

단위계 변화에 따른 차원과 수치 전환

조창범*, 강동식*, 강정우*

The Converting Methods of Electromagnetic Unit Systems.

Cho, Chang-Pum · Kang, Dong-Shik · Khang, Jeong-Woo

Abstract

We extended the matrix method and the factor method which are used to convert unit systems and found the method which is useful to convert dimensions, numerical values the other unit system.

The conversion method of dimension converts dimensions of the known unit system to those of the unit system which we wish to know by means of doing the product of the conversion matrix which is found out the corresponding relations of the fundamental quantity by the column matrix of dimension of the known unit systems. Using this method, the SI units are converted to Gaussian, esu, emu units and conversely esu, emu units are converted to SI units. However, the matrix method could not convert dimensions from Gaussian units to SI units.

The conversion matrix of numerical value which is used to change numerical values from SI units to Gaussian units is found out from the corresponding relation of basic units. Besides some exceptional cases, we knew the relation of numerical values of the various units system.

* 제주대학교 사범대학 과학교육과

I. 서 론

물리학의 중요한 구성 요소 중 하나는 물리량이다. 이와 같은 물리량의 크기를 나타낼 때는 비교의 기준이 되는 단위를 사용해야 한다. 단위에는 길이, 질량, 시간과 같은 소수의 기본량을 정한 다음, 국제적으로 표준을 부여¹⁾하여 기본단위(base unit)로 정하고 있다. 그리고 물리방정식 또는 물리량의 정의에 따라 기본량들을 조합하여 얻은 물리량을 유도량이라 하며, 기본단위에 따른 유도량의 단위를 유도단위(derived unit)라 한다. 그 외에 평면각의 라디안(rad; radian), 입체각의 스테라디안(sr; steradian) 등을 보조단위(supplementary unit)로 사용하고 있다. 이러한 단위들을 이용하여 하나의 체계적인 단위의 모임으로 조직화한 것이 단위계^{2), 3)}(system of units)이다.

단위계에는 크게 MKSA 단위계와 CGS 단위계로 나눌 수 있으며, CGS 단위계에는 정전 단위계와 정자기단위계 및 가우스 단위계로 나눌 수 있다.

그런데 단위계가 달라지게 되면 동종의 물리량일지라도 차원은 다르게 표시됨에 따라 물리 현상을 이해하는데 어려움이 있다. 차원이란 물리량의 유도량을 기본량의 조합으로 표시한 것으로써 한 단위계내에서 동종의 물리량은 같은 차원을 갖는다는 차원해석적 방법으로 물리 현상을 이해할 수 있으나 다른 단위계로 표시된 물리량을 비교할 때에는 이 방법을 쓸 수가 없다. 그 까닭은 역학적 물리량은 기본량이 길이, 질량, 시간의 조합이 되어 CGS 단위계와 MKSA 단위계에 관계없이 같은 차원을 갖지만 전자기적 물리량에 대해서는 전류를 기본량으로 포함하는 MKSA 단위계와 포함하지 않은 가우스 단위계에서는 동종의 물리량이라도 차원은 다르게 표시된다. 이로 인해 차원해석이나 전자기 현상을 이해하는데 많은 불편과 어려움이 따르게 된다.

이에 동일 물리량들이 단위계에 따라서 차원이 다르게 나타나는 것을 표로 정리하여 한 단위계로 나타낸 물리량의 차원과 수치를 다른 단위계로 나타내거나 전환 시킬 수 있다. 그러나 관련 표가 없을 경우에는 도움이 되지 않으므로 관련 표가 없더라도 물리량에 관한 두 단위계의 차원과 수치 관계에 대해 알 수 있는 방법이 필요하다. 이러한 전환 방법에 대해서는 Bernard Leroy는 행렬방법⁴⁾을 이용한 바 있다. 그러나 행렬방법은 주로 전기적 물리량의 차원과 수치에 대해서만 성립하고 있다. 여기에서는 Bernard Leroy의 방법을 좀 더 확장시켜 보다 일반적으로 사용할 수 있는 간단한 방법을 구해서 전기적 물리량뿐만 아니라 자기적 물리량에서도 적용되는 차원 및 수치 전환행렬을 만들어 국제단위계(혹은 MKSA 단위계)와 가우스단위계간의 차원과 수치를 간단하게 상호 전환할 수 있는 단위계의 전환 방법에 대해 알아 보려고 한다.

II. 전자기의 단위계

같은 종류라 생각되는 물리량의 단위라도, 단위계에 따라 차원과 수자 계수가 다른 것이 많으므로 전자기의 모든 법칙에 나타나는 계수도 바뀐다. 반대로 이 계수의 차이에 따라 단위계의 기본적인 특징을 나타낼 수가 있다. γ 를 단위계에 수반되는 수자계수라면 진공중에서의 전자파의 전파속도^{3), 5), 6)}는

$$\frac{\gamma}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \quad (2-1)$$

가 된다. 여기서 c 는 빛의 속도이며 γ , ϵ_0 , μ_0 는 각각 수자계수와 진공 중에서의 유전율과 투자율을 나타낸다. (2-1)식에서 γ , ϵ_0 , μ_0 중의 두 개는 임의로 선택할 수 있고 이것에 의해 각 종의 단위계로 구별된다.

첫번째로 esu 단위계는 기본단위로 길이는 cm , 질량은 g , 시간은 s 로 정하고, 전기에 관한 독립적인 양으로써 유전율 ϵ 을 택한 단위계이다. 그러므로 CGS정전단위계(esu system; system of electro static unit)^{3), 5), 6)}라고도 불린다. 이 단위계는 (2-1)식에서 $\gamma=1$, $\epsilon_0=1$ 로 정하여 ϵ_0 를 무차원 상수 취급한다. 따라서 (2-1)식의 재한 아래 $\mu_0 = (1/9) \times 10^{-20} s^2/cm$ 으로 택한다.

그리고 기본 전하량은 진공중에서 서로 같은 전하가 $1cm$ 떨어져서 서로가 밀치는 힘이 1 dyne 일 때, 이들의 전하를 1 esu 의 전하라 한다. 이 esu단위계에서는 정전기의 쿨롱의 법칙을

$$\text{진공중에서: } F = \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ (dyne)} \quad (2-2)$$

$$\text{유전율 } \epsilon \text{의 매질중에서: } F = \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \text{ (dyne)} \quad (2-3)$$

으로 나타낸다. 여기서는 ϵ 는 물질의 유전율을 나타낸다.

esu단위계를 차원적으로 분석해보면, ϵ_0 를 무차원의 상수로 보기 때문에 (2-1)식에서 $1/\sqrt{\mu_0} = c$ 가 되고, c 의 차원은 LT^{-1} 이므로 μ_0 는 $L^{-2}T^2$ 의 차원을 갖는다. 그리고 (2-2)식을 차원식으로 표기하여 전류의 차원을 구하면, 진공중에서 전류의 차원은

$$[I] = L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \quad (2-4)$$

가 된다. 이와 같은 과정을 거쳐 정전 쿨롱과 정전 암페어를 정의할 수 있고 더욱 나아가 정전 패러드, 정전 저항 등을 기술할 수 있게 되며^{3), 5), 6)} 이런 단위들로 esu단위계를 구성한다. 이러한 단위계는 전기적 물리량을 설명하는데 편리하다.

두번째로 3개의 기본단위 cm , g , s 외에 다른 하나의 독립된 단위로 투자율 μ 를 택하고 이 단위의 크기를 $\mu_0=1$ 로 하는 단위계를 CGS정자 단위계 혹은 CGS 전자단위계 (emu system; system of electro magnetic units)^{3), 5), 6)}라 한다. 그리고 (2-1)식에서 $r=1$ 로 정함으로써 $\epsilon_0 = (1/9) \times 10^{-20} s^2/cm$ 이다. 뿐만 아니라 진공 중에서 $1cm$ 떨어져서 서로 미치는 힘이 1 dyne인 자극을 1 CGS 전자단위(CGS emu)의 자극이라 한다.

emu단위계에서는 자기력에 관한 쿨롱의법칙을

$$\text{진공중에서: } F = \frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ (dyne)} \quad (2-5)$$

$$\text{투자율 } \mu \text{의 매질중에서: } F = \frac{m_1 m_2}{\mu r^2} \text{ (dyne)} \quad (2-6)$$

으로 나타내며 여기서 μ 는 물질의 투자율이다.

emu단계는 esu단위계와 달리 μ_0 를 무차원의 상수로 보기 때문에 (2-1)식에 의해 ϵ_0 는 $1/c^2$ 이 되고, 차원은 $[\epsilon_0] = L^{-2} T^2$ 이 된다. 그리고 평행한 두 직선 전류 사이의 단위 길이 당 작용하는 힘은

$$\frac{dF}{dz} = \frac{I_1 I_2}{\rho} \quad (2-7)$$

으로 나타낸다. 여기서 z 는 전선의 단위 길이는 z 타내며 ρ 는 두 직선 전류 사이의 길이를 나타내므로 z 와 ρ 는 길이 L 차원을 갖는다. (2-7)식에서 진공중에서 전류의 차원을 구하면

$$[I] = L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \quad (2-8)$$

이 된다. 그래서 esu단위계에서와는 다른 emu단위계에서의 전류의 차원을 얻는다.

