

바람의 영향을 고려한 제주항의 유동해석

김 남 형 · 박 지 훈

제주대학교 토목환경공학전공

The Flow Analysis of Jeju Harbor Considering Effect of Wind

Nam-Hyeong Kim and Ji-Hun Park

Major of Civil Environmental Engineering, Cheju National University, Jeju-Do 690-756, Korea

The effect of wind on the circulation in Jeju harbor was examined using a numerical shallow water model. A finite element for analyzing shallow water flow is presented. The Galerkin method is employed for spatial discretization. Two step explicit finite element scheme is used to discretize the time function, which has advantage in problems treating large numbers of elements and unsteady state. The experiments compare the case considering the effect of wind with the case which do not consider the wind effect. According to wind direction NW winds, velocity of flow vector became slightly stronger in the flow field. The computed results have shown the good adaptability of moving boundary condition and effect of wind. From these studies, it can be concluded that the present method is a useful and effective tool in tidal current analysis.

Key words : flow analysis, finite element method, wind, galerkin method, moving boundary, tidal current

서 론

조석은 천체운동에 의해 유기되는 주기적인 운동이다. 그러나, 조석이 천해역으로 밀려옴에 따라 관성과 해수표면의 조건에 의한 영향, 해저면의 마찰력, Coriolis의 힘(편향력) 등, 2차원적인 외력에 의해 매우 복잡한 흐름을 나타낸다. 천해역에서 해수유동의 해석에 폭넓게 이용되고 있는 수치해석모델로서는 유한차분법과 유한요소법으로 대별할 수 있다. 각각의 방법은 장단점이 있으나 불규칙한 지형과 수심을 용이하게 표현할 수 있는 유한요소법이 보다 현실적이라고 할 수 있다.

본 연구에서는, 김과 양(1993), 김과 Kawahara(1994), 및 김(1995) 등에 의해 개발된 천해장파방정식에, Kawahara and Umetus(1986, 1988)에 의해 제안된 이동경계기법을 도입하여, 고정경계에 대한 유한요소법에

의한 유동해석 모델을 보완·향상시켰다(김과 박, 2003). 또 해수유동에 미치는 바람의 효과에 관해서도 해석하였다. 해석수법으로는 시간방향에 대해서 Two-step explicit method로 이산화 하였으며, 공간방향에 대해서는 Galerkin method로 이산화 하였다. 본 연구에서는 제주항의 최다풍향인 NW방향에 대해 제주항 전반에 걸친 바람의 영향을 살펴보았다(해양수산부, 1998).

기본방정식

비압축성 3차원 유체의 천해역에서 천해장파방정식을 유도해 보자. Fig. 1에서와 같이 X 축과 Y 축을 정수면 내에서 수평 직각방향으로 잡고, Z 축을 연직 방향으로 잡는다. 이때, 평균 수심을 나타내는 것으로 써 $h(x, y)$, 정수면으로부터 측정된 조위를 $\eta(x, y, t)$

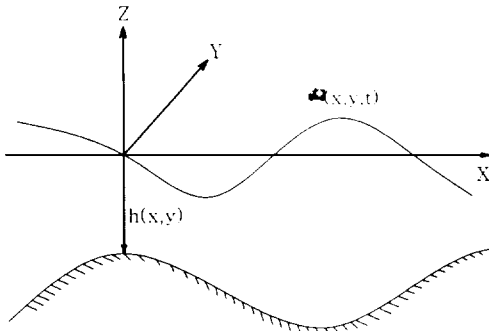


Fig. 1. Vertical cross section of the sea.

로 나타낸다. 연속의 방정식은 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial(uH)}{\partial x} + \frac{\partial(vH)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

여기서 $H = h + \eta$ 이고, u, v 는 X, Y 방향의 유속이다.

