

## 입력 차원 축소를 이용한 이동 불변 2차 신경망의 효율적 구현

(An Efficient Implementation of Shift Invariant  
2nd-order Neural Network using  
Input Dimension Reduction )

이 봉 규

Bong-kyu Lee

제주대학교 자연과학대학 전산 통계학과

조 유 근

Yoo-kun Cho

서울대학교 공과대학 컴퓨터 공학과

### 요 약

오류역전파(EBP) 학습 규칙을 사용하는 1차 다층 퍼셉트론은 구조의 단순함과 우수한 문제 해결 능력으로 최근 패턴 인식 분야에서 많은 관심을 끌고 있다. 그러나 EBP를 사용하는 1차 다층 퍼셉트론이 위치 이동에 무관하게 패턴 집합을 구별하기 위해서는 많은 양의 변형된 형태들을 학습해야 한다. 따라서 위치 불변 패턴 인식에 사용하기 어렵다. 더욱이 1차 다층 퍼셉트론은 많은 패턴을 학습하고도 새로운 패턴에 대해 단지 80-90%를 인식할 뿐이다. 2차 신경망은 기하학적으로 관련 있는 2개 픽셀의 비선형 조합을 입력으로 가지는 다층 신경망이다. 따라서 2차 신경망은 패턴의 한 변형만을 학습하여 위치 불변 인식을 할 수 있다. 그러나 2차 신경망은 위치 이동만을 고려하더라도 입력 노드 수가  $O(N^2)$ 로 증가하기 때문에 구현이 어렵다. 또한 학습 및 인식 시간이 많이 소요되는 문제점이 있다.

본 논문에서는 2차 신경망이 가지는 문제점인 입력 노드 수의 기하급수적인 증가 문제를 해결하기 위한 방법으로 입력의 픽셀 조합과 주성분 분석을 이용하여 위치 불변 2차 신경망의 입력 노드 수를  $O(N^2)$ 에서  $N$ 보다 적게 축소하는 방법을 제안한다. 제안된 방법은 위치 불변 2차 신경망에 입력 패턴 차원  $N$ 에 대해서  $(2 \cdot N)/5$ 개의 입력 노드로 구현하기 때문에 2차 신경망 입력 노드 수의 기하급수적 증가를 해결할 수 있다. 또한 학습과 인식 시간을 향상시켰다. 구현된 2차 신경망은 위치 이동된 한글 명조체 990자에 대한 실험에서 축소되지 않은 것에 비해서 대등한 인식율을 보이면서 인식 및 학습 시간을 단축시키는 결과를 보였다.

## Abstract

1st-order Multi-layer perceptrons using EBP (Error Back Propagation) learning rule have attracted a great deal of interest recently in the field of pattern recognition, because of it's simplicity and superior problem solving capabilities. But, because 1st-order Multi-layer perceptrons must be trained on a large subset of transformed views to learn to distinguish between a set of patterns independent of their position, they can hardly be used for shift invariant pattern recognitions. Moreover, even after extensive training with large training set, they usually achieve only 80-90% recognition capabilities on novel examples. 2nd-order neural network is a multi-layer network that has inputs consisting of geometrically related nonlinear combinations of two pixels. So, 2nd-order neural networks need to be trained on just one transformed view of each pattern for shift invariant recognition. But the number of 2nd-order neural network input nodes increase in proportion to  $O(N^2)$ , where  $N$  is the dimension of the input patterns, even if we only consider shift invariance. This is the major obstacle to actual implementations of 2nd-order neural networks. Also, such large number of input nodes lead to slow learning and recognition.

In this paper, as a part of a method to solve the combinatorial explosion of the number of 2nd-order neural network input nodes, we propose a method for reducing the number of shift invariant 2nd-order neural network input nodes from  $O(N^2)$  to less than  $N$  using pattern pixel combinations and PCA(Principal Component Analysis). Because we can implement a shift invariant 2nd-order neural network only with  $(2*N)/5$  nodes using the proposed method, we are able to solve the combinatorial explosion of input nodes. Also, we improve the learning and recognition time of the network. The implemented 2nd-order neural network showed similar recognition rates to the unreduced network in experiments using 990 shifted Hangul Mungjo characters while decreasing the learning and recognition time.

### 1. 서론

오류역전파(EBP) 학습 규칙을 사용하는 다층 퍼셉트론은 단순한 구조와 우수한 패턴 분류 능력으로 패턴 인식 분야에서 많은 관심을 끌고 있다. 이런 이유로 다층 퍼셉트론을 이용한 패턴 인식 시스템에 대한 연구가 많이 진행되었다[6]. 그러나 다층 퍼셉트론은 2차

원 패턴 인식에서 발생하는 기하학적 변형(회전, 확대/축소, 이동)에 취약하다는 문제점이 있다[2,4,11,12]. 다층 퍼셉트론의 이러한 문제점을 해결하기 위해서 여러 가지 방법이 제안되었다. 많은 양의 변형된 패턴을 모두 학습에 참가시키거나, 전처리 과정을 이용하여 그 결과를 학습하는 방법 등이 사용되었다[6,7,15]. 그러나 전자의 방법은 학습할 패

턴이 너무 많아져서 학습에 많은 시간이 소요되는 단점이 있고, 후자의 방법은 특징 추출 방법 (로그-폴라 사상, 푸리에 변환, 모멘텀 방법)들이 과도한 계산 시간을 필요로 한다. 더욱이 선택하는 특징 추출 방법에 따라 학습에 영향을 미치는 상황을 예측하기 어렵다.

