

봉다발 온도장 해석을 위한 난류 Prandtl 수 모델 개발

김 신* · 현 명 택**

A Turbulent Prandtl Number Model for Temperature Field Analysis in Rod Bundle

Sin Kim* and Myung-Taek Hyun**

ABSTRACT

The turbulent Prandtl number is a useful concept for engineering calculations. However, most turbulent Prandtl number models are developed for simple geometries like circular tube and parallel plates and these seem to be inadequate for rod bundles like nuclear subchannels. In this study, based on some recent measurements of turbulent Prandtl numbers in rod bundles and general behaviors of the dimensionless number, a turbulent Prandtl number model for rod bundles is proposed. Also, thermal hydraulic fields in rod bundles are numerically predicted with the proposed model and the average Nuseelt numbers are successfully compared with well-known empirical correlations.

Key Words : Turbulent Prandtl number, Rod bundles, Numerical analysis

1. 서 론

대부분의 상용 원자로의 핵연료집합체는 봉다발 (rod bundle) 형태를 갖는다 (Fig. 1). 봉다발 내 유체 유동과 열전달 과정은 매우 복잡한 현상으로 이러한 현상을 자세히 이해하는 것은 원자로 설계 및 안전성 분석에 매우 중요하다. 이러한 열수력학적 해석을 정확히 수행하기 위해서는 핵연료집합체 부수로

(subchannel) 내에서의 온도장에 대한 상세한 정보가 요구된다.

지금까지 전산유체(CFD: Computational Fluid Dynamics) 분야의 눈부신 발전으로 많은 난류 모델들이 되었으며 많은 수의 범용의 전산유체 코드들이 상용화 되어있다. 비록 많은 난류 모델들이 개발되어 사용되고 있으나 아직도 대부분의 공학 문제는 높은 수준의 난류 모델을 필요로 하지 않는다. 난류 모델이 지나치게 복잡하여 효율적이지 못하거나 많은 수의 실험적인 상수들을 필요로 하기 때문이다. 따라서, 흔히 물리적으로는 부적절하지만 매우 실용적인 개념인 난류 확산도(eddy diffusivity) 개념을 도입하여 사용한다. 그리고 열에 대한 난류 확산도는 난

* 제주대학교 에너지공학과
Dept. of Nuclear and Energy Eng., Cheju Nat'l Univ.
** 제주대학교 기계공학과
Dept. of Mechanical Eng., Cheju Nat'l Univ.

류 Prandtl 수(turbulent Prandtl number)라는 매개변수를 도입하여 운동량에 대한 난류 확산도로부터 구하는 것이 일반적이다.

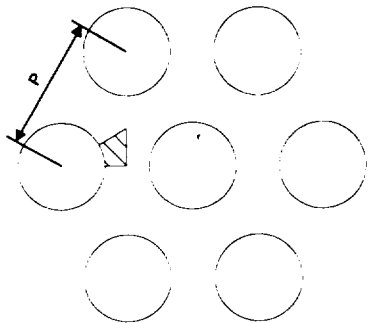
난류 Prandtl 수가 여러 변수로 구성된 매우 복잡한 함수로 표현된다면 이 개념은 그다지 유용하지 않

을 것이다. 그러나 많은 증거들에 의하면 대체로 1 근처의 값을 갖는다는 것이 알려져 있다. 이 개념은 매우 단순하면서도 효과적이라는 측면에서 성공적인 개념이다.

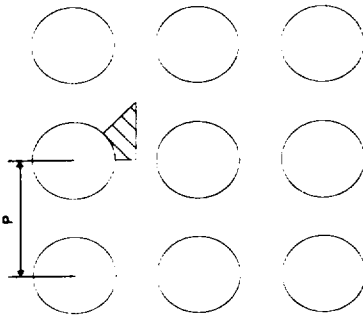
그러나 난류 Prandtl 수가 위치의 함수이며 유로의 기하구조에 의존하고 작동유체의 물리적 성질에 영향을 받는다는 사실은 보편적인 난류 Prandtl 수 모델 개발에 커다란 장애가 되고 있다. 매우 많은 실험 및 이론 연구가 수행되었고 많은 수의 모델이 개발되었지만, 불행히도 대부분의 난류 Prandtl 수 모델은 단순한 기하구조에 국한되어 있으며 아직도 많은 부분이 논란의 대상으로 남아있는 실정이다.

노심 열수력 설계 및 안전성 평가에 필요한 속도장 및 온도장에 대한 자세한 정보를 얻기 위해서는 봉다발 유동장의 특성을 파악하고 적절한 난류 모형을 개발하는 것이 필요하다. DP(Distributed Parameter) 법을 이용하여 봉다발 난류 열유동장을 해석할 때 가장 중요한 모델은 난류 확산도 모델이다. 그러나, 봉다발 유동장의 주요한 특징인 난류 확산의 비등방성으로 인해 단순 유동장에서 개발된 일반적인 난류 확산도 모델을 사용할 수 없는데다가 모델을 개발하는 데에도 상당한 어려움이 있어 지금도 많은 연구의 여지를 남겨 놓고 있다. 그래도 운동량에 대한 난류 확산도 즉, 와류 점도(eddy viscosity)에 대해서는 비교적 오랜 동안 연구가 수행되어 왔으며 어느 정도는 성과를 거두고 있다고 할 수 있다. 하지만 난류 열 확산도 또는 난류 열 확산도에 대한 난류 운동량 확산도의 비를 나타내는 난류 Prandtl 수에 대해서는 연구가 거의 전무하여 그저 난류 모델에서 제시하는 상수를 사용하고 있는 실정이다.

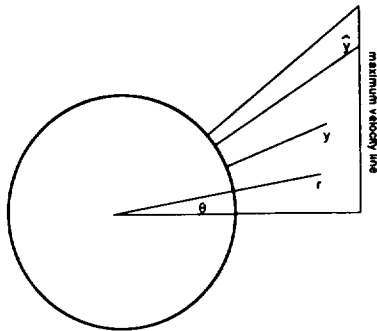
본 연구에서는 봉다발 열유동장 계산에 사용될 수 있는 난류 Prandtl 수 모델을 개발하였다. 우선 실험적인 증거들을 기초로 난류 Prandtl 수를 위치의 함수로 가정하였으며, 벽면에 수직인 방향과 수평한 방향에 대해 서로 다른 값을 가지도록 하여 비등방성을 나타내도록 하였다. 또한 봉다발 난류 구조는 P/D에 매우 민감하게 의존하므로 난류 Prandtl 수 역시 P/D에 많은 영향을 받을 것으로 예상되어 P/D의 영



(a) Triangular array



(b) Square array



(c) Definition of coordinate

Fig. 1 Schematic of rod bundle geometry

항이 고려되도록 모델을 구성하였으며, 분자 Prandtl 수에 대한 의존도를 반영할 수 있도록 하였다. 본 연구에서는 이러한 실험 결과와 물리적인 이해를 바탕으로 위치 의존적인 비등방성 난류 Prandtl 수 모델을 개발하였다.

