

맥주 캔 Multi-Stage 조립품의 생산 공정해석에 관한 연구

정동원* · 황재신**

목 차	
I. 서 론	IV. 결론 및 고찰
II. 본 론	참고문헌
III. 성형해석 결과	

I. 서 론

박판성형공정은 가공중에 소재의 손실이 적고 가공시간이 짧아 낮은 가격으로 대량생산이 가능하며 무게에 비해 강도가 높고 표면특성이 우수한 장점이 있으므로 자동차산업, 항공산업, 전자부품산업과 주방용품산업 등에서 중요한 제조공정중의 하나이다. 박판성형은 드로잉, 스트레칭, 굽힘, 아이어닝 및 이들의 조합으로 구성된 복잡한 변형모드를 포함하고 있을 뿐만 아니라, 재료 자체의 성형성, 이방성등의 기계적 성질이나, 두께의 불균일, 공구 각부의 조합, 표면 및 윤활상태, 성형속도등이 변형에 영향을 미치기 때문에 그 물리적 현상을 정량적으로 파악하기는 매우 어렵다. 최근에 들어서 복잡한 박판부품들이 공정과 금형의 설계와 제작에서 수많은 시행착오를 피하여 공정과정을 적절히 설계하기 위하여 컴퓨터 시뮬레이션 해석이 시도되고 있다. 다양한 접촉과 마찰조건들뿐 아니라 기하학적 비선형과 재료학적 비선형을 포함하는 어려운 문제들을 해결하기 위하여 신뢰할 만한 시뮬레이션 방법이 요구되어진다.1~9 동적해석에서는 보다 경제적인 해석을 위하여 해의 정확도에 큰 영향을 미치지 않는 범위 내에서 실제보다 훨씬 빠른 편치속도와 Mass Scaling 방법을 사용하고 있다.

본 연구에서는 동적 외연적 방법을 사용하여 차체 판넬을 성형해석하여 성형해석과정,

* 제주대학교 기계·에너지·생산 공학부 교수

** 제주대학교 대학원 기계공학과

잔류응력분포도를 나타내고 파인더 랩(Binder Wrap)해석, 편차속도와 Mass Scaling의 두 인자가 동적해석에 미치는 영향에 대해 분석하였다.

II. 본 론

1. 외연적 시간 적분법의 운동 방정식 수식화

외력에 의해 행해진 일(W^{ext})과 내력, 관성력 및 점성력에 의한 일(W^{int})은 같아야 한다는 일평형(work balance)으로부터¹⁰

$$\begin{aligned} \int_V \delta U^T \psi dV + \int_S \delta U^T \phi dS + \sum_{i=1}^n \delta U_i^T F_i \\ = \int_V (\delta \epsilon^T \sigma + \delta u^T \rho \ddot{u} + \delta u^T k_d \dot{u}) dV \end{aligned} \quad (1)$$

이 성립된다.

여기서

$\delta u, \delta \epsilon$: 임의의 변위 및 변형률

ψ : 체적력 (Body force)

ϕ : 표면력 (Surface traction)

F_i : 집중 하중

ρ : 밀도

k_d : 점성 계수

u, \dot{u}, \ddot{u} : 변위, 속도, 가속도

이다.

형상 함수(shape function) N 을 도입하면

$$u = Nd, \quad \dot{u} = N\dot{d}, \quad \ddot{u} = N\ddot{d} \quad (2)$$

이 되고 이를 (1)식에 대입하고 정리하면 다음과 같이 동적힘 평형식(dynamic force balance equation)을 구할 수 있다.

$$M\ddot{d} + C\dot{d} + R^{int} = R^{ext} \quad (3)$$

여기서 M 과 C 는 각각 질량과 점성 행렬을 나타내며,

$$\begin{aligned} M &= \int_V \rho N^T N dV \\ C &= \int_V k_d N^T N dV \end{aligned} \quad (4)$$

R^{int} 와 R^{ext} 는 각각 내력과 외력을 나타내는 벡터이다.

