

## 낮은 Pr수를 갖는 순수 물질에서의 진동대류에 관한 수치 해석

이 동 원\* · 현 명 태\* · 홍 남 호\*\*

### Numerical Study on Oscillatory Convection in a Pure Substance with a Low Prandtl Numbers

Dong-Won Lee\*, Myung-Taek Hyun\* and Nam-Ho Hong\*\*

#### ABSTRACT

Numerical study was investigated to the transient natural convection in a square cavity. The cavity is filled with the pure substance of a low Prandtl number and the vertical walls are constantly maintained different temperature, while the horizontal boundaries are adiabatic. A control volume approach with a central difference scheme is used to formulate the finite difference equations. The results were presented transient Nusselt number, stream function and temperature distribution. It was found that the flow pattern and heat transfer exhibit time-periodic oscillation at various conditions. The average Nusselt number, the amplitude and the frequency of oscillation increases as the Rayleigh number is increased. The increment of Prandtl number makes that the amplitude and the frequency of oscillation reduced, and average Nusselt number increased.

**Key words** : Oscillatory convection, Transient Nusselt number

#### 기 호

A : aspect ratio = H/L  
f : dimensionless frequency =  $1/\tau$

Gr : Grashof number =  $g\beta\Delta TH^3/\nu^2$   
g : acceleration due to gravity, [m/s<sup>2</sup>]  
H : height of the enclosure, [m]  
h : heat transfer coefficient, [W/m<sup>2</sup>K]  
j : total flux  
k : conductivity = W/m · K

\* 제주대학교 기계공학과  
Dept. of Mechanical Eng., Cheju Nat'l Univ.

\*\* 제주대학교 대학원  
Graduate School, Cheju Nat'l Univ.

- L : length of the enclosure, [m]  
 Nu : Nusselt number =  $hL/k$   
 P : dimensionless pressure  
 Pr : Prandtl number =  $\nu/\alpha$   
 Ra : Rayleigh number =  $g\beta\Delta TH^3/\nu\alpha$   
 T : dimensionless temperature  
 t : dimensionless time  
 u, v : velocity component in x and y direction, [m/s]  
 x, y : coordinate axis in the physical domain

### Greek Symbols

- $\alpha$  : thermal diffusivity, [ $m^2/s$ ]  
 $\beta$  : thermal expansion coefficient, [ $^{\circ}C^{-1}$ ]  
 $\nu$  : kinematic viscosity, [ $m^2/s$ ]  
 $\rho$  : density, [ $kg/m^3$ ]  
 $\tau$  : dimensionless period  
 $\psi$  : stream function

### Subscripts

- ave : average value  
 max : maximum value  
 min : minimum value

## 1. 서 론

용고과정의 해석에서 온도차에 의해 발생하는 액상내의 자연대류는 용고계면의 거동과 용고물질내의 밀도변화를 형성하여 결정성장 및 불순물의 분포 등에 영향을 끼치게 되고<sup>(1)</sup> 이는 재료의 구조와 균질성과 밀접한 관계를 가지게 된다. 최근 산업의 첨단화로 고순도 재료 및 신소재 개발 필요성이 확대됨에 따라 용고과정에서 액상내의 유동현상에 관한 정확한 이해와 해석은 중요시되고 있는 반면, 용고과정중 유동현상의 관찰과 계측의 난점으로 많은 연구가 이루어지지 못하고 있다. 초기 용고과정의 해석은 액상내의 자연대류의 영향을 전혀 고려하지 않은 채 순수 열전도