또한, 유한 요소법(finite element method)을 이용한 부수로 열유동장 상세 해석 코드를 사용하여 난류 열유동장을 수치적으로 모사하였다. 난류 모형으로는 Lam-Bremhorst 저-Reynolds 수 $k-\epsilon$ 모형을¹⁾ 사용하였다. 열유동장을 보다 정확히 해석하고 난류혼합을 수치적으로 모사하기 위해서 난류확산의 비등방성을 가정하였다. 제안된 난류 Prandtl 수 모델을 사용하여 얻은 Nusselt 수를 잘 알려진 실험 상관식과 비교하여 제안된 모델의 유용성을 입증하였다.

II. 난류 Prandtl 수

분자 열 확산도 α 에 대한 동점성계수 ν 의 비를 나타내는 Prandtl 수와 유사하게 난류 열 확산도 α_T 에 대한 난류 운동량 확산도 ν_T 의 비

$$Pr_T = \frac{\nu_T}{\alpha_T} \quad (1)$$

를 난류 Prandtl 수 Pr_T 라 한다. 열유동장의 한 점에서 난류 Prandtl 수를 측정하기 위해서는 정의식 (1)에서 보듯이 난류 열 확산도와 난류 운동량 확산도를 결정하여야 한다. 그런데 이들 양은 각각 난류 열속(turbulent heat flux)과 온도 기울기 그리고 Reynolds 응력과 속도 기울기의 함수로 결정된다. 따라서, 난류 Prandtl 수를 실험적으로 결정하기란 매우 힘든 일이어서 실험 자료가 상대적으로 제한적이며 산포도도 매우 큰 경향을 나타낸다. 특히, 본 연구에서 관심을 가지고 있는 봉다발 열유동장의 경우에는 난류 Prandtl 수에 대한 실험자료도 매우 빈약하여 실용적인 모델이 거의 없는 실정이다. 따라서, 봉다발 난류 유동장에 대한 수치 해석 연구는 매우 많이 시도된 분야이나 그에 비해 온도장에 대한 해석을 시도한 예는 상대적으로 드물다. 우선 이전에

수행된 수치해석 연구에 사용된 난류 Prandtl 수 모델을 살펴보고 난류 Prandtl 수에 대한 실험결과를 검토하기로 한다.

2.1. 봉다발 온도장 해석에 사용된 난류 Prandtl 수 모델

Seale^{2,3)} 봉다발 구조에서 이차유동과 비등방성이 혼합물에 미치는 영향을 평가하기 위하여 난류 유동에 대한 실험을 수행하고 $k-\epsilon$ 난류 모델을 사용하여 열유동장을 해석하였다. 그는 난류 Prandtl 수로 $Pr_T = 0.9$ 를 이용하여 계산하고 실험 결과와 비교하였다. 비교 결과, 그는 등방성 난류 확산 모델로는 실험적으로 측정된 온도 분포를 예측할 수 없었다고 하였다.

Yang and Chieng⁴⁾ 삼각 및 사각 봉배열에서 이차유동을 무시한 채 $k-\epsilon$ 난류 모델 사용하여 열유동장을 해석하였다. 그들은 다양한 형태의 비등방성 와류점성 모델 검토하고 와류점성의 비등방성이 유동장 및 온도장에 미치는 영향을 평가하였다. 이들은 온도장을 해석하면서 표준 $k-\epsilon$ 모델에서 제시하고 있는 $Pr_T = 0.9$ 를 사용하였다. 그리고 수치 모델의 검증을 위해 작동 유체를 물로 ($Pr = 13.2$) 하여 Nu 수를 계산하고 실험 자료와 비교하였다.

Zeggel^{5,6)} 봉다발 난류 열유동장의 수치 해석을 위해 1980년대 중반부터 VANTACY라는 DP 법(Distributed Parameter approach) 코드를 개발해 오고 있다. 이 코드에서는 운동량 및 에너지 방정식에 나타나는 난류 확산도를 구하기 위해 난류 물리량의 수송 방정식(예를 들어 $k-\epsilon$ 방정식)을 직접 풀지 않고 직접 난류 확산 계수를 적절히 모델링하여 소위 난류의 메움 문제(closure problem)를 해결하고 있다. 이 코드는 난류 확산의 비등방성을 고려하고 있으며, 이차유동은 그 효과가 작다는 이유로 무시하고 있다. 한편, VANTACY-II 코드에서는 난류 Prandtl 수로 Jischa and Rieke⁷⁾ 모델을 수정하여 사용하고 있다:

$$Pr_T = 0.98 + \frac{2.87}{PrRe^{0.5}} \quad (2)$$

지금까지 대부분의 연구는 난류 Prandtl 수로 표준적인 난류 모델이 제시하는 상수 값(보통 $Pr_T = 0.9$)을 사용하는 것이 보통이다. 물론 이는 상수의 Pr_T 가 적절하기 때문이 아니라 적절한 Pr_T 모델이 부재하기 때문이다. 그러나, VANTACY-II 코드에서 채용하고 있는 난류 Prandtl 수 모델은 다른 연구들과는 달리 수력학적 조건이나 작동 유체가 바뀌면 다른 값을 가지게 되므로 이전의 연구와는 뚜렷이 구분된다.

2.2. 봉다발 열유동장에서 난류 Prandtl 수에 대한 실험 연구

난류 Prandtl 수를 실험적으로 측정한다는 것은 매우 어려운 일이다. 식 (1)의 난류 Prandtl 수 정의식에서도 볼 수 있듯이, 측정을 위해서는 4 개의 양측, 난류 전단응력 분포, 난류 열속 분포, 속도 구배, 그리고 온도 구배를 측정해야 한다. 그런데, 이들 양은 모두 측정이 쉽지 않으며 측정 결과에 상당한 오차를 포함하게 된다. 따라서, 이들 물리량의 함수로 표현되는 난류 Prandtl 수는 당연히 상당한 오차를 포함할 수밖에 없다. 더욱이, 봉다발 구조에서의 측정은 기하구조의 복잡함으로 인해 더욱 어렵다.

독일 Karlsruhe 연구소의 Rehme 팀은 1970년대부터 봉다발 난류 유동장에 대한 실험 연구를 수행해 오고 있다. 이들은 봉다발 난류 유동장에 대한 실험을 집중적으로 그리고 체계적으로 장기간 수행하면서, 봉다발 난류 구조에 대한 많은 실험 자료들을 생산해 내고 있다. 그러나 이들도 난류 Prandtl 수에 대한 실험 자료를 생산하기 시작한 것은 비교적 최근의 일이다.