$$\begin{aligned} R^{int} &= \int_V B^T \alpha dV \\ R^{ext} &= \int_V N^T \psi dV + \int_S N^T \phi dS + \sum_{i=1}^n F_i \end{aligned} \quad (5)$$

2. 집중법(Lumping scheme)

외연적 시간적분법에서 질량행렬을 집중시켜 사용하면 해의 정확도가 증가하고 해석시간을 줄일 수 있다.

$$[M][a] = [F], [a] = [M]^{-1}[F] \quad (6)$$

윗 식에서 $[M]$ 을 집중시켜 대각선 행렬로 만들면 $[M]^{-1}$ 을 구할 필요가 없이 바로 선형식 $m_i a_i = f_i$ 을 풀면 된다. 역행렬을 구하는데 많은 시간이 소요되므로 집중법(lumping scheme)을 사용하여 경제적인 해석을 수행할 수 있다. 동적해석에서는 집중질량법(lumping mass scheme)이 연속질량법보다 해의 정확도가 우수하다.^{11,14}

본 연구에서 사용한 집중법은 아래와 같다.

$$m_{pq}^e = \begin{cases} \alpha \delta_{ij} \int_{\Omega^e} \rho N_a^2 d\Omega, & a=b \\ 0, & a \neq b \end{cases} \quad (7)$$

단, 윗 식에서 a 와 b 는 질량행렬의 행과 열로 $a=b$ 일 경우는 대각선 성분

또, 여기서

$$\alpha = \frac{\int_{\Omega^e} \rho d\Omega}{\left(\sum_{a=1}^{n_s} \int_{\Omega^e} \rho N_a^2 d\Omega \right)}$$

total element amount of diagonal entries of consistent mass

즉, 위 식의 α 는 총 요소질량을 대각선 성분의 질량 합으로 나눈 것이다. 이 방법의 아이디어는 집중질량 행렬은 연속질량행렬의 대각선 부분에 비례한다는 것이고 항상 양의 값을 갖는 집중질량을 만들 수 있다. 위 식에서 상수 α 는 총 요소질량을 보존하기 위하여 선택되어진다.

3. 외연적 시간적분법

계산의 편리를 위해 (3)식에서 점성 행렬 C 를 무시한다. 그러면 외연적 시간 적분 절차는 절점에서와 요소에서의 계산을 번갈아 수행하는 형태가 된다. 이를 요약하여 <Fig. 1>에 나타내었다.¹⁵

I. 절점에서의 계산

(1) $d^{(i)} = M^{-1}(R^{ext(i)} - R^{int(i)})$

(2) $\dot{d}^{(i+1/2)} = \dot{d}^{(i+1/2)} + \frac{\Delta t^{(i+1)} + \Delta t^{(i)}}{2} \ddot{d}^{(i)}$

II. 요소에서의 계산

(1) 변형률 증분 계산

$$\Delta \epsilon = B \Delta d^{(i+1)}$$

(2) 응력 및 상태 변수 계산 및 갱신

$$\sigma^{(i+1)} = f(\Delta \epsilon, \sigma^{(i)}, S^{(i)})$$

$$S^{(i+1)} = g(\Delta \epsilon, \sigma^{(i)}, S^{(i)})$$

(3) 내력 계산

$$R^{int(i+1)} = \sum B^T \sigma^{(i+1)}$$

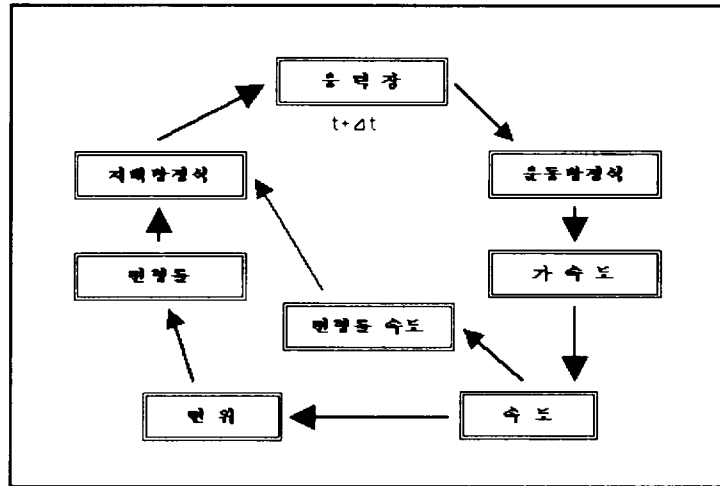
III. $I+1 \rightarrow i$ 로 두고 I 부터 반복 계산

