



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

초  
등  
교  
사  
의  
수  
감  
각  
전  
략  
사  
용  
및  
학  
생  
지  
도  
방  
법

김  
유  
나

2  
0  
1  
9

석 사 학 위 논 문

초등교사의 수 감각 전략 사용 및  
학생 지도 방법

Number sense performance and teaching  
practice of Elementary school teachers

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 유 나

2019년 8월





석 사 학 위 논 문

초등교사의 수 감각 전략 사용 및  
학생 지도 방법

Number sense performance and teaching  
practice of Elementary school teachers

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 유 나

2019년 8월

초등교사의 수 감각 전략 사용 및  
학생 지도 방법

Number sense performance and teaching  
practice of Elementary school teachers

지도교수 김 해 규

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함


제주대학교 교육대학원


초등수학교육전공


김 유 나

2019년 5월

김 유 나의  
교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 최 근 배 

심사위원 이 호 수 

심사위원 김 해 규 

제주대학교 교육대학원

2019년 6월



# 목 차

|  |    |
|--|----|
| 국문 초록 .....                              | iv |
| <b>I. 서론</b> .....                       | 1  |
| 1. 연구의 필요성과 목적 .....                     | 1  |
| 2. 연구의 제한점 .....                         | 3  |
| 3. 연구문제 .....                            | 3  |
| <b>II. 이론적 배경</b> .....                  | 4  |
| 1. 용어의 정의 .....                          | 4  |
| 2. 수 감각의 구성요소 .....                      | 4  |
| <b>III. 연구 방법</b> .....                  | 6  |
| 1. 연구 절차 .....                           | 6  |
| 2. 연구 대상 .....                           | 6  |
| 3. 검사 도구 및 분석방법 .....                    | 6  |
| <b>IV. 연구 결과</b> .....                   | 8  |
| 1. 2015개정 초등수학교과서에서의 수 감각 지도 내용 분석 ..... | 8  |
| 2. 초등교사들의 수 감각 전략사용 수준 .....             | 27 |
| 3. 초등교사들의 수 감각 지도 방법 분석 .....            | 39 |
| <b>V. 결론 및 제언</b> .....                  | 45 |
| <b>참고 문헌</b> .....                       | 48 |
| <b>ABSTRACT</b> .....                    | 50 |

## 표 목 차

|   |    |
|---|----|
| 〈표 I〉 전략 유형 .....                           | 7  |
| 〈표 II-1〉 수의 의미와 크기에 대한 이해1, 1학년 1학기 .....   | 8  |
| 〈표 II-2〉 수의 의미와 크기에 대한 이해2, 1학년 1학기 .....   | 9  |
| 〈표 II-3〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 1학년 1학기 .....   | 10 |
| 〈표 II-4〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 1학년 2학기 .....    | 11 |
| 〈표 II-5〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해1, 1학년 2학기 .....  | 12 |
| 〈표 II-6〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해2, 1학년 2학기 .....  | 12 |
| 〈표 II-7〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해3, 1학년 2학기 .....  | 13 |
| 〈표 II-8〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 2학년 1학기 .....    | 14 |
| 〈표 II-9〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 2학년 1학기 .....   | 14 |
| 〈표 II-10〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 2학년 2학기 .....   | 15 |
| 〈표 II-11〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 2학년 2학기 .....  | 16 |
| 〈표 II-12〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 2학년 2학기 .....   | 17 |
| 〈표 II-13〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해1, 3학년 1학기 ..... | 18 |
| 〈표 II-14〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해2, 3학년 1학기 ..... | 18 |
| 〈표 II-15〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해3, 3학년 1학기 ..... | 18 |
| 〈표 II-16〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 3학년 2학기 .....   | 19 |
| 〈표 II-17〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해1, 3학년 2학기 ..... | 20 |
| 〈표 II-18〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해2, 3학년 2학기 ..... | 20 |
| 〈표 II-19〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 4학년 1학기 .....   | 21 |
| 〈표 II-20〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 4학년 1학기 .....  | 22 |
| 〈표 II-21〉 지식의 적절한 활용 및 반성, 4학년 1학기 .....    | 22 |
| 〈표 II-22〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 4학년 2학기 .....   | 23 |
| 〈표 II-23〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 4학년 2학기 .....  | 23 |
| 〈표 II-24〉 수의 의미와 크기에 대한 이해1, 5학년 1학기 .....  | 24 |

|   |    |
|---|----|
| <표 II-25> 수의 의미와 크기에 대한 이해2, 5학년 1학기                      | 24 |
| <표 II-26> 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 5학년 1학기                      | 25 |
| <표 II-27> 기준척도, 5학년 1학기                                   | 25 |
| <표 II-28> 연산의 의미와 효과에 대한 이해1, 6학년 1학기                     | 26 |
| <표 II-29> 연산의 의미와 효과에 대한 이해2, 6학년 1학기                     | 26 |
| <표 II-30> 지식의 적절한 활용, 6학년 1학기                             | 27 |
| <표 III> 검사 및 설문 문항  | 28 |
| <표 IV> 초등교사들의 수 감각 전략사용 수준 분석 결과                          | 29 |
| <표 IV-1> 분수의 크기를 비교하는 문제의 반응 분석                           | 30 |
| <표 IV-2> 나누어지는 수가 같은 나눗셈의 결과를 비교하는 문제의 반응 분석              | 31 |
| <표 IV-3> 사칙연산의 효과에 관한 문제의 반응 분석                           | 32 |
| <표 IV-4> 분수와 소수의 크기 비교에 관한 문제의 반응 분석                      | 34 |
| <표 IV-5> (소수) $\times$ (자연수)의 곱셈에서 기준척도의 사용에 관한 문제의 반응 분석 | 35 |
| <표 IV-6> (소수) $\times$ (소수)의 결과를 어렵히는 문제에 관한 반응 분석        | 36 |
| <표 IV-7> 적절한 수를 선택하여 특정 수를 만드는 문제의 반응 분석                  | 38 |
| <표 V-1> 다양한 방법으로 사칙연산하는 문제의 반응(덧셈)                        | 39 |
| <표 V-2> 다양한 방법으로 사칙연산하는 문제의 반응(곱셈)                        | 40 |
| <표 V-3> 다양한 방법으로 사칙연산하는 문제의 반응(나눗셈)                       | 41 |
| <표 V-4> (자연수) $\times$ (분수)에서 기준척도 사용에 관한 문제 반응           | 42 |
| <표 V-5> (소수) $\div$ (자연수)에서 지식의 적절한 활용 및 반성에 관한 문제 반응     | 43 |
| <표 V-6> (소수) $\div$ (자연수)에서 연산의 의미 어렵하기에 관한 문제 반응         | 44 |

## 국 문 초 록

### 초등교사의 수 감각 전략 사용 및 학생지도방법

김 유 나

제주대학교 교육대학원 초등수학교육전공  
지도교수 김 해 규

본 연구는 제주도에 근무하고 있는 현직 초등교사 101명을 대상으로 수 감각 전략 사용 수준을 알아보기 위해 실시되었다. 개발된 검사지를 활용해 초등교사의 수 감각 전략 사용 수준을 조사한 후 결과를 분석하였다. 또한 학생들의 수 감각 발달을 위해 교과서에 제시되어 있는 내용은 어떠한지 학년별로 분석하였으며, 몇 가지 문항을 선별 또는 재구성하여 교사들이 그 내용을 어떻게 지도하고 있는지 조사하였다. 그 결과는 다음과 같다.

첫째, 교과서에 제시되어 있는 수 감각을 길러주기 위한 문항들은 그 형식과 내용이 비슷한 것들로 한정되어 있었다.

둘째, 초등 교사를 대상으로 한 수 감각 검사지의 정답 문항 중 수 감각을 이용하여 문제를 해결한 경우는 53%로, 절반 정도 수준으로 나타났다.

셋째, 교사들의 학생 지도 방법은 규칙 기반 전략의 비율이 전체 답변의 53%로, 수 감각 기반 전략의 비율(42%)보다 높았다.

주요어 : 수 감각, 수 감각 요소, 전략사용수준, 수 감각 지도내용, 수 감각 지도방법

# I. 서 론

## 1. 연구의 필요성과 목적

2016년, 인공지능과 인간의 세기의 대결이 치러졌다. 인공지능이 이미 체스의 영역을 정복한 1997년 이후 약 10년 간 바둑은 여전히 인공지능의 도전과제였으나, 알파고가 최고 인간 실력자로 불리우는 이세돌을 상대로 한 바둑 경기에서 승리를 거둠으로써 인공지능이 뛰어넘지 못할 인간의 능력은 없어 보이는 듯하다.

그렇다면 더 이상 알고리즘을 가르치는 교육은 무의미한가? 수학을 단지 수를 연구하는 학문이라고만 생각한다면 더 이상의 알고리즘 교육은 별 의미가 없다. 컴퓨터가 인간이 할 수 있는 모든 알고리즘을 계산할 수 있기 때문이다. 그러나 mathematics의 어원은 ‘배우는 모든 것’이라는 뜻의 그리스어 mathemata, 또는 mathema에서 유래한 것이다. (정재석, “교사를 위한 난산증 이야기 ①수학 영재를 만들지만 수포자도 만드는 ‘수 감각’”, 『정신의학신문』, 2018.10.30.) 수학은 수를 다루는 것을 수단으로 하여 관념을 패턴으로 만드는 학문이며, 이 과정에서 배우는 모든 것을 포함한다. 컴퓨터의 시대가 도래하였다고 해서 수학 교육을 멈출 것이 아니라, 계산을 정확하고 빠르게 해야 하는 부담이 줄어든 만큼 수 감각과 패턴인식능력이 강해지도록 하는 교육을 하면 된다. (정재석, “교사를 위한 난산증 이야기 ⑤아바키스트vs알고리스트”, 『정신의학신문』, 2018.11.27.)

기사에서 언급된 것처럼 현대의 수학교육은 학생들이 수학적 사고력을 기르고 문제해결 전략을 탐구할 수 있는 방향으로 나아가는 것이 바람직하다.

이러한 사회의 변화를 반영하여 우리나라 수학과 교육과정도 학생들의 수학적 사고력과 추론 능력을 강조하는 방향으로 개정되어 왔다. 특히 2007 개정 교육과정 수학과 해설서에서 ‘연산은 수학의 가장 기본적인 기능으로, 계산 기능이 숙달 되면 수학 학습에도 도움이 된다. 그러나 지금까지의 학교 수학에서는 계산 기능을 향상시키는 데 지나치게 중점을 두고, 계산 단계를 세분화하여 많은 시간을 할애해 왔다. 그 결과 계산 능력 못지않게 수학에서 강조되어야 할 내용인 연산의 의미, 수 감각 등은 소홀히 다루어져 왔다.’라고 말하면서 수 감각 교육의 중요성을 강조하기 시작하였다. 이후 각 과목에 따른 해설서가 사라지고 교육과정만 남

게 되면서, 수 감각에 대한 자세한 언급은 없어졌지만 2015 개정 교육과정에서도 ‘하나의 수를 두 수로 분해하고 두 수를 하나의 수로 합성하는 활동을 통하여 수 감각을 기른다.’, ‘분모가 다른 분수의 크기 비교에서 수 감각을 이용하여 추론하고 토론하는 활동을 하게 한다.’ 라고 하여 여전히 수 감각 지도 내용을 교육과정에 포함하고 있다.

그러나 선행 연구들에 의하면 초등 수학교육에서 가장 큰 비중을 차지하고 있는 수와 연산 영역에서 학생들은 문제를 해결하는 알고리즘이나 기능을 습득하는 것에 치우치고 있다. Leutzinger(1999)는 학생들에게 사고 전략을 개발할 수 있는 기회를 제공하는 탐구의 경험 대신 반복적인 연습을 하는 것에 너무 많은 시간을 사용하고 있다고 하였다.(Tsao, 2004) 국내에서도 초등학교 6학년 학생을 대상으로 수 감각 능력을 조사한 결과 학생들의 수와 연산에 대한 기본 지식과 연산 기능에 비해서 수 감각이 현저하게 낮다고 보고되었으며, (선춘화, 전평국, 2005) 간단한 수 감각만 활용하면 쉽게 답을 구할 수 있는 문제에서도 학생들은 정답 여부에 관계없이 계산하여 답을 구했다(방정숙, 2005)는 연구들이 이를 뒷받침한다. 이는 학생들이 수에 대한 충분한 이해가 부족한 상태에서 알고리즘을 적용하여 답을 내는 것에 익숙해져 있다는 것을 의미한다.

한편, 수학과 교육과정(제2011-361호)에 따르면 학교 수학에서는 인지적 능력의 증진은 물론 수학에 대한 흥미와 호기심, 수학 학습에 대한 자신감과 긍정적인 태도 등 정의적 영역 또한 개선할 것을 목표로 하고 있다. 그러나 기능의 숙달과 연산 연습에 치우친다면 학생들이 수학에 대한 흥미와 호기심을 갖기 어렵다. ‘이토록 아름다운 수학이라면’(2019)의 저자인 최영기는 무조건적 반복학습을 요구하는 수학 교육은 학생들의 성취도를 높일지는 몰라도 흥미와 자신감을 제고하고 있는 데 실패하고 있다고 말한다.

따라서 수학적 사고를 하는 과정에서 어떤 개념을 발견하고 이해하는 순간의 즐거움과 기쁨을 학생들이 느낄 수 있도록 교사는 수학의 원리를 바탕으로 문제를 해결하는 다양한 방법을 안내해주어야 한다.

학생이 문제를 해결하는 효율적이고 합리적인 방법 중 하나가 수 감각을 활용하는 것이다. 좋은 수 감각을 가진 학생들은 문제해결을 위해 수를 사용할 수 있을 뿐만 아니라 수 감각을 바탕으로 잘못된 답을 발견할 수도 있고, 유연하고 합

리적으로 추정할 수 있다.(Burns,2007;김지연 외, 2015) 학생들의 수 감각을 발달 시킨다면 기계적인 알고리즘을 적용하기 이전에 수 감각을 활용하여 합리적으로 수를 사용하게 되며 이 과정에서 학생들의 수학에 대한 흥미와 자신감도 향상시킬 수 있을 것이다.