Meyer는⁸⁾ $P/D = 1.2$ 인 삼각 봉배열에 대한 일련의 실험에서 주요한 난류량들을 측정하였다. Reynolds 수 범위는 $Re = 66,000 \sim 76,000$ 이었으며, 작동 유체로는 공기를 사용하였다. 난류 Prandtl 수 계산에 필요한 4가지 물리량을 측정하고 난류 Prandtl 수에 대한 실험 자료를 제시하였다. 그의 실험 자료에 의하면 난류 Prandtl 수는 위치의 함수일 뿐만 아니라 비등방성을 나타내는 것으로 밝혀졌다. 난류 Prandtl 수가 위치의 함수라는 사실은 이

미 단순 유동장에서도 알려진 사실이므로 특별한 것이 아니나, 비등방성을 나타낸다는 사실은 주목할 만한 것이다. 이는 봉다발에서의 난류 구조가 단순 유동장과 다른 특징을 보인다는 또 하나의 증거라 할 수 있다.

봉 표면에 수직 방향과 수평 방향 각각에 대해 난류 Prandtl 수의 거동을 살펴보면, 수직 방향의 경우에 난류 Prandtl 수는 대체로 벽면에서 멀어질수록 크기가 줄어드는 것으로 나타났다. 대략 벽에 가까운 영역에서는 3 내지 4 정도의 값을 가지다가 벽면에서 멀어질수록 서서히 줄어들어 최대 속도선에 이르러서는 1~2 정도의 값을 갖는다. 그리고, 간극으로부터의 각도가 증가할수록 크기가 줄어드는 것으로 나타났다. 한편, 수평 방향의 경우에는, 벽면으로부터의 거리에 무관하거나 아니면 약간 증가하는 것으로 나타났으며, 크기는 전 영역에 걸쳐 1~2 정도로 수직 방향에 비해 작게 나타났다.

Krauss는⁹⁾ 최근에 Meyer가⁸⁾ 수행했던 실험과 유사한 실험을 다시 수행하고 실험 결과를 발표하였다. Meyer가 봉다발의 중심 영역에 대한 결과를 제시한 반면에, Krauss는 중심 영역뿐만 아니라 벽 영역에 대한 실험도 같이 수행하였으며, P/D 도 1.12 와 1.06 두 경우에 대해서 실험을 하였다. W/D 는 각각에 대해 1.06과 1.03이었다.

$P/D = 1.12$ 인 경우에 대해 Meyer의 실험 결과와 비교해 보면, 전반적으로 난류 Prandtl 수가 Meyer보다 낮게 측정되었다. Meyer의 결과는 벽 근처에서 3~4 정도의 값을 얻었으나, Krauss는 2 정도의 값을 얻었다. 그러나 간극으로부터의 각도, 벽면으로부터 거리 등에 대한 의존도는 일치한다. 한편, $P/D = 1.06$ 인 경우는 $P/D = 1.12$ 인 경우에 비해 전반적으로 난류 Prandtl 수가 증가하는 것을 볼 수 있다. 그리고 간극 영역에 가까워질수록 벽면으로부터의 거리에 덜 민감하게 나타났다.

Krauss의 실험 결과에서 주목해야 할 것은 측정에 상당한 정밀성을 기하였고 실험 결과의 오차 분석도 충실히 제시하고 있다는 점이다. 그가 제시한 자료에 의하면, 수직 방향 난류 Prandtl 수에 대한 측정 오차는 $-15.7 \sim +19.3\%$ 이다. 한편, 비록 수평 방향 난류 Prandtl 수에 대한 측정 결과는 제시하지

않았으나 오차 분석을 수행한 결과에 의하면 -38.1~+38.1% 였다.

2.3. 평가

붕다발 난류 열유동장에 대한 대부분의 수치해석 연구에서는 난류 Prandtl 수 모델로 표준 $k-\epsilon$ 난류 모델에서 제시하고 있는 0.9를 사용하고 있어 유동장의 수력학적 조건이나 작동 유체의 물리적 특성이 반영되어 있지 않다. 반면에, 붕다발 열유동장 전용 해석 코드인 VANTACY-II에서는⁵⁾ 난류 Prandtl 수 모델로 Jischa and Rieke 모델을⁷⁾ 채용하고 있어 열유동장 해석에 다소 정확성을 기하고 있다고 할 수 있다. 그러나 난류 Prandtl 수 모델가 위치의 함수라는 사실이 명백히 알려져 있고, Meyer나⁸⁾ Krauss의⁹⁾ 연구에서도 볼 수 있듯이 난류 Prandtl 수가 비등방성을 나타내므로 VANTACY-II에서 채용한 모델 역시 개선의 여지가 많다고 할 수 있다. 그리고, Zeggel and Monir도⁵⁾, 난류 열 수송에 대한 연구 즉, 난류 Prandtl 수 모델에 대한 연구는 아직도 많은 미해결 부분을 안고 있어 앞으로 많은 연구가 진행되어야 한다고 지적하고 있다.

한편, 난류 Prandtl 수에 대한 실험적 연구는 측정이 매우 까다로워 실험 자료가 몇몇 기하구조에 대한 것 뿐으로 매우 드물며, 발표된 자료도 오차가 약 20% 내지 40%로 상당히 큰 편이다. 따라서, 정확한 열유동장 해석을 위해서는 앞으로도 많은 실험 연구가 수행되어야 하며, 이와 더불어 이론적인 모델링에 대한 연구도 수행되어야 할 것이다.

특히, 실험적으로 밝혀졌듯이 난류 Prandtl 수가 난류 확산과 마찬가지로 비등방성을 나타내므로, 이에 대한 원인을 규명하고 그 원인에 대한 물리적 이해를 바탕으로 모델이 개발되어야 할 것이다.

III. 난류 Prandtl 수 모델링

붕다발 난류 열유동장에 대한 실험 연구에 의하면 난류 Prandtl 수는 위치에 의존하며 봉 표면에 수직 및 수평한 방향에 따라 서로 다른 크기와 분포를 갖는 비등방성을 나타내는 것으로 밝혀졌다.^{8,9)} 비록

많은 실험 연구가 수행되지 않아 수력학적 조건에 따른 난류 Prandtl 수의 변화 거동이나 작동 유체의 물리적 특성이 난류 Prandtl 수에 미치는 영향 등 아직도 분명히 밝혀내야 할 많은 현상들이 남아있기는 하지만, 몇몇의 실험들은 위에 열거한 특징들을 일관되게 보여주고 있다.

붕다발 열유동장을 수치적으로 해석하기 위해 많은 연구가 수행된 바 있으나, 이들은 대부분은 표준 난류 모델이 제시하고 있는 상수 난류 Prandtl 수 모델을 사용하는 것이 보통이다. 보다 진보된 난류 Prandtl 수 모델을 사용하기도 하지만 (예를 들어, VANTACY-II 코드⁵⁾, 난류 Prandtl 수의 공간 분포가 무시되고 비등방성이 고려되지 않는 등 실제적이지 못하다.

따라서, 본 연구에서는 붕다발 열유동장의 정확한 해석을 위해 난류 Prandtl 수의 공간 분포와 비등방성을 고려한 난류 Prandtl 수 모델을 개발하고자 한다.