만이 고려됐으나<sup>(2)</sup>, 이후 용고과정의 실험을 통하여 액상내의 자연대류가 열전달에 매우 중요한 역할을 한다는 결과들이 보고됨에 따라 용고과정의 해석에 있어 자연대류에 대한 고려는 중요시되었으며, Hsu 등<sup>(3)</sup>은 상변화계면의 변화에 따르는 이동경계를 비직교상의 검사체적군을 형성하여 별도의 좌표변환식을 유도하여 수치해석하였다. 그리고 Ho와 Viskanta<sup>(4)</sup>는 사각용기내에서의 용고과정에 있어서 용고계면의 시간에 따른 영향과 열전달 특성을 조사하여 액상내의 유동형태 및 열전달 특성들이 시간주기를 가지는 유동현상을 관찰하였다. 특히 낮은 Pr수를 갖는 순수물질과 복합물질에서 용점 부근의 온도경계조건을 가졌을 때 위와 같은 유동현상은 빈번히 발생하고 있으며 이러한 현상은 물질의 액상에 밀도구배 및 불순물의 불규칙적인 분포를 형성케 하여 재료의 비균질성을 일으켜 재료 결함의 원인이 되고 있음이 밝혀졌다. 이와 같이 속도와 온도분포가 시간주기를 가지며 변화하는 유동현상을 "진동대류(Oscillatory Convection)"라 한다.

진동대류현상은 유동형태 및 열전달특성이 규칙적·불규칙적으로 시간 주기를 가지며 일어나는 유동현상이며 낮은 Pr수를 갖는 물질과 상변화과정에서의 액상내 유동에서 종종 발견된다. 이의 발생 원인은 열확산이 운동량확산에 비해 상대적으로 큼( $Pr < 1$ )으로써 일어나는 순간적인 과열과 축열의 반복, 그리고 상변화과정에서는 잠열의 방열과 축열의 반복으로 인해 속도와 온도가 시간주기를 가지며 변화하는 현상으로 사료되고 있다. 진동대류의 특성은 Ra수, 물질의 특성을 나타내는 Pr수 그리고 기하학적 형상에 매우 크게 의존하며, 정상상태에 다다른 시점에서 유동이 진동대류로 발생하는 각각의 임계값(기하학적 형상에 따르는 Ra수, Pr수 등)을 구하기 위해 많은 연구가 진행되고 있다.

최근에 들어서 Mohamad와 Viskanta<sup>(5,6)</sup>는 직각 밀폐용기내에서 Pr수가 0.001~0.01에서의 진동대류가 발생하는 임계 Gr수를 구하였고, Pr수가 감소함에 따라 진동대류가 발생하는 무차원 시간이 감소함을 밝혔다. 그리고 Ball과

Bergman<sup>(7)</sup>과 Pulicani 등<sup>(8)</sup>은 Chebyshev Collocation 수치해법을 사용하여 종횡비, Pr 수 그리고 Ra수에 따른 진동현상의 영향 및 진동대류에 대한 임계 Ra수를 계산하여 실험결과와 매우 근사한 결과를 얻었다. 그리고 종횡비가 큰 경우에 대하여 복합물질에서 다중셀(Multi-Cell)를 갖는 유동형태와 단일주기, 이중주기 그리고 다중주기를 가지는 진동현상을 관찰하였다.

전술한 바와 같이 진동대류에 관한 연구는 초기 상변화(용해, 응고)과정 중에서 발견되어 용고모델과 용해모델에서 액상내의 진동대류현상에 관한 많은 연구가 되고 있다. 그러나 열전달 특성, 유동형태 그리고 고상과 액상의 경계면의 시간에 대한 거동에 관심이 집중된 반면, 액상에서만 유동현상 및 열전달 특성에 관한 고찰은 매우 부족하다. 따라서 본 연구에서는 수직 경계면이 일정한 온도차로 유지되고 수평경계면이 단열된 밀폐용기내의 낮은 Pr수를 갖는 순수물질을 모델로 하여 액상내의 진동대류현상에 대하여 수치해석을 하였다. 또한 Ra수 및 Pr수의 변화에 따른 유동형태, 온도분포 그리고 Nu 수 등의 변화를 조사하였다.

## II. 이 론

본 연구에서는 종횡비 A=1인 직각밀폐용기 내에서 낮은 Pr수를 갖는 물질에서의 진동대류에 대하여 수치해석하였다. 해석하고자 하는 계의 기하학적 형상 및 경계조건은 Fig. 1과 같으며, 두 수평벽면은 단열이고 수직벽면은 고온벽을 왼쪽, 저온벽을 오른쪽으로 하여 유동이 시계방향으로 일어나도록 하였다.

