

봉다발 내 온도장 해석을 위한 개발된 난류 Prandtl 수 모델의 액체금속에 대한 적용성 비교 검증

허 병 길* · 정 창 현* · 김 신**

Verification of Applicability to Liquid Metal of Turbulent Prandtl Number Model Developed for Temperature Field Analysis in Rod Bundle

Byung-Gil Huh*, Chang-Hyun Chung* and Sin Kim**

ABSTRACT

A comparative analysis with the existing models was performed to verify the applicability of liquid metal whose turbulent Prandtl number model had been developed for the temperature field analysis in rod bundle geometry. The suggested model was compared to the Zeggel's model, Jischa & Rieke's model and constant model($Pr_T = 0.9$) with varying P/D and Péclet number. The suggested model considered the effect of anisotropy, the position distribution and the molecular Prandtl number and the Zeggel's model used in VANTACY-II code. The Jischa & Rieke's model was the base of Zeggel's model. Results of the suggested model showed better agreement with those of the well-known empirical correlations than those by other models.

Key Words : turbulent Prandtl number, rod bundle, liquid metal

1. 서론

봉다발 구조는 현재 대부분의 상용 원자로의 핵연료집합체에 사용되고 있다. 이는 액체금속을 사용하는 실험로나 원자로도 예외가 아니다. 이와 같은 봉다발 구조내 유체 유동과 열전달 과정은 매우 복잡한 현상을 가지므로 이에 대한 자세한 이해가 원자로의

설계 및 안전성 분석에 매우 중요한 역할을 한다. 이러한 열수력학적 해석을 정확히 수행하기 위해서는 핵연료집합체 부수로(subchannel) 내에서의 온도장에 대한 상세한 정보가 요구된다. 이는 근래에 많은 연구가 진행중인 액체금속을 사용하는 원자로 내 유동장의 이해에도 반드시 필요한 것이다.

지금까지 전산유체(CFD: Computational Fluid Dynamics) 분야의 눈부신 발전으로 많은 난류 모델들이 개발되었으며 많은 수의 전산유체코드들이 상용화되었다. 그러나, 아직도 대부분의 공학문제들은 난류 모델들이 지나치게 복잡하여 효율적이지 못하거나 많은 수의 실험적인 상수들을 필요로 하기 때문에

* 서울대학교 원자핵공학과
Department of Nuclear Engineering, Seoul Nat'l Univ.

** 제주대학교 에너지공학과, 첨단기술연구소
Department of Nuclear and Energy Engineering, Research Institute of Advanced Technology, Cheju Nat'l Univ.

높은 수준의 난류 모델을 필요로 하지 않는다. 따라서, 물리적으로 부적절하지만 매우 실용적인 개념인 난류 확산도(eddy diffusivity) 개념을 도입하여 사용하고 있으며 열에 대한 난류 확산도는 난류 Prandtl 수(turbulent Prandtl number)라는 매개변수를 도입하여 운동량에 대한 난류 확산도로부터 구하는 것이 일반적이다.

난류 Prandtl 수가 여러변수로 구성된 매우 복잡한 함수로 표현된다면 이 개념은 그다지 유용하지 않을 것이다. 그러나, 많은 증거들에 의하면 대체로 1 근처의 값을 갖는다는 것이 알려져 있다. 이 개념은 매우 단순하면서도 효과적이라는 측면에서 성공적인 개념이다. 그러나 난류 Prandtl 수가 위치의 함수이며 유로의 기하구조에 의존하고 작동유체의 물리적 성질에 영향을 받는다는 사실은 보편적인 난류 Prandtl 수 모델 개발에 커다란 장애가 되고 있다. 매우 많은 실험 및 이론 연구가 수행되었고 많은 수의 모델이 개발되었지만 불행히도 대부분의 난류 Prandtl 수 모델은 단순한 기하구조에 국한되어 있으며 아직도 많은 부분이 논란의 대상으로 남아있다.