이와 같은 방법으로 정의되는 전류의 단위를 절대 암페어(abampere : absolute에서 유래)^{3), 5), 6)}라고 한다. 이렇게 해서 정의되는 단위들을 조직화한 것이 emu단위계이다. 이 단위계는 자기 현상을 설명하는데 편리하다.

세번째로 가우스단위계는 정전단위계와 정자단위계를 혼합시켜 놓은 것이다. 즉, esu단위계의 전기적 물리량 단위와 emu단위계의 자기적 물리량단위를 채용한 단위계^{3), 5), 6)}이며, 이 단위계에서는 기본단위로 cm , g , s 를 사용하고 $\epsilon_0=1$, $\mu_0=1$ 로 정하여 무차원 상수로 취급하였다. 그러면 (2-1)식에서 $r=3 \times 10^{10} cm/s$ 가 된다. 이 단위계는 가우스와 헤르쯔(Heinrich Rudolf Hertz, 1857-1894)에 의해 채택^{6), 7)}되었다.

이와 같이 가우스단위계에서는 $\epsilon_0=\mu_0=1$ 로 취급하기 때문에 전기적 물리량을 취급할 때는 마치 esu단위계처럼 되고, 자기적 물리량을 취급할 때는 emu단위계처럼 된다.

그러므로 가우스단위계에서는 전류의 차원을 나타낼 때 전기적 물리량에서는 esu단위계에서와 같이 $[I] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$ 로 표시되고, 자기적 물리량에서는 emu단위계에서 처럼 $[I] = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 으로 표현된다.

네번째 전자기 단위계로는 기본단위를 길이의 미터(m), 질량의 킬로그램(kg), 시간의 초(s), 전류의 암페어(A)를 기본단위로 정한 MKSA단위계가 있다. 그리고 진공의 투자율 μ_0 를 다음과 같이 정하여^{3), 5), 6)} 사용한다.

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2 \text{ (H/m)} \quad (2-9)$$

μ_0 를 (2-9)식과 같이 정하면 간격이 1m로 평행한 2개의 전선에 동일한 전류를 흘렸을 때, 양 전선의 단위길이 마다에 작용하는 전기력이 10^{-7}N 되는 때의 전류의 크기를 1A로 정할 수 있는 전류의 절대 측정의 기초가 된다. 그러므로 MKSA단위계에서는 μ_0 를 (2-9)식과 같이 정하고, $r=1$ 로 놓는다. 따라서 (2-1)식에 의하여

$$\epsilon_0 = 1/36\pi \times 10^{-9} \text{ C}^2/\text{m}^2 \cdot \text{N} \text{ (F/m)} \quad (2-10)$$

이다. 그리고 MKSA단위계에서 전류의 차원식은 $[I] = I$ 이다. 왜냐하면 MKSA단위계에서는 전류가 기본 물리량에 속하기 때문이다.

이상에서 알아본 바와 같이 각각의 단위계에는 기본량을 달리 택함으로써 같은 전류라는 물리량이라도 서로 다른 차원을 갖고 있음을 알 수가 있다.

지금은 MKSA단위계가 가장 많이 사용되고 있으나 아직도 혼용하여 사용하고 있는 이유는 전자기 현상은 미소 거리간 하전 입자의 운동으로 볼 수 있으므로 기본단위가 일상생활에 알맞게 선택된 MKSA 단위계로 기술하는 것보다 기본단위가 작은 가우스단위계로 기술하는 것이 보다 더 자연 현상에 가깝고, 전자기학의 발달과정에서 전통적으로 esu단위계와 emu단위계를 사용해 왔으므로 아직도 이론 물리학자들 사이에는 MKSA단위계보다 앞에 서술한 가우스단위계를 많이 사용하고 있다.^{3), 5), 8)}

가우스단위계는 전기 현상과 자기 현상을 각각 쿨롱의 법칙에서 출발하여 전개하므로 가장 자연적인 성격을 띠고 있어 정전기적 물리량과 정자기적 물리량이 대용 관계에 있음을 쉽게 알게 해주며, 전하 개개 입자를 다루는 동전자기학에서나 미시적이고 상대론적인 문제를 다루는데 유용하다.

그리고 양자역학을 물질의 미시적인 전자기 성질에 응용할 때도 가우스단위계가 편리하다.

지금까지 알아본 각 단위계에 따른 전자기 물리량의 차원과 환산표^{7), 9)}를 부록 A와 B에 제시하였다.

Ⅲ. 차원 전환

1. 가우스단위계로 전환

길이를 L , 질량을 M , 시간을 T , 전류를 I 로 표기할 때, MKSA단위계의 기본량은 L, M, T, I 이고 가우스단위계의 기본량은 L, M, T 이므로 국제단위계에서의 차원을 가우스단위계로 전환하려면 전류 I 의 차원을 가우스단위계로 바꾸어야 한다.

가우스단위계에서는 전류의 차원을 $L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$ 을 사용(부록A참조)하고 있으므로 국제단위계에서의 차원과 가우스단위계에서의 차원간의 대응 관계를 알아보기 위해 국제단위계에서 물리량을 차원으로 나타낼 때 $L^x M^l T^m I^n$ 라 하고, 이 물리량을 가우스단위계에서의 차원으로 나타낸 것을 $L^{x'} M^{l'} T^{m'}$ 라고 하면 이 둘 사이를 연결해 줄 관계식이 필요하다.

어떤 물리량의 국제단위계와 가우스단위계 사이의 관계를 차원으로 다음식과 같이 나타내면

$$\begin{aligned}
 L^x (SI) &\leftrightarrow L^{1x} M^{0x} T^{0x} (G) \\
 M^l (SI) &\leftrightarrow L^{0l} M^{1l} T^{0l} (G) \\
 T^m (SI) &\leftrightarrow L^{0m} M^{0m} T^{1m} (G) \\
 I^n (SI) &\leftrightarrow L^{3n/2} M^{n/2} T^{-2n} (G)
 \end{aligned}
 \tag{3-1}$$

이다. 여기서 (SI)란 표기는 국제단위계에서의 표현을 의미하고, (G)란 표기는 가우스단위계에서의 표현을 의미한다. 여기에 \log 를 취하여 좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리 더하면

$$\begin{aligned}
 x \log L + l \log M + m \log T + n \log I \\
 \leftrightarrow (1x + 0l + 0m + 3n/2) \log L \\
 + (0x + 1l + 0m + n/2) \log M \\
 + (0x + 0l + 1m - 2n) \log T
 \end{aligned}
 \tag{3-2}$$

이다. 여기서 좌변의 L, M, T, I 와 x, l, m, n 는 각각 국제단위계의 기본량과 차원을 나타내며, 우변의 L, M, T 는 가우스단위계의 기본량을 뜻한다. 그리고 우변 괄호 안의 관계식은 국제단위계에서 가우스단위계로 전환될 때, 국제단위계의 차원을 이용해서 가우스단위계의 차원을 나타내는 관계식이다.