### 1. 기본방정식의 유도

기본방정식을 단순화시키기 위하여 비압축성, 뉴턴 유체(Newtonian Fluid)이고 점성소산이 무시되며, Boussinesq의 근사를 적용시켜 무차원화 하면 2차원 비정상 연속방정식, 운동방정식 및 에너지 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \\ = - \frac{\partial P}{\partial x} + Pr \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \quad (2-1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial y} \\ + Pr \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + Ra \cdot Pr \cdot T \end{aligned} \quad (2-2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \\ = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (3)$$

이들 기본방정식으로부터 본 시스템의 중요한 무차원 변수는 Pr수와 Ra수임을 알 수 있다.

### 2. 초기조건과 경계조건

본 연구에서의 경계조건은 Fig. 1에서 보듯이 직각 밀폐용기의 수평 상·하 경계면은 단열이며 수직 경계면은 일정한 온도차가 유지되는 등온으로 하였고, 각 벽면에서 점착조건(No-Slip Condition)을 적용한다. 그리고 초기조건은 해석 영역 내부의 모든 속도는 0이며 온도의 경우 전도조건을 적용 x-축을 따라 선형적으로 분포되어 있다고 가정하였다. 따라서 경계조건과 초기조건을 무차원하여 나타내면 다음과 같다.

경계조건

$$u(t, 0, y) = u(t, 1, y) = u(t, x, 0) = u(t, x, 1) = 0$$

$$v(t, 0, y) = v(t, 1, y) = v(t, x, 0) = v(t, x, 1) = 0 \quad (4)$$

$$T(t, 0, y) = 1, \quad T(t, 1, y) = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0,1} = 0$$

초기조건

$$u(0, x, y) = v(0, x, y) = 0,$$

$$T(0, x, y) = 1 - x \quad (5)$$

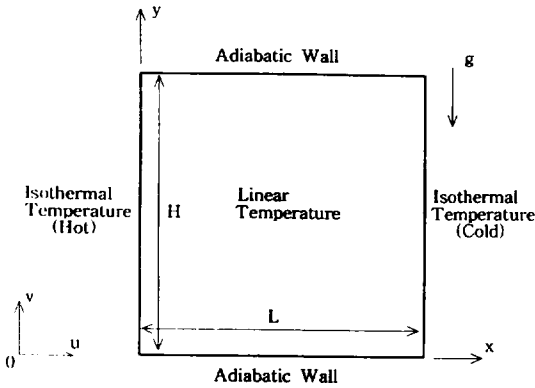


Fig. 1 Physical model of the present study

### 3. 이산화 방정식

수치해석하기 위해서 기본방정식의 독립변수 미분항에 대하여 다음과 같이 이산화 하였다.

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (6)$$

대류현상에서 각 계수를 결정하는 이산화 기법으로는 맥승도식이 해의 정확성 및 수렴성이 양호하여 일반적으로 사용되고 있으나, 진동대류의 해석에서 맥승도식의 적용결과 많은 단점과 해석 결과가 부정확하다고 알려져 있다.<sup>(9)</sup>

본 연구에서는 중앙차분도식과 맥승도식을 적용하여 해석한 결과 위와 같은 결과를 얻었다. 따라서 본 연구에서는 전 해석범위에 걸쳐 중앙차분도식을 적용하여 다음과 같이 각 계수들을 구하고 수치해석하였다.

$$\begin{aligned} a_E &= D_e(1 - 0.5|Pe|_e) + [-F_e, 0] \\ a_W &= D_w(1 - 0.5|Pe|_w) + [-F_w, 0] \\ a_N &= D_n(1 - 0.5|Pe|_n) + [-F_n, 0] \\ a_S &= D_s(1 - 0.5|Pe|_s) + [-F_s, 0] \\ a_P^0 &= \frac{\rho_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t}, \quad b = S_C \Delta x \Delta y + a_P^0 \phi_P^0 \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - S_P \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (7)$$

