석 사 학 위 논 문

초등학교 6학년 학생들의 수학적 모델링 과정 및 효과 분석 - 규칙성 영역을 중심으로

Analysis of Process and Effects of Mathematical Modeling of Sixth Graders - Focused on the Patterns Area

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 경 훈

2023년 2월

초등학교 6학년 학생들의 수학적 모델링 과정 및 효과 분석 - 규칙성 영역을 중심으로

Analysis of Process and Effects of Mathematical Modeling of Sixth Graders - Focused on the Patterns Area

지도교수 김 해 규

이 논문을 교육학 석사학위 논문으로 제출함

제주대학교 교육대학원

초등수학교육전공

김 경 훈

2022년 11월

김 경 훈의

교육학 석사학위 논문을 인준함

심사위원장 최 근 배 인

심사위원 이 호 수 인

심사위원 김 해 규 인

제주대학교 교육대학원

2022년 12월

목 차

표 목 차

그 림 목 차

국 문 초 록

초등학교 6학년 학생들의 수학적 모델링 과정 및 효과 분석 - 규칙성 영역을 중심으로

김 경 훈

제주대학교 교육대학원 초등수학교육전공

지도교수 김 해 규

본 연구에서는 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업에서 초등학교 6학년 학생들이 규칙성 영역과 관련된 문제를 수학적 모델을 구성하여 해결하는 과정을 살펴보고 이러한 활동이 학생들의 수학적 문제해결력과 수학적 태도에 어떤 영향을 미치는지 그 효과성을 알아보는 데 의의가 있다.

이를 위해 본 연구에서는 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

첫째, 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업에서 학생들의 수학적 모델 구성 과정은 어떠한가?

둘째, 수학적 모델링 활동이 초등학교 6학년 학생들의 수학적 문제해결력에 어떤 영향을 미치는가?

셋째, 수학적 모델링 활동이 초등학교 6학년 학생들의 수학적 태도에 어떤 영향을 미치는가?

이러한 연구 문제를 해결하기 위해 초등학교 6학년 학생들을 대상으로 하여 수

학적 모델링 과제를 재구성 및 개발하고 제주시 소재 S초등학교 1개 학급 26명의 학생들을 실험집단으로 설정하여 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업을 실시하였다. 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업은 6학년 1, 2학기 각각 4단원의 내용을 중심으로 4가지 주제, 총 8차시에 걸쳐 진행되었다.

학생들의 수학적 모델 구성 과정을 알아보기 위해 수학적 모델링 활동 과정 중 관찰한 학생들의 모습과 활동지, 수업 녹음 자료 등을 분석하여 각 단계에서 나타나는 문제해결 과정의 특징과 모델의 형태를 살펴보았다. 수학적 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 영향을 알아보기 위해 실험집단에 사전 및 사후 수학적 문제해결력 검사, 사전 및 사후 수학적 태도 검사를 실시하고 검사 결과를 t-검정으로 양적 분석하였다.

본 연구를 바탕으로 도출한 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학적 모델링 활동을 통해 학생 주도의 탐구 및 실용적 수학 학습이 이루어졌다. 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업에서 학생들은 문제를 해결하기 위한 방법을 수학적 지식을 활용하여 글, 그림, 표, 식 등으로 표현하고 모둠원과 의사소통하며 정교화시켜 문제를 해결하였다. 또한 문제 상황을 해결하기 위해 끊임없이 탐구하는 과정을 거치며 '학습 문제를 풀기 위한' 수학이 아니라 '실생활 문제를 해결하기 위한' 수학 학습에 대한 인식이 향상되었다.

둘째, 수학적 모델링 활동을 통해 수학적 문제해결력을 향상시킬 수 있다. 실험집단의 사전·사후 수학적 문제해결력 검사 결과에서 수학적 문제해결력 평균이 높아졌으며, 통계적으로도 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다.

셋째, 수학적 모델링 과정을 통해 긍정적인 수학적 태도를 형성시킬 수 있다. 실험집단의 사전·사후 수학적 태도 검사 결과에서 수학적 태도 평균이 높아졌으며, 통계적으로도 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 수학적 태도의 하위요인을 6가지로 나누어 분석한 결과 수학 흥미, 수학 학습 태도, 가치, 학습의지 요인은 평균 점수가 향상되었고 통계적으로도 유의미한 차이를 보였으나 학습동기와 효능감 요인의 평균 점수는 향상되었지만 통계적으로 유의미한 차이가 나타나지는 않은 것으로 드러났다.

본 연구 결과를 바탕으로 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째, 수학적 모델링 활동에서 학생들의 효과적인 수학적 모델 구성을 지원하

기 위한 효과적인 교사의 역할과 지원 전략에 대한 연구가 필요하다.

둘째, 수학적 문제해결력의 향상과 긍정적인 수학적 태도의 형성을 위한 교수·학습 방법으로써 수학적 모델링 활동의 효과를 일반화하기 위해 다른 학년 대상 및 수학과 다른 영역을 내용으로 한 후속 연구가 필요하다.

셋째, 학생들의 개인차를 고려한 다양한 수준의 과제 및 자료 개발이 필요하다.

주요어 : 수학적 모델, 수학적 모델링, 수학적 문제해결력, 수학적 태도

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

현대 사회는 과학 기술의 발달에 따라 매우 급격하게 변화하면서 정보 및 지식 기반 사회로 나아가고 있으며 그에 따라 인간에게 요구되는 능력도 변화하고 있다. 현대 사회의 복잡성을 이해하고 무수히 많은 낯선 정보들을 탐색하여 걸러낼 수 있어야 하며 인공지능, 딥 러닝 등과 같은 기술 활용 능력과 개인의 의견을 제시하고 타인과 소통하는 능력까지 갖추어야 한다.

이에 2015 개정 교육과정에서는 미래 사회에 사회 공동체 집단 안에서 역할을 성공적으로 수행하는 인재에게 필요한 기본적인 능력을 함양시키기 위해 학교 교육을 통해 중점적으로 기르려고 하는 핵심역량을 제시하고 있다(교육부, 2015b). 더불어 2015 개정 수학과 교육과정에서는 수학 교과의 관점에서 이를 특화하여 문제 해결, 추론, 의사소통, 창의·융합, 정보 처리, 태도 및 실천의 여섯 가지 수학 교과 역량을 길러야 한다고 제시하고 있다(교육부, 2015a).

생활 주변 현상에 대한 수학적 이해 및 문제의 합리적이고 창의적인 해결이라는 수학 교과의 목표 달성을 위해 수학적 모델링을 활용할 수 있다(염재명, 2021). 다시 말해 수학적 모델링을 통해 문제 해결 역량을 기를 수 있다. 수학적 모델링은 실생활에서 나타날 수 있는 복잡한 문제를 수학적 기호, 식, 그래프, 표, 그림 등을 활용한 수학적 모델을 고안하고 이를 적용하여 문제를 탐구하고 해결하는 일련의 과정을 말한다(백석윤, 2016).

수학적 모델링을 활용한 수학 수업에서 학생들은 실생활 문제에 흥미를 갖고 활동에 주체적으로 참여할 수 있으며 수학과 실생활을 연결하여 사고하는 경험을 통해 수학의 실용적 가치를 체험할 수 있다. 따라서 수학 학습의 필요성을 인식하고 수학 교과에 대한 긍정적인 태도를 형성할 수 있다. 수학과 내용 중 생활 주변이나 여러 현상을 탐구하고 두 양 사이의 관계나 규칙을 찾아 복잡한 문제를 해결하는 데 유용한 규칙성 영역에서 수학적 모델링 활동이 효과적으로 이루어질 수 있다.

1990년대부터 국내에서 수학적 모델링에 대한 연구가 중등을 중심으로 본격적으로 시작됐으며 최근에는 초등으로 대상이 확장되었고 수학적 모델링의 사례 연구가 활발히 이루어지고 있다. 이지영(2013)은 초등학생의 수학적 모델링 적용과정에서 나타나는 정당화와 의사소통 사례를 연구하였고, 배수민(2016)은 초등학교 6학년의 수학적 모델링 과정에서 나타나는 수학적 사고를 분석하였다. 위와 같은 연구처럼 수학적 모델링 과정에 대한 연구와 더불어 수학적 모델링의 긍정적인 효과를 검증하는 연구가 필요하

다.

따라서 본 연구에서는 초등학교 6학년 대상 및 규칙성 영역 내용으로 4개의 과제를 재구성 및 개발하여 수학적 모델링 활동을 적용하였다. 수학적 모델링 활동에서 학생들의 수학적 모델 구성 과정을 관찰하고 학생들의 수학적 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 영향을 분석하였다. 이를 통해 수학적 모델링이 각 단계에 따라 적절히 이루어지는지 살펴보고 학교 현장에서 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업에 대한 시사점을 제공하며, 학생들의 수학적 문제해결력 및 수학적 태도 검증을 통해 수학적 모델링의 효과성을 확인할 수 있을 것으로 기대한다.

2. 연구 문제

본 연구에서는 초등학교 6학년 학생들을 대상으로 규칙성 영역 학습 내용을 수학적 모델링 활동으로 지도하였을 때 학생들의 수학적 모델 구성 과정과 학생들에게 나타나는 변화를 알아보기 위해 다음과 같이 연구 문제를 설정하였다.

가. 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업에서 학생들의 수학적 모델 구성 과정은 어떠한가?

나. 수학적 모델링 활동이 초등학교 6학년 학생들의 수학적 문제해결력에 어떤 영향을 미치는가?

다. 수학적 모델링 활동이 초등학교 6학년 학생들의 수학적 태도에 어떤 영향을 미치는가?

3. 연구의 제한점

본 연구는 다음과 같은 제한점을 가지고 있다.

가. 본 연구는 제주특별자치도 제주시 소재 S초등학교 6학년 1개 학급을 대상으로 실시하였으므로 사회적, 문화적, 경제적 환경이 다른 지역의 학생에게 일반화하기에는 한계가 있다.

나. 본 연구는 6학년 1학기 4단원 비와 비율과 6학년 2학기 4단원 비례식과 비례배분의 2개 단원을 중심으로 한 규칙성 영역을 내용 범위로 선정하여 이루어졌으므로 다른 학년 및 수학의 전 영역으로 일반화하기에는 어려움이 있다.

다. 본 연구는 수학적 모델링 활동 이외의 수학 문제 풀이 경험, 사교육 경험, 선행학

습 정도 등 개인적 특성이 종속 변수에 영향을 미칠 수 있다.

라. 본 연구에서는 수학적 문제해결력을 수학적인 문제 상황에서 문제를 정확하게 파악하여 수학적 지식과 논리를 활용해 다각도에서 문제를 해결해나가는 능력으로 정의하고, 이를 측정하기 위해 수학 교과서와 교사용 지도서, 전자저작물에 제시된 문항을 재구성하여 검사 도구를 개발하였다. 그리고 수학적 태도를 수학 학습에서 지속적이고 빈번하게 나타나는 정의적 특성으로 정의하고, 이환철 외(2017)가 개발한 수학 학습 정의적 영역 검사지를 사용하였다. 따라서 수학적 문제해결력과 수학적 태도의 정의를 다르게 하고 다른 검사 도구를 적용할 경우 연구 결과가 달라질 수 있다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 수학적 모델링

가. 수학적 모델

모델은 일반적으로 본보기가 되는 대상으로 작품을 제작할 때 완성작을 대표해서 미리 만들어보는 물건 혹은 보기 작품으로 사용된다. 모델은 구성 요소들이 어떤 관계를 맺고 상호작용이 이루어지는지를 표현하는 연산과 더불어 그 관계 및 연산에 적용된 패턴 혹은 규칙으로 구성된 체계이다(Lesh & Doerr, 2000).

모델에는 실제 대상을 축소하거나 확대하여 대상의 특성 파악을 도와주는 조형물을 의미하는 구체적인 모델과 문자, 기호, 식, 도표, 그래프 등과 같은 추상적인 방법으로 대상의 특성을 표현하는 추상적인 모델이 있다(권인경, 2018). 우리 생활 속에서 장난감, 모델하우스 등이 구체적인 모델, 뉴턴의 운동 법칙, 보일과 샤를의 법칙 등이 추상적인 모델의 예이다. 우리는 일상생활 속에서 설명하는 대상을 표현한 다양한 모델의 특징을 분석하여 공통적인 특성을 추출하고 선택 및 조직하여 일반적인 개념을 형성한다. 따라서 수학적 모델은 실세계 현상의 문제를 탐구하고 해결하기 위해 관련된 구성요소 및 관계를 기호, 식, 도형, 표, 그래프 등과 같이 수학적으로 표현한 추상적인 모델이다(강옥기, 2010).

여러 학자들은 공통적으로 실세계 현상을 수학적으로 변환하는 것을 수학적 모델로 정의하며, 이를 정리하면 <표Ⅱ-1>과 같다.

<표Ⅱ-1> 수학적 모델의 정의

학자	연도	수학적 모델의 정의
W. J. Meyer	1984	어떤 현실을 나타내는 데 수학적 개념이 부분을 이루는 모델
Edward & Hamson	1989	실세계 현상의 특징을 비슷한 수학적 개념을 활용하여 만든 수학적 구조
정은실	1991	현실의 어떤 현상을 설명하기 위해 만들어낸 모델을 수학적인 기호와 표현으로 나타낸 이론적 모델
NCTM	2000	현실의 복잡한 상황을 수학적으로 분석하여 나타낸 것
장혜원	2003	어떤 실세계 현상의 특성에 가까운 수학적인 구조
Richard & Guershon	2003	어떤 현상을 구조적으로 수학적인 특성에 초점을 맞춰 나타낸 모델
손홍찬, 류희찬	2007	실세계 현상을 이해하기 위해 수학적으로 만들어낸 그래프, 수식, 도형 등의 고안물

나. 수학적 모델링

Niss(1991)는 수학적 모델링을 현실의 문제 상황에서 수학적 모델로 이어지는 총체적인 과정으로 정의하였고, Swetz(1991)는 현실의 비구조화된 현상과 문제를 수학적으로 탐구하여 관계를 파악하고 결론이나 해결 방안을 도출하는 문제 해결의 한 유형으로 수학적 모델링을 설명하였다.

또한, 수학적 모델링은 현실 속 문제 상황을 수학적 표현으로 형식화하여 수학적 모델을 개발하고 이 모델을 기초로 하여 수학적 추론을 하고 그 결과를 현실 상황에 맞추어 재해석하는 모든 과정이다. 이 과정에서 다양한 방법으로 문제 상황을 표현하고 이해 및 분석하며 종합하는 등 높은 수준의 인지 활동을 활용하며 체계적인 절차를 거치게 된다(NCTM, 1996).

Lesh&Doerr(2000)은 수학적 모델링을 수학적으로 중요한 체계를 다양한 목적으로 공유하고 변환 및 재사용할 수 있는 개념적 모델을 만들어내는 것으로 보았다. 이를 세 가지 체계 간의 상호작용으로 설명하는데 표상적으로 드러나는 기호 체계, 내면의 개념적 체계, 자연 경험이나 인간에 의해 만들어진 외현적인 체계 및 가공물 사이의 상호작용이라고 정의하였다.

Pollak(2003)은 실제 문제 상황을 해결하는 과정에서 수학적 모델을 구성하고 이를 다시 현실 세계에 적용하여 문제를 해결하는 데 유용한지 살펴보는 과정을 반복하여 순환하는 것을 수학적 모델링이라고 하였다.

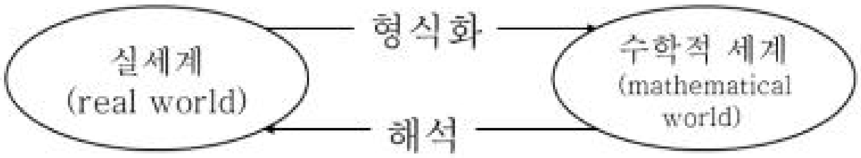
위와 같이 살펴본 것처럼 수학적 모델링이라는 개념에 관한 정확한 정의는 대부분의 논문에서 의미를 특정하게 설명하고 있지 않으며 수학적 모델링의 과정을 단계적으로 기술하는 것으로 설명하고 있다. 따라서 수학적 모델링은 실세계 현상의 문제를 탐구하고 해결하기 위해 관련된 구성 요소와 관계를 수학적 모델로 변환하고 타당한 결론을 도출하여 문제를 해결하는 모든 과정이다.

다. 수학적 모델링 과정

1) Burghes(1986)의 수학적 모델링 과정

Burghes(1986)는 수학적 모델링 과정을 실세계와 수학적 세계가 서로 상호작용하는 과정에서 순환된다고 설명한다. 다시 말해 실세계에서의 문제 상황을 수학적으로 표현할 수 있는 방법을 고안하고 변수 간의 관계를 파악하는 형식화 과정을 통해 수학적 모

델을 구성하게 된다. 이를 통해 실세계 문제 상황이 수학적 형태로 바뀌게 된다. 그 후 다양한 방법을 통해 수학적 문제 상황을 해결하고 이를 반영하여 검증한 후 실세계로 번역한다. 이렇듯 실세계와 수학적 세계가 순환되는 것이 수학적 모델링 과정이라고 설명되나 이는 매우 간단한 모델링 과정이라고 여겨진다.



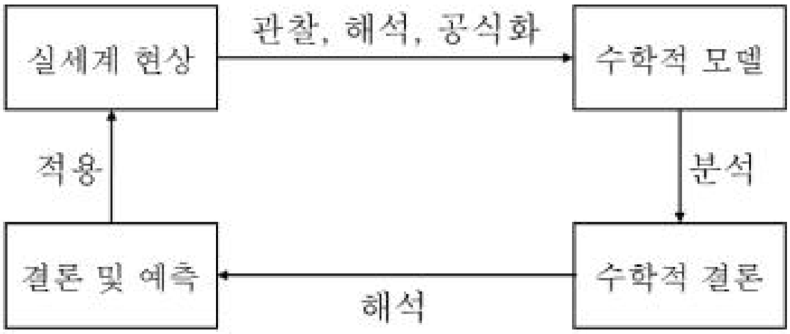
[그림Ⅱ-1] Burghes(1986)의 수학적 모델링 과정

2) Niss(1991)의 수학적 모델링 과정

Niss는 수학적 모델링을 선-수학적 모델계획, 수학화, 타당화의 3단계로 나누어 진행된다고 설명한다. 1단계인 선-수학적 모델계획 단계에서는 문제 상황을 구조화하고 명확한 용어를 사용하여 문제 상황을 구체화하며 수학이 외적 상황에 적용될 수 있도록 구성한다. 2단계인 수학화 단계에서는 앞 단계에서 문제를 구조화, 구체화하는 과정에서 중요한 것으로 확인된 요소와 관계를 수학적 대상과 관계로 표상하는 단계로 외적 상황의 질문들이 수학적 질문들로 번역된다. 3단계인 타당화 단계에서는 구성된 수학적 모델의 결과를 외적 상황에 적용하여 결과를 만들어내고 해석하는 단계로 수학적 모델링 결과가 문제 상황을 해결하기에 타당한지 입증하는 절차를 거친다.

3) NCTM(1989)의 수학적 모델링 과정

NCTM(1989)은 수학적 모델링 과정을 4단계로 제시하였다. 먼저 1단계는 실세계 현상을 관찰하여 문제를 발견하고 문제 상황에서의 중요한 변수, 요소를 찾아내어 현실 모델을 구성한다. 2단계에서는 현실 모델의 요소들 사이의 관계를 파악하여 수학적 모델을 구성한다. 그리고 3단계에서는 수학적 모델을 분석 및 평가하여 결론을 도출한다. 마지막으로 4단계에서는 도출한 결론을 실세계에 적용해보고 활용 가능성과 오류를 점검한다. 이때 결론이 실세계 현상에 적합하지 않을 경우 적절한 결론이 나올 때까지 이전 과정을 되풀이해야 한다.



[그림Ⅱ-2] NCTM(1989)의 수학적 모델링 과정

4) Blum(1989)의 수학적 모델링 과정

Blum(1989)은 수학적 모델링 과정을 문제의 이상화, 번역, 수학적 추론, 해석 단계의 4단계로 나누어 제시하였다. 문제의 이상화 단계에서는 현실에서의 문제 상황을 이상화한 후 그 안에서 문제 해결에 필요한 요소를 발견하면서 문제를 단순화시키며 현실적 모델로 만든다. 이 단계에서는 문제 상황에서의 용어가 일상적 용어로 이루어져 있다. 다음 번역의 단계에서는 이전 단계에서 만들어진 현실적 모델의 일상용어, 개념을 번역하여 수학적 기호와 표현으로 나타낸다. 수학적 기호와 표현으로 번역할 때 수학적 표현은 대상 사이의 관계를 연결할 수 있는 표현인 그래프, 방정식, 도표 등의 방식으로 나타낼 수 있으며 집합, 수, 모형, 함수 등의 수학적 대상으로 결과를 산출할 수 있다. 다음 단계인 수학적 추론 단계에서는 만들어진 수학적 모델을 수학적 방법과 추론, 풀이, 분석 등의 기술을 사용하여 결론을 추측한다. 마지막으로 해석 단계에서는 앞서 추측한 결론을 실세계의 문제 상황과 관련지어 적용하고 해석하여 결론을 도출하게 된다. 이 과정에서 유추된 결론이 적합하지 않을 경우 결론이 문제 상황을 해결할 수 있을 때까지 이전 단계를 되풀이한다.