(3-2)식의 우변은 결국 가우스단위계의 차원으로 나타낸 $L^{x'} M^{l'} T^{m'}$ 의 각 기본량의 차원과 일치해야 한다. 그러므로 $L^{x'} M^{l'} T^{m'}$ 에 \log 를 취하면

$$x' \log L + l' \log M + m' \log T \quad (3-3)$$

이다. (3-2)식 우변과 (3-3)식은 같아야 하므로 이 관계는

$$\begin{aligned} & (1x + 0l + 0m + 3n/2) \log L \\ & + (0x + 1l + 0m + n/2) \log M \\ & + (0x + 0l + 1m - 2n) \log T \\ & = x' \log L + l' \log M + m' \log T \end{aligned} \quad (3-4)$$

으로 표현된다. 그리고 (3-4)식에서 L, M, T 는 각각 독립적인 물리량이므로 이들의 계수들도 각각 독립적이다. 그러므로 (3-4)식이 성립하려면 다음과 같은 식을 만족해야 한다.

$$\begin{aligned} (1x + 0l + 0m + 3n/2) &= x' \\ (0x + 1l + 0m + n/2) &= l' \\ (0x + 0l + 1m - 2n) &= m' \end{aligned} \quad (3-5)$$

이식은 다음과 같은 행렬로 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad (3-6)$$

(3-6)식의 행렬 관계를 간단하게 $AS = G$ 라고 표현한다면

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad (3-7)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 행렬 A 는 국제단위계로 표현된 물리량의 차원을 가우스단위계로 전환시킬 수 있는 행렬이다. 앞으로는 이 행렬을 차원 전환행렬이라 부르겠다. 행렬 S 는 국제단위계로 표현된 임의의 물리량의 차원을 나타내는 열행렬이다. 여기서 1행은 길이의 차원을, 2행은 질량의 차원을, 3행은 시간의 차원을 그리고 4행은 전류의 차원을 나타낸다. 그리고 행렬 G 는 가우스단위계로 전환된 차원을 나타내는 행렬이다. 즉, x' 은 가우스단위계에서 길이의 차원을, y' 은 질량의 차원을 z' 은 시간의 차원을 의미한다. Leroy는 국제단위계에서 가우스단위계로 물리량의 차원을 전환 시킬때 (3-6)식과 같은

행렬 방정식을 이용하여 구한 바 있다.⁴⁾ 차원 전환관계를 알아보기 위해 (3-6)식에 전자기 물리량을 대입해 보겠다.

첫번째로 전기장의 세기 E 의 경우는 $E=F/q$ 이므로 국제단위계에서 힘 F 의 차원 LMT^{-2} 과 전하의 차원은 IT 이므로 국제단위계에서 전기장의 세기 E 의 차원은 $LMT^{-3}I^{-1}$ 이다. 이를 가우스단위계의 차원으로 전환하기 위해서 (3-6)식에 대입하면 가우스단위계에서 전기장의 세기 E 의 차원은 $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 을 얻는다. 이를 확인하기 위해서 가우스단위계에서 전하 q 의 차원^{7), 9)} $L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$ 과 힘 F 의 차원 LMT^{-2} 을 $E=F/q$ 에 대입하면 $[E]=L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 이다. 그러므로 정의식에서 구한 가우스단위계에서의 전기장의 세기 E 의 차원은 $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 이다. 이와 같이 차원 전환행렬을 이용해서 구한 가우스단위계의 전기장의 세기 E 의 차원과 정의식을 이용해서 구한 가우스단위계의 전기장의 세기 E 의 차원이 일치함을 알 수 있다.

식(3-7) 차원 전환행렬을 이용하여 전기적 물리량의 차원을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환할 수가 있다.

그러나 이러한 행렬 방법으로는 자기적 물리량을 국제단위계에서 가우스단위계로 차원 전환시킬 수 없다. 예를 들면, 자기유도 B 의 경우 국제단위계에서의 차원은 $F=ilB$ 라는 정의식에서 알 수 있으며 $[B]=L^0M^1T^{-2}I^{-1}$ 이다. 여기에서 자기유도 B 의 차원을 차원 전환행렬 관계식[식(3-6)]에 대입하여 보면 가우스단위계에서 자기유도 B 의 차원은 $L^{-3/2}M^{1/2}T^0$ 이 된다. 그러나 실제 가우스단위계에서의 자기유도 B 의 차원^{7), 9)}은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$ 으로 일치하지 않는다. Leroy의 방법만으로는 자기적 물리량을 전환 시킬 수 없어 다른 방법을 찾아 보겠다.

가우스단위계는 esu단위계와 emu단위계의 혼합 단위계이고, 자기적 물리량을 취급할 때에는 emu단위계를 사용하는 것이 편리하므로 전류의 차원도 emu단위계에서 구한 차원 $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ [식(2-8)]을 사용해 보겠다. 그러면 가우스단위계에서 자기유도 B 의 차원은

$$[B] = \frac{LMT^{-2}}{L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}L^1} = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1} \quad (3-8)$$

가 되어 실제 차원과 일치하고 있다. 이와 같이 Leroy의 차원 전환행렬만으로는 모든 전자기적 물리량의 차원을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환시키지는 못하는 것은 전류의 차원을 어떻게 정의하는가에 달려 있는 것으로 보인다.

이러한 문제점들을 보완하기 위해서는 국제단위계로 표현된 자기적 물리량의 차원을 가우스단위계로 바로 전환시킬 수 있는 새로운 행렬을 구해야 한다. 이 행렬을 구하기 위해서는 emu단위계에서 구한 전류의 차원을 써서 행렬을 만들어 사용하면 될 것 같다. 그래

서 국제단위계와 가우스단위계간의 차원 대응 관계를 알아보면

$$\begin{aligned}
 L(SI) &\leftrightarrow L^1 M^0 T^0 \quad (G) \\
 M(SI) &\leftrightarrow L^0 M^1 T^0 \quad (G) \\
 T(SI) &\leftrightarrow L^0 M^0 T^1 \quad (G) \\
 I(SI) &\leftrightarrow L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} (G)
 \end{aligned}
 \tag{3-9}$$

이다. 이 대응 관계를 이용하여 (3-1)식에서 (3-6)식을 얻는 방법과 같은 방법으로 행렬 방정식을 구해보면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}
 \tag{3-10}$$

이다. 그러면 차원 전환행렬 A 를 다음과 같이 행렬 A' 으로 수정하여야 한다.

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}
 \tag{3-11}$$

새로운 차원 전환행렬 A' 을 이용하여 자기적 물리량의 차원을 국제단위계에서 가우스 단위계로 전환시킬 수 있는지 알아보겠다. 예를 들면 자기유도 B 의 경우, 국제단위계에서의 차원은 $L^0 M^1 T^{-2} I^{-1}$ 이고 이를 (3-10)식에 대입하면 그 결과가 가우스단위계에서의 차원인 $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$ 를 만족해야 한다. 국제단위계로 표현된 자기유도 B 의 차원을 대입하면, (3-10)식에 대입하면 자기유도 B 의 차원은 $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$ 이다. 이는 정의식에서 구한 자기유도 B 의 차원 $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$ [식(3-8)]과 일치하고 있음을 알 수 있다. 나머지 자기적 물리량에 관한 성립여부는 간단하게 행렬에 대입하여 보면 알 수 있다.

그러나 차원 전환행렬 A 는 전기적 물리량에 대해서는 성립되고, 자기적 물리량에 대해서는 성립이 안되듯이 새로운 차원 전환행렬 A' 은 자기적 물리량에 대해서는 성립이 되지 않지만 전기적 물리량에 대해서는 성립이 안되고 있다. 예를 들어 앞에서 구한 국제단위계에서 전기장의 세기의 차원을 (3-10)식에 대입하여 가우스단위계로 전환이 되는지 계산해보면, 국제단위계에서의 전기장의 세기 E 의 차원은 $LMT^{-3}I^{-1}$ 이고 가우스단위계에서의 차원은 $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$ 이다[부록A참조]. 국제단위계에서의 전기장의 세기 E 의 차원 $LMT^{-3}I^{-1}$ 을 (3-10)식에 대입하면 전기장의 세기 E 의 차원은 $L^{1/2} M^{1/2} T^{-2}$ 로 가우스단위계에서의 전기장의 세기 차원과 일치하지 않는다. 그러므로 차원 전환행렬 A' 은 전기적 물리량을 국제단위계 차원에서 가우스단위계의 차원으로 전환시키지는 못한다. 이것은 가

우스단위계가 진공중에서 전기적 물리량을 다룰 때에는 esu단위계를 사용하는 것과 같고, 자기적 물리량을 다룰 때에는 emu단위계를 사용하는 것과 같은 혼합 단위계이기 때문이다.

