

# 過渡勵磁電流 計算을 위한 變壓器 磁化曲線의 表現

左 宗 根

## Representation of the Magnetization Curve of Transformer for Calculating Inrush Current

*Jwa Chong-keun*

### Summary

A new method is suggested determining an analytical expression for the saturation characteristic of transformer from the experimental results. To express this characteristic, some exponential functions and a linear function are used. The accuracy of this technique is verified by comparing with other methods.

### 序 論

變壓器의 過渡勵磁電流 計算方法은 거의 1世紀 동안 계속하여 考察 改善되어 왔다. 특히 이 電流의 計算을 위한 鐵心을 包含한 非線型 電氣 回路의 性質은 鐵心의 磁化特性에 따라 결정된다.

現在까지 사용되고 있는 이 特性의 表現도 冪級數, 雙曲線函數, 超越函數 및 푸우리에級數에 의한 方法등이 있으나 이들 函數들은 대부분 特性曲線의 表現幅이 좁고 精度도 낮다. 또한 이들의 缺點을 補完하기 위한 方法으로 Trutt(1968) 등에 의한 線型補間法, Macfadyen (1973, 1974) 등에 의한 指數函數의 級數表現 및 統系의 方法으로 Macfadyen 등의 方法을 修正한 Shimatani (1981)에 의한 것등이 있지만 이들도 그 計算 過程이 比較的 複雜하다.

따라서 本 研究에서는 定常狀態에서는 물론 過渡狀態에서도 사용할 수 있는 簡明하고 精度높은 表現方法을 提案하고자 한다. 이 方法은 磁化特性曲線을 曲線部分과 直線部分으로 區分하여 前者에는 몇개의 區間으로 區分하여 각각 指數函數로, 그리고 後者에는 1次函數로 表現하므로서 위의 缺點을 제거하였다. 그리고 이 方法의 妥當性を 檢討하기 위하여 몇가지 대표적인 方法과 比較하였고, 測定된 變壓器 過渡勵磁電流와 本 方法에 의해 計算한 電流를 比較하였다.

### 磁化曲線의 近似化

<Fig 1>에 보인 變壓器 磁化曲線은 60Hz 電源에서 1次電壓을 段階의으로 飽和領域까지 변화시켜 몇개의 히스테리시스曲線을 얻고 이들의 頂點을 연결하여 얻은 것이다.

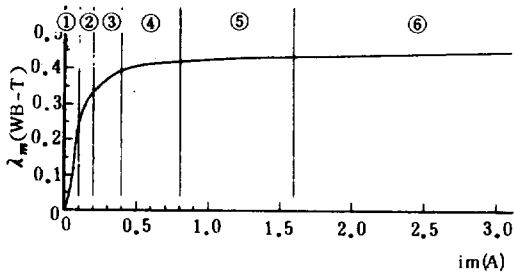


Fig 1. Measured magnetization curve.

이 그림에서 區間①에서 ⑤까지는 指數函數로 區間⑥은 1次函數로 각각 다음과 같이 表示한다.

$$\lambda_m = a(1 - e^{-bi_m}) \dots\dots\dots (1)$$

$$\lambda_m = ci_m + d \dots\dots\dots (2)$$

여기서  $a, b, c, d$ 는 常數이고 區間①에서 ⑤까지는  $a, b$ 를 결정하기 위하여 각 區間 始點電流를  $i_{m1}$ , 終點電流를  $i_{m2}$ 라 한다.  $i_{m1}$ 과  $i_{m2}$ 에 對應하는  $\lambda_m$ 의 값이 각각  $\lambda_{m1}, \lambda_{m2}$ 라면

$$\lambda_{m1} = a(1 - e^{-bi_{m1}}) \dots\dots\dots (3)$$

$$\lambda_{m2} = a(1 - e^{-bi_{m2}}) \dots\dots\dots (4)$$

를 얻고 이 式을 풀어  $a, b$ 를 구한다.