붕다발 유동장의 특성을 파악하고 적절한 난류모형을 개발하는 것은 열수력 설계 및 안전성 평가를 위한 속도장 및 온도장에 대한 정보를 얻기 위해 필요하다. 그러나, 붕다발 유동장에는 난류 확산의 비등방성으로 인하여 단순 유동장에서 개발된 일반적인 난류 확산도 모델을 적용하는데 한계가 있으며 모델을 개발하는데 상당한 어려움이 있다. 그래도 운동량에 대한 난류 확산도 즉, 와류 점도(eddy viscosity)에 대해서는 많은 연구가 수행되어 왔으며 어느 정도는 성과를 거두고 있지만 난류 열 확산도 또는 난류 열확산도에 대한 난류 운동량 확산도의 비를 나타내는 난류 Prandtl 수에 대해서는 연구가 거의 전무하며 그저 난류 모델에서 제시하는 상수를 사용하고 있는 실정이다.

붕다발 온도장 해석에 있어서 많은 연구자들이 $k-\epsilon$ 난류모델에서 난류 Prandtl 수로 $Pr_T = 0.9$ 를 이용하고 있다. 그러나, 많은 증거들을 통해 난류 Prandtl 수는 액체금속과 같은 분자 Prandtl 수가 작은 유체에 있어서는 1에서 많이 벗어나 1보다 큰 값을 갖는다는 것을 알 수 있다. 따라서, Reynolds 유추에 기초를 둔 $Pr_T = 0.9$ 라는 가정은 액체금속의 경우에

는 적용하는데 한계가 있다는 것을 알 수 있다. 즉, 액체금속을 사용하는 붕다발 유동장에서의 속도장 및 온도장 해석을 위해 새로운 난류 Prandtl 수 모델이 필요하다. 이에 본 논문에서는 이전 연구에서 실험결과를 토대로 개발 검증된 비등방성 난류 Prandtl 수 모델을 기존의 붕다발 온도장 해석을 위해 개발되어진 난류 Prandtl 수 모델과의 액체금속에 대한 온도장 해석결과를 비교하여 제시된 모델의 액체금속을 사용하는 붕다발 열전달 해석의 적용성을 평가하였다.

본 논문에서는 유한 요소법(finite element method)을 이용한 부수로 열유동장 상세 해석 코드를 사용하여 난류 열유동장을 수치적으로 모사하였으며 난류 모형으로는 Lam-Bremhorst 저-Reynolds 수 $k-\epsilon$ 모형을 사용하였다.¹⁾ 또한 열유동장을 보다 정확히 해석하고 난류혼합을 수치적으로 모사하기 위하여 난류 확산의 비등방성을 가정하였다.

II. 난류 Prandtl 수

난류 Prandtl 수는 식 (1)과 같이 분자 Prandtl 수의 정의와 유사하게 난류에 대한 열확산도 ϵ_H 에 대한 난류에 대한 운동량 확산도 ϵ_M 의 비로 나타내어진다.²⁾

$$Pr_T = \frac{\epsilon_M}{\epsilon_H} = \frac{\overline{u'v'} \frac{\partial T}{\partial y}}{l'v' \frac{\partial u}{\partial y}} \quad (1)$$

따라서, 실험 데이터로부터 경계층내 임의의 점에서 Pr_T 를 계산하기 위해서는 식 (1)과 같이 네 개의 양 즉, 난류 전단응력(turbulent shear stress), 난류 열속(turbulent heat flux), 속도구배 그리고 온도구배 등을 측정할 필요가 있다. 경계층에 한 점에서 이러한 네가지의 양들을 정확히 측정하는 것이 어려워 Pr_T 를 직접 측정된 경우는 상대적으로 드물며 실험 데이터의 산포도가 매우 큰 경향을 나타낸다.

난류 열전달에 관한 가장 단순한 모델은

$$\epsilon_M = \epsilon_H \quad (2)$$

이다. 따라서, $Pr_T = 1.00$ 이 된다. 이를 Reynolds

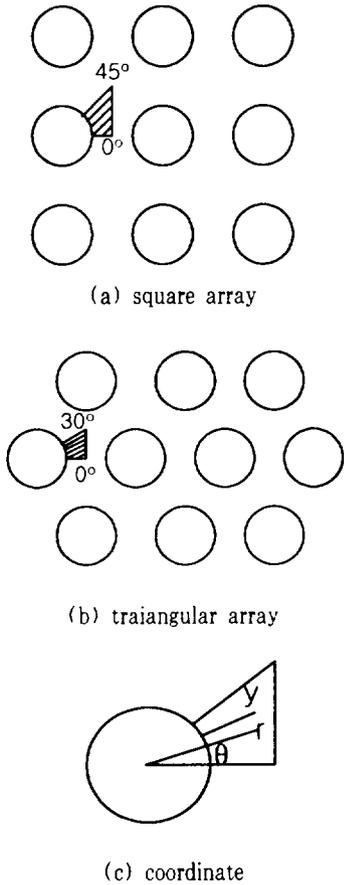


Fig. 1. Schematic of rod bundle.

