科學敎育
Journal of Science Education 16, 5-16, 1999

가속도가 없을 때의 쌍둥이 역설 고찰

강 정 우* · 강 창 완**

A Study on the Twin Paradox without the Acceleration

Jeong Woo Kang, Chang Wan Kang

Abstract

The students, who study the twin paradox in the special theory of relativity, usually think that a direct cause of twin's age difference is the acceleration.

Not considering the acceleration, but a case of using three person who are born simultaneously in one place, we could lead the three kind of notion of special theory of relativity, i.e., time dilation, length contraction and simultaneity and could explain a cause of twin's age difference.

In S′ system, when Ul and Byung, who are born simultaneously and in the distance far away L_0, travel for the same time in the state of unexperienced any acceleration, the age of Ul and Byung observed by an observer in S system that does uniform motion relative to S′ system is that Ul is gamma $\gamma v L_0/c^2$ older than that in S′ system and they are far from as gamma γL_0 as each other.

Using the Lorentz transformation the coordinates of two people belonging to one system that does uniform motion relative to an observer' system and simply comparing that results, we know could that the age difference of two people occurs.

From these results, we could conclude that the acceleration is not unique cause of the age difference. Also without applying general theory of relativity, the twin paradox could be easily understand.

I. 서 론

상대성이론(Theory of relativity)은 아인슈타인에 의하여 제창된 현대물리학의 중요한 이론으로 특수 상대성이론과 일반 상대성이론으로 이루어져 있다. 이들 중 특수 상대성이론은, 운동에 관한 갈릴레이-뉴튼의 상대성원리를 근본적으로 개혁하여, 서로 등속도로 운동하는 관측자에 대하여, 전자파의 이론을 포함한 모든 물리법칙이 같은 형식으로 기술되도록 정식화(定式化)되어 있다. 또 일반 상대성이론은, 중력을 관성력과 동등한 것으로 간주하는 입장에서, 일

* 제주대학교 사범대학 교수
** 제주대학교 사범대학 과학교육과

정한 가속도를 가진 관측자들에게도 상대성 원리가 성립하고, 물리법칙이 좌표계의 변환에 대하여 불변인 형식을 가지도록 체계화한 이론이다.[1]

이들 이론의 가장 근본적인 특징은, 관측자의 운동 상태에 관계없이 절대성을 가지고 있다고 생각해 온 지금까지의 시간·공간의 개념을 부정하고, 시간·공간이 각각 관측자에 대하여 상대적으로만 의미를 가진다고 생각한다는 점이다.

상대성이론은 양자론과 함께 20세기에서의 물리학의 혁명적 발견이라고 할 수 있다. 그러나 상대성이론을 학생들이 학습할 때는 많은 어려움을 겪는다. 상대성이론 개념의 학습이 일상적인 실험이나 경험, 또는 직관적인 사고에 의해 쉽게 이루어지지 않기 때문이다.

커리쉬(Y. Kirish)는 학생들이 상대성이론을 학습하는 데 어려움을 가지는 이유[2]에 대해 ① 상대성이론과 일상적인 경험과는 너무 다르고, ② 상대성이론 내용이 물리학 책의 뒷부분에 있으므로 상대성이론을 배우기에는 이미 지쳐 있으며, ③ 상대론적 관점은 세계관에 대한 중요한 변화를 요구하므로 어려울 뿐 아니라, ④ 상대론적 사고를 충분히 적용할 기회가 적기 때문이라고 하였다.

이러한 어려움을 줄이기 위한 방안으로서 커리쉬는 기존의 물리학 교재의 순서나 내용을 바꾸기보다는 가르칠 내용을 줄이고, 중요한 몇가지 방법을 중점적으로 사용하도록 하는 방법을 제안하였는데 예를 들면, 정역학이나 동역학에 있어서 반드시 로렌쯔 변환을 사용토록 하였다. 그리고 상대성이론 내용이 역사적인 순서로 전개되는 데에 대한 장점을 다음과 같이 강조하였다.

첫째, 상대성이론을 다른 물리학 내용과 연관지어 준다. 둘째, 새로운 개념에 대한 인지적인 동화를 할 수 있게 도와준다. 셋째, 간단한 실험을 통해 원리를 쉽게 설명할 수 있다. 넷째, 물리 개념이 어떻게 발전하여 왔는지, 옛 이론이 실험에 의해 반박되었을 때, 어떻게 새로운 이론이 등장하는지를 알 수 있다.

이와 같이 상대성이론 학습은 학생들의 사전개념 분석에 기초한 교수·학습 방법의 심층적 연구 뿐만 아니라 상대론적 시간, 공간, 질량 등의 개념을 연계해서 현실에 적용해 보고 학습할 수 있는 기회가 많이 제공되어야만 한다.

단순 이론 전개가 아니라 가상 현실에 상대성이론을 적용해서 상대론 효과를 알아보는 쌍둥이 역설(twin paradox)이란 상대성이론의 문제도 학생들은 이해하기 어려워한다. 이 문제를 간단하게 이해할 수 있으면 상대성이론 개념 정립에 많은 도움이 될 것이다. 그러므로 보다 쉽게 학습할 수 있는 새로운 방법이 요구된다고 하겠다.

쌍둥이 역설이라 불리우는 상대성이론의 유명한 문제는 2개의 완전히 꼭 같이 만든 시계에 관한 것이다. 시계의 하나는 지구에 남겨놓고, 다른 하나는 속도 v로 달리는 우주선에 실어 여행을 시킨 후 시간 t후에 지구에 되돌아왔다고 하였을 때의 문제이다. 보통은 시계 대신 일란성 쌍둥이 A, B로 대치시켜서 생각하기 때문에 쌍둥이 역설이라 부르게 된다.

쌍둥이 B는 태양계 밖의 행성에까지 고속으로 갔다왔고, 쌍둥이 A는 집에 있었다. 그들이 다시 만났을 때 누가 더 늙었을까? 아니면 둘다 나이가 같을까? 이 정답은 집에 머문 쌍둥이인 A가 더 나이가 들었다는 것이다. 이 문제는 비록 이 답에 동의하지 않는 사람은 극소수였으나 수십년 동안 극렬한 논쟁의 주제가 되어왔다.