다층 퍼셉트론 외에도 변형에 무관한 패턴 인식에 사용된 신경망은 Neocognitron이다 [17]. 그러나 Neocognitron에서 수용하는 변형은 특정 패턴 집합에 한정되어 있는 이유로, 새로운 패턴 집합에 대해서는 신경망에서 수용하는 변형을 다시 정의하여 학습을 시켜야 한다. 또한 신경망 자체의 복잡성 때문에 구현이 어렵다. 따라서 신경망 자체가 변형을 수용하여 학습할 수 있는 고차 신경망을 기하학적 변형에 불변하는 패턴 인식에 사용하는 것이 자연스러운 방법이다. 최근의 여러 연구에서 고차 신경망이 다층 퍼셉트론 같은 1차 신경망보다 불변 패턴 인식에서 우수하다는 결과를 얻음으로써 고차 신경망이 불변 패턴 인식에 효과적임을 보여주었다 [2, 4, 8, 11].

고차 신경망은 원하는 불변 성질을 직접 신경망 구조에 구현할 수 있다. 즉 변형을 수용하는데 학습이 필요 없다는 것이다. 고차 신경망은 패턴 픽셀간의 기하학적인 비선형 조합들을 표준의 역전파 다층 신경망에 입력으로 사용하는 전처리 형태를 가진다 [13]. 그러나 고차 신경망은 입력 노드가 입력 차원에 대해서 기하급수적으로 증가하는 문제점이 있다. 만약 입력 차원을  $N$ 이라 하면 이동 불변 2차 신경망도  $O(N^2)$ 로 입력 노드 수가 증가한다. 따라서 학습 및 인식 시간이 많이 걸리는 것은 물론이고  $N$ 이 큰 경우는 구현 자체가 어렵다.

이런 이유로 고차 신경망의 불변 특성을 유지하면서 입력 노드 수를 축소하는 방법에 대한 연구가 진행되었다. 은닉 층을  $\sigma$ -pi 유닛으로 구성하여 고차 신경망을 구현하는 방법이 제안되었다. 이 방법은 적은 입력 노

드를 사용하면서 고차 신경망의 특성을 유지할 수 있다 [6]. 그러나 신경망의 학습에 소요되는 시간이 오래 걸리는 단점이 있다. 패턴에 대한 분석으로 얻어진 선행 정보 (패턴의 종류, 패턴의 형태)를 이용하여 신경망에서 수용하려는 변형 문제에 불필요한 요소를 제거하는 방법도 사용되었다. 이것을 이용하여 실제 입력 노드 수를 1/3정도로 줄인 결과가 발표되었다 [5, 11, 12]. 그러나 이 방법은 제거 방법이 직관적 (heuristic) 이고 더욱이 패턴에 대한 선행 정보를 발견한다는 것이 매우 어렵다는 단점 때문에 사용 범위가 제한적이다.

본 논문에서는 고차 신경망의 입력 노드 축소 연구의 일환으로, 고차 신경망 중에서 이동 불변 2차 신경망 입력 노드 수를 패턴 픽셀의 조합과 주성분 분석 (Principal Component Analysis)으로 입력 차원  $N$ 보다 적게 축소하는 방법을 제안한다. 제안된 방법으로 입력 차원  $N$ 에 대해서  $(2 \cdot N)/5$  개의 입력 노드로 이동 불변 2차 신경망을 구현하였다. 구현된 2차 신경망은 위치 이동된 한글 명조체 990자에 대해서 실험한 결과 95%의 인식율을 얻어 축소되지 않은 것에 비해서 대등한 인식율을 보이면서 인식 및 학습 시간을 단축시키는 결과를 보였다.

본 논문은 2장과 3장에서 이동 불변 2차 신경망이 입력 차원  $N$ 에 대해서 패턴 픽셀의 조합과 주성분 분석을 통해서  $(2 \cdot N)/5$ 로 구현됨을 보인다. 4장에서는 구현된 2차 신경망의 뛰어난 불변 인식 능력을 실험으로 증명하였다.

## 2. 이동 불변 2차 신경망

2차 신경망은 패턴을 구성하는 2개의 픽셀간의 비선형 조합들을 입력으로 사용하며 위치, 크기 변형에 무관한 인식 능력이 있다.