유추(Reynolds' analogy)라 한다. 주목할 만한 것은 Reynolds 유추가 대부분 경계층 유동에 대해 대체로 정확하다는 것이다. 그러나, 정확히 일치하지는 않으며 유로 내에서의 위치, 유로의 기하학적 형상, 그리고 작동유체의 물리적 성질에 따라 $Pr_T = 1.00$ 에서 상당히 벗어날 수 있다. 특히 액체금속에 있어서는 난류 Prandtl 수가 1에서 많이 벗어나 1보다 훨씬 큰 값을 갖는다는 것을 많은 연구들에 의해 알 수 있다.^{2,31} 대표적으로 Kays⁴⁾와 Reynolds⁵⁾의 결과를 통해 정리를 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Pr_T \gg 1 \text{ for } Pr \ll 1 \text{ (liquid metals)}$$

난류 Prandtl 수는 액체금속과 같은 매우 낮은 분자 Prandtl 수에 대하여 분자 Prandtl 수에 강한 의존성을 지닌다. 또한 난류 Prandtl 수는 벽에서 거리에

영향을 받아 벽에 가까울수록 난류 Prandtl 수가 커지게 된다. 벽근처에서 난류 Prandtl 수의 증가는 매우 얇은 열경계층으로 인하여 높은 분자 Prandtl 수 유체에 있어서 특히 중요하다. 이 경계층 바깥에서는 $Pr > 1$ 에 대하여 난류 Prandtl 수는 거의 상수가 된다. 액체 금속에 대한 분자 Prandtl 수의 의존성과 벽에서의 거리에 대한 영향으로 이를 고려한 난류 Prandtl 수 모델 개발에 대한 연구가 수행되어져 오고 있다.

III. 봉다발 구조에서의 난류 Prandtl 수 모델

봉다발 난류 유동장에 있어서 수치해석 연구는 매우 많이 시도되었으나 온도장에 대한 해석은 상대적으로 드문 이유는 온도장에 대한 실험 결과가 혼하지 않으며, 봉다발 구조에서 발생하는 특이한 난류 현상, 즉 이차유동과 난류 확산이 주요 관심사였기 때문인 것으로 판단된다. 이에 이차유동이나 난류 확산의 비등방성 등 봉다발 유동장의 주요 수력학적 특성을 반영하면서 온도장을 해석했던 연구들을 중심으로 살펴보자.

봉다발 구조에서 열유동장 해석을 위해 난류 Prandtl 수로 $Pr_T = 0.9$ 를 이용한 대표적인 예로서 Seale⁶⁾와 Yang & Chieng⁷⁾의 연구를 들 수 있다. Seale은 봉다발 구조에서 이차유동과 비등방성이 혼합물에 미치는 영향을 평가하기 위하여 난류 유동에 대한 실험을 수행하고 $k-\epsilon$ 난류 모델을 사용하여 열유동장을 해석하였다. 그는 난류 Prandtl 수로 $Pr_T = 0.9$ 를 이용하여 계산하였으며 실험결과와 비교하였다. 비교결과, 그는 등방성 난류 확산 모델로는 실험적으로 측정된 온도분포를 예측할 수 없다는 결론을 내렸다. Yang & Chieng은 삼각 및 사각 봉배열에서 이차유동을 무시한 채 $k-\epsilon$ 난류 모델을 사용하여 열유동장을 해석하였다. 그들은 다양한 형태의 비등방성 와류점성 모델을 검토하고 와류점성의 비등방성이 유동장의 온도장에 미치는 영향을 평가하였다. 이들은 온도장을 해석하면서 표준 $k-\epsilon$ 난류 모델에서 제시하고 있는 $Pr_T = 0.9$ 를 사용하였다. 그리고, 수치 모델의 검증을 위해 작동유체를 물로 ($Pr = 13.2$) 하여 Nu 수를 계산하고 실험자료와 비교

하였다.