Leroy 행렬 방정식만으로는 전기적 물리량은 바로 차원 전환이 가능하나 자기적 물리량의 차원 전환은 불완전한 상태⁴⁾이다. 그러나 emu 단위계의 전류 차원에서 착안하여 자기적 물리량을 전환시킬때는 새로운 차원 전환행렬을 만들어 사용하면 편리하다는 것을 알았다. 이러한 행렬을 이용한 차원 전환 방법의 장점은 가우스단위계에서의 전자기적 물리량의 정의식이나 다른 물리량의 차원을 모르고 있더라도 국제단위계로 표현된 차원만 알고 있으면 표를 이용하지 않고 행렬을 이용하여 바로 가우스단위계의 차원으로 전환할 수 있다는 점이다.

2. 국제단위계로 전환

차원 전환행렬 A 와 A' 을 이용하면 국제단위계로 표현된 물리량의 차원을 가우스단위계로 전환할 수 있음을 알았다. 그러나 이 역과정 즉, 가우스단위계로 표현된 물리량의 차원을 국제단위계로 전환키 위해서는 행렬 A 와 행렬 A' 의 역행렬이 존재해야 한다. 그러나 차원 전환행렬인 A 와 A' 은 (3×4) 행렬로 정방행렬이 아니다. 따라서 역행렬이 존재하지 않는다.¹⁰⁾ 이와 같은 이유로 인해 역행렬을 구하는 방법으로는 가우스단위계에서 국제단위계로 직접 차원을 전환할 수가 없었다.

그런데 이미 II장에서 언급하였듯이 emu단위계는 기본량이 L, M, T, μ 이고, esu단위계의 기본량은 L, M, T, ϵ 이다. 그리고 가우스단위계는 $\mu = \epsilon = 1$ 로 놓기 때문에 기본량이 L, M, T 인 단위계이다. 이들 emu단위계 및 esu단위계와 MKSA단위계간에는 기본량 수가 모두 4개이므로 차원 전환행렬이 정방행렬이 되리라고 본다.

먼저, MKSA단위계(L, M, T, I)에서 esu단위계(L, M, T, ϵ)로의 차원 전환을 알아보기 위해 (3-1)식과 같은 차원 대응 관계에서, 이들 간의 관계를 (3-6)식과 같은 행렬 방정식으로 표현하기 위해서는 esu단위계에서 전류의 차원을 알아야 한다. (2-3)식을 차원식으로 표기하여 전하의 차원을 구하면 $[Q] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}\epsilon^{1/2}$ 이고 전류의 차원은 $[I] = L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\epsilon^{1/2}$ 임을 알 수 있다. 그러면 국제단위계와 esu단위계간에는 (3-1)식에서 (3-6)식을 얻는 것과 같은 방법으로 행렬 방정식을 구하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} \quad (3-12)$$

가 된다. 이것을 $BS = E_s$ 로 간단히 표기하면, 차원 전환행렬 B 는

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \quad (3-13)$$

이다. 이 행렬은 국제단위계에서 물리량의 차원을 esu단위계로 변환시키는 차원 전환행렬이다. 그리고 행렬 S 는 국제단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬(x 는 L 의 차원, y 는 M 의 차원, z 는 T 의 차원, ω 는 I 의 차원)이고, 행렬 E_s 는 전환된 esu단위계의 차원을 나타낸다. 즉, x' 는 L 의 차원을, y' 은 M 의 차원을, z' 은 T 의 차원을 그리고 ω' 은 ϵ 의 차원을 의미한다.

국제단위계에서 전기장의 세기 E 의 차원은 $LMT^{-3}I^{-1}$ 이다. 이것을 esu단위계로 전환하기 위해 (3-12)식을 이용하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} \quad (3-14)$$

이므로 esu단위계에서 전기장의 세기 E 의 차원은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\epsilon^{-1/2}$ 이 되어졌는데, 이것은 실제값^{7), 8), 9)}(부록A참조)과 일치한다. 그리고 국제단위계에서 자기유도 B 의 차원은 $L^0M^1T^{-2}I^{-1}$ 이다. (3-12)식을 이용해서 esu단위계에서의 $L^{-3/2}M^{1/2}T^0\epsilon^{-1/2}$ 을 얻는다. 이것은 실제값^{7), 8), 9)}(부록A참조)과 일치하고 있다. 그외에 다른 전자기 물리량에 대해서도 성립한다.

이와 같이 (3-13)식의 차원 전환행렬을 이용하면 모든 전자기 물리량에 대해 국제단위계의 차원을 esu단위계의 차원으로 전환 가능하다. (3-13)식은 (4×4) 행렬로 정방행렬이기 때문에 역행렬이 존재할 수 있다. 차원 전환행렬 B 의 역행렬을 구해보면

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (3-15)$$

이 되어 $BB^{-1}=1$ (단위행렬)이 성립한다. 그러므로 $B^{-1}E_s = S$ 가 된다.

전기장의 세기 E 인 경우, esu단위계에서 차원은 $L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}\epsilon^{-1/2}$ 이므로 차원 전환행렬(3-15)식을 이용하면 $B^{-1}E_s = S$ 에서

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (3-16)$$

이 되어 국제단위계에서의 전기장의 세기 E 의 차원은 $LMT^{-3}I^{-1}$ 이 된다. 그런데 이값은 실제값^{7), 8)}(부록A참조)과 같다. 그러므로 (3-15)식이 esu단위계의 차원을 국제단위계로 전환하는 차원 전환행렬임을 말해준다.

그 외 모든 전자기 물리량의 차원도 esu단위계에서 국제단위계로 차원 전환행렬 B^{-1} 을 이용해서 구할 수 있다.

지금까지 알아본 바와 같이 가우스단위계에서 국제단위계로 차원 전환을 직접 하지는 못한다. 그러나 전기적 물리량인 경우 esu단위계의 차원에서 $\epsilon=1$ 로 대체하면 이것이 곧 가우스단위계에서의 차원이 된다. (부록A참조) 그리고 차원 전환행렬 B^{-1} 을 이용하면 esu단위계에서의 모든 물리량의 차원을 국제단위계로 차원 전환됨을 확인하였다. 그러므로 가우스단위계에서 국제단위계로 차원 전환을 하려면, 먼저 해당되는 물리량의 차원이 esu단위계에서는 어떻게 표현되는가를 알고 난 다음 차원 전환행렬 B^{-1} 을 이용하면 전기적 물리량인 경우 국제단위계로의 차원 전환이 가능하다.

자기적 물리량인 경우에는 emu단위계에서의 차원에서 $\mu=1$ 로 대체하면 이것이 곧 가우스단위계에서의 차원이다. (부록A참조). 그러므로 가우스단위계에서 국제단위계로 차원 전환을 하려면 동일 물리량의 차원이 emu단위계에서는 어떤가를 알고 나서 역행렬을 이용하면 될 것이다. 먼저 emu단위계에서 전류의 차원을 구해 보겠다.

투자율 μ 의 매질 중에서 평행한 두 직선 전류 사이의 단위 길이당 작용하는 힘은 다음과 같이 나타낸다.^{3), 5)}

$$\frac{dF}{dz} = \frac{2\mu}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{\rho} \quad (3-17)$$

이식에서 전류의 차원을 구하면 $[I]=L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$ 이 된다.

국제단위계에서 emu단위계로의 차원 전환을 나타내는 행렬 방정식을 (3-6)식을 구하는 방법과 동일한 방법으로 구하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} \quad (3-18)$$

이고, 이것은 다시 $DS=E_n$ 으로 간단히 표기할 수 있다. 행렬 D 는

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \quad (3-19)$$

이고 이 행렬은 국제단위계에서 emu단위계로 차원을 전환시키는 차원 전환행렬이다. 그리고 행렬 S 는 국제단위계에서의 차원을 나타내는 (4×1) 행렬 (x 는 L 의 차원, y 는 M 의 차원, z 는 T 의 차원 ω 는 I 차원)이다. 행렬 E_0 는 전환된 emu 단위계에서의 차원을 나타낸다. 즉, x' 은 L 의 차원, y' 은 M 의 차원을, z' 은 T 의 차원을 그리고 ω' 은 μ 의 차원을 나타낸다.

국제단위계에서 자기유도 B 의 차원은 $L^0 M^1 T^{-2} I^{-1}$ 인데 (3-18)식을 이용해서 emu단위계에서의 차원을 구하면

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1/2 \\ 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} \quad (3-20)$$

이므로 $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$ 가 되어 실제값^{7), 9)}(부록A참조)과 일치하고 있다. 이와 같이 차원 전환행렬 D (식(3-19))를 이용하면 모든 전자기 물리량에 대해 국제단위계에서 emu단위계로의 차원 전환이 가능하다.

emu단위계에서 국제단위계로 차원 전환을 하기 위해서 (3-19)식 행렬 D 의 역행렬을 구하면 다음과 같다.

