不確實性下에서 原價—操業度—利益 分析에 관한 研究

金　　大　　根

〈目　　次〉

Ⅰ 序　論

企業을 운영하는 經營者는 끊임없이 製品의 販賣價格, 變動費, 固定費에 대한 意思決定 狀況에 직면하게 되며, 企業의 目的에 비추어 필요한 經濟的 資源(economic-resource)을 얼마를 획득하고, 어떻게 利用할 것인가를 決定하여야 한다.

이러한 經營管理의 主要用具로서 C-V-P分析(Cost-Volume-Profit Analysis)은 利益計劃, 原價管理뿐만아니라 製品의 選定, 價格決定, 設備投資 등 수많은 意思決定 分野에 널리 利用되고 있다. 또한 C-V-P分析은 다음과 같은 질문에 해답을 준다.[1)]

① 주어진 販賣價格과 原價構造(cost structure)에 의해서 X의 利益을 얻는데 필요한 營業量(volume of operations)은 얼마인가?

② 販賣價格의 X% 引下되면 종전의 利益水準(the previous level of profits)을 유지하기 위하여 販賣量을 얼마나 증가하여야 하는가?

③ 變動原價(variable costs)가 어떤 자동기계 획득으로 인하여 節減되고, 固定費(fixed

1) ① R.M.Copeland and P.E.Dasher. Managerial Accounting (John wiley & Sons Inc, 1978), pp.116－132.
② C.T.Horngren, A Managerial Emphasis : Cost Accounting (Prentic Hall Inc., 1977), pp.44－59.

cost)가 증가하면 현재의 營業水準(the existing level of operations)이 앞으로 계속된다는 전제하에서 Z의 利益을 얻기 위하여 얼마만한 原價節減이 요구되는가?

④ 變動原價가 X% 증가하고 販賣量이 Z% 증가하면 利益의 水準은 어떻게 되겠는가?

이상에서 言及한 C-V-P分析은 C-V-P分析要素 (① 단위당판매가격, ② 단위당변동비, ③ 고정비, ④ 판매고)가 確實性을 前提로 하느냐, 안하느냐에 따라 確實性下의 C-V-P分析과 不確實性下의 C-V-P分析 두 가지 側面에서 고찰할 수 있다. 確實性下의 C-V-P分析은 線型損益分岐分析(Linear Breakeven Analysis)과 曲線型損益分岐分析(Curvilinear Breakeven Analysis)[2]으로 利用되고 있으며, 不確實性下의 C-V-P分析은 Jaedicke and Robichek (1964)[3]가 發表한 후 회계문헌과 推計 C-V-P分析(the stochastic cost-volume-profit analysis)을 다루는 論文(Buzby「1974」, Hilliard and Leitch「1975」, Liao「1975)[4]들이 발표되었으나 아직도 계속 연구개발되고 있는 실정이다.

따라서 이 論文을 硏究하는 目的은 不確實性下의 傳統的인 C-V-P分析 모델을 例示하고, 이 傳統的인 C-V-P모델의 根本的인 결점을 補完하는 Wei shih의 一般的 推計C-V-P모델(The General Stochastic Cost-Volume-Profit Model)을 提示하므로서 그 응용성의 범위를 擴大시키고, 종래 傳統的인 C-V-P모델에서 다루지 않았던 需要의 確率變數(random variable of demand)와 生產水準(level of production)을 利益의 分布形態(distributional form of profits)로 유도하고 이를 명백히 검토하는데 있다, 이로 인하여 얻은 결과를 가지고 經營者는 利益의 確率行態(random behavior of profits)와 관련된 不確實性의 程度를 측정하고, 企業의 目標

2) ① 收益函數 $TR=\frac{4(10-x^2)}{25}$, 原價函數 $TC=\frac{x^3-12x^2+50x+100}{50}$라고 하면 利益函數 $\pi=TR-TC=\frac{-x^3+4x^2+30x-100}{50}$ 이때 損益分岐点은 3.0373과 6.2395($\pi=0$일때 $x=3.0373$. $x=6.2395$. $x=-5.2767$)이다. 極大利益의 값을 구하기 위하여 利益函數의 1次導函數를 零으로 두면 $\frac{d\pi}{dx}=\frac{-3x^2+8x+30}{50}$ ($x=4.77$. $x=-2.10$) 이경우 $x=4.77$을 극대이익 내지 극소이익을 가져올 수 있다. 극대와 극소의 값을 決定하기 위하여 2차 도함수 $\frac{d^2\pi}{dx^2}=-6x+8$에 x의 값을 代入하여 0보다 크면 극소치, 0보다 작으면 극대치가 된다. $\pi''(x)=-6(4.77)+8=-20.62$.
② 金台煥, 曲線型 損益分岐分析(영남대학 論文集, Vol.4, 1970), pp.265~281.
③ E.F.Brigham, Managerial Economic(The Dryden Press Inc., 1972), pp.26~41.

3) R.K.Jaedike and A.T.Robichek, "Cost-Volume-Profit-Analysis Under Conditions of Uncertainty" The Accounting Review(October, 1964), pp.917−926.

4) ① S.L.Buzby, Extending the Applicabitlity of Probabilistic Management Planning and Control Models" The Acccunting Review(January, 1974), pp.42−49.
② J.E.Hillard and R.A.Leitch, "Cost-Volume-Profit Analysis Under Uncertainty: A Logn rmal Approach" The Accounting Review(January, 1975), pp.69~80.
③ M.Liao, "Model Sampling: A Stochastic Cost-Volume-Profit Analysis", The Accounting Review(October, 1975), pp.780~790.

達成을 위해서 合理的인 意思決定을 하는데 도움이 되는 主要用具가 된다.

Ⅱ 不確實性下에서 傳統的인 C-V-P分析

1. 正規確率分布에 의한 C-V-P分析[5)]

1) 販賣量을 確率變數로 보는 경우

確實性下의 C-V-P分析은 단위당 판매가격, 단위당 변동비, 고정비, 판매량 등 4가지 要素를 모두 確實한 것으로 가정하였다. 그러나 分析에 사용되는 要素들은 장래에 發生할 推定値이므로, 이들을 確實하다고 가정하는 것은 分析의 狀況을 지나치게 單純化하여 意思決定을 誤導할 염려가 있다.

그러므로 分析의 편의상 販賣量만을 不確實하다고 하고, 다른 要素들은 確實하다고 가정하여 C-V-P分析을 考察하여 보자. 여기서 特定期間의 販賣量을 確率變數(random variable)[6)]로 하고 예상판매량의 確率分布는 正規의 連續的 確率分布라고 전제한다. 왜냐하면 確率變數는 未知數라고 할 수 있으며 企業의 最善의 意思決定은 各 製品의 販賣量인 확률변수의 값에 크게 의존한다. 또한 連續的 確率變數(continuous random variable)는 계산이 간편하며 不確實한 상황을 표현하는 보다 正確한 方法이기 때문이다.