수심방향에서의 가속도는 무시할 정도로 작고, 정수압을 가정하면, 운동방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} - fv \\ &= v_1 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{KW^2}{H} \cos \psi \\ & - \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{Hc^2} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} + fu \\ &= v_1 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{KW^2}{H} \sin \psi \\ & - \frac{gv\sqrt{u^2 + v^2}}{Hc^2} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, f 는 Coriolis parameter(계수), $f = 2\omega \sin \phi$ ($\omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{ (rad/sec)}$, $\phi = \text{위도 (rad)}$)로 주어진다. g 는 중력가속도 ($= 9.80621 \text{ m/sec}^2$), v_1 은 와동점성계수, K 는 수면에 부는 바람에 의하여 발생하는 표면력의 무차원계수, W 는 수면으로부터 10m 높이에서의 바람의 속도 (m/s), ψ 는 바람의 방향이 X 축(동방향)과 이룬 각 (rad), C 는 헤저마찰

에 대한 Chezy의 계수 ($= 1/n h^{1/6}$, n 은 Manning의 조도계수)이다.

경계조건으로서는, 유속 또는 조위가 주어지는 경계를 생각한다.

$$u = \hat{u}, \quad v = \hat{v}, \quad \eta = \hat{\eta} \quad (4)$$

여기서 $\hat{\quad}$ 는 주어진 일정한 값을 의미한다. 한편, 연안에 있어서의 지형은 불규칙하고 반드시 X 축 혹은 Y 축과 일치하지 않는다. 따라서, 연안으로 향하는 법선방향의 유속을 0으로 한다. 단, 흐름이 없다고 생각되는 지점에서는 u, v 모두 0으로 한다.

유한요소기법

공간방향의 이산화

천해장파방정식(1), (2), (3)을 시간에 대하여 이산화 하기 전에 공간방향으로 유한 요소기법을 적용하여 이산화 한다. 또, 천해장파방정식(1), (2), (3)은 비선형항이 포함되어져 있기 때문에, 유한요소의 해를 얻기 위하여 Galerkin method를 적용한다. Galerkin method는 가중잔차함수를 미지의 형상함수와 똑같이 취한다. 여기서 가중잔차함수는 경계위에서는 값이 0이지만, 그 밖의 영역에서는 임의의 값을 취한다. 가중잔차함수 u^*, v^*, η^* 를 각각 식(1), (2), (3)에 곱하여 해석영역 Ω 에 대하여 적분하면, 다음의 방정식이 주어진다.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \eta^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \eta^* \frac{\partial(uH)}{\partial x} d\Omega \\ & + \int_{\Omega} \eta^* v \frac{\partial(vH)}{\partial y} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} u^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} u^* u \frac{\partial v}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} u^* v \frac{\partial v}{\partial y} d\Omega \\ & + g \int_{\Omega} u^* \frac{\partial \eta}{\partial y} d\Omega - \int_{\Omega} u^* f v d\Omega + \\ & \int_{\Omega} u^* \frac{gu\sqrt{u^2 + v^2}}{Hc^2} d\Omega - \int_{\Omega} u^* \frac{KW^2}{H} \cos \psi d\Omega \\ & - \int_{\Omega} u^* v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\int_{\Omega} v^* \frac{\partial u}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} v^* u \frac{\partial v}{\partial x} d\Omega + \int_{\Omega} v^* v \frac{\partial v}{\partial y} d\Omega + g \int_{\Omega} v^* \frac{\partial \eta}{\partial y} d\Omega + \int_{\Omega} v^* f u d\Omega + \int_{\Omega} v^* \frac{g \sqrt{u^2 + v^2}}{H c^2} d\Omega - \int_{\Omega} v^* \frac{K W^2}{H} \sin \phi d\Omega - \int_{\Omega} v^* v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) d\Omega = 0 \quad (7)$$

유한요소법으로 식(5), (6), (7)을 이산화 할 때에, 해석영역의 형상으로서 여러 가지 형상이 고려되지만, 일반적으로 잘 이용되고 있는 삼각형 요소를 이용한다. 유한요소내의 임의의 위치에 대한 미지의 유속 u, v 와 미지의 조위 η 의 값은 삼각형의 정점의 값을 이용하여 다음과 같이 1차식으로 근사된다.