이 문제는 역설이다. 왜냐하면 비슷한 구실을 한 쌍둥이가 나이가 같지 않는 결과를 낳게 되었기 때문이다. 즉, 집에 머문 쌍둥이 A가 나이들고

우주 여행한 쌍둥이 B가 젊어진 것은 특수 상대성이론에서의 시간팽창, 즉 쌍둥이 A가 보았을 때, 쌍둥이 B의 시계가 느리게 가는 것으로 보기 때문이다. 만일 어떤 사람이 쌍둥이 B의 입장에서 쌍둥이 A를 보았을 때, 쌍둥이 A의 시계가 느리게 가는 것으로도 볼 수 있어 쌍둥이 A가 더 어리다고 결론을 내릴 수 있다. 즉, 쌍둥이 B의 시각에서 시간팽창 요인에 의한 쌍둥이 역설이 나타난다.[3]

지금까지의 연구 결과에 의하면, 가속도가 쌍둥이들로 하여금 나이차가 생기도록 하는 원인인 것은 분명하다고 하겠다. 그러나 보근(S. P. Boughn)은 1989년에 동일한 가속도를 경험하는 쌍둥이들도 나이차가 발생한다는 연구결과[4]를 보고하였다. 따라서 쌍둥이 역설에서 가속도가 쌍둥이들로 하여금 나이차를 생기게 하는 원인들 중 하나는 될 수 있을지 몰라도 직접적인 원인이라고 할 수는 없다고 하겠다.

그러므로 가속도만이 쌍둥이들로 하여금 나이차를 생기게 하는 직접적인 원인이다라는 생각을 불식시키기 위해서 새로운 설명 방법을 도입해 보려고 한다. 새로 도입하려고 하는 설명 방법은 특수 상대성이론의 시간팽창과 길이 수축 그리고 동시성의 개념을 각기 다른 상황에서 하나씩 설명하기보다는 단 하나의 상황을 설정하여 이로부터 특수 상대성이론의 세 개념을 유도하는 방식이다.

따라서 본 연구의 목적은 모든 가속도를 배제한 다음 위와 같은 단 하나의 상황을 설정한 뒤, 어느 한 계에서 동시에 태어난 세 사람이 시공간 도형을 사용하지 않고 단지 간단한 로렌쯔 변환식만을 이용하여도 결국 그들이 나이차가 발생한다는 것을 보여줌으로써 쌍둥이 역설에서 나이차가 발생하는 주원인이 가속도가 아님을 증명하려는 것이다. 그럼으로써 "나이를 먹는 것에서의 비대칭은 실제로 어디에서 일어날까?" 그리고 "무엇 때문에 나이 차가 생기는가?" 라는 질문에 답하려고 한다.

본 논문의 구성은 II장에서 쌍둥이 역설에 관한 기존의 설명 방법과 선행 연구에 대해 알아본 후, III장에서 모든 가속도를 배제한 어느 한 계에서 동시에 태어난 세 사람의 생애를 간단한 로렌쯔 변환식만을 이용하여 비교하는 새로운 방식으로 쌍둥이 역설을 설명해 보려고 한다.

II. 쌍둥이 역설

쌍둥이 역설은 도대체 어떤 것이기에 학생들이 어려워하며, 1905년 아인슈타인이 특수 상대성이론에서 소개한 이후 관심과 논의의 대상이 되어 왔는지를 알아보겠다. 여기서는 쌍둥이 역설의 문제와 이에 관한 선행 연구에 대해서만 알아보려고 한다.

1. 쌍둥이 역설의 문제

일반적으로 널리 알려져 있는 쌍둥이 역설, 또는 시계 역설은 다음과 같다. 한 우주비행사가 갑과 을이란 이름을 가진 쌍둥이를 갖고 있다. 그는 갑을 집에 머물게 하고, 을을 광속도와 거의 가까운 속도 v로 운행하는 우주선에 타게 하여 행성 A까지 우주여행을 시킨 후 지구에 돌아오게 명령하였다. 을은 우주의 행성 A로 출발하여 오랜 세월 끝에 지구로 돌아왔다. 그러나 그를 맞이한 갑은 백발노인의 되어 허리가 구부러져 있었지만 우주여행을 갔다온 을은 그대로의 청년다운 모습을 하고 있었다. 동일한 년, 월, 일에 같이 태어난 쌍둥이인데 이렇게 나이 차이가 날 수 있을까? 하는 문제이다.

오랜 세월 동안(x년)에 갑은 T_M만큼 나이를 먹고, 을은 T_K만큼 나이를 먹었다고 하면, 특수 상대성이론의 시간팽창에 관한 식에 의해

$$T_K = T_M\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

이 되고, 다시

$$T_M = T_K/\sqrt{1 - v^2/c^2} \quad T_K < T_M$$

과 같이 된다.

특수 상대성이론에 의하면, 우주선내의 을의 운동은 상대적인 것이어서 그 효과도 상대적이어야 한다. 즉, 운동하는 계의 시간은 정지한 계의 시간보다 천천히 흐른다. 갑과 을이 동시에 태어난 쌍둥이일지라도 갑의 입장에서 보면 을이 운동하는 계이므로 을이 더 젊은 상태일 것이고, 을의 입장에서 보면 갑이 운동하는 계이므로 갑이 더 젊은 상태이어야 한다. 그런데, 두 결론은 모순된다. 이것을 쌍둥이 역설이라고 한다.

이 역설을 해결하는 길은 두 쌍둥이의 삶 사이의 비대칭성을 파악하는데 있다. 갑은 항상 동일한 관성계에 있다. 그러므로 갑은 을이 우주여행하는 전 기간동안 을에 대해 시간팽창 공식을 적용할 수 있다. 그러나 을은 우주여행 중 일정한 상대속도로만 운동할 수는 없었을 것이다. 을은 여러 순간에 가속, 감속을 하여야 했을 것이다. 방향도 바꿔야 하고 지구에 접근하여야 할 때 등도 감속해야 한다. 그러므로 을은 우주여행 중 계속해서 동일한 관성계에 머물러 있는 것이 아니다. 이 때문에 시간팽창공식을 적용할 수 있는 것은 지구에서부터 밖으로 여행하는 동안뿐이다. 따라서 을이 나이를 덜 먹는다는 것은 틀림없다.