[그림Ⅱ-3] Blum(1989)의 수학적 모델링 과정

5) 김민경(2010)의 수학적 모델링 과정

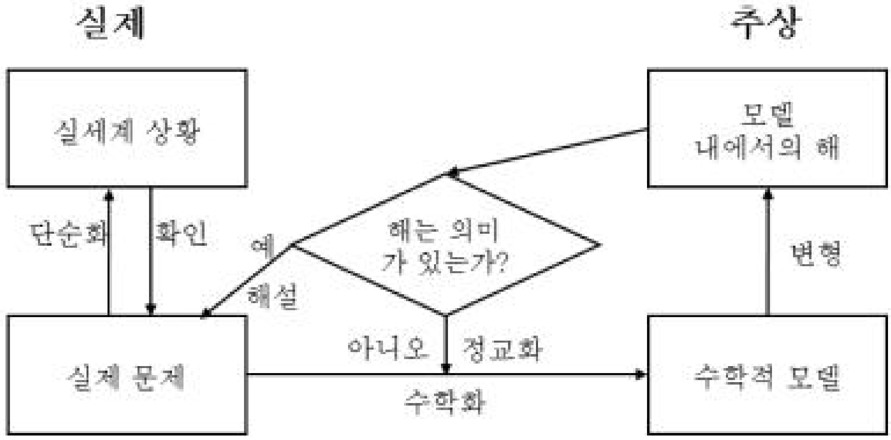
김민경(2010)은 수학적 모델링 과정을 실생활 문제, 모델, 수학적 결론, 모델의 적용의 4단계로 나누어 학교 현장에서 쉽게 활용할 수 있도록 제시하였다. 실생활 문제에서는 실세계 문제 상황을 제시하고 준비 활동으로 학급 전체 토의를 하며 필요한 정보를 확인하거나 내용을 파악하며 수학적 모델링을 준비한다. 모델에서는 소그룹으로 모여 문제를 관찰하고 단순화하여 이해하는 과정을 통해 적절한 모델을 형성한다. 수학적 결론에서는 프레젠테이션을 통해 소그룹별로 형성한 모델을 공유하여 모델을 탐색하고 형식화, 추상화하여 정리하며 수학적 결론을 도출한다. 모델의 적용에서는 학급 전체 토의를 통해 수학적 결론을 해석, 분석하여 형성된 수학적 모델을 실세계 문제 상황에 적용한다. 이때 수학적 모델을 다른 유사한 문제 상황에 적용해보며 일반화할 수 있는지 검증하는 과정을 거친다.

단계	1단계	2단계	3단계	4단계
모델링 과정	실생활 문제	모델	수학적 결론	모델 적용
교수・학습 활동내용	<준비활동> 학급전체토의	<모델유도활동> 소그룹 활동	<모델탐색활동> 프레젠테이션	<모델적용활동> 학급전체토의
수업 전개	문제 제시	문제의 관찰, 이해 단순화를 통한 모델 형성	모델의 형식화, 추상화를 통한 수학적 결론 도출	수학적 결론의 해석, 분석 및 모델 응용

[그림Ⅱ-4] 김민경(2010)의 수학적 모델링 과정

6) 강옥기(2000)의 수학적 모델링 과정

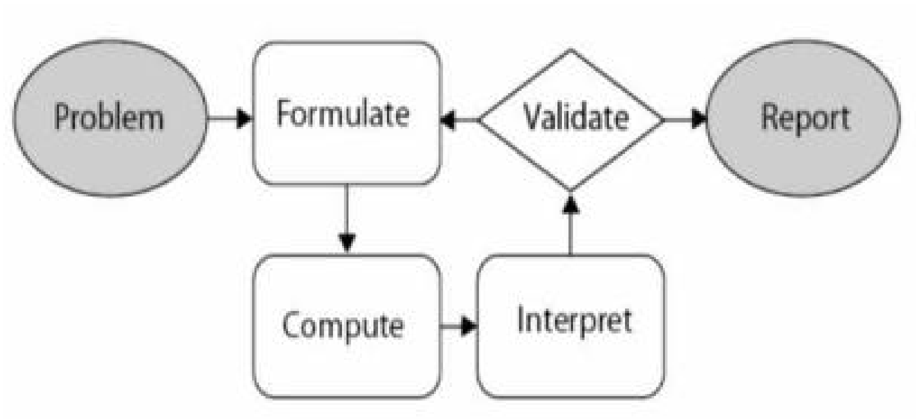
강옥기(2000)는 수학적 모델링 과정을 5단계로 분류하였는데 먼저 1단계는 실세계의 문제를 단순화시킨다. 2단계에서는 이전 단계에서 단순화된 문제를 수학적 의미가 있는 문자, 방정식, 도표, 그래프 등으로 표현하여 수학적 모델로 변환하며 수평적 수학화를 한다. 3단계에서는 수학적 모델을 변환하여 모델 내에서의 해를 얻는 수직적 수학화를 한다. 4단계에서는 수학적 모델에서 얻은 해를 구성하는 문제에 맞게 해석하며 마지막으로 5단계에서는 문제에 대한 해가 현실 상황에서 타당한지를 확인한다.



[그림Ⅱ-5] 강옥기(2000)의 수학적 모델링 과정

7) CCSSM(2010)의 수학적 모델링 과정

CCSSM(2010)에서는 수학적 모델링 과정을 6단계로 나누어 설명한다. 1단계에서는 문제 상황에서 변수가 있는지 확인하여 선별하고 선택한다. 2단계에서는 이전 단계에서 선택한 변수들 사이의 관계를 다양한 수학적 표현인 표, 그래프, 기하, 통계 등을 통해 설명하며 수학적 모델을 형성한다. 3단계에서는 형성된 수학적 모델을 적용하여 결론을 유추하고 4단계에서는 수학적 모델을 적용하여 나타난 수학적 결론을 해석한다. 5단계에서는 이전 단계에서 나타난 수학적 결론이 타당한지 확인하고 보완이 필요할 경우 모델을 수정하여 추가시킨다. 마지막 6단계에서는 최종적으로 문제 상황에 맞는 결론을 제시하여 문제 상황을 해결한다.



[그림Ⅱ-6] CCSSM(2010)의 수학적 모델링 과정

본 연구에서의 수학적 모델링 과정은 선행연구를 분석하며 살펴본 여러 가지 수학적 모델링 과정 중 초등학교 현장에서 단위 수업 시 활용이 가능하도록 개발된 김민경(2010)의 수학적 모델링 과정 4단계를 재구성하였다.

라. 수학적 모델링 과제

수학적 모델링은 실생활 문제 상황을 수학적으로 변환하고 결론을 도출하여 문제를 해결하는 것으로 활용하는 과제 역시 일반적인 문제해결과는 차이가 있다.

Bulm and Ferri(2009)는 현실의 문제 상황을 다양한 방법으로 해결할 수 있는 복잡한 문제여야 하며 학습자로부터 도전 의식을 갖도록 하는 것이 수학적 모델링 과제의 특징이라고 하였다.

김민경, 홍지연, 김혜원(2010)은 수학적 모델링 과제는 실세계 현상과 관련되어 있으며 수학적 모델을 사용하여 해결할 수 있는 구조화되지 않은 문제로 해결 과정에서 이미 알고 있는 지식을 활용한 고차원적인 사고를 요구한다고 하였다.

오영열, 박주경(2019)은 수학적 모델링 과제는 현실 상황을 바탕으로 하며 모델링 감각을 형성시키고 관련된 수학적 지식을 이해하고 표현 및 해석할 수 있어야 한다고 보았다.

Maaβ(2010)은 해결 방법이 다양한가, 고민할 정도로 복잡한가, 상황이 현실적인가, 궁금할 만한 문제인가, 학생들이 해결할 수 있는가, 모델링의 과정을 거치는가를 수학적 모델링 과제의 조건으로 보았고, 학습 대상 및 목표에 따라 여러 가지 기준을 바탕으로 수학적 모델링 과제를 개발할 수 있다고 하였다.

이를 바탕으로 수학적 모델링에 관한 국내 연구에서 학년 및 영역을 구분하여 다수의 수학적 모델링 과제들이 개발되었다. 그 중 초등학생을 대상으로 한 대부분의 수학적 모델링 과제는 단순화, 정당화, 의사소통, 문제해결 전략 활용 등의 과정에 중점을 두어 문제 상황이나 조건이 비교적 구체적이고 구조화되어 제시되어 있었다. 수학적 모델링에 관한 국내 연구 사례 중 6학년을 대상으로 하면서 규칙성 영역을 내용으로 하여 개발된 과제 예시는 <표Ⅱ-2>와 같다.

<표Ⅱ-2> 수학적 모델링 국내 연구 개발 과제 예시

연구자	수학적 모델링 과제
박은주(2013)	- 건강 간식 구입하기 - 태양계 모형 설계도 제작하기
조수빈(2013)	- 체육대회 응원 도구 제작에 필요한 예산 정하기 - 놀이동산 이용 계획 세우기
이근철(2014)	- 제일 무거운 과일 찾기 - 등교 버스 탑승 시각 예상하기 - A4 용지 만들기 - 정사각형에서 길이와 넓이 사이의 관계 파악하기
고창수(2015)	- 저축통장의 이자 비교하기
배수민(2016)	- 중학교 입학 배정원서 작성 방법 설명하기 - 최고의 허니 과자 선택하기
김혜진(2018)	- 태양계 지도 만들기
최경아(2019)	- 신발 사이즈와 사람의 키 사이의 관계 파악하기 - 산책 시간 계산하기 - 열기구의 풍선 높이 계산하기
강유림(2020)	- 최고의 과자 찾기 - CCTV 설치 제안서 쓰기
박현서(2022)	- 놀이기구 탑승 계획 세우기

2. 수학적 문제해결력

수학적 문제해결력이란 학생이 스스로 주어진 문제가 무엇인지 정확히 파악한 후, 다양한 방법을 통해 주도적으로 문제의 해답을 찾아가는 능력을 말한다(이광상, 1999).

수학적 문제해결력이란 수학적인 지식과 사고력을 이용해 문제를 해결하는 능력을 의미한다(교육과학기술부, 2011).

수학적 문제해결력의 다양한 정의에서 나타나는 공통된 정의는 수학적인 문제 상황에서 문제를 정확하게 파악하여 수학적 지식과 논리를 활용해 다각도에서 문제를 해결해나가는 능력이라 볼 수 있다.

수학적 문제해결력은 이미 오래전부터 강조되어 온 역량 중 하나이다. 2007 개정 수

학과 교육과정에서 수학적 문제해결력을 높이기 위해서는 학생이 스스로 문제 상황을 인식하고, 수학적 지식을 통해 문제 해결 방법을 적용하며 학생의 이전 경험과 지식을 기반으로 하여 창의적이고 논리적으로 문제를 해결할 수 있어야 한다고 주장한다. 그리고 2009 개정 수학과 교육과정에서도 수학적 문제해결력을 강조하였는데 특히, 규칙성 영역 안에서 문제 해결이 이루어지도록 교육과정을 재편하였다. 또한 2015 개정 수학과 교육과정에서 문제 해결 역량을 강조하는데 이때 문제 해결 역량이란 문제 상황에서 수학 지식과 기능을 활용하여 문제를 해결할 전략을 탐구하고 적절한 해결 방안을 택하여 수학 문제 상황을 해결해나가는 능력을 의미한다(교육부, 2015a).

학생들은 문제 해결을 통해 새로운 수학적 지식을 구성하고, 수학 및 다른 상황에서 발생하는 문제를 해결할 수 있으며, 자신의 문제해결 과정을 반성하고 응용할 수 있다(NCTM, 2000).

이러한 수학적 문제해결력을 효과적으로 높이기 위해 앞서 설명된 수학적 모델링 활동이 활용될 수 있으며 수학적 모델링 활동을 통해 수학 문제 상황을 정확히 이해하고, 또래와 함께 방법을 모색하여 다양한 전략을 통해 해결해보는 경험을 함으로써 수학적 문제해결력을 발달시킬 수 있을 것이라 기대한다.

3. 수학적 태도

수학적 태도란 수학에 대한 자아개념, 수학 교과에 대한 태도, 수학에 대한 학습 습관이다(한국교육개발원, 1992).

2015 개정 교육과정에서는 수학 교과 역량을 문제 해결, 추론, 창의·융합, 의사소통, 정보 처리, 태도 및 실천의 6가지로 제시하고 있으며 그 중 태도 및 실천 역량이란 수학의 가치를 인식하고 자주적인 수학 학습 태도와 민주시민 의식을 갖추어 실천하는 능력이라고 정의하였다(교육부, 2019a).

이환철 외(2017)에서는 선행 연구를 통해 각 연구에서 활용한 요인들을 유사한 개념끼리 묶어서 범주화하였으며 수학적 태도의 정의적 영역 요인은 6가지가 있다고 하였다. 수학적 태도의 6가지 요인은 수학 흥미, 수학 학습태도, 가치, 동기(외적동기, 내적동기), 학습의지, 효능감이며 그 중에서도 흥미, 학습태도, 가치, 외적동기를 외적 정의적 영역으로 명명하였고, 내적동기, 학습의지, 효능감을 내적 정의적 영역이라 명명하였다. 외적 정의적 영역 중 수학 흥미는 수학 교과에 대한 감정적 판단을 의미하고 수학 학습태도는 평소 수학을 공부할 때의 자세나 학습습관, 환경 등을 의미하며 가치는 수학 교과의 중요성 또는 필요성과 가치를 인식하는 것을 의미한다. 그리고 외적동기는 학습을 하는 목적이 다른 사람들과의 비교에서 우위가 되기 위해 행동하는 동기를

말한다. 내적 정의적 영역 중 내적동기는 학습을 하는 주된 목적이 교과내용을 학습하는 자체에 대한 만족감을 느끼기 위해 학습하는 동기를 의미하고 학습의지는 수학 학습에 관한 인지적 판단인 수학 자기조절 효능감을 바탕으로 학습 목표 달성을 위해 과제집착력을 포함한 자기조절력을 의미하며 효능감은 학습자가 자신의 수학 학습능력에 대해 보이는 확신이나 신념의 정도 혹은 자신의 전반적인 수학 학습 수행능력에 대한 확신이나 신념을 의미한다.

수학 교과의 목표 중 정의적 측면인 '수학 학습의 즐거움을 느끼고 수학의 유용성을 인식하며 수학 학습자로서 바람직한 태도와 실천 능력을 기른다.'를 살펴보면 태도의 중요성을 강조하고 있는 것을 알 수 있다(교육부, 2019b).

이에 본 연구에서는 수학 문제 상황에서 수학적 모델링 활동을 통해 학생들이 수학에 대한 흥미를 느끼고 긍정적인 수학 학습태도를 형성하며 수학에 대한 가치를 인식하고 수학에 대한 외적·내적 동기와 의지, 효능감을 가질 수 있기를 기대한다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구는 제주특별자치도 제주시 소재 S초등학교 6학년 1개 학급에 속한 학생을 대상으로 진행하였다. 연구 대상은 남학생 16명, 여학생 10명으로 이루어져 있으며 연구를 효율적으로 진행하기 위하여 연구자가 담임으로 재직하고 있는 학급으로 선정하였다. 연구 대상인 학생들의 사회 및 경제적 수준은 보통 수준이며, 학습 수준은 중상 수준이고 학습 태도나 열의도 비교적 높은 편이다.

2. 연구 설계 및 절차

본 연구는 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업에서 초등학교 6학년 학생들의 수학적 모델 구성 과정을 분석하고 수학적 모델링 활동이 수학적 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 영향을 알아보는 데 목적이 있다. 자세한 절차는 <표Ⅲ-1>과 같다.

<표Ⅲ-1> 연구 절차

추진 절차	세부 내용
방향 설정	- 선행 연구 분석 - 연구 문제 선정을 위한 자료 수집 - 연구 방향 모색 및 방법 설정
계획 수립	- 연구 계획 설계 - 수학적 모델링 과제 분석 및 수업 설계 - 검사도구 개발 및 선정
연구 실행	- 사전 수학적 문제해결력 및 태도 검사 실시 - 수학적 모델링 활동을 적용한 수업 실시 및 자료 수집 - 사후 수학적 문제해결력 및 태도 검사 실시
결과 분석	- 자료, 검사 결과 정리 및 분석
논문 작성	- 결론 도출 - 논문 작성

연구 문제 가를 해결하기 위해 한 달 동안 학생들의 실생활과 관련이 높은 문제 상황을 바탕으로 4가지 과제의 수학적 모델링 활동 수업 8차시를 진행하였고 학생들의 수학적 모델 구성 과정을 질적으로 분석하였다.

연구 문제 나, 다를 해결하기 위해 단일집단의 사전 및 사후 검사를 설계하여 적용하였으며 구체적인 실험 설계 모형은 <표Ⅲ-2>와 같다. 사전 수학적 문제해결력 및 수학적 태도 검사를 실시하고 수학적 모델링 활동을 적용한 후 사후 수학적 문제해결력 및 수학적 태도 검사를 실시하여 수학적 모델링 활동 이전과 이후의 향상 정도를 비교하였다.

<표Ⅲ-2> 실험 설계 모형

집단	사전 검사	처치	사후 검사
실험집단	O_1	X_1	O_2
	O_3		O_4

O_1 : 사전 수학적 문제해결력 검사
O_2 : 사후 수학적 문제해결력 검사
O_3 : 사전 수학적 태도 검사
O_4 : 사후 수학적 태도 검사
X_1 : 수학적 모델링 활동을 적용한 수업

3. 검사 도구

가. 수학적 문제해결력 검사

수학적 모델링 활동이 수학적 문제해결력에 미치는 영향을 알아보기 위해 검사지를 제작하여 진행하였다. 먼저 연구하고자 하는 학습 내용인 규칙성 영역과 관련하여 24개의 문항으로 이루어진 수학적 문제해결력 검사지를 구성하고 사전 검사를 실시하였다. 처치 후, 수학적 문제해결력 사후 검사를 위해 사전 검사와 동일한 문항 개수로 문제를 선별하여 사후 검사를 진행하였다. 사전 및 사후 문제해결력 검사지는 6학년 학생 지도 경험이 있는 동학년 4명의 교사들의 검증을 거쳐 완성하였다. 문항 구성은 <표Ⅲ-3>과 같다.

<표Ⅲ-3> 수학적 문제해결력 검사지 문항 구성

영역 및 단원		내용	문항	합계
규칙성	6-1-4. 비와 비율	비	3	24
		비율	3	
		백분율	3	
		실생활 문제 해결 (1)	3	
	6-2-4. 비례식과 비례배분	비례식	3	
		간단한 자연수의 비	3	
		비례배분	3	
		실생활 문제 해결 (2)	3	

나. 수학적 태도 검사

수학적 모델링 활동이 수학적 태도에 미치는 영향을 알아보기 위해 이환철 외(2017)의 수학 학습 정의적 영역 검사지를 활용하여 사전 수학적 태도 검사를 실시하였다. 처치 후, 수학적 태도 사후 검사를 위해 사전 검사와 동일한 검사지로 사후 검사를 진행하였다. 수학적 태도 검사지의 문항 구성은 <표Ⅲ-4>와 같다.

<표Ⅲ-4> 수학적 태도 검사지 문항 구성(이환철 외(2017))

하위 요인		내용	문항 수	합계
수학 흥미		수학 자체나 수학학습에 대한 좋거나 싫은 감정적 판단	4	24
수학 학습태도		평소 수학을 공부할 때 자세나 일반적인 학습 습관과 전략, 환경 및 자기 관리 등의 학습을 관리하는 행동	4	
가치		수학 교과의 중요성 또는 타 교과 학습이나 진로에서의 필요와 가치를 인식하는 것	4	
학습 동기	외적 동기	학습하는 목적이 교과 학습 자체에 대한 것이 아닌 다른 사람들과의 비교에서 우위가 되기 위해 행동하는 동기	4	
	내적 동기	학습하는 주된 목적 중 보상이 없더라도 교과 내용을 학습하는 자체에 대한 만족감이나 지적 욕구 등으로 인해 행동하는 동기		
학습의지		수학학습에 관한 인지적 판단인 수학 자기조절 효능감을 바탕으로 학습 목표 달성을 위해 과제집착력을 포함한 자기조절력	4	
효능감		학습자가 자신의 수학학습 능력에 대해 보이는 확신이나 신념의 정도 혹은 자신의 전반적인 수학학습 수행 능력에 대한 확신이나 신념	4	

4. 자료 수집 및 분석

수학적 모델링 활동 과정 중 각 단계에서 학생들의 수학적 모델 구성 과정이 어떻게 이루어지는지를 살펴보기 위해 학습 활동을 관찰 및 녹음하였고, 학생들의 활동지 및 결과물을 수집하여 내용 분석 방법으로 분석하였다. 각 단계별 분석기준은 <표Ⅲ-5>와 같다.