고차 신경망의 구조는 그림 1.과 같으며 활

성화 함수는 식(1)과 같다(2.3).

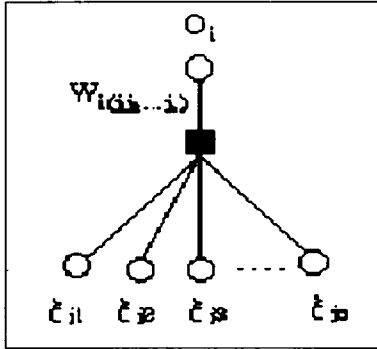


그림 1. 고차 신경망 구조

$$\begin{aligned}
 O_i &= g(h_i) \\
 &= g(W_i + \sum_j W_{ij}\xi_j + \sum_j \sum_k W_{ijk}\xi_j\xi_k \\
 &\quad + \dots + \sum_j \sum_{j'} \sum_{j''} \dots \sum_{j^{(n)}} W_i(j^2 j^3 \dots j^n)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

1/2 Minsky와 Papert의 분석에서 2차 신경망은 위치, 크기에 불변하고, 3차 신경망은 회전 변형에 대해서 불변 특성이 있음을 보여 준다(9). 고차 신경망의 식(1)에서 2차 신경망 동작 식을 유도하면 식(2)와 같으나 이동 불변을 위해서는 각 입력들의 관계에 영향을 주는 항만 취하면 된다. 따라서 식(3)과 같이 정의된다(2.4).

$$\begin{aligned}
 h_i &= \sum_{j=1}^n W_{i(j)}\xi_j^2 + \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n W_{i(j,k)}\xi_j\xi_k \\
 &\quad + \sum_{j=1}^n W_{ij}\xi_j + W_i
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

$$h_i = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n W_{i(j,k)}\xi_j\xi_k
 \tag{3}$$

이동 불변 2차 신경망은 그림 2.와 같이 위치 이동된 패턴들을 같은 패턴으로 학습해야 한다. 따라서 학습 규칙(3)에 (4)를 첨가해야

한다. 그러면 식(3)은 (5)로 바뀐다(4.5). 식(5)에 의해서 위치 이동된 패턴들이 같은 패턴으로 학습되므로 위치 이동된 패턴을 정확하게 인식할 수 있다.

$$W_{ijk} = W_{kj-i}
 \tag{4}$$

$$h_i = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{k=j+1}^n W_{i(j-k)}\xi_j\xi_k
 \tag{5}$$

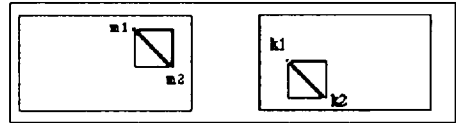


그림 2. 위치 이동 관계

이동 불변 2차 신경망은 위치 이동 관계에 있는 가중치가 식(5)에 의해서 함께 동작한다. 따라서 상대 거리가 같은 관계에 있는 두 개 픽셀의 조합들은 모두 같은 것으로 간주할 수 있다. 따라서 이들 같은 관계에 있는 픽셀 조합들을 모두 더하여 하나의 대표되는 2차 신경망의 입력 노드로 식 (6)과 같이 표현할 수 있다. 이 입력 특징을 SOP(Summation of products) 혹은 이차특징이라 한다[1, 10,13].

$$SOP = \sum \Pi [(\xi_{jk}\xi_{kl}, \dots)]
 \tag{6}$$

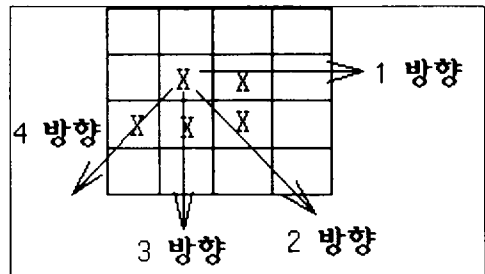


그림 3. 2픽셀 조합의 방향

이차특징을 구할 때 패턴을 구성하는 2개 픽셀간의 방향을 고려해야 한다. 만약 픽셀을 X로 나타내면 이차특징을 구할 때 고려해야 할 두 픽셀들 간의 방향은 그림 3.과 같이 4가지이다.

이 방향을 고려하여 같은 위치 관계인 픽셀 조합들의 합을 구하면 이차특징을 추출할 수 있다[1,10,13]. 일반적으로 2차 영상이 가로,세로가 각 L, M인 N차원(L\*M)인 경우 두 픽셀간에 가질 수 있는 최대 가로 거리는 (L-1) 이고 최대 세로 거리는 (M-1)이다. 따라서 4가지 방향을 고려한 이차특징은 <표 1>과 같은 입력 벡터로 표현된다. 2, 4방향의 픽셀들은 (가로 거리, 세로 거리)의 2차원 벡터로 표현된다. 이렇게 2, 4 방향은 두 픽셀의 위치 관계를 가로 거리와 세로 거리를 모두 사용하는 관계로 (L-1) \* (M-1) 벡터가 된다. 각 벡터의 원소는 같은 위치 관계에 있는 픽셀 조합의 수를 나타낸다. 그리고 각 벡터에서 원소들의 위치는 두 픽셀간의 거리를 나타낸다[1].