이제 販賣量을 確率變數로 보고 正規分布를 利用하자. 단위당 판매가격 ₩3,000, 단위당 변동비 ₩1,750, 고정비는 ₩5,800,000이라고 하자. 이 경우 損益分岐販賣量은 4,640단위이다. 그리고 經營者는 豫想販賣量의 평균치가 5,000단위, 實際販賣量이 평균치의 400단위 內外

$$\text{損益分岐販賣量} = \frac{\text{고 정 비}}{\text{단위당 판매가격} - \text{단위당 변동비}}$$

$$= \frac{₩5,800,000}{₩3,000 - ₩1,750} = 4,640\text{단위.}$$

〈4,600～5,400〉가 될 確率이 약 68%라고 推定하고 있다고 하자. 이때 正規分布에서 면적의

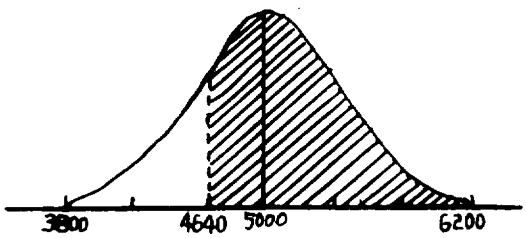
5) ① 金海天外 經營意思決定論,(博英社, 1975), pp.102～106.
② 高德弼, 損益分岐点의 理解(淸州大學商學論集, 1974), pp.18－20.
③ M.Liao. op.cit., pp.780～788.

6) ① 確率變數 X가 數値 x_1, x_2, …x_n중 어느 하나를 취하고 이들 수치의 확률이 p_1, p_2, …p_n이라 할 때의 變數 X를 말한다. $\sum_{i=1}^{n} P(X=x_i)=P_i=1$
② 金正年, 統計學(經文社, 1979), pp.84～85.

약 0.68은 평균치의 標準偏差 ±1.0內에 (E(μ)±δ_e=68%)에 있게 되므로 위의 主觀的 推定値들은 평균 E(μ)=5,000 단위, 표준편차 δ_e=400 단위인 正規分布를 도시할 수 있다.

「도표 2—1」의 水平軸은 販賣量을 표시하게 되고 발생할 실제판매량 「事象」의 확률은 確率

〈도표 2—1〉 確率分布

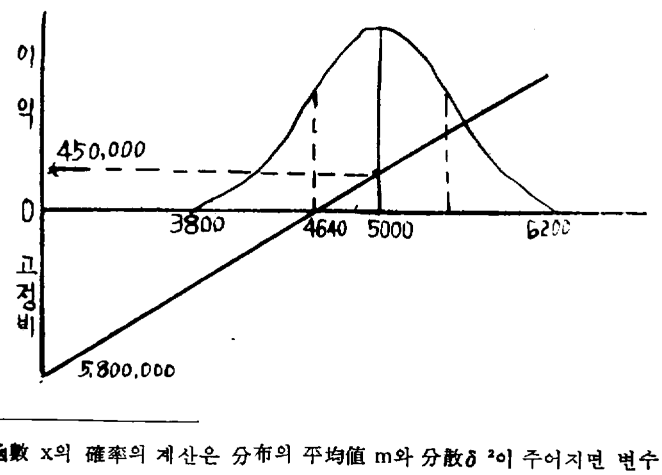


分布下의 면적으로 도시된다. Eμ(5,000단위) δ_e(400)단위가 주어지고 있으므로 實際販賣量이 BEP를 초과 또는 부족한 確率을 구할 수 있다. 이때의 算式은 正規分布를 基準型으로 바꾸는 公式[7] $Z = \frac{\text{실제판매량} - \text{평균판매량}}{\text{분포의 표준편차}} = \frac{4,640 - 5,000}{400} = 0.90$ 표준편차이다.

0.90δ는 正規分布表에서 實際販賣量이 BEP以下일 確率이 18.4%임을 알 수 있다. 따라서 販賣量이 4.640 단위를 초과할 확률은 「도표 2—1」의 斜線部分 즉 81.6%이다.

위의 「도표 2—1」과 P/V도표와 結合하면 「도표 2—2」가 된다. 이 경우 단위당 판매가격,

〈도표 2—2〉 確率分布와 P/V도표



7) ② 正規分布函數 x의 確率의 계산은 分布의 平均値 m와 分散δ^2이 주어지면 변수 x를 $Z=\frac{x-m}{\delta}$으로 변환하여 ϕ(Z)의 정규분포를 사용하여 계산한다.

② 姜五佺, 統計學(博英社, 1979), pp.244~245.

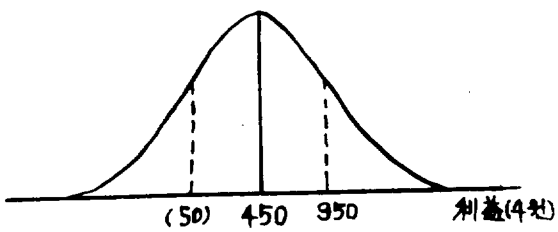
단위당 변동비, 고정비는 모두 확실한 것으로 가정한다. 5,000단위에서 期待利益은 아래와 같이 ₩450,000이다.

$$E(T) = E(S)\ [E(R)-E(V)]-E(F)$$
$$= 5,000(3,000-1,750)-5,800,000=₩450,000$$

(E(T)= 기대이익, E(S)=기대판매량, E(R)=기대판매가격, E(V)=기대변동비
E(F) = 기대고정비

5,400단위에서 期待利益(Expected profit)은 5,400(3,000—1,750)—5,800,000 = ₩950,000이다. 이제 판매량의 確率分布(Probability Distribution)가 평균치 5,000단위, 표준편차 400단위인 正規分布이므로, 利益의 確率分布(the probability distribution of profit)도 평균치 ₩450,000, 표준편차 ₩500,000(₩950,000—450,000)인 「도표 2—3」으로 나타낼 수 있다.
「도표 2—3」의 利益確率分布를 利用하여 다음과 같은 확률을 계산할 수 있다.

〈도표 2－3〉 利益의 確率分布



(1) 최소한 B.E.P에 이르게 될 確率;

$$P(\text{利益} \geq 0) = 1-P(\text{利益} < \frac{450-0}{500} = 0.9\delta)$$
$$= 1-0.184 = 0.816 \text{ 즉 } 81.6\%$$

(2) 利益이 ₩200,000以上이 될 確率;

$$P(\text{利益} > ₩200,000) = 1-P(\text{利益} < \frac{450-200}{500} = 0.5\delta)$$
$$= 1-0.3085 = 0.692 \text{ 즉 } 69.2\%$$

(3) 損失이 ₩300,000以上이 될 確率;

$$P(\text{損失} > ₩300,000) = P(\text{損失} > \frac{450-(-300)}{500}\delta = 1.5\delta)$$
$$= 0.067 \text{ 즉 } 6.7\%\text{이다.}$$

2) 關係要素가 모두 不確實한 경우

앞에서는 販賣價格, 變動費, 固定費는 常數로 가정하였으므로 利益은 다만 販賣量이 變動에

좌우되었다. 여기서는 모든 要素를 確率變數로 하여 利益의 확률변수로 취급하고, 前例에서 다음과 같은 情報를 추가하여 보자.

