

# 수학책갈피를 이용한 수학 수업 사례

김 영 관\*

## 목 차

- I. 수학책갈피를 만들게 된 이유
- II. 수업시간에 수학책갈피를 나누어주다
- III. 여러 종류의 수학책갈피를 정리하다
- IV. 학생들이 수학책갈피를 평가하다
- V. 아이들이 수학을 사랑했으면 좋겠다
- VI. 덧붙여서

## I. 수학책갈피를 만들게 된 이유

수학시간에 수학을 공부하는 이유가 뭐라고 생각하느냐고 물어봤다. 대개가 아무 말도 하지 않는다. 오히려 수학 공부하는 이유가 있느냐는 얼굴로 나를 바라본다. 가끔씩 나오는 대답이라는 것들도 “좋은 학교 가려고요.”, “시험점수 높이려고요.”, “그냥, 어쩔 수 없이 하는 건데요.”, “돈 벌려고요.”, “글쎄 여러 분야에서 쓰이니까?” 하는 정도이다.

수학이 아름답다고 생각하는 사람은 손을 들어보라고 했다. 아이들이 웃었다. 오히려 손을 들고 “그럼, 선생님은 수학이 아름답다고 생각하세요?”라고 묻는다. 그저 수학 점수 좋은 몇몇 아이들만이 친구들의 눈치를 보면서 손을 든다.

“수학을 좋아한다”거나 “수학이 아름답다”고 생각하는 사람을 의아한 또는 신기한 눈초리로 대하는 것은 우리 수학을 가르치는 선생님들의 잘못이 더 크지 않았나 하는 생각이 들었다. 또한 수학은 외딴 섬에 존재하는 외부와 절연된 고립된 문화쯤으로 생각하는 사회적인 분위기도 문제라고 생각했다.

수학책갈피를 만들게 된 계기는 우연이었다. 재작년 10월 말인 것 같다. '화성에서 온 수학자(지호)'라는 책을 읽고 있었다. 헝가리의 수학자 '폴 에어디시'가 책의 주인공이다.

일생 동안 세계 각국의 학자 485명과 함께 1475편의 공동논문을 작성한 20세기 수학의 신화이다. 그는 아내도 아이도 직업도 취미도 없었다. 수학노트가 든 남루한 여행용 가방과 옷가지가 든 오렌지색 플라스틱 가방이 전부였다. 죽는 날까지 하루 19시간씩 수학을 생각하고 저술했으며, 60년 동안 끊임없이 여행을 하면서 좋은 수학 문제와

\* 조천중학교 교사

새로운 수학 인재를 찾아 4대륙을 휘젓고 다녔다. 한마디로 그는 수학에 자신의 모든 것을 바쳤던 타고난 수학자였다.

‘수가 아름답지 않다면 도대체 아름다운 것이 어떤 것이진 난 정말 모르겠소.’

‘무엇을 하고 있습니까? 생각하고 있습니다. 무슨 생각?, 수학 생각!’



폴 에어디시  
1913~1996  
My Brain is open

‘공격할만한 가치가 있는 문제는 저항함으로써 그 가치를 입증한다.’

‘My brain is open’

동료 수학자의 집 문턱에 나타나 문제 풀 준비가 되었다고 선언하는 폴 에어디시에 나는 꼭 빠져 있었다.

책을 읽을 때마다 책갈피 사이에서 이마에 손을 얹은 채 수학 생각을 하는 천재 수학자 폴 에어디시를 만난다면 기쁠 것 같다는 생각을 했다.

그래서 만들게 된 것이 수학책갈피이다. 책방에서 책을 사면, 하나 끼워주는 좋은 시나 풍경이 그려져 있는 책갈피처럼 수학만 생각하는 폴 에어디시의 사진과 글을 넣어서 나만의 책갈피를 만들었다.