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} u_{\alpha}, \quad u^* = \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} u_{\alpha}^* \\ v &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} v_{\alpha}, \quad v^* = \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} v_{\alpha}^* \\ \eta &= \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} \eta_{\alpha}, \quad \eta^* = \sum_{\alpha=1}^3 \phi_{\alpha} \eta_{\alpha}^* \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

여기서, ϕ 는 유속 및 조위의 분포상황을 각 요소 내에서 근사하는 보간함수이고, 보간함수의 형상은,

$$\phi_{\alpha} = \frac{1}{2\Delta^e} (a_{\alpha} + b_{\alpha}x + c_{\alpha}y) \quad (\alpha=1, 2, 3) \quad (9)$$

여기서, Δ^e 는 요소e의 삼각형면적이다. 식(5), (6), (7)에 식(8)을 대입하고, $u_{\alpha}^*, v_{\alpha}^*, \eta_{\alpha}^* (\alpha=1, 2, 3)$ 가 임의의 값인 것을 고려하면, 다음과 같은 요소방정식이 얻어진다.

$$\sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} \dot{\eta}_{\beta} + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 X_{\alpha\beta\gamma} u_{\beta} H_{\gamma} + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 Y_{\alpha\beta\gamma} v_{\beta} H_{\gamma} = 0 \quad (10)$$

$$\sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} \dot{u}_{\beta} + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 X_{\alpha\beta\gamma} u_{\beta} u_{\gamma} + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 Y_{\alpha\beta\gamma} v_{\beta} u_{\gamma} + \sum_{\beta=1}^3 A_{\alpha\beta} \eta_{\beta} - \sum_{\alpha,\beta=1}^3 L_{\alpha\beta} u_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 I_{\alpha\beta} u_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 N_{\alpha\beta} u_{\beta} - \left[\frac{K W^2}{H} \cos \phi \right]^e \frac{\Delta^e}{3} = 0 \quad (11)$$

$$\sum_{\beta=1}^3 M_{\alpha\beta} \dot{v}_{\beta} + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 X_{\alpha\beta\gamma} u_{\beta} v_{\gamma} + \sum_{\beta,\gamma=1}^3 Y_{\alpha\beta\gamma} v_{\beta} v_{\gamma} + \sum_{\beta=1}^3 B_{\alpha\beta} \eta_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 L_{\alpha\beta} u_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 I_{\alpha\beta} v_{\beta} + \sum_{\alpha,\beta=1}^3 N_{\alpha\beta} v_{\beta} - \left[\frac{K W^2}{H} \sin \phi \right]^e \frac{\Delta^e}{3} = 0 \quad (12)$$

여기서, $\dot{u}_{\beta} = \frac{\partial u_{\beta}}{\partial t}$, $\dot{v}_{\beta} = \frac{\partial v_{\beta}}{\partial t}$, $\dot{\eta}_{\beta} = \frac{\partial \eta_{\beta}}{\partial t}$ 이고,

식(10), (11), (12)에의 행렬성분은 다음과 같다.

$$M_{\alpha\beta}, A_{\alpha\beta}, X_{\alpha\beta\gamma}, B_{\alpha\beta}, Y_{\alpha\beta\gamma}, L_{\alpha\beta}, I_{\alpha\beta}, N_{\alpha\beta}$$

위 식을 모든 요소에 적용하여 합치면, 영역전체에서의 유한요소방정식이 얻어진다.