본 해석에서는 압력장을 예측하여 속도장을 계산하고 계산된 해를 보정과 수렴판정을 통해 해를 수렴시키는 과정을 반복 계산하면서 해의 정확성을 기할 수 있는 알고리즘으로 Patankar<sup>(10)</sup>에 의해 개발된 SIMPLER 알고리즘에 따라 모든 계산을 수행하였으며 수렴이 빠르며 경계조건의 영향이 해석영역 내부로 전달되는 속도가 빠른 선순법을 사용하였다. 또한 계산과정에서 안정된 수렴을 위해 하향이완계수(Under-relaxation Factor)를 속도량에 대해서 사용하였으며 해석영역의 격자망(Grid)은 55×55로 경계면에서의 복잡한 유동현상을 해석하기 위해 경계면으로 접근할수록 조밀하게 구성하였다. 유동현상은 시간에 크게 의존하므로 무차원시간중분  $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ 로 매우 작은 중분을 갖도록 하여 수치해석하였다.

### III. 결과 및 고찰

진동대류현상을 관찰하기 위하여 A=1.0인 직각밀폐용기내에 낮은 Pr수의 순수물질이 들어 있을 때 수직양단의 온도차에 의한 유동현상을 관찰하였다. 또한, Table 1에서 수치해석 기법의 적용에 있어 해석결과의 검증에 위해 평균 Nusselt수  $((Nu_{max} + Nu_{min})/2)$ 를 Mohamad와 Viskanta<sup>(11)</sup>의 결과와 비교하였으며 5%이내의 매우 적은 오차를 보이고 있어 본 연구에서

Table 1 Comparison of average Nusselt number with other results

Pr	Ra × 10 <sup>-5</sup>	Nu <sub>ave</sub>		Error (%)
		Present	Mohamad and Viskanta <sup>(11)</sup>	
0.02	1.75	3.892695	3.890144	0.066
	1.80	3.916990	3.924695	0.196
	1.85	3.940180	3.947450	0.168
	1.90	3.964235	4.077607	2.780
	2.00	4.010065	4.137860	3.088
	2.10	4.054615	4.196010	3.369
	2.20	4.097280	4.252000	3.639
	2.30	4.142450	4.309615	4.044
	2.40	4.181475	4.359615	4.086

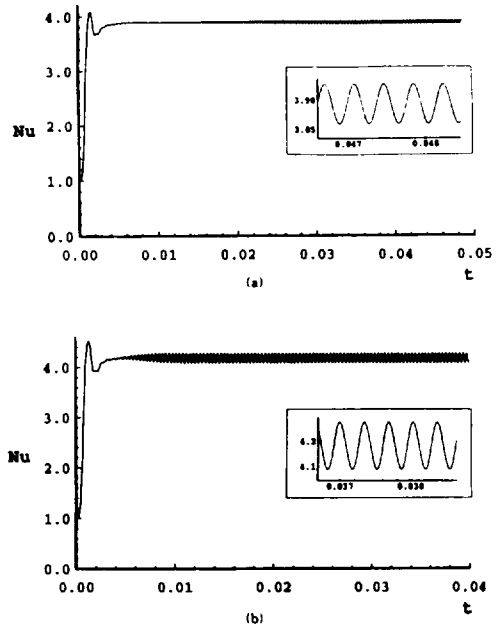
적용한 수치해석기법의 결과는 상당히 정확하다고 할 수 있다. 그리고 Table 2와 같은 해석범위에서 Ra수와 Pr수에 따른 열전달 특성과 유동형태의 영향을 조사하였다.