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad (3-21)$$

그리고 $D^{-1}D=1$ (단위행렬)이 성립한다. 그러므로 $D^{-1}E_0=S$ 가 된다. 자기유도 B 는 emu단위계에서 차원이 $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$ 이므로 (3-21)식을 이용하여 $D^{-1}E_0=S$ 의 행렬 방정식에 대입하면, 국제단위계에서 자기유도 B 의 차원인 $L^0 M^1 T^{-2} I^{-1}$ 을 얻는다. 이것은 실제값^{7), 9)}(부록A참조)과 일치한다. 그외 모든 전자기 물리량의 차원도 emu단위계에서 국제단위계로의 차원 전환이 가능하다. 이때의 차원 전환행렬은 D^{-1} 가 된다.

이상과 같이 가우스단계에서의 자기적 물리량의 차원을 국제단위로 전환하려면 먼저 자기적 물리량에 관한 emu단위계에서의 차원을 알고 난 다음 $\mu=1$ 로 치환한 값과 차원 전환행렬 D^{-1} 을 이용하면 된다.

3. 차원 전환 규칙

지금까지 1절과 2절에서 알아본 각 단위계의 상호 차원 전환에 대해 일반적으로 적용시킬 수 있는 규칙성을 찾아 보겠다. 행렬 A 와 A' 은 국제단위계에서 가우스단위계로 차원을 전환하는데 이용된다. 단 A 는 전기적 물리량인 경우에, 그리고, A' 는 자기적 물리량

에 대해서만 성립한다. 행렬 B 는 국제단위계에서 esu단위계로, 행렬 D 는 국제단위계에서 emu단위계로, 행렬 B^{-1} 는 esu단위계에서 국제단위계로 그리고 행렬 D^{-1} 는 emu단위계에서 국제단위계로의 차원 전환시에 사용할 수 있다. 이러한 차원 전환행렬을 X , 알고 있는 단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬을 Y 그리고 알고자 하는 단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬을 Z 라 하면 이에 따른 행렬 방정식은 $XY=Z$ 라고 간단하게 나타낼 수 있고 이를 행렬 방정식으로 나타내면 다음과 같이 일반적으로 표현할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 1 & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & 1 & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} \quad (3-22)$$

그러므로 다음과 같은 규칙을 이용하면 단위계 상호간에 차원 전환을 간단하게 할 수 있다.

전자기 관련 단위계 상호간의 차원 전환 규칙은 행렬 방정식 $XY=Z$ 에서

- (1) 차원 전환행렬 X 는 (4×4) 행렬로 $a_{11}=a_{22}=a_{33}=1$ 이고, 제4열의 원소는 전류의 차원을 대입한다. 그리고 나머지 원소는 모두 0을 대입한다.
- (2) esu단위계에서의 전류차원 $[I]=L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}\epsilon^{1/2}$ 이고, emu단위계에서의 $[I]=L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}\mu^{-1/2}$ 이다. 그러면 행렬 X 의 a_{14} 는 L 의 차원을, a_{24} 는 M 의 차원을, a_{34} 는 T 의 차원을, 그리고 a_{44} 는 ϵ 이나 μ 의 차원을 대입한다.
- (3) 행렬 Y 는 (4×1) 행렬로 이미 알고 있는 단위계에서 정의된 물리량의 차원식에서 a_{11} 는 L 의 차원을, a_{21} 는 M 의 차원을, a_{31} 은 T 의 차원을, 그리고 a_{41} 는 I 혹은 ϵ 이나 M 의 차원을 대입한다.
- (4) 행렬 Z 는 알고자 하는 단위계에서의 차원을 나타내는데 a_{11} 는 L 의 차원, a_{21} 는 M 의 차원, a_{31} 은 T 의 차원이 되며, 그리고 a_{41} 는 행렬 X 의 a_{44} 가 없는 (3×4) 행렬인 경우에 (3×1) 행렬이 되고 X 의 a_{44} 값이 있는 (4×4) 행렬인 경우에는 전류 I 의 차원이 된다.
- (5) 국제단위계에서 가우스단위계로 차원 전환할 때는 a) 전기적 물리량인 경우 esu단위계의 전류 차원에서 $\epsilon=1$ 로 대체한 것을 b) 자기적 물리량인 경우 emu단위계의 전류 차원에서 $\mu=1$ 로 대체해서 행렬 X 에 대입한다.
- (6) 국제단위계에서 esu단위계로 차원 전환할 때는 esu단위계에서의 전류 차원을 행렬 X 에 대입한다.
- (7) 국제단위계에서 emu단위계로 차원 전환할 때는 emu단위계에서의 전류 차원을 행렬 X 에 대입한다.

- (8) esu 단위계에서 국제단위계로 차원 전환할 때는 행렬 X 에 $a_{11}=a_{22}=a_{33}=1$, $a_{14}=-3$, $a_{24}=-1$, $a_{34}=4$, $a_{44}=2$, 그리고 나머지 원소는 모두 0을 대입한다.
- (9) emu 단위계에서 국제단위계로 차원 전환할 때는 행렬 X 에 $a_{11}=a_{22}=a_{33}=1$, $a_{14}=1$, $a_{24}=1$, $a_{34}=-2$, $a_{44}=-2$, 그리고 나머지 원소는 모두 0을 대입한다.
- (10) 가우스단위계에서 국제단위계로 차원 전환할 때는 먼저 같은 물리량에 대한 차원을 a) 전기적 물리량인 경우 esu 단위계에서의 차원을 b) 자기적 물리량인 경우 emu 단위계에서의 차원을 알고난 다음, (8)과 (9)의 규칙을 따른다.

IV. 수치 전환

국제단위계에서는 기본단위로 m , kg , s , A 를 사용하고 가우스단위계에서는 cm , g , s 를 사용한다. 따라서 한 단위계에서 다른 단위계로 전환되면 단위계마다 사용하는 기본량의 크기가 다름으로 인해 수치도 달라진다. 이러한 관계도 행렬을 이용하여 구할 수 있다. 우선 가우스단위계에서 1A에 해당하는 수치값을 구하기 위해 쿨롱의 법칙을 이용한다. 국제단위계에서 두 점전하가 1C의 전하량을 갖고 있을 때 반발력은 $9 \times 10^9 N$ 이다. 이 힘은 가우스단위계로 표시하면 $9 \times 10^{14} dyne$ 이다. 이 힘을 가우스단위계로 표현된 쿨롱의 법칙에 대입하면

$$9 \times 10^{14} \text{ dyne} = \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (4-1)$$

이다. q_1 과 q_2 는 같은 전하량을 갖고, 거리 r 을 $1m$ 대신 $1 \times 10^2 cm$ 을 대입해서 가우스단위계에서 전하량을 구하면

$$q = 3 \times 10^9 g^{1/2} cm^{3/2} s^{-1} \quad (4-2)$$

이다. (4-2)식의 전하량은, 이 전하량을 먼 두 전하가 $100cm (=1m)$ 떨어져있을때 작용하는 힘이 가우스단위계로는 $9 \times 10^{14} dyne$ 혹은 국제단위계로 $9 \times 10^9 N$ 이 된다는 것이다. 그러므로 가우스단위계에서 (4-2)식의 전하량은 국제단위계에서 1C의 전하량과 같다고 볼 수 있다. 따라서

$$1 C = 3 \times 10^9 g^{1/2} cm^{3/2} s^{-1} \text{ (혹은 statcoulomb)} \quad (4-3)$$

이다. 그리고 $1A = 1C/s$ 이므로

$$1 A = 3 \times 10^9 g^{1/2} cm^{3/2} s^{-2} \quad (4-4)$$

이다. 따라서 국제단위계와 가우스단위계 사이의 기본단위 대응 관계는

$$\begin{aligned}
 \text{(SI)} \quad & \text{(G)} \\
 1\text{m} &= 10^2\text{cm} \\
 1\text{kg} &= 10^3\text{g} \\
 1\text{s} &= 10^0\text{s} \\
 1\text{A} &= 3 \times 10^9 \text{g}^{1/2} \text{cm}^{3/2} \text{s}^{-2}
 \end{aligned} \tag{4-5}$$

이다. (4-5)식을 이용하여 1절에서 차원 전환행렬을 얻는 것과 같은 동일한 방법을 이용하면 수치 전환행렬 방정식은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$(2 \ 3 \ 0 \ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \eta \tag{4-6}$$

(4-6)식에서 x, y, z, w 는 국제단위계에서의 전자기 물리량의 차원을 나타낸다. Leroy는 (4-6)식과 같은 행렬 방정식을 이용하여 수치 전환을 하였다.⁴⁾ (4-6)식에서

$$Z = (2 \ 3 \ 0 \ 9 + \log 3) \tag{4-7}$$

는 수치 관계의 전환을 나타내므로 앞으로는 수치 전환행렬이라 부르겠다.