"쌍둥이 역설"은 1905년 아인슈타인의 특수 상대성이론에서 소개된 후 많은 관심과 논의가 있어 왔다. 그렇지만, 지금까지도 쌍둥이 역설은 학생들로 하여금 왜 가속을 받은 쌍둥이가 나이를 적게 먹는가? 그리고 "언제", "어디서" 나이차가 발생하는가? "언제" 집에 남아 있는 쌍둥이가 그 여분의 나이를 더 먹게 되는가에 대한 의문을 갖고, 개념 정립에 혼란을 겪고 있다.

그런데 위와 같은 쌍둥이 역설에 대해 특수 상대성이론을 학습한 학생들은 쌍둥이 B는 쌍둥이 A가 경험하지 못하는 우주선으로 지구를 출발할 때의 가속도와 지구로 되돌아오기 위해 방향을 전환할 때의 가속도, 그리고 지구에 도착할 때의 가속도 등 세가지의 가속도를 갖기 때문에 쌍둥이들이 비대칭적으로 나이를 먹는 원인은 가속도 때문이라는 생각을 가질 수 있다. 즉, 가속도가 나이 차를 생기게 하는 직접적인 원인이라고 생각한다.[5] 여기에는 중요한 모순점이 존재한다. 왜냐하면 서로 등속도직선운동을 할 때에만 성립하는 특수 상대성이론의 공식은 가속도를 받는 쌍둥이 역설의 경우에는 적용할 수 없다. 따라서 일반 상대성이론을 써야 한다. 그런데 일반 상대성이론의 제2가정인 등가원리에 의하면 계가 큰 가속도를 받을 때와 큰 중력장의 힘을 받을 때와는 모든 물리효과가 동일하도록 되어 있다. 그런데 큰 중력장에서는 시계는 천천히 진행하였었다(지구의 중력장은 우주선의 속도를 정지상태에서 광속 가까이까지 가속시키는데 필요한 중력장에 비하면 완전히 무시할 수 있을 정도로 작다). 따라서 우주 여행을 하고 돌아온 A쪽이 더 젊게 된다. 이와 같이 일반 상대성이론을 적용하면 쌍둥이 역설은 설명되어진다.

그럼에도 불구하고 문제가 되는 이유는 학생들이 일반 상대성이론을 접하기 전에 특수 상대성이론만을 학습한 상태에서 쌍둥이 역설을 배운다. 그리고 대부분의 일반물리학과 현대물리학 교재가 특수 상대성이론을 소개하는 도중에 쌍둥이 역설을 설명하고 있으며, 특수 상대성이론의 시간

팽창 개념으로만 쌍둥이 역설을 설명하는 전통적인 방법을 사용하고 있기 때문이다.[6~10]

2. 쌍둥이 역설에 대한 선행연구

아인슈타인의 특수 상대성이론에서 소개한 후 많은 관심과 논의의 대상이 되어온 쌍둥이 역설에 대해 란게빈(P. Langevin)은 1911년에 공간과 시간에 관한 연구[11]에서, 우주 여행자와 지구에 머무르는 관측자간에는 공간과 시간을 통한 경로 사이의 대칭성이 결핍되었다고 주장했다. 란게빈이 주장한 쌍둥이 역설에 대한 두 가지 비대칭 중 첫 번째는 우주 여행자와 지구의 관측자가 무선 신호를 이용하여 각자의 여정을 추적하게 될 때 나타나는 그들의 경험 사이의 차이에 있으며, 두 번째는 우주 여행자가 지구로 귀환하기 위해서 반드시 견디어야 하는 가속의 문제이다.

1990년대까지 란게빈이 주장한 두 비대칭성에 의해 제안된 형태에 따라 많은 연구들이 진행되어 왔다. 이런 연구들은 동시성의 다양한 형태와 그 효과에 주목하는 그룹과 나이차가 발생하는 주요 원인으로 가속도를 지적하는 그룹으로 구분되어 진다.[12]

상대론적 동시성에 기초하여 쌍둥이의 나이차가 발생하는 원인을 설명하는 방법 중 대표적인 것은 란게빈에 의해 제안된 무선신호 접근법(ratio signal approach)이다. 무선신호 접근법은 우주여행하는 쌍둥이가 우주여행 동안 지구로 신호를 보낸 후 방향을 전환한 이후에 첫번째 신호가 보내는 순간에서 지구에 머무르는 관측자는 상대론적 도플러 효과에 의해 먼저 더 느린 일단의 펄스와 나중에 더 빠른 또 다른 일단의 펄스를 받게 된다. 만약 이때 우주선에 탄 관측자가 지구에 머무르는 관측자를 보게 된다면 그는 지구에 머무르는 사람의 나이가 처음에는 느려지다가 나중에 가서는 속도가 빨라지는 것을 보게 되리라는 결론을 내릴 수 있다. 이 무선신호 접근법은 모두 외재적 또는 내재적으로 가속의 역할을 고려치 않고 있다. 따라서 이 방법은 여행의 과정 동안, 지구의 고정된 시계와 여행하고 있는 시계로 측정된 고유시간이 서로에 대해서 어떻게 변화하는지를 말해준다.[13]

이러한 동시성에 기초하여 쌍둥이 역설을 설명하는 방법들은 대부분 그림 1.과 같은 민코스키(Minkowsky)의 시간-공간 개념과 동시성의 관계 및 기하학적인 동시성의 개념을 사용하고 있다.

1996년에 뎁스(Talal A. Debs)와 레드헤드(Michael L. G. Redhead)의 연구[4] 및 웨스(Michael Weiss)의 연구[5], 그리고 1989년 이돈우의 연구[6]들은 이러한 설명 방법을 사용하고 있다.