變 數	豫 想 平 均 値	標 準 偏 差
販 賣 量(S)	E(S)=5,000단위	δ_S=400단위
販 賣 價 格(R)	E(R)=₩3,000[8]	δ_R=₩50[8]
變 動 費(V)	E(V)=₩1,750[8]	δ_V=₩75[8]
固 定 費(F)	E(F)=₩5,800,000[8]	δ_F=₩100,000[8]

이 例에서 確率變數들은 모두 독립적이어서 다른 확률변수들이 事象과는 아무런 관계가 없다고 가정하여[9] 豫想利益과 利益의 標準偏差는 다음과 같이 계산된다.

$$E(T)=E(S)[E(R)-E(V)]-E(F) = ₩450,000$$

$$\delta_t = \sqrt{\delta_s^2(\delta_R^2+\delta_V^2)+E(S)^2(\delta_R+\delta_V^2)+[E(R)-E(V)]^2\delta_S^2+\delta_F^2} = ₩681,500$$

여기서 보는 바와 같이 販賣量이외의 要素들을 確率變數로 취급할 경우 그 예상이익은 販賣量만을 確率變數로 취급한 경우의 그것과 동액인 ₩450,000이다. 그러나 標準偏差로 측정되는 그 利益의 危險度는 ₩500,000에서 ₩681,500으로 증가한다. 標準偏差의 이러한 變動은 여러가지 確率的인 測定値를 비교하는데, 그리고 위험성에 대한 企業의 태도에 기초가 되는 하나의 價値判斷을 하는데 그 의미가 있다.

이제 假想的인 제품에 대한 豫想利益, 利益의 標準偏差 그리고 몇가지 確率들을 正規分布를 利用하여 비교한 것이 「도표 2—4」이다. 이들 세 가지 製品들은 모두 그 損益分岐販賣量이 4,640단위이다. 製品 ①은 販賣量만을 확률변수로 보았던 앞에서 든 例이고, 製品 ②는 바로 앞에서 든 모든 要素들이 확률변수이었든 例의 것이며, 製品 ③은 제품 ②와 똑같은 예상판매가격, 변동비, 고정비, 판매량을 갖는 제품이지만 이들 確率變數 하나 하나의 標準偏差가 δ_S=600(400단위 대신) δ_R=₩125(₩50대신) δ_V=₩150(75대신) δ_F=₩200,000(₩100,000대신)으로 증가한 것이다.

이 表에서 우리들은 세 가지 製品에 관련된 相對的인 위험성을 알 수 있다. 최소한 損益分岐点에 이를 기회는 製品 ①이 가장 크다. 그러나 製品 ③에서의 利益의 標準偏差가 製品 ①의

8) R.V.F의 平均値와 標準偏差는 모두 主觀的인 推定値들이다. 즉, 경영자는 단위당 판매가격이 ₩3,000이라고 推定하였고, 또한 그는 단위당 實際販賣價格이 이 平均推定値의 ₩50이내에 있을 確率은 대개 68%정도 될 것으로 가정하였다.

9) 이러한 가정은 계산을 간편하게 한다. 變數間에 相互關係가 있는 경우에는 각각의 共變量(covariance)을 고려하는 계산절차가 필요하게 된다.

(도표 2-4) 製品別 豫想利益, 利益의 標準偏差 및 確率의 比較

	제품 ①	제품 ②	제품 ③
예 상 이 익	₩ 450,000	₩ 450,000	₩ 450,000
이익의 표준편차	₩ 500,000	₩ 681,500	₩ 1,253,000
確率;			
(A) 최소한 損益分岐点에 이를	.816	.745	.641
(B) 〃 ₩250,000의 이익을 가져올	.655	.615	.564
(C) 〃 ₩600,000의 〃	.382	.413	.456
(D) ₩300,000이상의 損失이 될	.069	.136	.274

그것에 2倍를 넘는 것이지만 製品 ③에서 損益分岐点에 이르게 될 確率은 製品 ①의 경우 보다 .17(.816~.641)이 적은 것이다. 마찬가지로 ₩250,000의 利益을 얻을 수 있는 確率은 가장 낮은 利益의 標準偏差를 갖는 製品 ①이 가장 높다.

그러나 주의할 것은 각 製品의 豫想利益 ₩450,000을 초과하는 利益을 얻을 수 있는 確率은 製品 ①보다 ②와 ③이 크다는 점이다. 만일 이 企業이 위험부담을 즐겨 甘受하는 企業이라면 최고의 利益을 가져올 確率이 가장 높은 製品 ③을 선택할 것이다.

2. 確率評價(Probabilistic Estimates)에 의한[10] C-V-P分析

장래 영업활동에 있어서 不確實性에 의한 非線型 C-V-P分析을 검토하는 하나의 代替的인 方法으로서, 장래 「事象」이 일어날 可能性을 검토하는 確率에 의한 評價方法을 소개하고자 한다. 確率評價는 각 期待操業度의 水準(each level of expected volume)에 대한 變動豫算資料에 同時確率(joint probability)을 結合시킨다. 이들 確率評價 結果는 變動豫算(flexible budget)과 損益分岐分析(breakeven analysis)에 使用될 수 있다.

例示를 통하여 「도표 2—5」를 살펴보자 이 「도표 2—5」에 表示된 意思決定 「츄리」(decision tree)는 두 개의 대체적인 販賣價格, 세개의 變動原價, 두 개의 固定費에 대한 이들 각각 要素에 대응한 값을 성취시킬 確率을 表示한다. 그 販賣價格은 ₩10과 ₩9이고, 이에 대응한 確率은 0.9와 0.1이다. 變動原價는 ₩6, ₩7, ₩8이고 그 確率은 0.8, 0.1, 0.1이다 固定費는 ₩50.000, ₩40,000이고 그 確率은 0.7과 0.3이다.

販賣價格, 變動原價, 固定費에 대한 각 事象(events)이 일어날 確率의 和는 1이다. 12개의 연결항에 損益分岐量이 計算된다. 예를들면 연결 1항의 損益分岐量은 固定費 ₩50,000에 공헌이익(contribution margin) ₩4(10—₩6)로 나누므로서 12,500 단위가 된다. 「도표 2—5」의

10) R.M Copeland and P.E.Dascher. op.cit., pp.133~134.

E란에 表示된 모든 損益分岐値의 값은 單位當 貢獻利益(the unit contribution margin)에 의해서 계산되어 진다.

同時確率(joint probability) F란은 各 연결항의 판매가격, 변동원가, 고정비에 대응한 確率을 乘하여 계산된다. 例를들면 연결 1항의 .504의 同時確率은 販賣價格에 대한 0.9의 확률, 變動原價에 대한 0.8의 확률, 고정비에 대한 0.7의 확률을 乘하여 얻어진 값이다. 이들 同時確率은 特定연결항(a particular combination)이 일어날 可能性을 가리킨다. 즉 연결 1항과 2항에 대한 同時確率이 크기가 이들 事象이 일어날 기회가 가장 높다는 것을 의미한다.

각 연결항의 結果(outcome)는 G란에 表示된다. 이 마지막 G란은 어떤 하나의 연결항이 期待損益分岐点(expected break-even point)의 決定에 있어서 貢獻하게 될 數値를 나타낸다.

〈도표 2-5〉 TREE DIAGRAM, Cost-Volume-Profit Relationships.