단위계가 다르더라도 물리량의 크기는 같으므로 (4-6)식으로 수치 관계를 전환시킬수 있다. 전기용량(capacitance)인 경우, 국제단위계에서 기본량은 1F이다 1F은 가우스단위계에서는 어느 정도의 수량인가를 수치 전환행렬을 이용하여 알아 보겠다. 전기용량은 전위에 대한 전하량의 비로써 정의된다. 그러므로 국제단위계에서의 차원은 $[C] = L^{-2}M^{-1}T^4I^2$ 이다. (부록A참조) 이것을 (4-6)식에 대입하면

$$(2 \ 3 \ 0 \ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} = 11 + 2 \log 3 \tag{4-8}$$

이다. 그리고 차원 전환행렬로 구한 전기용량 C의 차원은 L^1 이고, (4-8)식은 $10^9 = 3^2 \times 10^{11}$ 을 나타내므로 $1\text{F(SI)} = 9 \times 10^{11}\text{cm(G)}$ 임을 의미한다. 이들의 결과는 실제값^{7),8)}과 일치하고 있다. (부록B참조) 다른 전기적 물리량의 수치 전환은 부록 C에 제시하였다.

수치 전환행렬 Z 가 자기적 물리량에 대해서도 성립 하는가를 자기모멘트 m 을 대입해서 알아보겠다. 자기모멘트 m 인 경우 국제단위계에서 차원은 $L^2 M^0 T^0 I^1$ 이고 단위는 $A \cdot m$ 이다. 이를 가우스단위계의 양으로 나타내면 $10^3 \text{gauss} \cdot \text{cm}$ 이 되어야 한다.⁶⁾ 자기모멘트 m 의 차원을 (4-6) 식에 대입해서 계산하면 $1A \cdot m = 3 \times 10^{13} \text{gauss} \cdot \text{cm}$ 을 얻으며 이는 잘못된 것이다. 이처럼 Leroy의 방법으로는 국제단위계에서의 물리량의 크기를 가우스단위계의 양으로 수치 전환하는데에는 앞의 차원 전환행렬처럼 전기적 물리량에서는 성립이 되나 자기적 물리량에 대해서는 성립이 안된다.

이와 같은 Leroy의 수치 전환행렬의 문제점을 보완하기 위해서는 자기적 물리량을 전환할 수 있는 다른 수치 전환행렬을 구해야 한다. 국제단위계에서 가우스단위계로 차원을 전환할 때에 가우스단위계는 esu단위계와 emu단위계의 혼합이므로 전기적 물리량일 때와 자기적 물리량일 때 전류의 차원을 따로 정의한 차원 전환행렬을 사용한 바가 있다. 이와 마찬가지로 emu단위계에서 1A에 해당하는 전류값을 알아내고 이 전류값을 대입한 행렬을 이용하면 자기적 물리량도 바로 수치 전환이 가능할 것이다.

emu단위계에서의 $9 \times 10^9 \text{N}$ 의 힘을 발생시키는 절대 전하량은 emu단위계에서의 쿨롱법칙식

$$F = c^2 \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (4-9)$$

에서 구할 수 있다. (4-9) 식에서 $1C = 10^{-1} \text{abcoulomb}$ 라는 관계를 얻을 수 있으며, 1A와 1절대암페어(abampere)와의 관계는 $1A = 10^{-1} \text{abamperes}$ 가 된다. 그러므로 지금까지 알아본 바와 같이 (4-6) 식의 관계식은 다음과 같이 수정해야 한다.

$$(2 \ 3 \ 0 \ -1) \begin{pmatrix} k \\ l \\ m \\ n \end{pmatrix} = \eta \quad (4-10)$$

그리고 자기적 물리량인 경우, 수치 전환행렬도 다음과 같이 수정해야 한다.

$$Z = (2 \ 3 \ 0 \ -1) \quad (4-11)$$

(4-10) 식에 국제단위계의 자기적 물리량의 차원을 대입하면 국제단위계로 나타낸 수치를 가우스단위계에서의 자기적 물리량의 수치로 전환할 수 있다. 자기적 물리량에 해당하는 행렬, 즉 (4-10) 식을 사용하면 간단하게 국제단위계로 표현된 자기적 물리량의 수치를

가우스단위계로 전환할 수 있다. 자기모멘트를 새로 구한 수치 전환행렬로 알아보면

$$(2 \quad 3 \quad 0 \quad -1) \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \quad (4-12)$$

이다. 이와 같이 $1(A \cdot m) = 1 \times 10^3(\text{gauss} \cdot \text{cm})$ 임을 알 수 있다. 이것은 실제값⁷⁾,⁹⁾과 일치하고 있다. 그 외 다른 물리량에 관한 계산 예는 부록 C에 제시하였다.

지금까지 알아 본 바와 같이 국제단위계에서 가우스단위계로 수치 전환할때 Leroy 방법처럼 esu단위계에서 얻은 전류의 값을 사용한 수치 전환행렬[식(4-7)]을 사용하는 것은 전기적 물리량에 대해서만 성립하고, 자기적 물리량일 때는 수정한 수치 전환행렬인 (4-11)식을 사용하면 바로 수치 전환이 가능하다.

그러나 이러한 수치 전환행렬은 일부의 자기적 물리량에 대해서는 성립치 않았다. 예를 들면, 자기장의 세기 H의차원은 $[H] = L^{-1}M^0T^0I^1$ 이다. 이를 (4-10)식에 대입하면

$$(2 \quad 3 \quad 0 \quad -1) \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -3 \quad (4-13)$$

이다. 이것은 $1(A/m) = 1 \times 10^{-3}(\text{Oe})$ 를 뜻한다. 그런데 $1(A/m) = 4\pi \times 10^{-3}(\text{Oe})$ 가 실제 단위계의 올바른 수치 전환이다. 결국 4π 를 포함하지 않고 있어 성립이 안되고 있다. 그러나 이것은 국제단위계가 유리화단위계인데 반해 가우스단위계는 비유리화단위계라는 차이에서 발생하는 것이라고 본다. 성립이 안 되는 경우는 기자력, F , F_0 , 자기장의 세기 H , 자기화 M , 자기극 세기 m , 자기량 m , 투자율 μ 이다. 이때에는 이들 물리식에서 4π 계수를 나누어 주거나 곱해 주어야만 정확한 수치 전환을 할수 있다. 이들 관계는 부록 C에 나타내었다. 부록 C에서 * 표기는 (4-7)식과 (4-11)식의 수치 전환행렬로 단위계간 수치 전환이 안 되는 경우이다.

지금까지 수치 전환에 대해 알아본 것을 정리하면,

- (1) 수치 전환시켜 국제단위계와 가우스단위계간의 수량적 관계를 안다면, 이 관계에서 역수를 취하여 가우스단위계에서의 단위를 국제단위계의 단위로 간단히 표현할 수 있다. 예를 들면, $1V/m = c^{-1} \times 10^6 \text{statvolt}/m$ 에서 $1 \text{statvolt}/m = c \times 10^{-6} V/m$ 가 된다. 그러므로 가우스단위계의 수치를 국제단위계로 표현하기 위하여 수치 전환을 할 필요는 없다.