그림 2.는 이돈우의 연구 "시·공간 도형을 이용한 특수 상대론 교재"에서 쌍둥이 역설을 설명하면서 사용한 시공간 도형[7]이다. 그림에서 보는 바와 같이 ct축과 ct′ 축의 눈금 간격이 같지 않음에 착안하여 두 축을 물리적으로 연관시켜주는 눈금보정계수[17] $\lambda(=\sqrt{1+u^2/c^2}/\sqrt{1-u^2/c^2}$; ct 축에서의 단위시간을 나타내는 길이를 e, ct′ 축에서 단위시간을 나타내는 길이를 e′ 라 할 때, $e'/e=\lambda$)을 이용하여 쌍둥이 역설을 설명하였다.

그림2.에서 쌍둥이 A, B가 지상에 있을 때, A는 계속 지상에 있고, B는 υ의 빠른 속도로 지상에서 S만큼 떨어진 곳을 갔다 왔을 때, 지상의 A의 시·공간 경로는 O→A→R이고, 여행자인 B의 시공간에서의 경로는 O→B→R이다. 이때, 지상에서 경과한 시간을 T_A, 우주선에서 경과한 시간을 T_B라 할 때, $\overline{OA}$ 경로 동안 경과

시간은 $T_A/2$이고 $\overline{OB}$ 경로 동안 경과한 시간은 $T_B/2$이다. 눈금보정계수 λ를 이용했을 때,

$\overline{OA} = T_A/2$이면, $\overline{OB} = T_B \cdot \lambda/2$이 되어,

$$\overline{OB}/\overline{OA} = (T_B \cdot \lambda/2)/(T_A/2) = 1/\cos\theta$$

따라서, $T_B = T_A/\lambda \cdot 1/\cos\theta = T_A\sqrt{1-(u^2/c^2)}$로 된다. 즉, $T_B < T_A$이다.

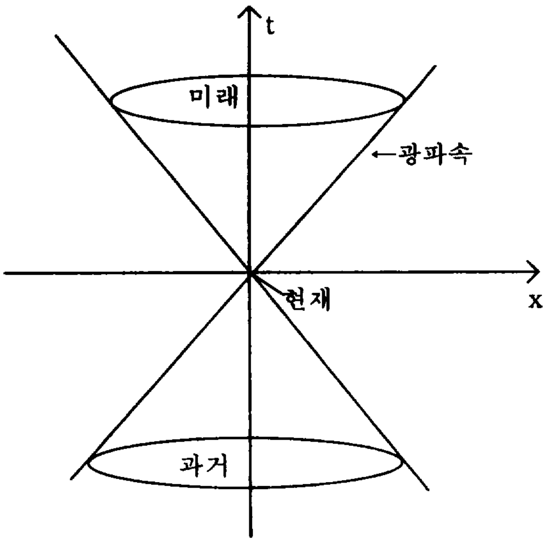

그림 1. Minkowsky의 시공간 도형

여기서 도형상 거리는 O→A→R이 최단거리로 보이지만 실제 경과 시간은 O→B→R이 더 짧음을 알 수 있다. 즉, 여행을 갔다온 B가 실제로 나이를 덜 먹게 되는 것이므로 쌍둥이 역설이 없음을 설명하고 있다.

가속도를 이용하여 쌍둥이 역설을 설명하는 연구들은 가속도가 쌍둥이들의 차별적 노화의 원인이 아님을 설명하고 있다. 즉, 1997년에 그루버(Ronald P. Gruber)와 프리스(Richard H. Price)[18]는 주기운동을 하는 우주선을 이용하여 시간팽창과 가속도가 독립적으로 선택되어질 수 있음을 보여주었다. 또한 1996년의 프리스(Richard H. Price)와 그루버(Ronald P. Gruber)의 연구[19]와 1989년 보근(S. P. Boughn)의 연구[20]는 동일한 가속도를 경험한 쌍둥이 Jane와 Dick이 차별적 노화를 경험하는 것을 설명함으로써, 나이차가 생기는 원인은 가속도 때문이 아님을 보여주었다.

다시 말해, 보근의 연구결과에 의하면 Jane가 Dick의 우주선보다 x_0의 거리만큼 오른쪽으로 떨어진 동일한 우주선을 타고 같은 양의 연료를 공급받아 동일하게 오른쪽으로 가속을 받은 후 새로운 관성계에 도착했을 때, Jane와 Dick의 나이는 $t'_D = \gamma(t_D - vx_D/c^2)$, $t'_J = \gamma(t_J - vx_J/c^2)$이 된다. 여기서 밑의 첨자 D, J는 각각 Dick과 Jane의 생일을 의미한다. 즉, t_D, t_J는 Dick과 Jane의 생일로 처음 관성계에서 동시에 발생한

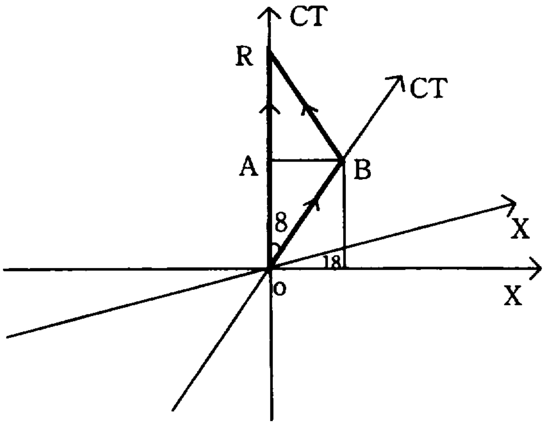

그림 2. 쌍둥이 역설을 설명하는 시공간 도형[17]

사건이다. 따라서 두 쌍둥이의 나이차를 계산하면 $t'_D - t'_J = \gamma[(t_D - t_J) - v(x_D - x_J)/c^2] = \gamma v x_0/c^2$이 되어 쌍둥이들이 여행을 끝냈을 경우 Jane가 Dick보다 $\gamma v x_0/c^2$만큼 더 나이가 많다는 것을 보여줌으로서 쌍둥이들이 차별적 노화의 원인은 가속도가 아님을 보여주고 있다.