**Table 2** Numerical conditions in the present study

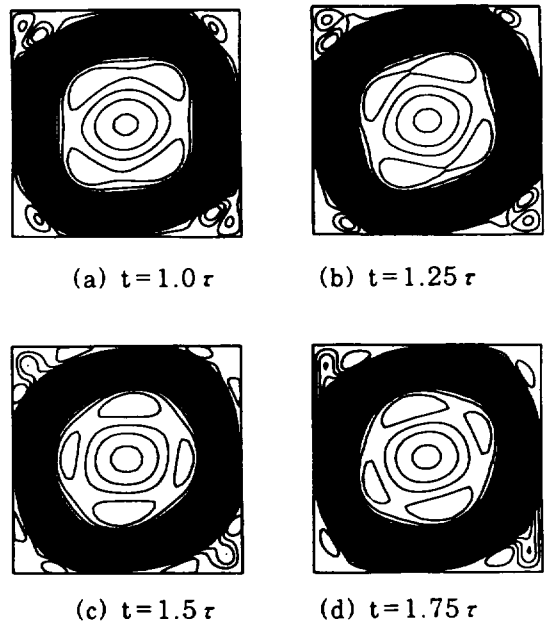
No.	A	Pr	Ra × 10 <sup>-5</sup>	
1	1	0.015	2.0	
2		0.018	2.0	
3		0.02		1.75
4				1.8
5				1.85
6				1.9
7				2.0
8				2.1
9				2.2
10				2.3
11				2.4
12			0.023	
13				1.8
14				1.85
15				1.9
16				2.0
17				2.1
18				2.2
19				2.3
20		0.025	2.0	

Ra수의 영향을 조사하기 위하여 Pr=0.02 일 때 Ra=1.75×10<sup>5</sup>, 2.4×10<sup>5</sup>에서의 시간에 따른 Nu수의 변화를 Fig. 2에 도시하였다. Fig. 2에서 보면 초기의 Nu수의 변화는 전도에 의한 열전달만이 발생하다가 점차 대류가 발생하고 일정한 시간이 지난 후 정상상태에 이르는 일반적인 대류현상과는 달리 유동형태 및 열전달이 주기와 진폭을 갖는 진동대류 현상을 관찰할 수 있었으며 Ra수가 클수록 정상상태에 이르는 시간이 빠르게 나타나고 Nu수와 진폭이 커지고 있음을 알 수 있다.

Fig. 3은 Pr=0.02, Ra=2.4×10<sup>5</sup>일 때의 한주기에서의 등유동 함수선을 나타내었다. Fig. 3에서 보면 유동형태는 시간에 따라 변화



**Fig. 2** Transient Nusselt number for Ra=1.75×10<sup>5</sup>(a) and Ra=2.4×10<sup>5</sup>(b) at Pr=0.02



**Fig. 3** A time series of streamline distributions for Pr=0.02 and Ra=2.4×10<sup>5</sup>

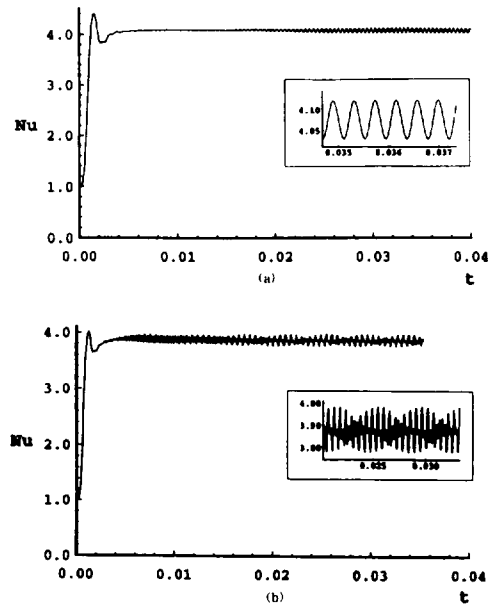
하는 진동대류가 안정되었을 때 주기마다 일치되는 유동을 관찰할 수 있었고, Ra수가 증가할수록 한주기내에서의 유동함수의 변화가 크게 일어나며 대류의 진동현상이 강하게 일어나고 있다. Table 3과 4는  $Pr=0.02$ 와  $0.023$ 일 때 Ra에 따른 최대·최소 Nu수와 진동수를 나타내었다. Table 3과 4에서 Nu수와 및 진폭(최대·최소 Nu수의 차) 그리고 진동수는 Ra수가 증가함에 따라 증가하고 있음을 알 수 있다. 위에서 진동대류는 Ra수의 변화에 대하여 진동현상 및 열전달이 비례하고 있으며 이는 온도차에 의한 부력의 발생이 커짐으로 사료된다.