인터넷에서 이마에 주름이 깊게 패어 있는 그림을 골랐다. 아마 이 그림을 그린 사람도 나처럼 폴 에어디시에 꼭 빠진 사람이라는 생각을 들어 더 마음에 들었다. 문제 풀 준비가 되었다고 선언하는 ‘My brain is open’이라는 문구도 넣었다.

A4용지에 프린트하고 코팅하고 다시 잘라서 책 사이에 끼워 넣었다. 기분이 좋았다.

## II. 수업시간에 수학책갈피를 나누어준다.

그러다가 아이들에게도 이 책갈피를 나누어주어도 좋겠다는 생각을 했다. 수학선생님의 고민은 모든 학생들이 수학을 다 잘하게 할 수는 없다는 것이다. 수학을 좋아서 그 저 음악을 듣듯이 책을 읽듯이 즐기면서 놀이처럼 취미처럼 수학 공부를 하는 학생도 있다. 하지만, 수학을 어렵고 싫어서 수학을 못하는 학생도 있다. 또 수학을 잘하고 싶지만 그동안 누적되어 온 여러 가지 수학적 양의 부족으로, 아니면 그냥, 그냥 안 되어서 수학을 잘 못하는 학생도 있다.

나중에 커서 어른이 된 후에 ‘수학. 이따위 것을 배워 어디에 써먹겠다는 거야’라며 불평을 하는 것보다 ‘수학. 우리가 살아가는데 꼭 필요한 과목이지. 아, 수학 아름답지~!’라고 말하는 아이들이 보고 싶었다. 적어도 수학을 지긋지긋하고 괴로운 과목이 아니라는 것과 수학에도 아름다운 부분들이 많다는 것을 어떻게든 이야기를 해주고 싶었다.

바로 수학책갈피를 이용하면 좋을 것 같았다. 한 번에 되는 것은 아니지만 책갈피를

나누어주면서 책갈피 속에 담긴 수학자의 인생과 수학적 발견, 그가 한 멋있는 말과 수학 그 자체의 아름다움을 자꾸 이야기한다면, 아이들의 마음 한 구석에 수학이 아름답다는 생각이 자리잡을지도 모른다는 생각이 들었다.

‘그래, 우선 수업 시간에 칠판 앞에 나와서 문제를 잘 푸는 아이부터 책갈피를 한 장 주자.’

수업시간이 끝날 무렵 미리 나누어준 학습지 문제 중에 어려운 문제 서너 개를 칠판에 적어놓았다.



존 폰노이만 (1903-1958)  
수학의 천재로 알려진  
독일의 수학자이자  
물리학자, 컴퓨터  
과학의 창시자



앨런 튜링 (1912-1954)  
영국의 수학자이자  
컴퓨터 과학자  
수학자

“자, 이 문제 나와서 풀고 맞추면 수학책갈피 한 장 준다. 나와서 풀 사람 손들어.”

어떤 책갈피인지도 모르면서

“수학책갈피? 공짜예요? 무조건 풀기만 하면 주는 거죠? 저요, 저요.”

여기저기서 손을 번쩍 번쩍 드는 녀석들 모습이 재미있었다.

“어, 선생님 풀 에어디시가 누구예요? 이 사람 미쳤어요.

수학 생각만 한대요”

수학책갈피는 나의 생각보다 훨씬 아이들에게 인기가 좋았다. 수학책갈피를 받기 위해 칠판으로 서로 밀치며 뛰어가서 문제를 풀었다. 늦게 도착한 아이는 풀 문제가 없을 정도로 경쟁이 치열했다.

처음에는 칠판에 어려운 문제만 적어 놓았었는데 잘하는 아이들만 나와서 풀기 때문에 책갈피는 몇 몇 아이들만 받아갔다. 그래서 쉬운 문제, 보통문제, 어려운 문제를 선별해서 7문제 정도를 칠판에 적어 놓았다. 수학을 잘 못하는 아이는 쉬운 문제를 수학을 잘 하는 아이는 어려운 문제를 자신들의 수준에 맞게 문제를 골라서 풀고 있었다. 잘하는 아이가 쉬운 문제를 풀기라도 하면 주위에서 야유를 보냈다.