A Price	B Variable Rate	C Fixed Costs	D Combination	E Break-even	F Joint Probability	G EXF
₩10 P=.9	₩6 P=.8	₩50,000 P=.7	1	12,500	.504	6,300
		₩40,000 P=.3	2	10,000	.216	2,160
	₩7 P=.1	₩50,000 P=.7	3	16,667	.063	1,050
		₩40,000 P=.3	4	13,333	.027	360
	₩8 P=.1	₩50,000 P=.7	5	25,000	.063	1.575
		₩40,000 P=.3	6	20,000	.027	540
₩9 P=.1	₩6 P=.8	₩50,000 P=.7	7	16,667	.056	933
		₩40,000 P=.3	8	13,333	.024	320
	₩7 P=.1	₩50,000 P=.7	9	25,000	.007	175
		₩40,000 P=.3	10	20,000	.003	60
	₩8 P=.1	₩50,000 P=.7	11	50,000	.007	350
		₩40,000 P=.3	12	40,000	.003	120
Expected Breakeven Units.						13,943

이 G란의 각 값은 E란의 損益分岐値와 F란의 同時確率을 乘하므로서 계산된다. 例를들면 연결 1항 6,300단위의 값은 E란의 損益分岐値 12,500단위에 F란의 同時確率 0.540를 乘하여 計算된 것이다. G란에서 얻어진 모든 값을 더했을 때 「Tree Diagram」에 表示된 전 네트웍(whole network)에 대한 期待損益分岐値(expected breakeven value)는 13,943단위로 결정된다. 이 13,943단위의 損益分岐値는 두개의 판매가격, 세개의 변동원가, 두개의 고정비 수준과 이에 대응하는 모든 確率을 검토한 후 얻어진 값이므로 가장 실현 가능성이 높은 것이 된다.

Ⅱ Wei shih의 C-V-P分析 모델[11)]

1. 모델 設定의 意義와 前提

從前의 統計的 分析에 의한 C-V-P 모델은 方程式 (1)에서 보는 바와 같이 販賣量만을 다루고 需要量과 生產量이 販賣에 미치는 決定的인 영향을 무시하였다. 이리하여 推計需要(stochastic demand)를 적용했을때 그 C-V-P모델은 販賣製品에 해당되는 變動費部分만을 測定하게 되고, 未販賣된 製品에 대한 變動費는 무시된다. 이러한 경우 生產量의 需要量을 초과하고, 초과 生產量에 대한 製品이 장래 수요가 없을 때는 利益을 過大評價(overestimation)하게 된다. 例를들면 부패하기 쉬운 製品(perishable goods), 特定期間동안만 수요가 있는 製品, 유행성 製品(style goods), 급속히 진부화되는 製品등과 같은 製品이 需要를 초과하여

$$T = S(R-V)-F \cdots\cdots (1)$$

T=총이익, S=판매량, R=단위당 판매가격, V=단위당 변동비, F=총고정비

生產되는 때는 언제나 傳統的인 C-V-P 모델에서는 利益을 過大評價하게 될 것이다. 만일 이들 製品에 대한 需要가 確率變數가 되면 未販賣된 過大 生產製品의 變動原價도 利益方程式에서 고려되어져야 한다.

그러나 需要가 확실하고, 예측할 수 있을 때는 販賣量을 生產量과 需要量으로 구별할 필요

11) ① W.Shih, "A General Decision Model for Cost-Volume-Profit Analysis Under Uncertainty" The Accounting Review(October, 1979), pp.687~706.

② D.R Finely and W.M Liao, "A General Decision Model for Cost-Volume-Profit Analysis Under Uncertainty : A Comment", The Accounting Review(April, 1981), pp.400~403.

③ W.Shih, "A Generai Decision Model for Cost-Volume-Profit Analysis under uncertainty : A Reply", The Accounting Review(April, 1981), pp.404~408.

가 없다. 왜냐하면 이 경우에 세가지 要素는 같은 量으로 환원되기 때문이다. 또한 需要의 크기가 무한하고, 언제든지 보관이 가능하면 결국 이들 製品은 販賣되기 때문에 未販賣된 製品의 變動原價를 고려할 필요가 없다.

이런 관점에서 볼때 方程式 (1)에 나타난 傳統的 C-V-P 모델(the traditional cost-volume-profit Model)은 需要를 알고 있거나 豫測할 수 있는 條件하에서 혹은 수요의 크기가 무한한 조건하에서만이 利益分析(profit analysis)을 하는데 적절하다. 그러므로 (1)式은 수요가 確率變數(random variable)일때. 未販賣된 製品에 대한 장래수요(future demand)가 없을때 같은 모델을 사용하게 되면 誤導할 염려가 있다.

이제 販賣量, 生產量, 需要量이 獨立變數로서 보다 현실적인 C-V-P관계 모델 設定을 위해서는 다음과 같은 假定이 필요하다.

① 生產量의 需要量을 초과할 때 未販賣量(any unsold units)에 대한 장래수요는 존재하지 않는다.

② 未販賣量(生產量—需要量)은 殘存價値(salvage value)가 없다.

D는 수요변수, Q는 생산량, 實販賣量을 S라 하면

$$S = \begin{cases} Q, \text{ if } D>q \\ D, \text{ if } D<q \end{cases} \cdots\cdots(2)$$

(1)式과 (2)式을 연계하면 다음과 같은 一般的인 모델을 구할 수 있다.

$$T = \begin{cases} Q(R-V)-F, & \text{if } D\geq Q \\ RD-VQ-F, & \text{if } D<Q \end{cases} \cdots\cdots(3)$$

2. 一般的인 推計 C-V-P 모델

1) 利益의 一般的인 確率分布 유도

(3) 式에서 R. V. F의 變數는 一定하고, D와 T를 確率變數라 하면 f(D)와 g(T)는 각각 需要와 利益의 確率分布(The probability distribution of demand and profit)라 할 수 있다. (3)式에 의하면 T는 D≥Q 혹은 D<Q에 의하여 (R—V)Q—F 이거나 RD-VQ-F의 값을 취할 수 있다.

① D≥Q일때 T=(R—V)Q—F인 確率分布는 $\int_{Q}^{D_{max}} f(D)\, dD \cdots\cdots(4)$

② D<Q일때 수요량은 최소의 수요량(D_{min})에서 生產量 (Q)에 따라 변하므로 T는 RD_{min}— VQ—F와 (R—V)Q—F 사이의 어떤 값을 취하게 되어 T의 確率分布는

$$f\left(\frac{T+VQ+F}{R}\right)\left|\frac{dD}{dT}\right| \cdots\cdots(5)$$

(3)式으로 부터 $D=\frac{1}{R}(T+VQ+F)\cdots\cdots(6)$

$\left|\frac{dD}{dT}\right|$는 T에 대한 D의 도함수의 절대치(the absolute value of the total derivative of D)

이므로 $\left|\frac{dD}{dT}\right|=\frac{1}{R}\cdots\cdots(7)$

이상의 내용을 요약하면 g(T)인 一般的인 利益의 確率分布(General probability distribution of profit)는

$$g(T)=\begin{cases}\int_{Q}^{D_{max}} f(D)dD & \text{if } T=(R-V)Q-F \\ \frac{1}{R}f\left(\frac{T+VQ+F}{R}\right) & \text{if } RD_{min}-VQ-F\leq T<(R-V)Q-F\cdots\cdots(8)\end{cases}$$

方程式 (8)은 實販賣量 보다는 需要變數와 계획생산량의 分布形態(The distribution Form of the demand variable and the planned production quantity)에 따라 利益의 確率分布 모양이 이루어진다.

2) 利益의 期待値와 分散

이 部門은 어떤 連續的인 需要分布(any continuous demand distribution) f(D)와 어떤 Q의 값을 가진 利益의 平均値와 標準偏差(the mean and standard deviation of profit)에 대한 一般的인 公式을 提示하는 것이다.