**Table 3** Average Nusselt number and frequency with Rayleigh number for  $Pr=0.02$

$Ra \times 10^5$	$Nu_{max}$	$Nu_{min}$	$Nu_{ave}$	f
1.75	3.92617	3.85922	3.892695	2564
1.8	3.95668	3.87730	3.916990	2597
1.85	3.98615	3.89547	3.940810	2632
1.9	4.01461	3.91386	3.964235	2684
2.0	4.07015	3.94998	4.010065	2703
2.1	4.12378	3.98545	4.004615	2740
2.2	4.17584	3.98545	4.097280	2778
2.3	4.22494	4.03635	4.130645	2890
2.4	4.27572	4.08723	4.181475	2989

**Table 4** Average Nusselt number and frequency with Rayleigh number for  $Pr=0.023$

$Ra \times 10^5$	$Nu_{max}$	$Nu_{min}$	$Nu_{ave}$	f
1.75	3.95273	3.95229	3.952510	2247
1.8	3.98290	3.97556	3.978525	2298
1.85	4.02222	3.98722	4.004810	2345
1.9	4.06132	3.99455	4.025935	2380
2.0	4.12239	4.02924	4.075810	2410
2.1	4.18005	4.06432	4.122185	2469
2.2	4.23473	4.08657	4.160850	2548
2.3	4.28882	4.13402	4.211420	2607



**Fig. 4** Transient Nusselt number for  $Pr=0.025$ (a) and  $Pr=0.015$ (b) at  $Ra=2.0 \times 10^5$

순수물질의 진동대류현상에서 Pr수에 따른 영향을 조사하기 위해  $Ra=2.0 \times 10^5$ 로 일정하게 하고  $Pr=0.015 \sim 0.025$ 로 변화시켜 수치해석하였다. Fig. 4는  $Pr=0.015$ 와  $0.025$ 에 대하여 시간에 따른 Nu수의 변화를 도시하였다. Fig. 4에서 보듯이 Pr수가 증가할수록 Nu수의 진동현상이 둔화되며 주기가 증가하고 진폭이 감소하며 또한, 안정된 진동현상에 이르는 무차원시간도 늦어지고 있다. Fig. 4(a)에서 살펴볼 때  $Pr=0.025$ 인 경우 매우 작은 진폭을 보여 Pr수가 그 이상으로 증가하였을 때 일반적인 대류현상과 같은 정상해 형태의 유동특성을 보일 것이며 정상해와 진동현상을 나타내는 임계 Pr수가 존재하리라 예측된다. 결국 같은 Ra수에서는 Pr수가 감소할수록 유동이 불안정하여 유동의 진동수가 증가하고 큰 진폭으로 진동하게 될 것으로 사료된다. 특히  $Pr=0.015$ 인 Fig. 4(b)에서 살펴보면 앞의 경우와 달리 불규칙한 진폭과 주기를 갖는 불안정한 유

동이 나타나지만 광대역으로 보았을 때 대주기 내에 소주기를 갖는 이중주기의 형태를 보이고 있다. 이와 같이 변형된 주기유동형태는 위의 결과에서 미루어 보면 Pr수가 낮은 영역 또한 Ra수가 큰 영역에서 발생할 가능성이 높으므로 예측되며 차후 이와 같은 유동형태에 대한 추가 연구가 필요하다.

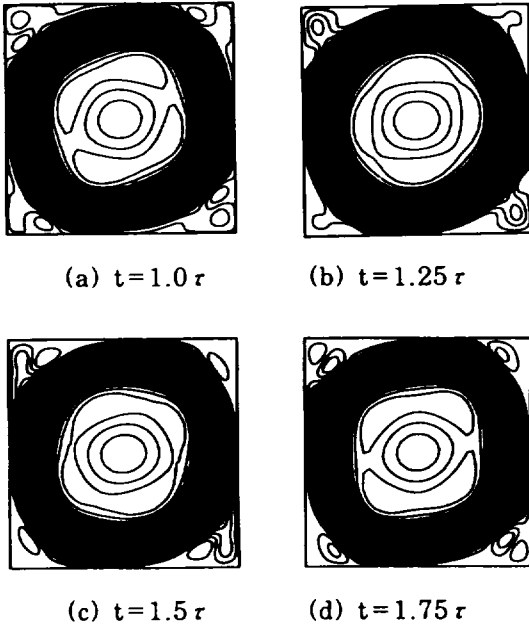


Fig. 5 A time series of streamline distributions for  $Pr=0.018$  and  $Ra=2 \times 10^5$