<Fig. 1> 외연적 시간 적분법의 계산 절차

먼저 각 절점에서 구해진 외력과 내력의 차이와 그 질량으로 가속도를 구한 후 이를 중간 차분법(central difference method)를 이용해 속도 및 변위를 구한다. 구해진 변위로 부터 해당 요소의 변형률을 구할 수 있다.

이를 지배방정식에 대입하면 그 요소에서의 응력과 그와 관련한 상태 변수들을 구할 수 있다. 이로부터 다시 내력을 구할 수 있다. 외력은 이미 주어져 있으므로 다음 계산 스텝에 이를 반영하여 계속 반복 계산하게 된다. 이는 응력파(stress wave)의 전달 과정과 동일한데 이를 <Fig. 2>처럼 도식적으로 나타낼 수 있다.¹⁶

즉, 모든 계산은 변형률로부터 출발하여 응력을 계산해 나가는 방식이다.



<Fig. 2> 재료 내 응력파의 전달 과정

4. 접촉 처리

외연적 시간 적분법의 장점을 살리기 위해 벌칙 함수법(penalty method)를 사용한다. 절점이 급형을 ρ 만큼 파고들면 접촉력 f_s 를 절점에 가해준다.¹⁷

$$f_s = -h k n \tag{8}$$

여기서 h 는 침투량, n 은 수직 벡터(normal vector), k 는 강성 인수(stiffness factor)로서 다음과 같이 정의된다.

$$k = \alpha K A^2 / V$$

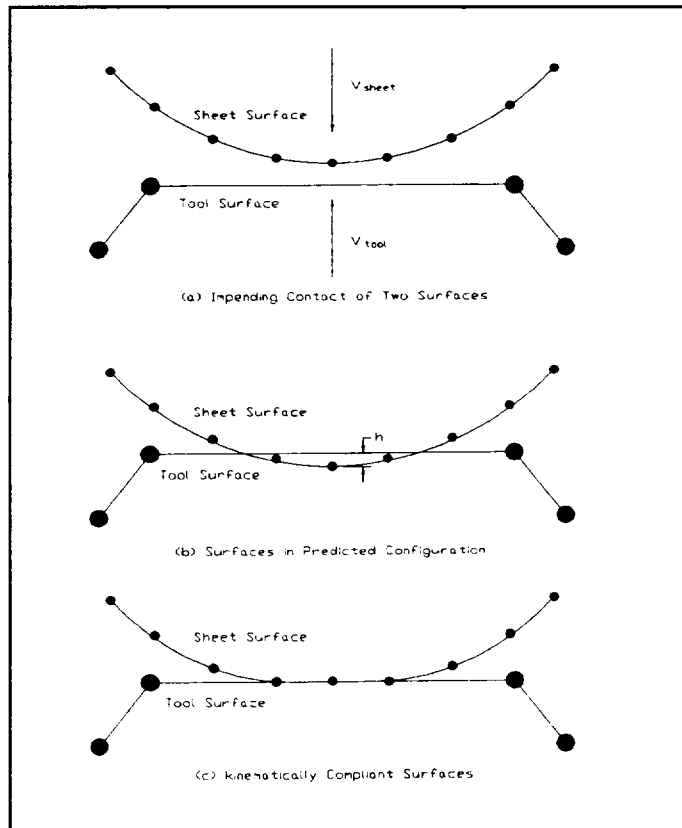
여기서

- α : 척도 계수(scale factor)
- K : 체적 탄성 계수
- A : 요소 면적
- V : 요소 부피

이다.

이의 모식도를 <Fig. 3>에 나타내었다. Fig. 3에서 (a)는 두개의 표면이 접촉하기 직전의 모습을 나타내고 있고, (b)는 두개의 표면이 계산상으로 먼저 침투를 허용하는 모습을 나타내고 있다.