E(T)=利益의 期待値(平均値)

Var(T)=利益의 分散

U_D=E(D)=需要의 期待値(平均値)

δ_D^2=Var(D)=수요의 分散.

T_{max}와 T_{min}=利益의 最大値와 最小値, 平均値와 分散의 定義[12]에 의하여 다음과 같은 利益의 平均値와 分散의 一般的인 公式은 (8)式으로 부터 얻어진다.

12) ① 離散確率變數 X에 대한 期待値를 E(X)라 할때 X－E(x)는 確率變數 X의 期待値로부터의 偏差이다. 이 離散確率變數 X의 期待値로부터 얻은 偏差의 自乘에 대한 期待値를 確率變數 X의 分散 즉, $V(x)=E[X-E(x)]^2$

② 連續確率變數 X의 分散은 確率變數 X의(期待値로부터의) 偏差의 自乘의 期待値이며 이를

$V(x)=\int_{-\infty}^{\infty}[X-E(x)]^2f(x)dx$　　단, $E(x)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx$

③ 金正年, 前揭書, pp.71－98.

$$E(T) = R\mu_D - [R\int_Q^{D_{max}} (D-Q)f(D)\,dD + VQ] - F \cdots\cdots(9)$$

$$\begin{aligned} Var(T) &= E[T-E(T)]^2 \\ &= R^2(\delta_D^2+\mu_D^2) + R^2\int_Q^{D_{max}} (Q^2-D^2)f(D)dD \\ &+ 2R(VQ+F)\int_Q^{D_{max}} (D-Q)f(D)dD + (VQ+F)^2 \\ &- 2R\mu_D(VQ+F) - [E(T)]^2 \cdots\cdots(10) \end{aligned}$$

3. 正規分布에 의한 C-V-P모델 利用

1) 需要가 正規分布를 이룰때 利益의 確率分布

需要가 正規分布를 이룬다면 需要分布(demand distribution)는 다음과 같이 表示된다.[13)]

$$f_N(D) = \frac{1}{\delta_D\sqrt{2\pi}} e^{-(D-\mu_D)/2\delta_D^2}, \quad -\infty < D < \infty. \cdots\cdots(11)$$

(8)式과 (11)式으로 부터 利益의 確率分布는

$$g(T) = \begin{cases} \int_Q^{\infty} f_N(D)dD, & \text{if } T=(R-V)Q-F \\ \frac{1}{R} f_N\left(\frac{T+VQ+F}{R}\right), & \text{if} -\infty < T < (R-V)Q-F \end{cases} \cdots\cdots(12)$$

平均值 μ_D와 標準偏差 δ_D가 주어졌으므로 積分 $\int_Q^{\infty} f_N(D)dD$의 값은 正規分布表(normal table)로 부터 결정될 수 있다. 또한 $\frac{1}{R}f_N\left(\frac{T+VQ+F}{R}\right)$의 값도 $f_N\left(\frac{T+VQ+F}{R}\right)$가 正規分布「그라프」의 水平軸 D점 즉 $D=\frac{T+VQ+F}{R}$ 이므로 特定한 범위내에서 正規分布表로 부터 얻을 수 있다.

13) ① 二項分布(binomial distribution)에서 試行回數 n가 증가하고, 確率 p·q가 너무 작지 않으면 二項分布는 正規曲線에 근사해 진다. $Y=\frac{N}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-u)^2}{2\delta^2}}$ (u=二項分布의 平均偏差=$\sqrt{npq}$ e=자연대수의 底數(base of the natural logarithms)=2.71828. π=圓周率=3.14159, Y=X가 나타나는 度數). 이 式에서 어느 變量 X가 나타날 確率을 P라 하면 P=Y/N이며,

$P=\frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-u)^2}{2\delta^2}}$에 의한 曲線을 正規確率曲線(normal probability curve)이라 한다.

② H. L. Alder and E. B Roessler, Introduction to Probability and Static(W. H. Freedman co, 1968), pp. 94~97.

2) 需要가 正規分布를 이룰때 利益의 平均値와 分散

(9)式과 (10)式에서 f(D)에 대한 (11)式의 $f_N(D)$를 代入시키면 平均値와 分散은 다음과 같다.

$$E(T) = R\mu_D - [R\delta_D L_N(Z) + VQ] - F \cdots\cdots (13)$$

$$\begin{aligned} Var(T) = {} & R^2(\delta_D^2 + \mu_D^2) + R^2[\delta_D^2 Z^2 \int_Z^{\infty} f_N'(\theta)d\theta \\ & - 2\mu_D\, \delta_D\, L_N(Z) - \frac{1}{2}\delta_D^2\{1 - \int_0^{Z^2} \frac{1}{(1/2)!\,2^{3/2}}\, t^{1/2}\, e^{-t/2}dt\}] \\ & + 2R(VQ+F)\delta_D\, L_N(Z) + (VQ+F)^2 \\ & - 2\mu_D R(VQ+F) - [E(T)]^2 \cdots\cdots (14) \end{aligned}$$

여기서 $Z = \frac{Q-\mu_D}{\delta_D} \cdots\cdots (15)$

$$L_N(Z) = \int_Z^{\infty} (Q-Z) f_N'(\theta)d\theta \cdots\cdots (16)$$

(16)式에 의한 $L_N(Z)$은 정상적인 損失量의 積分이고, $f_N'(\theta)$는 단위정규분포밀도(the unit normal density)이며 그 積分은 Pearson의 감마函數(gamma function)[14]가 된다.

(13)式의 期待値는 Q의 함수이므로 期待利益(expected profit)의 最大가 되는 Q의 값은 (13)式의 E(T)를 미분하여 零인 1次 導函數(the first derivative)를 구하면

$$\int_Q^{X} f_N(D)\ dD = \frac{R}{V} \cdots\cdots (17)$$

3) 利益이 一定額(a given amount)과 최소한 같아지게 될 確率

一般的인 모델로 부터 發見할 수 있는 平均値와 分散外에 또 다른 관심있는 量은 利益이 최소한 一定水準(a given level) 즉 G와 같아지게 될 確率이다. 이 確率은 $P(G \leq T < (R-V)Q - F \cdots\cdots (18)$에 의해 표시되고, 經營者가 意思決定(decision making)에 있어서 도움이되는 價値있는 道具(a valuable tool)가 될 수 있다.

(12)式에 있어서 g(T)와 (18)式은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

---

14) ① K. Pearson, Tables of the Incomplete Γ-Function(Cambridge University Press, 1922)

② x^2－分布에서 $f(x^2) = \frac{1}{2^{m/2}\Gamma(\frac{m}{2})}(x^2)^{m/2-1}e^{-1/2x^2}$, $0 < x^2 < \infty$, $\Gamma(\frac{m}{2})$는 감마함수 $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} u^{x-1}e^{-u}du$ 金正年, 前揭書, pp. 183.

$$P(G \leq T < (R-V)Q-F) = \int_{G}^{(R-V)Q-F} g(T)dt.$$
$$= \int_{(G+VQ+F)/R}^{\infty} f_N(D)dD - \int_{Q}^{\infty} f_N(D)dD$$
$$= \int_{(G+VQ+F)/R}^{Q} f_N(D)dD \cdots\cdots(19)$$

(19)式은 Q의 함수이다(G. V. F. R. f(D)는 주어진 변수) 여기서 최소한 G가 될 確率을 最大로 하는 Q의 값이 確證되면 그것은 意思決定者에게 매우 有用한 情報(Very useful information)를 提供하게 된다. Q의 特定한 값(the special value of Q)은 (20)式의 값 중 하나이다.

$$Q = \frac{\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \cdots\cdots(20)$$

$$Q > \frac{(G+F)V-\mu_D R(V-R)}{R^2-V^2} \cdots\cdots(21)$$

여기서

$a = V^2-R^2\cdots$

$b = 2(G+F)V-2\mu_D R(V-R)\cdots$

$c = (G+F)^2-2R^2\delta^2_D(\ln V-\ln R)-2\mu_D R(G+F)\cdots\cdots(22)$

이제 Q가 존재하는 것을 證明하기 위해서 다음과 같은 조건 (23)式을 만족시켜야 한다.