III. 동시에 태어난 세 사람의 나이 비교

일반적으로 쌍둥이는 같은 날, 같은 시각에 같은 부모 밑에서 태어난 사람을 말한다. 그런데 쌍둥이는 아니지만 세 사람이 같은 시각에 동시에 태어난 경우를 생각해 볼 수 있다. 그러므로 여기서는 좀 더 특별한 경우로 어떠한 가속도도 없는 어느 한 계에서 동시에 태어난 세 사람의 출생과 사망, 즉 세 사람의 생애와 임의의 시점에서 나이차를 비교하는 방법을 이용하여 쌍둥이 역설을 일반 상대성이론을 적용하지 않고 특수 상대성이론만을 적용하여 설명해 보겠다.

로렌쯔 좌표변환식를 적용할 수 있도록 하기 위하여 관성계의 좌표축을 일치시킨 두 개의 관성계인 S와 S′을 그림 3.과 같이 설정하겠다.

그림 3.에서와 같이 관성계 S′계는 S계에 대하여 x축을 따라 일정한 속도v로 운동하고 있다. 그리고 두 계의 관성계 S와 S′을 각각 지구에 고정된 관성계와 움직이는 우주선에 고정된 관성계라고 가정한다.

S′계의 관측자(우주선)가 시간 $t=t'=0$ 에서 세 사람, 즉 지구에 고정된 관성계 S에서 갑, 우주선에 고정된 관성계 S′계에서 을과 병이 동시에 출생한 것을 관측했으며, 갑과 병은 원점에서 출생하고 을은 $x'=L_0$인 지점에서 출생했다고 가정해서 갑, 을, 병 세 사람은 자신의 계에서 τ_0을 산다고 가정한다. 즉 갑은 평생 τ_0동안을 S계에 대하여 정지 상태에 있다고 하고, 을과 병은 우주선에서 나서, 우주선에 계속 머물러 S′계에 대하여 정지 상태에 있다고 하면, S′계에 의하면 을과 병도 τ_0년을 산다.

로렌쯔 변환식과 로렌쯔 역변환식은 어떤 사건의 시공간 좌표와 두 관성계 S와 S′에서 측정한 값들 사이의 관계를 나타내 준다. 이 식들을 이용하여 S와 S′계에서의 일어나는 세 사람의 출생과 사망, 그리고 어느 임의의 시점에서의 세 사람의 나이차를 계산해서 차별적 노화가 일어나고 있음을 증명해 보겠다.

그런데 만일 한 관성계에서 관측한 사건의 시공간 좌표를 알 수 있다면, 같은 사건에 대한 다른 관성계에서의 좌표를 로렌쯔 변환식과 로렌쯔 역변환식으로부터 얻을 수 있다. 따라서 세 사람의 출생과 사망의 장소와 시간을 표현하기 위하여 시공간좌표 S(x,t)와 S′(x',t')을 도입하기로 한다.

위의 주어진 조건에 의하여 갑은 S′계에서 출생과 S계에서의 사망좌표가 주어지고, 을과 병은 S′계에서의 출생과 사망좌표가 주어진다. 따라서 나머지 좌표들, 즉 갑의 S계에서의 출생좌표와 S′계에서의 사망 좌표, 을과 병의 S계에서의 출생과 사망 좌표만 산출해내면 될 것이다.

갑, 을, 병의 출생과 사망 좌표를 구해 그들의 생애를 고찰하면 다음과 같다.

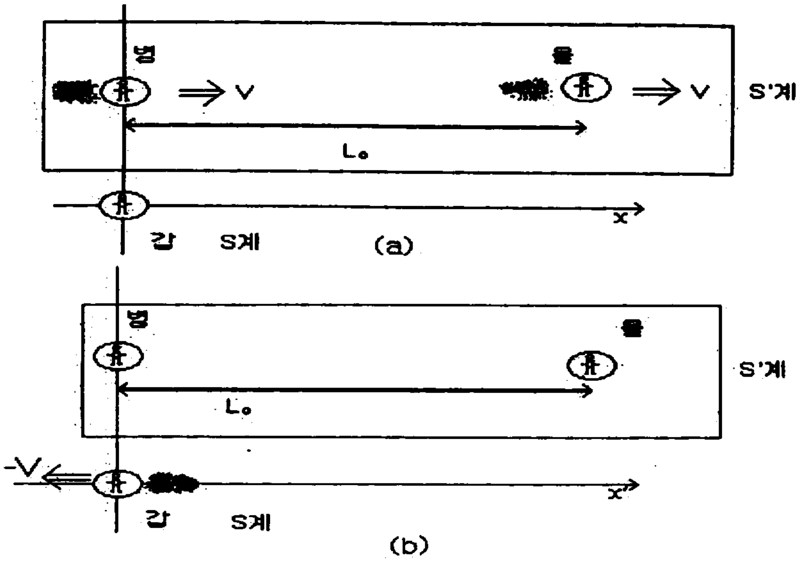

그림 3. 지구계(S계)에 대해서 일정한 속도 v로 움직이는 우주선계(S' 계) 에서 동시에 태어난 갑, 을, 병. 그림(a)는 갑의 입장에서 본 을과 병의 운동, 그림(b)는 을과 병의 입장에서 본 갑의 운동

1. 갑의 생애

우주선의 속한 계 S' 에 정지한 관측자는 갑의 출생지와 출생시간을

$$x' = 0, \qquad t' = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots (\text{III}-1)$$

이라고 기록할 것이다. S계, 즉 지구에 정지한 관측자는 갑의 출생장소와 출생시간을 로렌쯔 역변환식에 식 (Ⅲ－1)을 대입하면 구할 수 있으므로 다음과 같이 기록할 것이다.

$$x = \gamma(x' + vt') = 0$$
$$t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right) = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots (\text{III}-2)$$

이와 같은 결과는 연구자의 설명 방법의 가정에서 원점이 일치한다고 하였으므로 당연한 것이다.

