

小容量 誘導電動機의 起動過渡電流

左 宗 根*

Starting Transient Current of Small Capacity Induction Motors

Chong-Keun Jwa*

Summary

The starting transient current of small capacity squirrel-cage induction motors is analyzed considering the saturation effect in magnetizing main flux path. For this analysis, the determining method of circuit parameters is also proposed. By using these parameters, the starting currents are computed and compared with measured values, and then it is found that there is a comparatively reasonable agreement between the computed and the measured values.

序 論

誘導電動機의 起動電流는 보통 定格電流의 5~7倍가 되고 端子에서 電壓降下의 原因이 되며 並列連結된 다른 裝置의 동작에 영향을 준다. 예로서 産業現場이나 配電系統에서 誘導電動機의 起動에 의한 電壓變動은 白熱電球의 플리커의 原因이 된다. 이에 따라 電壓降下를 제한하기 위한 Y-△起動등 여러가지 방법들이 채용되고 있으나 並列로 다수의 電動機가 起動되는 경우에는 적절한 결과를 얻지 못한다. 이 起動電流를 제한하기 위하여 起動동안만 동작하는 補償器들을 개발할 필요가 있고 이를위해 誘導電動機의 起動過渡電流에 대한 적절한 해석이 요구된다.

起動過渡電流의 解析에 대한 研究로서 Kaizu

(1973)는 籠形誘導電動機의 起動過渡特性의 시물레이션을 위해 磁氣回路의 포화의 영향을 電壓에 의한 主磁路의 포화 및 電流에 의한 漏洩磁路 포화의 영향을 나누어 취급하고 또 2次周波數에 의한 2次임피던스 변화의 영향을 對象電動機의 특징에 따라서 고려하는등에 의해 각 定數를 분리하고 있다. Lipo와 Consoli(1984)는 誘導機에 대한 시물레이션모델에 磁化리액턴스 뿐만 아니라 固定子와 回轉子 漏洩인덕턴스의 포화를 고려한 解析的 方法을 제시하였는데 각 漏洩인덕턴스를 슬롯과 捲線端부분으로 분리하고 아날로그 컴퓨터로 해석하고 있다. Ojo 등(1990)은 定數決定에 대한 有限要素法의 장점과 等價回路의 단순함을 조합하여 모델링하고 有限要素法에 의해 얻은 飽和率을 사용하여 固定子와 回轉子の 鐵心과 齒에서의 飽和效果를 고려한 方程式을 유도

* 공과대학 전기공학과 (Dept. of Electrical Engineering, Cheju Univ., Cheju-do, 690-756, Korea)

하여 해석하였다. Natrajan과 Misra(1991)는 磁氣回路的 포화의 영향을 고려하지 않은 等價回路로부터 解析解를 端子커패시터가 있는 경우와 없는 경우에 대하여 라플라스變換을 이용하여 구하였다.

Natrajan과 Misra(1991)는 基本原理에 의해 그리고 나머지는 d-q軸理論에 의해 해석하고 있으나 d-q軸理論은 아직까지도 의문점이 남아있으며 라플라스變換은 線形系에만 적용할 수 있다.

本 研究에서는 KS C4201(1986)의 等價回路를 사용하여 籠形誘導電動機의 起動過渡電流를 時間領域에서 해석하였고 小容量機에 대해서 主磁路의 포화의 영향만 고려하였다. 主磁路飽和의 영향을 고려한 回路定數 決定方法도 제시하였고 小容量 籠形誘導電動機의 起動過渡電流를 實測하여 計算値와 비교검토하였다.

數學的解析과 回路定數

1. 數學的解析

起動過渡電流를 해석하기 위하여 Fig. 1과 같이 端子에 起動時 이 電流를 억제하기 위한 커패시터가 접속된 T型等價回路(KS C4201)를 사용하고 時間領域에서 해를 구한다. 이를 위하여 主磁路의 포화만 고려하고 負荷의 영향을 무시하였다.