<표 1> 이차특징 벡터

1의 방향	: 크기 (L-1)인 위치 관계 벡터
3의 방향	: 크기 (M-1)인 위치 관계 벡터
2,4의 방향	: 크기 (L-1)*(M-1)인 위치 관계 벡터

위에서 나타난 위치 관계 벡터를 모두 합쳐서 하나의 벡터로 나타낸 것이 이차특징이다. 따라서 이동 불변 2차 신경망은  $2*N-(L+M)$ 개의 입력 노드로 구성된다. 추출된 이차특징 예가 그림 4.에 나타나 있다.

일반적으로 고차 신경망은 입력으로 패턴 픽셀의 기하학적인 비선형 조합을 가지는 다층 퍼셉트론의 확장된 형태로 정의된다[2,13]. 따라서 위치 이동에 불변하는 2차 신경망은

			vector size
direction1	2 1 0 0 0	2 1 0 0 0	(L-1)
direction3	2 1 0 0 0	2 1 0 0 0	(M-1)
direction2	1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	(L-1)*(M-1)
direction4	1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	(L-1)*(M-1)

그림 4. 이차특징 예

방향이 같으면서 같은 상대 거리를 가지는 두 픽셀 조합들의 합인 이차특징을 입력으로 사용하는 1차의 다층 퍼셉트론으로 정의할 수 있다.

### 3. 주성분 분석을 이용한 이차특징 차원 축소

2장의 이차특징을 그대로 이용하면 실제 패턴에 비해 약 2배 정도로 신경망이 커진다. 이러한 2배의 노드 수는 패턴의 학습 및 인식을 빠른 시간에 할 수 없게 만든다. 따라서 가능한 입력 노드 수를 줄이는 것이 바람직하다. 주성분 분석을 이용하여 입력 노드 수를 줄이면 학습 및 인식을 빠르게 할 수 있다.

주성분 분석(PCA)은 패턴 집합의 공분산 행렬에서 얻어진 고유 벡터(eigenvector)방향으로 패턴을 프로젝션하는 방법으로 데이터의 차원 축소에 일반적으로 사용되는 통계학적 분석 방법이다. 주성분 분석은 입력 집합에서 추출한 상호 직교하는 일부분의 고유 벡터를 이용하여 데이터의 차원을 축소한다[18,19,20].

입력 패턴 집합  $X( = \{x_1, x_2, \dots, x_N\})$ 의 패턴들  $x_i$ 에 대해서 패턴들 간의 상관관계를 나타내는 공분산 (covariance)행렬 C는 수

식 (7)과 같이 정의되고 이 공분산 행렬에서 얻은 고유 치 (eigenvalue)와 고유 벡터 (eigenvector)  $\lambda_i$ 와  $\zeta_i$ 를  $\lambda_i$ 의 크기에 따라 내림차순으로 나열하면 공분산 행렬 C의 특성 (real, symmetric matrix)에 의해서 (7)과 같다[16,20].

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ((x_i - \mu)(x_i - \mu)^T)$$

(C is a real, symmetric matrix)

$$\text{where } \mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\{\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_N\}, \quad \mu_i \geq 0 \quad (1 \leq i \leq N)$$

$$\{\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_N\}, \quad \zeta_i = \text{orthogonal} \quad (1 \leq i \leq N)$$

(7)

(7)에서의 고유 치 중에서 크기가 상위인 M개에 대응하는 고유 벡터로 패턴 x에 대한 추정 벡터  $x'$ 를 (8)과 같이 구할 수 있다. 이렇게 얻어진  $x'$ 는 패턴 x를 구성하는 주성분 중 일부분으로 표현된 패턴 x의 추정 벡터이다[16].

$$x' = \sum_{i=1}^M (\zeta_i \cdot x) \zeta_i \quad (8)$$

주성분을 구할 때 공분산 행렬을 대각선화하여 대각선 성분만을 사용할 수 있고 이때 구해지는 주성분은 패턴의 각 차원의 분산과 같아진다. 입력 패턴 x가 단위 벡터 ( $|x|=1$ )라고 가정하면 패턴 x의 분산은 다음 식(9)와 같이 정의된다[15].

$$\gamma_a^2 = \{(\zeta^T x)^2\} = x^T \zeta \zeta^T x = x^T C x = \sum_a \lambda_a x_a^2 \quad (9)$$