<표Ⅲ-5> 수학적 모델링 활동 과정 단계별 분석기준

단계	분석기준
실생활 문제	- 실생활 관련 문제를 이해하고 구조화, 단순화할 수 있는가? - 문제에 제시된 정보와 새롭게 조사해야 할 정보를 파악할 수 있는가?
모델	- 문제를 해결하기 위한 계획을 세울 수 있는가? - 문제를 해결할 수 있는 모델을 개발하여 표현할 수 있는가? - 모델을 수학적 개념, 원리, 법칙과 관련 지을 수 있는가?
수학적 결론	- 모델을 논리적으로 설명할 수 있는가? - 여러 가지 모델을 비교하고 평가할 수 있는가?
모델 적용	- 문제를 해결하기 위해 가장 좋은 모델을 선택할 수 있는가? - 모델을 적용하여 문제를 해결할 수 있는가? - 실생활에서 모델이 쓰이는 사례를 찾을 수 있는가?

수학적 모델링 활동 과정에서 수학적 문제해결력 및 수학적 태도에 어떠한 영향을 미치는지 알아보기 위해 다음과 같이 정보를 수집하였다. 먼저 사전과 사후 수학적 문제해결력 검사 및 수학적 태도 검사를 한 후 처치 전후의 변화 차이를 알기 위해 IBM SPSS Statistics 통계 프로그램을 활용하여 t-검정을 실시하였고 통계적으로 유의미한 차이가 있는지 분석하였다. 또한 수학적 모델링 활동 후 학생들이 느낀 점을 소감문으로 작성하며 수학적 태도와 관련하여 어떤 점이 달라졌는지 표현할 수 있는 시간을 마련하여 수학적 태도가 어떻게 변화하였는지를 알아보았다.

Ⅳ. 연구 실제

1. 과제 개발

수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업을 위해 효과적인 수학적 모델링 과제를 개발하는 것이 중요하다. 김민경, 홍지연, 김혜원(2010)의 수학적 모델링 과제의 특징을 참고하여 다음과 같은 절차로 수학적 모델링 과제를 개발하였다.

첫째, 수학적 모델링 과제에 관한 선행연구를 분석하였다. 초등학생을 대상으로 한 대부분의 수학적 모델링 과제는 단순화, 정당화, 의사소통, 문제해결 전략 활용 등의 과정에 중점을 두어 문제 상황이나 조건이 비교적 구체적이고 구조화되어 제시되어 있었다.

둘째, 영역 성취기준 및 단원 학습 내용을 분석하였다. 규칙성 영역 중 6학년 1학기 4단원 비와 비율과 6학년 2학기 4단원 비례식과 비례배분의 주요 개념 및 목표 등을 분석하고 이를 아우르는 수학적 모델링 과제를 개발하고자 하였다.

셋째, 실생활 문제 상황을 반영한 과제를 개발하였다. 6학년 학교생활 중 학생들이 겪었던 문제 상황과 일상생활 속에서 겪는 문제 상황을 주제로 선정하고 선행 연구를 통해 개발된 과제를 참고하며 지역적 특성을 고려하여 통합 및 재구성한 과제를 고안하였다.

넷째, 다양한 해결 방법 및 고차원적 사고를 위해 조건을 수정 및 추가하였다. 여러 가지 측면에서 과제를 분석하고 수학적 원리를 적용할 수 있도록 문제해결에 필요한 단서를 수정하고 보완하여 수학적 모델링 과제를 완성하였다.

이와 같은 절차로 개발된 수학적 모델링 과제는 <표Ⅳ-1>과 같으며, 자세한 문제 상황은 [부록4]에 첨부하였다.

첫 번째 ‘합리적인 과자 선택’ 과제는 과자의 낱개 포장 개수 당 단가, 내용량 등을 고려하여 가장 합리적인 과자를 고르는 문제이다.

두 번째 ‘중학교 배정 인원 예상’ 과제는 이전 학년도 졸업생들의 중학교 배정 현황을 비율로 구하고 이를 당해 학년도 학생들을 기준으로 배정 가능성을 예상하는 문제이다.

세 번째 ‘놀이공원 이용 계획’ 과제는 조수빈(2013), 박현서(2022)가 개발한 과제를 본 연구 대상의 상황에 맞게 변형하여 개발한 과제로 이동 거리와 이용 시간을 구하여 놀이기구를 가장 많이 탈 수 있는 동선을 찾는 문제이다.

네 번째 ‘태양계 위치 축소’ 과제는 김혜진(2018)이 개발한 과제에서 연구 대상의 수준에 맞게 문제의 기술을 간략히 하고 주어진 정보를 제거하여 활용한 과제로 태양과

행성 사이의 거리, 행성과 행성 사이의 거리를 간단히 축소하여 100칸에 표시하는 문제이다.

<표Ⅳ-1> 수학적 모델링 과제

과제	내용
합리적인 과자 선택	과자는 맛과 종류가 다양하여 6학년 학생들이 간식으로 자주 먹습니다. 일부 과자는 열량이 높아 과다 섭취하면 살이 찔 수도 있고 6학년 학생들이 가지고 있는 용돈에 비해 너무 비싸기도 합니다. 그래서 과자를 살 때 영양 정보와 가격을 잘 확인하여야 합니다. 건강하면서도 경제적인 과자의 순위를 정해 간식으로 구입할 과자를 선택해 봅시다.
중학교 배정 인원 예상	올해 S초등학교 6학년 학생 130명이 2023학년도 중학교 입학 원서를 제출했습니다. 작년 S초등학교 졸업생들의 중학교 배정 현황을 바탕으로 올해 6학년 학생들의 경우 어떤 중학교에 몇 명이 입학하게 될지 예상해 봅시다.
놀이공원 이용 계획	S초등학교 6학년 학생들은 놀이공원으로 수학여행을 가려고 합니다. 10시에 놀이공원에 도착해서 12시에 점심을 먹고 15시에 학교로 다시 출발합니다. 모둠원들과 놀이공원에서 놀이기구를 최대한 많이 타기 위한 계획을 세워 봅시다. 모둠원들과 함께 탈 놀이기구를 선택하고 이용 시간과 이동 거리를 고려하여 동선을 정해 봅시다.
태양계 위치 축소	태양계 8개 행성의 위치를 두루마리 휴지에 나타내려고 합니다. 두루마리 휴지 100칸의 왼쪽 끝에 태양, 오른쪽 끝에 해왕성이 있다고 할 때, 8개 행성의 위치를 나타내어 봅시다. (단, 행성의 위치는 태양에서부터의 거리를 고려하여 표시)

2. 수업 설계

수학적 모델링 활동 수업에서는 현실에서 일어날 법한 문제 상황을 수학적으로 분석하고 문제를 해결하기 위해 알맞은 모델을 형성하는 과정에서 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 더 자세히 이해하며 다른 사람과의 의사소통을 통해 모델이 문제를 해결하는 데 적합한지, 더 효과적인 모델은 없는지, 모델을 새로운 문제에 적용할 수 있는지 등을

평가 및 검증하게 된다.

본 연구에서는 선행연구를 분석하며 살펴본 여러 가지 수학적 모델링 과정 중 초등학교 현장에서 단위 수업 시 활용이 가능하도록 개발된 김민경(2010)의 수학적 모델링 과정 4단계를 재구성하여 수업에 적용하였다. 본 연구의 수학적 모델링 수업의 전개 과정은 <표Ⅳ-2>와 같다.

<표Ⅳ-2> 수학적 모델링 수업의 전개 과정

수학적 모델링 과정	교수·학습 형태	교수·학습 활동
실생활 문제	준비 활동 (전체 및 모둠 토의)	- 실생활 관련 문제 상황 제시 - 문제 관찰 및 이해 - 문제해결에 필요한 정보 파악
모델	모델 유도 활동 (모둠 토의)	- 문제해결 방법 및 과정 계획 - 모델 형성 및 수정
수학적 결론	모델 탐색 활동 (모둠 토의 및 전체 발표)	- 모델의 형식화, 추상화를 통한 수학적 결론 도출 - 모둠별 발표 및 평가 - 모델에 적용된 수학적 개념 정리
모델 적용	모델 적용 활동 (전체 및 모둠 토의)	- 수학적 결론 해석 및 분석 - 모델의 유용성 평가 및 다른 상황에 적용

수학적 모델링 과정 중 학생들의 개인차를 고려하여 모둠원 간 협력이 이루어질 수 있도록 각 단계에서 모둠 토의가 이루어지도록 하였다. 또한 문제에 대한 이해 및 정보 파악과 더불어 새롭게 필요한 정보나 수집해야 할 정보들에 대한 논의를 모델 단계가 아닌 실생활 문제 단계에서 이루어지도록 하여 각 단계별 시간 배분을 고르게 구성하였다. 마지막으로 수업 여건을 고려하여 모델 적용 단계에서 각 모둠이 개발한 여러 가지 모델 중 문제해결에 가장 적합한 모델을 선정하거나 모델을 통합 및 수정하여 최종 한 가지의 모델로 문제를 해결해보고 적용 가능한 다른 상황에 대해 논의를 해보는 활동으로 변형하였다. 각 단계별 교수·학습 활동 내용은 다음과 같다.

실생활 문제 단계에서는 실생활과 관련된 문제 상황을 제시하고 전체 토의를 통해 문제를 여러 측면에서 살펴보며 단순화하고 정확히 이해한다. 문제를 해결하기 위한

목표를 명확히 하고 주어진 정보나 조건을 정리할 뿐만 아니라 모둠 토의를 통해 더 필요한 정보나 활용해야 할 수학 개념, 원리 등을 탐색하여 대략의 문제해결 방법을 예상하며 모델 형성을 위한 준비를 한다.

모델 단계에서는 모둠별로 토의를 통해 문제를 해결하기 위한 방법과 과정을 구체화하여 정리하고 더 필요한 정보들을 수집하여 나름의 수학적 모델을 형성하고 수정 및 보완을 반복하며 가장 적절한 모델을 찾는다.

수학적 결론 단계에서는 각 모둠에서 찾은 수학적 모델을 발표하며 학급 전체와 공유하고 정당화한다. 문제해결에 적용한 모델과 구성 과정을 설명하며 문제에 대한 수학적 결론을 이끌어내고 모델에 활용된 수학적 개념을 찾아 정리한다. 또한 모둠별 발표를 들으며 모델에 대해 평가한다.

모델 적용 단계에서는 여러 가지 수학적 모델 가운데 문제해결에 효과적인 모델을 선정하거나 모두의 의견을 바탕으로 보다 나은 모델을 탐색해보며 수학적 결론을 해석한다. 또한 수학적 모델을 다른 상황에 적용할 수 있는 사례를 생각하며 활용 가치에 대해 토의한다.

수학적 모델링 과정을 적용한 교수·학습 과정안 예시는 <표Ⅳ-3>과 같다.

<표Ⅳ-3> 수학적 모델링 과정을 적용한 교수·학습 과정안

<table>
<tr><th>단원</th><td>6-1-4. 비와 비율, 6-2-4. 비례식과 비례배분</td><th>영역</th><td>규칙성</td></tr>
<tr><th>학습 목표</th><td colspan="3">비, 비율, 비례식, 비례배분을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.</td></tr>
<tr><th>모델링 과제</th><td colspan="3">중학교 배정 인원 예상</td></tr>
<tr><th>학습 단계</th><th colspan="3">교수·학습 활동</th></tr>
<tr><th>실생활 문제</th><td colspan="3">▣ 준비 활동(전체 및 모둠 토의)
• 실생활 관련 문제 상황 제시
- 실생활 경험 나누기 및 동기 유발하기
- 실생활 관련 문제 확인하기
올해 S초등학교 6학년 학생 130명이 2023학년도 중학교 입학 원서를 제출했습니다. 작년 S초등학교 졸업생들의 중학교 배정 현황을 바탕으로 올해 6학년 학생들의 경우 어떤 중학교에 몇 명이 입학하게 될지 예상해 봅시다.
• 문제 관찰 및 이해
- 문제 상황을 이해하고 단순화하여 재진술하기
- 문제해결 목표 파악하기
• 문제해결에 필요한 정보 파악
- 문제에 제시된 정보 찾기
- 문제해결을 위해 더 조사해야 할 정보 탐색하기</td></tr>
<tr><th>모델</th><td colspan="3">▣ 모델 유도 활동(모둠 토의)
• 문제해결 방법 및 과정 계획
- 파악한 정보들을 문제해결에 어떻게 활용할지 생각하기
- 문제해결 방법, 과정, 전략에 대해 논의하고 계획 세우기
• 모델 형성 및 수정
- 더 필요한 정보를 수집하여 정리하기
- 수학적 개념, 원리, 법칙을 활용하여 모델 만들기
- 개발한 모델 수정 및 보완하기</td></tr>
<tr><th>수학적 결론</th><td colspan="3">▣ 모델 탐색 활동(모둠 토의 및 전체 발표)
• 모델의 형식화, 추상화를 통한 수학적 결론 도출
- 개발한 모델 정리 및 발표 준비하기
• 모둠별 발표 및 평가
- 모둠별로 개발한 모델 설명하기
- 다른 모둠 모델의 특징 정리 및 평가하기(공통점과 차이점, 장점과 단점 등)
• 모델에 적용된 수학적 개념 정리
- 모델에 적용된 수학적 개념, 원리, 법칙을 찾고 정리하기(비, 비율, 비의 성질, 비례식, 비례식의 성질, 비례배분 등)</td></tr>
<tr><th>모델 적용</th><td colspan="3">▣ 모델 적용 활동(전체 및 모둠 토의)
• 수학적 결론 해석 및 분석
- 문제해결을 위해 가장 적절한 모델을 논의하여 선정하고 문제 해결하기
- 개발한 모델 외에 더 효과적인 모델은 없는지 생각하기
• 모델의 유용성 평가 및 다른 상황에 적용
- 문제해결에 사용한 모델이 적용 가능한 실생활 사례 찾기</td></tr>
</table>

Ⅴ. 연구 결과

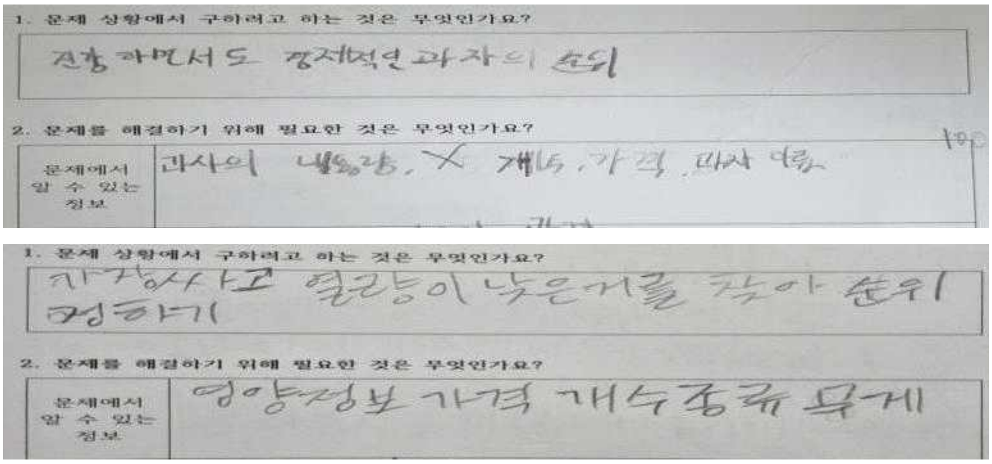
본 연구는 초등학교 6학년 학생들을 대상으로 하여 수학적 모델링 활동 과정 각 단계별로 나타나는 학생들의 특징을 분석하고 수학적 모델링 활동이 학생들의 수학적 문제해결력과 수학적 태도에 미치는 영향을 알아보는 것이 목적이다. 이를 위해 실험집단에 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업을 진행하였으며 수학 수업 중 학생들의 활동 모습 관찰 및 녹음 자료, 활동지, 소감문 등을 활용하여 학생들의 수학적 모델 구성 과정을 살펴보았다. 또한 실험 처치 전·후로 사전 및 사후 수학적 문제해결력 검사와 수학적 태도 검사를 실시하여 나타나는 결과를 분석하였다.

1. 수학적 모델의 구성 과정 분석

가. 수학적 모델링 과제1 – 합리적인 과자 선택

1) 실생활 문제 단계

이 단계는 실생활에서 일어날 수 있는 문제 상황을 해결하기 위해 학생들이 의견을 나누고 문제의 내용과 제시된 자료 및 조건을 이해하는 단계이다. 교사는 학생들에게 문제 상황을 읽은 후 모둠원들과 생각을 공유하며 간략하게 정리할 시간을 제공하였고 학생들은 문제에서 구해야 할 목표와 유용한 정보를 찾아 문제를 글과 그림으로 단순화하여 간결하게 나타냈다. 모둠별로 건강하면서도 경제적인 과자의 순위를 정해 1가지를 선택하는 것을 목표로 정하였고 건강한 기준을 낮은 열량으로 경제적인 기준을 낮은 가격으로 설정하여 문제를 단순화했다. 또한 제시된 자료를 살펴보며 과자의 종류별로 개별 포장되어 들어있는 개수, 총 내용량, 열량, 가격 등을 파악하였다. 모둠별로 정리한 내용 예시는 [그림Ⅴ-1]과 같다.


1. 문제 상황에서 구하려고 하는 것은 무엇인가요?

건강하면서도 경제적인 과자의 순위

2. 문제를 해결하기 위해 필요한 것은 무엇인가요?

문제에서 알 수 있는 정보	과자의 내용량, X 개수, 가격, 따라 다름

1. 문제 상황에서 구하려고 하는 것은 무엇인가요?

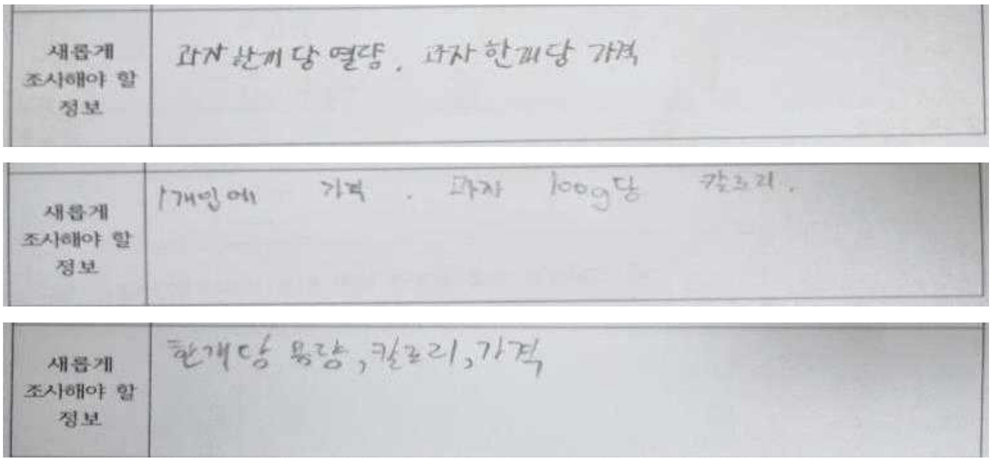
과자를 사고 열량이 낮은거를 찾아 순위 정하기

2. 문제를 해결하기 위해 필요한 것은 무엇인가요?

문제에서 알 수 있는 정보	영양정보 가격 개수 종류 무게

[그림Ⅴ-1] 과제1을 모둠별로 단순화한 내용

문제 상황을 간단하게 정리한 것을 바탕으로 문제해결을 위해 더 수집해야 할 정보는 모둠별로 논의하여 학생들이 스스로 찾을 수 있도록 하였다. 과자의 낱개 1개당 열량은 몇 칼로리인지, 1개당 가격은 얼마인지, 내용량 100g당 열량은 몇 칼로리인지, 과자의 열량과 가격의 평균은 얼마인지 등 모둠별로 더 필요하다고 생각하는 정보를 찾아 정리하였다. 모둠별 논의를 통해 찾은 더 필요한 정보 예시는 [그림Ⅴ-2]와 같다.