Figs. 5와 6은  $Ra=2.0 \times 10^5$ 일 때 Pr수가 각각 0.018, 0.025일 때의 한 주기내에서의 유동함수를 도시한 것으로 한주기마다 유동이 완전히 일치함을 확인할 수 있고 유동형태는 또한 시간의 주기를 가지며 변화하고 있음을 알 수 있다. Fig. 7은  $Ra=2.0 \times 10^5$ 일 때 Pr수에 따른 평균 Nu수의 값을 도시한 것이다. Fig. 7에서 보면 Pr수에 비례하여 평균 Nu수는 증가하고 있으며 이는 일반적인 자연대류에서 Nu수에 대한 Pr수의 영향과 같은 경향을 나타내고 있다.

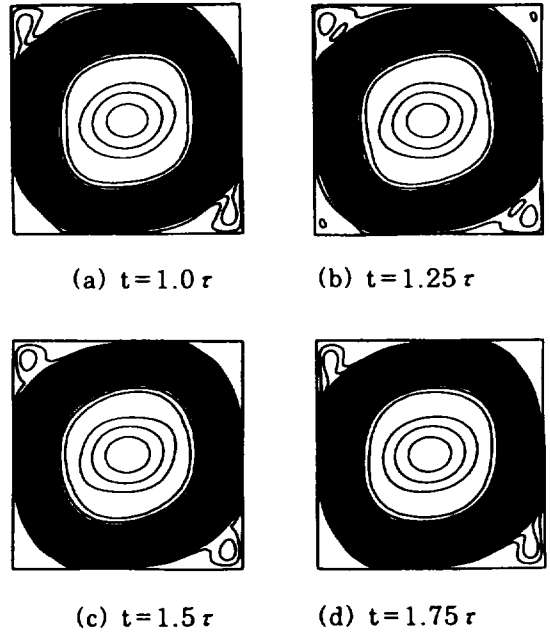


Fig. 6 A time series of streamline distributions for  $Pr=0.025$  and  $Ra=2 \times 10^5$

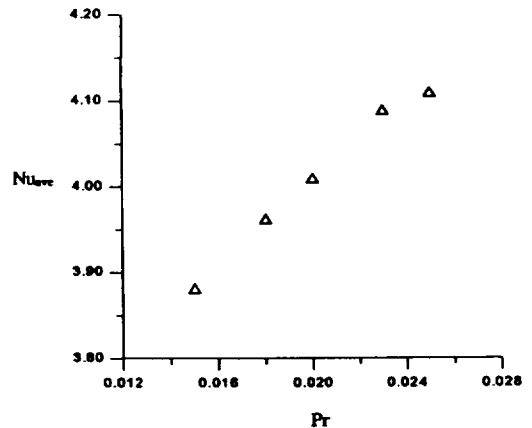


Fig. 7 Average Nusselt number with a Prandtl number at  $Ra=2.0 \times 10^5$

전술한 바와 같이 진동대류의 유동형태 및 열 전달특성은 Ra수, Pr수에 매우 크게 의존하고 있음을 알 수 있다. 따라서 본 해석의 결과에서 Nu수의 변화를 Ra수와 Pr수의 지수식의 형태

로 수식화 하고자하여 본 연구의 해석범위에서 Nu수에 대한 관계식을 식(8)과 같이 얻었고 해석결과와 식(8)에 의한 값은 비교하여 Fig. 8에 도시하였다.