마지막 항은  $x^T C x$ 를 대각선화(diagonalize)하여 얻어진 a개의 고유 치와 x 패턴을 구

성하는 단위 벡터의 각 차원 값들 중 a번째 차원 값이다. k번째의 주성분은 k-1번째까지의 주성분과 직교한다. 따라서 조건  $|x|=1$ 에서 분산  $\gamma_a^2$ 가 최대이기 위해서는 단위 벡터 x의 k번째 차원 값은 식(10)과 같다.

$$x_j = \pm 1 \quad \text{if } j = k = 0 \quad \text{otherwise} \quad (10)$$

이 결과를 식 (9)에 적용하면 다음 결과를 얻는다[15].

$$\gamma_a^2 = \lambda_a \quad (10)$$

공분산 행렬의 대각선 성분만을 이용하면 주성분 분석으로 얻는 값은 각 입력 차원의 분산과 동일하다. 이 성질을 이용하여 이차특징 각 차원의 분산을 구하여 입력 차원을 축소하였다.

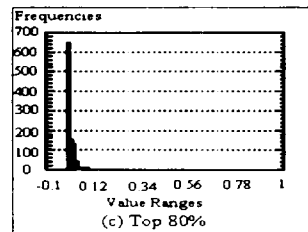
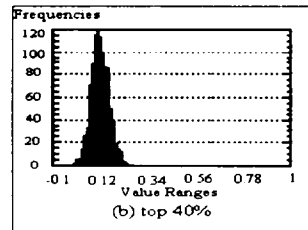
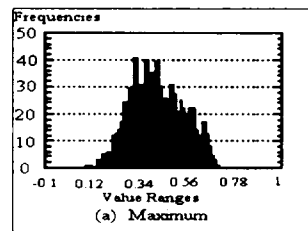


그림 5. 각 차원의 특징 값들의 분포

한글 명조체 문자 990개에 대한 이차특징을 구한 후 각 차원의 이차특징 값들 중, 분산의 크기에 따라서 선택된 일부 차원 값의 분포가 그림 5.에 나타나 있다. 그림에서 보듯이 분산이 작은 차원은 모든 패턴들에 대해서 거의 같은 값을 가진다. 따라서 이러한 차원은 제거하고 인식에 도움이 되는 큰 분산을 가지는 차원만을 사용하면 인식율에 영향을 미치지 않고 학습 및 인식 시간을 향상시킬 수 있다. 실험을 통하여 이차특징 20% 정도만을 사용하면 인식율의 큰 변화 없이 노드 수를  $(2^*N)/5$ 으로 줄이고 학습 및 인식 시간을 단축시킨다.

그림 6.은 본 논문에서 제안한 주성분 분석을 이용하여 축소한 이차특징으로 구성된 이동 불변 2차 신경망의 구조이다. 표 2.는 사용된 이차특징 양에 따른 입력 노드 수를 보여준다. 그림에서 보듯이 실험에 사용된 2차 신경망은 1차 다층 퍼셉트론에 이차특징을 입력으로 사용하는 형태이다. 신경망을 통한 인식은 다음과 같은 순서로 이루어진다. 먼저 인식 대상인 입력 패턴에 대해서 이차특징을 추출하고 이것을 주성분 분석으로 필요한 차원만을 뽑아 2차 신경망의 입력으로 한다. 이러한 구조는 앞에서 언급한 두 입력 픽셀간의

상관관계를 감지하는 2차 신경망이다. 2차 신경망의 출력 노드 수는 한글을 구성하는 초성, 중성, 종성을 나타내는 68개이며 은닉 층은 200개이고 입력 노드는 표 2.와 같다. 축소하지 않은 2차 신경망은 입력 노드 수가 입력 차원 N ( $24 \times 30$ )에 대해서  $2^*N - (24 + 30)$ 이므로 1386개가 된다. 특징 차원의 선택은 10%일 때를 144개로 하여 그 배수로 정했다.

<표 2.> 이차특징 사용량에 따른 2차 신경망 입력 노드 수

종 류	입력노드수
이차 특징 10%	144
이차 특징 10%	288
이차 특징 10%	432
이차 특징 10%	576
이차 특징 10%	720
이차 특징 10%	1008
이차 특징 10%	1386
원래의 이차 신경망	258.840