그러므로 학교 수학에서 학생들이 수 감각을 잘 활용할 수 있도록 권장하는 환경을 마련하는 노력이 필요하다. 그런데 수 감각은 특정 시기에 일회적으로 획득할 수 있는 기능이 아니라 점차적으로 발달되는 특성을 지닌다. 또한 관련 지식을 획득함으로써 자연스럽게 발달된다기보다는 수 감각 육성을 위한 교실 분위기를 토대로 학생들이 수와 연산 관계에 대해서 생각해보고 사고하는 경험을 통하여 발달된다.(Reys, 1992; 방정숙, 2005) 따라서 본 연구에서는 학생들의 학습에 가장 큰 영향을 주는 ‘교사’와 ‘교과서’를 대상으로 분석을 실시하여 수 감각 육성을 위한 교실 환경이 마련되어 있는지 확인하고, 이를 통해 학생들의 수 감각 능력을 길러 주기 위한 교실 환경 조성에 바탕이 되는 자료를 제공하고자 한다.

## 2. 연구의 제한점

- 가. 본 연구의 연구시점은 2015 개정 교육과정에 따른 5~6학년 2학기 교과서가 배부되기 전으로, 5~6학년 2학기 수학 교과서는 분석에서 제외되었다.
- 나. 본 연구에서 초등교사들을 상대로 한 수 감각 전략 사용 및 학생 지도 방법에 관한 조사는 특정 지역의 교사 101명을 대상으로 하였다.

## 3. 연구문제

- 가. 2015개정 초등 수학교과서에서의 수 감각 관련 지도 내용은 어떠한가?
- 나. 문제해결 시 초등교사들의 수 감각 전략 사용 수준은 어떠한가?
- 다. 수 감각을 길러주기 위한 초등 교사들의 지도 방법은 어떠한가?

## Ⅱ. 이론적 배경

### 1. 용어의 정의

수 감각이라는 용어는 학자에 따라 다양하게 정의되고 있지만, 대체적으로 수에 대한 전반적인 이해와 직관, 수를 유연하게 사용하는 능력을 포함한다. 선행 연구에서 제시된 수감각의 정의를 살펴보면, 수 감각은 수와 연산에 대한 개인의 전반적인 이해능력이며, 수와 관련된 문제 상황에서 유용하고 효과적인 전략을 사용하여 수학적 판단을 내리려는 경향을 뜻한다.(Sengul, 2013;Reys et al, 1999) Howden(1989)은 수 감각을 수와 여러 수들 간의 관계에 대한 좋은 직관력이라 하였으며, Yang 등(2004)은 수와 연산에 대한 전반적인 이해는 물론 수를 포함하는 일상생활의 다양한 상황을 다루는 능력이라고 언급하였다.(서주경 외,2015)

Schneider과 Thompson(2000)은 좋은 수 감각을 가진 학생은 수에 대해 유연하게 생각하며, 수의 의미와 수들 사이의 관계를 이해하는데 능하다고 하였다.(Sengul, 2013)

종합해보면 수 감각이란, 수에 대한 직관과 더불어 수와 연산에 대한 일반적이고 전반적인 지식과 이해를 말한다. 그러나 수 감각이라는 것은 일종의 개념적이고 추상적인 용어이기 때문에 개인이 수 감각을 가지고 있는지 알아보기 위해서는 수 감각이 어떠한 모습으로 드러나는지 확인할 필요가 있다. 따라서 많은 학자들이 수 감각의 구성요소를 제시하고 있다.

### 2. 수 감각의 구성요소

교사의 수 감각 능력을 조사하고 교과서의 수 감각 관련 활동을 분석하기 위해서 수 감각의 구성 요소를 고찰할 필요가 있다. 수 감각의 구성 요소는 다소 막연한 ‘수 감각’이라는 개념을 구체화하는데 도움을 주며, 수 감각을 개발하기 위한 방향을 제시해준다. 최지선, 박교식(2009)은 수 감각이 발휘되었는지를 알기 위해



서는 그러한 지식이 감각적으로 발휘되는 개별적이고 구체적인 모습을 찾아야 한다고 말했다. 수 감각 요소는 수 감각이 발휘되거나 요구되는 구체적인 상황임과 동시에 수 감각이라는 개념을 구성하는 요소가 된다.

다양한 수 감각 요소의 분석에 관한 선행연구를 표로 정리한 최지선과 박교식(2009)의 논문을 살펴보면 많은 학자들이 수 감각의 요소를 나뉠대로 제시하고 있으며, 그들 대부분이 수의 의미와 크기에 대한 이해, 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 어림의 적절한 사용과 합리성 판단 등의 내용을 공통적으로 포함하고 있다는 것을 알 수 있었다. 하여 본 연구에서는 수 감각 요소 중 중복 되는 요소들을 통합하고 제거하여 최종적으로 4가지 요소를 산출하였으며 그에 따른 문항을 구성하여 검사를 실시하였다. 또한 교과서의 지도 내용을 분석하고 분류하는 기준으로 이 수 감각 요소를 사용하였으며 그 내용은 다음과 같다.

- 가. **수의 의미와 크기에 대한 이해:** 수의 다양한 사용을 이해하고, 상대적인 크기를 인식하는 능력
- 나. **연산의 의미와 효과에 대한 이해:** 연산이나 수가 바뀔 때 결과가 어떻게 바뀌는지 인식하는 능력
- 다. **기준 척도:** 상황에 맞는 참조점을 사용하는 능력
- 라. **지식의 적절한 활용 및 반성:** 필산에 의존하지 않고 수와 연산 지식을 주어진 상황에 적합하게 활용하는 능력

## Ⅲ. 연구 방법

### 1. 연구 절차

먼저, 2015 개정교육과정에 따른 수학 교과서에서 학생들의 수 감각 능력을 길러주기 위해 어떤 활동을 제시하고 있는지, 제시한 활동에서 요구하는 학생의 수 감각은 어떠한 것인지 교과서를 분석하였다. 앞서 언급했다시피 ‘수 감각’이라는 용어는 정확히 약속된 정의가 없으므로 용어가 포함하는 그 범위가 넓고 포괄적이다. 하여 본 연구에서는 수 감각의 요소 중 4가지를 기준으로 하여 교과서에 제시된 관련 내용을 추출하였다.

또한 초등교사의 수 감각 전략 사용 수준과 학생 지도 방법을 알아보기 위해 현직 초등교사 101명을 대상으로 수 감각 검사 및 학생지도방법에 관한 설문을 실시하였다.

검사에 앞서 연구의 참가자들에게 연구의 목적을 설명하였으며, 교사들이 수 감각을 사용하였는지 알아보기 위해 각 문항별 답을 도출한 근거를 작성하게 하였다. 검사지를 회수한 후 참가자들이 작성한 답안을 근거로 하여 이를 4가지 전략 유형으로 분류하였다. 또한 교사들의 학생 지도 방법을 비슷한 방법끼리 분류하였다.

### 2. 연구 대상

본 연구는 초등교사의 수 감각 전략 사용 수준과 학생 지도 방법을 알아보기 위해 2019년 4월~5월까지 J지역 현직 초등교사 101명을 대상으로 조사를 실시하였다.

### 3. 검사 도구 및 분석방법

#### 가. 수 감각 검사

교사들의 수 감각 전략 사용 수준을 알아보기 위해 검사 도구를 활용한 조사연

구방법을 선택하였다. 선행연구에서 개발된 문항 중 적절한 것을 선별하여 검사지를 만든 후 검사지 투입 전 예비검사를 실시하여 문항을 수정, 보완하였다. 검사지는 ‘초등학교 학생들의 계산 능력과 수감각 연구’(방정숙, 2005)와 ‘Identification of Number Sense Strategies used by Pre-service Elementary Teachers’(Sare Sengül, 2013) 논문에서 문항을 발췌 또는 재구성하여 제작하였다. 검사지 수합 후 교사들의 수 감각 사용 수준을 4가지로 분류하였다.

| 전략      | 내용                               |
|---------|----------------------------------|
| 수 감각 기반 | 수 감각 요소를 사용하여 문제를 해결함.           |
| 규칙 기반   | 표준 알고리즘과 기본 지식을 사용하여 문제를 해결함.    |
| 기타      | 수 감각이나 규칙 기반을 제외한 다른 기타 전략을 사용함. |
| 무응답     | 풀이 방법을 진술하지 않음.                  |

<표 I> 전략유형

#### 나. 학생 지도 방법 설문

교사들의 학생 지도 방법을 알아보기 위해 교과서에서 수 감각을 활용하기에 적절한 문제들을 선별 또는 변형하여 지도 방법을 설문하였다. 기준 척도에 관한 문항은 방정숙(2005)의 논문에서 발췌하여 사용하였다. 문제를 읽고 학생들을 어떤 방법으로 지도할 것인지 가능한 한 다양한 방법을 진술하게 하였으며, 이를 수합한 뒤 같은 방법끼리 분류하여 빈도수를 조사하였다.

## IV. 연구 결과

### 1. 2015개정 초등수학교과서에서의 수 감각 지도 내용 분석

#### 가. 1학년 1학기

##### 1) 수의 의미와 크기에 대한 이해

<1단원 9까지의 수>

---

|     |  |
|-----|--|
| 1차시 | <ul style="list-style-type: none"><li>• 몇일까요: 1부터 5까지의 수 세기</li><li>• 물건의 수 세기</li><li>• 수 개념의 추상화: 집합수 알기</li></ul>       |
| 2차시 | <ul style="list-style-type: none"><li>• 수 써보기</li><li>• 1부터 5까지의 수 쓰기</li><li>• 사물을 세어 수로 나타내기</li></ul>                   |
| 3차시 | <ul style="list-style-type: none"><li>• 몇일까요: 9까지의 수 세기</li><li>• 물건의 수 세기</li></ul>                                       |
| 4차시 | <ul style="list-style-type: none"><li>• 수 써보기</li><li>• 6부터 9까지의 수 쓰기</li></ul>  |
| 5차시 | <ul style="list-style-type: none"><li>• 몇째일까요: 순서수 알아보기</li><li>• 순서 말하기</li></ul>   |
| 6차시 | <ul style="list-style-type: none"><li>• 수의 순서 알기</li><li>• 수 순서대로 쓰고 잇기</li></ul>  |
| 7차시 | <ul style="list-style-type: none"><li>• 1 큰 수와 1 작은 수</li><li>• 사물과 바둑돌을 보고 1 큰 수와 1 작은 수 알아보기</li><li>• 0 읽고 쓰기</li></ul> |
| 8차시 | <ul style="list-style-type: none"><li>• 수의 크기 비교하기</li><li>• 두 수의 크기 비교하기</li></ul>  |

---

<표Ⅱ-1> 수의 의미와 크기에 대한 이해1, 1학년 1학기

<5단원 50까지의 수>

|     |  |
|-----|--|
| 2차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 9 다음 수</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>·10을 여러 가지 방법으로 세어 보기</li> <li>·10 모으기와 가르기</li> </ul>                       |
| 3차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 십몇 알아보기</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>·10개씩 묶어 세어 수 쓰고 읽어보기</li> </ul>  |
| 4차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 모으기와 가르기</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>·구체물을 이용하여 수 모으고 가르기</li> <li>·이어세기와 거꾸로 세기로 수 모으고 가르기</li> </ul>          |
| 5차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 10개씩 묶어 세기</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>·구체물을 이용하여 10개씩 묶어 보기</li> </ul>   |
| 6차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 50까지의 수 세기</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>·구체물을 이용하여 10개씩 묶음과 날개로 나타내기</li> </ul>                                  |
| 8차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수의 순서 알기</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>·1 큰 수와 1 작은 수를 생각하며 수의 순서 알아보기</li> </ul>                                 |
| 9차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수의 크기 비교하기</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>·모형으로 10개씩 묶음과 날개로 나타내어 비교하기</li> <li>·수 만큼 색칠하고 두 수의 크기 비교하기</li> </ul> |

<표Ⅱ-2> 수의 의미와 크기에 대한 이해2, 1학년 1학기

1학년 1학기는 학생들이 수에 대해 처음으로 배우는 시기로, 학생들의 초기 수 감각을 결정하는데 중요한 시기라고 할 수 있다. '5단원 50까지의 수'에서는 특히 10부터 20까지의 수에 대해서 다양한 수 세기 전략을 지도하여 학생들의 수 감각을 기르게 하고 나중에 학습하게 될 연산의 기초를 형성하도록 하고 있다. (교육부, 수학1-1 지도서, p.252)

2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해

<3단원 덧셈과 뺄셈>

|       |  |
|-------|--|
| 2-3차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 모으기와 가르기</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>·구체물로 모으기와 가르기</li> <li>·수를 가능한 모든 경우로 가르기</li> <li>·수 모으기와 가르기</li> </ul> |
|-------|--|

|         |   |
|---------|---|
| 4차시     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 이야기 만들기</li> </ul> ·구체물로 덧셈, 뺄셈 상황 이야기 만들기<br>·조작활동을 통해 덧셈과 뺄셈의 의미 이해하기  |
| 5차시     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 더하기</li> </ul> ·덧셈 상황(첨가와 합병)이해하기<br>·구체물로 놓아 보며 덧셈 상황 이해하기              |
| 6-7차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈하기</li> </ul> ·그리기 전략, 식 만들기 전략을 이용하여 덧셈하기                             |
| 9차시     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 빼기</li> </ul> ·뺄셈 상황(제거와 비교)이해하기<br>·구체물로 놓아 보며 뺄셈 상황 이해하기               |
| 10-11차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뺄셈하기</li> </ul> ·그리기 전략, 식 만들기 전략을 이용하여 뺄셈하기                             |
| 12차시    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 0 더하거나 빼기</li> </ul> ·0을 더하거나 빼는 상황 이해하기<br>·전체에서 전체를 빼는 상황 이해하고 덧셈하기    |
| 13차시    | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈과 뺄셈하기</li> </ul> ·식을 보고 덧셈과 뺄셈 기호 중 알맞은 기호 쓰기<br>·그림을 보고 덧셈식과 뺄셈식 만들기 |

〈표 II-3〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 1학년 1학기

덧셈과 뺄셈의 필수 이해(장혜원 외 3, 교우사; NCTM(2006))에서는 1학년 수업에 관해 다음과 같이 말하고 있다.