새롭게 조사해야 할 정보	과자 낱개당 열량, 과자 한개당 가격
새롭게 조사해야 할 정보	1개당에 가격. 과자 100g당 칼로리.
새롭게 조사해야 할 정보	한개당 용량, 칼로리, 가격

[그림Ⅴ-2] 과제1을 해결하기 위해 모둠별로 더 필요한 정보

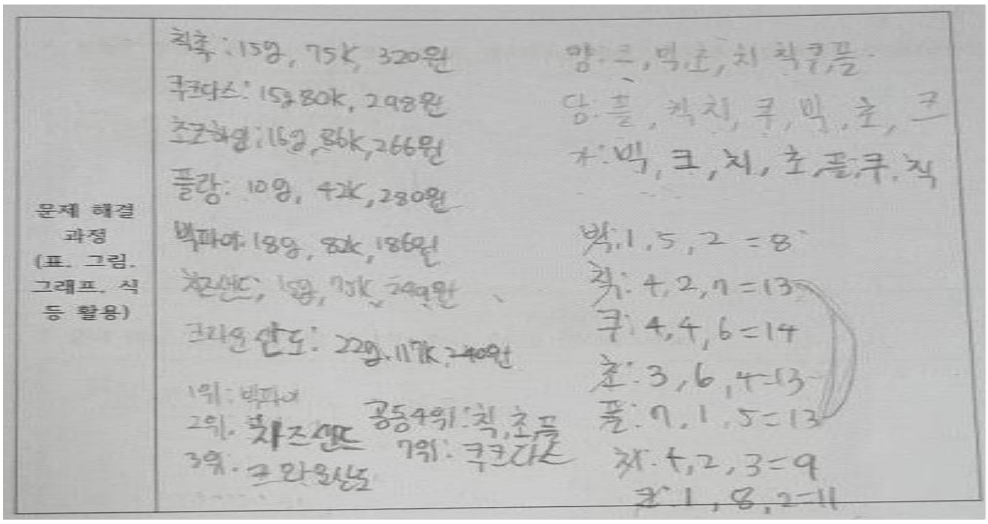
2) 모델 단계

이 단계는 이전의 실생활 문제 단계에서 단순화한 문제 상황과 필요한 정보들을 바

탕으로 학생들이 알고 있는 수학적 지식을 응용하여 문제해결 전략을 수립하고, 문제를 스스로 해결해보며 소그룹별로 그림, 표, 그래프, 식 등으로 수학적 모델을 개발하는 단계이다. 네 모둠에서는 각 과자의 낱개 1개를 기준량으로 할 때 열량, 가격의 비나 비율을 계산하여 순위를 매기고 순위의 합이 낮은 과자를 최종 선택하였다. 이 과정에서 과자의 총 열량 혹은 낱개 1개당 열량을 구하기 위해 비례식을 세우고 외항의 곱은 내항의 곱과 같다는 비례식의 성질을 활용하였다. 모둠 5는 같은 방법에 각 과자의 낱개 1개당 내용량도 추가하여 세 가지 항목을 비교하여 과자를 선택하였다. 반면, 모둠 2는 모든 과자의 개별 포장되어 들어있는 낱개의 개수, 열량, 가격의 평균을 구하고 각 항목별로 평균에 가장 가까운 것을 선택하였다. 다른 모둠과 달리 문제해결 목표인 가장 건강하고 경제적인 과자의 의미를 해석하는 데 오류가 있었다. 모델 단계에서 나타난 모둠 2의 활동 과정은 <표Ⅴ-1>과 같다.

<표Ⅴ-1> 과제1의 모델 단계에서 나타난 모둠 5의 활동 계획

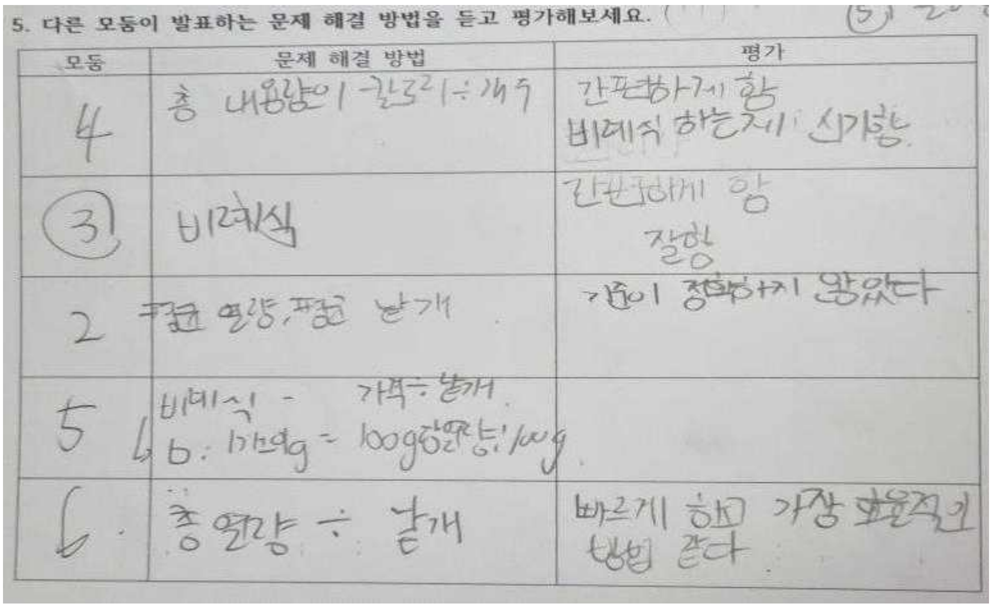
모둠	과제1 수학적 모델 개발
5	① 과자별로 낱개 1개당 내용량이 몇 g인지 계산한다. (총 내용량÷개수) ② 과자별로 낱개 1개당 열량이 몇 kcal인지 비례식을 활용하여 계산한다. (□ : 낱개 1개당 내용량 = 100g 당 열량 : 100) ③ 과자별로 낱개 1개당 가격이 얼마인지 계산한다. (가격÷낱개) ④ 낱개 1개당 내용량, 열량, 가격의 순위를 매긴다. ⑤ 순위의 합을 구하고 합이 가장 낮은 과자를 선택한다.



[그림Ⅴ-3] 과제1의 모델 단계에서 나타난 모둠 5의 활동 모습

3) 수학적 결론 단계

이 단계는 학생들이 소그룹별로 개발한 수학적 모델을 학급 전체를 대상으로 발표하고 여러 가지 모델의 공통점과 차이점, 장점과 단점을 비교 및 평가하는 단계로, 이 과정에서 각 모델에 적용된 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 정리한다. 또한 의사소통이 활발히 이루어지도록 수업 분위기를 형성하여 발표 및 토의 과정에서 발견한 오류를 함께 수정하기도 하였다. 학생들은 다른 모둠의 발표를 들으며 과자 선택 방법은 무엇인지, 건강한 과자 및 경제적인 과자의 순위는 어떠한지, 최종 선택한 과자는 무엇인지, 동순위인 경우 어떻게 선택했는지 등에 대해 평가하고 기록했다. 수학적 결론 단계의 활동 결과는 [그림Ⅴ-4]와 같다.


5. 다른 모둠이 발표하는 문제 해결 방법을 듣고 평가해보세요.

모둠	문제 해결 방법	평가
4	총 내용량이 칼로리 ÷ 개수	간편하게 함 비례식 하는지 신기함.
3	비례식	간편하게 함 잘함
2	평균 열량, 평균 낱개	기준이 정확하지 않았다
5	비례식 - 가격 ÷ 낱개 6: 1개당g = 100g당열량÷100g	
6.	총 열량 ÷ 낱개	빠르게 하고 가장 효율적인 방법 같다

[그림Ⅴ-4] 과제1의 수학적 결론 단계 활동 결과 예시

4) 모델 적용 단계

이 단계는 제시된 여러 가지 모델들 가운데 가장 적절한 수학적 모델을 선택한 후 수정 및 보완하여 최종 모델을 구성하고 처음의 현실 문제에 적용하여 해결해보며, 이 모델을 활용할 수 있는 또 다른 실생활 사례나 상황을 찾아보는 단계이다. 학급 전체 토의를 통해 각 과자의 낱개 1개당 가격, 열량, 내용량을 비교하여 순위를 매기는 모델을

가장 적절한 모델로 최종 선택하여 문제를 함께 해결하였다. 또한 우리 주변에서 쉽게 볼 수 있는 저축, 여행 계획, 내 집 마련, 배달 주문, 장보기 등의 문제 상황에서 가장 적절한 모델을 활용할 수 있다는 사실을 알 수 있었다. 모둠별로 찾은 모델이 적용 가능한 실생활 사례는 <표Ⅴ-2>와 같다.

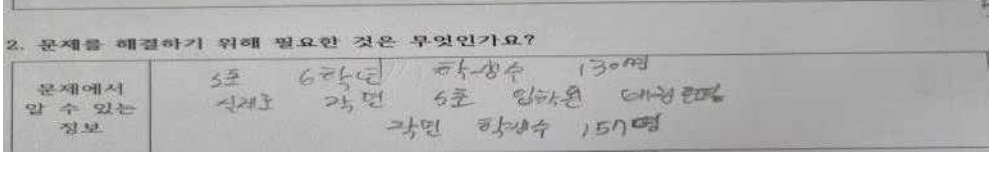
<표Ⅴ-2> 과제1의 최종 모델이 적용 가능한 실생활 사례

모둠	과제1 최종 모델의 적용
1	연세, 월세 집 구할 때
2	거리에 따라 배달비, 걸리는 시간 비교해서 배달 음식 주문할 때
3	여행 계획 시 이동 수단 정할 때
4	이자율을 비교하여 저축할 때
5	음식이나 옷에 포함된 성분 비교할 때
6	물건 살 때 서비스나 할인해주는 금액 확인해서 장을 볼 때

나. 수학적 모델링 과제2 - 중학교 배정 인원 예상

1) 실생활 문제 단계

이 단계는 실생활에서 일어날 수 있는 문제 상황을 해결하기 위해 학생들이 의견을 나누고 문제의 내용과 제시된 자료 및 조건을 이해하는 단계이다. 교사는 학생들에게 문제 상황을 읽은 후 모둠원들과 생각을 공유하며 간략하게 정리할 시간을 제공하였고 학생들은 문제에서 구해야 할 목표와 유용한 정보를 찾아 문제를 글과 그림으로 단순화하여 간결하게 나타냈다. 모둠별로 올해 6학년 학생 130명 중 각 중학교에 배정되는 학생 수를 구하는 것을 목표로 정하였고 문제를 단순화했다. 또한 제시된 자료를 살펴보며 작년 졸업생 수, 작년 졸업생들의 중학교 배정 현황, 올해 학생 수 등을 파악하였다. 모둠별로 정리한 내용 예시는 [그림Ⅴ-5]와 같다.

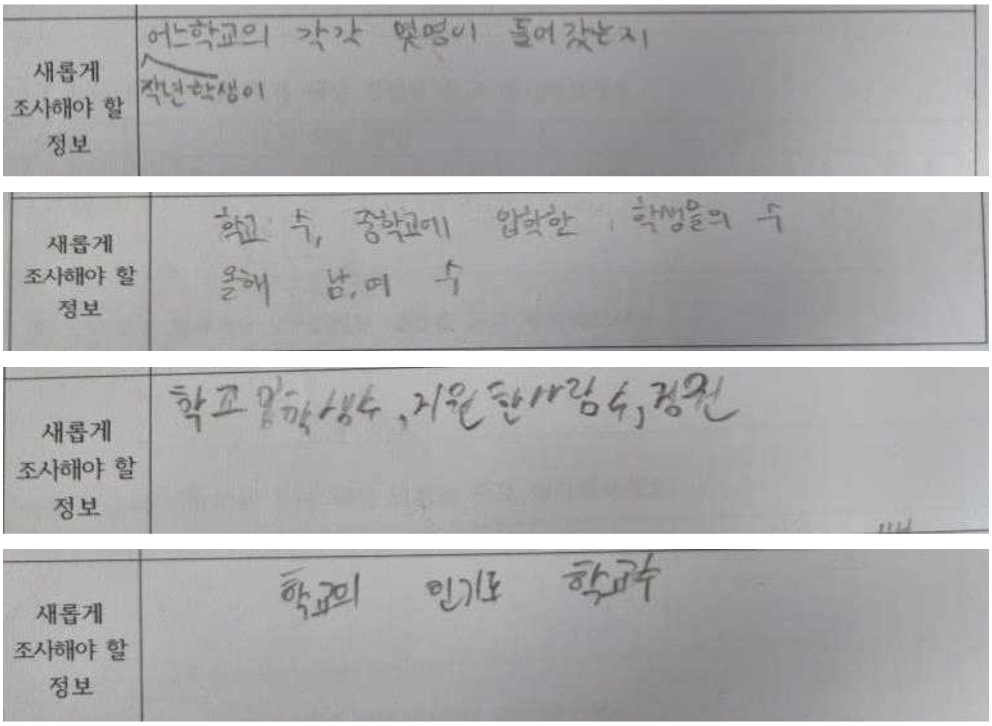

1. 문제 상황에서 구하려고 하는 것은 무엇인가요?

2. 문제를 해결하기 위해 필요한 것은 무엇인가요?

문제에서 알 수 있는 정보	5초 6학년 학생수 130명

[그림Ⅴ-5] 과제2를 모둠별로 단순화한 내용

문제 상황을 간단하게 정리한 것을 바탕으로 문제해결을 위해 더 수집해야 할 정보는 모둠별로 논의하여 학생들이 스스로 찾을 수 있도록 하였다. 중학교 개수는 몇 개인지, 작년 졸업생은 중학교별로 각각 몇 명씩 배정되었는지, 작년과 올해 남학생과 여학생의 수는 몇 명인지, 중학교의 정원과 지원한 학생 수는 몇 명인지 등 모둠별로 더 필요하다고 생각하는 정보를 찾아 정리하였다. 모둠별 논의를 통해 찾은 더 필요한 정보 예시는 [그림Ⅴ-6]과 같다.



[그림Ⅴ-6] 과제2를 해결하기 위해 모둠별로 더 필요한 정보

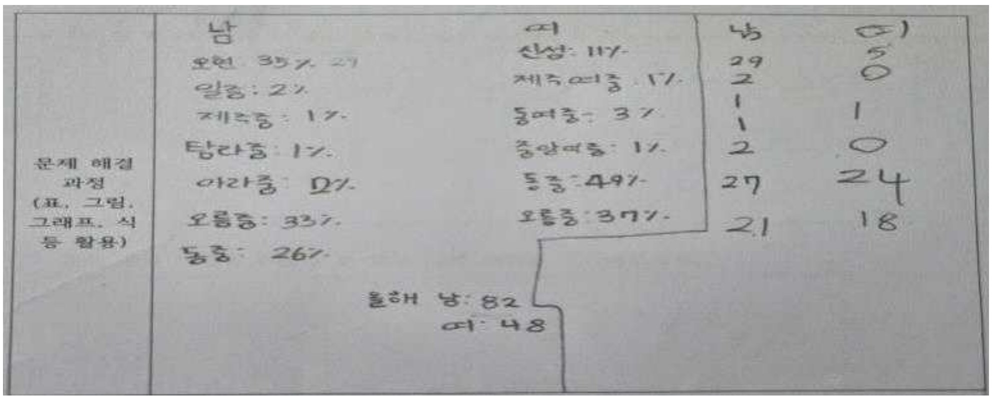
2) 모델 단계

이 단계는 이전의 실생활 문제 단계에서 단순화한 문제 상황과 필요한 정보들을 바탕으로 학생들이 알고 있는 수학적 지식을 응용하여 문제해결 전략을 수립하고, 문제를 스스로 해결해보며 소그룹별로 그림, 표, 그래프, 식 등으로 수학적 모델을 개발하는 단계이다. 세 모둠에서는 작년 학생들이 중학교별로 배정된 인원을 정리하여 '작년 학생 수 : 중학교 배정 인원 = 올해 학생 수 : □'와 같이 비례식을 세우고 외항의 곱은 내항의 곱과 같다는 비례식의 성질을 이용하여 올해 학생들의 중학교별 배정 인원을

예상하였다. 모둠 3과 모둠 4는 작년 중학교 배정 현황을 바탕으로 전체 학생 수에 대한 각 중학교 배정 인원의 백분율을 계산하고 올해 학생 수를 곱해 중학교별 올해 배정 인원을 예상하였다. 두 모둠의 모델은 공통적으로 백분율을 활용했으나 모둠 3은 남학생과 여학생을 구분하지 않고 전체 학생 수를 기준량으로 하였고 모둠 4는 남학생과 여학생을 구분하여 남학생 수와 여학생 수를 각각 기준량으로 하였다는 점에서 차이가 있었다. 모둠 2는 모둠 4와 같이 남학생과 여학생을 구분하여 중학교별 배정 인원을 예상하였는데 백분율을 활용한 모둠 4와 달리 모둠 2는 비율을 활용하였다. 일부 모둠에서는 각 중학교의 배정 정원에 대한 실제 배정 인원을 비교하거나, 학생들의 1지망 지원 인원에 대한 실제 배정 인원을 비교하려고 시도하였으나 해결 방법을 찾지 못해 방법을 수정하였다. 모델 단계에서 나타난 모둠 4의 활동 과정은 <표Ⅴ-3>과 같다.

<표Ⅴ-3> 과제2의 모델 단계에서 나타난 모둠 4의 활동 계획

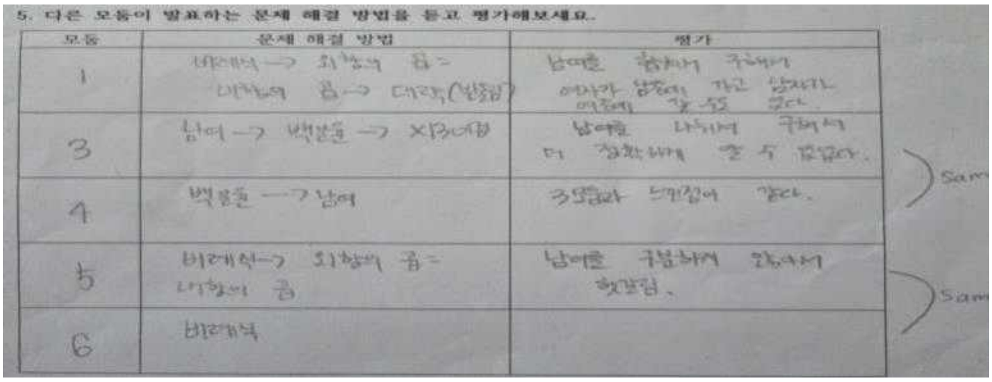
모둠	과제2 수학적 모델 개발
4	① 작년과 올해 남학생과 여학생 수를 구한다. (작년 학생 수는 주어진 자료에서 파악하고, 올해 학생 수는 학급 현황판에서 정보 수집) ② 작년 학생들의 성별을 구분하여 전체 학생 수에 대한 각 중학교 배정 인원의 백분율을 계산하여 일의 자리까지 반올림한다. (남학생= $\frac{\text{중학교배정인원}}{86} \times 100$, 여학생= $\frac{\text{중학교배정인원}}{71} \times 100$) ③ 올해 학생들의 성별을 구분하여 학생 수에 작년 중학교별 배정된 백분율을 곱하고 일의 자리까지 반올림한다. (남학생=82×작년 중학교 배정 백분율, 여학생=48×작년 중학교 배정 백분율)



[그림Ⅴ-7] 과제2의 모델 단계에서 나타난 모둠 4의 활동 모습

3) 수학적 결론 단계

이 단계는 학생들이 소그룹별로 개발한 수학적 모델을 학급 전체를 대상으로 발표하고 여러 가지 모델의 공통점과 차이점, 장점과 단점을 비교 및 평가하는 단계로, 이 과정에서 각 모델에 적용된 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 정리한다. 또한 의사소통이 활발히 이루어지도록 수업 분위기를 형성하여 발표 및 토의 과정에서 발견한 오류를 함께 수정하기도 하였다. 학생들은 다른 모둠의 발표를 들으며 중학교 배정 인원 예상 방법은 무엇인지, 예상되는 각 중학교 배정 인원은 몇 명인지, 남학생과 여학생 구분 유무에 따라 결과가 어떻게 달라지는지 등에 대해 평가하고 기록했다. 수학적 결론 단계의 활동 결과는 [그림Ⅴ-8]과 같다.


5. 다른 모둠이 발표하는 문제 해결 방법을 듣고 평가해보세요.

모둠	문제 해결 방법	평가
1	비례식 → 외항의 곱 = 내항의 곱 → 대략(반올림)	남녀를 [illegible] 구해서 여자가 남중에 가고 싶어도 여중에 갈 수도 있다.
3	남녀 → 백분율 → ×13(내림)	남녀를 나누어 구해서 더 정확하게 알 수 있었다.
4	백분율 → 남녀	3모둠과 느낌이 같다.
5	비례식 → 외항의 곱 = 내항의 곱	남녀를 구분하게 되어서 헷갈림.
6	비례식	

[그림Ⅴ-8] 과제2의 수학적 결론 단계 활동 결과 예시

4) 모델 적용 단계

이 단계는 제시된 여러 가지 모델들 가운데 가장 적절한 수학적 모델을 선택한 후 수정 및 보완하여 최종 모델을 구성하고 처음의 현실 문제에 적용하여 해결해보며, 이 모델을 활용할 수 있는 또 다른 실생활 사례나 상황을 찾아보는 단계이다. 학급 전체 토의를 통해 남학생과 여학생을 구분하고 작년에 각 중학교에 배정된 학생들의 백분율을 활용하여 올해 학생들의 결과를 예상하는 모델을 가장 적절한 모델로 최종 선택하여 문제를 함께 해결하였다. 또한 우리 주변에서 쉽게 볼 수 있는 로또 당첨, 선거, 일기예보 등의 문제 상황에서 가장 적절한 모델을 활용할 수 있다는 사실을 알 수 있었다. 모둠별로 찾은 모델이 적용 가능한 실생활 사례는 <표Ⅴ-4>와 같다.