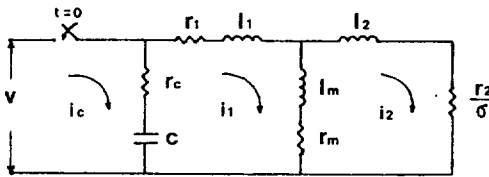


Fig. 1. Equivalent circuit of induction motor with terminal capacitors.

t=0때 端子에 $v = V_m \sin(\omega t + \phi)$ 의 電壓이 印加되었을때 각 루우프의 電壓平衡式은 다음과 같다.

$$(r_c + \frac{1}{C} \int dt) i_c - (r_c + \frac{1}{C} \int dt) i_1 = v \quad (1)$$

$$-(r_c + \frac{1}{C} \int dt) i_c + (r_c + r_1 + r_m + (l_1 + l_m) \frac{d}{dt}) i_1 - (r_m + l_m \frac{d}{dt}) i_2 = 0 \quad (2)$$

$$-(r_m + l_m \frac{d}{dt}) i_1 + (r_m + \frac{r_2}{\sigma} + (l_2 + l_m) \frac{d}{dt}) i_2 = 0 \quad (3)$$

(1)식과 (2)식을 더하면

$$(r_1 + r_m + (l_1 + l_m) \frac{d}{dt}) i_1 - (r_m + l_m \frac{d}{dt}) i_2 = v \quad (4)$$

이 되고 (3), (4)식에서 i_1 과 i_2 의 初期電流가 0일때의 해를 구하면

$$i_1 = k_1 e^{s_1 t} + k_2 e^{s_2 t} + AV_m \sin(\omega t + \phi + \theta_1 - \theta_2) \quad (5)$$

$$i_2 = k_3 e^{s_1 t} + k_4 e^{s_2 t} + BV_m \sin(\omega t + \phi + \theta_3 - \theta_2) \quad (6)$$

이 된다. 여기서 k_1, k_2, k_3, k_4 는

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{s_2 - s_1} \left\{ \omega AV_m \cos(\phi + \theta_1 - \theta_2) - s_2 AV_m \sin(\phi + \theta_1 - \theta_2) - \frac{L_2 V_m \sin \phi}{X} \right\} \\ k_2 &= \frac{1}{s_2 - s_1} \left\{ \frac{L_2 V_m \sin \phi}{X} - \omega AV_m \cos(\phi + \theta_1 - \theta_2) + s_1 AV_m \sin(\phi + \theta_1 - \theta_2) \right\} \\ k_3 &= \frac{1}{s_2 - s_1} \left\{ \omega BV_m \cos(\phi + \theta_3 - \theta_2) - s_2 BV_m \sin(\phi + \theta_3 - \theta_2) - \frac{l_m V_m \sin \phi}{X} \right\} \\ k_4 &= \frac{1}{s_2 - s_1} \left\{ \frac{l_m V_m \sin \phi}{X} - \omega BV_m \cos(\phi + \theta_3 - \theta_2) + s_1 BV_m \sin(\phi + \theta_3 - \theta_2) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

이고, s_1, s_2 는

$$s_1, s_2 = \frac{-Y \pm \sqrt{Y^2 - 4XZ}}{2X} \quad (8)$$

이며, 여기서

$$\left. \begin{aligned} X &= L_1 L_2 - l_m^2 \\ Y &= R_1 L_2 + R_2 L_1 - 2r_m l_m \\ Z &= R_1 R_2 - r_m^2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= r_1 + r_m \\ R_2 &= r_m + \frac{r_2}{\sigma} \\ L_1 &= l_1 + l_m \\ L_2 &= l_2 + l_m \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