식(10), (11), (12)를 모든 요소에 관하여 더하면, 다음과 같은 전체 방정식이 얻어진다.

$$[M]\{\dot{\eta}\} + [XH]\{u\} + [YH]\{v\} = 0 \quad (13)$$

$$[M]\{\dot{u}\} + [Xu]\{u\} + [Yv]\{v\} + [A]\{\eta\} - [L]\{v\} + [I+N]\{u\} = 0 \quad (14)$$

$$[M]\{\dot{v}\} + [Xv]\{u\} + [Yv]\{v\} + [B]\{\eta\} + [L]\{u\} + [I+N]\{v\} = 0 \quad (15)$$

또, 식(13),(14),(15)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[Z]\{\dot{K}\} + [T]\{K\} = 0 \quad (16)$$

여기서,

$$[Z] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & M \end{bmatrix}, \quad \{K\} = \begin{bmatrix} \eta \\ u \\ v \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[T] = \begin{bmatrix} XH & YH & 0 \\ Xu + I + N & Yv - L & A \\ Xv + L & Yv + I + N & B \end{bmatrix}, \quad \{K\} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ \eta \end{bmatrix}$$

이다. $\{K\}$ 는 전 절점에 대한 유속과 조위를 나타내는 벡터이고, $[Z], [T]$ 는 각각 유한요소에서 계산된 계수를 조합한 것에 의해 얻어진 행렬이다. 전체방정식(16)은 시간에 관한 미분을 포함하고 있다.

시간방향의 이산화

유한요소법에 의해 공간방향으로 이산화한 식(16)을 시간방향으로 이산화 한다. 식(16)은 시간 미분을 포함하는 항이 있으므로 2단계 양해법을 이용하여 이산화 한다. 2단계 양해법은 축차시간 적분법이다. 시간 스텝 n 과 $n+1$ 의 사이에 $n+1/2$ 의 중간단계의 스

템을 설정하는 것에 의해, 다음과 같이 주어진다.

$$K^{n+1/2} = K^n + \frac{\Delta t}{2} \frac{dK^n}{dt} \quad (18)$$

$$K^{n+1} = K^n + \Delta t \frac{dK^{n+1/2}}{dt} \quad (19)$$

식(16)에 2단계 양해법의 식(18), (19)를 대입하면, 아래와 같은 관계가 얻어진다.

$$[Z]\{K^{n+1/2}\} = [Z]\{K^n\} - \frac{\Delta t}{2} [T]\{K^n\} \quad (20)$$

$$[Z]\{K^{n+1}\} = [Z]\{K^n\} - \Delta t [T]\{K^{n+1/2}\} \quad (21)$$

윗 식의 좌변의 행렬 $[Z]$ 의 역행렬을 계산해야 하기 때문에, 식(20), (21)은 완전한 양해법이 아니다. 따라서, 좌변의 계수행렬을 집중화하면, 다음의 알고리즘이 얻어진다.

$$[\bar{Z}]\{K^{n+1/2}\} = [\bar{Z}]\{K^n\} - \frac{\Delta t}{2} [T]\{K^n\} \quad (22)$$

$$[\bar{Z}]\{K^{n+1}\} = [\bar{Z}]\{K^n\} - \Delta t [T]\{K^{n+1/2}\} \quad (23)$$

여기서 $[\bar{Z}]$ 은 집중행렬이고, 다음과 같다.

$$[\bar{Z}] = \begin{bmatrix} \bar{m} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{m} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{m} \end{bmatrix}, \quad \bar{m} = \frac{\Delta}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$[Z] = e[\bar{Z}] + (1-e)[Z]$$

여기서, e 는 Lumping parameter로 불리며, 본 계산에서는 e 를 0.90으로 하였다. 식(22), (23)을 전체의 영역에서 경계조건을 주어 계산을 하면, 각 절점에서 유속과 조위를 구할 수가 있다.