Zeggel은 봉다발 난류 열유동장의 수치해석을 위해 1980년대 중반부터 VANTACY라는 DP 법 (Distributed Parameter approach) 코드를 개발해 오고 있다.⁸⁾ 이 코드에서는 운동량 및 에너지 방정식에 나타나는 난류 확산도를 구하기 위해 난류 물리량의 수송방정식을 직접 풀지 않고 직접 난류 확산 계수를 적절히 모델링하여 소위 난류의 폐음 문제(closure problem)를 해결하고 있다. 이 코드는 난류 확산의 비등방성을 고려하고 있으며 이차유동은 그 효과가 작다는 이유로 무시하고 있다. 한편 VANTACY-II 코드에서는 난류 Prandtl 수로 Jischa & Rieke의 모델을 수정하여 다음과 같이 사용하고 있다.

$$Pr_T = 0.98 + \frac{2.87}{PrRe^{0.5}} \quad (3)$$

지금까지 대부분의 연구는 난류 Prandtl 수로 표준적인 난류 모델이 제시하는 상수값(보통 $Pr_T = 0.9$)을 사용하는 것이 보통이다. 물론 이는 상수의 Pr_T 가 적절하기 때문이 아니라 적절한 Pr_T 모델이 없기 때문이었다. 그러나, VANTACY-II 코드에서 채용하고 있는 난류 Prandtl 수 모델은 다른 연구들과는 달리 수력학적 조건이나 작동 유체가 바뀌면 다른 값을 가지게 되므로 이전의 연구와는 뚜렷이 구분된다.

위의 Zeggel 등이 참고한 Jischa & Rieke 모델은 난류 운동에너지와 난류 열속에 대해 모델링 된 수송 방정식으로부터 Pr_T 를 개발되어졌다.⁹⁾ 난류 Prandtl 수에 대한 그들의 결과는 다음과 같으며 이는 파이프와 채널 유동에 대한 것으로 봉다발 구조와는 차이가 있다.

$$Pr_T = 0.9 + \frac{182.4}{PrRe^{0.888}} \quad (4)$$

이 식은 Pr_T 의 부분적인 분포를 고려하고 있지 않아 전체 경계층을 가로지르는 Pr_T 의 평균값으로 볼 수 있다.

본 연구에서 개발되어진 난류 Prandtl 수 모델은 독일 Karlsruhe 연구소의 Rehme 팀의 Meyer와 Krauss의 실험결과를 바탕으로 공간분포와 비등방성을 고려하고 있다.^{10,11)} 개발되어진 모델은 난류 Prandtl 수가

반경 방향에 대해 거의 선형적인 거동을 보이고 있으며 간극으로부터의 각도가 증가할수록 반경방향의 Pr_T 가 줄어드는 경향을 반영하였다. 또한 봉다발 유동장의 난류 구조는 봉다발의 기하구조 즉, P/D의 영향(P/D가 감소할수록 난류 Prandtl 수가 증가한다.)을 받으므로 난류 Prandtl 수 모델링 시 이를 고려하였으며 많은 연구들에서 밝혀진 분자 Prandtl 수에 대한 영향을 고려하였다. 한편, 액체금속과 같은 유체에 대한 난류 Prandtl 수 모델들은 주로 참고값에 분자 Prandtl 수에 대한 효과를 보정하기 위해 부가항을 두는 경우가 많으므로 본 연구 모델에서도 분자 Prandtl 수가 감소할수록 난류 Prandtl 수가 증가하는 경향을 반영하기 위해 부가항 형태로 난류 Prandtl 수 모델을 구성하였다. 따라서, 비등방성을 고려한 난류 Prandtl 수 모델은 다음과 같다.¹²⁾

$$\begin{cases} y^+ \leq 75 : \\ \left\{ \begin{aligned} Pr_{Tr} &= 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \\ Pr_{T\theta} &= 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \end{aligned} \right. \\ y^+ > 75 : \\ \left\{ \begin{aligned} Pr_{Tr} &= \left[a \left(\frac{y^+}{y} \right) + b \right]^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \\ Pr_{T\theta} &= 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (5)$$

