

변압기와 비선형리액터의 자화특성의 해석적 근사

이 정 호* · 좌 중 근**

Analytical Approximation for Magnetization Characteristics of Transformers and Nonlinear Reactors

Jeoung-Ho Lee* and Chong-Keun Jwa**

ABSTRACT

The magnetization characteristics of a transformer or a nonlinear reactor is analyzed in this paper. The analytic expression for the dynamic hysteresis loop which is divided into the saturation part and the loss part is expressed using the four term polynomial approximation. The coefficients of this expression are determined from the rms saturation curve and no load loss. The energy expression associated with the dynamic hysteresis loop is modified by introducing the correction factor K. The validity of the proposed technique is verified by the experimental results.

Key Words : Transformer, Dynamic hysteresis, Energy loss

1. 서 론

히스테리시스는 여러 가지 재료와 프로세스에서 관찰되는 비선형 현상으로 가장 흔한 예로는 강자성체와 페리자성체에서의 히스테리시스의 효과들이다. 이 현상은 강유전체와 소성변형을 하는 재료에서 변형력과 변형관계에서도 관찰된다. 또한 사람의 호흡기 계통도 히스테리시스가 일어나는 프로세스의 한 예로 알려 지고 있다¹⁾. 전력 계통에서 비선형 효과가 포함되는 문제들의 예로는 지중케이블의 말단에 무부하

변압기에서 발생하는 철공진, 직렬커패시터가 연결된 송전선 말단에 무부하 변압기에 유입하는 고조파 전류, 그리고 무부하 변압기의 돌입전류 등이 있다²⁾. 이러한 현상들을 정확히 해석하기 위해서는 계통중의 비선형 소자인 변압기나 철심리액터의 비선형 특성인 포화, 히스테리시스, 그리고 와전류에 의한 효과를 적절하게 적용하여야 한다.

이에 따라 수많은 연구자들이 이들 현상에 대한 연구가 계속 되어 오고 있다. 포화특성에 대하여 Prusty와 Rao³⁾는 실효치 무부하 포화 특성을 순시치 포화곡선으로는 구간 선형화 접근 방법을 제안하였고 Ong⁴⁾은 이 방법을 Simulink를 사용하여 해석하고 있다. 순시치 포화 곡선의 표현 방법으로는 다항식³⁾, 지수함수와 일차함수⁵⁾, 쌍곡선 함수, 그리고 아크탄젠트 함수⁶⁾ 등을 사용하고 있다.

* 제주대학교 산업대학원

Graduate School of Industry, cheju Nat'l Univ.

** 제주대학교 전기전자공학부, 첨단기술연구소

Faculty of Electrical & Electronic Engineering, Research Institute of Advanced Technology, Cheju Nat'l Univ.

히스테리시스 특성에 대하여 Chua와 Bass⁷⁾는 주파수 변화에 적용 할 수 있는 일반화 된 수학적 모델을 제시하였고 Talukdar와 Bailey⁸⁾는 과도현상의 디지털연구에 사용되는 고정도의 히스테리시스 모델의 구성 방법을 제시하였고 Zaher와 Shobeir⁹⁾는 이 방법을 아날로그 컴퓨터에 의하여 시뮬레이션 할 수 있는 모델을 제시하였다. Prusty와 Rao¹⁰⁾는 실효치 무부하 특성을 이용하여 히스테리시스를 포함한 변압기의 자화특성을 미리 결정하기 위한 접근법을 다항식의 1차항과 5차항의 2개항으로 하여 제시하고 있다.

본 논문에서는 변압기와 철심리액터의 비선형특성의 중요성에 비추어 이들의 동적 히스테리시스 루우프의 해석적 방법으로 근사 오차를 줄이기 위해 다항식을 4개항으로 근사화하여 표현하였고 철심 손실에너지를 정도 높게 계산하기 위하여 보정계수를 도입하여 손실에너지를 계산하고 실측치와 비교하여 제안한 방법의 타당성을 입증하였다.