$b^2-4ac>o\cdots\cdots(23)$

(23)式을 유지할 때 (24)式으로 부터 얻어진 Q의 값은 正이 값(a positive number)이며 또한 (21)式을 만족시킨다. 그러므로 Q에 대한 얻어진 解(solution) (23)式의 조건하에서 (24)式에 의해 證明된다.

$$Q = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \cdots\cdots(24)$$

Ⅳ Wei shih의 C-V-P모델 응용

1. C-V-P모델 응용성 검토

設定된 모델의 응용(the application of the result developed from the model)을 說明하기 위하여 여러가지 例를 提示하기 전에 모델의 構造(the structure of the model)와 모델의 解에 대한 검토를 하는 것이 순서이다.

(3)式에서 提示된 C-V-P모델은 다시 (25)式과 같이 나타낼 수 있다.

$$T=\begin{cases} Q\,(R-V)-F, & \text{if } D\geq Q \\ RD-VQ-F, & \text{if } D<Q \end{cases} \quad \cdots\cdots(25)$$

여기서 T는 총이익, Q는 生産量, D는 需要變數, R, V, F는 각각 단위당 판매가격, 단위당 변동비, 총고정비이다.

앞서 지적한 바와 같이 이 모델은 (1)式에서 傳統的인 모델 보다는 (25)式과 같은 特殊한 경우가 있기 때문에 보다 더 一般的이라고 할 수 있다. (25)式에 기초를 둔 어떤 連續的인 需要變數(any continuous demand variable)에 대한 利益의 確率分布는 수요의 平均値와 分散을 가진 正規需要分布에 대한 利益의 確率分布(the probability distribution of profit)이다. 需要가 正規分布를 가진다는 假定위에서

(A) 期待利益을 最大로 하는 最適生產量(the optimal production quantity)의 값을 구하는데 利用될 수 있고,

(B) 최소한 어떤 利益額을 달성할 確率을 最大로 하는 最適生產量의 값을 구하는데 利用될 수 있다.

또한 이 모델은 利益의 行態(behavior of profit)가 임의적인 不確實性의 程度를 測定할 뿐만 아니라 그러한 不確實한 狀況속에서 최적의 意思決定을 하는데 利用될 수 있다.

利益計劃(profit planning)에 대한 道具로서 이 모델로 부터 얻어진 解는 經營者에게 어떤 製品을 선택하고, 선택된 製品을 어떻게 製造할 것인가 하는 것 등 여러가지 企業의 目標를 추구하는 데 편리한 解答을 줄 수 있다. 여러 代替案中에서 최선의 製品을 선택하고, 企業의 目的(the firm's goals and objectives)에 비추어서 最適生產水準(the optimal production level)을 決定하는 이 모델의 受容性은 새로운 次元에서 C-V-P分析을 하는데 도움을 줄 것이다.

2. 單一製品에 대한 決定問題

어떤 企業이 開發한 新製品을 市販하고자 한다. 이때 年間需要(the annual demand)는 平均需要(μ_D)가 4,000단위, 需要의 標準偏差(standard deviation) δ_D가 500단위 가진 正規分布를 가정하자. 이 경우 販賣價格(R)과 變動原價(V)는 각각 ₩1,000과 ₩308이고 年間固定費(F)는 ₩700,000이다. 이 情報를 가지고, 이 문제와 관련된 세가지 독립된 決定狀況(three separate decision situations)을 다음과 같이 檢討하여 보자.

〔決定狀況 A〕

企業이 新製品을 市販할 것인가?

이新製品을 市販할 경우 利益性에 관한 문제를 檢討하기 위해서는 利益의 零이 되는 損益分岐点(break-even point)의 값을 알 필요가 있다.

$$B.E=\frac{\text{고 정 비}}{\text{단위당 판매가격}-\text{단위당 변동원가}}{}^{15)}$$
$$=\frac{₩700,000}{₩1,000-₩308}=1,012 \text{ 단위}$$

利益은 Q의 線型函數(a linear function)이므로 新製品의 利益性을 결정하는 것은 平均需要(μ_D)와 損益分岐点을 比較할 필요가 있다. 그러므로 平均需要(μ_D=4,000 단위)는 損益分岐点(B.E=1,012 단위) 보다 크기 때문에 新製品을 市販하는 것이 利益性이 있다.

〔決定狀況 B〕

企業의 目的이 期待利益(expected profit)을 最大로하고저 한다면, 이 目的을 달성하기 위해서 年間販賣가 이루어져야 할 最適販賣量(the optimal quantity for sales)은 얼마인가?

(1)式에 의한 傳統的인 C-V-P모델은 이와같은 문제에 대한 解答을 줄 수가 없다. 그러나 이와같은 문제는 方程式 (17)을 利用하므로서 쉽게 해답을 얻을 수 있다. (17)式으로 부터

$$\int_Q^\infty f_N(D)dD=\frac{V}{R}=\frac{₩308}{₩1,000}=0.308\cdots\cdots(26)$$

(26)을 正規分布表 0.5의 Z의 값에 代入하면

$$Z=\frac{Q-\mu_D}{\delta_D}=0.50,$$
$$Q=\mu_D+0.5\delta_D=4,000+0.50(500)$$
$$=4,250\text{단위}$$

이리하여 期待利益을 最大로 하고자 한다면 新製品의 年間販賣는 4,250단위가 이루어져야 한다. 4,250단위에 상당하는 最大期待利益은 方程式 (13)과 (14)로 부터 값을 구하게 된다.

E(T)와 var(T)를 계산하기 위하여 $L_N(Z)$의 값, $\int_Z^\infty f_N'(\theta)d\theta$가 필요하다.