3.1. 공간 분포 및 비등방성에 대한 고찰

붕다발 구조에서 난류 Prandtl 수를 측정된 실험은 아마도 Meyer와⁸⁾ Krauss가⁹⁾ 유일할 것이다. 그들이 삼각 배열 붕다발 구조에서 수행한 실험에 의하면 난류 Prandtl 수는 반경 방향에 대해 거의 선형적인 거동을 보인다. 또한 간극으로부터의 각도 θ 가 증가할수록 r 방향 Pr_T 는 줄어든다 (좌표계는 Fig. 1 참조). Meyer와 Krauss의 실험 결과를 비교해 보면, 대체적인 난류 Prandtl 수의 거동은 유사하지만 Meyer가 Krauss에 비해 전반적으로 난류 Prandtl 수를 높게 측정하였음을 알 수 있다. 본 연구에서는 최근의 실험 결과인 Krauss의 결과를 바탕으로 논의하도록 한다.

만일 Krauss의 실험 결과를 받아들여기로 한다면, 난류 Prandtl 수는 $y/\hat{y}=1$ 에서 $Pr_T \approx 1$ 을 나타낸다. 따라서, 벽 근처에서의 난류 Prandtl 수 값을 고려하여 반경 방향 Pr_T 를 다음과 같은 선형 함수로 근사할 수 있을 것이다:

$$0 \text{ deg} : Pr_T \sim -1.5 \frac{y}{\hat{y}} + 2.5$$

$$30 \text{ deg} : Pr_T \sim -1.0 \frac{y}{\hat{y}} + 2.0$$

즉,

$$Pr_{Tr} \sim a \frac{y}{\hat{y}} + b \quad (3)$$

단,

$$a = \frac{0.5}{\theta_{\max}} \theta - 1.5, \quad b = -\frac{0.5}{\theta_{\max}} \theta + 2.5.$$

여기에서 Pr_{Tr} 은 반경 방향 Pr_T 를 나타낸다. 그리고, \hat{y} 는 벽면에서 최대 속도선까지 거리로 정의되는 프로파일 길이(profile length)이다.

앞에서 살펴보았듯이 실험 자료에 의하면 난류 Prandtl 수는 붕다발 유동장에서 비등방성을 나타내는 것으로 보인다. 물론, 실험 자료가 삼각 봉배열에 대한 것이어서 사각 배열의 경우에도 동일한 비등방성을 나타낼 지는 의문이다. 그러나 적어도 삼각 배열의 경우에는 두 실험 모두에서 일관되게 비등방성을 나타낸다.

Krauss는 수평 방향에 대한 난류 Prandtl 수에 대한 결과는 제시하지 않고 있어 수평 방향에 대해서는 Meyer의 결과를 참고하기로 한다. Meyer에 의하면 θ 방향 Pr_T 는 1.5 정도의 값을 가지며 위치에 따른 변화가 뚜렷이 나타나지 않는다. 그런데, r 방향 Pr_T 를 Krauss의 결과와 비교할 때 Meyer의 실험 결과가 1.5배 가량 큰 값을 제시하고 있으므로, θ 방향 Pr_T 를 1.0으로 가정하기로 한다:

$$Pr_{T\theta} \sim 1. \quad (4)$$

그러나, 불행히도 사각 배열에 대한 실험 자료는 알려진 것이 없다. 사각 배열에서의 난류 Prandtl 수는 삼각 배열에서의 것과 같을 수도 그렇지 않을 수도 있다.

한편, 벽면에 매우 근접한 곳에서는 측정이 거의 불가능하여 벽층에서의 난류 Prandtl 수 거동을 실험적으로 얻기란 사실상 불가능하다. Meyer와 Krauss의 두 실험에서도 측정 점이 가장 가까이 벽에 도달한 위치는 $y^+ \sim 90$ 정도로 벽으로부터 상당한 거리에 위치하며 난류는 이미 대수 영역(logarithmic

region)에 속해 있다고 보아야 할 것이다. 따라서, 벽면에 인접한 영역에서의 난류 Prandtl 수 정보는 DNS 결과에 의존할 수밖에 없는데, 평판에 대한 DNS 결과에 의하면¹⁰⁾ 이곳에서 난류 Prandtl 수는 0.9 정도로 일정한 값을 나타낸다. 비록 붕다발 유동장에 대한 DNS 결과는 없으나 벽면에 매우 근접한 곳에서는 평판에서의 거동과 매우 유사할 것으로 기대되므로 난류 Prandtl 수로 상수 0.9를 참고 값으로 사용하기로 한다.

3.2. 모델링

난류 Prandtl 수는 앞에서 고찰한 위치에 의존할 뿐만 아니라 분자 Prandtl 수에도 상당히 민감하게 의존하는 것으로 알려져 있다. 또한 붕다발 유동장의 난류 구조는 붕다발의 기하 구조 즉, P/D에 상당히 영향을 많이 받는다. 따라서 붕다발 구조에 적합한 난류 Prandtl 수 모델은 이 매개변수들에 대한 의존도가 반영되어야 한다.

우선 분자 Prandtl 수에 따른 난류 Prandtl 수의 변화 경향을 살펴보기로 한다. 많은 실험 증거에서 볼 수 있듯이 난류 Prandtl 수는 분자 Prandtl 수에 매우 민감한 변수이다. 보다 엄밀하게는 Péclet 수의 함수이며, Péclet 수가 증가하면 난류 Prandtl 수는 감소하는 경향을 보인다. 따라서, 모델은 Péclet 수가 증가함에 따라 난류 Prandtl 수가 감소하는 형태의 functional form을 가져야 한다.

한편, 저 Prandtl 수 유체에 대한 난류 Prandtl 수 모델들은 주로 참고 값(reference value)에 Prandtl 수에 대한 효과를 보정하기 위해 부가항으로 Péclet 수에 대한 항을 두고 있는 경우가 많다. Yakhot 등의¹¹⁾ 정식적인 해석 결과를 근사한 식과 VANTACY-II에서 채택한 수정 Jischa and Rieke 난류 Prandtl 수 모델에서도^{5,7)} 그 예를 찾을 수 있다. 따라서, 본 연구에서도 Prandtl 수의 효과를 반영하기 위해, 특히 저 Prandtl 수 유동에서 분자 Prandtl 수가 감소할수록 난류 Prandtl 가 증가하는 경향을 반영하기 위해 부가항 형태로 난류 Prandtl 수 모델을 구성하기로 한다.

붕다발 유동장은 기존의 난류 Prandtl 수 연구에서는 고려하지 않았던 기하 변수인 P/D가 중요한 변

수이므로 이를 고려하여야 한다. 단편적인 실험 결과 이기는 하나, Krauss가⁹⁾ $P/D = 1.12$ 와 $P/D = 1.06$ 에 대해 실험한 결과에 의하면 $P/D = 1.06$ 인 경우가 보다 큰 난류 Prandtl 수를 나타내고 있다. 따라서, 모델에서는 P/D 가 감소할수록 난류 Prandtl 수가 증가하도록 functional form을 구성하였다.