II. 본 론

2.1 동적 히스테리시스 루우프와 포화곡선

변압기나 철심리액터의 자속쇄교수 λ 와 자화전류 i 의 첨두치 사이의 관계는 일반적으로 Fig. 1과 같은 동적 히스테리시스 루우프로 표현되며 이 루우프의 면적은 철심의 손실에 비례한다. 변압기나 철심리액터의 코일 전류가 매우 천천히 변화하면 λ - i 루우프

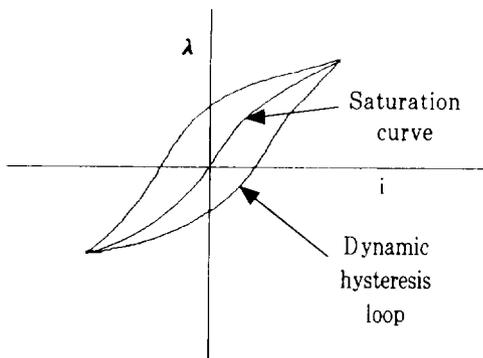


Fig. 1. Dynamic hysteresis loop and saturation curve.

는 히스테리시스 루우프 또는 정적 히스테리시스 루우프라 하며 코일 전류가 매우 빠르게 변화하면 λ - i 루우프는 철심에 유도되는 와전류의 영향으로 더 넓어진다. 이렇게 커진 루우프를 동적 히스테리시스 루우프라 한다.

코일에 인가하는 전압을 서서히 증가시키면 λ 와 i 의 값도 변화하고 이에 따라 동적 히스테리시스 루우프의 크기도 변화하는데 이 때의 루우프의 정점을 연결하면 포화곡선을 얻게 된다.

Fig. 1에서 포화곡선과 동적 히스테리시스 루우프 사이의 i 축과 평행인 방향의 거리는 루우프의 손실 부라고 하며 동적 히스테리시스 루우프의 주변곡선은 포화곡선에서 손실부의 합이나 차로써 얻어진다. 손실부는 포화곡선이 0인 점에서 최대가 되며 최대값을 가질 때 0이 됨을 알 수 있다.

2.2 동적 히스테리시스 루우프의 표현

변압기나 철심리액터의 동적 히스테리시스 루우프를 표현하기 위하여 포화곡선부분과 손실부분으로 나누어 생각한다. 일반적으로 철심의 손실을 무시 할 때는 λ 와 i 의 관계는 포화곡선으로 주어지고, 많은 경우에 전력계통 과도상태 연구에는 다음과 같이 자화전류 i_1 을 다항식으로 근사화 하여도 충분한 것으로 알려져 있다.

$$i_1 = A_1 \lambda + A_n \lambda^n \quad (1)$$

이 식에서 λ 와 i 의 유한한 간격에서 n 은 기수의 정수이다. 그러나 본 논문에서는 2개항으로 표현함으로써 발생하는 근사화 오차를 줄이기 위하여 다음과 같이 4개항으로 표현한다.

$$i_1 = A_1 \lambda + A_3 \lambda^3 + A_5 \lambda^5 + A_7 \lambda^7 \quad (2)$$

여기서,

$$\lambda = \lambda_m \sin \omega t \quad (3)$$

이다.

손실을 고려 할 경우 철손분 전류 i_2 는 λ 와 λ 의 함수

$$i_2 = f(\lambda, \lambda) \quad (4)$$

로 표현하고, 여기서 $\lambda = \frac{d\lambda}{dt}$ 이다.

따라서 동적 히스테리시스 루우프는 포화곡선 부분과 손실부의 합이나 차로 얻을 수 있으므로 여자전류는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$i = A_1 \lambda + A_3 \lambda^3 + A_5 \lambda^5 + A_7 \lambda^7 + f(\lambda, \lambda) \quad (5)$$

여기서 손실부는

$$f(\lambda, \lambda) = (B_0 + B_2 \lambda^2 + B_4 \lambda^4 + B_6 \lambda^6) \lambda \quad (6)$$

와 같이 4개항으로 표현한다.

(3), (6)식을 사용하여 (5)식에 대입하여

$$i_1 = (A_1 \lambda_m + \frac{3}{4} A_3 \lambda_m^3 + \frac{5}{8} A_5 \lambda_m^5 + \frac{35}{64} A_7 \lambda_m^7) \sin \omega t - (\frac{1}{4} A_3 \lambda_m^3 + \frac{5}{16} A_5 \lambda_m^5 + \frac{21}{64} A_7 \lambda_m^7) \sin 3\omega t + (\frac{1}{16} A_5 \lambda_m^5 + \frac{5}{64} A_7 \lambda_m^7) \sin 5\omega t - \frac{1}{64} A_7 \lambda_m^7 \sin 7\omega t \quad (7)$$