자신 있게 푸는 모습과 수학책갈피를 받아들고 무척 신기해하는 모습이 너무 예뻐다. 어찌 보면 별 것도 아닌 것 같은 수학책갈피 하나가 아이들의 수업에 대한 관심과 참여도를 몇 배 이상 높이고 있었다. ‘참 잘했다’라는 생각이 들었다.

쉬는 시간에도 아이들의 수학책갈피에 대한 반응은 좋았다. 수학자의 모습이나 수학자의 매력적인 말, 멋있는 공식, 아름다운 도형이 그려진 수학책갈피는 수학에 별로 관심이 없는 아이들에게도 한 번 더 고개를 돌리게 하는 묘한 힘이 있었다.

처음에 만든 수학책갈피 중에서 인기가 가장 좋은 책갈피는 파이 책갈피였다. 매번 만들어도 가장 빨리 없어졌다. 파이의 어떤 신비한 힘이 아이들을 끌어당기는 것 같았다.

파이 책갈피를 소개할 때 내가 파이의 값을 외우고 있다는 것을 보여주었는데 그 일



때문인지도 모른다. 칠판 왼쪽 끝에서 오른쪽 끝까지 큼직한 글씨로 소수점 이하 50자리까지 단숨에 써 내려갔다.(한 달 동안 외운 결과) '아무렇게나 썼다'고 아이들이 말하면 칠판 아래에 똑같이 한 번 더 쓴다. 확실히 외우고 있다고 거만을 떨면서 파이에 대한 설명과 파이의 역사, 각 시대 가장 위대한 수학자들의 파이에 대한 상상과 도전을 이야기해 준다. 이런 나의 모습에서 어떤 경쟁심, 자기도 외울 수 있다는 도전 의식이 생겼는지도 모르겠다.

점심 시간에 교실 복도를 지나다 교실 안을 봤는데 서너 아이가 손에 무엇을 들고 중얼중얼 거리고 있었다. 무엇인지 궁금해서 가 보았더니 파이 책갈피를 잡고 파이의 값을 외우고 있었다.

“친구들과 소수점이하 50자리까지 누가 더 빨리 외우는지 내기를 하고 있어요.”

라고 말했다.

파이를 외우는 것은 별 의미가 없는 행동일 수 있다. 하지만 점심 시간에 아이들을 붙잡아 놓고 있는 것이 수학책갈피라는 것, 잠시 일지는 모르지만 수학책갈피 때문에 수학이 아이들의 놀이가 되고, 친구가 되어 수학에 가까워지는데 도움을 주는 것 같아서 뿌듯했다.

### III. 여러 종류의 수학책갈피를 정리하다.

여러 종류의 수학책갈피를 만들다보니 정리를 해야 하겠다는 생각을 하게 되었다. 비슷한 생각을 가지고 계신 선생님들이 분명 있을 것이고 이런 책갈피가 있다는 것을 알면, 만들어서 아이들에게 나누어 줄 것 같았다.

책갈피를 간단한 기준으로 분류해 보았다. 수학자, 교과서에 나오는 수학, 수(number), 수학공식, 그 이외의 책갈피로 나누었다.

#### 1. 수학자

수학자는 영원한 수학책갈피의 주제다. 가장 위대한 수학자들, 그들의 기발하고 때로는 기가 막힌 일화들을 수학책갈피와 함께 소개한다. 수학에 대한 그들의 아름다운 열정을 느낄 수 있는 계기가 되기를 바랐다.



가우스  
1777-1855

수학은 모든  
과학의 여왕이며,  
천공술은  
수학의 여왕이다.



5.40  
NORGE  
FIBONACCI  
1170-1250  
Fibonacci  
1170-1250  
Fibonacci  
1170-1250  
Fibonacci  
1170-1250



라이브니츠  
1646-1716

수만의 분자는  
그 사용성에 있다



오일러  
1707-1783

인생을 사랑은 총을 쏘듯,  
독자가 글자를 쏘듯하게  
죽어 버린다는 말이  
있습니다.