S계의 관측자에 의하면, 갑은 자신의 계에서 τ_0년을 산다고 하였으므로 S계에서의 갑의 사망은

$$x = 0, \qquad t = \tau_0 \cdots\cdots\cdots (\text{III}-3)$$

에 일어난다. 따라서 S' 계의 관측자에게 갑의 사망은 로렌쯔 변환식에 의하여,

$$x' = \gamma(x - vt) = -\gamma v\tau_0$$
$$t' = \gamma(t - vx/c^2) = \gamma\tau_0 \qquad \cdots\cdots (\text{III}-4)$$

에서 일어난다. 여기서 γ는 로렌쯔 계수로 $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v/c$ 이다.

그러므로 S계에서 갑은 $x=0$, $t=0$에서 태어나 $x=0$, $t=\tau_0$에서 사망하므로 자신의 계에서는 τ_0년을 살게 된다. 그러나 S' 계, 즉 을과 병이 바라보는 갑의 생애는 $x'=0$, $t'=0$에서 태어나서 $x' = -\gamma v\tau_0$, $t' = \gamma\tau_0$에서 사망하게 된다. 이와 같이 을과 병의 입장에서 보았을 때 갑의 생애는 $\gamma\tau_0$년을 사는 것으로 관측되어진다. 이것은 특수 상대성이론에서의 시간팽창 효과이다.

2. 을의 생애

S' 계의 관측자에게 을의 출생은 $t'=0$, $x'=L_0$ 에서 일어난다. 이것을 S계에의 관측자가 보았을 때, 을의 출생은 로렌쯔 역변환식에 의하여

$$x = \gamma(x'+vt') = \gamma L_0 \quad \cdots\cdots (\text{III}-5)$$
$$t = \gamma(t'+vx'/c^2) = \gamma vL_0/c^2$$

에 일어난다. 또한, 을의 사망은 자신의 계, 즉 S' 계에서 τ_0년을 산다고 하였으므로 $t'=\tau_0$, $x'=L_0$에 사건이 발생한다.

그리고 S계의 관측자에게는 을의 사망이

$$x = \gamma(x'+vt') = \gamma(L_0+v\tau_0) \quad \cdots (\text{III}-6)$$
$$t = \gamma(t'+vx'/c^2) = \gamma(\tau_0+vL_0/c^2)$$

에서 일어난다.

그러므로 S' 계에서는 을은 $x'=L_0$, $t'=0$에서 태어나 $x'=L_0$, $t'=\tau_0$에서 사망하므로 자신의 계에서는 τ_0년을 살게 된다. 그러나 S계, 즉 갑이 바라보는 을의 생애는 $x=\gamma L_0$, $t=\gamma vL_0/c^2$ 에서 태어나서 $x=\gamma(L_0+v\tau_0)$, $t=\gamma(\tau_0+vL_0/c^2)$ 에서 사망하게 된다.

이와 같이 갑의 입장에서 본 을의 생애는 $\gamma\tau_0$년을 사는 것으로 관측되어진다. 이것은 갑의 생애에서 설명하였던 것과 마찬가지로 특수 상대성이론에서의 시간팽창 효과이다.

3. 병의 생애

병의 출생은 S' 계에의 관측자에게는 $x'=0$, $t'=0$에서 일어난다. 이것을 S계의 관측자(갑)가 보았을 때, 병의 출생은 로렌쯔 역변환식에 의하여

$$x = \gamma(x'+vt') = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\text{III}-7)$$
$$t = \gamma(t'+vx'/c^2) = 0$$

에서 발생한다. 병은 자신의 계에서 τ_0년을 산다고 하였으므로, S' 계에서 병의 사망은 $x'=0$, $t'=\tau_0$에서 발생한다. 그리고 S계의 관측자인 갑에게는 병의 사망이

$$x = \gamma(x'+vt') = \gamma v\tau_0 \quad \cdots\cdots (\text{III}-8)$$
$$t = \gamma(t'+vx'/c^2) = \gamma\tau_0$$

에서 일어난다.

그러므로 S' 계에서는 병은 $x'=0$, $t'=0$에서 태어나 $x'=0$, $t'=\tau_0$에서 사망하므로 자신의 계에서는 τ_0년을 살게 된다. 그러나 S계, 즉 갑이 볼 때 병의 생애는 $x=0$, $t=0$ 에서 태어나서 $x=\gamma v\tau_0$, $t=\gamma\tau_0$에서 죽음을 맞이한다.

이와같이 갑의 입장에서 병의 생애는 $\gamma\tau_0$년을 사는 것으로 관측되어진다. 이것도 마찬가지로 특수 상대성이론에서의 시간팽창 효과이다.

지금까지 고찰한 갑, 을, 병 세사람의 생애를 요약하면 표 1.과 같다.

표 1.을 보는 바와 같이 S' 계에 대해서 정지해 있는 관측자에게 갑의 생존기간은 $\gamma\tau_0$년을 사는 것처럼 보인다. 마찬가지로 S계에 대해서 정지해 있는 관측자에게 을과 병도 $\gamma\tau_0$년을 사는 것으로 관측되어 을과 병의 생존기간은 같다. 이것은 특수 상대성이론에서 나타낸 시간팽창 현상이다.

표 1. 갑, 을, 병 세 사람의 출생 및 사망 좌표

사 건	시공간 좌표	
	S(x, t)	S'(x', t')
갑의 출생	(0, 0)	(0,0)
을의 출생	(γL_0, $\gamma vL_0/c^2$)	(L_0, 0)
병의 출생	(0,0)	(0,0)
갑의 사망	(0, τ_0)	($-\gamma v\tau_0$, $\gamma\tau_0$)
을의 사망	($\gamma(L_0+v\tau_0)$, $\gamma(\tau_0+vL_0/c^2)$)	(L_0, τ_0)
병의 사망	($\gamma v\tau_0$, $\gamma\tau_0$)	(0, τ_0)

뿐만 아니라, S′ 계에서 동시에 갑, 을, 병 세 사람이 태어났다고 가정하였지만, S계에서는 을과 병이 $\gamma vL_0/c^2$의 시간 간격을 두고 출생한 것으로 관측되어졌다. 이것은 바로 특수 상대성 이론에서, 한 계에서 동시에 일어난 사건이 반드시 다른 계에서도 동시에 일어나는 것은 아니다라는 동시성의 상대성을 나타낸다.