$$i_2 = (B_0 \lambda_m + \frac{1}{4} B_2 \lambda_m^3 + \frac{1}{8} B_4 \lambda_m^5 + \frac{5}{64} B_6 \lambda_m^7) \cos \omega t - (\frac{1}{4} B_2 \lambda_m^3 + \frac{3}{16} B_4 \lambda_m^5 + \frac{9}{64} B_6 \lambda_m^7) \cos 3\omega t + (\frac{1}{16} B_4 \lambda_m^5 + \frac{5}{64} B_6 \lambda_m^7) \cos 5\omega t - \frac{1}{64} B_6 \lambda_m^7 \cos 7\omega t \quad (8)$$

$$i = i_1 + i_2 \quad (9)$$

를 얻고, 여기서 $B_0 = \bullet B'_0$, $B_2 = \bullet B'_2$, $B_4 = \bullet B'_4$, $B_6 = \bullet B'_6$ 이다. (9)식의 실효치 전류 I 는 자화전류의 I_1 실효치와 철손분 전류의 실효치 I_2 에 의하여

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} \quad (10)$$

으로 구할 수 있다.

(7), (8), (9) 식과 (10)식에서부터

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(A_1 \lambda_m + \frac{3}{4} A_3 \lambda_m^3 + \frac{5}{8} A_5 \lambda_m^5 + \frac{35}{64} A_7 \lambda_m^7)^2 + (\frac{1}{4} A_3 \lambda_m^3 + \frac{5}{16} A_5 \lambda_m^5 + \frac{21}{64} A_7 \lambda_m^7)^2 + (\frac{1}{16} A_5 \lambda_m^5 + \frac{5}{64} A_7 \lambda_m^7)^2} \quad (11)$$

$$I_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(B_0 \lambda_m + \frac{1}{4} B_2 \lambda_m^3 + \frac{1}{8} B_4 \lambda_m^5 + \frac{5}{64} B_6 \lambda_m^7)^2 + (\frac{1}{4} B_2 \lambda_m^3 + \frac{3}{16} B_4 \lambda_m^5 + \frac{9}{64} B_6 \lambda_m^7)^2 + (\frac{1}{16} B_4 \lambda_m^5 + \frac{5}{64} B_6 \lambda_m^7)^2 + (\frac{1}{64} B_6 \lambda_m^7)^2} \quad (12)$$

가 된다. 여기서

$$\lambda_m = \frac{\sqrt{2} V}{\omega} \quad (13)$$

이다.

미지계수 A_1, A_3, A_5, A_7 과 B_0, B_2, B_4, B_6 는 각각 (11)식과 (12)식으로부터 구할 수 있다.

동적 히스테리시스 곡선은 1사이클 동안 (9)식을 x 축으로 하고 (3)식을 y 축으로 하여 근사적으로 얻어진다.

2.3 철손에너지

동적 히스테리시스 루우프와 관련된 한 사이클 동안의 손실은 루우프 면적과 같다. 즉

$$W = \oint i d\lambda \quad (14)$$

(3), (9)식과 (14)식으로부터 철손에너지는

$$W = \frac{T}{2} \omega \lambda_m (B_0 \lambda_m + \frac{1}{4} B_2 \lambda_m^3 + \frac{1}{8} B_4 \lambda_m^5 + \frac{5}{64} B_6 \lambda_m^7) \quad (15)$$

이 되고 여기서 T 는 여자전류의 주기이다.

근사값으로 얻어진 루우프이므로 철손에너지를 보정하기 위해서 리액터나 변압기의 특정전압 인가시의

무부하 입력 P_0 를 철손으로 간주하고 (15)식에 보정계수 K 를 도입하면 다음 식을 만족하는 K 를 결정할 수 있다.

$$P_0 T = K \frac{T}{2} \omega \lambda_m \left(B_0 \lambda_m + \frac{1}{4} B_2 \lambda_m^3 + \frac{1}{8} B_4 \lambda_m^5 + \frac{5}{64} B_6 \lambda_m^7 \right) \quad (16)$$

따라서 임의의 전압 인가시의 철손에너지를 (16)식을 사용하여 구할 수 있다.

III. 수치해석

제안한 방법의 타당성을 입증하기 위하여 사용한 변압기는 정격 120/220[V], 60[Hz], 1[KVA]의 단상 외철형 가극성 변압기이다. 이 변압기의 무부하시험에서 1차측에서 얻어진 실효치 무부하 포화특성은 Fig. 2와 같다.