$$Nu_{ave} = 0.518 Pr^{0.136} Ra^{0.211} \quad (8)$$

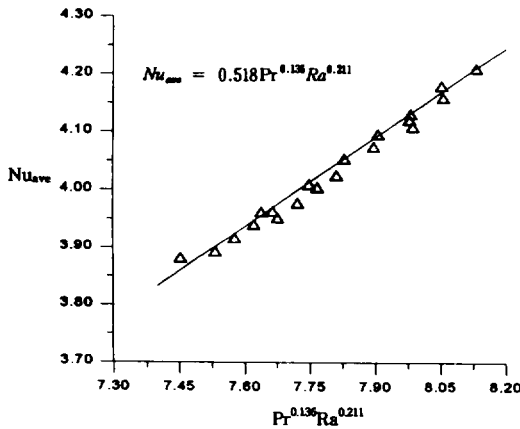


Fig. 8 Average Nusselt number correlations

Fig 8에서 보면 Nu수의 변화는 Ra수와 Pr수의 지수승에 비례하고 있으며 식 (8)과 해석결과와 상당히 일치하고 있음을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

직각밀폐용기내에서 낮은 Pr수를 갖는 순수 물질이 온도차에 의한 유동이 유발될 때 발생하는 진동대류에 관해 수치해석하였다. 해석범위는  $A=1$ ,  $Pr=0.015\sim 0.025$ ,  $Ra=1.75\times 10^5\sim 2.4\times 10^5$ 이며, 연구결과 다음과 같은 결론을 얻었다. Ra수의 증가는 온도에 의한 부력의 증가로 대류강도와 부력의 변화를 증가시키게 되며 Nu수 및 유동의 진동현상을 강하게 일으켜 평균 Nu수, 진동대류의 진폭 그리고 진동수를 증가함을 알 수 있었다. 또한 Pr수의 증가할수록 평균 Nu수는 증가하나 진동대류의 진폭과 진동수는 감소하였다. 또한 본 해석범위에

서 다음과 같은 평균 Nu수, Ra수, Pr수의 관계식을 식(8)로 나타낼 수 있었다.

#### V. 참고문헌

- 1) Viskanta, R., 1988, "Heat Transfer During Melting and Solidification of Metals", J. Heat Transfer, Vol. 110, pp. 1205-1219.
- 2) Carslaw, H. S. and Jaeger J. C., 1959, "Conduction of Heat in Solid", Oxford Univ. Press, 2nd Ed., Chap. 11.
- 3) Hsu, C. F., Sparrow E. M. and Patankar S. V., 1981, "Numerical Solution of Moving Boundary Problems by Immobilization and a Control-Volume-Based Finite-Difference Scheme", Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 24, pp. 1335-1343.
- 4) Ho, C. J. and Viskanta R., 1984, "Heat Transfer During Melting from an Isothermal Vertical Wall", J. Heat Transfer, Vol. 106, pp. 12-19.
- 5) Mohamad, A. A. and Viskanta R., 1991a, "Transient Natural Convection of Low-Prandtl-Number Fluid in a Differentially Heated Cavity", Int. J. Numer. Method in Fluids, Vol. 13, pp. 61-81.
- 6) Mohamad, A. A. and Viskanta R., 1991b, "Transient Low Prandtl Number Fluid Convection in a Lid-Driven Cavity, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 19, pp. 187-205.
- 7) Ball, K. and Bergman T. L., 1993, "Numerical Simulation of Unsteady Low Pr Convection Using a Chebyshev Collocation Technique", ASME Winter Meeting, New Orleans, Louisiana, November 28-December 3, pp. 1-7.



- 8) Pulicani, J. P., Crespo Del Arco E., Randriampianina A., Bontoux P. and peyret R., 1990, Spectral Simulations of Oscillatory Convection at Low Prandtl Number, Int. J. Numer. Method Fluids, Vol. 10, pp. 481-517.
- 9) Zhou, H. and Zeib A., 1992, "Oscillatory Convection in Solidifying Pure Metals", Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 22, pp. 435-468.
- 10) Patankar, S. V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw Hill.
- 11) Mohamad, A. A. and Viskanta R., 1993, "Modeling of Turbulent Buoyant Flow and Heat Transfer in Liquid Metals", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 2815-2826.