아동은 작은 수에 대한 초기 경험에 기초하여 자연수의 덧셈과 뺄셈을 위한 전략을 개발한다. 덧셈과 뺄셈의 의미 이해 및 산술 문제의 해결 전략을 개발하기 위한 ‘부분-전체’, ‘합하기’, ‘덜어내기’, ‘비교’ 상황을 모델링하기 위해 낱개 물체, 길이 모델, 수직선을 포함한 다양한 모델을 사용한다. (p.2; NCTM, 2006, p.13)

따라서 1학년 수업에서는 아동이 자연수의 덧셈, 뺄셈 전략의 기초를 형성할 수 있도록 다양한 모델을 활용할 필요가 있다.

- 3) 기준척도: 해당없음
- 4) 지식의 적절한 활용: 해당없음

**나. 1학년 2학기**

1) 수의 의미와 크기에 대한 이해

〈1단원 100까지의 수〉

|   |   |
|---|---|
|   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 몇 십 알아보기</li> </ul>  |
| 2차시                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>·10씩 묶어세기</li> <li>·몇 십을 다양하게 읽기</li> </ul>  |
| 3~4차시                                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 99까지의 수 알아보기</li> <li>·몇십몇을 10개씩 묶음과 날개로 나타내기(위치적 기수법의 기초)</li> <li>·수를 읽고 쓰기</li> </ul> |
| 6차시                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수의 순서 알아보기</li> <li>·1 큰 수와 1 작은 수 알기</li> <li>·수 순서대로 읽기</li> </ul>                     |
| 7차시                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수의 크기 비교하기</li> <li>·수 세어 크기 비교하기</li> <li>·수직선으로 두 수의 크기 비교하기</li> </ul>                |
| 8차시                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 짝수와 홀수 알아보기</li> <li>·둘씩 짝지어보기</li> </ul>  |
| <p>〈표 II-4〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 1학년 2학기</p> |   |

2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해

〈2단원, 덧셈과 뺄셈(1)〉

|        |   |
|--------|---|
| 2~5차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈하기</li> <li>·이어세기, 직접 표시하여 더하기</li> <li>·연결큐브로 계산 방법 알아보기</li> <li>·그림을 보고 덧셈하기</li> <li>·상황에 맞게 덧셈하기</li> <li>·여러 가지 방법으로 덧셈하기</li> </ul> |
| 7~10차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뺄셈하기</li> <li>·직접 표시하여 빼기</li> <li>·연결큐브로 계산 방법 알아보기</li> <li>·상황에 맞게 뺄셈하기</li> <li>·그림 보고 뺄셈하기</li> </ul>                                   |

|      |  |
|------|--|
|      | ·여러 가지 방법으로 뺄셈하기   |
| 12차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈과 뺄셈하기</li> <li>·같은 값의 덧셈식 만들기</li> <li>·그림보고 덧셈식과 뺄셈식 만들기</li> </ul> |

<표 II-5> 연산의 의미와 효과에 대한 이해1, 1학년 2학기

<4단원, 덧셈과 뺄셈(2)>

|       |   |
|-------|---|
| 2~3차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 세 수의 덧셈과 뺄셈 방법 생각하기</li> <li>·가로로 계산하기</li> <li>·세로로 계산하기</li> </ul>   |
| 5차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 두 수 더하기</li> <li>·이어 세기로 두 수 더하기</li> <li>·이어 세기를 통해 두 수 바꾸어 더하고 결과 비교하기</li> <li>·합이 같은 덧셈식 찾기</li> </ul>       |
| 6차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 10이 되는 더하기 하기</li> </ul>   |
| 7차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 10에서 빼기</li> <li>·10에서 빼기의 뺄셈식 쓰기</li> <li>·비교 상황에서 10에서 빼기하기</li> </ul>   |
| 8~9차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 10을 만들어 더하기</li> <li>·앞의 두 수로 10 만들어 세 수 더하기</li> <li>·수 카드로 세 수 더하기</li> <li>·뒤의 두 수로 10 만들어 세 수 더하기</li> </ul> |

<표 II-6> 연산의 의미와 효과에 대한 이해2, 1학년 2학기

<6단원, 덧셈과 뺄셈(3)>

|       |   |
|-------|---|
| 2차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 10을 이용하여 모으기와 가르기</li> <li>·수판과 모형으로 10을 이용하여 모으기와 가르기</li> </ul>  |
| 3~5차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈하기</li> <li>·실제로 해보기 전략으로 덧셈하기</li> <li>·그림 그리기 전략으로 덧셈하기</li> <li>·덧셈(첨가)문제를 그림 그리기 전략으로 해결하기</li> <li>·가르기와 모으기 전략으로 덧셈하기</li> <li>·덧셈(합병) 문제를 그림 그리기 전략으로 해결하기</li> <li>·여러 가지 방법으로 덧셈하기</li> </ul> |



|       |   |
|-------|---|
|       | ·(몇)+(몇)=(십몇)의 표 완성하기   |
| 6~8차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뺄셈하기</li> <li>·실제로 해 보기 전략으로 뺄셈하기</li> <li>·그림 그리기 전략으로 뺄셈하기</li> <li>·뺄셈(제거)문제를 그림 그리기 전략으로 해결하기</li> <li>·가르기와 모으기 전략으로 뺄셈하기</li> <li>·뺄셈(비교)문제를 가르기와 모으기 전략으로 해결하기</li> <li>·차가 같은 뺄셈식 알아보기</li> <li>·(십몇)-(몇)=(몇)의 표 완성하기</li> </ul> |

〈표 II-7〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해3, 1학년 2학기

- 3) 기준척도: 해당없음
- 4) 지식의 적절한 활용: 해당없음

**다. 2학년 1학기**

- 1) 수의 의미와 크기에 대한 이해
- <1단원 세 자리 수>

|     |   |
|-----|---|
| 2차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 90보다 10 큰 수 알아보기</li> <li>·90보다 10 큰 수는 100임을 알아보기</li> <li>·10이 10이면 100임을 알아보기(수 모형 활용하기)</li> </ul> |
| 3차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 몇백을 알아보기</li> <li>·몇백을 수 모형으로 나타내기</li> <li>·몇백의 구성 알아보기(수 모형 활용하기)</li> </ul>                         |
| 4차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 세 자리 수 알아보기</li> <li>·수 모형으로 꽃의 수 알아보기</li> <li>·세 자리 수의 구성 원리 알아보기</li> </ul>                         |
| 5차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 각 자리의 숫자 말하기</li> <li>·각 자리가 나타내는 값 이해하기</li> <li>·세 자리 수를 '(몇백)+(몇십)+(몇)'으로 나타내기</li> </ul>           |
| 7차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뛰어세기</li> <li>·100씩, 10씩, 1씩 뛰어세기</li> </ul>   |
| 8차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수의 크기 비교하기</li> <li>·수 모형으로 비교하기</li> <li>·각 자리의 수를 이용하여 비교하기</li> </ul>                               |

〈표 II-8〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 2학년 1학기

2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해

<3단원 덧셈과 뺄셈>

|       |   |
|-------|---|
| 2차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈하기</li> </ul> ·(두 자리 수)+(한 자리 수)<br>·수 모형으로 계산하기             |
| 3-4차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈하기</li> </ul> ·(두 자리 수)+(두 자리 수)<br>·수 모형으로 계산하기             |
| 5차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 여러 가지 방법으로 덧셈하기</li> </ul> ·덧셈의 여러 가지 방법 알아보고 계산하기             |
| 6차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뺄셈하기</li> </ul> ·(두 자리 수)-(한 자리 수)<br>·수 모형으로 계산하기             |
| 7차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뺄셈하기</li> </ul> ·(몇십)-(몇십몇)<br>·수 모형으로 계산하기                    |
| 8차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뺄셈하기</li> </ul> ·(두 자리 수)-(두 자리 수)<br>·수 모형으로 계산하기             |
| 9차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 여러 가지 방법으로 뺄셈하기</li> </ul> ·뺄셈의 여러 가지 방법 알아보고 계산하기             |
| 11차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 덧셈과 뺄셈의 관계</li> </ul> ·덧셈식을 뺄셈식으로 나타내기<br>·뺄셈식을 덧셈식으로 나타내기     |
| 12차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• □의 값 구하기</li> </ul> ·□를 사용하여 덧셈식으로 나타내기<br>·□를 사용하여 뺄셈식으로 나타내기 |
| 13차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 세 수의 계산하기</li> </ul> ·세 수의 계산 방법 알아보고 계산하기                     |

<표 II-9> 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 2학년 1학기

지도서에서는 계산을 하는 데 한 가지 이상의 방법에 대해 생각하고 여러 가지 방법을 경험한 학생들이 좀 더 유연하고 효율적인 방법으로 계산할 수 있다고 말하면서 여러 가지 방법을 활용하여 계산하는 활동을 제시하고 있다. 덧셈에서 결합법칙을 능숙하게 이용하는 것은 수 감각을 잘 발달시키는 데 있어서

중요하다. 큰 수의 계산을 간단히 하기 위해서 덧셈의 결합법칙을 이용해 100을 기준 수로 삼는 등 다양한 전략을 개발할 수 있기 때문이다. 그러나 여러 가지 방법으로 계산하는 차시는 1차시에 불과해 학생들이 다양한 덧셈의 방법을 연습하는데 충분하지 않다.

학생들에게 받아내림이 있는 뺄셈을 여러 가지 방법으로 계산할 때, 다양한 수의 가르기와 모으기를 이용하여 찾도록 한다. 수 감각이 발달된 학생들은 여러 가지 방법을 찾을 것이고 그러한 방법들을 친구들과 의사소통하여 서로 공유하도록 한다. (교육부, 2-1 수학지도서, p.207)

이 단원에서는 덧셈과 뺄셈의 역연산의 원리를 이해하는 것은 수 감각의 중요한 요소라고 말하며 역연산 원리의 이해를 강조하고 있다. 역연산의 원리에 대한 이해는 강의식 교수를 통해 도입하기 어렵다. 잘 구조화되고 뚜렷한 목표를 지닌 학습 기회를 학생들에게 제공할 때 학생 스스로 규칙을 발견할 수 있고 수 감각의 중요한 요소를 구성하도록 촉진해 줄 것이다. (교육부, 2-1 수학지도서, p.188)

- 3) 기준척도: 해당없음
- 4) 지식의 적절한 활용: 해당없음

## 라. 2학년 2학기

### 1) 수의 의미와 크기에 대한 이해

<1단원 네 자리 수>

|     |   |
|-----|---|
|     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1000 알아보기</li> </ul>   |
| 2차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>·100이 10인 수 알아보기</li> <li>·수 모형, 수직선, 그림, 기호로 네 자리 수 나타내기</li> </ul>           |
| 3차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 몇천 알아보기</li> <li>·몇천을 수 모형, 그림, 기호로 변환하기</li> </ul>                          |
| 4차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 네 자리 수 알아보기</li> <li>·1000, 100, 10, 1을 사용하여 네 자리 수 나타내기</li> </ul>          |
| 5차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 자릿값 알아보기</li> <li>·각 자리의 숫자가 나타내는 값 알아보기</li> </ul>                          |
| 7차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뛰어 세기</li> <li>·1000, 100, 10, 1씩 뛰어세기</li> </ul>                            |
| 8차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수의 크기 비교하기</li> <li>·수 모형으로 나타내어 비교하기</li> <li>·각 자리의 수를 이용해 비교하기</li> </ul> |

<표 II-10> 수의 의미와 크기에 대한 이해, 2학년 2학기

2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해

<2단원 곱셈구구>

|      |   |
|------|---|
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 2단 곱셈구구</li> </ul>   |
| 2차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>·그림보고 곱셈식 만들기</li> <li>·동수누가 이해하기</li> </ul>                     |
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 5단 곱셈구구</li> </ul>   |
| 3차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>·그림보고 곱셈식 만들기</li> <li>·동수누가 이해하기</li> </ul>                     |
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 3단, 6단 곱셈구구</li> </ul>   |
| 4차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>·3의 단 곱셈구구 구성 원리 알아보기</li> <li>·6의 단 곱셈구구 만드는 방법 설명하기</li> </ul> |
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 4단, 8단 곱셈구구</li> </ul>   |
| 5차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>·4의 단 곱셈구구 구성 원리 알아보기</li> <li>·8의 단 곱셈구구 만드는 방법 설명하기</li> </ul> |
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 7단 곱셈구구</li> </ul>   |
| 6차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>·그림보고 곱셈식 만들기</li> </ul>   |
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 9단 곱셈구구</li> </ul>   |
| 7차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>·그림보고 곱셈식 만들기</li> </ul>   |
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 1단 곱셈구구와 0의 곱</li> </ul>                                       |
| 9차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>·1의 단 곱셈표 만들기</li> <li>·1과 0의 곱 계산하기</li> </ul>                  |
|      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 곱셈표 만들기</li> </ul>   |
| 10차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>·곱셈구구의 구성 원리 알아보기</li> <li>·곱이 같은 곱셈구구 찾기</li> </ul>             |