#### 4. 실험 및 실험 결과

2차 신경망을 픽셀 조합과 주성분 분석을 이용하여 불변 특성의 변화 없이 신경망의 크

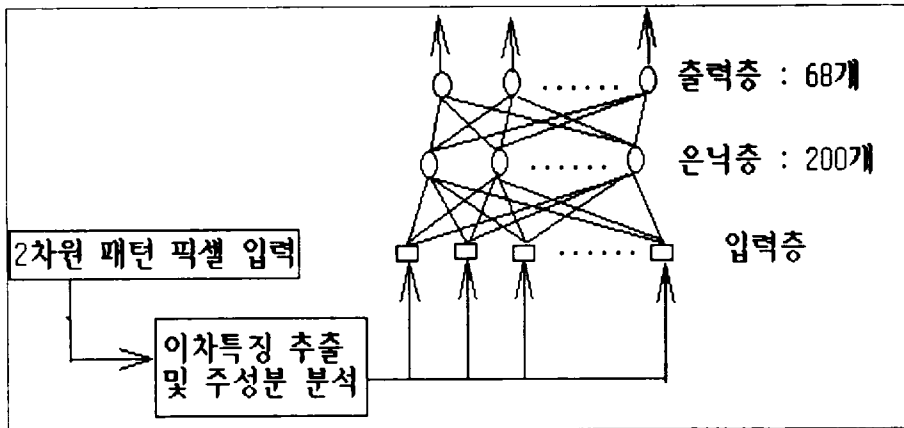


그림 6. 제안한 2차 신경망의 구조

기를 축소할 수 있음을 실험을 통해 증명한다. 실험 대상은 한글 명조체 중 사용 빈도를 98%를 가지는 990자를 선택하였다. 데이터는 스캐너로 영상을 입력받아, 한 문자씩 영역 분할을 거친뒤 30X24로 크기를 정규화하였다. 실제 인식 실험에서는 문자 패턴을 10-15픽셀씩 임의로 위치를 변화시켜 사용하였다.

실험은 이차특징의 부분적인 사용으로 얻어진 그림 6.의 2차 신경망으로 하였다. 그리고 성능 비교를 위해서 이차특징을 모두 사용한 2차 신경망과 1차의 다층 퍼셉트론도 사용하였다. 실험 방법은 신경망 모두를 한 개의 대표 패턴만으로 학습시킨 후 인식율을 비교하였다. 1차 신경망도 하나의 대표 패턴만을 학습시킨 것은 1차 신경망은 위치 불변 특성이 신경망 자체에 없다는 것을 보이기 위함이다. 2차 신경망은 위치 변형된 패턴에서 추출한 이차특징 중에서 큰 것부터 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 70%를 선택하여 사용하였다.

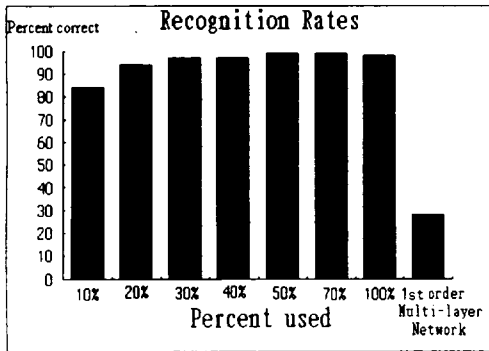


그림 7. 인식 실험 결과

이차특징을 일부분 사용한 2차 신경망과 100%를 사용한 축소되지 않은 신경망의 비교 결과를 아래 그림 7.에서 보여준다. 먼저 1차 신경망은 이동 불변 특성이 없음을 알 수 있다. 이것은 1차 신경망인 경우 이동 불변을

위해서는 변형된 패턴도 학습해야 하는데 단지 1개의 대표 패턴만을 학습시켰기 때문이다. 그러나 2차 신경망들은 한 개의 대표 패턴을 학습한 것만으로도 위치 변형을 수용하고 있는 것이다.

2차 신경망 중에서 상위 20%의 이차특징을 사용한 신경망은 축소되지 않은 신경망과 대등한 인식율을 보인다. 이것은 주성분 분석을 통한 축소 과정이 인식에 필요한 정보는 유지함을 보여준다. 결과에서 보듯이 축소되지 않은 신경망의 인식율이 100이라면 20%로 구성된 신경망의 인식율은 96 정도이다. 이것은 상위 20%에 전체 정보의 96% 이상이 있음을 의미한다. 모든 경우 100% 인식이 되지 않은 것은 위치 이동 이외의 다른 변형(이진화 과정에서의 노이즈)이 일부 나타나기 때문이다.

그림 8.은 2차 신경망들의 인식 속도, 학습 속도 및 학습 횟수를 보여준다. 학습 횟수는 모두 100% 보다 증가한다. 그 이유는 인식에 영향을 주지 않는 정보를 주성분 분석으로 제거했기 때문에 패턴간의 전체적인 거리가 줄어들었기 때문이다. 그러나 학습 횟수의 증가에도 불구하고 학습 시간은 단축되었다. 20%를 사용한 경우 그림에서 보듯이 학습 횟수는 2배로 늘었지만 학습 시간은 1/2로 줄었다. 늘어난 학습 횟수에도 불구하고 빠른 학습을 하는 것이다. 인식 시간도 20%를 사용한 경우 축소되지 않은 것에 비해서 2.5배 빨라진다.