이상의 논의를 바탕으로 다음과 같은 비등방성 난류 Prandtl 수 모델을 구성하였다:

$$\begin{aligned}
 y^+ \leq 75 : & \begin{cases} Pr_{Tr} = 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \\ Pr_{T\theta} = 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \end{cases} \\
 y^+ > 75 : & \begin{cases} Pr_{Tr} = \left[a \left(\frac{y^+}{y} \right) + b \right]^{f(Pe)} \\ \quad + g(Pe, P/D) \\ Pr_{T\theta} = 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \end{cases} \quad (5)
 \end{aligned}$$

단,

for $Pr > 0.5$ in a square array

$$\begin{cases} a = 0.0 , \\ b = 0.9 \end{cases}$$

otherwise

$$\begin{cases} a = 0.5\theta/\theta_{max} - 1.5 , \\ b = -0.5\theta/\theta_{max} + 2.5 \end{cases}$$

$$f(Pe) = 3.0 - 0.2 \ln(Pe) ,$$

$$g(Pe, P/D) = \frac{100}{Pe(P/D-1)^2} .$$

여기에서, θ_{max} 는 단위 부수로에서의 최대 각으로 삼각 배열에서는 $\pi/6$, 사각 배열에서는 $\pi/4$ 이다.

IV. 수치 해석

봉다발 부수로 열유동장을 수치적으로 해석하여 난류혼합을 예측하였다. 난류 모델으로는 Lam and Bremhorst의 저-Reynolds 수 $k-\epsilon$ 모델을¹⁾ 사용

하였다. 벽면 경계조건으로 흔히 사용되는 벽법칙 (law of the wall) 대신에 계산영역을 벽면까지 확장하여 미끄러짐이 없다는 조건(no-slip condition)을 채택하였다. 또한 봉다발 유동장의 주요 특징 중의 하나인 난류 확산의 비등방성을 고려하기 위하여 유동맥동 현상에 기초해서 평가된 Kim and Park의^{12,13)} 비등방성 인자 평가식을 수정하여 사용하였다.

부수로는 지지격자 등의 방해물이 없으며 무한히 배열된 것으로 가정하였다. 그리고 유동장은 축 방향으로 완전히 발달한 비압축성 단상유동(single-phase flow)이며 유체의 물리적 특성은 상수로 가정하였다.

4.1. 해석에 사용된 방정식계

부수로의 유동장을 해석하기 위하여 사용한 지배 방정식은 다음과 같으며 실험 상수는 Table 1과 같다:

- (a) 축 방향 운동량 방정식
(axial momentum equation)

$$-\frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu\delta_{ij} + \nu_{ij})\frac{\partial U_3}{\partial x_j}] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} \quad (6)$$

- (b) 에너지 방정식 (energy equation)

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu\delta_{ij}/Pr + \nu_{ij}/Pr_{T\theta})\frac{\partial T}{\partial x_j}] \\
 = -U_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} \quad (7)
 \end{aligned}$$

- (c) 난류 운동에너지 방정식 : k -방정식
(turbulent kinetic energy equation : k -equation)

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial}{\partial x_i} [(\nu\delta_{ij} + \nu_{ij}/\sigma_k)\frac{\partial k}{\partial x_j}] \\
 = P_k - \epsilon , \quad (8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_k &= -\frac{u_i u_j}{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\
 &= -\frac{u_1 u_3}{u_1 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_1} - \frac{u_2 u_3}{u_2 u_3} \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \quad (9)
 \end{aligned}$$

- (d) 난류 운동에너지 소산율 방정식 : ϵ -방정식
(turbulent kinetic energy dissipation rate)

equation : ϵ -equation)

$$-\frac{\partial}{\partial x_i}[(\nu\delta_{ij} + \nu_{ij}/\sigma_\epsilon)\frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}] = C_{e1}f_{e1}\frac{\epsilon}{k}P_k - C_{e2}f_{e2}\frac{\epsilon^2}{k} \quad (10)$$

Table 1 Empirical constants in the $k-\epsilon$ turbulence model

C_μ	σ_k	σ_{ϵ_i}	C_{e1}	C_{e2}
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92

4.2. Lam and Bremhorst의 저-Reynolds 수 모델¹⁾

벽면 근처에서의 감쇠를 고려한 와류 점성은

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (11)$$

으로 표현된다. 와류 점성에 대한 감쇠 인자 (damping factor)는

$$f_\mu = (1 - A_{\epsilon\mu} \exp(-B_{\epsilon\mu}R))^2 (1 + \frac{D_{\epsilon\mu}}{R_i}),$$

$$R = \frac{k^{1/2}y}{\nu}, \quad R_i = \frac{k^2}{\epsilon\nu} \quad (12)$$

을 사용하며, 난류 운동 에너지 소산율(turbulent kinetic energy dissipation rate)의 생성항과 소산항에 대한 감쇠 인자로

$$f_{e1} = 1 + (\frac{A_{e1}}{f_\mu})^3, \quad f_{e2} = 1 - A_{e2}[\exp(-B_{e2}R_i)^2] \quad (13)$$

을 사용한다. 실험 상수는 각각 $A_{e1} = 0.05$, $A_{e2} = 1.0$, $A_{\epsilon\mu} = 1.0$, $B_{e1} = 1.0$, $B_{e2} = 0.0165$, $D_{\epsilon\mu} = 20.5$ 이다.

4.3. 비등방성 와류점성 모형

$\overline{u_i u_j}$ 에 대해서는 와류 점성의 비등방성을 고려

하기 위하여 비등방성 인자 n 을 도입하여 표현된

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad (\nu_{ij} = 0 \text{ for } i \neq j)$$

$$\nu_{11} = \nu_T, \quad \nu_{22} = n \nu_T \quad (14)$$

을 사용하며, 비등방성 인자 n 은 Kim and Park의^{12,13)} 모형을 수정하여 사용하였다:

$$n(r, \theta) = \left[\frac{6n}{\sqrt{\pi}} \exp\left\{-\left(\frac{6y^+}{Re^*}\right)^2\right\} + 1 \right]^{(1-\theta/\theta_m)} + 1, \quad (15)$$

$$\overline{n} = \frac{1 + a_x b \frac{(z_{FP}/D)(\delta/D)}{g/D} Str}{1 + a_y (z_{FP}/D) Str} \quad (16)$$

여기에서 매개변수 $a_x, a_y, b, \delta, z_{FP}, Str$ 에 대한 정의는 Kim and Chung에¹⁴⁾ 잘 나타나 있다. Kim and Park은¹³⁾ 부수로 중심에서 비등방성이 사라진다고 보았으나 여기에서는 중심에서도 여전히 비등방성이 존재한다고 보았으며 그 크기를 2로 간주하였다. y^+ 와 Re^* 는

$$y^+ = \frac{y u^*}{\nu}, \quad Re^* = \frac{u^* D_H}{\nu} \quad (17)$$

이다.

4.4. 난류 Prandtl 수 모델

난류 Prandtl 수 모델은 식 (5)에서 제안된 모델을 사용한다.