### 表現方法의 比較

#### 1. Fröhlich의 式

Fröhlich의 式으로 잘 알려진 (5)式의 絕對值符號는 原點에 대하여 對稱인 경우를 고려한 것이다.

$$\lambda_m = \frac{|i_m|}{a + b|i_m|} \dots\dots\dots (5)$$

여기서 常數  $a, b$ 는  $1/|i_m|$ 에 대한  $1/|\lambda_m|$ 의 作圖로 부터 구할 수 있다. (5)式을 정리하면,

$$\frac{1}{|\lambda_m|} = a \frac{1}{|i_m|} + b$$

이 되고, 여기서  $a$ 는 作圖된 曲線의 기울기이고  $b$ 는  $1/|\lambda_m|$  軸의 截片이 된다.

#### 2. Macfadyen의 式

磁化曲線에 몇개의 點을 設定하고 이들 區間 사이에 (1)式과 같은 指數函數를 이용하여 順次的으로 修正한 指數函數의 級數式으로 다음과 같다.

$$\lambda_m = \sum_{j=1}^n k_{2j-1} (1 - \exp(-k_{2j} i_m)) / \{ 1 + \exp(-k_0 i_m) \} + \sum_{l=n+1}^m k_{2l-1} (1 - \exp(-k_{2l} i_m)) / \{ 1 + \exp(k_0 i_m) \} \dots (7)$$

#### 3. 數值計算例

提案된 近似方法과 위의 方法들을 比較하기 위하여 <Fig 1>의 磁化曲線을 이용하여 計算한 結果 式(8), (9), (10)을 얻고 이들을 <Fig 2>에 보였다.

提案式은

$$\left. \begin{aligned} \lambda_m &= -0.09458(1 - e^{12.5001 i_m}) & 0 \leq i_m < 0.1 \\ \lambda_m &= 0.39613(1 - e^{-0.02887 i_m}) & 0.1 \leq i_m < 0.2 \\ \lambda_m &= 0.40597(1 - e^{-8.44795 i_m}) & 0.2 \leq i_m < 0.4 \\ \lambda_m &= 0.42528(1 - e^{-6.38001 i_m}) & 0.4 \leq i_m < 0.8 \\ \lambda_m &= 0.43313(1 - e^{-4.65793 i_m}) & 0.8 \leq i_m < 1.6 \\ \lambda_m &= 0.00558 i_m + 0.42395 & i_m \geq 1.6 \end{aligned} \right\} (8)$$

이고, Fröhlich의 式은

$$\left. \begin{aligned} \lambda_m &= \frac{i_m}{0.79317 - 3.68617 i_m} & 0 \leq i_m < 0.1 \\ \lambda_m &= \frac{i_m}{0.24493 + 1.79618 i_m} & 0.1 \leq i_m < 0.2 \end{aligned} \right\}$$

$$\lambda_m = \frac{i_m}{0.18830 + 2.07934i_m} \quad 0.2 \leq i_m < 0.4 \quad (9)$$

$$\lambda_m = \frac{i_m}{0.41749 + 2.18137i_m} \quad 0.4 \leq i_m < 0.8$$

$$\lambda_m = \frac{i_m}{0.08901 + 2.25447i_m} \quad 0.8 \leq i_m < 1.6$$

$$\lambda_m = \frac{i_m}{0.13736 + 2.22425i_m} \quad i_m \geq 1.6$$

이고, Mactadyen의 式은

$$\lambda_m = 0.44065(1 - e^{-2.60198 i_m}) + 0.06072(1 - e^{-0.96874 i_m}) + 0.14585(1 - e^{-13.83077 i_m}) - 0.20752(1 - e^{-1.74190 i_m}) \dots (10)$$

이다.

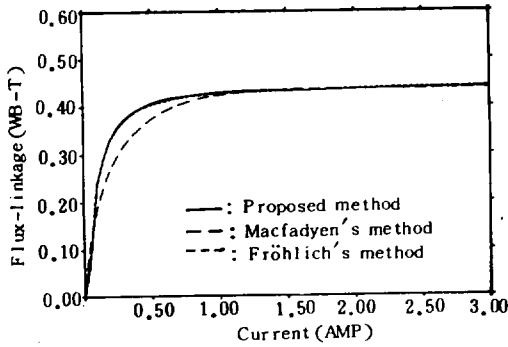


Fig 2. Computed magnetization curves.

<Fig 2>에서 보는 바와같이 本 方法에 의한 磁化曲線이 다른 두 方法보다 實測한 磁化曲線에 더 잘 一致함을 알 수 있다.