위에서 얻은 결과를 정보량 분석을 통해 분석해 볼 수 있다. 정보량 분석을 위해서는 인식율, 학습 횟수 그리고 특징 차원들의 가중치를 고려해야 한다. 패턴의 특징 차원은 각기 인식에 공헌하는 정도가 다르다. 즉 분산이 큰 차원은 패턴들에 대해서 서로 상이한 값을 가지므로 인식에 많은 기여를 한다. 따라서 각 차원의 인식 기여도는 정보량 분석에서 꼭 필요한 요소이다. 이 기여도는 차원들



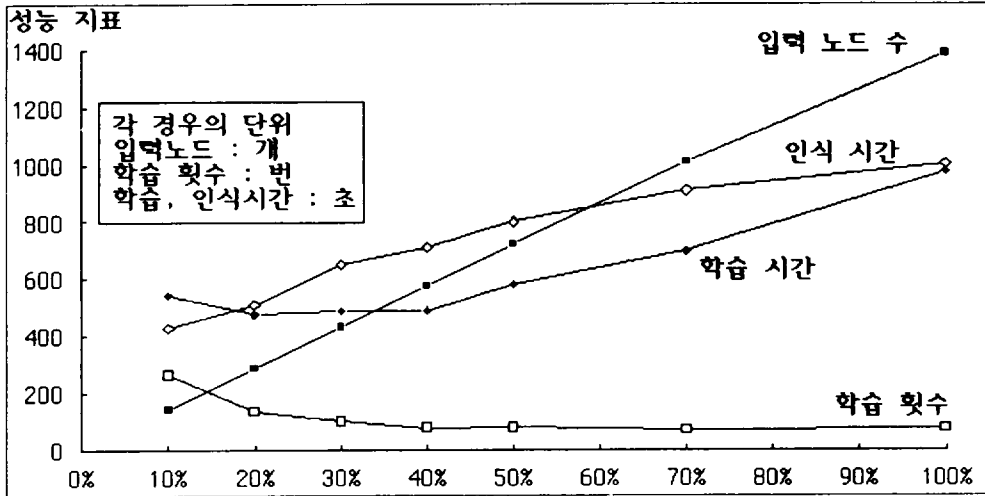


그림 8. 입력 노드 수, 학습 및 인식에 걸린 시간 비교

의 가중치로 나타낼 수 있다. 학습 횟수는 정보량에 반비례하고 인식율과 가중치는 정보량에 비례한다면 이 관계를 이용하여 주성분 분석으로 잃은 정보량을 표 3.과 같이 계산할 수 있다. 표에서 보듯 이차특징 중 상위 20%에는 전체 정보의 96% 정도가 유지된다. 즉 실제 인식에 필요한 특징의 대부분을 가지고 있는 것이다. 50%와 70%의 경우에 100%보다 인식율이 증가한 이유는 인식에 필요한 정보는 포함하면서도 불필요한 특징은 제거된 때문이다.

표 3. 정보량의 보유 비교표 (100%를 기준으로)

종 류	학습 횟수	인식율	가중치	보유정보비율
이차특징 10%	2639	84%	3.4	78%
이차특징 20%	1359	94%	1.9	96%
이차특징 30%	1010	97%	1.4	97%
이차특징 40%	781	97%	1.1	98%
이차특징 50%	778	99%	1.0	99%
이차특징 70%	757	99%	1.0	99%

제안된 방법은 학습과 인식 시간에 주성분 분석에 걸리는 시간이 추가된다. 그러나 제안된 방법은 신경망을 구성할 때 이차특징의 사용량을 미리 결정하고 결정된 특징에 맞추어 입력 노드 수를 고정한다. 따라서 학습은 이미 추출된 이차특징의 차원을 이용하기 때문에 주성분 분석을 위해서 추가되는 시간은 없다. 그러나 인식 단계에서는 인식에 사용할 차원을 선택해야 함으로 추가적인 시간이 필요하다. 이때 추가되는 시간은 추출된 이차특징 중에서 선택된 차원을 찾아내는데 소요되는 시간이 전부이다. 실험으로 한 개의 패턴을 인식할 때 주성분 분석으로 추가되는 시간은 전체 인식 시간에서 0.5%만을 차지함을 볼 수 있다. 따라서 주성분 분석으로 추가되는 시간은 입력 노드 수의 축소로 얻어지는 빠른 인식에 영향을 미치지 않는다.

실험을 통해서 이차특징 20%로 구현된 2차 신경망에 비해서 4% 정도의 인식율 저하를 보이지만 - 이것은 표 3.에서의 정보량 비교에서 4%정도 차이로 알 수 있다. - 학습 및 인식 시간에서는 50% 이상의 향상을 보였다. 따라서 제안한 방법은 2차 신경망에서 나

타나는 입력 노드 수의 기하급수적인 증가를 해결하면서 축소하지 않은 것과 대등한 인식율을 보이면서 빠른 학습 및 인식을 한다.