<표 II-11> 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 2학년 2학기

3) 기준척도: 해당없음

4) 지식의 적절한 활용: 해당없음

마. 3학년 1학기

1) 수의 의미와 크기에 대한 이해

<6단원 분수와 소수>

|     |  |
|-----|--|
| 3차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수 알아보기</li> <li>·전체에 대한 부분의 크기 알아보기</li> </ul> |
|-----|--|

|   |  |
|---|--|
| 4차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수 알아보기</li> <li>•부분을 보고 전체 알아보기</li> <li>•주어진 분수만큼 색칠하기</li> </ul>   |
| 5차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분모가 같은 분수의 크기 비교</li> <li>•실제 활동으로 분수의 크기 비교 방법 찾기</li> </ul>   |
| 6차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 단위분수의 크기 비교하기</li> <li>•분수만큼 색칠하기</li> <li>•단위분수를 수직선에 나타내어 크기 비교하기</li> </ul>  |
| 7차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 소수 알아보기</li> <li>•분모가 10인 분수를 소수로 나타내기</li> <li>•분수를 소수로 바꾸어 읽고 쓰기</li> <li>•색칠한 부분을 분수와 소수로 나타내기</li> </ul>              |
| 8차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 소수 알아보기</li> <li>•자연수와 소수로 이루어진 소수 알아보기</li> <li>•수직선으로 소수 알아보기</li> </ul>  |
| 9차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 소수의 크기 비교하기</li> <li>•그림을 그려 소수의 크기 비교하기</li> <li>•0.1이 몇 개인지 이용하여 소수의 크기 비교하기</li> <li>•수직선을 이용하여 소수의 크기 비교하기</li> </ul> |
| <p>〈표 II-12〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 3학년 1학기</p> <p>분수가 처음 도입된다. 부분-전체의 개념으로 분수를 도입하고 색칠하는 활동으로 분수의 개념과 크기에 대한 감각을 길러주고 있다. 분수를 이용하여 소수를 도입한 뒤, 그림과 수직선을 활용하여 소수의 크기에 대한 감각을 기른다.</p> <p>2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해</p> <p>&lt;1단원 덧셈과 뺄셈&gt;</p> |  |
| 2-4차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (세 자리 수)+(세 자리 수)</li> <li>•계산 결과 어렵하기</li> <li>•계산 원리가 내재된 조작활동하기</li> </ul>   |
| 5-7차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (세 자리 수)-(세 자리 수)</li> </ul>  |

- 계산 결과 어렵하기
- 계산 원리가 내재된 조작활동하기

〈표 II-13〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해1, 3학년 1학기

학생들이 정확한 계산을 하기 전에 어렵을 하여 계산한 값을 예상해 보는 활동을 하면 수 감각을 기를 수 있고, 계산한 값이 정확한지 확인을 할 수 있다. 계산한 값을 다양하게 어렵해 보는 활동을 하면서 학생들의 여러 가지 방법을 이야기하며 의사소통하도록 지도한다.(교육부, 3-1 수학지도서, p. 125)

<3단원 나눗셈>

- 2차시**
- 똑같이 나누기(등분제)
  - 구체물 조작 활동으로 수를 똑같이 나누어 한 부분의 크기 알기

- 3차시**
- 똑같이 나누기(포함제)
  - 구체물 조작 활동을 통하여 수를 똑같이 빼는 횟수 알기

- 4차시**
- 곱셈과 나눗셈의 관계알기
  - 곱셈식과 나눗셈식으로 나타내기
  - 곱셈과 나눗셈의 관계 말하기

- 5차시**
- 나눗셈의 몫을 곱셈식으로 구하기

- 6차시**
- 나눗셈의 몫을 곱셈구구로 구하기

〈표 II-14〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해2, 3학년 1학기

나눗셈을 하기 전에 계산 결과를 어렵해 보고 어려운 값을 이용하여 계산 결과가 타당한지 확인해 보게 함으로써 수적 양감을 형성할 수 있도록 한다.(교육부, 3-1 수학지도서, p.188)

<4단원 곱셈>

- 2차시**
- (몇십)×(몇)
  - 여러 가지 방법으로 (몇십)×(몇) 계산해보기

- 3-6차시**
- (몇십몇)×(몇)
  - 계산 결과 어렵하기
  - 여러 가지 방법으로 계산해보기

〈표 II-15〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해3, 3학년 1학기

학생들은 곱셈을 하기 전에 수의 자릿값, 곱셈구구와 곱셈의 연산 감각을 바탕으로 곱셈을 할 수 있어야 한다. 학생들이 표준화된 알고리즘을 이용하지 않더라도 곱의 결과를 산출하려면 유용한 여러 가지 방법을 탐구하고 경험할 수 있어야 한다. (교육부, 3-1 수학지도서, p.225)

- 3) 기준척도: 해당없음
- 4) 지식의 적절한 활용: 해당없음

### 바. 3학년 2학기

- 1) 수의 의미와 크기에 대한 이해  
<4단원 분수>

|       |  |
|-------|--|
| 2차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수로 나타내기</li> <li>• 전체에 대한 부분을 분수로 나타내기</li> </ul>                      |
| 3-4차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수만큼은 얼마인지 알아보기</li> </ul>  |
| 5-6차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 여러 가지 분수 알아보기</li> <li>• 그림, 수직선을 통해 진분수, 가분수, 자연수, 대분수 알아보기</li> </ul> |
| 7차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분모가 같은 분수의 크기 비교하기</li> </ul>   |

<표 II-16> 수의 의미와 크기에 대한 이해, 3학년 2학기

- 2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해  
<1단원 곱셈>

|       |  |
|-------|--|
| 2-4차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (세 자리 수)×(한 자리 수)</li> <li>• 계산 결과를 어렵히는 다양한 방법 찾기</li> </ul>   |
| 5차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (몇십)×(몇십), (몇십몇)×(몇십)</li> <li>• 계산 결과 어렵하기</li> <li>• (몇십)×(몇십), (몇십몇)×(몇십)을 여러 가지 방법으로 구하기</li> </ul> |
| 6차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (몇)×(몇십몇)</li> <li>• 계산 결과를 어렵히는 다양한 방법 찾기</li> </ul>   |
| 7차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (몇십몇)×(몇십몇)</li> <li>• 계산 결과 어렵하기</li> <li>• (몇십몇)×(몇십몇)을 다양한 방법으로 계산하기</li> </ul>                      |

<표 II-17> 연산의 의미와 효과에 대한 이해1, 3학년 2학기

<2단원 나눗셈>

2-3차시     • (몇십)÷(몇)  
              • 계산 결과 어렵하기

4-7차시     • (몇십몇)÷(몇)  
              • 계산 결과 어렵하기

8-9차시     • (세 자리 수)÷(한 자리 수)  
              • 계산 결과 어렵하기

<표 II-18> 연산의 의미와 효과에 대한 이해2, 3학년 2학기

나눗셈의 몫을 구하기 전에 몫이 얼마쯤일지 어렵하는 기회를 제공할 필요가 있다. 어렵셈은 정확한 값이 아닌 대략적인 값을 만들어낸다. 어렵셈은 기대되는 답에 대한 직관을 얻을 수 있고, 계산을 잘 하였는지를 확인하며, 계산 결과의 타당성을 검증할 수 있기 때문이다.(교육부, 3-2 수학지도서, p.161)

- 3) 기준척도: 해당없음
- 4) 지식의 적절한 활용: 해당없음

사. 4학년 1학기

- 1) 수의 의미와 크기에 대한 이해  
<1단원 큰 수>

1차시     • 네 자리 수에 대한 이해 수준 확인(선수 학습 내용 알아보기)  
          • 문제 해결 과정을 설명하도록 하여 네 자리 수까지에 대한 수 개념 및 수 감각 확인하는 기회 제공

2차시     • 1000이 10개인 수 알아보기  
          • 10000이 얼마만큼의 수인지를 다양한 방법으로 나타내어 봄으로써 10000에 대한 양감과 수 감각 형성

3차시     • 다섯 자리 수 알아보기  
          • 다섯 자리 수의 자릿값과 위치적 기수법 알아보기  
          • 수 카드 조합하여 다양한 조건 해결하기

4차시     • 십만, 백만, 천만 알아보기  
          • 천만 단위까지 수의 위치적 기수법과 자릿값 알아보기



|  |  |
|--|--|
| 5차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 억과 조 알아보기</li> <li>·1억에 대한 수 감각 익히기: 1억 원이 얼마만큼의 수인지 다양한 방법으로 나타내기</li> <li>·천만 자리 이하의 수를 '0'으로 하여 억과 조 단위의 큰 수에 대한 감각 및 양감에 집중할 수 있도록 유의하여 지도</li> <li>·억과 조에 대한 수 계열 및 감각 익히기: 수 사이의 관계 알아보기</li> </ul>                                       |
| 6차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 뛰어 세기</li> <li>·규칙에 따라 뛰어세기</li> </ul>  |
| 7차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 수의 크기 비교하기</li> <li>·수에 대한 감각으로 수의 크기 비교 결과 예상하기</li> <li>·수의 크기 비교하는 방법 알아보기</li> <li>·수직선 이용하여 큰 수 비교하기</li> </ul>  |
| <p>&lt;표 II-19&gt; 수의 의미와 크기에 대한 이해, 4학년 1학기</p> |  |
| <p>2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해</p>                      |  |
| <p>&lt;3단원 곱셈과 나눗셈&gt;</p>                       |  |
| 1차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 3학년 때 배운 곱셈과 나눗셈의 의미, 곱셈과 나눗셈 사이의 관계 확인 (선수 학습 내용 알아보기)</li> <li>· 곱이 언제 작아지고 커지는지 생각해보기: 두 수의 합이 일정할 때 두 수의 차가 작아질수록 곱은 커집니다.</li> </ul>   |
| 2차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 세 자리 수 × 몇 십</li> <li>·<math>287 \times 20</math> 어렵하기</li> <li>·<math>287 \times 2</math>를 이용하여 <math>287 \times 20</math> 구하는 방법 알아보기</li> <li>·<math>300 \times 30 = 9000</math>이므로 <math>325 \times 30</math>은 9000보다 작다는 것 추론하기</li> </ul> |
| 3차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 세 자리 수 × 두 자리 수</li> <li>·<math>287 \times 24</math> 구하는 다양한 방법 이야기해보기</li> </ul>   |
| 5차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 세 자리 수 ÷ 몇 십</li> <li>·<math>167 \div 20</math>의 몫 어렵하기</li> </ul>  |
| 6차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 두 자리 수 ÷ 두 자리 수, 세 자리 수 ÷ 두 자리 수</li> <li>·나눗셈의 몫 어렵하기</li> <li>·몫이 같은 나눗셈식 만들기: 주어진 나눗셈식과 몫이 같도록 제수와 피제수를 바꾼 나눗셈 문제 만들기</li> </ul>   |

|                     |   |
|---------------------|---|
| 7차시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>세 자리 수÷두 자리 수</li> </ul>   |
| 8차시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>세 자리 수÷두 자리 수</li> </ul> <p>·나누어떨어지는 나눗셈식으로 만들기: 나누어지는 수를 1만큼 더 크게 하거나 작게 했을 때 나머지가 어떻게 변하는지 이야기하기</p> <p>〈표 II-20〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 4학년 1학기</p> <p>3) 기준척도: 해당없음</p> <p>4) 지식의 적절한 활용 및 반성</p> <p>&lt;3단원 곱셈과 나눗셈&gt;</p> |
| 3차시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>세 자리 수 × 두 자리 수</li> </ul> <p>306×21 어렵하는 방법 알아보기 : 306은 300보다 크고, 21은 20보다 크므로 계산 결과는 6000보다 클 것이다.</p> <p>〈표 II-21〉 지식의 적절한 활용 및 반성, 4학년 1학기</p>   |
| <b>아. 4학년 2학기</b>   |   |
| 1) 수의 의미와 크기에 대한 이해 |   |
| <1단원 분수의 덧셈과 뺄셈>    |   |
| 1차시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>네 자리 수에 대한 이해 수준 확인(선수 학습 내용 알아보기)</li> </ul> <p>문제 해결 과정을 설명하도록 하여 네 자리 수까지에 대한 수 개념 및 수 감각 확인하는 기회 제공</p>  |
| 2차시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>1000이 10개인 수 알아보기</li> </ul> <p>·10000이 얼마만큼의 수인지를 다양한 방법으로 나타내어 봄으로써 10000에 대한 양감과 수 감각 형성</p>  |
| 3차시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>다섯 자리 수 알아보기</li> </ul> <p>·다섯 자리 수의 자릿값과 위치적 기수법 알아보기</p> <p>·수 카드 조합하여 다양한 조건 해결하기</p>   |
| 4차시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>십만, 백만, 천만 알아보기</li> </ul> <p>·천만 단위까지 수의 위치적 기수법과 자릿값 알아보기</p>  |
| 5차시                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>억과 조 알아보기</li> </ul> <p>·1억에 대한 수 감각 익히기: 1억 원이 얼마만큼의 수인지 다양한 방법으</p>  |

|     |  |
|-----|--|
|     | 로 나타내기<br>·천만 자리 이하의 수를 '0'으로 하여 억과 조 단위의 큰 수에 대한 감각 및 양감에 집중할 수 있도록 유의하여 지도<br>·억과 조에 대한 수 계열 및 감각 익히기: 수 사이의 관계 알아보기 |
| 6차시 | • 뛰어 세기<br>·규칙에 따라 뛰어세기  |
| 7차시 | • 수의 크기 비교하기<br>·수에 대한 감각으로 수의 크기 비교 결과 예상하기<br>·수의 크기 비교하는 방법 알아보기<br>·수직선 이용하여 큰 수 비교하기                              |

〈표 II-22〉 수의 의미와 크기에 대한 이해, 4학년 2학기

## 2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해

### <3단원 곱셈과 나눗셈>

|       |   |
|-------|---|
| 1차시   | • 3학년 때 배운 곱셈과 나눗셈의 의미, 곱셈과 나눗셈 사이의 관계 확인(선수 학습 내용 알아보기)<br>· 곱이 언제 작아지고 커지는지 생각해보기: 두 수의 합이 일정할 때 두 수의 차가 작아질수록 곱은 커집니다. |
| 2차시   | • 세 자리 수 × 몇 십<br>·287L×20 어렵하기<br>·287×2를 이용하여 287×20 구하는 방법 알아보기<br>·300×30=9000이므로 325×30은 9000보다 작다는 것 추론하기           |
| 3차시   | • 세 자리 수 × 두 자리 수<br>·287×24 구하는 다양한 방법 이야기해보기  |
| 5차시   | • 세 자리 수 ÷ 몇 십<br>·167÷20의 몫 어렵하기   |
| 6차시   | • 두 자리 수 ÷ 두 자리 수, 세 자리 수 ÷ 두 자리 수<br>·나눗셈의 몫 어렵하기<br>·몫이 같은 나눗셈식 만들기: 주어진 나눗셈식과 몫이 같도록 제수와 피제수를 바꾼 나눗셈 문제 만들기            |
| 7~8차시 | • 세 자리 수 ÷ 두 자리 수<br>·나누어떨어지는 나눗셈식으로 만들기: 나누어지는 수를 1만큼 더 크게 하거나 작게 했을 때 나머지가 어떻게 변하는지 이야기하기                               |

〈표 II-23〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 4학년 2학기

- 3) 기준척도: 해당없음.
- 4) 지식의 적절한 활용과 반성: 해당없음.