- (2) 가우스단위계는 수식에 광속 c 가 포함된 단위계이므로 수치 전환 행렬 Z 를 이용해서 구한 수량관계, 예를 들어 $a \times 10^r$ 형태를 광속 c 를 포함한 $c \times 10^r$ 의 형태로 바꾸어서 표현해 준다. 그러면 전기적인 물리량인 경우는 가우스단위계와 esu단위계의 수치가 같다. emu단위계에서는 $c=1$ 로 놓으면 된다. 단, 전기변위 D 에서는 $4\pi ca$ 로, 유전율 ϵ 인 경우에는 $4\pi c^2 a$ 의 형을 취해 주어야 한다.
- (3) 국제단위계에서의 수치를 가우스단위계로 표현하기 위해, 수치 전환 행렬 Z' 를 이용해서 구한 자기적 물리량의 수량 관계는 가우스단위계와 emu 단위계에서 동일하다. 그렇지만 예외적으로 $a \times 10^r$ 의 수량 관계에서 기자력과 자기장의 세기, 전기변위의 경우는 $4\pi a$ 를 해주고 자기량과 투자율의 경우는 $(4\pi)^{-1}a$ 를 해주어야 한다. 그러나 국제단위계와 esu단위계의 수치 전환은 상수 a 대신 광속 c 나 c^{-1} 혹은 c^{-2} 등을 곱해주어야 한다.

IV. 결 론

지금까지 알아본 전자기 관련 단위계의 차원과 수치 및 물리식의 전환 방법에 관한 것을 요약하면 다음과 같다.

1. 차원 전환행렬을 X 라 하고, 이미 알고 있는 단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬을 Y 그리고 앞으로 알고자 하는 단위계의 차원을 나타낸 열행렬을 Z 라고 하면, 차원의 단위계간 전환은 $XY=Z$ 의 행렬 방정식으로 구할 수 있다. 이러한 차원 전환에는 일정한 규칙(Ⅲ-3절 참조)이 있다.
2. 국제단위계에서 가우스단위계로의 차원 전환행렬은 전기적 물리량인 경우에는 (3×4)행렬인 차원 전환행렬 A [식(3-7)], 자기적 물리량인 경우에는 (3×4)행렬인 차원 전환행렬 A' [식(3-11)]을 사용한다.
3. 국제단위계에서 esu단위계로의 모든 전자기 물리량의 차원 전환행렬은 행렬 B [식(3-13)]를 사용하고, 국제단위계에서 emu단위계로의 모든 자기적 물리량의 차원 전환행렬은 행렬 D [식(3-19)]를 사용한다.
4. 가우스단위계에서 국제단위계로의 차원 전환은 행렬 A 와 A' 의 역행렬이 존재하지 않아 직접 전환할 수 없다. 그리고 행렬 이외에 다른 방법으로 차원 전환하는 것은 앞으로의 연구 과제이다.
5. esu단위계의 전기적 물리량 차원에서 $\epsilon=1$ 로 대치하면 가우스단위계에서의 차원이

되고, emu단위계에서의 자기적 물리량 차원에서 $\mu=1$ 로 대치하면 가우스단위계에서의 차원이 된다. 그러므로 esu단위계와 emu단위계에서의 차원을 먼저 알아본 다음에 동일 물리량의 차원을 국제단위계로 전환할 수 있다. 그래서 esu단위계에서 국제단위계로의 차원 전환은 행렬 B^{-1} (식(3-15)), emu단위계에서 국제단위계로의 차원 전환은 행렬 D^{-1} (식(3-21))를 이용하여 $XY=Z$ 의 행렬 방정식으로 차원 전환한다.

6. 수치 전환에 대해서는 수치 전환행렬을 Z , 이미 알고 있는 단위계에서의 차원을 나타내는 열행렬을 S , Z 와 S 의 행렬 방정식의 결과를 η 라 하면 행렬 방정식은 $ZS=\eta$ 이다. 이때 η 를 10의 지수값으로 취하면 이것이 알고자 하는 단위계의 수치가 된다.
7. 수치 전환행렬을 이용해서 전기적 물리량을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환할 때는 행렬 Z (식(4-7))를, 자기적 물리량을 국제단위계에서 가우스단위계로 전환할 때는 행렬 Z' (식(4-11))을 사용한다. 그리고 이러한 수치 전환행렬을 사용해서 얻은 수치를 역수로 바꾸어 주면 가우스단위계에서 국제단위계로 수치 전환이 바로 된다.
8. 국제단위계에서 가우스단위계로 수치 전환한 것을 $c^* \times 10^n$ 의 형태로 바꾸어 표현하면, 전기적 물리량인 경우는 가우스단위계와 esu 단위계의 수치가 같다. 그리고 $c=1$ 로 놓으면 emu단위계에서의 수치가 된다. 또는 행렬 Z' 을 사용하여 바로 국제단위계에서 emu단위계로 수치 전환이 가능하다. 그러나 자기적 물리량인 경우, 국제단위계에서 esu단위계로의 수치 전환은 4π 계수가 없는 물리량의 c^{-1} 을 곱해 주어야 한다.
9. 전환행렬을 이용한 수치 전환에서 성립치 않는 경우가 있다. 전기변위 D , 유전율 ϵ , 기자력 F_m , 자기장의 세기 H , 자기화 M 은 수치전환 후 얻은 수치에 4π 를 곱해주어야 하며, 자기량 m 과 투자율 μ 는 $(4\pi)^{-1}$ 을 곱해주어야 올바른 수치 전환이 된다. 이것은 국제단위계는 유리화단위계이고 나머지 전자기의 단위계는 비유리화단위계이기 때문이다.

참 고 문 헌

- 1) 한국 표준 과학연구원; 알기쉬운 국제단위계(SI) 해설, 한국 표준 과학연구원, pp. 4-97 (1992).
- 2) 동아출판사 백과사전부 편; 동아 원색 세계백과사전, 제12권, 동아출판사, p. 625 (1987).
- 3) 김의균, 박세환; 신전자기학, 도서출판 기한재, pp. 3-19, pp. 504-510 (1993).
- 4) Benard Leroy; Am. J. Phys. 52, 3, pp. 230-233 (1984).
- 5) 강우형 외 3인 공역(Roald K. Wangsness 저); 전자기학, 이우출판사, pp. 407-413 (1990).
- 6) 이창효, 박승범; 알고보면 재미나는 전기자기학, 전파과학사, pp. 10-242 (1993).
- 7) 전학제 외 3인 편; 최신 이화학 대사전(중보판), 법경출판사 pp. 1173, p. 1615 (1986).
- 8) Roland H. Good, Jr. and Terence J. Nelson; Classical Theory of Electric and Magnetic Fields, Academic Press, pp. 246-260 (1971).
- 9) 김병희 외 15인 편; 성문 이화학사전, 교육서관, pp. 1579-1580 (1993).
- 10) 강주상 역(Mary L. Boas 저); 수리물리학, 이우출판사, pp. 121-129 (1984).