제주항의 유동계산

천해장과의 유한요소방정식(22), (23)을 이용하여, 제주항의 유동문제를 수치해석 하였다. Fig. 2는 제주항의 해석영역을 삼각형의 유한요소로 분할한 것을 나타낸 것이며, 절점 수는 1,437절점, 요소 수는 2,582 요소로 했다. Fig. 3은 제주항의 등수심도를 나타내고

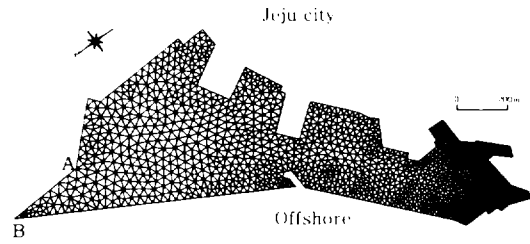


Fig. 2. Finite element idealization of Jeju harbor.

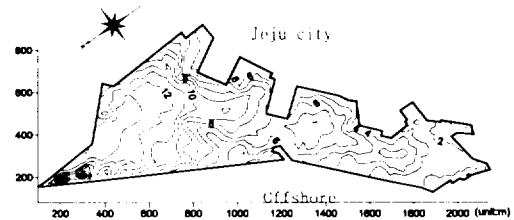


Fig. 3. Water depth of Jeju harbor.

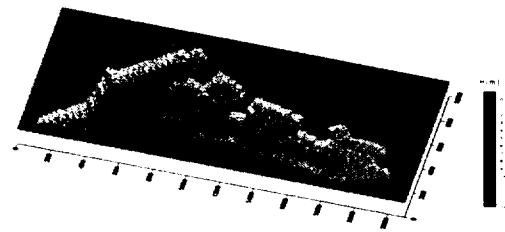


Fig. 4. 3-D Topographical map of Jeju harbor.

Table 1. The results of harmonic analysis for tide at Jeju harbor(NORI, 1993).

m	Constituent	Amplitude a_m (cm)	Period T_m (hour)	Phase delay k_m (degree)
1	M_2	69.7	12.4206	303.5
2	S_2	29.5	12.0000	324.1
3	K_1	23	25.8193	210.2
4	O_1	16.8	23.9345	189.2

있으며, Fig. 4는 대상해역의 해저지형을 나타낸 것이다. 수치해석의 초기조건으로서, 유속은 전 절점에 있어서 0으로 가정하며, 해면은 조위의 변동이 전혀 없는 정수면으로 가정하는 cold start의 조건을 주었다. 경계조건으로서의 연안경계에 대한 법선방향의 유속