V. 난류 Prandtl 수 모델 검증

5.1. 온도장 해석

본 연구에서 사용된 코드는 Kim and Park의¹³⁾ 연구에서 개발된 것으로 코드의 검증을 위해 수행된 비교 계산은 위 논문에 잘 나타나 있다. 그러나, 비

등방성 인자에 대한 표현식을 수정하여 사용하였으므로, 온도장 해석에 앞서 우선 수정된 표현식을 검증하기 위해 벽면 전단응력 분포에 대한 수치 예측 결과를 Karlsruhe 연구소의 실험 결과와 그리고 VANTACY-II를 이용한 계산 결과와 비교하도록 하였다⁸⁾.

Figure 2는 $P/D = 1.12$ 인 삼각 배열에서 $Re = 66,000$ 일 때 벽면 전단응력 분포를 나타낸 것이다. 본 연구에서 Kim and Park의¹³⁾ 비등방성 와류 점성 모델을 수정한 모델이 실험을 통해 얻은 전단응력 분포를 잘 예측하고 있는 것으로 나타났다. 특히, VANTACY-II 코드로 예측한 결과와 거의 같은 예측 결과를 보이고 있다. 따라서, 본 연구에서 사용한 비등방성 모델의 타당성이 검증되었다.

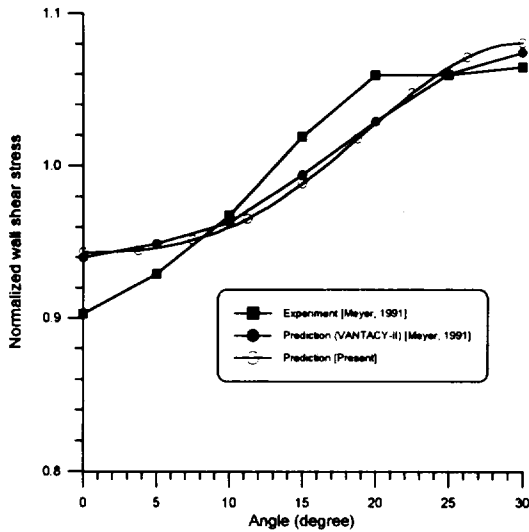


Fig. 2 Wall shear stress distribution ($P/D = 1.12$)

본 연구에서 제안된 난류 Prandtl 수 모델을 이용하여 벽면 온도 분포를 예측하였다. 비교 대상은 Meyer의⁸⁾ 실험 결과이며, 실험에서 부여한 열속은 1.37 kW/m^2 이었다. Figure 3에서 보듯이 흔히 사용되는 난류 Prandtl 수 모델 $Pr_T = 0.9$ 를 사용하여 예측한 온도 분포와 본 연구에서 제안된 난류 Prandtl 수 모델을 사용하여 예측한 온도 분포를 실

험에서 얻은 온도 분포와 비교한 결과, $Pr_T = 0.9$ 는 온도차를 크게 예측하였으나 본 연구에서 제안한 모델은 그보다 실험 결과에 근접한 예측을 하였다.

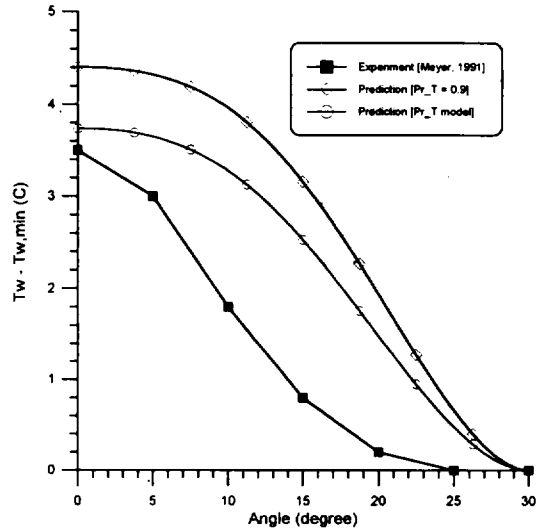


Fig. 3 Wall temperature distribution ($P/D = 1.12$)

붕다발 온도장에 대한 실험이 충분하지 않아 많은 다양한 자료와 비교하지는 못했으나 제안된 난류 Prandtl 수 모델이 기존에 흔히 사용되는 모델에 비해 향상된 온도장 예측 능력을 보이고 있음을 알 수 있다.

5.2. Nusselt 수 비교

본 연구에서 제안된 난류 Prandtl 수 모델이 전반적인 열전달 거동을 제대로 예측해내는지를 보기 위해 다양한 P/D 와 Reynolds 수에 대해 평균 Nusselt 수를 계산하여 실험 자료와 비교하였다.

실험적인 Nusselt 수 상관식은 대개 작동 유체의 분자 Prandtl 수에 따라 서로 다른 상관식으로 제시되는 경우가 대부분이다. 우선, Prandtl 수가 1 근처인 유체에 대한 상관식으로 Todreas and Kazimi가¹⁵⁾ 추천한 Presser의 상관식을 참고 상관식으로 채택하였다. Presser는 봉 배열에 따라 서로 다른 상관식을 제시하고 있는데, Dittus-Boelter 상관식에

보정 인자를 곱한 형태를 제안하고 있다:

$$Nu = \psi Nu_{DB} \quad (18)$$

단, Dittus-Boelter 상관식 Nu_{DB} 는

$$\begin{aligned} Nu_{DB} &= 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \quad \text{when the fluid is heated} \\ Nu_{DB} &= 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3} \quad \text{when the fluid is cooled} \end{aligned} \quad (19)$$

그리고, 보정 인자 ψ 는 봉 배열의 기하 구조 즉, P/D 의 함수 형태를 띠고 있다:

(a) 사각 배열에 대해

$$\begin{aligned} \psi &= 0.9217 + 0.1478P/D - 0.1130e^{-7(P/D-1)} \\ &1.05 \leq P/D \leq 1.9 \end{aligned} \quad (20a)$$

(b) 삼각 배열에 대해

$$\begin{aligned} \psi &= 0.9090 + 0.0783P/D - 0.1283e^{-2.4(P/D-1)} \\ &1.05 \leq P/D \leq 2.2 \end{aligned} \quad (20b)$$

한편, 봉다발 구조에서 액체 금속에 대한 Nusselt 수 실험 상관식으로 modified-Schad 상관식을 참고 상관식으로 채택하였는데, Todreas and Kazimi¹⁵⁾ 여러 가지의 실험 상관식을 비교하고 실험 자료와 비교하고 modified-Schad의 상관식이 실험 결과를 잘 예측하는 것으로 평가한 바 있다. Modified-Schad 상관식은 봉 배열에 대해서는 구분을 두지 않았으나 Nusselt 수를 P/D 와 Péclet 수의 함수로 보았으며, Péclet 수의 범위에 따라 서로 약간 다른 형태를 갖는다. 그리고 유효 P/D 범위는 $1.1 \leq P/D \leq 1.5$ 이다.