단,

$$\begin{cases} \text{for } Pr > 0.5 \text{ in a square array} \\ \left\{ \begin{aligned} a &= 0.0, \\ b &= 0.9 \end{aligned} \right. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{otherwise} \\ \left\{ \begin{aligned} a &= 0.5\theta/\theta_{\max} - 1.5, \\ b &= -0.5\theta/\theta_{\max} + 2.5 \end{aligned} \right. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(Pe) &= 3.0 - 0.2 \ln(Pe), \\ g(Pe, P/D) &= \frac{100}{Pe(P/D-1)^2}. \end{aligned}$$

여기에서, θ_{\max} 는 단위 부수로에서의 최대 각으로 삼각 배열에서는 $\pi/6$, 사각 배열에서는 $\pi/4$ 이다.

IV. 계산 결과 비교

봉다발 부수로의 열유동장을 수치적으로 해석하여 제안된 난류 Prandtl 수 모델이 액체금속($Pr=0.01$)

의 경우에 있어 전반적인 열전달 거동을 제대로 예측하는지를 검증하였다. 계산 시 난류 모델로는 Lam and Bremhorst의 저-Reynolds 수 $k-\epsilon$ 모델을 사용하였다.¹¹⁾ 벽면 경계조건으로 흔히 사용하는 벽법칙 (Law of the wall) 대신에 계산영역을 벽면까지 확장하여 미끄러짐이 없다는 조건(no-slip condition)을 채택하였으며 난류 확산의 비등방성을 고려하기 위해 유동맥동 현상에 기초해서 평가된 Kim and Park의 비등방성 인자 평가식을 수정하여 사용하였다.¹³⁻¹⁵⁾ 부수로는 지지격자 등의 방해물이 없으며 무한히 배

열된 것으로 가정하였다. 또한 유동장은 축 방향으로 완전히 발달한 비압축성 단상유동이며 유체의 물리적 특성은 상수로 간주하였다.

먼저 본 모델의 일반적인 열전달 거동에 대해서는 이미 검증이 되었다.¹²⁾ 여기에서는 붕다발 구조의 난류 Prandtl 수로 제시된 Zeggel이 VANTACY-II 코드에 적용한 모델과 그 모델의 기초가 된 Jischa & Rieke 모델을 P/D와 Péclet 수를 변화시키면서 계산된 Nusselt 수를 비교하였다. 참고 실험 상관식으로는 Todreas and Kazimi가 붕다발 구조에서 액체금속

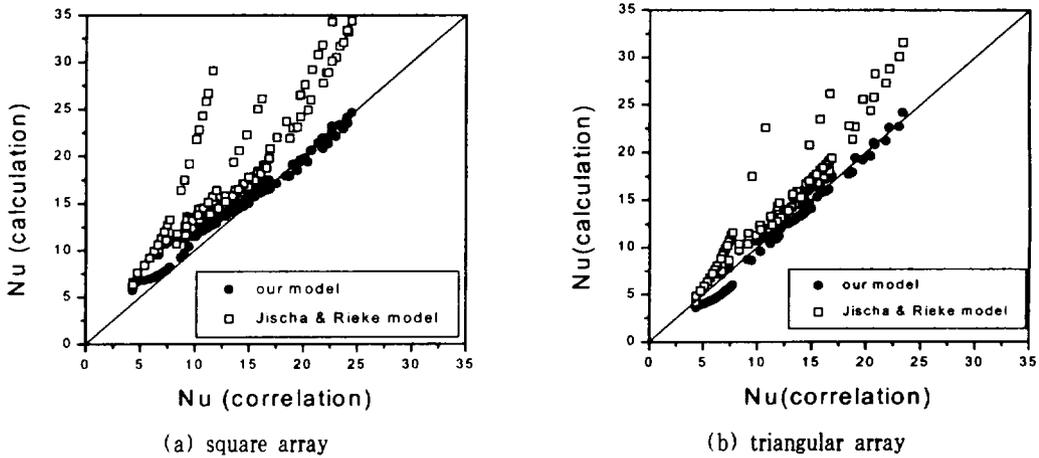


Fig. 2. Comparison of Nusselt number with Jischa and Rieke model.