### 자. 5학년 1학기

#### 1) 수의 의미와 크기에 대한 이해

##### <4단원 약분과 통분>

|      |   |
|------|---|
| 1차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수의 등분할 개념과 분모가 같은 진분수의 크기 비교(선수 학습 내용 알아보기)</li> </ul>            |
| 2차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분모가 다른 분수의 크기 비교하기</li> <li>·그림, 수직선 모델을 통해 분수의 크기 비교하기</li> </ul> |
| 3차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하거나 나누어 크기가 같은 분수 만들기</li> </ul>              |
| 4차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 크기가 같은 분수 살펴보고 약분 알아보기</li> </ul>                                  |
| 5차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분모가 같은 분수로 나타내기</li> </ul>   |
| 6차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수의 크기 비교하기</li> <li>·수 감각으로 어림한 뒤 통분으로 정확한 크기 비교하기</li> </ul>     |
| 7차시  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수와 소수의 크기 비교하기</li> </ul>   |
| 10차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분자가 분모보다 1만큼 작은 분수의 크기 비교하기</li> </ul>                             |

<표 II-24> 수의 의미와 크기에 대한 이해1, 5학년 1학기

##### <5단원 분수의 덧셈과 뺄셈>

|     |   |
|-----|---|
| 1차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 분수 막대를 사용하여 단위분수의 크기 비교하기</li> </ul> |
|-----|---|

<표 II-25> 수의 의미와 크기에 대한 이해2, 5학년 1학기

2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해

<5단원 분수의 덧셈과 뺄셈>

---

1차시      • 동분모 분수의 덧셈(선수 학습 상기)

---

4차시      • 대분수의 덧셈하기  
· 서로 다른 방법으로 대분수의 덧셈하기

---

6-7차시    • 대분수의 뺄셈하기  
· 계산 결과 어렵하기

---

<표 II-26> 연산의 의미와 효과에 대한 이해, 5학년 1학기

3) 기준척도

<5단원 분수의 덧셈과 뺄셈>

---

2-3차시    • 진분수의 덧셈하기(이분모 분수의 덧셈)  
·  $\frac{1}{2}$ 이 반 곱임을 이용하여 분수 연산에서의 수 감각 기르기  
· 기준이 되는 분수를 이용하여 분수의 덧셈 결과를 어렵해보기

---

5차시      • 진분수의 뺄셈하기  
·  $\frac{1}{2}$ 이 반 곱임을 이용하여 분수 연산에서의 수 감각 기르기  
· 분수의 양감과 수감각을 통한 어렵하기 전략  
· 기준이 되는 분수를 이용하여 분수의 뺄셈결과를 어렵해보기

---

<표 II-27> 기준척도, 5학년 1학기

4) 지식의 적절한 활용: 해당없음

차. 6학년 1학기

1) 수의 의미와 크기에 대한 이해: 해당없음

2) 연산의 의미와 효과에 대한 이해

<1단원 분수의 나눗셈>

---

2-3차시    • (자연수) $\div$ (자연수)의 몫을 분수로 나타내기  
· 나눗셈을 그림으로 나타내고 몫 구하기

---

|     |  |
|-----|--|
| 4차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (분수)<math>\div</math>(자연수)</li> <li>·나눗셈을 그림으로 나타내고 몫 구하기</li> <li>·자연수 나눗셈의 의미를 가지고 (분수)<math>\div</math>(자연수)의 계산 원리 추측하기</li> <li>·분수의 나눗셈 어렵하기</li> </ul> |
| 5차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (분수)<math>\div</math>(자연수)를 분수의 곱셈으로 나타내기</li> <li>·모델을 이용하여 분수의 나눗셈 알아보기</li> <li>·분수의 곱셈과 나눗셈 비교하기</li> </ul>   |
| 6차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (대분수)<math>\div</math>(자연수) 알아보기</li> </ul>   |

〈표 II-28〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해1, 6학년 1학기

<3단원 소수의 나눗셈>

|       |  |
|-------|--|
| 2-3차시 | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (소수)<math>\div</math>(자연수)</li> <li>·계산 결과 어렵하기</li> <li>·3.66<math>\div</math>3을 단위를 변환하여 366<math>\div</math>3을 이용하여 계산하기</li> <li>·자연수의 나눗셈을 이용하여 소수의 나눗셈 구하기</li> </ul> |
| 4차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (소수)<math>\div</math>(자연수): 각 자리에서 나누어떨어지지 않는 (소수)<math>\div</math>(자연수)</li> <li>·계산 결과 어렵하기: 피제수와 제수의 크기를 비교하여 몫이 어떤 수에 가까운지 어렵하기</li> </ul>                              |
| 5차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (소수)<math>\div</math>(자연수): 몫이 1보다 작은 소수인 (소수)<math>\div</math>(자연수)</li> <li>·계산 결과 어렵하기: 피제수와 제수의 크기를 비교하여 몫이 1보다 큰지 어렵하기</li> </ul>                                      |
| 6차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (소수)<math>\div</math>(자연수): 소수점 아래 0을 내려 계산해야 하는 (소수)<math>\div</math>(자연수)</li> <li>·계산 결과 어렵하기: 다양한 어렵 전략을 활용하여 예측하기</li> </ul>   |
| 7차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (소수)<math>\div</math>(자연수): 몫의 소수 첫째 자리에 0이 있는 (소수)<math>\div</math>(자연수)</li> <li>·계산 결과 어렵하기</li> </ul>   |
| 8차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• (자연수)<math>\div</math>(자연수)의 몫 소수로 나타내기</li> <li>·계산 결과 어렵하기: 5<math>\div</math>4의 몫의 범위를 1과 2 사이로 어렵하기</li> </ul>  |
| 9차시   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• 몫의 소수점 위치 확인하기</li> <li>·몫을 어렵하여 소수점 위치가 옳은지 확인하기</li> <li>·어렵셈을 통한 소수점 위치 찾기</li> </ul>  |

〈표 II-29〉 연산의 의미와 효과에 대한 이해2, 6학년 1학기

3) 기준척도: 해당 없음

4) 지식의 적절한 활용

---

11차시      • 얼마나 알고 있나요  
·어림셈을 이용하여 소수점을 알맞은 위치에 찍고, 그 이유 쓰기

---

〈표 II-30〉 지식의 적절한 활용, 6학년 1학기

## 2. 초등교사들의 수 감각 전략사용 수준

### 가. 검사 및 설문 문항

| 분류 | 수 감각 전략 사용 수준 검사 문항 |
|----|---------------------|
|----|---------------------|

A  $\frac{5}{6}$ 와  $\frac{8}{9}$ 중 더 큰 수는 어느 것입니까?

---

B 다음 ○안에 <, =, > 중 알맞은 것을 넣으시오.  
12456÷498 ○ 12456÷499

---

다음 연산의 결과가 큰 수부터 차례로 번호로 나열해 주십시오.

B ① 0.74+8.6  
② 0.74-8.6  
③ 0.74×8.6  
④ 0.74÷8.6

---

다음 중  $0.52 \times 809$ 와 가장 가까운 것은 어느 것입니까?

C ① 400    ② 1600    ③ 430    ④ 1700

---

다음 수를 크기가 작은 것부터 큰 것으로 순서대로 배열하십시오.

C                                      0.4828     $\frac{13}{38}$      $\frac{8}{15}$      $\frac{17}{16}$     0.966

---

0.4975×9428.8=4690828에서 소수점의 바른 위치는  
다음 중 어느 것입니까?

- D ① 46.90828  
② 469.0828  
③ 4690.828  
④ 46908.28

주어진 수 중 4개를 골라 모두 곱했을 때 답이 4355가 되는 수가 있으면 그  
수를 골라 ○표 해 주세요.

14 10 8 15 28 4 9 5 12 2

분류

학생 지도 방법 분석을 위한 설문 문항

다음 문제를 학생들에게 지도하신다면, 어떻게 지도하실지 가능하면 다양한 방  
법을 적어 주십시오.

- D ①  $38+69+49+56=$   
②  $25 \times 24=$   
③  $85 \div 5$

A서점에서 수학교과서 400권을 주문한 후, 주문한 수학교과서의  $\frac{3}{8}$ 을 팔았습  
니다.

- C A서점에서는 수학교과서를 몇 권 팔았을까요?  
① 200권보다 많이 팔았다.  
② 200권보다 적게 팔았다.

어림셈을 이용하여 올바른 식을 찾아 ○표 하세요.

- D 

|                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| ① $4264 \div 4 = 106.6$  | ② $426.4 \div 4 = 10.66$ |
| ③ $42.64 \div 4 = 10.66$ |                          |

어림을 사용하여 다음 문제를 지도하려고 합니다. 지도할 수 있는 방법을 가  
능하면 다양하게 적어 주십시오.

- B 황토 1.32kg을 두 모듬에 똑같이 나누어 주려고 합니다. 한 모듬에 줄 수 있  
는 황토는 몇 kg입니까?

<표Ⅲ> 검사 및 설문 문항



- ※A: 수의 의미와 크기에 관한 문항
- B: 연산의 의미와 효과에 관한 문항
- C: 기준척도 사용에 관한 문항
- D: 지식의 적절한 활용과 반성에 관한 문항

현직 초등교사들의 수 감각 전략사용 수준을 분석한 결과는 <표IV>와 같다.  
(N=707)

| 정답      |      | 오답      |      | 전체      |      |
|---------|------|---------|------|---------|------|
| 전략      | n(%) | 전략      | n(%) | 전략      | n(%) |
| 수 감각 기반 | 317  | 수 감각 기반 | 44   | 수 감각 기반 | 361  |
| 규칙 기반   | 248  | 규칙 기반   | 58   | 규칙 기반   | 306  |
| 기타      | 7    | 기타      | 1    | 기타      | 8    |
| 무응답     | 30   | 무응답     | 2    | 무응답     | 32   |

<표IV> 초등교사들의 수 감각 전략사용 수준 분석 결과<sup>1)</sup>

전체적으로 수 감각 전략 사용의 비율이 높았다.

수 감각 검사를 하위 구성요소별로 나누어 문항별로 살펴보면 다음과 같다.

- 1) 수의 의미와 크기에 관한 이해 (N=101)

문제

$\frac{5}{6}$ 와  $\frac{8}{9}$  중 더 큰 수는 어느 것입니까?

| 답  | 근거            | 예   | 빈도수 |
|----|---------------|---|-----|
| 정답 | 수 감각 기반 (37%) | ·1이 되려면 $\frac{1}{6}$ , $\frac{1}{9}$ 이 부족하므로 $\frac{8}{9}$ 가 더 큼.<br>·분모와 분자의 크기가 1차이 날 때 분모가 클수 | 24  |
| 답  |               |   | 10  |

- 1) 수 감각 기반 전략과 규칙 기반 전략을 함께 사용한 경우는 수 감각 기반 전략으로 포함하여 통계하였다.

|        |               |   |         |
|--------|---------------|---|---------|
|        |               | 록 더 큰 수입.<br>·조각을 9등분 했을 때 8개가 6등분 했을 때 5개<br>보다 큼. | 3       |
|        | 규칙기반<br>(60%) | ·통분하여 계산<br>·소수로 고쳐서 비교                             | 59<br>1 |
|        | 기타전략<br>(3%)  | ·직관적으로<br>·그림 그려 비교                                 | 1<br>2  |
| 오<br>답 | 기타전략<br>(1%)  | ·전체를 6개로 나눴기 때문                                     | 1       |

<표IV-1> 분수의 크기를 비교하는 문제의 반응 분석

<표IV-1> 은 분모와 분자의 크기가 1 차이나는 두 분수의 크기 비교에 관한 문제이다. 많은 교사들이 분수를 통분하여 크기를 비교하는 방법으로 문제를 해결하였다.  $\frac{5}{6}$  과  $\frac{8}{9}$  은 통분하여 해결해도 간편한 분수로 볼 수 있다. 그러나 통분이 상대적으로 편하지 않은 분수가 제시될 경우, 예를 들어  $\frac{12}{13}$  과  $\frac{8}{9}$  의 크기 비교를 비교하라는 문제가 제시될 경우는 수 감각을 활용한 해결이 더 효율적일 수 있다. 두 번째로 많은 교사들이 ‘1이 되기 위해  $\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{9}$  이 각각 더 필요하므로  $\frac{1}{9}$  필요한 수가 더 큰 수’라는 방법으로 문제를 해결하였다. 또한 분모와 분자가 1만큼 차이나는 분수일 때는 분모가 클수록 더 큰 분수라는 것을 알고 있는 교사들도 많았다. 두 가지 방법 모두  $\frac{\text{분모}-1}{\text{분모}}$  형태의 분수와 1의 관계를 알고 수 감각적으로 해결한 경우로 볼 수 있다. 한편, 이 문항에 관해서는 교사들의 경우 간단한 수에 관한 알고리즘 계산이 기계적으로 빠르게 이루어지기 때문에 굳이 수 감각을 사용할 필요가 없었을 것이라는 추측도 가능하다.