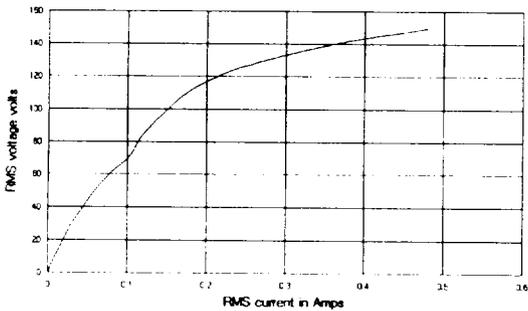


Fig. 2. RMS saturation characteristic of a single phase transformer

(7), (8)식에 포함된 A_1, A_3, A_5, A_7 과 B_0, B_2, B_4, B_6 을 Fig. 2의 82[V], 101.5[V], 121.5[V] 그리고 140.5[V]점에서의 값을 사용하고 (11), (12)식에 의하여 계산한 값을 Table 1에 보였다.

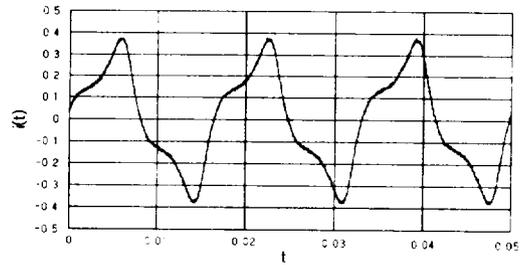
이 변압기에 121.5[V]의 전압을 인가하였을 때의 실측한 무부하 전류파형과 (9)식에 의하여 계산한 전류파형은 Fig. 3와 같다.

Fig. 3에서 보는 바와 같이 실측치 전류와 계산치 전류가 같은 경향을 보이고 잘 일치하고 있으며 각

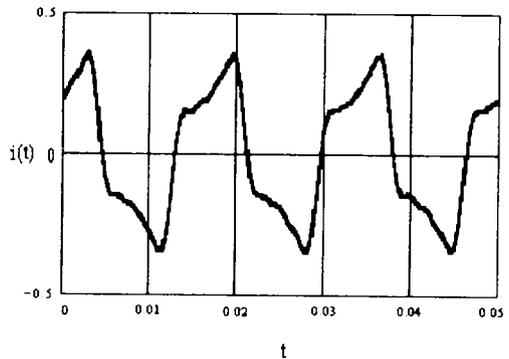
실효치 계산값을 표 2에 보였다.

Table 1. Computed coefficients of no load current

coefficients	computed values	coefficients	computed values
A_1	0.206	B_0	0.428
A_3	0.366	B_2	2.840
A_5	-2.192	B_4	-26.035
A_7	10.402	B_6	225.332



a) Measured current



b) Computed current

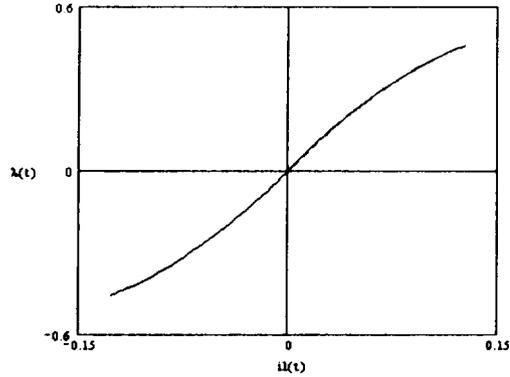
Fig. 3. No load current wave form.

Table 2. Measured & Computed rms current

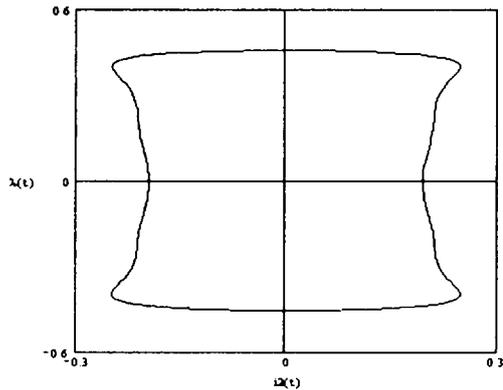
Measured rms current	215[mA]
Computed rms current	222[mA]

이 Table 2에서도 알 수 있듯이 4항 근사의 무부하

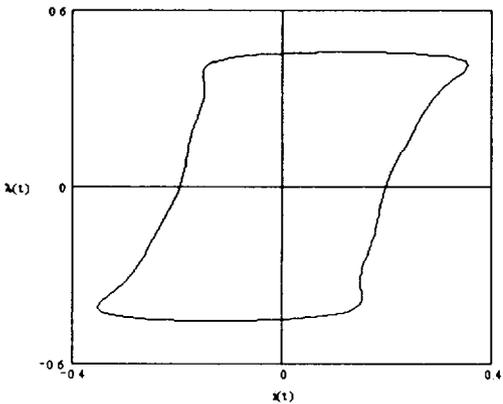
전류의 표현식이 적합함을 알 수 있다.



a) Saturation part



b) Loss part



c) hysteresis loop

Fig. 4. Construction of dynamic hysteresis.