이는 벌칙 함수법의 특성이다. 침투를 허용한 후 그 침투량 h 에 해당하는 f_s 를 식(8)과 같이 구하여 이를 양쪽 표면에 대칭적으로 가해주면 (c)와 같이 기하학적으로 맞는 접촉 상태를 가지게 된다.



<Fig. 3> 접촉기법에 대한 개략도

5. 시간 증분의 안정 한계

외연적 시간 적분법에서는 축차가 없는 대신 해의 안정성을 보장하기 위한 임계 시간 증분(critical time increment)이 존재하여 시간 증분이 이 값 이하일 것을 요구하고 있다. 점성이 없을 경우 임계 시간 증분은,

$$\Delta t_c = L_s / C \quad (9)$$

L_s : 요소의 특성 길이

$C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$: 응력 전파 속도

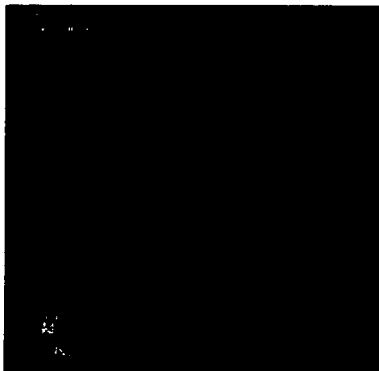
E : 영계수

ρ : 밀도

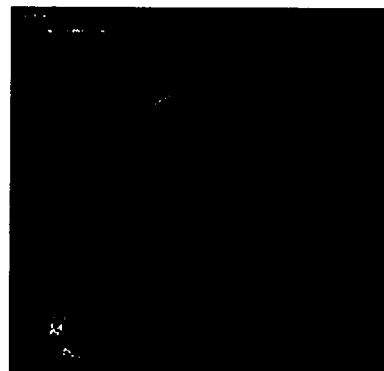
가 된다.

III. 성형해석 결과

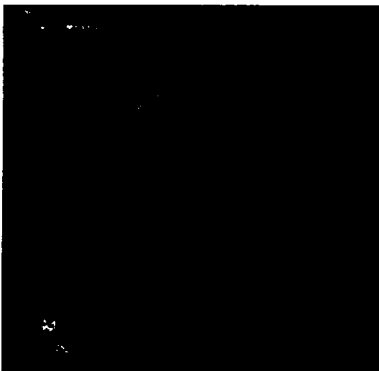
수식화 된 결과에 따라 유한요소해석 프로그램을 작성하여 성형품의 각 단면들을 성형 해석과정을 성형단계, 잔류응력분포도, 이 2가지를 3차원으로 나타내 보았다. 결과들은 다음과 같다.