페르마  
1601-1665

1729 = 1<sup>3</sup> + 12<sup>3</sup> = 9<sup>3</sup> + 10<sup>3</sup>

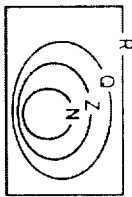


힐베르트  
1862-1943

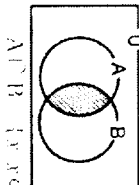
“나는 권리와  
성공하였다.”

### 2. 교과서에 나오는 수학

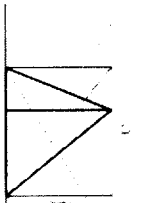
수업시간에 아이들에게 가장 가까이 갈 수 있는 수학책갈피이다. 그날 배우고 그날 선택하여 기억할 수 있다.



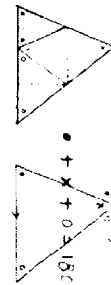
Reelle Zahl  
Quotient  
Ganze Zahl  
Natürlich



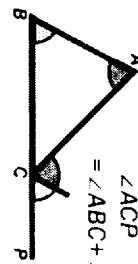
A ∩ B, A ∪ B, A and B, B



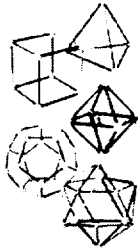
$S = \frac{1}{2}ab$



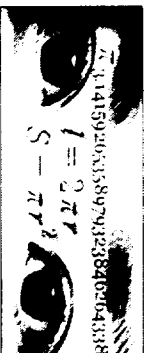
$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}bc + \frac{1}{2}ca$



$\angle ACP = \angle ABC + \angle BAC$



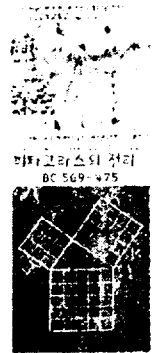
정다면체  
(플라톤의 입체)



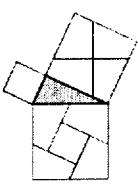
$1 = 2\pi^2$   
 $S = \pi r^2$



이탈리아의 건축



피타고라스의 정리  
BC 569 - 475



피타고라스의 정리  
a<sup>2</sup> + b<sup>2</sup> = c<sup>2</sup>



$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$   
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$


주목하십시오.  
방편의 길이가 1인  
직각삼각형입니다.




$\sin \alpha$   
 $\tan \alpha$   
 $\cos \alpha$

### 3. 수(number)


수 자체의 아름다움도 중요한 주제가 되었다. 역사 이래로 지금까지 수는 우리의 문화와 언어에 커다란 영향을 끼쳐왔다.



1826638 8979321846  
2623183279 9028841871  
8918031510 9820317844  
5823078184 0620820898  
882034825 3421170678  
8216809051 2282306647  
0918469295 9058223172  
5358408128 0811174502  
8410270191 8521106698  
644229489 8483038190  
4628810975 6830134461  
2847564825 3780783165  
2712019291 4564896692  
5480349810 6543206482  
131806728 0249161273  
7245870068 0631598817  
4811520920 8628282540



24036583  
-1



2

1234567890  
1234567890  
1234567890  
1234567890  
1234567890  
1234567890  
1234567890  
1234567890  
1234567890  
1234567890

학사상의 상경학과  
비밀번호의 양

역시상 가장 위대한 공식  
**1+1=2**  
가장 단순한 것의 아름다움

#### 4. 수학공식

수학자들은 새로운 수학적 결과와 이론을 만들어내기 위해 수없이 많은 시간을 고민하고 썼다가 지우고 다시 썼다가 지우는 시행착오를 무수히 반복한다. 그들이 만들어 온 수학의 역사와 아름다운 공식이 있다.