#### 4. 過渡勵磁電流 計算

出力 1 ½ KVA, 電壓 120/240V, 加極性 變壓器를 사용하여 無負荷時 電壓位相  $\theta$ 인 定格電壓이 印加되었을때 앞에서 보인 方法들을 사용

하여 구한 電流를 <Fig 3,4>에 각각 보이고 實測한 電流와 이들의 最大値를 <Table 1>에 보였다.

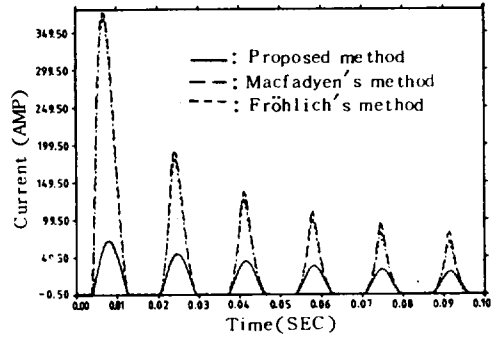


Fig 3. Computed inrush currents (Voltage phase  $\theta = 3.1537$  rad).

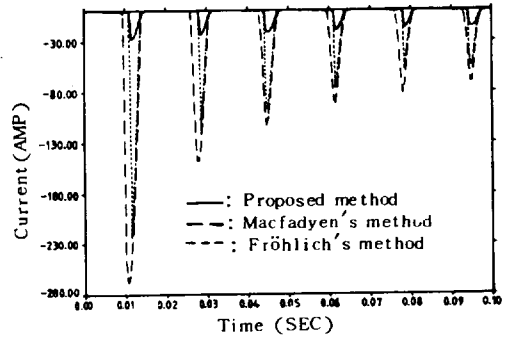


Fig 4. Computed inrush currents (Voltage phase  $\theta = -1.2581$ ).

이들 그림과 表에서 보는 바와같이 本 方法에 의한 計算電流가 다른 方法에 比하여 實測値와 잘 一致하고 있다. 따라서 電壓器 過渡電流를 計算하기 위해서는 本 方法에 의한 磁化曲線 表現이 適合함을 알 수 있다.

Table 1. Maximum inrush current.

		unit : ampere					
Methods	Cycle	1	2	3	4	5	6
Measured	1	65.9	53.1	45.7	39.9	35.5	29.0
	2	-28.0	-23.5	-20.0	-18.0	-16.2	-15.0
Proposed	1	71,486	54,345	44,580	37,629	33,108	29,459
	2	-27,994	-23,820	-21,387	-19,388	-17,633	-16,435
Fröhlich	1	367,610	179,916	126,829	99,434	82,183	70,557
	2	-223,233	-116,019	-96,462	-76,338	-57,359	-53,776
Macfadyen	1	375,462	189,900	137,987	110,583	94,787	82,277
	2	-268,285	-147,170	-112,497	-91,023	-81,653	-69,778

1 : voltage phase 3.1537 rad, 2 : voltage phase -1.2581rad

### 摘 要

實驗結果로부터 얻어진 變壓器 磁化曲線의 解析的 表現方法에 대하여 研究하였다.  
磁化曲線의 曲線部分은 몇개의 指數函數를 直

線部分은 1次函數를 써서 表現하였고 이 結果를 Fröhlich, Mactadyen의 方法과 比較하였다.  
그리고 實測한 過渡勵磁電流와 위의 方法들에 의하여 計算한 電流를 比較하여 本 方法이 過渡電流 計算에 適合함을 보였다.

### 參 考 文 獻

- Macfadyen, W.K., Simpson, R.R.S., Slater, R.D., Wood, W.S. 1973. Representation of magnetization curves by exponential series. Proc. IEE, Vol. 120, No. 8, 902-904
- Shimatani, N. 1981. Approximation of magnetization curves by exponential functions. IEEJ, Vol. 101, No. 5, 1-10
- Teape, J.W., Simpson, R.R.S., Slater, R.D., Wood, W.S. 1974. Representation of magnetic characteristic, including hysteresis, by exponential series. Proc. IEE, Vol. 121, No. 9, 1019-1020
- Trutt, F.C., Erdelyi, E.A., Hopkins, R.E. 1968. Representation of magnetization characteristic of dc machines for computer use. IEEE Trans. Power App. Syst., Vol. PAS-87, No. 3, 665-669