이고, 슬립 σ 는

$$\sigma = 1 - \frac{t}{t_s} \quad (11)$$

이며, t_s 는 起動時間이다. 그리고,

$$A = \sqrt{\frac{R_2^2 + (\omega L_2)^2}{(Z - \omega^2 X)^2 + (\omega Y)^2}} \quad (12)$$

$$B = \sqrt{\frac{r_m^2 + (\omega L_m)^2}{(Z - \omega^2 X)^2 + (\omega Y)^2}} \quad (13)$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\omega L_2}{R_2} \quad (13)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{\omega Y}{Z - \omega^2 X}$$

$$\theta_3 = \tan^{-1} \frac{\omega I_m}{r_m}$$

이다. 또한 勵磁電流 i_m 은

$$i_m = i_1 - i_2 \quad (14)$$

로 구하고, i_c 는 (1)식을 풀면

$$i_c = i_1 + k e^{-\frac{t}{\tau}} + D V_m \sin(\omega t + \phi + \alpha) \quad (15)$$

이 되고, 여기서

$$k = \frac{V_m}{r_c} \sin \phi - D V_m \sin(\phi + \alpha)$$

$$-k_1 - k_2 - A V_m \sin(\phi + \theta_1 - \theta_2)$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{r_c^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}} \quad (16)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{1}{\omega r_c C}$$

이다.

따라서 端子커패시터에 관계없이 電動機의 起動過渡電流는 (5)식에 의해 구할 수 있다. 이것은 모든 素子가 線形素子인 경우이고 主磁路의 포화를 고려하기 위하여 磁化인덕턴스 I_m 과 鐵損分抵抗 r_m 을 i_m 의 函數로서 표현하여 해석한다.

2. 回路定數

定格 220(V), 1.7(A), 1/3(HP), 3 phase, 60

(Hz), 1725(RPM)의 小容量 籠形誘導電動機에 대하여 固定子捲線抵抗測定, 無負荷試驗, 拘束試驗으로부터 1相에 대한 回路定數를 다음과 같이 계산한다.

T型等價回路에 의해 定常狀態特性을 算定할때 固定子捲線抵抗은 A, E, B種絶緣 電動機는 75(°C), F, H種絶緣의 경우는 115(°C)로 환산하지만 起動過渡電流測定時의 溫度로 환산한 固定子捲線抵抗을 r_1 로 한다.

無負荷試驗은 定格周波數에서 거의 無負荷速度가 유지되는 범위에서 主磁路飽和를 고려하기 위하여 端子電壓을 변화시켜 入力와 電流를 測定한다. 이 測定值들로부터 機械損을 분리하여 常數로 보고 無負荷入力에서 機械損과 銅損배어 鐵損을 구하여 鐵損分抵抗 r_m 을 구한다. 그리고 각 電壓에서 $i_1 + i_m$ 을 제

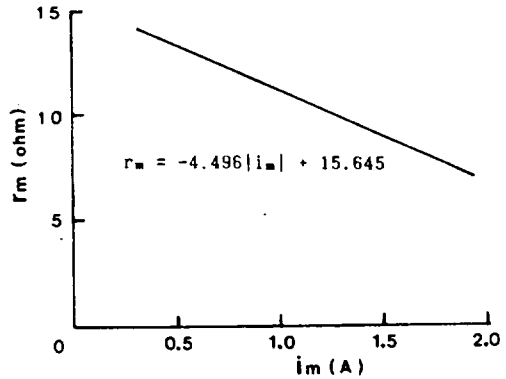


Fig. 2. (a) Core-loss resistance as a function of exciting current.

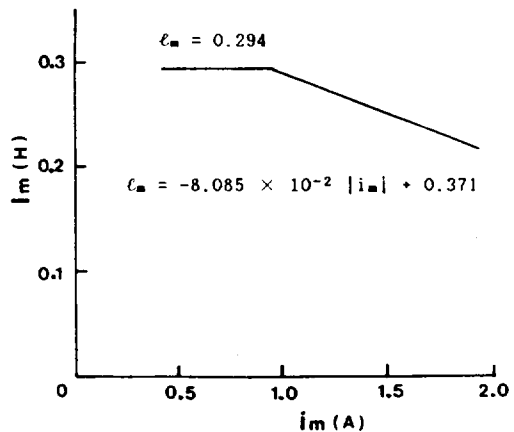


Fig. 2. (b) Magnetizing inductance as a function of exciting current.