바람의 영향을 고려한 제주항의 유동해석

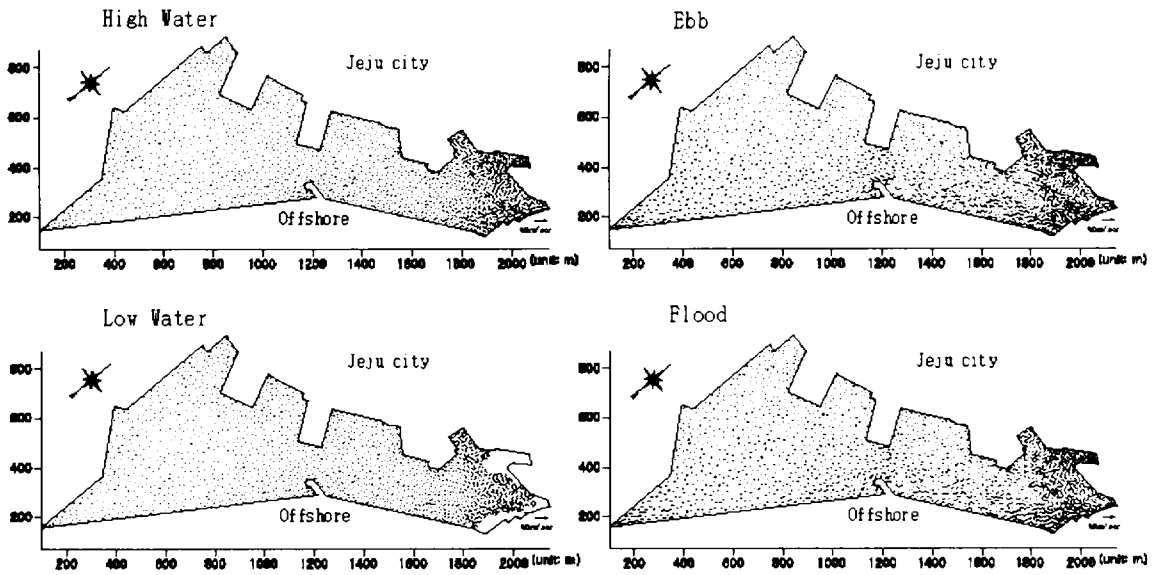


Fig. 5. Velocity of flow vector of Jeju harbor that do not consider effect of wind.

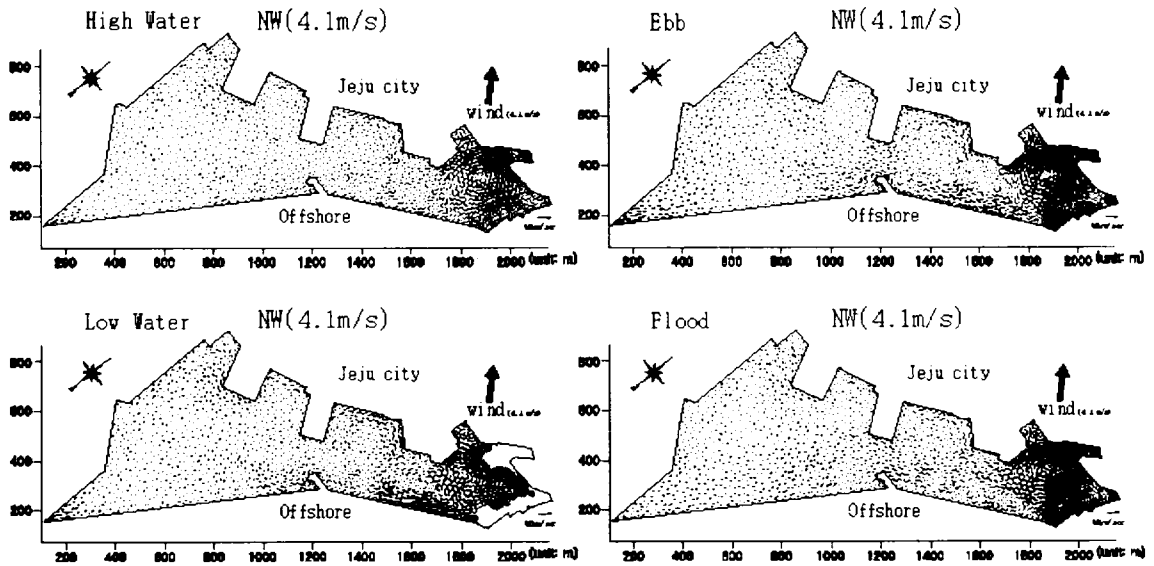


Fig. 6. Velocity of flow vector of Jeju harbor in consideration of wind effect.

을 0으로 하고, 해수면은 수로국에서 관측한 결과를 근거로 하여 Table 1과 같이 M_2, S_2, K_1 및 O_1 분조의 진폭과 지각을 합성한 조위로 제주항 입구 (A-B)에 다음과 같은 입력분조로 주었다.

$$\eta = \sum_{m=1}^4 a_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_m} \Delta t - k_m\right) \quad (25)$$

여기서, a_m 은 진폭, k_m 은 위상, T_m 은 M_2, S_2, K_1, O_1 분조의 주기, t 는 시간이다.