## 5. 결론

본 논문에서는 위치 불변 2차 신경망 입력 노드가 입력 차원  $N$ 에 대해서  $O(N^2)$ 으로 증가하는데 따르는 문제점 - 구현이 어려움, 학습 및 인식 시간이 많이 소요됨 - 을 픽셀 조합과 주성분 분석으로 해결하였다. 제안한 방법으로 불변 특성에는 영향을 주지 않고  $(2*N)/5$ 의 입력 노드를 가지는 위치 불변 2차 신경망을 구현할 수 있다. 구현된 신경망은 축소되지 않은 것과 대등한 인식 능력을 가지고 있으면서 학습 및 인식 시간은 향상시켰다.

우수한 불변 특성을 가지는 고차 신경망을 패턴 인식에 이용하려는 연구가 많이 이루어지고 있다. 그러나 고차 신경망의 기하급수적인 입력 노드의 증가는 장애 요인이 되었다. 본 논문에서는 이 문제점을 해결하기 위해서 효과적인 입력 노드 수의 축소 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 입력 차원보다 적은 입력 노드 수를 가지는 2차 신경망을 구현할 수 있기 때문에 입력 노드 수의 증가를 해결할 수 있고 빠른 인식 및 학습 시간도 실현할 수 있다. 또한 구현된 2차 신경망은 축소되지 않은 것에 비해서 대등한 인식율을 보인다.

## 참 고 문 헌

- [1] 김병철, 김동규, 조동섭, 황희용, "2차 신경망의 특성을 이용한 문자 특징의 추출방법," 대한전기학회 논문지, 제 41권, 제 12호, pp 1460-1466, 1992.
- [2] Perantonis, S. and Lisboa, P., "Translation, Rotation, and Scale Invariant Pattern Recognition by Higher order Neural Networks and Moment Classifier." IEEE Transactions on Neural Network, March, Vol. 3, No. 2, pp. 241-251, 1992.
- [3] Estevez, P. and Okabe, Y., "Training the Piecewise Linear-Higher Order Neural Network Through error back propagation." Proc. IJCNN91, Vol.1, pp.711-716, 1991.
- [4] Giles, C. and Maxwell, T., "Learning, invariance, and generalization in high-order neural networks." Applied Optics, Vol. 25, pp. 4972-4978, 1987.
- [5] Reid, M., Spirkovska, L. and Ochoa, E., "Rapid Training of Higher-Order Neural Networks for invariant Pattern Recognition." Proc. IJCNN89, Vol. 1, pp. 689-692, 1989.
- [6] Rumelhart, D. and McClelland, J., Parallel Distributed Processing, MIT Press, 1986.
- [7] Fahlman, S., "Faster-Learning Variations on Back-Propagation: An Empirical study." Proc. of Connectionist Models, Carnegie Mellon Univ. Summer School, 1988.
- [8] Linhart, G. and Dorffner, G., "A Self-Learning Visual Pattern Explorer and Recognizer using a Higher Order Neural Network." Proc. IJCNN92, Vol. 3, pp. 705 - 710, 1992.

- [9] Minsky, M. and Papert, S., Perceptrons, MIT Press, 1969.
- [10] Shin, Y., and Fhosh, J., "The pi-sigma network : an Efficient Higher-Order Neural Network for pattern classification and function approximation," Proc. IJCNN91, Vol. 1, pp. 13-18, 1991.
- [11] Lee, C. and Maxwell, T., "Learning Invariance, and Generalization in High-Order Neural Network," Applied Optics, Vol. 26, No. 23, 1987.
- [12] Spirkovska, L. and Reid, M.B., "Connectivity Strategies for Higher-Order Neural Networks applied pattern recognition," Proc. IJCNN90, Vol. 1, pp. 21-26, 1990.
- [13] Schmidt, W. and Davis, J., "Pattern Recognition Properties of various feature spaces for higher order Neural Networks," IEEE Transaction on PAMI, Vol. 15, No. 8, pp. 795-801, 1993.
- [14] Yang, H. and Guest, C., "High order Neural Networks with reduced numbers of interconnection weights," Proc. IJCNN91, Vol. 3, pp. 281-286, 1991.
- [15] Hertz, J., Krogh, A. and Palme, R., Introduction to the Theory of Neural Computation, Addison-Wesely, 1991.
- [16] Gonzales, R. and Wiatz, P., Digital Image Processing, Addison-Wesely, 1987.
- [17] Fukusima, K., "A Neural Network for visual pattern recognition," IEEE Computer, March, 1988.
- [18] Hyman, S., Vogl, T., Blackwell, K., Barbour, G., Irvine, J.M. and Alkon, D., "Classification of Japanese Kanji using Principal Component Analysis as a preprocessor to an artificial neural network," Proc. IJCNN91, Vol. 1, pp. 233- 238, 1991.
- [19] Anthony, D., Hines, E. Barham, J. and Taylor, D., "A comparision of image compression by neural networks and principal component analysis," IJCNN91, Vol. 1, pp. 339-344, 1991.
- [20] Vrckovnik, G., Chung, T. and Carter, C., "Classifying Impulse Radar Waveforms using principal component analysis and neural networks," ICNN90, Vol. 1, pp. 69-74, 1990.