2) 연산의 의미와 효과에 관한 이해

(N=101)

문제

다음 ○안에 <, =, > 중 알맞은 것을 넣으시오.

$$12456 \div 498 \quad \bigcirc \quad 12456 \div 499$$

| 답  | 근거              | 예   | 빈도수 |
|----|-----------------|---|-----|
| 정답 |                 | ·나누어지는 수가 같은 경우 나누는 수가 작을수록 몫이 크다. (나누는 수가 클수록 몫은 작아진다)   | 78  |
|    | 수감각 기반<br>(89%) | ·1246을 498명과 499명이 나누어 가진다고 생각하면 1인당 가지는 수는 498명이 가질 때가 크다.<br>·수를 단순화하여 (6÷2, 6÷3 등) 확인하면 피젯수가 같을 때 제수가 작아야 몫이 크다. | 4   |
|    |                 |   | 7   |
|    | 규칙기반            | 없음  | 0   |
|    | 무응답<br>(10%)    |   | 11  |
| 오답 | 수감각기반<br>(1%)   | ·나누어지는 수가 같을 때 나누는 수가 작을수록 몫이 작아지기 때문   | 1   |

<표IV-2> 나누어지는 수가 같은 나눗셈의 결과를 비교하는 문제의 반응 분석

<표IV-2> 는 나누어지는 수가 같은 나눗셈의 결과를 비교하는 문제인데, 문제에 ‘직접 계산하지 않고 풀 수 있다면 그 방법을 설명해달라’고 요청했기 때문에 모든 선생님들이 적절한 수 감각을 활용하여 문제를 해결하였다. 또한 한눈에 보아도 나누어지는 수가 같을 때 나누는 수가 변함에 따라 몫이 어떻게 변하는지를 묻는 문제였기 때문에 직접 계산을 한 교사는 없었다.

(N=101)

| 문제                                 |  |  |     |
|------------------------------------|--|--|-----|
| 다음 연산의 결과가 큰 수부터 차례로 번호로 나열해 주십시오. |  |  |     |
| ① $0.74+8.6$                       |  |  |     |
| ② $0.74-8.6$                       |  |  |     |
| ③ $0.74\times 8.6$                 |  |  |     |
| ④ $0.74\div 8.6$                   |  |  |     |
| 답                                  | 근거   | 예  | 빈도수 |
| 정답                                 | 수감각 기반<br>(42%)                              | ·1번은 8보다 큰 양수이므로 가장 크고 2번은 음수이므로 가장 작은 값. 3번은 8.6의 절반보다 큰 값. 4번은 1보다 작은 소수값이므로                               | 27  |
|                                    |  | ·1번은 8보다 큰 양수값이므로 가장 큼, 2번 음수값이므로 가장 작음. 3번 1보다 작은 수를 곱했으나 8.7보다 작고 4번은 분수로 하면 분모>분자(또는 나누는 수>나뉘지는 수) 이므로 <1 | 5   |
|                                    |  | ·결과가 0.74보다 크게 되는 연산은 +,×이고 +이 더 큼. -와÷는 - 결과가 음수 이므로 가장 작음.   | 5   |
|                                    |  | ·1,2,3을 수 감각 기반으로 배열하였으나 4번 나눗셈에 관한 설명 없음.   | 5   |
|                                    |  | ·직접 계산   | 22  |
| 규칙기반<br>(24%)                      | ·자연수의 사칙연산으로 생각하여 해결                         | 2  |     |
| 수 감각+<br>규칙기반 전략<br>(20%)          | ·1번과 2번을 직관적으로 가장 큰 수와 작은 수로 제외하고 3,4번만 지필계산 | 9  |     |
|                                    | ·3번만 지필계산                                    | 9  |     |
|                                    | ·4번만 지필계산                                    | 2  |     |
| 무응답 (5%)                           |  | 5  |     |
| 오답                                 | 수감각 기반<br>(7%)                               | ·곱셈이 결과가 가장 크고 그다음 덧셈, 나눗셈, 뺄셈 순서이다.   | 7   |
|                                    | 규칙기반<br>(2%)                                 | ·직접 계산 오류  | 2   |
|                                    | ·자연수의 사칙연산으로 생각하여 해결                         | 1  |     |
| 무응답                                | 없음   |  |     |

&lt;표IV-3&gt; 사칙연산의 효과에 관한 문제의 반응 분석

<표IV-3> 는 소수의 사칙연산의 효과에 관한 문제이다. 수 감각을 기반으로 하여 해결을 한 비율이 가장 높았다. 그러나 모든 연산을 직접 계산하여 해결한 경우도 상당히 많았고, 또한 한눈에 계산이 되는 덧셈과 뺄셈을 제외하고 곱셈과 나눗셈만 직접 계산하여 해결을 한 비율도 매우 높았다. 이는 교사들이 덧셈과 뺄셈 연산에 비해 상대적으로 소수의 곱셈, 나눗셈 연산에 관한 이해도가 부족한 것을 나타내는데, 곱셈의 경우 1보다 작은 0.74 에 8.6을 곱하는 것이므로 그 값이 8.6보다 작으며, 0.5보다 큰 수를 곱한 것이므로 8.6의 절반보다는 값이 크다는 것을 직관적으로 알 수 있음에도 불구하고 직접 계산을 한 비율이 꽤 높았다. 또한 잘못된 수 감각으로 오답을 낸 교사들은 모두 곱셈의 연산결과가 가장 클 것이라는 근거를 들었다. 이는 곱셈이 ‘배’의 개념이므로 자연수의 곱셈 개념을 확장하여 곱해진 수(또는 곱한 수)보다 결과가 커진다고 생각한 것이지만 1보다 작은 수를 곱한 것이기 때문에 곱해진 수(또는 곱한 수)보다 결과가 작아질 수 있다. 이는 학생들도 종종 가지는 오개념이므로 주의해야 한다. 나눗셈의 경우 피제수가 제수보다 작기 때문에 결과는 1보다 작아져야 한다. 또한 분수로 고쳐 봐도 분모가 분자보다 크기 때문에 값이 <1이라는 것을 알 수 있다.

3) 기준척도

(N=101)

| 문제  |                       |  |     |
|---|-----------------------|--|-----|
| 다음 수를 크기가 <u>작은 것부터 큰 것으로</u> 순서대로 배열하시오.                   |                       |  |     |
| 0.4828 $\frac{13}{38}$ $\frac{8}{15}$ $\frac{17}{16}$ 0.966 |                       |  |     |
| 답   | 근거                    | 예  | 빈도수 |
| 정답  | 수감각 기반<br>(50%)       | ·1과 $\frac{1}{2}$ 을 기준으로 하여 수의 크기 비교                           | 30  |
|   |                       | ·1과 $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{3}$ 을 기준으로 하여 수의 크기 비교           | 20  |
|   | 수감각+규칙기<br>반<br>(11%) | ·1과 $\frac{1}{2}$ 을 기준으로 하여 배열하고, $\frac{13}{38}$ 만 소수로 바꿔서 비교 | 4   |
|   |                       | ·1과 $\frac{1}{2}$ 을 기준으로 하여 배열하고, $\frac{8}{15}$ 만 소수로 바꿔서 비교  | 7   |

|    |                |   |    |
|----|----------------|---|----|
|    | 규칙 기반<br>(32%) | ·소수로 고쳐서 비교                                 | 32 |
|    | 무응답(6%)        |   | 6  |
| 오답 | 수감각 기반<br>(1%) | ·1과 $\frac{1}{2}$ 을 기준으로 하여 비교하였으나 큰 것부터 배열 | 2  |

<표IV-4> 분수와 소수의 크기 비교에 관한 문제의 반응 분석

<표IV-4>는 분수와 소수의 크기를 비교하여 배열하는 문제이다. 대부분의 교사들은 전체적으로 수를 훑은 후 1보다 큰  $\frac{17}{16}$ 을 가장 큰 수로 놓고 1에 조금 못 미치는 0.966을 두 번째 큰 수로 놓았다. 1과  $\frac{1}{2}$ 를 기준척도로 하여 대략적으로 숫자를 배열한 뒤  $\frac{13}{38}$ 과  $\frac{8}{15}$ 만 직접 계산을 이용하여 비교한 경우가 많았다. 그러나 살펴보면  $\frac{13}{38}$ 은  $\frac{13}{39}$ , 즉  $\frac{1}{3}$ 에 매우 가까운 수이고  $\frac{8}{15}$ 은  $\frac{8}{16}$ , 즉  $\frac{1}{2}$ 에 가까운 수이다. 결론적으로 교사들은 1을 기준척도로 사용하는 것에는 꽤 익숙하나, 상대적으로 분수값을  $\frac{1}{2}$  등의 기준 척도를 사용하여 비교하는 것에는 덜 익숙하다는 것을 알 수 있다.

(N=101)

| 문제                                  |                |  |        |
|-------------------------------------|----------------|--|--------|
| 다음 중 0.52 × 809와 가장 가까운 것은 어느 것입니까? |                |  |        |
| ① 400    ② 1600    ③ 430    ④ 1700  |                |  |        |
| 답                                   | 근거             | 예  | 빈도수    |
| 정답                                  | 수감각 기반<br>(6%) | ·0.52를 2분의 1로 어렵하고 809를 1000으로 어렵하면 답은 500에 가까운 수인데 0.52는 2분의 1보다 크고 809도 800보다 크므로 400보다 클 것임<br>·0.5보다 큰 수이고 800보다 큰 수이므로 400보다 430에 가까움 | 1<br>5 |
|                                     | 규칙 기반          | ·직접 계산   | 52     |

|        |                 |   |    |
|--------|-----------------|---|----|
|        |                 | ·52×8로 어렵다면 416인데 809 이므로 430에 가까움.       | 2  |
|        | (60%)           | ·5.2*90 으로 계산(또는 52×9)                    | 4  |
|        |                 | ·809×0.5는 404.5이므로 ×0.52는 430에 가까움.       | 3  |
|        | 기타전략            | 없음  | 0  |
| 오<br>답 | 수감각 기반<br>(34%) | ·0.52는 반, 즉 $\frac{1}{2}$ 이므로 800의 반으로 어렵 | 34 |
|        | 무응답             | 없음  |    |

<표IV-5> (소수)×(자연수)의 곱셈에서 기준척도의 사용에 관한 문제의 반응 분석

<표IV-5>는 (소수)×(자연수)의 값을 어렵할 때 기준척도  $\frac{1}{2}$ 를 효과적으로 사용하는지 알아보기 위해 제시하였다. 우선 정답과 오답에 관계없이 규칙 기반 전략을 사용하여 문제를 해결한 비율이 가장 높았다. 문제를 해결함에 있어서 적절한 기준척도를 사용하기 보다는 지필 계산을 선호하는 교사들의 성향을 알 수 있다. 수 감각 기반 전략을 사용한 교사들의 경우 0.52라는 숫자가 직관적으로 0.5를 떠올리게 하므로 809의 절반인 400을 어렵값으로 제시한 경우가 많았다. 그러나 이 문제는 좀 더 섬세한 수 감각을 요하는 문제이다. 방정숙(2005)은 이 문항에 관해 ‘학생들로 하여금 보다 정확하게 어렵할 필요를 느끼게 하려고 하였다’라고 말하며 세련된 수 감각 활용의 필요성을 시사하였다.

4) 지식의 적절한 활용 및 반성 (N=101)

| 문제   |                 |   |     |
|--|-----------------|---|-----|
| 0.4975×9428.8=4690828에서 소수점의 바른 위치는<br>다음 중 어느 것입니까? |                 |   |     |
| ① 46.90828<br>② 469.0828<br>③ 4690.828<br>④ 46908.28 |                 |   |     |
| 답  | 근거              | 예   | 빈도수 |
| 정<br>답   | 수감각 기반<br>(26%) | ·0.4975를 $\frac{1}{2}$ , 또는 0.5로 어렵하여 9000의 절반에<br>가까운 4690.828로 어렵 | 27  |

|               |   |    |
|---------------|---|----|
| 규칙기반<br>(34%) | ·계산하면 끝자리가 00(여기까지만 계산)   | 19 |
|               | ·직접 계산  | 13 |
| 무응답<br>(2%)   | ·분수의 곱셈으로 고쳐서 계산  | 1  |
|               |   | 3  |
| 수감각 기반    없음  |   |    |
| 오답<br>(36%)   | ·곱하는 두 수의 소수점 이하의 자릿수만큼 결과값에 소수점을 찍으므로 소수점 아래 5자리                                     | 20 |
|               | ·곱하는 두 수의 소수점 이하의 자릿수만큼 결과값에 소수점을 찍으나 가장 마지막 자리 두 수를 곱하면 40이므로 마지막 0을 제외하여 소수점아래 4 자리 | 6  |
|               | ·분수로 고쳐 계산하면 분모가 100000이므로 소수점 이하 다섯 자리   | 10 |
|               | ·직접 계산했으나 계산오류  |    |
| 무응답<br>(2%)   |   | 2  |

<표IV-6> (소수)×(소수)의 결과를 어렵하는 문제에 관한 반응 분석

<표IV-6>는 가장 많은 오답이 나온 문제이다. 소수의 곱셈에서 소수점을 찍는 위치에 대하여 많은 교사들이 일반적인 알고리즘을 적용하여 오답을 선택하였다. 소수점 아래 2자리인 소수와 소수점 아래 3자리인 소수를 곱하였으므로 정답은 소수점 아래 5자리 수가 될 것이라고 생각한 것이다. 이는 무조건적인 알고리즘 적용의 전형적인 오류이다. 그러나 소수의 곱셈에서 소수점을 찍을 때 단순한 알고리즘을 적용하여 소수점을 찍으면 0으로 끝나는 답이 나온 경우 소수점 위치에 오류가 생길 수 있다는 것을 알고 있는 교사들도 많았다. 이를 고려한 교사들이 소수점을 한 자리 제외하여 소수점 아래 4자리 수를 정답으로 골랐으나, 계산 결과 끝자리가 00인 수이므로 이 또한 오답이다. 계산을 하기 전 또는 계산 후 적절한 수 감각을 활용하여 반성을 하지 않아 합리적이지 않은 결과를 도출하였음을 의미한다. 수 감각이 답의 합리성을 점검할 때 유용한 전략이라는 것을 보여주는 문제이다.