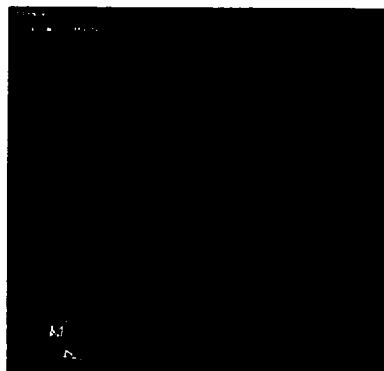
(a) 초기단계에서의 금형형상



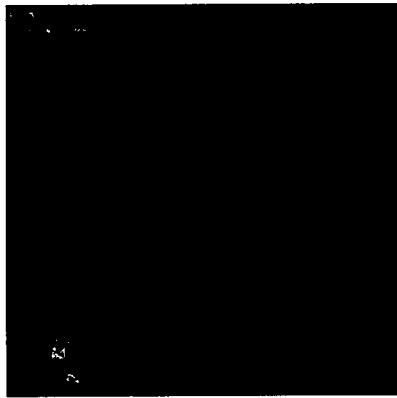
(b) step 2 에서의 금형형상



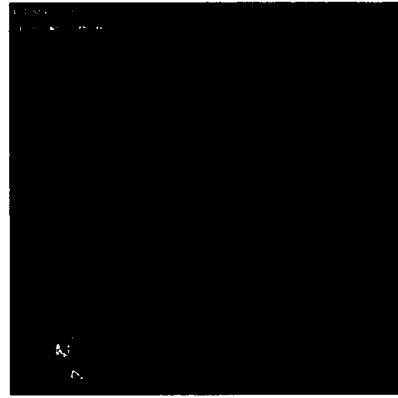
(c) step 3 에서의 금형형상



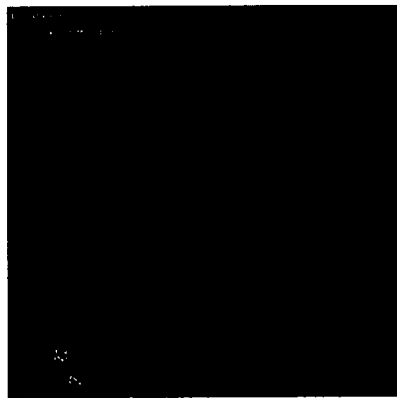
(d) step 4 에서의 금형형상



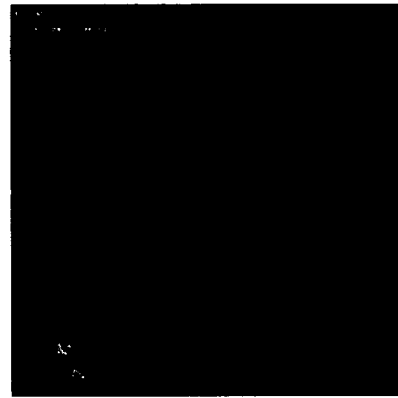
(e) step 5 에서의 금형형상



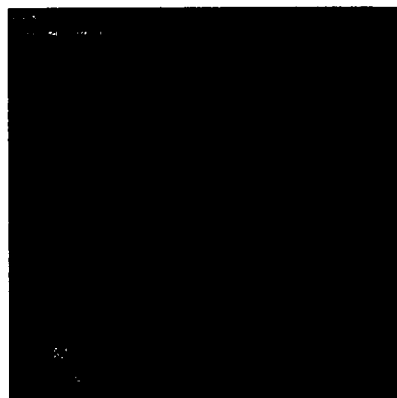
(f) step 6 에서의 금형형상



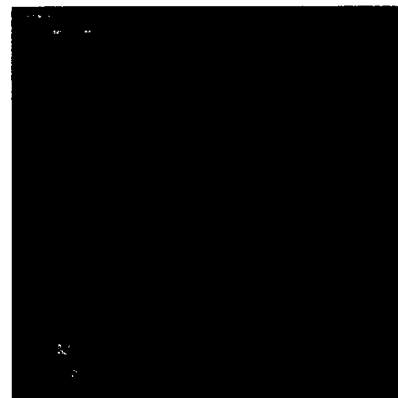
(g) step 8 에서의 금형형상



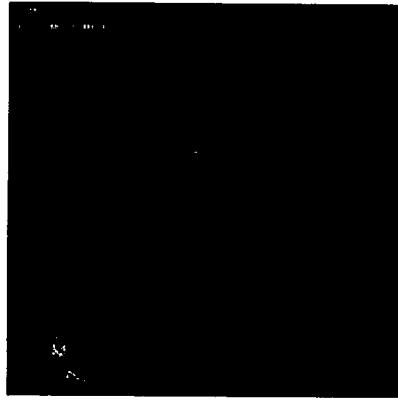
(h) step 10 에서의 금형형상



(i) step 11 에서의 금형형상

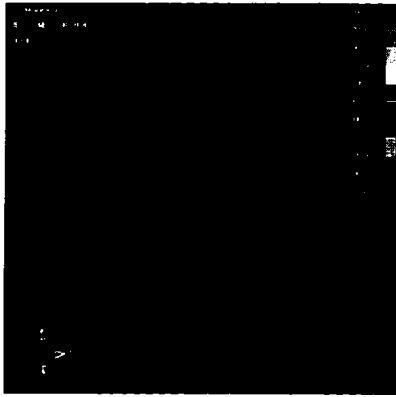


(j) step 12 에서의 금형형상

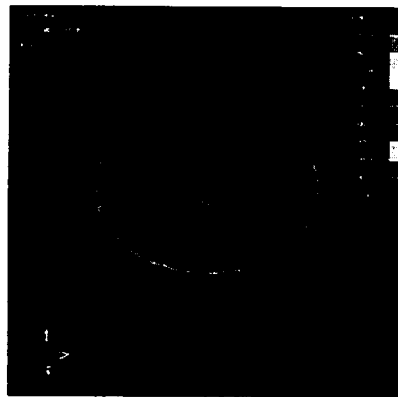


(k) 최종단계에서의 금형형상

<Fig. 4> 펀치 스트로크에 따른 판넬두께 분포