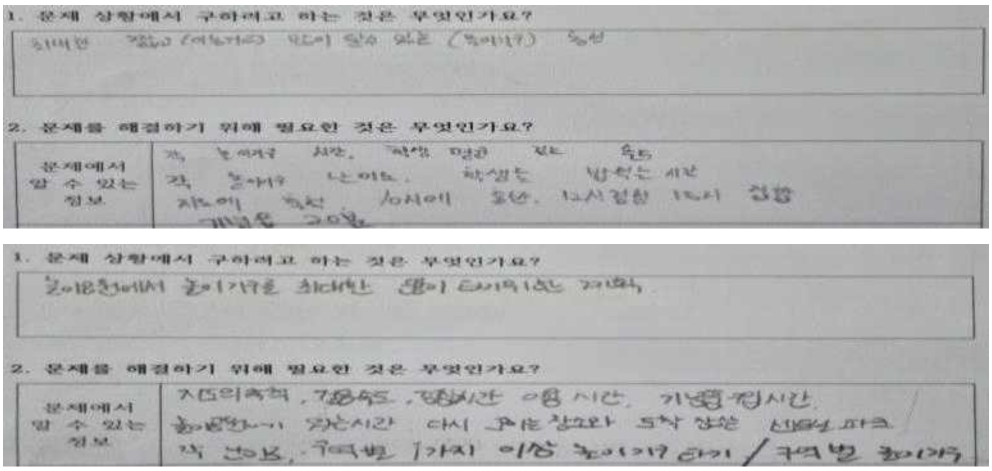
<표Ⅴ-4> 과제2의 최종 모델이 적용 가능한 실생활 사례

모둠	과제2 최종 모델의 적용
1	로또 당첨 번호 예측할 때
2	대통령 선거에서 출구조사로 당선 예측할 때
3	경제 상황에 따라 바뀌는 라면 가격 생각할 때
4	아이돌 콘서트 티켓 예매 성공률 따져볼 때
5	학급 칭찬 학생 뽑을 때
6	기상청에 강수 확률 예측할 때

다. 수학적 모델링 과제3 - 놀이공원 이용 계획

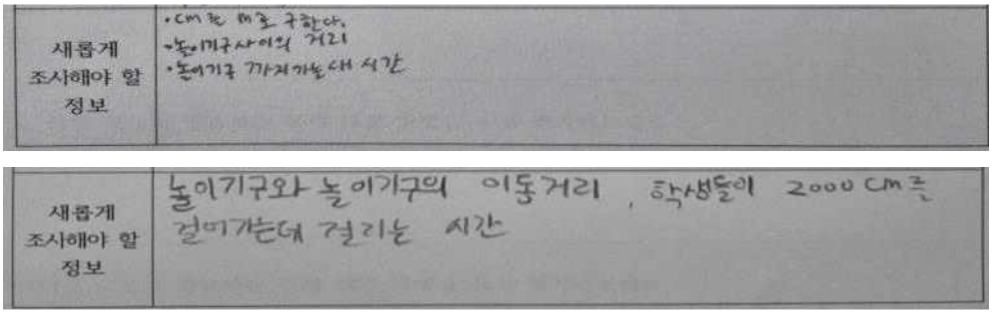
1) 실생활 문제 단계

이 단계는 실생활에서 일어날 수 있는 문제 상황을 해결하기 위해 학생들이 의견을 나누고 문제의 내용과 제시된 자료 및 조건을 이해하는 단계이다. 교사는 학생들에게 문제 상황을 읽은 후 모둠원들과 생각을 공유하며 간략하게 정리할 시간을 제공하였고 학생들은 문제에서 구해야 할 목표와 유용한 정보를 찾아 문제를 글과 그림으로 단순화하여 간결하게 나타냈다. 모둠별로 놀이공원에서 놀이기구를 최대한 많이 타기 위한 계획을 세우는 것을 목표로 정하였고 이동 거리가 짧고 시간이 적게 걸리면서 놀이기구를 많이 탈 수 있는 방법을 찾는 것으로 문제를 단순화했다. 또한 제시된 자료를 살펴보며 지도의 축척, 구역별 놀이기구 종류, 이용 시간, 걸음 속도, 출발 및 도착 장소, 놀이기구 이용 조건 등을 파악했다. 모둠별로 정리한 내용 예시는 [그림Ⅴ-9]와 같다.



[그림Ⅴ-9] 과제3을 모둠별로 단순화한 내용

문제 상황을 간단하게 정리한 것을 바탕으로 문제해결을 위해 더 수집해야 할 정보는 모둠별로 논의하여 학생들이 스스로 찾을 수 있도록 하였다. 단위를 무엇으로 통일할 것인지, 놀이기구 사이의 거리는 얼마인지, 이동하는 데 걸리는 시간은 얼마인지, 지도에서 1cm를 걸리는 시간으로 바꾸면 얼마인지 등 모둠별로 더 필요하다고 생각하는 정보를 찾아 정리하였다. 모둠별 논의를 통해 찾은 더 필요한 정보 예시는 [그림Ⅴ-10]과 같다.



새롭게 조사해야 할 정보	•cm를 m로 구한다. •놀이기구사이의 거리 •놀이기구 까지가는데 시간

새롭게 조사해야 할 정보	놀이기구와 놀이기구의 이동거리 , 학생들이 2000 cm를 걸어가는데 걸리는 시간

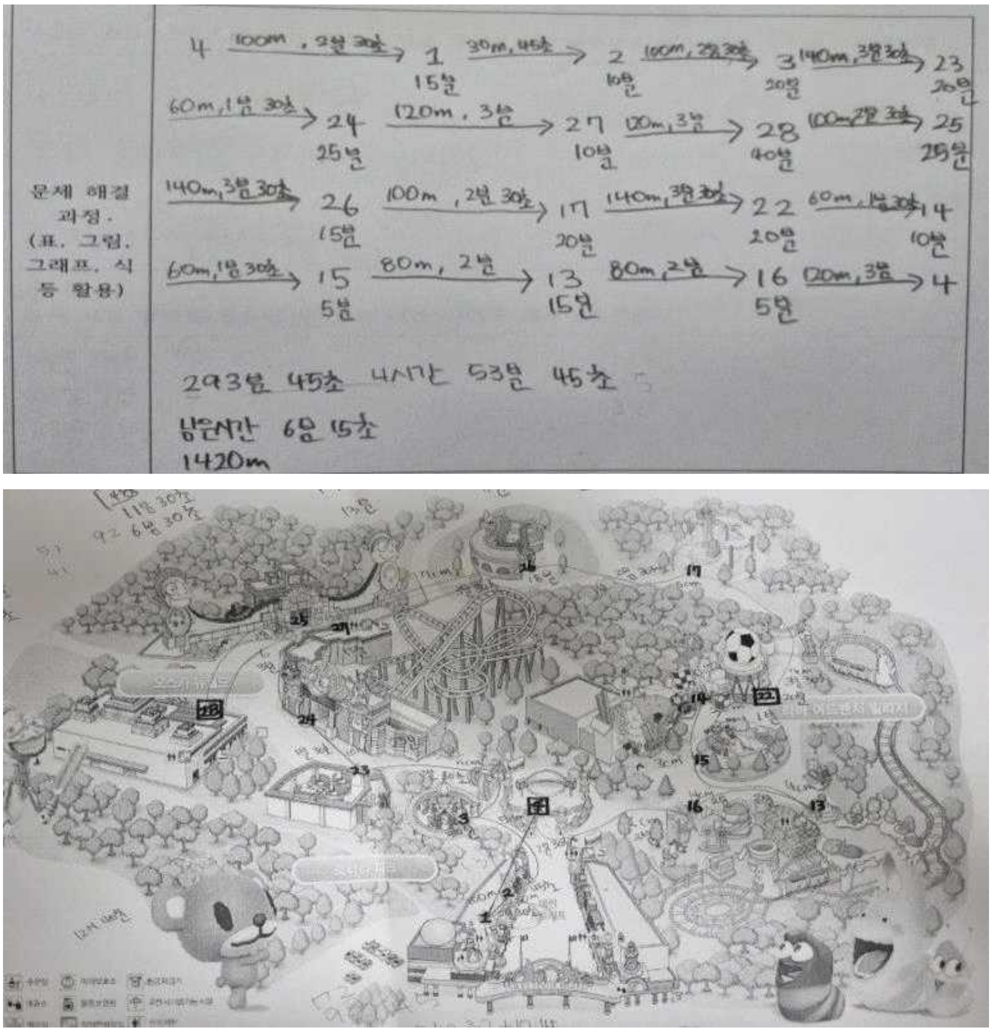
[그림Ⅴ-10] 과제3을 해결하기 위해 모둠별로 더 필요한 정보

2) 모델 단계

이 단계는 이전의 실생활 문제 단계에서 단순화한 문제 상황과 필요한 정보들을 바탕으로 학생들이 알고 있는 수학적 지식을 응용하여 문제해결 전략을 수립하고, 문제를 스스로 해결해보며 소그룹별로 그림, 표, 그래프, 식 등으로 수학적 모델을 개발하는 단계이다. 모든 모둠에서는 공통적으로 각 놀이기구 사이의 실제 거리를 비례식을 이용하여 구하고 실제 거리를 6학년 학생의 평균 걸음 속도로 나눠 이동 시간을 계산했다. 다음으로 여러 가지 경우를 생각하여 이동 시간과 놀이기구 이용 시간의 합을 계산하여 주어진 시간에 조건을 만족하는 동선을 찾았다. 문제해결에 활용한 수학적 개념 및 원리를 같았지만 해결 과정에서 차이점을 보이기도 했다. 첫째, 놀이기구 사이의 거리를 측정하는 데 사용한 도구가 자, 종이 자, 고무줄, 실 등으로 달랐다. 둘째, 놀이기구 사이의 거리를 측정하는 기준을 직선 거리로 하는 모둠과 통행로에 따른 곡선 거리로 하는 모둠으로 나뉘었다. 셋째, 같은 놀이기구 타지 않기, 같은 놀이기구를 타더라도 무조건 많이 타기, 재미있는 놀이기구를 연속해서 타기 등 모둠원의 성향을 반영하여 탈 놀이기구를 선택하고 동선을 구성하였다. 모델 단계에서 나타난 모둠 4의 활동 과정은 <표Ⅴ-5>와 같다.

<표Ⅴ-5> 과제3의 모델 단계에서 나타난 모둠 4의 활동 계획

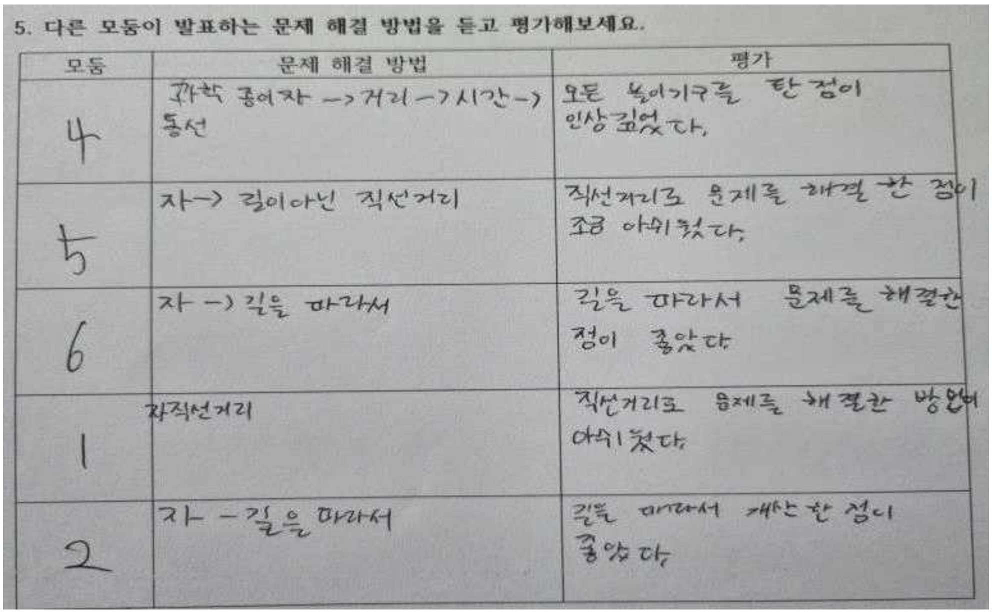
모둠	과제3 수학적 모델 개발
4	① 종이 자를 이용하여 통행로를 따라 놀이기구 사이의 거리를 측정한다. ② 지도의 축척을 이용하여 비례식을 세워 놀이기구 사이의 실제 거리를 계산한다. (1 : 2000 = 종이 자로 측정한 놀이기구 사이의 거리 : □) ③ 놀이기구의 사이의 실제 거리의 단위를 m로 바꾼다. ④ 6학년 학생의 평균 걸음 속도를 이용하여 이동 시간을 계산한다. (놀이기구 사이의 실제 거리 ÷ 40m/분) ⑤ 모든 놀이기구를 한 번씩 타는 기준을 정한다. ⑥ 이동 시간과 놀이기구 이용 시간의 합을 계산하며 주어진 시간에 조건을 만족하는 동선을 찾는다.



[그림Ⅴ-11] 과제3의 모델 단계에서 나타난 모둠 4의 활동 모습

3) 수학적 결론 단계

이 단계는 학생들이 소그룹별로 개발한 수학적 모델을 학급 전체를 대상으로 발표하고 여러 가지 모델의 공통점과 차이점, 장점과 단점을 비교 및 평가하는 단계로, 이 과정에서 각 모델에 적용된 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 정리한다. 또한 의사소통이 활발히 이루어지도록 수업 분위기를 형성하여 발표 및 토의 과정에서 발견한 오류를 함께 수정하기도 하였다. 학생들은 다른 모둠의 발표를 들으며 축척과 속도를 활용할 때 어떤 수학적 개념 및 원리를 적용했는지, 거리를 측정하는 방법과 문제점은 무엇인지, 놀이기구 이용 조건을 모두 만족했는지, 총 몇 개의 놀이기구를 이용했는지, 그 외에 놀이기구 선택 기준은 무엇이었는지 등에 대해 평가하고 기록했다. 수학적 결론 단계의 활동 결과는 [그림Ⅴ-12]와 같다.


5. 다른 모둠이 발표하는 문제 해결 방법을 듣고 평가해보세요.

모둠	문제 해결 방법	평가
4	과학 종이자 -> 거리 -> 시간 -> 동선	모든 놀이기구를 탄 점이 인상깊었다.
5	자 -> 길이아닌 직선거리	직선거리로 문제를 해결 한 점이 조금 아쉬웠다.
6	자 -> 길을 따라서	길을 따라서 문제를 해결한 점이 좋았다
1	자직선거리	직선거리로 문제를 해결한 방법이 아쉬웠다.
2	자 - 길을 따라서	길을 따라서 재는 한 점이 좋았다.

[그림Ⅴ-12] 과제3의 수학적 결론 단계 활동 결과 예시

4) 모델 적용 단계

이 단계는 제시된 여러 가지 모델들 가운데 가장 적절한 수학적 모델을 선택한 후 수정 및 보완하여 최종 모델을 구성하고 처음의 현실 문제에 적용하여 해결해보며, 이 모델을 활용할 수 있는 또 다른 실생활 사례나 상황을 찾아보는 단계이다. 학급 전체 토

의를 통해 도구로 종이 자 이용, 비례식을 활용하여 놀이기구 사이의 실제 거리 계산, 실제 거리를 평균 걸음 속도로 나눠 이동 시간 계산, 제한된 시간에 주어진 조건을 만족하며 모든 놀이기구를 한 번씩 타기 등을 포함하여 모둠 4가 개발한 모델을 가장 적절한 모델로 최종 선택하여 문제를 함께 해결하였다. 또한 우리 주변에서 쉽게 볼 수 있는 여행, 배달, 환승 등의 문제 상황에서 가장 적절한 모델을 활용할 수 있다는 사실을 알 수 있었다. 모둠별로 찾은 모델이 적용 가능한 실생활 사례는 <표Ⅴ-6>과 같다.

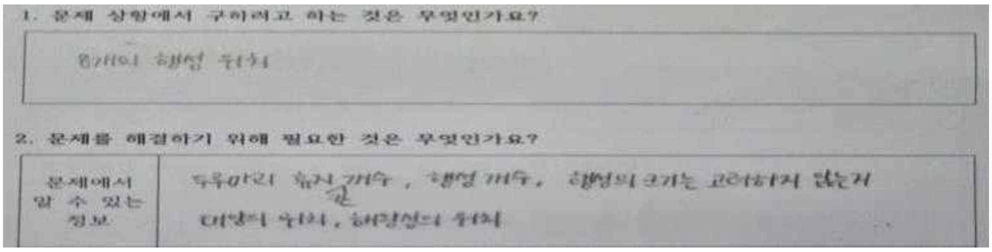
<표Ⅴ-6> 과제3의 최종 모델이 적용 가능한 실생활 사례

모둠	과제3 최종 모델의 적용
1	현장체험학습 계획 세울 때
2	버스 노선 정할 때
3	배달 순서 정할 때
4	세계 여행 루트 짤 때
5	지하철 갈아탈 때
6	자동차 네비게이션에서 안내하는 길 선택할 때

나. 수학적 모델링 과제4 - 태양계 위치 축소

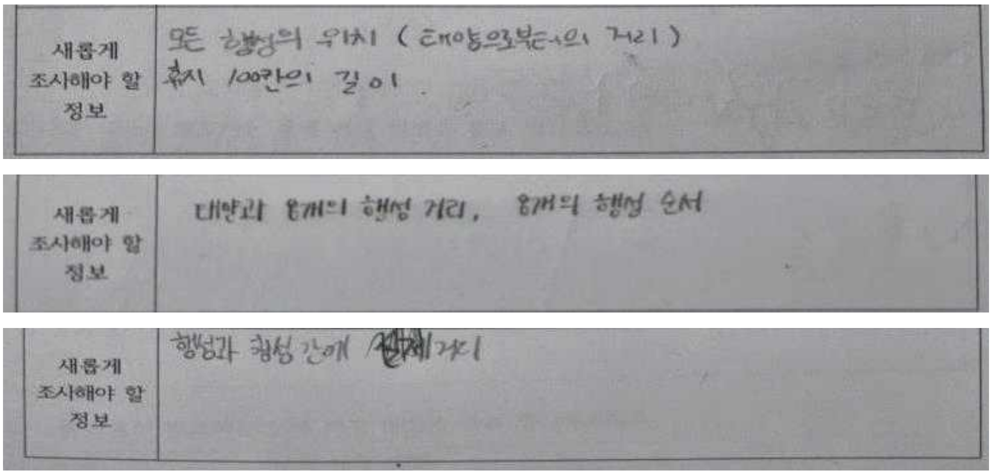
1) 실생활 문제 단계

이 단계는 실생활에서 일어날 수 있는 문제 상황을 해결하기 위해 학생들이 의견을 나누고 문제의 내용과 제시된 자료 및 조건을 이해하는 단계이다. 교사는 학생들에게 문제 상황을 읽은 후 모둠원들과 생각을 공유하며 간략하게 정리할 시간을 제공하였고 학생들은 문제에서 구해야 할 목표와 유용한 정보를 찾아 문제를 글과 그림으로 단순화하여 간결하게 나타냈다. 모둠별로 두루마리 휴지 100칸에서의 8개 행성의 위치를 찾는 것을 목표로 정하였고 문제를 단순화하며 일부 모둠에서는 그림으로 대략적으로 행성을 표시해보기도 했다. 또한 제시된 자료를 살펴보며 두루마리 휴지 칸의 수, 행성의 개수, 왼쪽 끝의 태양과 오른쪽 끝의 해왕성의 위치, 행성의 크기는 생각하지 않는다는 조건 등을 파악하였다. 모둠별로 정리한 내용 예시는 [그림Ⅴ-13]과 같다.



[그림Ⅴ-13] 과제4를 모둠별로 단순화한 내용

문제 상황을 간단하게 정리한 것을 바탕으로 문제해결을 위해 더 수집해야 할 정보는 모둠별로 논의하여 학생들이 스스로 찾을 수 있도록 하였다. 각 행성들의 태양으로부터의 거리가 얼마인지, 두루마리 휴지 100칸의 길이는 몇인지, 8개 행성의 순서는 무엇인지, 행성과 행성 사이의 실제 거리는 몇인지 등 모둠별로 더 필요하다고 생각하는 정보를 찾아 정리하였다. 모둠별 논의를 통해 찾은 더 필요한 정보 예시는 [그림Ⅴ-14]와 같다.