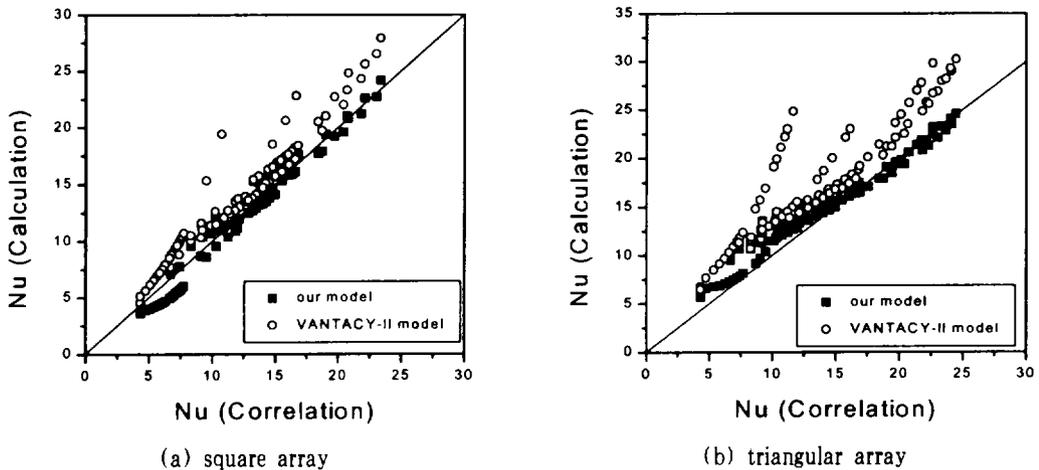


Fig. 3. Comparison of Nusselt number with Vantacy-II model.

에 대한 여러 실험 상관식 중 실험결과를 가장 잘 예측한다고 한 Schad-modified 상관식을 사용하였다. 이 상관식은 봉 배열에 대해서는 구분을 두지 않았으나 Nusselt 수를 P/D 와 Péclet 수의 함수로 보았으며 Péclet 수의 범위에 따라 서로 약간 다른 형태를 갖는다. 유효 P/D 의 범위는 $1.1 \leq P/D \leq 1.5$ 이다.¹⁶⁾

(a) $150 \leq Pe \leq 1000$,

$$Nu = [-16.15 + 24.96(P/D) - 8.55(P/D)^2] Pe^{0.3} \quad (6)$$

(b) $Pe \leq 150$,

$$Nu = 4.496[-16.15 + 24.96(P/D) - 8.55(P/D)^2] \quad (7)$$

먼저 본 연구에서 제안된 모델과 Jischa & Rieke 모델을 이용하여 수치적으로 얻은 Nusselt 수를 비교하였다. 그림 2의 (a)와 (b)는 각각 사각 및 삼각 봉 배열에서 Jischa & Rieke 모델과의 Nusselt 수 비교 결과이다. 비교결과 Jischa & Rieke 모델을 통해 얻은 결과는 액체금속의 열전달을 예측하는데 실패하고 있는 반면에 본 모델의 결과는 Nusselt 수를 매우 훌륭하게 예측하고 있는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과는 ANTACY-II 코드에 사용된 모델을 통해

계산된 Nusselt 수 비교결과에도 그대로 나타난다. 그림 3의 (a)와 (b)는 각각 사각 및 삼각 봉 배열에서 VANTACY-II 모델을 사용하여 얻은 Nusselt 수 비교결과이다. 비록 Jischa & Rieke 모델 결과보다는 Nusselt 수를 잘 예측하고 있으나 본 모델에 비해서는 결과를 상당히 높게 예측하고 있음을 볼 수 있다.