이제 $Z=\frac{Q-\mu_D}{\delta_D}=0.5$이므로

15) 총이익 (T)=製品販賣額(v·q) −製品의 變動原價(v·q) −固定費(F)

$T=0$일때 $p\cdot q-V\cdot q-F=0$ $\quad\therefore q=\frac{F}{p-v}$

따라서 損益分岐量$(B\cdot E)=\frac{\text{고 정 비}}{\text{단위당판매가격}-\text{단위당변동원가}}$

$L_N(Z) = L_N(0.5) = 0.1978$(Winkler, 1972, p.516~517)[16]

(26)으로 부터

$\int_Z^{\infty} f_N'(\theta)d\theta = 0.308$와

$$\int_0^{Z2} \frac{1}{(1/2)!\,2^{3/2}} t^{1/2} e^{-t/2}\,dt = \int_0^{Z^{2/2}} \frac{1}{(1/2)!} X^{1/2} e^{-x} dx,$$

$t = 2X = 0.0299738$ [t의 X는 감머함수표로부터 얻을 수 있다(pearson, 1922, p.21)]

이러한 주어진 값을 가지고 最適販賣量(Q) 4,250단위와 관련된 期待利益과 分散은 다음과 같이 계산된다.

$$E(T) = 1,000(4,000) - [1,000(500)(0.1978) + (308)(4,250)] - 700,000 = ₩1,892,100,$$

$$\mathrm{var}(T) = (1,000^2)(500^2+4,000^2) + (1,000^2)[(500)^2(0.5)^2(0.308) - 2(4,000)(500)(0.1978) - \frac{1}{2}(500)^2(1-0.0299738)] + 2(1,000)[308](4,250) + 700,000]\ (500)(0.1978) + [(308)(4.250 + 700,000]^2 - 2(4,000)(1,000)[308(4,250) + 700,000] - (1,892,100)^2 = 1.3821551\times10^{11}$$

이리하여 Q=4,250 단위에 대한 利益이 標準偏差(the standard deviation of the profit), $\mathrm{var}(T)^{1/2}$는 371,773.47이다.

[決定狀況 C]

期待利益을 最大로 하는 대신에 經營者에게는 企業의 危險을 피할 수 있는 利益水準(a given profit level)을 實現시키는데 가장 가성능이 높은 기회를 保障하여 줄 수 있는 戰略을 채택하는 것이 바람직한 것이다.

企業經營에 있어서 經營者는 每年 ₩1,000,000의 目標利益을 設定하고, 최소한이 目標利益을 實現할 수 있는 機會가 最大가 되는 生産量(production quantity)이 얼마인가를 알고자 한다.

[(19)式~(20)式]을 利用하여 R.V.F. μ_D와 δ_D의 값을 가지고 최적생산량(Q)의 값을 구하면 5,066단위가 된다. (19)式으로 부터 이 生産量(Q=5,066단위)과 관련된 最大確率(the maximum probability)은 0.9140이다. 계산과정을 보면 다음과 같다.

16) R.L Winkler, Introduction to Bayesian Inference and Decision.(Holt, Rinehart and Winston, 1972)

$$a = 308^2 - 1,000^2 = -905,136$$

$$b = 2(1,000,000 + 700,000)(308) - 2(4,000)(1,000)(308 - 1,000) = 65,832 \times 10^5$$

$$c = (1,000,000 + 700,000)^2 - 2(1,000)^2 (500)^2 (\ln 308 - \ln 1,000) - 2(4,000)(1,000)(1,000,000 + 700,000) = -1.021172 \times 10^{13}$$

위에서 얻은 a, b, c의 값을 (20)式에 代入하면 Q의 두가지 값은

$$Q = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 2,207 \text{ 단위와}$$

$$Q = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 5,066\text{단위}$$

그러나 Q의 값은 (21)式 즉 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다.

$$Q > \frac{(G+F)V - \mu_D R(V-R)}{R^2 - V^2} = \frac{(308)(1,000,000+700,000) - (4,000)(1,000)(308-1,000)}{1,000^2 - 308^2} = 3,637 \text{ 단위}$$

즉 Q의 최적값은 3,637단위 보다 커야 한다. 결국 최소한 ₩1,000,000의 利益을 실현시키는 確率이 最大가 되는 生產量(Q)은 5,066단위 이어야 한다. (19)式을 利用하여 5,066단위에 상당하는 確率計算은 다음과 같다.

$$\int_{(G+VQ+F)/R}^{Q} f_N(D)(dD) = \int_{3260}^{5066} f_N(D)dD = \int_{-1.48}^{2.12} f_N'(\theta)d\theta = 0.9140.$$

여기서 $f_N'(\theta)$는 正規分布密度函數(normal density function)이다. 이리하여 최소한 ₩1,000,000의 利益을 실현시킬 수 있는 기회를 최대로 하기 위해서는 5,066단위를 生產해야 되고, 그 確率은 0.9140이다.

3. 相互 排他的인 製品 選定에 관한 問題

經營者는 企業의 開發한 세개의 서로 排他的인 製品(three mutually-exclusive products) 中에서 어느한 製品을 選定하여 市販할 경우 얼마나 生產할 것인가를 決定해야 한다. 이 경우

信賴할 만한 推定資料에 의한 세 製品의 年間需要는 正規分布에 接近할 것으로 가정하자. 각 製品의 需要의 平均値와 標準偏差, 販賣價格, 變動原價, 固定費 그리고 損益分岐量은 「도표 4—1」과 같다.

(도표 4—1)

製　品	R	V	F	u_D	δ_D	損益分岐点
甲	₩1,200	₩500	₩490,000	5,000단위	600단위	700단위
乙	2,500	1,000	1,200,000	5,000	1,500	800
丙	2,500	1,000	1,200,000	4,000	500	800

(決定狀況 A)

세 製品가운데서 어느 製品을 市販하는 것이 利益性(profitable)이 있는가? 어느 한 製品의 利益性을 決定하기 위해서는 單一製品 決定問題에서 언급한 바와 같이 그를 각 製品의 損益分岐量과 平均需要를 比較하게 된다. 「도표 4—1」에서 보는 바와 같이 各 製品의 平均需要量은 損益分岐量보다 크므로 세 製品 모두 市販하는 것이 利益性이 있다.

(決定狀況 B)

企業이 期待利益을 極大化하고자 한다면 企業은 어느 製品을 選擇할 것인가? 선택된 製品의 最適生產量(the optimal production quantity)은 얼마인가? 이러한 質問에 解答을 얻기 위해서는 (17)式을 利用하여 최적생산량의 값을 구하고, 그리고나서 (13)式을 利用하여 最大期待利益(the maximum expected profit)을 계산한다. 이러한 계산을 各 製品에 대하여 행하고, 그 결과 期待利益이 가장 큰 製品을 선정하게 된다. 계산이 결과는 다음과 같다.

① 甲製品;

「도표 4—1」에 주어진 資料를 利用하여 (17)式으로 부터

$$\int_Q^{\infty} f_N\ (D)dD = \frac{V}{R} = \frac{500}{1,200} = 0.4167 \text{ (정규분포표 0.21의 Z값)}$$

$$Z = \frac{Q-\mu_D}{\delta_D} = \frac{Q-5,000}{600} = 0.21$$

$$Q = \mu_D + 0.21\ \delta_D = 5,000 + 0.21(600) = 5126\text{단위}$$

5,126단위는 甲 製品의 期待利益을 最大로 하는 최적생산량이다. 甲 製品에 대한 最大期待利益은 Q=5,126단위를 (13)式에 代入하여 얻게 된다.

$$
\begin{aligned}
E(T) &= R\mu_D - [R\delta_D L_N(Z) + VQ] - F \\
&= 1,200(5,000) - [1,200(600)\ L_N(0.21) \\
&\quad + 500(5,126) - 490,000 \\
&= ₩2,729,056,
\end{aligned}
$$

여기서 $L_N(0.21) = 0.3027$ (Winkler 1972. p.516~517)

② 乙 製品;

甲 製品과 同一한 方法으로 (17)式과 (13)式을 利用하여 계산하면 乙 製品에 대한 최적생산량은 5,380단위이고, 이에 대응하는 최대기대이익은 ₩4,851,200이다.

③ 丙 製品

甲 製品, 乙 製品과 같은 方法으로 계산하면 最適生産量과 이에 대응하는 最大期待利益은 4,127단위와 ₩4,317,073이다.

