조 시스템이 대칭성을 갖는 경우 1단계인 KECR에서 손상부재와 대칭되는 부재를 손상추정 영역으로 선택하는 오류가 있었으며, 또한 1단계에서 손상추정 영역내 손상 부재와 대칭부재를 모두 포함한 경우 2단계 손상추정 과정에서 손상부재가 아닌 대칭부재를 손상부재로 추정하는 결과를 얻게 되었다. 따라서 손상추정 과정 중 구조 시스템의 대칭성을 고려할 수 있는 추가적인 데이터가 필요한 것으로 사료된다. 또한 시스템이 커질수록 자유도가 많아지며 데이터량도 증가하게 되므로 이 많은 데이터 중에 적절한 데이터를 선택하는 기준에 대한 판단이 요구된다.

3. 확장 사영필터 알고리즘을 이용하여 손상추정을 수행할 경우 상태량의 초기치로서 전체부재의 손상정도를 평균치로부터 가까이 잡을수록 안정적인 수렴성을 보인다. 그러나 사영필터의 경우 수렴속도가 매우 빨라 상태량의 초기 가정치에 의한 추정결과에 미치는 영향은 거의 없는 것으로 판단된다.

4. 복수부재 손상의 경우 손상비를 다르게 가정할 경우 동일한 손상비의 경우와 비교해 수렴속도가 느려지며 손상추정 결과 또한 좋지 않음을 알 수 있었다.

5. 확장 칼만필터의 추정결과와 비교해서 확장 사영필터의 경우가 수렴속도가 빠르며 추정결과가 우수함을 알 수 있었다. 사영필터의 경우 손상부재 외 비손상부재의 강성비도 정확히 추정하였다.

그러나 사영필터의 경우 상태량이 많은 경우 발산하는 경우가 많아 상태량을 좁혀 손상추정을 수행해야 하였다.

## 참 고 문 헌

Brown, R.G. and Hwang, Patrick Y.C., 1997, Introduction to random signals and applied kalman filtering, John wiley and sons

서일교, 1999, “확장 칼만 필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상추정”, 대한 건축학회 논문집, 제 15권 4호, pp. 3-12

Abdalla, M., Grigoriadis, K. and Zimmerman, D., 1998, “Enhanced Structural Damage Detection using Alternating Projection Methods”, AIAA JOURNAL, Vol. 36, No.7, pp. 1305-1311

유숙경, 서일교, 권택진, 2000, “확장 칼만필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상추정에 적용된 5가지 손상지표의 유효성 및 수렴성에 관한 연구”, 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제13권 제1집, pp. 207-214

유숙경, 서일교, 권택진, 2000, “확장 칼만필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 손상추정에 적용된 손상지표의 유효성 및 수렴성”, 대한건축학회 학술발표회 논문집, 제20권 제1호, pp. 11-14

유숙경, 서일교, 권택진, 2000, “확장 칼만필터를 이용한 2차원 트러스 구조물의 2단계 손상 검출”, 대한건축학회 학술발표회 논문집, 제 20권 제 2호, pp. 71-74

윤정방, 송종걸, 김유진, 1998, “기설구조물의 손상도 및 내진능력 평가방법”, 전산구조공학회 논문집, 제 11권 제 3호, pp. 199-212

Liu, P.L., 1995, "Identification and Damage Detection of Trusses using Modal Data," *Journal of Structural Engineering*, Vol 121, No. 4, ASCE, pp. 599-608

片山 徹, 1983, 應用カルマンフィルタ, 朝倉書店

西山 清, 1994, パソコンで解くカルマンフィルタ, 丸善株式會社

濱本卓司, 田野畑月人, 1996, "多層建築物の損傷層特定のために4つの損傷指標の有効性と限界", *構造工学論文集*, Vol. 42B, pp. 321-326

Pandey, A.K. and Biswas, M., 1995, "Damage diagnosis of truss structures by estimation of flexibility change," *Modal Analysis: the international Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis* vol.10, no.2, pp. 104-117

Papadopoulos, L. and Garcia, E., 1998, "Structural Damage Identification : A Probabilistic Approach," *AIAA JOURNAL*, Vol. 36, No.11, pp. 2137-2145

古口日出男, 渡部 浩, 矢田敏夫, 1994, 遺傳的アルゴリズムを用いた二次元弾性逆解析(複數圓形缺陷の同定に關する基礎的考察), *日本機械學會論文集(A編)*, Vol. 60, pp.121-126

中村正行, 田中正隆, 1994, "缺陷同定問題の動彈性逆解析への遺傳的アルゴリズムの應用", *日本機械學會論文集(A編)*, Vol. 60, pp.116-122

Kashangaki, Thomas A-L, 1991, "On-Orbit Damage Detection and Health Monitoring of Large Space Trusses-Status and Critical Issues," *Proceedings of 32nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, AIAA, Washington, DC, 1991, pp. 2947-2958(AIAA Paper 91-1181, April 1991)

- Koh, C. G., See, L. M. and Balendra T., 1995, "Damage Detection of Buildings : Numerical and Experimental Studies," Journal of Structural Engineering, Vol 121, No 8, ASCE, pp. 1155-1160
- Hjela, P. and Soerio, F. J., 1990, "Structural Damage Detection Based on Static and Modal Analysis," AIAA JOURNAL, Vol. 28, No.6, pp. 1110-1115
- Hamamoto, T. and Kondo, I., 1992, "Damage Detecting of Existing Building structures Using Two-Stage System Identification", Proceeding of the 41st Japan National Congress for Applied Mechanics, pp. 147-157
- Hamamoto, T. and Kondo, I., 1994, " Global and local damage detection of existing structures", Structural Safety & Reliability, A.A.BALKEMA
- Hidemttsu, O., Erkki, O., 1986, "Projection Filter, Wiener Filter, and Karhunen-Loeve Subspaces in Digital Image Restoration", Journal of Mathematical Analysis and Applications 114, pp. 37-51
- 小川英光, 1988, 信號と畫像の復元[III] (最適復元のための射影フィルタ族), 電子情報通信學會論文誌, (A), 71-7, pp. 739-748
- 小川英光, 1988, 信號と畫像の復元[III] (最適復元のための射影フィルタ族), 電子情報通信學會論文誌, (A), 71-7, pp. 739-748
- 小川英光, 1988, 信號と畫像の復元[I] (最適復元のための射影フィルタ族), 電子情報通信學會論文誌, (A), 71-7, pp. 739-748
- 濱本卓司, 近藤一平, 菅野良一, 1994, "システム同定手法による空間構造の損傷検出", 構工學論文集, Vol. 40B, pp. 189-196,