[그림Ⅴ-14] 과제4를 해결하기 위해 모둠별로 더 필요한 정보

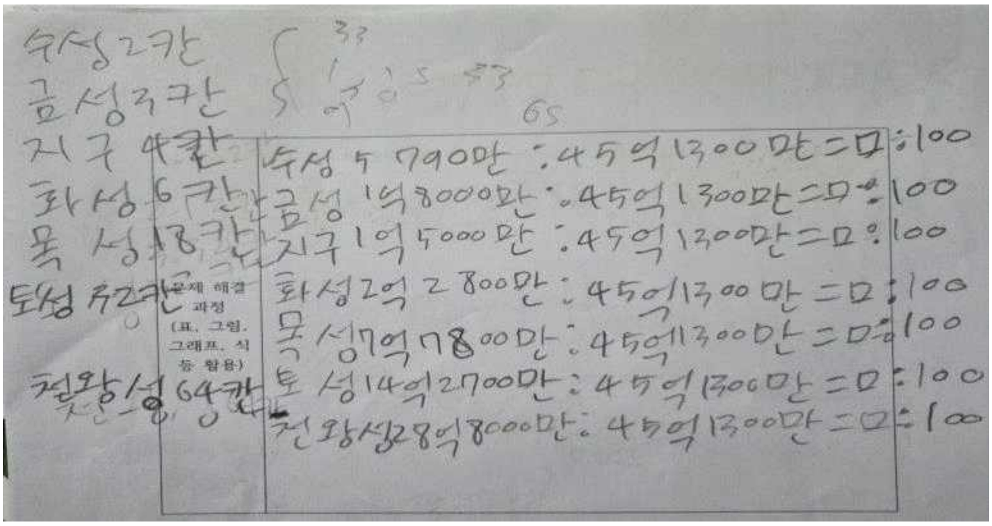
2) 모델 단계

이 단계는 이전의 실생활 문제 단계에서 단순화한 문제 상황과 필요한 정보들을 바탕으로 학생들이 알고 있는 수학적 지식을 응용하여 문제해결 전략을 수립하고, 문제를 스스로 해결해보며 소그룹별로 그림, 표, 그래프, 식 등으로 수학적 모델을 개발하는 단계이다. 세 모둠에서는 '태양으로부터 행성까지의 실제 거리 : 태양으로부터 해왕성

까지의 실제 거리 = □ : 두루마리 휴지 100칸에서 태양으로부터 해왕성까지의 거리' 비례식을 세우고 외항의 곱은 내항의 곱과 같다는 성질을 이용하여 계산하였다. 계산 과정에서 두 모둠은 두루마리 휴지의 칸수로 행성의 위치를 표현한 반면 한 모둠은 두루마리 휴지의 길이를 자로 측정하여 행성의 위치를 표현하였다. 또 다른 두 모둠은 태양으로부터 해왕성까지의 실제 거리에 대한 태양으로부터 각 행성까지의 실제 거리의 백분율을 구하여 두루마리 휴지 100칸 중 표시되는 위치를 찾아냈다. 모둠 2는 다른 모둠들과는 달리 태양으로부터 각 행성까지의 실제 거리를 조사하지 않고 태양으로부터 지구까지의 거리를 1로 볼 때 태양으로부터 각 행성까지의 상대 거리를 조사하였다. 이 모둠에서는 5학년 과학 시간에 학습한 내용을 떠올려 정보를 수집하였다. 태양으로부터 해왕성까지의 상대 거리가 30이므로 두루마리 휴지 100칸에 나타내려고 할 때 3.3을 곱하면 99로 100칸과 비슷해진다는 결과를 얻어 '태양으로부터 각 행성까지의 상대 거리 × 3.3'을 하여 8개 행성위 위치를 알아냈다. 모델 단계에서 나타난 모둠 1의 활동 과정은 <표Ⅴ-7>과 같다.

<표Ⅴ-7> 과제4의 모델 단계에서 나타난 모둠 1의 활동 계획

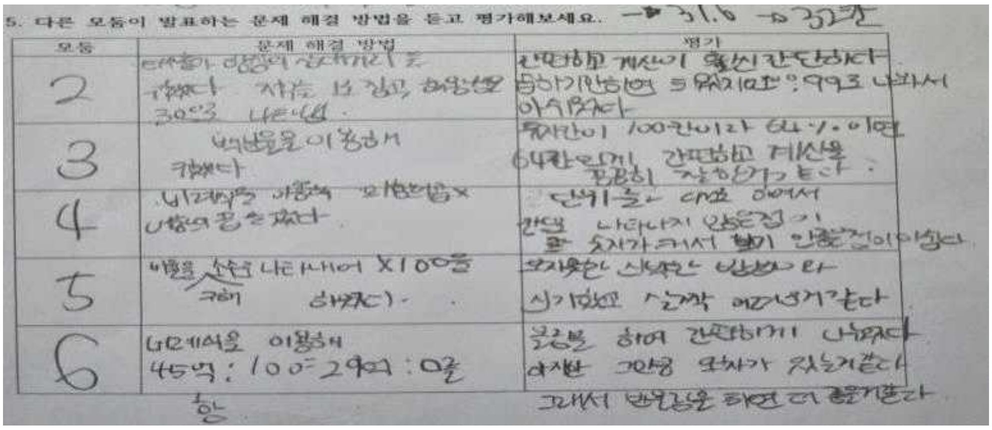
모둠	과제4 수학적 모델 개발
1	① 태양으로부터 각 행성까지의 실제 거리를 조사한다. ② 비례식을 세워 두루마리 휴지 100칸에서의 행성의 위치를 계산한다. (태양으로부터 각 행성까지의 실제 거리 : 태양으로부터 해왕성까지의 실제 거리 = □ : 100) ③ 행성의 위치를 표시한다.



[그림Ⅴ-15] 과제4의 모델 단계에서 나타난 모둠 1의 활동 모습

3) 수학적 결론 단계

이 단계는 학생들이 소그룹별로 개발한 수학적 모델을 학급 전체를 대상으로 발표하고 여러 가지 모델의 공통점과 차이점, 장점과 단점을 비교 및 평가하는 단계로, 이 과정에서 각 모델에 적용된 수학적 개념, 원리, 법칙 등을 정리한다. 또한 의사소통이 활발히 이루어지도록 수업 분위기를 형성하여 발표 및 토의 과정에서 발견한 오류를 함께 수정하기도 하였다. 학생들은 다른 모둠의 발표를 들으며 행성의 위치 축소 방법은 무엇인지, 실제 거리와 상대 거리를 이용했을 때의 차이는 무엇인지, 휴지의 칸과 휴지의 길이를 활용한 위치 표현 방법의 장단점은 무엇인지, 큰 수를 간단하고 효율적으로 어떻게 계산할 수 있는지 등에 대해 평가하고 기록했다. 수학적 결론 단계의 활동 결과는 [그림Ⅴ-16]과 같다.



[그림Ⅴ-16] 과제4의 수학적 결론 단계 활동 결과 예시

4) 모델 적용 단계

이 단계는 제시된 여러 가지 모델들 가운데 가장 적절한 수학적 모델을 선택한 후 수정 및 보완하여 최종 모델을 구성하고 처음의 현실 문제에 적용하여 해결해보며, 이 모델을 활용할 수 있는 또 다른 실생활 사례나 상황을 찾아보는 단계이다. 학급 전체 토의를 통해 계산이 효율적인 태양으로부터 각 행성까지의 상대 거리를 활용한 모델을 가장 적절한 모델로 선택하였으며 모둠 2의 '태양으로부터 각 행성까지의 상대 거리 × 3.3'의 모델을 수정하여 두루마리 휴지 100칸에 맞춰 각 행성의 위치를 나타내기 위해 '태양으로부터 각 행성까지의 상대 거리 : 태양으로부터 해왕성까지의 상대 거리 = □

: 100'의 비례식 모델을 최종 선택하여 문제를 함께 해결하였다. 또한 우리 주변에서 쉽게 볼 수 있는 사진 크기 변경, 집 설계, 작품 제작 등의 문제 상황에서 가장 적절한 모델을 활용할 수 있다는 사실을 알 수 있었다. 모둠별로 찾은 모델이 적용 가능한 실생활 사례는 <표Ⅴ-8>과 같다.

<표Ⅴ-8> 과제4의 최종 모델이 적용 가능한 실생활 사례

모둠	과제4 최종 모델의 적용
1	지도의 축척 확인할 때
2	사진 크기 바꿀 때
3	학습지 복사할 때
4	발명품 구상도 그릴 때
5	집 설계할 때
6	3D 프린터로 작품 만들 때

2. 수학적 문제해결력에 미치는 영향 분석

본 연구에서는 수학적 모델링 활동이 실험집단 학생들의 수학적 문제해결력에 미치는 영향을 알아보기 위해 사전 및 사후 문제해결력 검사지를 제작하였다. 수학적 문제해결력 검사지는 규칙성 영역 중 6학년 1학기 4단원 비와 비율, 6학년 2학기 4단원 비례식과 비례배분 학습 내용에서 교과서와 교사용 지도서, 전자저작물을 참고하여 총 24문항으로 구성하였다. 검사에 참여한 인원은 총 26명이며, 먼저 사전 수학적 문제해결력 검사를 실시하고 4가지 과제의 수학적 모델링 활동을 한 후 사후 수학적 문제해결력 검사를 실시하여 성취도를 양적 분석하였다. 검사의 채점은 한 문항에 4점, 실생활 관련 4개 문항에 5점을 부여하여 총 100점 만점으로 하였다. 사전 및 사후 수학적 문제해결력 검사 결과는 SPSS를 활용하여 대응 표본 t-검정을 실시하여 분석하였다.

가. 수학적 문제해결력 검사 결과 분석

<표Ⅴ-9> 수학적 문제해결력 검사 결과

검사	평균	표준편차	사례수	t	p
사전 검사	62.731	24.971	26	-2.425	.023*
사후 검사	67.731	27.034	26		

$^{*}p < .05$

<표Ⅴ-9>에서 나타난 바와 같이 사전 수학적 문제해결력 검사의 평균은 62.731점, 사후 수학적 문제해결력 검사의 평균은 67.731점으로 나타났고, 사전과 사후 검사의 평균 점수의 차이는 5점으로 사전 검사에 비해 사후 검사의 평균 점수가 더 높아진 것을 볼 수 있다. 대응 표본 t-검정을 실시하여 통계적으로 검증한 결과 사전과 사후 수학적 문제해결력 검사 결과는 p값이 .023으로 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 따라서 초등학교 6학년 학생들이 규칙성 영역과 관련된 학습 내용을 수학적 모델링 활동으로 학습한 경우 수학적 문제해결력이 더 향상된다고 할 수 있다.

3. 수학적 태도에 미치는 영향 분석

본 연구에서는 이환철 외(2017)의 수학 학습 정의적 영역 검사지를 활용하여 수학적 모델링 활동이 실험집단 학생들의 수학적 태도에 미치는 영향을 알아보고자 하였다. 검사에 참여한 인원은 총 26명이며, 먼저 사전 수학적 태도 검사를 실시하고 4가지 과제의 수학적 모델링 활동을 한 후 사후 수학적 태도 검사를 실시하여 결과를 양적 분석하였다. 수학적 태도 검사지는 총 24문항으로 구성되어 있고 수학 흥미, 수학 학습 태도, 가치, 학습동기, 학습 의지, 효능감 총 6개의 하위 요인으로 구분된다. 검사에 대한 응답은 각 문항에 대하여 5단계 평정척도로 구성되어 있고, 긍정형 문항의 경우 응답 내용에 따라 '항상 그렇다'는 5점, '대체로 그렇다'는 4점, '그저 그렇다'는 3점, '대체로 그렇지 않다'는 2점, '전혀 그렇지 않다'는 1점으로 점수를 부여하였다. 반면, 부정형 문항(10, 21)의 경우에는 긍정형 문항과 역으로 점수를 부여하였다. 사전 및 사후 수학적 태도 검사 결과는 SPSS를 활용하여 대응 표본 t-검정을 실시하여 분석하였다.

가. 수학적 태도 검사 결과 분석

<표Ⅴ-10> 수학적 태도 검사 결과

검사	평균	표준편차	사례수	t	p
사전 검사	79.577	13.712	26	-2.769	.010*
사후 검사	89.808	15.187	26		

*$p < .05$

<표Ⅴ-10>에서 나타난 바와 같이 사전 수학적 태도 검사의 평균은 79.577점, 사후 수학적 태도 검사의 평균은 89.808점으로 나타났고, 사전과 사후 검사의 평균 점수의

차이는 10.231점으로 사전 검사에 비해 사후 검사의 평균 점수가 더 높아진 것을 볼 수 있다. 대응 표본 t-검정을 실시하여 통계적으로 검증한 결과 사전과 사후 수학적 태도 검사 결과는 p값이 .010으로 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다. 따라서 초등학교 6학년 학생들이 규칙성 영역과 관련된 학습 내용을 수학적 모델링 활동으로 학습한 경우 수학적 태도가 더 향상된다고 할 수 있다.

나. 수학적 태도 검사 결과 하위 요인 분석

수학적 모델링 활동이 수학적 태도의 각 하위 요인에 미치는 영향을 분석하기 위해 사전 및 사후 수학적 태도 검사 결과를 수학 흥미, 수학 학습 태도, 가치, 학습동기, 학습 의지, 효능감의 하위 요인별로 대응 표본 t-검정을 실시하였고 그 결과는 <표Ⅴ-11>과 같다.

<표Ⅴ-11> 수학적 태도 검사의 하위 요인별 결과

하위 요인	검사	평균	표준편차	사례수	t	p
수학 흥미	사전 검사	10.962	4.591	26	-2.192	.038*
	사후 검사	13.808	3.909	26		
수학 학습태도	사전 검사	12.077	2.827	26	-2.122	.044*
	사후 검사	13.539	2.731	26		
가치	사전 검사	14.000	3.644	26	-2.106	.045*
	사후 검사	15.731	3.093	26		
학습동기	사전 검사	14.692	3.308	26	-1.516	.142
	사후 검사	15.885	3.166	26		
학습의지	사전 검사	13.846	2.838	26	-2.148	.042*
	사후 검사	15.231	2.747	26		
효능감	사전 검사	14.000	3.175	26	-1.323	.198
	사후 검사	15.192	2.899	26		

*$p < .05$

1) 수학 흥미 요인에서 사전 검사의 평균은 10.962점, 사후 검사의 평균은 13.808점으로 2.846점 향상되었고 p값이 .038로 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 나타났다.

2) 수학 학습태도 요인에서 사전 검사의 평균은 12.077점, 사후 검사의 평균은 13.539점으로 1.462점 향상되었고 p값이 .044로 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 나타났다.

3) 가치 요인에서 사전 검사의 평균은 14.000점, 사후 검사의 평균은 15.731점으로 1.731점 향상되었고 p값이 .045로 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 나타났다.

4) 학습동기 요인에서 사전 검사의 평균은 14.692점, 사후 검사의 평균은 15.885점으로 1.193점 향상되었으나 p값이 .142로 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 나타나지는 않았다.

5) 학습의지 요인에서 사전 검사의 평균은 13.846점, 사후 검사의 평균은 15.231점으로 1.385점 향상되었고 p값이 .042로 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 나타났다.

6) 효능감 요인에서 사전 검사의 평균은 14.000점, 사후 검사의 평균은 15.192점으로 1.192점 향상되었으나 p값이 .198로 $p < .05$ 수준에서 유의미한 차이가 나타나지는 않았다.

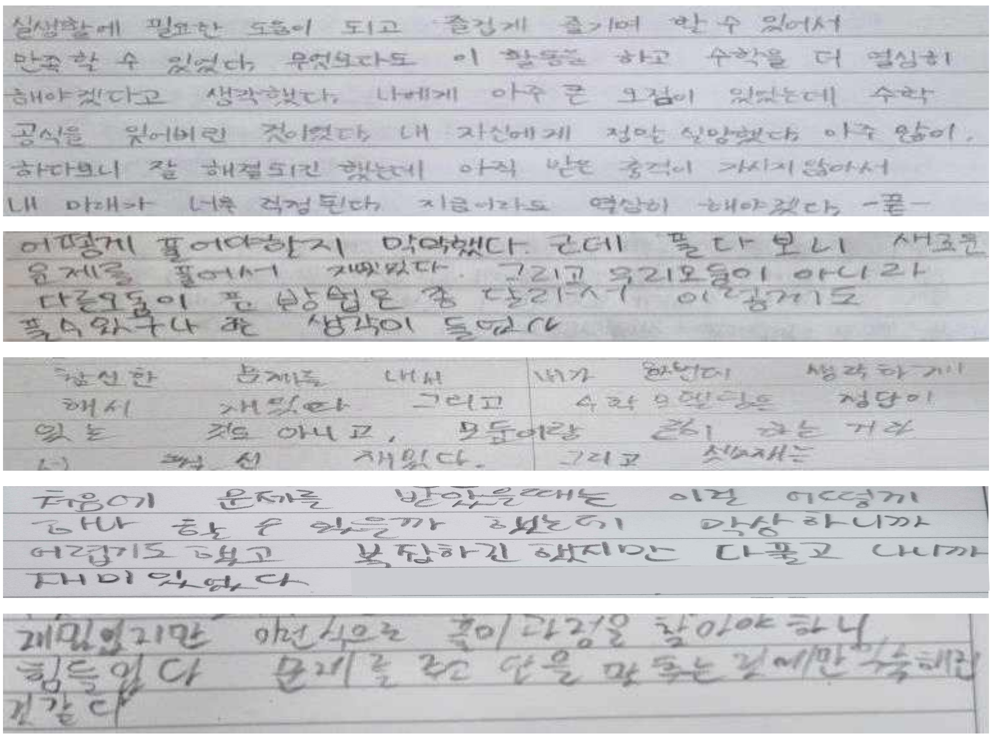
이를 정리하면 수학적 태도의 하위 요인별 평균 점수는 모두 상승한 것으로 나타났으나 통계적으로 수학 흥미, 수학 학습태도, 가치, 학습의지 요인에서는 긍정적인 영향을 미친 반면 학습동기, 효능감 요인에서는 긍정적인 영향을 미치지 못한 것을 알 수 있다.

본 연구에서 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업을 통해 학생들은 실생활에서 접할 수 있는 다양한 문제 상황을 나름대로 단순화 및 재구조화하고 해결 방법을 다양하게 고민하고 의논하여 실제로 해결하는 경험을 하였다. 이때 자신들과 밀접하게 연관되어 있는 실생활 문제를 수학으로 바라보는 것을 새롭게 받아들이고 즐거움을 느끼기 시작했으며 문제해결에 활용된 수학적 원리가 적용되는 다른 실생활 상황들을 찾아보며 현실에서 수학의 활용 가치를 인식하였다. 또한 과제에 대한 해답이 한 번에 나오지 않아 끈기를 갖고 친구들과 끊임없이 탐구하는 과정을 거치며 8차시의 학습을 거듭할수록 문제를 해결할 수 있다는 의지가 강해졌고, 수학 학습 방법이 '학습 문제를 풀기 위한' 수학이 아니라 '실생활 문제를 해결하기 위한' 수학으로 바뀌었다. 이러한 실생활 상황과 수학의 연결, 학습 방법 및 태도의 변화에 대한 인식이 학생들의 수학적 태도에 긍정적인 변화를 일으킨 것으로 볼 수 있다.

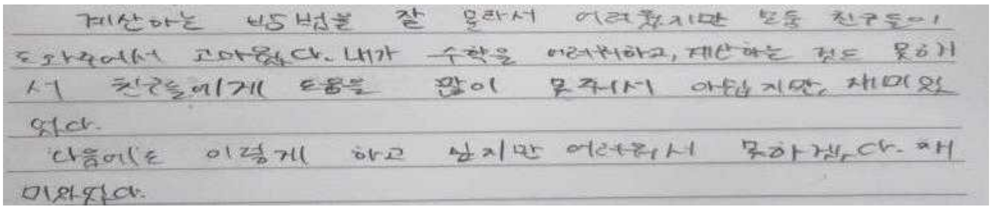
따라서 초등학교 6학년 학생들이 규칙성 영역과 관련된 학습 내용을 수학적 모델링 활동으로 학습한 경우 수학적 태도의 하위 요인 중 수학 흥미, 수학 학습태도, 가치, 학습의지가 더 향상된다고 할 수 있다.