(N=101)

문제

주어진 수 중 4개를 골라 모두 곱했을 때 답이 4355가 되는 수가 있으면 그 수를 골라 ○표 해 주세요.

14 10 8 15 28  
4 9 5 12 2

| 답            | 근거                                    | 예   | 빈도수 |
|--------------|---------------------------------------|---|-----|
| 정답           | 수감각 기반<br>(35%)                       | ·곱해서 끝자리가 홀수가 나오게 하는 4개의 수가 없음.                         | 4   |
|              |                                       | ·곱해서 5가 되려면 홀수만 4개를 곱해야 하는데 홀수가 3개뿐임.(반드시 짝수가 1개 포함되므로) | 31  |
|              | 규칙기반<br>(38%)                         | ·직접 계산해봤는데 찾을 수 없음.                                     | 2   |
|              |                                       | ·소인수분해하면 $5 \times 13 \times 67$ 임.                     | 20  |
|              |                                       | ·주어진 수 중 4355의 약수가 5밖에 없음.                              | 6   |
|              |                                       | · $5 \times 871$ 인데 871의 약수가 주어진 수에 없음.                 | 5   |
|              |                                       | · $5 \times 871$ 인데 871은 홀수라 짝수 제외하면 남은수가 9와 15뿐임.      | 1   |
| 기타전략<br>(4%) | ·4355를 작은 수로 쪼갰을 때 4개가 성립되지 않음.       | 1   |     |
|              | ·일의 자리 수를 4개 곱해서 5가 되게 만들 수 있는 수가 없음. | 3   |     |
| 무응답<br>(5%)  |                                       |   | 5   |
| 오답           | 수감각 기반                                | 없음  |     |
|              | 규칙기반<br>(19%)                         | ·소인수분해하면 5, 871인데 871이 소수여서                             | 10  |
|              |                                       | ·나누어 떨어지는 수가 없음.  | 2   |

|     |   |   |
|-----|---|---|
|     | ·곱해서 일의 자리가 5가 되려면 일의 자리가 5인 수여야 하는데 5랑 15밖에 없어서                  | 2 |
|     | ·끝자리가 5가 되려면 반드시 15,5가 들어가야 하는데 15×5는 75이고 4355는 75로 나누어 떨어지지 않음. | 1 |
|     | ·4355=5×3×17×17   | 1 |
|     | ·보기에 나누어 떨어지는 수가 5랑 15밖에 없음.                                      | 3 |
| 무응답 | 없음  |   |

<표IV-7> 적절한 수를 선택하여 특정 수를 만드는 문제의 반응 분석

<표IV-7>는 주어진 수 중 적절한 수를 4개 골라 특정한 수를 만드는 문제이다. 모든 교사들이 주어진 수의 조합으로는 4355를 만들 수 없다고 답했다. 하여 이 문제는 왜 그 수를 만들 수 없는지에 대한 근거를 기준으로 정답과 오답을 분류하였다. 많은 교사들이 이 문제를 해결하는데 오랜 시간을 사용하였다. 수를 살펴봤을 때 홀수이므로, 곱해서 홀수가 나오려면 짝수가 하나라도 들어가서는 안 된다. 수를 4개 곱하라고 했으므로 4개의 수가 모두 홀수여야 홀수를 만들 수 있는데 주어진 수에는 홀수가 3개뿐이므로 어떠한 직접 계산을 하지 않아도 답이 없다는 것을 알 수 있다. 그러나 많은 교사들이 소인수분해를 사용하여 4355의 약수를 찾았다. 게다가 5\*871까지는 분해하였으나 871의 약수를 찾지 못하고 871이 소수이므로 더 이상 분해가 불가능하다고 기술한 교사가 많았다. 871은 소수가 아니므로 이런 답변은 오답으로 분류하였다. 또한 ‘곱해서 일의 자리가 5가 되려면 일의 자리가 5인 수여야 하는데 5랑 15밖에 없어서’라는 답변에 관해서, 곱해서 일의 자리가 5가 되려면 일의 자리가 5인 수와 다른 홀수의 조합으로 일의 자리가 5인 수를 만들 수 있으므로 오답으로 분류하였다.

### 3. 현직 초등교사들의 학생 지도 방법 분석

교사들이 학생들을 지도하는 다양한 방법을 조사하기 위해 교과서를 기반으로 문제를 발췌하여 설문하였다. 모든 문제는 ‘가능한 한 다양한 방법으로 기술해 주시기를’ 요청하였으며 이에 복수 응답을 모두 통계에 포함하였다.

가. 지식의 적절한 활용과 반성에 관한 문항(다양한 방법으로 사칙연산하기)

1)문항

|   |                 |
|---|-----------------|
| 1 | $38+69+49+56=$  |
| 2 | $25 \times 24=$ |
| 3 | $85 \div 5$     |

2)분석내용

| 문제 |
|----|
|----|

다음 문제를 학생들에게 지도하신다면, 어떻게 지도하실지 가능하면 다양한 방법을 적어 주십시오.

①  $38+69+49+56=$

| 근거                  | 예   | 빈도수                   |
|---------------------|---|-----------------------|
|                     | · $32+70+50+60$ 또는 $40+70+50+52$ 등으로 바꿔 계산 (3개 수 몇십으로 바꾸기)  | 8                     |
| 수 감각<br>기반<br>(52%) | · $(40-2)+(70-1)+(50-1)+(50+6)=40+70+100+2$<br>· $30+70+50+50+8-1-1+6$ 등으로 100 만들어 계산하기<br>· $(40-2)+(70-1)+(50-1)+(60-4)$<br>· $30+60+40+50+8+9+9+6$ | 3<br>4<br>35<br>36    |
| 규칙<br>기반<br>(48%)   | · $(35+69)+(49+56)$ 으로 둘 씩 더하기<br>·순서대로 더하기<br>·세로셈   | 28<br><b>38</b><br>12 |

<표 V-1> 다양한 방법으로 사칙연산하는 문제의 반응(덧셈)

덧셈을 지도하는 다양한 방법을 알아보기 위해 주어진 문제이다. 대다수의 교사들은 일반적인 순서대로 셈하기, 둘 씩 먼저 더하여 합하기의 방법을 가장 많이 기술하였다. 이러한 방법은 일반적인 알고리즘 계산 방법으로, 수 감각이 발휘된 방법이라고 보기에는 무리가 있다고 판단하여 규칙 기반으로 분류하였다. 한편, 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 수를 적절하게 분해하고 조합하는 방법으로 덧셈을 한 경우 수 감각을 사용했다고 보았다. 자연수의 덧셈에 대한 교환법칙과 결합법칙은 계산을 능숙하게 하도록 한다. 특히 큰 수의 암산에서 덧셈에 대한 교환법칙과 결합법칙을 이해하는 능력은 매우 중요하다. (덧셈과 뺄셈의 필수 이해, 장혜원 외 3인, 교우사) 학생들에게 전략적으로 수를 가르고 모아 계산하는 방법을 지도하여 효율적으로 문제를 해결하도록 하는 것이 필요하다.

| 문제   |  |     |
|--|--|-----|
| 다음 문제를 학생들에게 지도하신다면, 어떻게 지도하실지 가능하면 다양한 방법을 적어 주십시오.<br>② $25 \times 24 =$ |  |     |
| 근거   | 예  | 빈도수 |
| 수감각 기반<br>(54%)  | $\cdot (25 \times 20) + (25 \times 4)$   | 44  |
|  | $\cdot 5 \times 5 \times 4 \times 6 = 5 \times 4 \times 5 \times 6 = 20 \times 30$ | 6   |
|  | $\cdot 25 \times 4 \times 6$   | 12  |
|  | $\cdot 25 \times 25 - 25$  | 10  |
| 규칙기반<br>(40%)  | $\cdot$ 세로셈 계산   | 44  |
|  | $\cdot$ 동수누가   | 8   |
| 기타전략<br>(6%)   | $\cdot$ 넓이모델   | 9   |

<표 V-2> 다양한 방법으로 사칙연산하는 문제의 반응(곱셈)

주어진 수에 어울리는 효율적인 방법을 사용한 경우 수 감각이 발휘된 것으로 분류하였다. 일반적인 세로셈 지도가 가장 많은 비율을 차지하였고, 24를 20과 4로 분해하여 곱하는 방법이 그 뒤를 이었다.

| 문제   |   |           |
|--|---|-----------|
| 다음 문제를 학생들에게 지도하신다면, 어떻게 지도하실지 가능하면 다양한 방법을 적어 주십시오. |   |           |
| ③ $85 \div 5$  |   |           |
| 근거   | 예                                       | 빈도수       |
| 수 감각<br>기반<br>(19%)                                  | $\cdot (50+35) \div 5 = 10+7$           | 8         |
|  | $\cdot (80 \div 5) + (5 \div 5) = 16+1$ | 11        |
|  | $\cdot (17 \times 5) \div 5$            | 2         |
|  | $\cdot (100 \div 5) - (15 \div 5)$      | 1         |
| 규칙기반<br>(63%)  | $\cdot$ 세로셈                             | <b>62</b> |
|  | $\cdot$ 동수누감                            | 12        |
| 기타전략<br>(18%)  | $\cdot$ 5씩 묶어보는(덜어보는) 조작활동              | 18        |
|  | $\cdot$ 분수로 계산                          | 2         |
|  | $\cdot 5 \times \square = 85$           | 1         |

<표 V-3> 다양한 방법으로 사칙연산하는 문제의 반응(나눗셈)

나눗셈의 경우 세로셈 계산이 압도적인 비율을 차지하였고, 다양한 해결방법이 덧셈과 곱셈에 비해 많이 제시되지 않았다. 이는 많은 교사들이 나눗셈을 지도할 때 알고리즘 계산을 위주로 지도하고 있음을 의미한다. 문제에 제시된 나눗셈의 숫자가 그리 복잡하지 않으므로 알고리즘 계산으로 간단하게 해결할 수 있기는 하나, 학생들에게 다양한 풀이 방법을 지도해줌으로써 나눗셈 해결에 관한 사고를 확장시키고 다양한 나눗셈 풀이 방법을 지도할 필요가 있다. 왜냐하면 나눗셈은 어려워 잠정 몫을 적어보는 활동이 기본이므로, 숫자가 커질수록 학생들이 나눗셈에 대해 느끼는 부담이 커지기 때문이다. 잠정 몫을 곧바로 떠올리기 어려울 때 학생들이 다양한 나눗셈 전략이나 방법을 경험했다면 계산하기 쉬운 다른 방법으로 문제를 해결하는데 도움이 될 것이다.

나. 기준척도의 사용에 관한 문항(자연수×분수의 값 어렵하기)

| 문제  |  |     |
|---|--|-----|
| <p>A서점에서 수학교과서 400권을 주문한 후, 주문한 수학교과서의 <math>\frac{3}{8}</math>을 팔았습니다.<br/>                     A서점에서는 수학교과서를 몇 권 팔았을까요?<br/>                     ① 200권보다 많이 팔았다.<br/>                     ② 200권보다 적게 팔았다.</p> |  |     |
| 근거  | 예  | 빈도수 |
| 수감각 기반<br>(40%)   | $\frac{3}{8}$ 이 $\frac{1}{2}$ 보다 작으므로 400의 절반인 200보다 적게 팔았음. | 59  |
| 규칙기반<br>(55%)   | ·직접계산 $400 \times \frac{3}{8}$                               | 55  |
|   | · $400 \times \frac{1}{8} \times 3$                          | 26  |
| 기타전략<br>(5%)  | ·그림을 그려서 해결  | 5   |
|   | ·수직선으로 해결  | 2   |

<표 V-4> (자연수)×(분수)에서 기준척도 사용에 관한 문제 반응

기준척도를 사용하여 효율적으로 문제를 해결할 수 있는지 묻는 문제이다. 정확한 교과서의 양을 구할 필요가 없으므로  $\frac{1}{2}$ 을 기준척도로 하여 간단하게 답을 낼 수 있다. 직접  $400 \times \frac{3}{8}$ 으로 계산, 또는  $400 \times \frac{1}{8} \times 3$  하여 지도하겠다는 응답이 55%로 더 높은 비율을 차지하였다. 학생들 또한 규칙기반 전략을 사용하여 문제를 해결할 가능성이 높으므로, 기준 척도를 사용하여 문제를 쉽게 해결하는 방법에 대해 지도할 필요가 있다.