4. 임의의 순간에서 나이차 비교

을과 병이 우주선을 타고 여행하는 도중 임의의 순간에 병이 S계에 대해서 정지해 있는 관측자를 지나친다고 할 때, S계의 관측자는 을과 병의 나이와 위치를 어떻게 관측할까? 이점에 대해서 알아보겠다.

을과 병은 S′ 계에 대해서 정지해 있지만 임의의 순간에 S계의 관측자에게 측정되어지는 나이와 위치는 로렌쯔 역변환식에 의하면 다음과 같다.

$$t_{을} = \gamma(t_{을}' + vx_{을}'/c^2) \quad \cdots\cdots (\text{III}-9)$$

$$x_{을} = \gamma(x_{을}' + vt_{을}') \quad \cdots\cdots (\text{III}-10)$$

$$t_{병} = \gamma(t_{병}' + vx_{병}'/c^2) \quad \cdots\cdots (\text{III}-11)$$

$$x_{병} = \gamma(x_{병}' + vt_{병}') \quad \cdots\cdots (\text{III}-12)$$

따라서 임의의 순간에 S계의 관측자에게 측정되어지는 을과 병의 나이차와 거리차는 다음과 같다.

$$t_{을} - t_{병} = \gamma[(t_{을}' - t_{병}') + v(x_{을}' - x_{병}')/c^2) \quad \cdots\cdots (\text{III}-13)$$

$$x_{을} - x_{병} = \gamma[(x_{을}' - x_{병}') + v(t_{을}' - t_{병}')] \quad \cdots\cdots (\text{III}-14)$$

여기서 $t_{을}'$, $t_{병}'$, $x_{을}'$, $x_{병}'$은 각각 S′ 계에서의 을과 병의 나이와 위치좌표이다. 그런데 우주선계 S′ 에서는 $t_{을}' - t_{병}' = 0$이고, $x_{을}' - x_{병}' = L_0$이므로 식(III−13), (III−14)는 다음과 같이 나타내어진다.

$$t_{을} - t_{병} = \gamma vL_0/c^2, \quad x_{을} - x_{병} = \gamma L_0 \quad \cdots\cdots (\text{III}-15)$$

식 (III−15)에 따르면 S계의 관측자에게는 을의 나이가 병의 나이보다 $\gamma vL_0/c^2$만큼 많고, 을과 병의 거리차는 γL_0라는 것을 보여준다.

이상의 결과들은 어쩌면 역설적으로 보일지도 모른다. 그러나 을과 병은 S계에 대해서 어떠한 가속도 없이 S′ 계에서 동일한 시간 동안 있었지만, 지구계(S계)에 대해서 정지해 있는 관측자에게는 나이가 다르게 관측되었다. 그러므로 여기에는 어떠한 역설도 없다. 왜냐하면, 을과 병의 상황이 정확히 동일한 것이 아니기 때문이다. S계에 대해서 일정한 속도 v로 움직이고 있는 S′ 계에서, 그리고 을은 병보다 L_0만큼 떨어진 곳에서 여행을 했기 때문이다. 또한 S′ 계에서 동시에 발생하는 사건이 S′ 계에서는 동시에 발생하지 않는다. 이러한 이유로 인해 S계의 관측자에게 을과 병의 나이가 다르게 관측되어지는 것이다.

다시 말하면, 이것은 을과 병이 서로에 대해서 쌍둥이 역설의 전통적인 방법처럼 속도가 증가하거나 감소한다든지 또는 서로에 대해서 방향 전환 같은 어떠한 가속도를 경험하지도 않았지만, 그들은 서로에 대해서 나이차가 생기는 것을 경험할 수 있다는 것을 나타내고 있다. 이것은 가속도가 쌍둥이들에게서 나이차가 생기는 직접적인 원인이 아님을 보여준다고 하겠다.

이와 같은 결과는 프리스(Richard H. Price)와 그루버(Ronald P. Gruber)의 연구[19] 및 보근(S. P. Boughn)의 연구[20]에서, 동일한 가속도를 경험한 쌍둥이 Jane와 Dick에게 발생하는 나이차와 같은 것이다. 그러나 이들 연구와의 중요한 차이점은, 동일한 가속도를 경험하게 한 보근의 설명 방법과는 달리 본 연구는 가

속도가 없을 때의 쌍둥이 역설 설명이다.

즉, 본 연구자가 제안하는 방식은 가속도가 전혀 없고 단순히 정지해 있는 관측자의 시공간 좌표와 자신의 계에 대해서 등속운동하고 있는 한 계에 속한 두 사람의 시공간 좌표 중에서, 임의의 한 순간의 좌표를 로렌쯔 변환식에 의하여 단순비교하는 것만으로도 두 사람의 나이차가 발생한다는 것을 보여줄 수 있는 설명 방법이다.

지금까지 고찰해 본 것과 같이 쌍둥이 역설을 학습함에 있어서 쌍둥이의 나이차가 생기는 원인은 전통적인 설명 방법에서 처럼 가속도가 직접적인 원인일 수도 있다. 그러나 이 방법은 일반 상대성이론까지 적용시켜야만 한다. 그렇지만, 로렌쯔 변환식에 의해 좌표를 비교하는 본 연구 결과를 적용할 때는 가속도가 없더라도 즉, 특수 상대성이론만을 적용하여 쌍둥이 역설을 시간팽창과 길이수축 그리고 동시성의 개념에 의해서 간단하게 설명할 수 있다.