부록 A. 전자기 관련 물리량의 차원

	관용 국제 기호 단위계	emu 단위계	가우스 단위계	esu 단위계
전 하 (charge)	$Q \ L^0 M^0 T^1 I^1$	$L^{1/2} M^{1/2} T^0 \mu^{-1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon^{1/2}$
전 류 (current)	$I \ L^0 M^0 T^0 I^1$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon^{1/2}$
전위차, 기전력 (electromotive force)	$V, E \ L^2 M^1 T^{-3} I^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \mu^{1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon^{-1/2}$
전기변위 (electric displacement)	$D \ L^{-2} M^0 T^1 I^1$	$L^{-3/2} M^{1/2} T^0 \mu^{-1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon^{1/2}$
전기장의세기 (field intensity)	$E \ L^1 M^1 T^{-3} I^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \mu^{1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon^{-1/2}$
전기저항 (resistance)	$R \ L^2 M^1 T^{-3} I^{-2}$	$L^1 M^0 T^{-1} \mu^1$	$L^{-1} M^0 T^1$	$L^{-1} M^0 T^1 \epsilon^{-1}$
전기전도도 (conductivity)	$\sigma \ L^{-3} M^{-1} T^3 I^2$	$L^{-2} M^0 T^1 \mu^{-1}$	$L^0 M^0 T^{-1}$	$L^0 M^0 T^{-1} \epsilon^1$
전도도 (conductance)	$G \ L^{-2} M^{-1} T^3 I^2$	$L^{-1} M^0 T^1 \mu^{-1}$	$L^1 M^0 T^{-1}$	$L^1 M^0 T^{-1} \epsilon^1$
전기용량 (capacitance)	$C \ L^{-2} M^{-1} T^4 I^2$	$L^{-1} M^0 T^2 \mu^{-1}$	$L^1 M^0 T^0$	$L^1 M^0 T^0 \epsilon^1$
유전율 (permittivity)	$\epsilon \ L^{-3} M^{-1} T^4 I^2$	$L^{-2} M^0 T^2 \mu^{-1}$	$L^0 M^0 T^0$	$L^0 M^0 T^0 \epsilon^1$
자기선속 (flux magnetic)	$\Phi \ L^2 M^1 T^{-2} I^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^0 \epsilon^{-1/2}$
기자력 (magnetomotive force)	$F_m \ L^0 M^0 T^0 I^1$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon^{1/2}$
자기장의세기 (magnetic field)	$H \ L^{-1} M^0 T^0 I^1$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon^{1/2}$
자기화 (magnetization)	$M \ L^{-1} M^0 T^0 I^1$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon^{1/2}$
자기모멘트 (magnetic moment)	$m \ L^2 M^0 T^0 I^1$	$L^{5/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$L^{5/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^0 \epsilon^{-1/2}$
자기유도 (magnetic induction)	$B \ L^0 M^1 T^{-2} I^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-3/2} M^{1/2} T^0 \epsilon^{-1/2}$
자기편극 (magnetic polarization)	$J \ L^0 M^1 T^{-2} I^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-3/2} M^{1/2} T^0 \epsilon^{-1/2}$
자기극세기 (magnetic poles intensity)	$m \ L^2 M^1 T^{-2} I^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^0 \epsilon^{-1/2}$
유도계수 (inductance)	$L \ L^2 M^1 T^{-2} I^{-2}$	$L^1 M^0 T^0 \mu^1$	$L^1 M^0 T^0$	$L^{-1} M^0 T^2 \epsilon^{-1}$
자기량 (magnetic charge)	$\mathbb{M} \ L^1 M^0 T^0 I^1$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \mu^{-1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{5/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon^{1/2}$
투자율 (permeability)	$\mu \ L^1 M^1 T^{-2} I^{-2}$	$L^0 M^0 T^0 \mu^1$	$L^0 M^0 T^0$	$L^{-2} M^0 T^2 \epsilon^{-1}$

B. 전자기 관련 물리량의 환산표

양	관용 기호	국제 단위계	전자 단위계	가우스 단위계	정전 단위계
전하	Q	1C=1A·s	$= 10^{-1}$	$= c \times 10^{-1}$	$= c \times 10^{-1}$
전류	I	1A	$= 10^{-1}$	$= c \times 10^{-1}$	$= c \times 10^{-1}$
전위차, 기전력	V, E	1V=1W/A	$= 10^8$	$= c^{-1} \times 10^8$	$= c^{-1} \times 10^8$
전기변위	D	1C/m ²	$= 4\pi 10^{-5} *$	$= 4\pi c \times 10^{-5} *$	$= 4\pi c \times 10^{-5} *$
전기장의세기	E	1V/m	$= 10^6$	$= c^{-1} \times 10^6$	$= c^{-1} \times 10^6$
전기저항	R	1Ω=1V/A	$= 10^9$	$= c^{-2} \times 10^9$	$= c^{-2} \times 10^9$
전기전도도	σ	1 (ohm-m) ⁻¹	$= 10^{-11}$	$= c^2 \times 10^{-11}$	$= c^2 \times 10^{-11}$
전도도	G	1S	$= 10^{-9}$	$= c^2 \times 10^{-9}$	$= c^2 \times 10^{-9}$
전기용량	C	1F=1C/V	$= 10^{-9}$	$= c^2 \times 10^{-9}$	$= c^2 \times 10^{-9}$
유전율	ϵ	1F/m	$= 4\pi 10^{-11} *$	$= 4\pi c^2 \times 10^{-11} *$	$= 4\pi c^2 \times 10^{-11} *$
자기선속	ϕ	1Wb=1V·s	$= 10^8 \text{ Mx}$	$= 10^8 \text{ Mx}$	$= c^{-1} \times 10^8$
기자력	F, F_m	1A	$= 4\pi \times 10^{-1} \text{ Gb} *$	$= 4\pi \times 10^{-1} \text{ Gb} *$	$= 4\pi c \times 10^{-1} *$
자기장의세기	H	1A/m	$= 4\pi \times 10^{-3} \text{ Oe} *$	$= 4\pi \times 10^{-3} \text{ Oe} *$	$= 4\pi c \times 10^{-3} *$
자기화	M	1A/m	$= 4\pi \times 10^{-3} *$	$= 4\pi \times 10^{-3} *$	$= 4\pi c \times 10^{-3} *$
자기모멘트	m	1A·m ²	$= 10^3$	$= 10^3$	$= c^{-1} \times 10^3$
자기유도	B	1T=1Wb/m ²	$= 10^4 \text{ G}$	$= 10^4 \text{ G}$	$= c^{-1} \times 10^4$
자기편극	J	1T=1Wb/m ²	$= 10^4$	$= 10^4$	$= c^{-1} \times 10^4$
자기극세기	m	1Wb	$= (4\pi)^{-1} \times 10^8 *$	$= (4\pi)^{-1} \times 10^8 *$	$= (4\pi c)^{-1} \times 10^8 *$
자기량	m	1Am	$= (4\pi)^{-1} \times 10^1 *$	$= (4\pi)^{-1} \times 10^1 *$	$= c^{-1} \times 10^8$
유도계수	L	1H=1Ω·s	$= 10^9$	$= 10^9$	$= c^{-2} \times 10^9$
투자율	μ	1H/m	$= (4\pi)^{-1} \times 10^7 *$	$= (4\pi)^{-1} \times 10^7$	$= (4\pi c^2)^{-1} \times 10^7 *$

* 표는 수치 전환후 4π 또는 1/4π를 곱해야 하는 경우임

부록 C. MKSA단위계에서 가우스단위계로 수치 전환

	수치전환행렬	η	10^7	실제값
전 하	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$= 9 + \log 3 \rightarrow$	3×10^9	$= c \times 10^{-1}$
전 류	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$= 9 + \log 3 \rightarrow$	3×10^9	$= c \times 10^{-1}$
전 위 차 기 전력	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$= -2 - \log 3 \rightarrow$	$1/3 \times 10^{-2}$	$= c^{-1} \times 10^8$
전기변위	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$= 5 + \log 3 \rightarrow$	3×10^5	$= 4\pi c \times 10^{-5}$ *
전기장의 세기	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$	$= -4 - \log 3 \rightarrow$	$\frac{1}{c} \times 10^6$	$= c^{-1} \times 10^6$
전기저항	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$	$= -11 - 2 \log 3 \rightarrow$	$\frac{1}{c^2} \times 10^9$	$= c^{-2} \times 10^9$
전 기 전 도 도	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$= 9 + \log 3 \rightarrow$	9×10^9	$= c^2 \times 10^{-11}$
전 도 도	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$	$= 11 + 2 \log 3 \rightarrow$	$c^2 \times 10^{-9}$	$= c^2 \times 10^{-9}$
전기용량	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$= 11 + 2 \log 3 \rightarrow$	$c^2 \times 10^{-9}$	$= c^2 \times 10^{-9}$
유 전 율	$(2\ 3\ 0\ 9 + \log 3) \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$	$= 9 + 2 \log 3 \rightarrow$	$c^2 \times 10^{-11}$	$= 4\pi c^2 \times 10^{-11}$ *

자기선속 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	= 8	→	10^8	=	10^8
기 자 력 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	= -1	→	10^{-1}	=	$4\pi \times 10^{-1}$ *
자기장의 세 기 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	= -3	→	10^{-3}	=	$4\pi \times 10^{-3}$ *
자 기 화 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	= -3	→	10^{-3}	=	$4\pi \times 10^{-3}$ *
자 기 모 멘 트 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	= 3	→	10^3	=	10^3
자기유도 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	= 4	→	10^4	=	10^4
자기편극 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	= 4	→	10^4	=	10^4
자 기 극 세 기 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$	= 8	→	10^8	=	$(4\pi)^{-1} \times 10^8$ *
유도계수 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$	= 9	→	10^9	=	10^9
투 자 율 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$	= 7	→	10^7	=	$(4\pi)^{-1} \times 10^7$ *
자 기 량 (2 3 0 -1)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	= 1	→	10^1	=	$(4\pi)^{-1} \times 10^1$ *

* 는 실제값과 일치하지 않는 경우이며 수치 전환행렬로 구한 수치값에 4π 또는 $(4\pi)^{-1}$ 를 곱해주는 경우임