다. 지식의 적절한 활용과 반성(소수÷자연수)

| 문제   |   |     |
|--|---|-----|
| 어림셈을 이용하여 올바른 식을 찾아 ○표 하세요.  |   |     |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: flex; justify-content: space-around;"> <span>①<math>4264 \div 4 = 106.6</math></span> <span>②<math>426.4 \div 4 = 10.66</math></span> <span>③<math>42.64 \div 4 = 10.66</math></span> </div> |   |     |
| 근거   | 예   | 빈도수 |
| 수 감각<br>기반<br>(53%)  | ·4000÷4, 400÷4, 40÷4로 어렵하여 계산   | 60  |
|  | ·모두 직접 계산   | 14  |
|  | ·거꾸로 곱셈하여 확인  | 5   |
| 규칙기반<br>(47%)  | ·4264는 4로 나누어 떨어지므로 제수, 피제수에 있는 소수<br>자릿수와 정답의 자릿수로 비교                              | 12  |
|  | ·피제수, 제수의 소수점 이하 자리수와 정답의 자릿수 비<br>교  | 9   |
|  | ·4264÷4를 이용하여 $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ 배이므로 몫도 $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ 배 | 13  |

<표 V-5> (소수)÷(자연수)에서 지식의 적절한 활용 및 반성에 관한 문제 반응

이 문제는 수 감각 요소 중 ‘지식의 적절한 활용 및 반성’이 되고 있는지 확인하고자 하는 문제이다. ‘어림셈을 활용하여’ 올바른 식을 찾으라고 하였기 때문에 대부분의 교사들이 계산하기 쉬운 수로 바꾸어 생각하는 방법을 사용하였다. 4000을 4로 나누면 몫이 1000이기 때문에 1번 식이 오답이라는 것을 금방 알 수 있다. 그러나 어림을 활용하라고 제시했음에도 불구하고  $4264 \div 4 = 1066$ 임을 이용하여 피제수가  $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ 로 줄어들기 때문에 몫도  $\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$ 로 줄어드는 것을 이용한 답변, 피제수와 제수의 소수점 이하 자리수를 세어 몫의 소수점 자리수와 비교하는 알고리즘적인 방법이 20%를 차지하였다. 피제수, 제수의 소수점 이하 자리수와 정답의 자릿수 비교한다는 답변도 우선적으로  $4264 \div 4 = 1066$ 를 지필계산으로 수행 후 규칙을 발견하는 방법이므로 규칙 기반으로 분류하였다.

라. 연산의 의미와 효과(소수÷자연수)

문제

어림을 사용하여 다음 문제를 지도하려고 합니다. 지도할 수 있는 방법을 가능하면 다양하게 적어 주십시오.

황토 1.32kg을 두 모듬에 똑같이 나누어 주려고 합니다. 한 모듬에 줄 수 있는 황토는 몇 kg입니까?

| 근거                  | 예   | 빈도수 |
|---------------------|---|-----|
| 수 감각<br>기반<br>(33%) | · $1 < 1.32 < 1.5$ 이므로 $0.5 < \square < 0.75$ 사이의 황토              | 3   |
|                     | · $1 < 1.32 < 2$ 이므로 $0.5 < \square < 1$ 사이의 황토                   | 5   |
|                     | · $1.3 \div 2$ 를 어렵하여 약 0.6씩 나뉘춤( $1.4 \div 2$ 를 어렵하여 약 0.7씩 나뉘춤) | 17  |
|                     | · $1 \div 2$ 로 어렵   | 21  |
| 규칙 기반<br>(64%)      | · $(1+0.32) \div 2 = (1 \div 2) + (0.32 \div 2)$                  | 24  |
|                     | ·직접 계산  | 24  |
|                     | ·분수로 고쳐서 계산   | 13  |
| 기타전략<br>(1.5%)      | · $1320 \div 2$ 또는 $132 \div 2$ 로 바꾸어서 계산한 뒤 소수점 찍기               | 29  |
|                     | ·수직선 그리기(그림그리기)   | 2   |
| (1.5%)              | ·어림 방법 모르겠음   | 2   |

<표 V-6> (소수) $\div$ (자연수)에서 연산의 의미 어렵하기에 관한 문제 반응

이 문제는 6학년 3단원 소수의 나눗셈 중 소수 $\div$ 자연수 차시에서 발췌하였다. 이 문제를 ‘연산의 의미와 효과’에 관한 문항으로 넣은 이유는, 지도서에서 어렵의 방법으로 나눗셈에서 제수가 피제수보다 클 경우 값이 0보다 작아진다는 내용을 제시하고 있기 때문이다. 그러나  $1.32 \div 2$ 를 어렵하라는 문제에서 제수와 피제수의 크기를 비교한 교사는 아무도 없었다. 아마도 교사들은 제수와 피제수의 크기를 비교하는 과정을 거치지 않아도 직관적으로 값이 0보다 작아짐을 알고 있었을 것이다. 교사들은 대부분 피제수를 어렵하기 편리한 수, 즉 1이나 1.2, 1.3 1.4등의 수로 바꾼 뒤 계산하는 방법을 사용하였다. 그러나 어렵의 지도방법을 기술해달라는 문제에도 불구하고 많은 교사들이 직접 계산하는 방법을 기술하였다.



## V. 결론 및 제언

첫째, 교과서에 제시되어 있는 수 감각을 길러주기 위한 문항들은 그 형식과 내용이 비슷한 것들로 한정되어 있었다. 교과서에서 제시하는 수 감각 활동은 대부분이 ‘어림’으로, 연산에 앞서 답을 어렵해 보는 활동이 주를 이루고 있다. 따라서 학생들은 주어진 수를 계산하기 편한 수로 바꾸어 대략적으로 셈하는 방법에는 익숙할지 모르나, 수 감각을 활용하여 분수의 크기를 비교하거나 적절한 기준 척도를 사용하여 합리적으로 생각하는 것에는 상대적으로 익숙하지 않다. 게다가 교과서에서 어림 활동은 정확한 연산의 전 단계로 제시되는 경우가 대부분이라 학생들이 답의 합리성을 검토하는데 어림값을 적절하게 사용하고 있지 못하다. 방정숙(2005)은 수 감각 개발과 관련하여 다음과 같이 말하고 있다.

수 감각은 학교에서 배운 계산 기능에 많이 의존하기 마련이다. 이를 고려한다면, 학생들의 수 감각 개발과 관련하여 특정한 형태의 문제나 교과서의 특정 단원 또는 차시에서만 가르치기 보다는 수와 연산 영역의 다양한 계산 상황과 관련하여 학생들이 수 감각을 활용하도록 명시적으로 권장할 필요가 있다.(p.441)

이는 수 감각 개발을 위한 교과서의 역할을 강조하고 있는 것으로, 교과서에서 수 감각의 사용을 권장할 만한 다양한 문항을 제시할 필요가 있다. 또한 ‘수의 의미와 크기에 관한 이해’, ‘연산의 의미와 효과에 관한 이해’에 비해 ‘기준 척도’와 ‘지식의 적절한 활용’요소의 내용이 크게 떨어지므로 이를 보강할 필요성도 있다.

둘째, 전체 수 감각 검사지의 정답 문항 중 수 감각을 이용한 비율은 53%로, 절반 정도 수준으로 나타났다. 수 감각 요소별로 살펴보면 ‘수의 의미와 크기에 관한 이해’ 문항에서 37%, ‘연산의 의미와 효과에 관한 이해’ 문항에서 68%, ‘기준 척도’ 문항에서 40%, ‘지식의 적절한 활용과 반성’에서 43%이다. ‘연산의 의미와 효과에 관한 이해’에서 수 감각의 사용이 명백한 문항을 포함하고 있었기 때문에, 전반적으로는 문제 해결 시 수 감각의 사용보다는 규칙 기반 전략의 사용 비율이 더 높다고 볼 수 있다. 교사들이 문제를 해결할 때 우선적으로 사용하는 전략에 대해 기술하였기 때문에 규칙 기반 전략을 사용하였다고 해서 수 감각이 부족하다고 단정하기는 어렵지만, 문제를 접했을 때 우선적으로 수 감각이 발휘되지 않

있다는 것을 의미하므로 교사가 적절한 수 감각을 가지고 있다 하더라도 그 활용도가 높지 않음을 시사할 수 있다. 특히 '수의 의미와 크기에 관한 이해' 문항에서 수 감각 전략 활용 비율이 가장 낮았다. 대부분의 교사들이 분모를 통분한 후 분자의 크기를 비교하는 방법으로 문제를 해결하였는데 이는 교사들이 문제를 접하고 가장 먼저 떠올리는 해결 방법이 지필알고리즘이라는 것을 뜻함과 동시에, 전통적으로 지필알고리즘의 사용에 중점을 둔 교수가 이루어졌음을 미루어 짐작할 수 있다. 이는 분수의 크기를 비교할 때 학생들이 수 감각에 의한 것보다는 통분이나 곱셈으로 해결하는 등 알고리즘에 의한 해결방법을 보여주고 있었다는 선행연구의 결과(선춘화, 전평국, 2005, p.592)와도 일맥상통한다. 교사의 평소 문제 해결 전략이 지필알고리즘 위주라면 이는 학생들의 문제 해결 전략으로도 이어지므로, 교사들도 다양한 방법으로 문제를 해결하는 경험을 할 필요가 있다.

셋째, 학생 지도 방법 설문 결과 교사들의 학생 지도 방법은 규칙 기반 전략의 비율이 전체 답변의 53%로, 수 감각 기반 전략의 비율(42%)보다 높았다.

자연수의 사칙연산에 관한 문항에서 덧셈, 곱셈에 관해 수 감각을 활용한 다양한 지도 방법을 제시하였으나 나눗셈 연산에 관해서는 수 감각 기반의 비율이 19%에 지나지 않았다. 반면 규칙 기반 전략은 63%로 압도적으로 큰 비율을 차지하였다. 나눗셈은 사칙연산 중 학생들이 가장 어려움을 느끼는 부분이며 다른 연산에 비해 복잡적이고 높은 차원의 사고를 요한다. 그러나 설문 결과 교사들 또한 나눗셈을 다양하게 해결하는 방법을 알고 있지 못하다. 교과서의 나눗셈 단원 또한 대부분의 차시에서 계산 전 어렵하기 활동만을 반복적으로 제시할 뿐이다. 지도서에 따르면 나눗셈에서 학생들이 알고리즘 계산에 익숙해지도록 초점을 맞춰야 한다고 언급하고 있다. 나눗셈을 처음 시작하는 학생들에게 알고리즘의 익숙한 사용은 매우 중요하다. 그러나 이 알고리즘 사용이 익숙해진 뒤에는, 다양한 방법으로 나눗셈을 충분히 연습하고 경험할 기회를 제공하는 것이 필요하다.

기준척도의 사용에 관한 문항에서는  $\frac{1}{2}$ 을 기준 척도로 사용하여 문제를 해결하도록 지도하겠다고 응답한 경우가 40%로, 규칙 기반 지도방법을 기술한 경우(55%)에 미치지 못하였다. 그러나 이 문제의 경우 정확한 값을 요하는 것이 아니기 때문에 수 감각을 사용하는 것이 효율적임에도 불구하고 많은 교사들이 지필계산으로 지도하겠다고 답변을 적었다. 학생들이 유연한 사고를 할 수 있도록 다

양한 방법의 지도가 필요하다.

마지막으로, 이 연구는 소규모 집단을 대상으로 한 연구로써 교사들의 수 감각 능력이나 활용도를 정밀하게 측정하기 위해서는 다양한 문제 상황에서의 수 감각 활용 여부, 기본 연산 능력과 수 감각 활용 능력 조사를 각각 실시하여 비교하는 등의 연구가 필요하다. 본 연구는 사례 조사의 성격이 강하므로 일반화를 위해서는 좀 더 많은 표집이 필요하며, 교사의 수 감각에 관한 인식이나 학교 현장에서의 지도 실태 연구도 필요하다.

## 참 고 문 헌

- 김지연, 현은정, 김성경 (2015). 초등학생과 중학생의 수감각 문제해결 방법에 대한 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 E. <수학교육 논문집>, 제29집, 제 1호, 1-18.
- 방정숙 (2005). 초등학교 학생들의 계산 능력과 수감각 연구. 한국학교수학회논문집 제 8권, 제 4호, 423-444.
- 서주영, 김자경, 강혜진 (2015). 예비 초등특수교사의 수감각에 대한 연구. 특수 아동교육연구, 제17권 4호, 273-295.
- 선춘화, 전평국 (2005) 초등학교 6학년 학생의 수감각 실태 조사. 한국수학교육 학술지 시리즈 A <수학교육>, 제 44권, 제4호, 587-602.
- 성승현, 정찬식, 노은환 (2008) 수감각 증진 프로그램의 개발 및 적용에 대한 효과 분석. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, 제 47권, 제 1호, 61-74
- 최지선, 박교식 (2009) 우리나라 초등학교 1-2학년 수학에서의 수감각 지도 내용 분석. 대한수학교육학회지 수학교육학연구 제 19권 제 4호.
- Sengül, S. (2013). Identification of Number Sense Strategies used by Pre-service Elementary Teachers. Educational Sciences: Theory & Practice, 13(3), 1965-1974
- Tsao, Y.L. (2004). Exploring The Connections Among Number Sense, Mental Computation Performance, And The Written Computation Performance Of Elementary Preservice School Teachers. Journal of College Teaching & Learning.
- Tsao, Y.L., Lin Y.C. (2011) The study of number sense and teaching practice. Journal of Case Studies in Education.
- Yang, D.C. (2004). A study of Teaching and Learning Number Sense for Sixth Grade Students in Taiwan. International Journal of Science and Mathematics Education
- 교육부. (2017), 교사용 지도서(수학) 1학년 1학기, 1학년 2학기, 2학년 1학

기, 2학년 2학기, 3학년 1학기, 3학년 2학기, 4학년 1학기, 4학년 2학기,  
5학년 1학기, 6학년 1학기

## A B S T R A C T \*

### Number sense performance and teaching practice of Elementary school teachers

Kim, Yu na

Major in Elementary Mathematics Education  
Graduate School of Education  
Jeju National University

Supervised by Professor Kim, Hae Gyu

The purpose of this study was to investigate the use of the number sense strategies by 101 elementary school teachers working in Jeju Island. Using the developed questionnaires, the number sense strategies of elementary school teachers were investigated and the results were analyzed. Also, the contents in order to develop student's number sense of the textbooks are analyzed and examined how teachers were teaching the contents by selecting or reconstructing a few items. The results are as follows.

First, the questions to develop student's number sense presented in the textbooks were limited to those with similar form and contents.

Second, 53% of teachers used number sense strategies to solve problems among the correct answer items.

Third, about how teachers teach their students, rule - based strategies were 53% of the total answers and 42% of the strategy were Number Sense based

strategies.

keyword: Number sense, Number sense components, rule based strategies,  
number sense based strategies