Ⅳ. 결 론

일반적으로 소개되어지는 쌍둥이 역설에서 여행하는 쌍둥이는 가속이나 감속, 그리고 방향전환 같은 지구에 머물러 있는 쌍둥이가 경험하지 못하는 삶을 경험하게 된다. 이 것 때문에 쌍둥이 역설을 학습하는 학생들은 가속도가 쌍둥이들로 하여금 나이차를 발생시키는 직접적인 원인이라고 생각한다. 그러나 본 연구에서는 한 계에서 동시에 태어난 세 사람의 경우를 이용하여 하나의 상황을 설정한 뒤 이로부터 특수 상대성이론의 세 개념을 이끌어 내었다. 그리고 간단한 로렌쯔 변환에 의하여 가속도가 없어도 세 사람이 나이차가 생기는 것을 보여줌으로서 가속도가 없어도 나이차가 발생함을 설명할 수 있었다. 이를 요약하면 다음과 같다.

첫째, 지구에 고정된 계인 S계에 대해서 상대적으로 등속도 v로 움직이고 있는 S′ 계에서 관찰했을 때 동시에 태어난 S계의 갑, S′ 계의 을과 병은 각각 자신의 속한 계에서 τ_0년의 삶을 영위하나 상대방의 계에서 보았을 때는 각각 $\gamma\tau_0$년의 삶을 사는 것으로 관측된다. 이것은 특수 상대성이론의 시간팽창 현상으로 설명될 수 있다.

둘째, S′ 계에서 L_0만큼 떨어진 거리에서 동시에 태어난 을과 병이 어떠한 가속도도 경험하지 않은 상태에서 같은 시간동안 여행하고 있을 때, S계에의 관측자에 의해 관측되는 을과 병의 나이와 위치는 을이 병보다 $\gamma vL_0/c^2$보다 나이가 많고, 그들은 서로 γL_0의 거리만큼 떨어진 것으로 관측된다. 이러한 현상은 가속도가 전혀 없이 단순히 정지해 있는 관측자가 자신의 계에 대해서 등속운동하고 있는 한 계에 속한 두 사람의 어느 한 순간의 좌표를 로렌쯔 변환식에 의하여 단순 비교하는 것만으로도 두 사람의 나이차가 발생한다는 것을 보여줄 수 있다. 다시 말해 가속도가 쌍둥이들에게서 나이차가 생기는 직접적인 원인이 아님을 보여주고 있다.

셋째, 동일한 가속도를 경험한 쌍둥이들 경우에 관한 선행 연구와 본 연구에서 어떠한 가속도도 없이 단순히 로렌쯔 변환에 의한 좌표를 비교하는 것만으로도 나이차가 발생한다는 사실에 근거하여 볼 때, 가속도가 쌍둥이들로 하여금 나이차가 생기도록 하는 한 원인은 될 수 있을 것이다. 그러나 가속도만이 나이차를 발생시키는 유일한 원인은 아니라는 것을 알 수 있다.

그러므로 어디에서 나이차가 발생하고, 무엇이 두사람으로 하여금 나이차가 생기도록 만드

는 것일까? 라는 질문은 아무런 의미가 없다. 단지 나이차는 여행하는 전과정에서 발생하고 가속도가 없어도 나이차는 생길 수 있다라는 것이다.

따라서 쌍둥이 역설을 학습함에 있어서 쌍둥이의 나이차가 생기는 것은 가속도가 직접적인 원인이라고 생각하기 전에 쌍둥이 역설은 시간 팽창과 길이수축의 한 현상이라고 이해하는 것이 상대론 개념 학습에 도움이 될 것이다.

참 고 문 헌

1. 동아원색세계대백과사전 17권, 동아출판사, pp.312~313 (1987)
2. 박종원 ; 상대론 기초 개념 변화에 있어서 초인지의 역할, 서울대학교 대학원, pp.22~23 (1991)
3. S. P. Boughn ; The case of the identically accelerated twins, Am. J. Phys. 57(9), pp.791~792 (1989. 9)
4. S. P. Boughn ; The case of the identically accelerated twins, Am. J. Phys. 57(9), p.792 (1989. 9)
5. Ronald P. Gruber, Richard H. Price ; Zero time dilation in an accelerating rocket, Am. J. Phys. 65(10), p.979 (1997.10)
6. Wolfgang Rindler ; Introductions Special Relativity, Clarendon Press · Oxford, pp. 34~35 (1981)
7. Arthur Beiser 원저 ; 현대물리학 제4판, 희중당, pp.15~17 (1996)
8. 조경철 ; 현대물리학, 이우출판사, pp.88~89 (1984)
9. 유종인 외 8인 공역 ; Tipler 현대물리학, 삼아사, pp.37~40 (1986)
10. 김태만 외 6인 편저 ; 일반물리학, 형설출판사, pp.170~171 (1984)
11. P. Langevin ; L'Evolution de l'Espace et du Temps, Scientia 10, pp.31~54 (1911)
12. Talal A. Debs and Michael L. G. Redhead ; The twin "paradox" and the conventionality of simultaneity, Am. J. Phys. 64(4), pp.384 (1996)
13. Talal A. Debs and Michael L. G. Redhead ; The twin "paradox" and the conventionality of simultaneity, Am. J. Phys. 64(4), p.385 (1996)
14. Talal A. Debs and Michael L. G. Redhead ; The twin "paradox" and the conventionality of simultaneity, Am. J. Phys. 64(4), pp.384~385 (1996)
15. Michael Weiss ; The twin paradox, http://www1.iastate.edu/~physics/scis/fag/twin-paradox.html
16. 이돈우 ; 시공간 도형을 이용한 특수상대론 교재, 서울대학교 대학원 (1989)
17. 이돈우 ; 시공간 도형을 이용한 특수상대론 교재, 서울대학교 대학원, pp.7~8, pp.13~14 (1989)
18. Ronald P. Gruber, Richard H. Price ; Zero time dilation in an accelerating rocket, Am. J. Phys. 65(10), pp.979~980 (1997.10)
19. Richard H. Price, Ronald P. Gruber ; Paradoxical twins and special relatives, Am. J. Phys. 64(8), pp.1006~1008 (1996. 8)
20. S. P. Boughn ; The case of the identically accelerated twins, Am. J. Phys. 57(9), pp.791~793 (1989. 9)