**E=mc<sup>2</sup>**  
Albert Einstein  
양자 역학(1879-1955)



**1+2+3+...+n = n(n+1)/2**  
Gauss, Karl Friedrich, 1777-1855

**x = (-b ± √(b<sup>2</sup>-4ac)) / 2a (a ≠ 0)**



1=2  
S=2  
T: 01115924653588-99223816264338







Gauss  
Borcal  
1524  
1997


#### 5. 그 이외의 아름다운 수학

그들이 만들어 온 수학의 역사와 아름다운 공식이 있다.



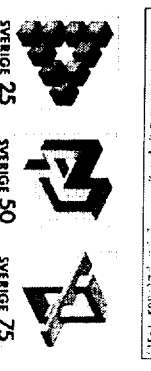
M.C. Escher (1898-1972)

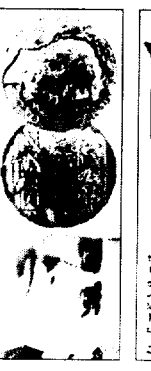





도마뱀들 (lizards)  
M.C. Escher (1898-1972)  
"자연의 규칙적 패턴은 지구의 다른 어느 곳에도 이런 종류의 아름다움의 원천이 없다."

SVENIGE 25 SVENIGE 50 SVENIGE 75





수학의 아름다움의 원천  
M.C. Escher (1898-1972)



정교함 (정교함)





올 해교과서 (1968-1969)



수학이 흥미있어졌다  
도대체 어떻게  
이렇게  
선생님도



올 해교과서 (1970-1971)



수학이 흥미있어졌다  
도대체 어떻게  
이렇게  
선생님도

몇몇 아이는 이것이 선생님의 학생에 대한 배려이고 수학과 책갈피에 대한 애정이라고 말했다. 내가 아이들의 말에 감동 받았다.

수학 책갈피의 부족한 점을 아이들이 꼬집어 내고, 그 대안도 말해 주었다.

첫째, 처음 책갈피를 받을 때에는 아이들이 신기해 하지만 조금 시간이 지나면 잊어버리는 경우가 많다고 했다. 그래서 그 날 수업 시간의 수업 내용에 적당한 '그 날의 책갈피'를 정하는 것을 제안했다. 그 다음 시간에 책갈피를 받은 아이들

에게 앞에 나와 책갈피 내용을 간략하게 발표시키고 소감도 말하게 하라고 했다. 그럼 그 아이에게 더 특별한 수학 책갈피가 되고 다른 아이들도 수학 책갈피를 받기 위해 수학 공부를 열심히 하게 될 것이라고 했다. 또 재미있는 아이가 나와서 책갈피에 대해 설명을 하면 수학시간에 졸거나 잠자는 아이가 없어질 것이라고도 했다.

둘째, 아이들에게 필요한 책갈피 디자인을 공모하라고 했다. 자기들이 갖고 싶은 수학책갈피를 선생님이 만들어 주면 더 좋아할 것이라고 했다. 이 수학책갈피가 자기의 생각이라고 자랑을 하면 다른 아이들도 또 다른 책갈피를 생각하기 위해 수학과 관련된 책을 많이 더 읽을 것이라고 했다.

## V. 아이들이 수학을 사랑했으면 좋겠다.

아이들은 수학책갈피를 책 사이에 끼워놓지 않고 대신 책상 위에 펼쳐놓고 가끔씩 생각에 잠긴다고 했다. 하긴 나도 그렇다. 나의 책상 앞에는 많은 수학자들과 수학공식, 수학도형이 붙어 있다.

책갈피를 나누어주면서 아이들이 수학을 아름답게 바라보고 사랑했으면 했다. 수학 문제는 풀지 못해도 수학은 좋아하길 바랐다. 많은 아이들이 수학은 공부 잘하는 아이들이나 하는 지루하고 한심한 과목으로 쳐버린다. 수학 책갈피를 받아들이고 수학에 한번 관심을 가져 볼까 하고 마음을 먹는다면, 그래서 수학에 재미를 붙이기 시작했다면 얼마나 좋을까 생각한다.