다. 수학적 모델링 활동에 대한 인식에 나타난 수학적 태도 분석

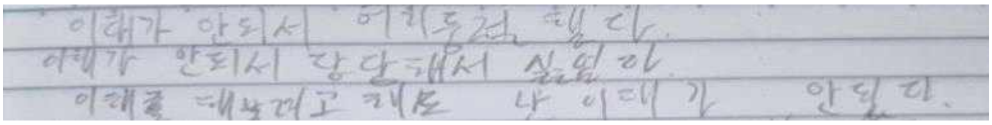
수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업을 마치고 학생들이 작성한 소감문을 살펴보았을 때 대부분의 학생들은 [그림Ⅴ-17]과 같이 긍정적인 반응을 보인 것을 알 수 있었다. 학생들은 '실생활에 필요한 도움이 되고 즐기며 할 수 있어서 만족스러웠다.', '공부한 내용을 잊어버린 것 같아 지금부터라도 열심히 공부해야겠다.', '모둠별로 해결 방법이 달라서 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다는 것을 알았다.', '모둠원이 의논하고 협력하며 함께 해결해서 재미있었다.', '어렵기도 하고 복잡했지만 끝까지 해결하고 나니 재미있었다.', '그동안 문제를 보고 답을 찾는 것에만 익숙해진 것 같은데 해결 과정을 찾는 게 재미있었다.' 등의 반응을 보였다. 이를 통해 수학적 태도의 하위 요인 중 수학 학습을 즐거워 하는 수학 흥미, 평소 학습 방법에 대해 돌아보는 수학 학습 태도, 수학이 실생활에 유용할 것이라는 가치, 학습의 필요성을 느끼는 학습동기, 끈기 있게 어려운 과제도 해결하는 학습의지 요인에서 긍정적인 영향이 있는 것을 관찰할 수 있었다. 반면, [그림Ⅴ-18]과 같이 '다음에도 또 하고 싶지만 어려워서 못하겠다.', '이해가 되지 않아서 뻘쭘했다.' 등의 부정적인 반응도 있었던 것으로 미루어볼 때 수학적 태도의 하위 요인 중 효능감 요인에서는 부정적인 영향이 있는 것을 관찰할 수 있었다.



[그림Ⅴ-17] 수학적 모델링 활동에 대한 학생들의 긍정적인 소감



계산하는 방법을 잘 몰라서 어려웠지만 모둠 친구들이 도와주어서 고마웠다. 내가 수학을 어려워하고, 계산하는 것도 못해서 친구들에게 도움을 많이 못줘서 아쉽지만, 재미있었다.
다음에도 이렇게 하고 싶지만 어려워서 못하겠다. 재미와따.



이해가 안되서 어려웠다.
이해가 안되서 답답해서 싫었다.
이해를 해볼려고 해도 나 이해가 안된다.

[그림Ⅴ-18] 수학적 모델링 활동에 대한 학생들의 부정적인 소감

Ⅵ. 결론

1. 요약

본 연구에서는 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업에서 초등학교 6학년 학생들이 규칙성 영역과 관련된 문제를 수학적 모델을 구성하여 해결하는 과정을 살펴보고 이러한 활동이 학생들의 수학적 문제해결력과 수학적 태도에 어떤 영향을 미치는지 그 효과성을 알아보는 데 의의가 있다.

이를 위해 본 연구에서는 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

첫째, 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업에서 학생들의 수학적 모델 구성 과정은 어떠한가?

둘째, 수학적 모델링 활동이 초등학교 6학년 학생들의 수학적 문제해결력에 어떤 영향을 미치는가?

셋째, 수학적 모델링 활동이 초등학교 6학년 학생들의 수학적 태도에 어떤 영향을 미치는가?

이러한 연구 문제를 해결하기 위해 초등학교 6학년 학생들을 대상으로 하여 수학적 모델링 과제를 재구성 및 개발하고 제주시 소재 S초등학교 1개 학급 26명의 학생들을 실험집단으로 설정하여 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업을 실시하였다. 수학적 모델링 활동을 적용한 수학 수업은 6학년 1, 2학기 각각 4단원의 내용을 중심으로 4가지 주제, 총 8차시에 걸쳐 진행되었다.

학생들의 수학적 모델 구성 과정을 알아보기 위해 수학적 모델링 활동 과정 중 관찰한 학생들의 모습과 활동지, 수업 녹음 자료 등을 분석하여 각 단계에서 나타나는 문제해결 과정의 특징과 모델의 형태를 살펴보았다. 수학적 문제해결력 및 수학적 태도에 미치는 영향을 알아보기 위해 실험집단에 사전 및 사후 수학적 문제해결력 검사, 사전 및 사후 수학적 태도 검사를 실시하고 검사 결과를 t-검정으로 양적 분석하였다.

2. 결론

본 연구를 바탕으로 도출한 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학적 모델링 활동을 통해 실생활 관련 문제 상황을 수학적 원리를 적용하여

해결하며 학생 주도의 탐구 및 실용적 수학 학습이 이루어졌다. 일반적으로 구조화된 수학 수업에서 학생들에게 하나의 수학적 개념이나 원리가 전달되는 반면에 수학적 모델링 활동 과정에서는 학생들이 문제 상황과 관련된 다양한 수학적 개념이나 원리들을 스스로 찾아내고 글, 그림, 표, 식 등으로 표현하며 모둠원과 협력하여 정교화시키는 과정을 통해 고차원적인 문제해결 및 수학 활용을 경험하는 기회를 가질 수 있었다. 또한 문제 상황을 해결하기 위해 끊임없이 탐구하는 과정을 거치며 '학습 문제를 풀기 위한' 수학 학습이 아니라 '실생활 문제를 해결하기 위한' 수학 학습에 대한 인식이 향상되었다.

둘째, 수학적 모델링 활동을 통해 수학적 문제해결력을 향상시킬 수 있다. 실험집단의 사전·사후 수학적 문제해결력 검사 결과에서 수학적 문제해결력 평균이 62.731점에서 67.731점으로 높아졌으며, 통계적으로도 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다($p = .023 < .05$). 이를 통해 수학적 모델링 활동이 문제를 정확히 파악하여 수학적 지식과 논리를 활용해 다각도에서 문제를 해결하는 수학적 문제해결력을 향상시키는 데 기여했음을 알 수 있다.

셋째, 수학적 모델링 활동을 통해 긍정적인 수학적 태도를 형성시킬 수 있다. 실험집단의 사전·사후 수학적 태도 검사 결과에서 수학적 태도 평균이 79.577점에서 89.808점으로 높아졌으며, 통계적으로도 유의미한 차이가 있는 것으로 나타났다($p = .010 < .05$). 수학적 태도의 하위요인을 이환철 외(2017)의 수학 학습 정의적 영역 6가지인 수학 흥미, 수학 학습 태도, 가치, 학습동기, 학습의지, 효능감으로 나누어 분석한 결과 수학 흥미 요인은 2.846점, 수학 학습 태도 요인은 1.462점, 가치 요인은 1.731점, 학습의지 요인은 1.385점 향상되었고 통계적으로도 유의미한 차이를 보였으나 학습동기와 효능감 요인의 평균 점수는 향상되었지만 통계적으로는 유의미한 차이가 나타나지 않았다. 따라서 초등학교 6학년 학생들이 규칙성 영역과 관련된 학습 내용을 수학적 모델링 활동으로 학습한 경우 긍정적인 수학적 태도를 형성하는 데 효과가 있음을 알 수 있고 특히, 수학적 태도의 하위 요인 중 수학 흥미, 수학 학습 태도, 가치, 학습의지에 더 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

3. 제언

본 연구 결과를 바탕으로 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째, 수학적 모델링 활동에서 학생들의 효과적인 수학적 모델 구성을 지원하기 위한 교사의 역할에 대한 연구가 필요하다. 본 연구에서 학생들이 문제해결 방법을 수학적으로 표현하고 문제를 해결하는 과정에서 교사는 간접적으로 문제 내용 이해 및 전

략의 발전을 위해 도움을 제공하여 교사의 지원을 최소화하였다. 이때 학생들은 도움을 바탕으로 자신의 모델을 발전시키거나 전략을 수정하기도 했고 교사에게 직접적인 도움을 요구하거나 도움 없이 문제해결을 어려워하며 다른 모둠의 모델링 과정을 관찰 및 모방하기도 하였다. 따라서 수학적 모델링 활동에서 효과적인 지원자로서의 교사의 역할과 지원 전략에 대한 연구가 필요하다.

둘째, 수학적 문제해결력의 향상과 긍정적인 수학적 태도의 형성을 위한 교수·학습 방법으로써 수학적 모델링 활동의 효과를 일반화하기 위해 다른 학년 대상 및 수학과 다른 영역을 내용으로 한 후속 연구가 필요하다. 본 연구는 초등학교 6학년 1개 학급 26명의 학생들을 대상으로 하여 규칙성 영역과 관련된 내용으로 이루어진 것으로 수학적 모델링 활동의 효과를 일반화하기에는 어려움이 있다. 따라서 다른 학년 대상 및 다른 영역을 내용으로 수학적 모델링 과제를 개발하고 이를 적용하여 나타나는 차이 및 효과를 분석하는 후속 연구가 다각도로 이루어져야 한다.

셋째, 학생들의 개인차를 고려한 다양한 수준의 과제 및 자료 개발이 필요하다. 학생들이 가지고 있는 수학에 대한 기초 지식 및 태도의 차이로 인해 문제를 해결하는 과정에서 수학에 대한 기초 지식 및 태도가 높은 학생들이 주도하고 수학에 대한 기초 지식 및 태도가 낮은 학생들은 활동에 적극적으로 참여하기 어려워하는 모습을 보였다. 이는 수학적 모델링 활동 후 수학적 태도 검사에서 학습동기와 효능감 요인 향상에 차이가 없는 것에서도 알 수 있다. 따라서 다양한 수준의 과제 및 자료를 개발하여 수학에 대한 기초 지식 및 태도가 낮은 학생들도 자신감을 갖고 활동을 주도하고 성취 경험을 할 수 있도록 할 필요가 있다.

참 고 문 헌

강옥기. (2000). **수학과 학습지도와 평가론**. 경문사.

강옥기. (2010). **수학적 모델링의 정교화 과정 연구**. 대한수학교육학회지, 20(1), 73-84.

강유림. (2020). **수학적 모델링 활동이 초등수학영재의 집단창의성 발현과 수학적 태도에 미치는 영향**. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.

고창수. (2015). **수학적 모델링 활동이 초등학교 5학년 학생들의 수학적 문제해결력 및 수학적 성향에 미치는 영향**. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

교육과학기술부. (2011). **교육과학기술부 고시 제 2011-361호에 따른 수학과 교육과정 해설**. 서울: 한국교육과정평가원.

교육부. (2015a). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 〔별책 8〕.

교육부. (2015b). **초등학교 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제 2015-80호 〔별책 2〕.

교육부. (2019a). **초등학교 교사용 지도서 수학 6-1**. 서울: 천재교육.

교육부. (2019b). **초등학교 교사용 지도서 수학 6-2**. 서울: 천재교육.

교육부. (2022a). **초등학교 전자저작물 수학 6-1**. 서울: 천재교육.

교육부. (2022b). **초등학교 전자저작물 수학 6-2**. 서울: 천재교육.

권인경. (2018). **수학적 모델링 관점에서의 수학 교과서 분석: 3,4학년을 중심으로**. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

김민경. (2010). **수학적 모델링**. 교우사.

김민경, 홍지연, 김혜원. (2010). **수학적 모델링 적용을 위한 문제상황 개발 및 적용**. 한국수학교육학회지시리즈A:수학교육, 49(3), 313-328.

김혜진. (2018). **수학적 모델링 활동에서 나타나는 초등학교 6학년 학생들의 수학적 의사소통 사례 연구**. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.

박은주. (2013). **초등수학에서 실생활 문제해결을 위한 모델링 과정 분석**. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문.

박현서. (2022). **수학적 모델링 과정에서 나타나는 수학적 사고 및 태도 분석**. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.

배수민. (2016). **초등학교 6학년의 수학적 모델링 과정에서 나타나는 수학적 사고 분석**. 경인교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.

백석윤. (2016). **수학 문제해결 교육**. 경문사.

염재명. (2021). **초등수학에 적용된 수학적 모델링 과제들의 특성 연구**. 서울교육대학교 교육전문대학원 석사학위논문.

오영열, 박주경. (2019). **초등수학에 적용된 수학적 모델링 과제 유형 탐색**. 서울교육대학교 초등교육연구원, 30(1), 87-99.

이광상. (1999). **중학교에서의 메타인지적 수업이 수학적 문제해결에 미치는 효과**. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.

이근철. (2014). **6학년 학생들의 수학적 모델링 과정: 규칙성 영역을 중심으로**. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

이지영. (2013). **초등학생의 수학적 모델링 적용과정에서 나타나는 정당화와 의사소통에 관한 연구: 5학년 수와 연산을 중심으로**. 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.

이환철, 김형원, 이지혜, 이현숙, 고호경. (2017). **수학학습 정의적 영역 검사도구 개발 연구**. 대한수학교육학회지 학교수학, 19(2), 267-287.

장혜원. (2003). **중등수학의 대수와 함수 영역에서의 모델링**. 한국교원대학교 수학교육연구소, 11, 41-65.

정은실. (1991). **응용과 모델 구성을 중시하는 수학과 교육과정 개발 방안 탐색**. 한국수학교육학회지, 30(1), 1-17.

조수빈. (2013). **수학적 모델링을 활용한 비와 비례 수업이 초등학교 6학년 아동의 문제해결력과 비례 추론 전략의 활용 능력에 미치는 효과**. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문.

최경아. (2019). **모델링 관점 수학수업에서 나타나는 초등교사의 긴장에 관한 연구**. 경인교육대학교 교육전문대학원 박사학위논문.

한국교육개발원. (1992). **교육의 본질 추구를 위한 수학 교육 평가 체제 연구 (Ⅲ)**. 한국교육개발원.

Blum, W. (1989). Applications and modelling in learning and teaching mathematics. Ellis Horwood Limited.

Blum, W. & Ferri. R. B. (2009). Mathematical modeling: can it be taught and learnt? Journal of mathematical modeling and application, 1(1). 45-48.

Common Core State Standards Initiative. (2010). Common Core State Standards for Mathematics(CCSSM).

D. N. Burghes. (1986). Mathematical modelling are we heading in the right direction? In J. S. Berry(ed), Mathematical modeling methodology, models, andmicros, chichester. UK: Ellis Horwood Limited.

Lesh, R. & Doerr, H. M. (2000). Symbolizing, communicating, mathematizing: Key components of models and modeling. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain(Eds.), Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools and instructional design. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Maaβ, K. (2010). Classification scheme for modeling tasks. Journal für Mathematik-Didaktik, 31(2), 285 - 311.

Meyer, W. J. (1984). "Concepts of Mathematical Modeling".

NCTM (1991). Mathematica modeling in the secondary school curiculum, Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathemarics, Inc.

NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Mathematics Education. 류희찬 외 5인(공역)(2007), 학교 수학을 위한 원리와 규준. 서울: 경문사.

Niss, M. (1991). Application and modeling in school mathematics. In

Wirszup, L, & Streit, R. (Eds.), Development in school mathematics education around the word 3. Reston, VA: NCTM

Pollak, H. O. (2003). A history of the teaching of modeling. In G. M. Stanic, & J. Kilpatrick (Eds.), A history of school mathematics (pp. 647-671).

Richard, L. & Guershon, H. (2003). Problem solving, modeling, and local conceptual developmet. Mathematicla Thinking and Learing, 5(2&3), 157-189.

Swetz, F. (1991). Incorporating mathematical modeling into the curriculum. Mathematics Teacher, 82(9), 722-726.

A B S T R A C T *

Analysis of Process and Effects of Mathematical Modeling of Sixth Graders

- Focused on the Patterns Area

Kim, Kyeong Hoon

Major in Elementary Mathematics Education
Graduate School of Education
Jeju National University

Supervised by Professor Kim, Hae Gyu

The purpose of this study was to investigate the process of constructing mathematical models to solve problems related to the patterns area and to examine the effects of mathematical modeling activities on mathematical problem solving ability and mathematical attitude for sixth graders. To achieve the purpose of this study, the following research questions were set.

First, how is the process of constructing mathematical models by students in mathematical modeling activities?

Second, what are the effects of mathematical modeling activities on elementary school sixth grade students' mathematical problem solving ability?

---

* A thesis submitted to the committee of Graduate School of Education, Jeju National University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Education conferred in February, 2023.

Third, what are the effects of mathematical modeling activities on elementary school sixth grade students' mathematical attitude?

In order to solve these research questions, mathematical modeling tasks were reconstructed and developed, and 26 students from 1 class of 6th grade at S Elementary School in Jeju-si were set as an experimental group to conduct mathematical modeling activities. Mathematical modeling activities were conducted over 8 periods with 4 topics based on the contents of unit 4 each in the 1st and 2nd semesters of the 6th grade.

In order to find out the process of constructing mathematical models by students, the characteristics of the problem solving process and form of models at each stage were examined by analyzing the students' responses, activity sheets, and class recordings. To investigate the effect on mathematical problem solving ability and mathematical attitude, pre- and post-mathematical problem solving tests and pre- and post-mathematical attitude tests were conducted on the experimental group, and the test results were quantitatively analyzed by t-test.

The results of this study were as the followings.

First, through mathematical modeling activities, student-led exploration and practical mathematics learning were conducted. In mathematical modeling activities, students expressed their methods for solving problems in texts, pictures, tables, expressions, etc. using mathematical knowledge, communicated with the group members, and elaborated the problem. In addition, through the process of endless exploration to solve problem situations, the awareness of mathematics learning to 'solve real life problems' rather than to 'solve learing problems' has improved.

Second, mathematical modeling activities can improve mathematical problem solving ability. In the results of the pre- and post-mathematical problem solving ability test of the experimental group, the average mathematical problem solving ability increased, and there was a statistically significant difference.

Third, positive mathematical attitudes can be formed through the mathematical modeling activities. In the results of the pre- and post-mathematical attitude test of the experimental group, the average mathematical attitude increased, and there was a statistically significant difference. As a result of dividing the sub-factors of mathematical attitude into 6 categories and analyzing them, the average scores of the factors of interest in mathematics, attitude to learning mathematics, value, and willingness to learn improved, and there were statistically significant differences, but the average scores of factors of learning motivation and efficacy improved. However, it was found that there was no statistically significant difference.

Based on the results of this study, I would like to suggest the following.

First, in mathematical modeling activities, research on effective teachers′ roles and support strategies to support students′ effective mathematical model construction is needed.

Second, in order to generalize the effect of mathematical modeling activities as a teaching and learning method for improving mathematical problem solving ability and forming positive mathematical attitudes, follow-up studies with other grades and other areas from mathematics are needed.

Third, it is necessary to develop assignments and materials of various levels considering the individual differences of students.

keywords : mathematical model, mathematical modeling activities, mathematical problem solving ability, mathematical attitude

부 록

〔부록 1〕 수학적 문제해결력 사전 검사지

〔부록 2〕 수학적 문제해결력 사후 검사지

〔부록 3〕 수학적 태도 검사지

〔부록 4〕 수학적 모델링 과제

〔부록 5〕 수학적 모델링 활동지

〔부록 1〕 수학적 문제해결력 사전 검사지

수학적 문제해결력 사전 검사지

1. 두발자전거의 수와 두발자전거의 바퀴 수를 표로 나타내려고 합니다. 표를 완성하고 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

두발자전거의 수	1	2	3	4
두발자전거의 바퀴 수	2			

(두발자전거의 바퀴 수)÷(두발자전거의 수) = □

2. 그림을 보고 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

초콜릿	
사탕	

(1) 초콜릿 수에 대한 사탕 수의 비

⇨ □ : □

(2) 초콜릿 수의 사탕 수에 대한 비

⇨ □ : □

3. 기준량이 다른 하나는 어느 것인가요?(　　　)

① 2 : 3
② 2와 3의 비
③ 3에 대한 2의 비
④ 2의 3에 대한 비
⑤ 3의 2에 대한 비

4. 빈칸에 알맞은 수를 써넣으세요.

비율	기준량	비교하는 양
$\frac{3}{4}$	4	
0.35		7

5. 12 : 30을 비율로 바르게 나타낸 것은 어느 것인가요?········· (　　　)

① $\frac{5}{2}$, 2.5　　② $\frac{3}{5}$, 0.6
③ $\frac{2}{5}$, 0.4　　④ $\frac{1}{4}$, 0.25
⑤ $\frac{3}{10}$, 0.3

6. 비율이 다른 하나를 찾아 기호를 써 보세요.

㉠ $\frac{15}{20}$　㉡ 0.75　㉢ 7.5 %

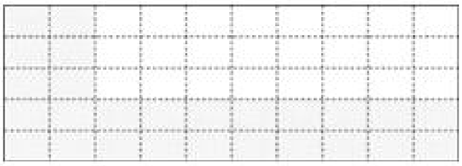
(　　　　　　　　　)

7. 비율을 백분율로, 백분율을 비율로 나타내어 보세요.

(1) 0.35 ⇨ □ %

(2) 20% ⇨ □

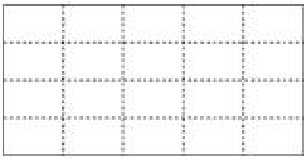
8. 그림을 보고 전체에 대한 색칠한 부분의 비율을 백분율로 나타내어 보세요.



( ) %

9. 백분율만큼 색칠해 보세요.

70 %



10. 한승이가 동생과의 가위바위보에서 승률이 45 %라고 합니다. 한승이와 동생이 가위바위보를 20번 했다면 한승이가 몇 번 이겼는지 구해 보세요.

( )번

11. 마트에서 8000원짜리 과자를 할인하여 6400원에 판매합니다. 과자가 몇 % 할인된 것인지 구해 보세요.