(a) $150 \leq Pe \leq 1000$,

$$\begin{aligned} Nu &= [-16.15 + 24.96(P/D) \\ &- 8.55(P/D)^2] Pe^{0.3} \end{aligned} \quad (21a)$$

(b) $Pe \leq 150$,

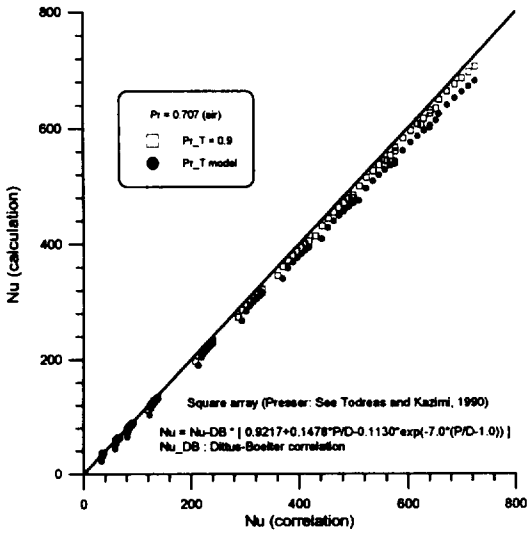
$$\begin{aligned} Nu &= 4.496[-16.15 + 24.96(P/D) \\ &- 8.55(P/D)^2] \end{aligned} \quad (21b)$$

본 연구에서 제안된 난류 Prandtl 수 모델을 이용하여 수치적으로 얻은 Nusselt 수와 이상의 참고 상관식이 제시하는 Nusselt 수를 비교하였다. Figure 4(a)와 (b)는 각각 사각 봉 배열과 삼각 봉 배열에서 $Pr = 0.707$ 일 때 Nusselt 수를 비교한 결과를 나타내고 있다. Prandtl 수가 0.707인 경우에는 난류 Prandtl 수를 0.9로 놓았을 때에도 전반적인 열 전달 거동을 잘 예측하는 것으로 나타났다. 사각 배열인 경우에는 본 연구에서 제안된 모델이 Nusselt 수를 약간 과소 평가하는 것으로 나타났으며, 삼각 배열의 경우에는 $Pr_T = 0.9$ 가 Nusselt 수를 다소 과대 평가하지만 제안된 모델은 상대적으로 Nusselt 수를 정확히 예측하고 있음을 알 수 있다. 한편, Prandtl 수가 매우 작은 경우에는 차이가 매우 심하였다. Figure 4(c)와 (d)에서 볼 수 있듯이 $Pr_T = 0.9$ 는 Nusselt 수 예측에 완전히 실패하고 있음을 알 수 있다. 반면에, 본 연구에서 제안된 모델을 이용한 수치 해석 결과는 Nusselt 수를 매우 훌륭히 예측하고 있음을 볼 수 있다.

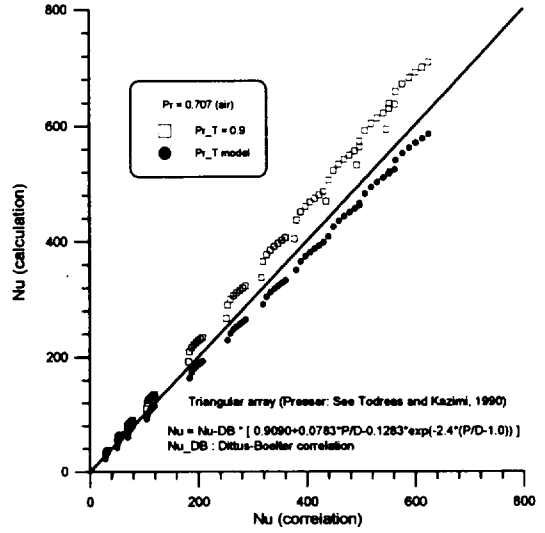
사실상 이는 미리 예견될 수 있는 것이다. 많은 실험 증거들이 알려주고 있듯이 난류 Prandtl 수는 분자 Prandtl 수가 작아질수록 1에서 많이 벗어나며 1보다 큰 값을 갖는다. 따라서, Reynolds 유추에 기본을 둔 $Pr_T = 0.9$ 라는 가정은 액체 금속의 경우에는 잘못된 결과를 낳을 수밖에 없다.

VI. 결 론

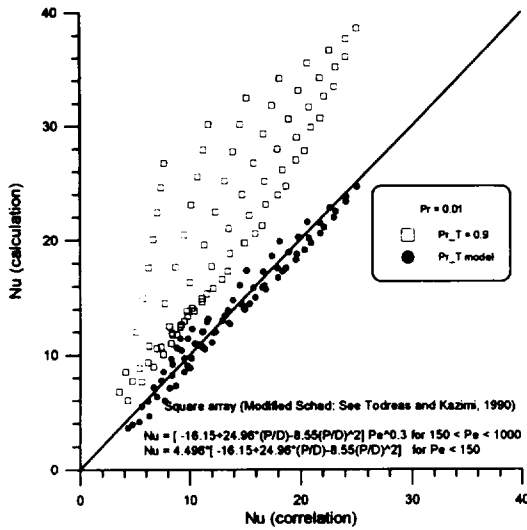
본 연구를 통해 봉다발 난류 열유동장 수치 해석에 사용될 수 있는 난류 Prandtl 수 모델을 개발하였다. 기존의 난류 Prandtl 수 모델은 모두 원형관이나 평판과 같이 단순 유동장에 대한 것으로 봉다발 구조에 적용하기는 곤란하였다. 따라서, 비록 제한적이기는 하지만 봉다발 난류 열유동장에 대한 난류 Prandtl 수 실험 결과와 기본적인 난류 Prandtl 수 거동에 대한 기존의 연구들을 분석하여 봉다발 구조에 사용될 수 있는 난류 Prandtl 수 모델을 개발하였다.



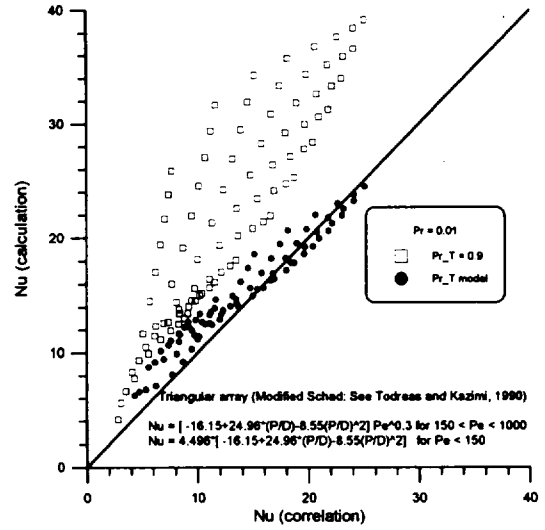
(a) Pr = 0.707 in square array



(b) Pr = 0.707 in triangular array



(c) Pr = 0.01 in square array



(d) Pr = 0.01 in triangular array

Fig. 4 Comparison of predicted and experimental Nusselt numbers

봉다발 난류 열유동장에서 실험적으로 구한 난류 Prandtl 수의 거동을 살펴보면, 난류 Prandtl 수는 일반적으로 알려져 있듯이 위치에 의존할 뿐만 아니라 봉 표면에 수직 및 수평한 방향에 대해 서로 다른 크기를 가지며 위치에 대한 분포 경향도 서로 다른

비등방성을 보인다. 또한 P/D에 따른 변화도 나타났다. 따라서, 본 연구에서는 이러한 점에 착안하여 공간 의존적이며 비등방성인 난류 Prandtl 수 모델을 개발하였으며, 개발된 모델을 봉다발 열유동장 상세 해석에 이용하여 검증하였다.