산한다.

定格周波數 拘束試驗으로 $l(=l_1+l_2)$ 과 $r(=r_1+r_2)$ 를 계산하여 固定子側으로 환산한 回轉子捲線抵抗 r_2 를 $r_2=r-r_1$ 으로 계산하고 固定子和 回轉子捲線 漏洩 인덕턴스 l_1 과 l_2 는 1의 1/2값으로 정한다.

無負荷試驗으로 계산된 l_1+l_m 에서 拘束試驗에서 정한 l_1 을 빼어 l_m 의 값으로 한다.

위의 過程으로 구한 r_m 과 l_m 의 i_m 에 따른 近似曲線을 Fig.2 (a), (b)에 표시하여 이들을 線形函數로 표현하였고 각 定數들을 Table 1.에 정리하였다.

Table 1. Circuit parameters of the tested motor (at the temperature measured starting currents)

Stator resistance (r_1)		5.700 (Ω)
Stator leakage inductance (l_1)		17.2 (mH)
Rotor resistance referred to stator (r_2)		4.507 (Ω)
Rotor leakage inductance (l_2)		17.2 (mH)
Core-loss resistance (r_m)	(1)	7.103 (Ω)
	(2)	$r_m = -4.496 i_m + 15.645$ (Ω)
Magnetizing inductance (l_m)	(1)	0.218 (H)
	(2)	$0 \leq i_m \leq 0.96$ 0.218 (H)
		$ i_m > 0.96$
		$i_m = -8.085 \times 10^{-2} i_m + 0.371$ (H)

(1) Constant parameters model.

(2) Model with saturation in magnetizing main flux path.

解析結果 및 檢討

供試 電動機의 回路定數(Table 1.)를 사용하여 主磁路의 포화만 고려한 경우 a相 端子電壓 v_a 의 最大値가 166.810(V)일때 數值計算한 a相의 起動過渡電

流 i_a 를 Fig.3 (a), (b)에 보였다. Fig.3(a)는 端子電壓位相 $\phi_a = -3.6111 \times 10^{-3}$ [rad]인 경우이고 (b)는 $\phi_a = -3.14520$ [rad]일때의 파형이다. 計算時 time step $\Delta t = 5.0 \times 10^{-4}$ [sec]로 하고 매 step 마다 r_m 과 l_m 의 直前值를 이용하여 i_m 을 反復修正 계산하여 直

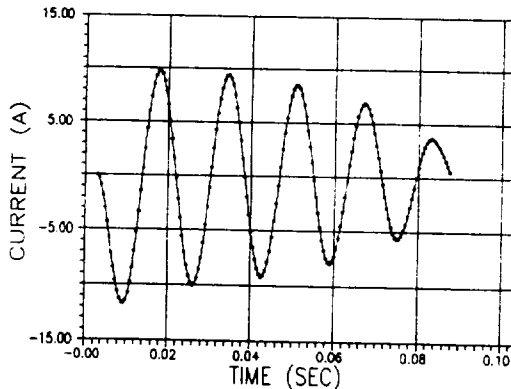


Fig. 3. Computed starting transient currents.