나의 제자들. 오랜 세월이 지난 후 우연히 책 사이에 꼽혀진 수학책갈피를 보고 학교 다닐 때의 수학을 생각할 것이다. 수학적 호기심과 애정을 자극해 준 수학책갈피였기를 바란다. 아름다운 수학과 선생님의 정성을 가득 담은 두 손가락만 한 크기의 수학책갈피로 기억되길 바라면서 오늘도 수학책갈피 한 장을 만든다.



## VI. 덧붙여서.

덧붙여서 일선 교육 현장에 있는 수학교사로서 대학과 일선 교육현장의 연계교육과 관련해서 대학에 바라고 싶은 것을 두 가지만 이야기하고 싶다.

첫째, 대학은 일선 교육현장의 중심이 되어야 한다. 제주도에서 수학을 가르치는 일선교사 대부분이 제주대학교 수학교육과를 졸업했다. 그러나 졸업과 동시에 대학과 멀어져있는 것이 현실이다. 그 이유는 대학이 일선에 있는 교사가 필요로 하는 것들을 가지고 있지 않기 때문이라고 생각한다. 대학은 교사가 필요로 하는 모든 자료를 가지고 있어야 한다고 생각한다. 그 동안의 교육과정, 교육평가자료, 교사가 필요로 하는 관련 도서, 체험학습자료, 학습교구 등을 가지고 있어야 한다. 더불어 교사들이 학생들을 가르치기 위한 연구를 할 수 있는 공간도 제공할 수 있으면 좋겠다. 사실 사회에는 선생님들의 연구를 위한 공간이 턱없이 부족하다. 교사가 필요한 자료와 장소를 대학이 제공하면 교사는 저절로 대학을 즐겁게 찾을 것이다. 사실 이 공간은 교사를 위한 공간만이 아니라 현재의 학생들에게도 큰 도움이 되리라 생각한다. 사범대학 학생들은 미래의 교사이고 미래의 교사가 현재의 교사를 보고 배우는 것도 좋은 교육이 아닌가 생각한다. 교육과정이 어떻게 변화하고 있는지 체험도구는 수업시간에 학생들에게 어떤 도움을 주는지 눈으로 확인할 수 있을 것이다. 또 현재의 교사는 미래의 교사를 보면서 새로운 것을 배우고 새로운 마음을 준비할 수 있는 계기가 될 것이다.

둘째, 사범대학 학생과 교사간의 교류가 필요하다. 수학교사들이 수학체험전을 열 때, 안내도우미를 대학생들에게 부탁을 했었지만 매끄럽게 연결과 진행이 되지 않았다. 이는 사전 교류가 없었기 때문이라고 생각한다.

가능할지 모르지만 대학생들의 교육과정에 현장교사들의 목소리를 생생하게 들려줄 수 있는 과정이 특강형식으로 한 과목 있었으면 한다. 학교에서 중학생과 고등학생은 어떻게 가르치는지? 학생들의 생활지도는? 수행평가는? 특별활동 지도는? 경시대회 준비는? 부진아 지도는? 시험문제 출제는? 수업시간에 줄거나 떠드는 아이는 어떻게 지도하는지? 컴퓨터는 어떻게 이용하는지? 재미있는 수업은 어떤 것인지? 수학교과연구회는 어떻게 운영되는지? 교사들의 동아리는 있는지? 교사가 되기 위해 준비해야 할 것들은 무엇인지? 현재의 선생님에게 직접 듣는 기회가 제공되었으면 좋겠다.

미래의 교사와 현재의 교사간의 교류가 이루어지면 대학과 일선 교육현장의 연계교육은 저절로 이루어지는 것이 아닐까?

물론 강사를 확보하기가 쉽지는 않을 것이다. 그러나 현재 대학원에 다니는 교사도 있고 교과연구회나 개별적 접촉을 통해 부탁을 하면 강사 확보는 그리 어렵지 않을 것이다.