이러한 경향은 P/D 가 1.1인 경우와 1.3인 경우에 한하여 비교되어진 결과를 통해서도 확인할 수가 있다. 그림 4와 5의 (a)와 (b)는 P/D 가 1.1과 1.3인 경우의 사각 및 삼각 배열에의 난류 Prandtl 수들을 통해 얻어진 Nusselt 수의 비교결과이다. 그림의 상관식은 원래 Péclet 수의 범위가 1000까지이나 외삽을 통해 확장시킨 것이다. 비교 결과 벽근처에서 비록 상관식과 차이가 있으나 전반적으로 다른 모델들의 결과에 비하여 Nusselt 수를 훌륭하게 예측하고 있다. 봉다발 구조에 대하여 모델링 되어진 VANTACY-II 모델이 두 번째로 Nusselt 수를 잘 예측하고 있으나 본 모델에 비해서는 Nusselt 수를 전반적으로 높게 예측하고 있다.

V. 결론

본 연구에서는 개발되어진 난류 Prandtl 수 모델의

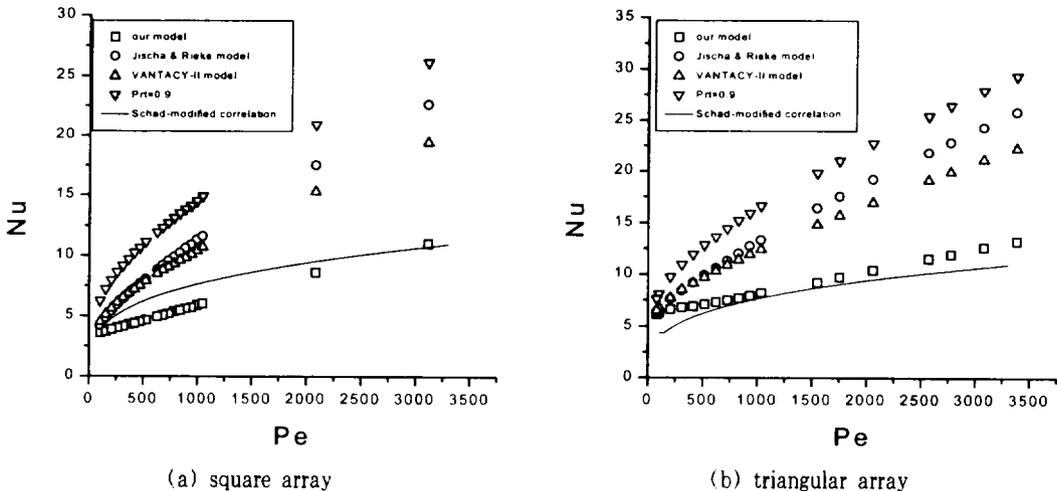


Fig. 4. Comparison of Nusselt number for $P/D = 1.1$.

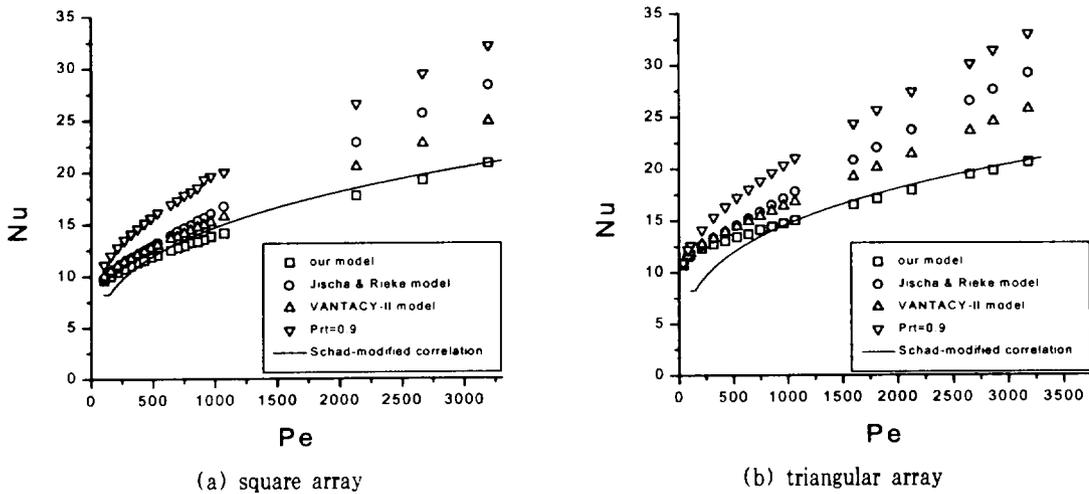


Fig. 5. Comparison of Nusselt number for $P/D = 1.3$.