동적 히스테리시스 루우프는 (3)식과 (9)식에 의하여 얻어지며 이 루우프의 포화곡선은 (3)식과 (7)식 그리고 손실부는 (3)식과 (8)식에 의하여 Fig. 4와 같다.

Fig. 4에서 a)는 포화부, b)는 손실부, c)는 히스테리시스 루우프를 보였다.

한 사이클 동안의 손실에너지 (16)식에 의하여 계산하기 위하여 전압 121.5[V]에서 계산한 보정계수 K는 0.431이고 몇 개의 전압 인가시의 측정된 손실 에너지를 계산한 Table 3에 보였다.

Table 3. Computed and measured energy loss per cycle

Voltage[V]	Energy loss[J]	Computed	Measured
82		0.062	0.067
101.5		0.101	0.107
121.5		0.167	0.167
140.5		0.283	0.263

이 Table 3에서 보는 바와 같이 실측치 에너지 손실과 계산치 에너지 손실의 계산치가 비교적 잘 일치하고 있다.

이상의 결과에서 보듯이 제안한 방법이 변압기의 자화특성을 근사적으로 해석하는 하나의 방법으로 적용할 수 있음을 알 수 있다.

IV. 결론

변압기나 비선형리액터의 동적 히스테리시스 루우프를 포화부와 손실부로 나누어 해석하였다. 해석을 위하여 실효치로 측정된 자료를 사용하여 포화부와 손실부를 각각 4개항의 다항식으로 근사화하고 다항식의 계수들을 결정하였다. 이 계수들을 사용하여 여자전류, 동적 히스테리시스 루우프, 그리고 손실 에너지를 계산하고 실측치와 비교하였다. 또한 손실 에너지를 계산하기 위해서 특정인가 전압에서의 보정계수를 도입하여 동적 히스테리시스 루우프의 근사화에 따른 오차를 보상하였다. 검토 결과 계산치와 실측치가 잘 일치하고 있으므로 제안한 방법이 변압기나 비

선형리액터의 자화특성 해석에 하나의 방법으로 활용
이 기대된다.

참고문헌

- [1] L. O. Chua and K. A. Stromsmoe. "Lumped-circuit models for nonlinear inductors exhibiting hysteresis loops." IEEE Trans. on Circuit Theory. Vol.CT-17. pp.564-574. 1970.
- [2] G. W. Swift. "Power transformer core behavior under transient conditions." IEEE Trans. on Pwr. App. Syst., Vol.PAS-90. pp.2206-2210. 1971.
- [3] S. Prusty and M. V. S. Rao. "A direct piece wise linearized approach to convert saturation characteristics to instantaneous saturation curve." IEEE Trans. on Magnetics. Vol.MAG-16. pp.156-160. 1980.
- [4] O. M. Ong. "Dynamic simulation of electric machinery." New jersey : Prentice Hall. pp.96-105. 1998.
- [5] C. K. Jwa. and C. M. Ong. "Method of predicting inrush currents in transformers." IEEE-IAS-M85 Annual meeting. pp.302-305. 1985.
- [6] C. Pérez-Rojas. "Fitting saturation and hysteresis via arctangent functions." IEEE Pwr. Engr Review. November. pp.55-57. 2000
- [7] L. O. Chua and S. C. Bass. "A generalized hysteresis model." IEEE trans. on Circuit Theory. Vol.CT-19. pp.36-48. 1972.
- [8] S. N. Talukdar and J. R. Bailey. "Hysteresis models for system studies." IEEE Trans. on Pwr. App. Syst., Vol.PAS-95. pp.1429-1434. 1976.
- [9] F. A. A. Zaher and A. I. Shobeir. "Analog simulation of the magnetic hysteresis." IEEE trans. on Pwr. App. Syst., Vol.PAS-102. pp.1235-1239. 1983
- [10] S. Prusty and M. V. S. Rao. "A novel approach for predetermination of magnetization characteristics transformers including hysteresis." IEEE Trans. on Magnetics. Vol.MAG-20. No.4. pp.607-612. 1984.