(a) $\phi_a = -3.6111 \times 10^{-3}$ [rad]

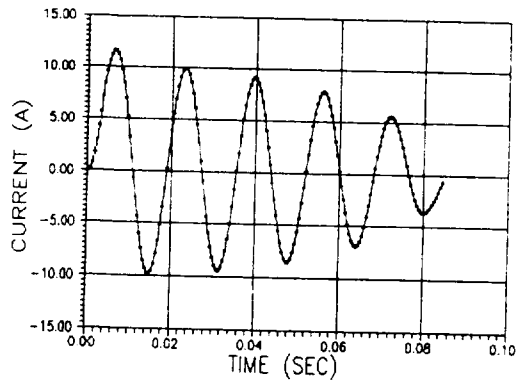


Fig. 3. (b) $\phi_a = -3.14520$ [rad]

22-Feb-93
13:16:37

Main Menu

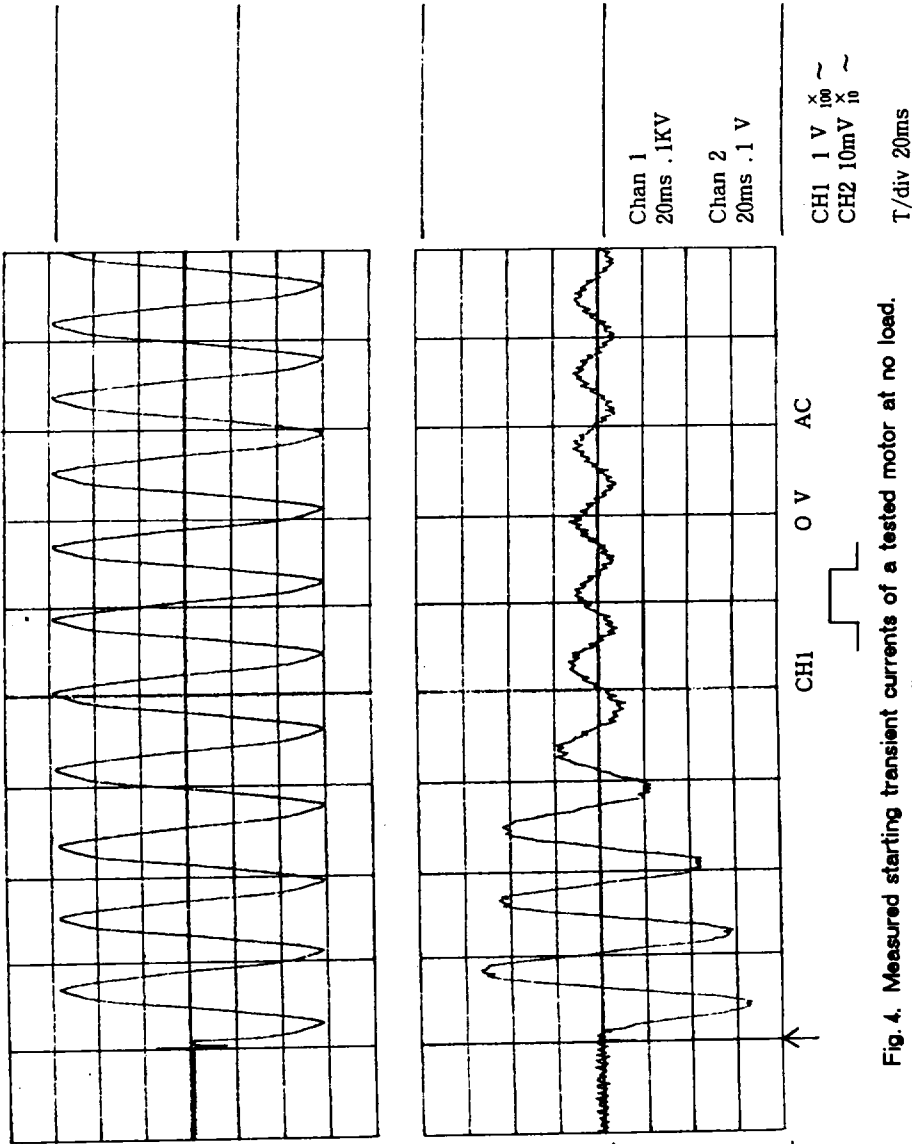
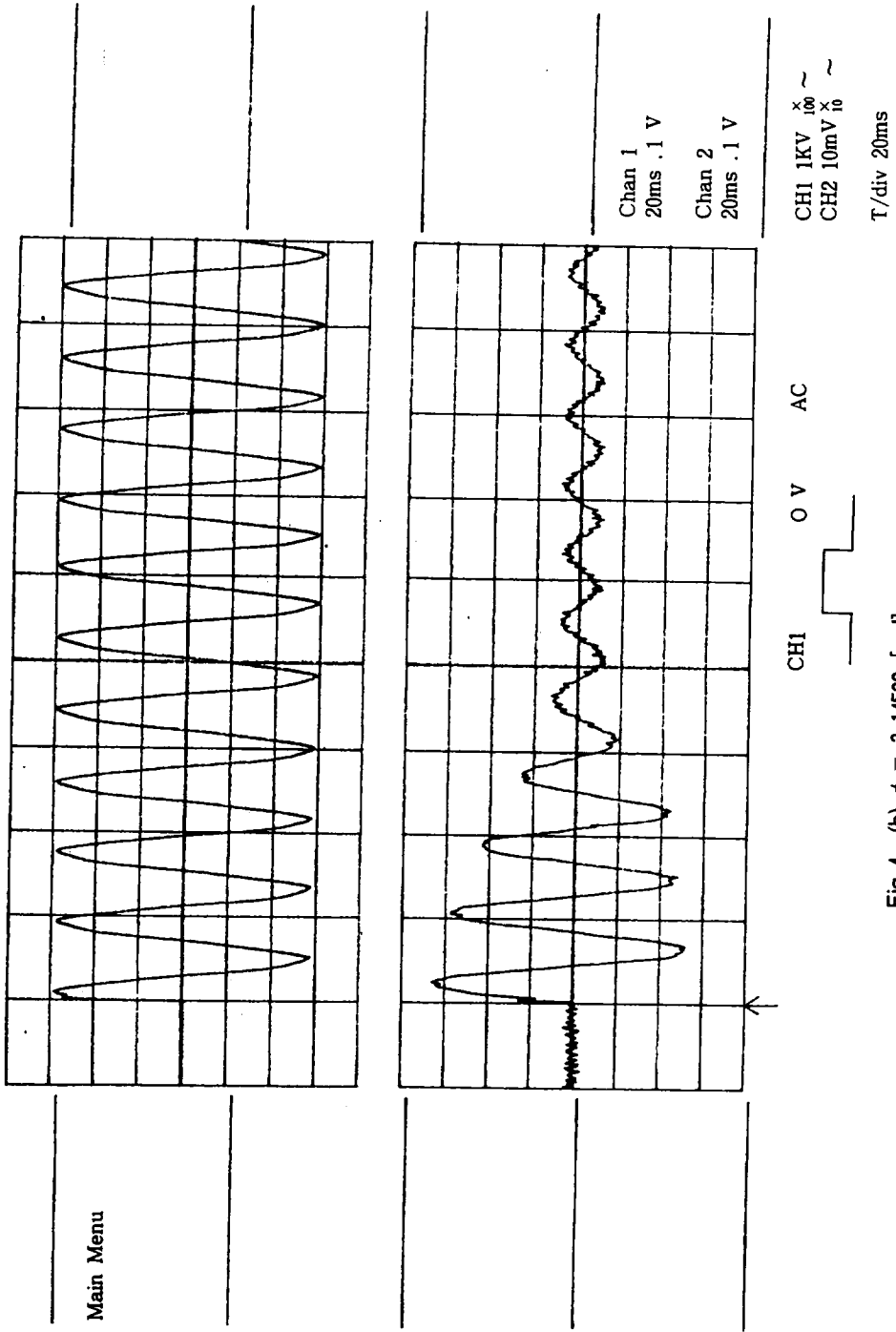


Fig. 4. Measured starting transient currents of a tested motor at no load.
 chan 1 (line voltage) 100 v/div.
 chan 2 (line current) 3.74350 A/div.
 (a) $\phi_a = -3.6111 \times 10^{-3}$ [rad]

22-Feb-93
13:36:16

Main Menu



前電流와의 차가 0.05[A]이하가 될 때의 값으로 계산하였다.