액체금속에 있어서 열전달 특성 해석의 타당성을 판단하기 위하여 여러 난류 Prandtl 수 모델과의 계산 결과를 비교하였다. 비교결과 제시된 새로운 난류 Prandtl 수 모델은 다른 모델들에 비하여 액체금속의 열전달 거동을 가장 잘 예측하였다. 따라서, 본 연구에서 개발된 난류 Prandtl 수 모델과 이 모델을 채용한 해석코드는 붕다발 구조하에서의 열수력 설계 및 상세 해석에 유용하게 사용될 수 있으며 특히 액체금속과 같이 분자 Prandtl 수가 낮은 유체를 사용하는 시스템에 적용되어 수력학적 해석의 폭을 넓히는 데 기여할 수 있을 것이다.

참고문헌

- 1) C. K. G. Lam and K. Bremhorst, 1981. A Modified Form of The $k-\epsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence, J. Fluids Eng., Vol. 103, pp. 456 ~ 460.
- 2) W. M. Kays and M. E. Crawford, 1993. Convective Heat and Mass Transfer, 3rd edn. McGraw-Hill, New York.
- 3) N. Kasagi and Y. Ohtsubo, 1991. Direct Numerical Simulation of the Low Prandtl Scalar

Field in a Two-Dimensional Turbulent Channel Flow, Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows, Tech. Univ. of Munich, II-11, Sept. 1991, pp. 9 ~ 11.

- 4) W. M. Kays, 1994. Turbulent Prandtl Number - Where Are We?, J. Heat Transfer, 116, 195-284.
- 5) A. J. Reynolds, 1975. The Prediction of Turbulent Prandtl and Schmidt Number, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 18, pp. 1055 ~ 1069.
- 6) W. J. Seale, 1982. Measurement and Predictions of Fully Developed Turbulent Flow in a Simulated Rod Bundle, J. Fluid Mech. Vol. 123, pp. 399 ~ 423.
- 7) A.-S. Yang and C.-C. Chieng, 1987. Turbulent Heat and Momentum Transports in an Infinite Rod Array, J. Heat Transfer, Vol. 109, pp. 599 ~ 605.
- 8) W. Zeggel, and C. Monir, 1991. Prediction of Natural Mixing in Tightly Packed Seven-Rod Bundles, Nucl. Eng. Des., Vol. 126, pp. 361 ~ 377.
- 9) M. Jischa and H. B. Rieke, 1979. About the Prediction of Turbulent Prandtl and Schmidt Numbers from Modeled Transport Equations, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 22, pp. 1547 ~

- 1555.
- 10) L. Meyer. 1991. Measurements of Turbulent Velocity and Temperature in a Central Channel of a Heated Rod Bundle." KfK 4818. Kernforschungszentrum Karlsruhe.
 - 11) T. Krauss and L. Meyer. 1996. Characteristics of Turbulent Velocity and Temperature in a Wall Channel of a Heated Rod Bundle." Exp. Thermal Fluid Sci., Vol. 12, pp. 75~86.
 - 12) 허병길, 정창현, 김신. 1999. 봉다발 온도장 해석을 위한 난류 Prandtl 수 모델 개발." '99 추계 학술 발표회논문집, 원자력학회.
 - 13) W. Slagter. 1982. Finite Element Solution of Axial Turbulent Flow in a Bare Rod Bundle Using a One-Equation Turbulent Model. Nucl. Sci. Eng., Vol. 82, pp. 243~259.
 - 14) S. Kim and G.-C. Park. 1997. Estimation of Anisotropic Factor and Turbulent Mixing Rate in Rod Bundles Based on Flow Pulsation Phenomenon, Nucl. Technol., Vol. 117, pp. 340~352.
 - 15) S. Kim, S and G.-C. Park. 1998. Analysis of Turbulent Mixing in Rod Bundles with an Anisotropic Turbulent Diffusion Model Based on the Flow Pulsation Phenomenon. Nucl. Technol., Vol. 122, pp. 284~294.
 - 16) N. E. Todreas and M. S. Kazimi. 1990. Nuclear Systems I. - Thermal Hydraulic Fundamentals. Hemisphere Publishing Co.