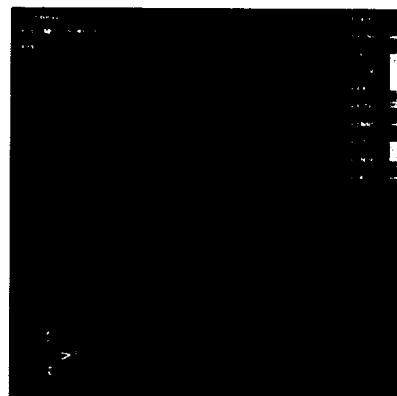
(a) 초기단계에서의 두께 분포도



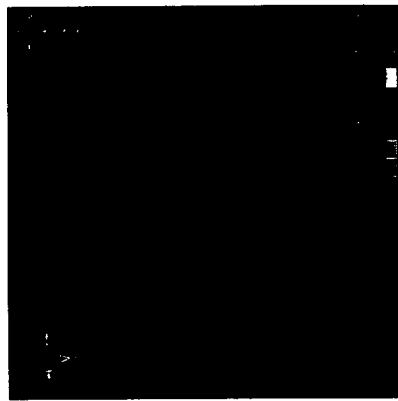
(b) step 3 에서의 두께 분포도



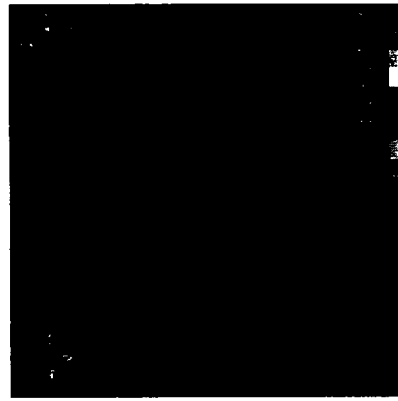
(c) step 5 에서의 두께 분포도



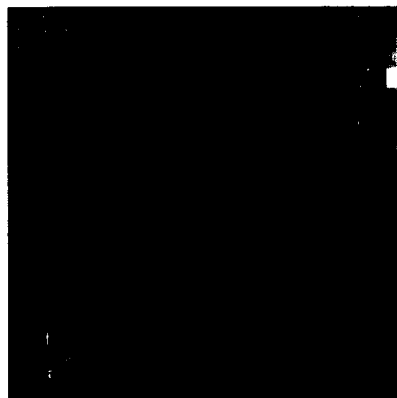
(d) step 8 에서의 두께 분포도



(e) step 10 에서의 두께 분포도



(f) step 12 에서의 두께 분포도



(g) 최종단계에서의 두께 분포도

<Fig. 5> 펀치 스트로크에 따른 판넬두께 분포

IV. 결론 및 고찰

본 연구는 멀티-스테이지 조립품의 생산 공정을 상용프로그램인 Dynaform을 사용하여 성형해석 해 보았다. 많은 수의 격자를 가진 복잡한 형상의 해석에는 외연적 방법이 내연적 방법보다 효과적이다. 성형해석결과 잔류응력분포도와 성형한계곡선(FLD), 그리고 두께감소율의 시뮬레이션 해 본 결과를 볼 때 성형완료 후 변형, 주름경향, 터짐(crack) 발생의 예측을 할 수 있었다. 이런 점들을 볼 때 동적외연적 방법은 금형설계에서 개발 트라이아웃 기간과 경비를 제품이 요구하는 고품질에 맞게 줄여 줄 수 있을 것으로 보여지며 정확하고 효율적인 다양한 결과를 제공 할 것이다.