Fig. 4. (a), (b)는 LeCroy 9410 Oscilloscope를 사용하여 측정한 線間電壓(chan 1) v_{ba} 와 a相의 起動過渡電流(chan 2) i_a 의 파형이다. Fig. 4 (a)는 線間電壓位相 $\phi_{ba} = -3.66158$ [rad], (b)는 $\phi_{ba} = 0.51998$ [rad]일때의 파형으로 i_a 의 scale은 3.74350 [A/div]이다.

Table 2. 는 $\phi_a = -3.6111 \times 10^{-3}$ [rad]일때의 a相 起動電流의 實測値와 主磁路의 飽和를 고려하지 않은

경우와 고려한 경우의 각 peak에 대한 計算値이다.

이것들에서 보는 바와 같이 기동후 3 cycle동안은 實測値와 計算値가 잘 일치하고 있으나 그 이후는 誤差가 아주 크지만 主磁路의 飽和를 고려한 때가 비교적 誤差가 작음을 알 수 있다. 主磁路의 飽和만 고려하였으나 漏洩磁路의 飽和의 영향도 고려하면 더 나은 結果를 기대할 수 있을 것으로 생각된다. 그러나 기동후 몇 cycle동안의 電流가 문제되는 경우에는 提示된 방법으로 충분히 해석할 수 있다.

Table 2. Measured and computed starting transient current (at $\phi_a = 3.6111 \times 10^{-3}$ [rad])

Peak No.	Measured Peak Currents [A]	Computed Peak Currents [A]	
		(1)	(2)
1	-12.4783	-11.8210	-11.6633
2	9.7331	9.7977	9.7962
3	-10.7313	-10.1517	-9.9900
4	8.2357	9.4332	9.4039
5	-8.2357	-9.3392	-9.1981
6	7.9861	8.5805	8.5234
7	-4.2426	-8.0632	-7.9421
8	3.4939	6.9752	6.9298
9	-2.2461	-5.6979	-5.6197
10	1.6970	3.7873	3.7128

(1) Constant parameter model.

(2) Model with saturation in magnetizing main flux path.

摘 要

小容量 籠形誘導電動機의 起動過渡電流를 主磁路의 飽和의 영향을 고려하여 해석하였다. 이를 위해 飽

和의 영향을 고려한 固定定數 決定方法도 제시하였다. 이 定數들을 사용하여 起動過渡電流를 계산하고 實測値와 비교 검토하였다. 그 결과 포화를 고려한 경우가 實測値와 잘 일치함을 확인하였다.

參 考 文 獻

Kaizu, H., 1973, Determination of Equivalent Circuit Parameters for Calculating the Starting Transient Performance of Squirrel-Cage

Induction Motors, *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 93, No. 3, 75-82.
KS C 4201, 1986, Calculating Methods of Three-

- phase Induction Motor Characteristics, *Korean Standards*, 1-12.
- Lipo, T.A and A. Consoli., 1984, Modeling and Simulation of Induction Motors with Saturable Leakage Reactances, *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. IA-20, No.1, 180-189.
- Natarajan, R. and V.K. Misra., 1991, Starting Transient Current of Induction Motors Without and With Terminal Capacitors, *IEEE Trans. on Energy Conversion*, Vol.6, No.1, 134-139.
- Ojo, J.O., A. Consoli, and T.A. Lipo., 1990, An Improved Model of Saturated Induction Machines, *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol.26, No.2, 212-221.