( ) %

12. 은서는 사진의 각 변의 길이를 90 %로 축소해서 뽑았습니다. 축소한 사진의 가로가 14.4 cm, 세로가 10.8 cm일 때, 처음 사진의 넓이를 구해 보세요.

( ) cm^2

13. 3 : 4와 비율이 같은 것을 찾아 비례식을 세워 보세요.

12 : 21 4 : 3 16 : 12 18 : 24

3 : 4 = ( )

14. 비례식의 외항과 내항의 곱을 나타냈습니다. 비례식을 세워 보세요.

$4\times64=256,\ 32\times8=256$

4 : □ = □ : □

15. 비례식의 성질을 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

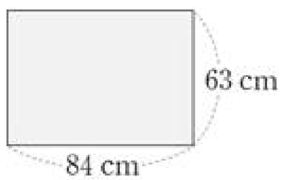
(1) 3 : □ = 42 : 98

(2) □ : 5 = 64 : 80

16. $\frac{4}{5}\times$㉮$=\frac{2}{3}\times$㉯일 때, ㉮ : ㉯의 비를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보세요.

( )

17. 직사각형의 가로와 세로의 비를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보세요.



(   )

18. 간단한 자연수의 비로 나타냈을 때, 다른 비를 찾아 기호를 써 보세요.

㉠ 1.5 : 1 ㉡ 45 : 30 ㉢ $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{2}$

(   )

19. 사탕 70개를 성민이와 지우가 5 : 2로 나누어 가지려고 합니다. 지우는 몇 개를 가지는지 구해 보세요.

(   )개

20. 평행사변형의 밑변과 높이의 비는 1.5 : $\frac{4}{5}$이고, 밑변과 높이의 합은 115 cm입니다. 이 평행사변형의 넓이를 구해 보세요.

(   ) cm^2

21. 부모님께 받은 용돈을 재빈이와 동생이 11 : 9로 나누어 가지려고 합니다. 재빈이가 가지게 되는 용돈은 전체의 얼마일까요?

① $\frac{9}{11}$ ② $\frac{11}{9}$

③ $\frac{11}{20}$ ④ $\frac{9}{20}$

⑤ $\frac{2}{9}$

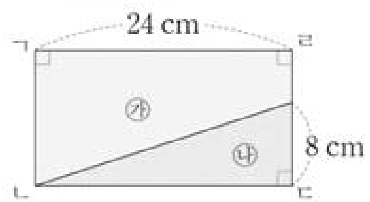
22. 15분 동안에 55 km를 달리는 자동차가 있습니다. 이 자동차가 같은 빠르기로 3분 동안 달린다면 몇 km를 달릴 수 있는지 구해 보세요.

(   ) km

23. 같은 책을 읽는 데 수아는 6시간, 재준이는 5시간 걸렸습니다. 수아와 재준이가 한 시간에 읽은 책의 양을 간단한 자연수의 비로 나타내어 보세요.

(수아):(재준)=(   )

24. ㉮와 ㉯의 넓이의 비가 8 : 3일 때, ㉮의 넓이를 구해 보세요.



(   ) cm^2

〔부록 2〕 수학적 문제해결력 사후 검사지

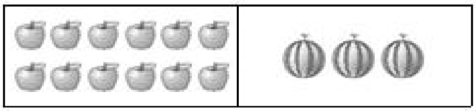
수학적 문제해결력 사후 검사지

1. 500원짜리 동전을 100원짜리 동전으로 바꾸려고 합니다. 표를 완성하고 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

500원짜리 동전 수	1	2	3	4
100원짜리 동전 수	5			

(100원짜리 동전 수)÷(500원짜리 동전 수)=□

2. 그림을 보고 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.



(1) 사과 수의 수박 수에 대한 비는

□ : □ 입니다.

(2) 사과 수에 대한 수박 수의 비는

□ : □ 입니다.

3. 우리 반 학생 26명 중 남학생은 11명입니다. 우리 반 남학생 수에 대한 여학생 수의 비를 써 보세요.

(　　　　　　　　　　)

4. 비교하는 양이 기준량보다 큰 비율을 모두 찾아 써 보세요.

0.3　　$\frac{9}{10}$　　105 %

1.3　　84 %　　$1\frac{1}{4}$

(　　　　　　　　　　)

5. 빈칸에 알맞게 써넣으세요.

비율 비	분수	소수
7 : 25		
3과 10의 비		

6. 비율이 다른 하나를 찾아 기호를 써 보세요.

㉠ $\frac{25}{20}$　　㉡ 1.25　　㉢ 12.5 %

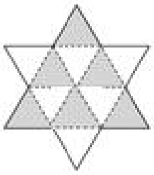
(　　　　　　　　　　)

7. 비율을 백분율로, 백분율을 비율로 나타내어 보세요.

(1) $\frac{1}{2}$ ⇨ □ %

(2) 75 % ⇨ □

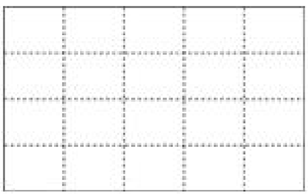
8. 그림을 보고 전체에 대한 색칠한 부분의 비율을 백분율로 나타내어 보세요.



( )

9. 백분율만큼 색칠해 보세요.

45 %



10. 어느 시각에 키에 대한 그림자 길이의 비율이 0.8일 때, 키가 120 cm인 현성이의 그림자 길이는 몇 cm인지 구해 보세요.

( ) cm

11. 문구점에서 20 % 할인되는 물감을 샀더니 정가에서 2600원을 할인받았습니다. 물감의 정가는 얼마인지 구해 보세요.

( )원

12. 민아는 사진의 각 변의 길이를 80 %로 축소해서 뽑았습니다. 축소한 사진의 가로가 12.8 cm, 세로가 9.6 cm일 때, 처음 사진의 넓이를 구해 보세요.

( ) cm^2

13. 비의 성질을 이용하여 21 : 36와 비율이 같은 비를 2개 써 보세요.

(,)

14. 비례식의 성질을 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 써넣으세요.

(1) 4 : □ = 12 : 42

(2) □ : 6 = 60 : 72

15. 조건에 맞는 비례식을 완성해 보세요.

조건

- 비율은 $\frac{3}{4}$입니다.
- 외항의 곱은 168입니다.

□ : 28 = □ : □

16. $1\frac{5}{7}\times$㉮$=1\frac{2}{7}\times$㉯일 때, ㉮ : ㉯의 비를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보세요.

( )

17. 간단한 자연수의 비로 나타내어 보세요.

$0.8 : 3\frac{1}{5}$

( )

18. 간단한 자연수의 비로 나타냈을 때, 다른 비를 찾아 기호를 써 보세요.

㉠ $1.5 : 1$	㉡ $18 : 12$
㉢ $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$	㉣ $6\frac{2}{5} : 3.6$

( )

19. 지성이네 학교 학생이 모두 1050명일 때, 남학생은 몇 명인지 구해 보세요.

(남학생) : (여학생) = 8 : 7

( )명

20. 삼각형의 밑변과 높이의 비는 $1:\frac{3}{4}$이고, 밑변과 높이의 합은 105 cm입니다. 이 삼각형의 넓이를 구해 보세요.

( ) cm^2

21. 나눔 장터를 한 뒤, 용선이와 선호가 이익금을 7 : 13으로 나누어 가지려고 합니다. 선호가 가지게 되는 이익금은 전체의 얼마일까요?

( )

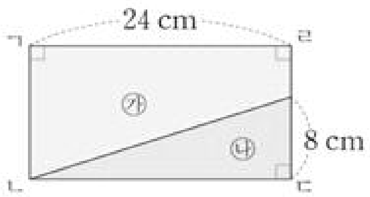
22. 정연이는 220쪽인 책을 일주일 동안 154쪽 읽었습니다. 정연이가 이 책을 다 읽으려면 며칠을 더 읽어야 하는지 구해 보세요.(단, 정연이가 하루 동안 읽는 책의 쪽수는 일정합니다.)

( )일

23. 연필 147자루를 지수와 하경이가 나누어 가지려고 합니다. 지수가 하경이보다 연필을 21자루 더 많이 가질 때 지수와 하경이가 가지는 연필의 수를 간단한 자연수의 비로 나타내어 보세요.

( )

24. ㉮와 ㉯의 넓이의 비가 9 : 4일 때, ㉮의 넓이를 구해 보세요.



( ) cm^2

〔부록 3〕 수학적 태도 검사지

수학적 태도 검사지

이 설문지는 여러분이 수학에 대해 어떻게 생각하는지 살펴보기 위한 것으로, 수학에 대한 흥미, 학습태도, 습관 등을 알아보고 효과적인 수학 공부를 돕기 위한 것입니다. 문항을 꼼꼼히 읽고 평소 여러분이 생각하는 정도에 따라 해당 칸에 동그라미 표시를 하세요. 이 설문의 결과는 연구의 목적 이외에는 사용되지 않습니다. 감사합니다.

번호	질문내용	항상 그렇다	대체로 그렇다	그저 그렇다	대체로 그렇지 않다	전혀 그렇지 않다
1	나는 수학이 좋다.					
2	나는 새로운 수학 개념을 배우는 것이 재미있다.					
3	나는 수학 문제 푸는 것을 좋아한다.					
4	수학은 재미있는 과목이다.					
5	나는 수학 공부할 양이나 시간의 계획을 세워서 한다.					
6	나는 수학 공부를 할 때 내가 제대로 이해하지 못한 것들이 무엇인지 파악하려 한다.					
7	나는 수학 시간에 수업을 열심히 듣는다.					
8	나는 수학을 공부할 때 방해가 되는 것(휴대폰, 컴퓨터 등)을 치운다.					
9	수학은 그 자체로 중요하다.					
10	수학 공부는 시간 낭비라고 생각한다.					
11	다른 과목을 배우는 데 수학이 도움이 된다.					
12	수학을 공부하는 것은 장래 내가 하고 싶은 일에 도움이 된다.					
13	나는 수학 과목에서 좋은 성적을 받고 싶다.					
14	나는 수학을 잘하는 학생으로 인정받고 싶다.					
15	나는 수업 내용 이상의 폭넓고 깊은 수학적 지식을 쌓고 싶다.					
16	나는 새로운 수학 내용을 배우고 싶어서 공부한다.					
17	나는 누구의 강요 없이도 스스로 수학을 공부할 의지가 있다.					
18	나는 수학 수업 시간에 모르는 것이 있으면 알려고 노력한다.					
19	나는 수학 공부가 어려워도 포기하지 않는다.					
20	나는 문제가 풀릴 때까지 계속해서 시도한다.					
21	나는 내 힘으로 수학 문제를 풀 수 없다고 생각한다.					
22	나는 수학을 이해하는 속도가 빠른 편이다.					
23	나는 앞으로 수학을 더 잘할 수 있을 것이라 생각한다.					
24	나는 수학을 잘하는 학생이라고 생각한다.					

〔부록 4〕 수학적 모델링 과제

수학적 모델링 과제

<수학적 모델링 과제1 - 합리적인 과자 선택>

● 과자는 맛과 종류가 다양하여 6학년 학생들이 간식으로 자주 먹습니다. 일부 과자는 열량이 높아 과다 섭취하면 살이 찔 수도 있고 6학년 학생들이 가지고 있는 용돈에 비해 너무 비싸기도 합니다. 그래서 과자를 살 때 영양 정보와 가격을 잘 확인하여야 합니다. 건강하면서도 경제적인 과자의 순위를 정해 간식으로 구입할 과자를 선택해 봅시다.

과자	낱개	영양 정보	가격
칙촉	12개입	총 내용량 180 g 902 kcal	3,840원
쿠크다스	10개입	총 내용량 154 g 100 g당 527 kcal	2,980원
초코하임	18개입	총 내용량 284 g 100 g당 538 kcal	4,780원
플랑	16개입	총 내용량 160 g / 100 g 당 415 kcal	4,480원
빅파이	18개입	총 내용량 324 g 100 g당 455 kcal	2,980원
치즈샌드	16개입	총 내용량 240g 100 g당 499 kcal	3,980원
크라운산도	16개입	총 내용량 323 g 100 g당 503 kcal	3,980원

<수학적 모델링 과제2 - 중학교 배정 인원 예상>

● 올해 S초등학교 6학년 학생 130명이 2023학년도 중학교 입학 원서를 제출했습니다. 작년 S초등학교 졸업생들의 중학교 배정 현황을 바탕으로 올해 6학년 학생들의 경우 어떤 중학교에 몇 명이 입학하게 될지 예상해 봅시다.

2022학년도

연번	성별	배정중학교
1	여자	신성여자중학교
2	여자	오름중학교
3	여자	제주중앙중학교
4	여자	제주중앙중학교
5	여자	오름중학교
6	여자	오름중학교
7	여자	제주중앙중학교
8	여자	오름중학교
9	여자	신성여중학교
10	여자	제주중앙중학교
11	남자	오름중학교
12	남자	오현중학교
13	남자	제주중앙중학교
14	남자	오름중학교
15	남자	오현중학교
16	남자	오현중학교
17	남자	제주중앙중학교
18	남자	제주제일중학교
19	남자	오현중학교
20	남자	제주중앙중학교
21	남자	오현중학교
22	남자	오름중학교
23	남자	제주중앙중학교
24	남자	아라중학교
25	남자	오름중학교
26	여자	제주중앙중학교
27	여자	제주중앙중학교
28	여자	오름중학교
29	여자	신성여자중학교
30	여자	제주중앙중학교
31	여자	제주중앙중학교
32	여자	제주중앙중학교
33	여자	오름중학교
34	여자	제주중앙중학교
35	여자	오름중학교
36	여자	오름중학교
37	여자	오름중학교
38	여자	제주중앙중학교
39	남자	오름중학교
40	남자	오현중학교
41	남자	오현중학교
42	남자	오현중학교
43	남자	오름중학교
44	남자	오현중학교
45	남자	제주중앙중학교
46	남자	오름중학교
47	남자	오름중학교
48	남자	오름중학교
49	남자	제주중앙중학교
50	남자	오름중학교
51	남자	오현중학교
52	남자	오현중학교
53	여자	제주중앙여자중학교
54	여자	제주중앙중학교
55	여자	신성여자중학교
56	여자	제주중앙중학교
57	여자	제주중앙중학교
58	여자	중앙여자중학교
59	여자	제주중앙중학교
60	여자	오름중학교
61	여자	제주중앙중학교
62	여자	제주중앙여자중학교
63	여자	오름중학교
64	여자	오름중학교
65	여자	오름중학교
66	남자	오현중학교
67	남자	제주중앙중학교
68	남자	오름중학교
69	남자	오현중학교
70	남자	제주중앙중학교
71	남자	오현중학교
72	남자	한라중학교
73	남자	오현중학교
74	남자	아라중학교
75	남자	오현중학교
76	남자	제주중앙중학교
77	남자	제주중앙중학교
78	남자	제주제일중학교
79	남자	오현중학교
80	여자	제주중앙중학교
81	여자	제주중앙중학교
82	여자	오름중학교
83	여자	제주중앙중학교
84	여자	오름중학교
85	여자	제주중앙중학교
86	여자	제주중앙중학교
87	여자	신성여자중학교
88	여자	오름중학교
89	여자	신성여자중학교
90	여자	제주중앙중학교
91	여자	제주중앙중학교
92	남자	오현중학교
93	남자	오현중학교
94	남자	제주중앙중학교
95	남자	오현중학교
96	남자	제주중앙중학교
97	남자	오현중학교
98	남자	오름중학교
99	남자	제주중앙중학교
100	남자	오현중학교
101	남자	오름중학교
102	남자	제주중앙중학교
103	남자	오현중학교
104	남자	오름중학교
105	남자	제주중학교
106	여자	제주중앙중학교
107	여자	제주중앙중학교
108	여자	오름중학교
109	여자	제주중앙중학교
110	여자	제주중앙중학교
111	여자	오름중학교
112	여자	제주중앙중학교
113	여자	제주중앙중학교
114	여자	제주중앙중학교
115	여자	제주중앙중학교
116	여자	제주중앙중학교
117	남자	오현중학교
118	남자	오현중학교
119	남자	오름중학교
120	남자	제주중앙중학교
121	남자	제주중앙중학교
122	남자	제주중앙중학교
123	남자	오현중학교
124	남자	오현중학교
125	남자	오현중학교
126	남자	오현중학교
127	남자	제주중앙중학교
128	남자	오현중학교
129	남자	오름중학교
130	남자	오름중학교
131	남자	제주중앙중학교
132	여자	오름중학교
133	여자	제주중앙중학교
134	여자	제주여자중학교
135	여자	오름중학교
136	여자	오름중학교
137	여자	신성여자중학교
138	여자	오름중학교
139	여자	오름중학교
140	여자	오름중학교
141	여자	오름중학교
142	여자	신성여자중학교
143	남자	오름중학교
144	남자	제주중앙중학교
145	남자	오름중학교
146	남자	오름중학교
147	남자	오름중학교
148	남자	제주중앙중학교
149	남자	오름중학교
150	남자	오름중학교
151	남자	오름중학교
152	남자	오름중학교
153	남자	오름중학교
154	남자	오름중학교
155	남자	제주중앙중학교
156	남자	오름중학교
157	여자	오름중학교

<수학적 모델링 과제3 - 놀이공원 이용 계획>

● S초등학교 6학년 학생들은 놀이공원으로 수학여행을 가려고 합니다. 10시에 놀이공원에 도착해서 12시에 점심을 먹고 15시에 학교로 다시 출발합니다. 모둠원들과 놀이공원에서 놀이기구를 최대한 많이 타기 위한 계획을 세워 봅시다. 모둠원들과 함께 탈 놀이기구를 선택하고 이용 시간과 이동 거리를 고려하여 동선을 정해 봅시다.

- 지도의 축척 : 1:2000 (cm)
- 6학년 학생들의 평균 걸음 속도 : 40m/분
- 10시에 센트럴 스테이지(4)에서 출발하여 15시에 다시 센트럴 스테이지(4)로 모이기
- 각 구역별, 각 난이도별로 적어도 1가지 이상 놀이기구 타기
- 12시에 바이트 푸드코트(28)에서 점심 및 간식 식사 시간 40분 포함하기
- 라바 기프트숍(22)에서 기념품 구입 시간 20분 포함하기
- 이용 시간은 대기 및 탑승 시간을 포함한 시간

구역	번호	이름	이용 시간(분)	난이도
로터리 파크	1	로터리 파크 4D 시어터	15	★★☆☆☆
	2	라바를 찾아서	10	★☆☆☆☆
	3	플라잉 윌	20	★★★★★
라바 어드벤처 빌리지	13	라바 월드익스프레스	15	★★☆☆☆
	14	라바 스페이스 어드벤처	10	★★★☆☆
	15	라바 스위트 회전목마	5	★★★☆☆
	16	어드벤처 플레이그라운드	5	★☆☆☆☆
	17	플라잉 라바	20	★★★★★
오스카 뉴월드	23	벅스 댄스	20	★★★☆☆
	24	댄싱 오스카	25	★★★★☆
	25	오스카 스핀 앤 범프	25	★★★★☆
	26	오스카 드래곤	15	★★★★☆
	27	오스카 브이월드	10	★☆☆☆☆
출발, 도착	4	센트럴 스테이지	-	-
점심 및 간식 식사	28	바이트 푸드코트	40	-
기념품 구입	22	라바 기프트숍	20	-

<수학적 모델링 과제4 - 태양계 위치 축소>

● 태양계 각 행성의 위치를 두루마리 휴지에 나타내어 보려고 합니다. 두루마리 휴지 100칸의 왼쪽 끝에 태양, 오른쪽 끝에 해왕성이 있다고 가정할 때, 8개의 행성의 위치를 나타내어 봅시다. (단, 태양으로부터의 거리를 고려하여 행성의 위치를 표시하고 행성의 크기는 고려하지 않음.)

1칸	2칸	3칸		…		98칸	99칸	100칸

↑ 태양 ↑ 해왕성

〔부록 5〕 수학적 모델링 활동지

실생활에서 익히는 수학	모델링 활동지	6학년 (　　)반 (　　)번 이름 : (　　　　　　)

1. 문제 상황에서 구하려고 하는 것은 무엇인가요?

2. 문제를 해결하기 위해 필요한 것은 무엇인가요?

문제에서 알 수 있는 정보	
새롭게 조사해야 할 정보	

3. 위의 정보를 사용하여 어떤 방법으로 문제를 해결하면 좋을지 문제 해결 계획을 세워 보세요. (수학 개념과 원리를 사용하여 계획해보세요.)

4. 필요한 정보를 조사하여 수집하고, 이를 활용하여 문제를 해결해 보세요.

조사하여 수집한 정보	

문제 해결 과정 (표, 그림, 그래프, 식 등 활용)	

5. 다른 모둠이 발표하는 문제 해결 방법을 듣고 평가해보세요.

모둠	문제 해결 방법	평가

6. 모둠별 발표를 듣고 더 좋은 해결 방법을 생각해보고 최종으로 문제 해결 방법을 수정해보세요.

7. 문제 해결 방법을 활용할 수 있는 다른 사례를 생각해보세요.