참 고 문 헌

1. Yang, D. Y., Jung, D. W., Song, I. S., Yoo, D. J. and Lee, J. H., Comparative investigation into implicit, explicit and iterative implicit/explicit schemes for the simulation of sheet-metal forming processes, *J. Materials Processing Technology*, vol.50, pp.39~53, 1995.
2. Jung, D. W., Yoo, D. J. and Yang, D. Y., A dynamic explicit/rigid-plastic finite element formulation and its application to sheet metal forming processes, *Engineering Computations*, vol.12, pp.707~722, 1995.
3. 정동원 "평형해법을 이용한 트렁크 리드의 단면해석과 3차원 형상합성(The Sectional Analysis of Trunk-lid using the Equilibrium Approach and Three - Dimensional Shape Composition)", *한국해양공학회 제15권 제2호*, pp.66~71, 2001.
4. Jung, D. W., Yoo, D. J. and Yang, D. Y., A dynamic explicit/rigid-plastic finite element formulation and its application to sheet metal forming processes, *Engineering Computations*, vol.12, pp.707~722, 1995.
5. Lee, H. S., Jung, D. W., Jung, J. H. and Im, S. Y., Finite element analysis of lateral buckling for beam structures, *Computers & Structures*, vol.53, pp.1357~1371, 1994.
6. 안동규 · 정동원 · 양동열 · 이장희, "강소성 외연적 유한요소법을 이용한 자동차 박판 제품의 성형공정에 대한 단면해석(Sectional forming analysis of automobile sheet metal parts by using rigid-plastic explicit finite element method)", *자동차공학회 제3권 제3호*, pp.19~28, 1995.
7. 정동원 · 양동열, "차체판넬 스탬핑공정의 단면해석과 3차원 형상 합성(The sectional analysis of auto-body panel stamping process and three-dimensional shape composition)", *한국정밀공학회 제14권 제9호*, pp.101~107, 1997.
8. Wang, N.M. and Budiansky, B., "Analysis of Sheet Metal Stamping by a Finite Element Method", *Journal of Applied Mechanics*, vol.45, pp.73~82, March 1978.
9. 정동원, "유한요소법을 이용한 원통형 강편의 자유단조 해석(Analysis of Free Forging of Cylindrical Billets by Using Finite Element Method)", *한국해양공학회 제16권 제6호*, pp.49~54, 2002년 12월.
10. "An Introduction to ABAQUS/ Explicit", 1991, Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc.
11. Abaqus / Explicit: User's Examples and Theory manuals. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., 1991.
12. Nagtegaal J. C and Taylor L. M., "Comparison of Implicit and Explicit Finite Element Methods for Analysis of the FE-Sim. of 3-D Sheet Metal Forming

- Processes", in Automotive Ind. Conf., J. Reissner et al, VDI Verlag, Dusseldorf, 1991.
13. E. Hinton, T. Rock, and O. C. Zienkiewicz, "A Note on Mass Lumping and Related Processes in the Finite Element Method," Earthquake Engng. Struct. Dynamics, Vol.4, No.3, 1976, pp.145~149.
 14. K. S. Surana, "Lumped Mass Matrices with Non-Zero Inertia for General Shell and Axisymmetric Shell Elements," Int. J. Num. Meth. Engng., Vol.12, No.11, 1978, pp.1635~1650.
 15. Moss, W. C., 1984. "On the Computational Significance of the Strain Space Formulation of Plasticity Theory". Int. J. Num. Met. Engr., Vol.20, pp.1703~1709.
 16. Hallquist, J. O., 1983, "Theoretical Manual for DYNA3D", Lawrence Livermore Laboratory.
 17. Meyers, M. A., Ravichandran, G., 1989, "Lectures on Dynamic Behavior of Materials", University of California, San Diego. No.1, pp.3~10, 1997.