본 연구를 통해 봉다발 구조 난류 온도장에서는 유동장의 경우와 마찬가지로 단순 기하 구조의 온도장에서는 관찰되지 않는 특이한 현상이 (즉, 난류 Prandtl 수의 비등방성) 관찰된다는 것을 알 수 있었으며, 비록 그 원인에 대한 분석은 현재로서는 실험 자료가 충분하지 않아 제대로 이루어지지 못했으나, 본 연구에서 제안된 난류 Prandtl 수 모델을 이용함으로써 온도장을 적절히 모사할 수 있음을 보였다.

따라서, 본 연구에서 개발된 난류 Prandtl 수 모델과 이 모델을 채용한 상세해석 코드는 원자로심 열 수력 설계 및 상세 해석에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 판단되며 특히, 분자 Prandtl 수가 낮은 경우에도 적용이 가능하므로 사용후핵연료의 장수명 핵종 소멸 처리를 위해 연구가 진행되고 있는 핵변환로에서 냉각재의 선정 및 핵연료 설계에 기여할 수 있을 것으로 생각된다.

또한 본 연구에서 제안된 난류 Prandtl 수 모델은 실험적으로 관찰된 봉다발 난류 열유동장의 비등방적인 특성을 반영하고 있으므로, 봉다발 구조에서 발생하는 비등방적인 운동량 및 열 수송에 대한 연구에도 기여할 수 있으리라 판단된다.

인용부호

$C_{\mu}, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$	turbulent model constants
D	rod diameter
D_H	hydraulic diameter
$f_{\epsilon 1}, f_{\epsilon 2}$	damping factor
g	gap thickness
k	turbulent kinetic energy
n	anisotropic factor
Nu	Nusselt number
p	pressure
P	rod pitch
P/D	pitch to diameter
Pe	Péclet number
P_k	turbulent kinetic energy production rate

Pr	Prandtl number
Pr_T	turbulent Prandtl number
$Pr_{T\bar{u}}$	anisotropic turbulent Prandtl number
r	radial coordinate
Re	Reynolds number based on hydraulic diameter
T	temperature
u_i	velocity fluctuation of i direction
u^*	friction velocity
U	mean axial velocity
u	time-averaged velocity in direction of mean flow
U_i	mean velocity of i direction
$\frac{u_i u_i}{W}$	Reynolds stress
W	wall pitch
x_i	coordinate of i direction
y	normal distance from the wall
\hat{y}	profile length

Greek

α, α_T	molecular and turbulent heat diffusivity
δ_{ij}	Kronecker delta
ϵ	dissipation rate of turbulent kinetic energy
θ	azimuthal coordinate
ν, ν_T	molecular kinematic viscosity and eddy viscosity
ν_{ij}	anisotropic eddy viscosity
ρ	density
σ_k	Prandtl number for turbulent kinetic energy
σ_ϵ	Prandtl number for turbulent

	kinetic energy dissipation rate
Subscript	
r	radial direction
θ	azimuthal direction
Symbol	
overbar	average
prime	fluctuation
super +	dimensionless variable nondimensionalized with u^* and ν

감사의 글

본 연구는 과학기술부에서 시행한 원자력기초연구 사업의 지원을 받아 수행되었습니다. 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) Lam, C.K.G. and Bremhorst, K., 1981, A Modified Form of The $k-\epsilon$ Model for Predicting Wall Turbulence, *J. Fluids Eng.*, Vol. 103, pp. 456-460.
- 2) Seale, W.J., 1979, Turbulent Diffusion of Heat between Connected Flow Passages, Part I: Outline of Problem and Experimental Investigation, *Nucl. Eng. Des.*, Vol. 54., pp.183-195.
- 3) Seale, W.J., 1979, Turbulent Diffusion of Heat between Connected Flow Passages, Part II: Predictions Using the ' $k-\epsilon$ ' Turbulence Model, *Nucl. Eng. Des.*, Vol. 54,

pp. 197-209.

- 4) Yang, A.-S. and Chieng, C.-C., 1987, Turbulent Heat and Momentum Transports in an Infinite Rod Array, *J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 599-605.
- 5) Zeggel, W. and Monir, C., 1991, Prediction of Natural Mixing in Tightly Packed Seven-Rod Bundles, *Nucl. Eng. Des.*, Vol. 126, pp. 361-377.
- 6) Zeggel, W. and Neelen, N., 1986, Validation of a Wall Parallel Eddy Viscosity Formulation," IAHR 5th Int. Meeting on Liquid Metal Thermal Hydraulics, Grenoble.
- 7) Jischa, M. and Rieke, H.B., 1979, About the Prediction of Turbulent Prandtl and Schmidt Numbers from Modeled Transport Equations, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 22, pp. 1547-1555.
- 8) Meyer, L., 1991, Measurements of Turbulent Velocity and Temperature in a Central Channel of a Heated Rod Bundle, KFK 4818, Kernforschungszentrum Karlsruhe.
- 9) Krauss, T., 1996, Experimentelle Untersuchung des Turbulenten Wärme- und Impulstransports in einem Beheizten Stabbündel," FZKA 5799, Kernforschungszentrum Karlsruhe.
- 10) Kasagi, N. and Ohtsubo, Y., 1991, Direct Numerical Simulation of the Low Prandtl Scalar Field in a Two-Dimensional Turbulent Channel Flow, Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows, Tech. Univ. of Munich, II-11, Sept., 1991, pp. 9-11.
- 11) Yakhot, V., Orszag, S.A., Yakhot, A., 1987, Heat Transfer in Turbulent Fluids - I: Pipe Flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, No. 1, pp. 15-22.
- 12) Kim, S. and Park, G.-C., 1997, Estimation of Anisotropic Factor and Turbulent Mixing Rate in Rod Bundles Based on Flow

- Pulsation Phenomenon, *Nucl. Technol.*, Vol. 117, pp. 340-352.
- 13) Kim, S. and Park, G.-C., 1998, Analysis of Turbulent Mixing in Rod Bundles with an Anisotropic Turbulent Diffusion Model Based on the Flow Pulsation Phenomenon, *Nucl. Technol.*, Vol. 122, pp. 284-294.
- 14) Kim, S. and Chung, B.-J., 1999, Estimation of the Turbulent Mixing Rate for Low Prandtl Number Flows through Rod Bundles, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*. (to appear)
- 15) Todreas, N.E. and Kazimi, M.S., *Nuclear Systems I-Thermal Hydraulic Fundamentals*, 1990, Hemisphere Publishing Co., N.Y., pp. 442-452