Δt 는 다음의 CFL조건을 만족하는 $\Delta t = 0.2 \text{ sec}$ 로 주었다.

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{\sqrt{2} - \frac{e}{\sqrt{3}}}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{gh}} \quad (26)$$

여기서, Δx 는 유한요소의 최소길이이다.

식(26)에서 주어진 조위로 수치계산을 했을 때, Fig. 5와 Fig. 6은 제주항에 대한 수치해석 결과로, 특정시간인 저조, 창조, 고조, 낙조 때를 선정하여 유함과 유속을 도시하였다. 바람의 영향을 고려하지 않은 Fig. 5의 최강창조, 낙조시에는 유속벡터의 크기는 유사하나 방향이 반대로 나타나는 경향을 나타내며, 저조시에는 이동경계기법을 이용하여 조간대가 노출되는 유동현상을 잘 나타내고 있다. Fig. 6은 바람의 영향을 고려한 경우로서, 제주항에서의 최다풍향인 NW방향으로 평균풍속 4.1 m/s의 조건을 가지고 수치해석한 결과이다(해양수산부, 1998). 바람영향을 고려하지 않은 Fig. 5의 경우와 비교해 볼 때 바람의 영향을 고려한 Fig. 6의 유속이 전반적으로 커지고 있다. Fig. 6의 고조시에는 항만 입구의 넓은 부분에 흐름이 약한 반시계 방향의 와류가 형성되고, 항만 안쪽에서는 조금 강한 반시계 방향의 와류가 형성된다. Fig. 6의 저조시에는 조간대가 노출되면서 항만 안쪽에 반시계 방향의 와류가 형성되고, 항만 입구부에도 반시계 방향의 와류가 형성되며, 항만 중앙부분에는 시계 방향의 와류가 형성되는 것을 알 수 있다. 특히 최강창조, 낙조시에는 항만 안쪽에 강한 반시계 방향의 와류와 시계 방향의 와류가 형성되는 경향을 보이며, 부분적으로 미세한 와류가 형성되는 경향도 알 수 있다.

결 론

본 연구는 연안역에서 수치시뮬레이션을 행할 때 바람영향이 어떻게 작용하는가? 에 주목하여 제주항

의 해수유동에 미치는 바람의 효과를 해석하였다. 수치해석결과로부터 바람에 대해 항내의 유동장이 민감하게 반응하는 것을 알 수 있었고, 유속이 전반적으로 커지며, 항만 안쪽에서는 반시계 방향의 강한 와류가 형성되는 것도 알 수 있었다. 또한 앞으로의 연안역의 유동해석을 할 때에는 바람의 영향을 고려하는 것이 실제의 유동현상을 보다 정확하게 재현할 수 있겠다.

참고문헌

김남형역. 1995. 유한요소법유체해석. 원창출판사. 268pp.
 김남형. 1995. 2단계 양해 유한요소스킴에 의한 천해 흐름의 해석. 대한토목학회논문집, 15: 1669-1677.
 김남형 · 양성기. 1993. 유한요소법에 의한 조석류의 수치해석. 제주대학교논문집, 36: 223-230.
 김남형 · M. Kawahara. 1994. 유한요소법에 의한 제주항의 유동해석. 제주대학교논문집, 38: 335-342.
 김남형 · 박지훈. 2003. 이동경계조건을 고려한 유동해석기법. 제주대학교 첨단기술연구소 논문집, 14(1): 83-91.
 수로국. 1993. 수로기술연보.
 해양수산부 국립해양조사원. 1998. 한국해양환경도. 45pp.
 Kawahara M. and T. Umetsu. 1986. Finite Element Method for Moving Boundary Problems in River Flow. Int. J. for Num. Meth. in Fluids, 6: 365-389.
 Kawahara M. and T. Umetsu. 1988. Tow-step explicit finite element method for the spill-way flow using moving boundary technique. Computer Modelling in Ocean Engineering, 8: 597-608.