따라서 세 製品가운데 乙 製品이 가장 높은 期待利益을 나타내고 있으므로 市販을 위해서 선택되어져야 하며, 이때 乙 製品의 最適生産量은 5,380 단위가 된다.

(決定狀況 C)

企業이 期待利益이 크기 보다는 企業의 위험을 피할 수 있는 利益水準(profit level)에 더 관심을 가지고 있다면 어느 製品을 선택할 것인가? 최소한 2백만원의 利益을 실현할 기회를 극대로 하고자 한다면 企業의 선택한 製品을 얼마만한 量으로 生産할 것인가?

이러한 질문은 (19)式~(22)式을 利用하여 해답을 구할 수 있다. 앞에서 例示한 단일제품 결정문제에 대한 「狀況 C」에서와 똑 같은 方法으로 各 製品에 대하여 행하고, 그 結果 최소한 利益의 2백만원이 될 確率이 가장 큰 製品을 선정하면 된다. 최종생산 결과를 비교하여 보면 다음과 같다.

① 甲 製品;

生産量이 5,917단위일때 최소한 利益의 2백만원이 될 確率은 極大가 된다는 것을 알 수 있다. 이때 確率은 0.7164이다.

② 乙 製品;

生産量이 7,197단위일때 최소한 利益의 2백만원이 될 確率은 極大가 되고, 이때 確率은 0.6402이다.

③ 丙 製品;

生産量이 4,990단위일때 최소한 利益의 2백만원이 될 確率은 極大가 되고, 이때 確率은

0.9026이다.

그러므로 丙 製品이 가장 높은 確率을 가지고 있으므로 選擇되어져야 되고, 이때 生產量은 4,990단위이다.

V 結 論

不確實性下에서 從前의 統計的 分布에 의한 C-V-P모델은 다음 方程式에서 보는 바와 같이 實際販賣額을 決定하는데 있어서 需要變數와 生產水準의 決定的 要素(the crucial elements of random demand and level of production)를 고려하지 않고 傳統的인 관계에 근거를 두어 왔다. 이리하여

$$T = S(R-V)-F$$

(T=총이익 S=판매량 R=단위당 판매가격 V=단위당 변동원가 F=총고정비)

需要變數를 적용했을때 그 모델은 販賣된 製品에 대한 變動費部分만을 측정하게 되고, 未販賣된 製品에 대한 變動費는 무시된다. 그리고 生產의 需要를 초과하고, 未販賣分에 대한 장래수요(future demand for unsold units)가 없을 때는 언제나 利益을 過大評價(overestimate)하게 될 것이다. 이런 결점은 그 모델이 有用性을 制限하여 왔으며, 그 모델을 利用한 결과에 대해서나, 一般的인 타당성에 대해서도 의구심을 받아왔다.

이 論文은 종래의 傳統的인 C-V-P分析 모델을 例示하고, 이 傳統的인 C-V-P모델의 根本的인 결점을 補完하는 다음과 같은 方程式을 중심으로 한 Wei shih의 一般的 推計C-V-P모델을 提示하였다.

$$T = \begin{cases} Q(R-V)-F \cdots\cdots \text{if } D \geq Q \\ RD-VQ-F \cdots\cdots \text{if } D < Q \end{cases}$$

이 一般的인 C-V-P모델로 부터 얻은 結果는 利益을 測定하거나, 여러 代替品中 하나의 製品을 선정하는데 있어서 經營管理에 도움을 주는 有用한 道具가 되고, 또한 同時에 선택된 製品(the selected product)의 生產水準 決定에 있어서 最善의 方案(optimization device)을 提示하는데 도움이 된다. 여러 代替品中에서 가장 바람직한 製品을 선택하고, 企業의 目標(a firm's goals and objectives)와 관련하여 선택된 製品의 最適生產水準(optimal production levels)을 決定하는데 利用할 수 있는 이 모델은 새로운 次元에서 C-V-P分析을 하는데 도움을 줄 수 있다. 여기에 提示된 一般的인 모델의 特徵은 不確實性下에서 經營者가 意思決定(decision making)하는데 有用性을 보장하여 주리라 믿는다.

— Summary —

A Study on Cost–Volume–Profit Analysis under Uncertainty

Dae-keun Kim

1. Introduction

Managers are constantly faced with decisions about selling prices, variable costs, and fixed costs. Basically, managers must decide how to acquire and utilize economic resources in light of some objective. Unless they can make resonably accurate predictions about cost and revenue levels, their decision may yield undesirable or even disastrous.

Cost-Volume-Profit Analysis is a planning tool that considers the inherent relationships among prices, cost structure, volume, and profits. Cost-Volume-Profit Analysis answers such questions as:

① Given existing price and cost structure, what volume of operations is needed to earn a profit of x dollars?

② If prices are cut by x percent, how much of an increase in volume is needed to maintain the previous level of profits?

③ If variable costs are to be cut by the acquisition of some automating machinery (hence, an increase in fixed cost), how large a cut is required to provide a profit of z dollars, assuming the existing level of operations continues in the future?

④ If variable costs increase by x percent, what happens to profits, assuming that volume will increase by z percent?

The problem of Cost-Volume-Profit Analysis under uncertainty has received considerable attention in accounting literature since the appearance of Jaedicke and Robichek (1964). However, most of the works dealing with the stochastic Cost-Volume-Profit Analysis were essentially based upon the following traditional relationship.

$$T=S\ (R-V)\ -F \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

(T=Total profit S=Sales volume in units R=Unit selling price U=Unit variable cost F=Total fixed cost)

The purpose of this paper is to modify the traditional C-V-P model to broaden the scope of its applicability by presenting a general stochastic C-V-P model of wei shih (1981). The modified model would consider explicitly both the random demand and the level of production in the determination of actual sales and in the derivation of the distribution froms of the profit.

2. Wei Shih's general stochastic Cost-Volume-Profit model

This section is designed to present a more realistic C-V-P relationship that seperates sales from production and demand and which properly places each one of them in their respective roles. To facilitate the model construction, the following assumptions are considered:

① Whenever production exceeds demand, future demand for any unsold units ceases to exist (goods of this nature include perishable, or style goods, or goods subject to rapid obsolescence)

② Any unsold units will be dispersed of with no salvage value. Now, lot D denote the demand variable, and Q the production quantity. Then the level of actual sales, S, can be expressed as

$$S = \begin{cases} Q, & \text{If } D \geq q \cdots\cdots\cdots\cdots (2) \\ D, & \text{If } D < q \end{cases}$$

Combining (1) and (2), and taking into account the total variable cost, VQ, as well as the relative magnitude of demand and production, one obtains the following general C-V-P model;

$$T = \begin{cases} Q\,(R - V) - F, & \text{if } D \geq Q \\ RD - VQ - F, & \text{if } D < Q \end{cases}$$

3. The application of wei shih's general C-V-P model

This model is more general than the traditional one given in (1) because (1) is a special case of (2). Base on (2), the probability distribution of profit for any continuous demand variable, as well as its mean and variance, were obtained, which led to the derivations of the probability distribution of profit for the normally distributed demand variable together with its mean and variance. On the assumption that demand has a nomal distribution, these result were futher utilized to find (A) the optimal production quantity that maximizes the expected profit, and (B) the optimal production quantity that maximizes the probability of making at least a certain amount of profit.

As a tool for profit planning, the solutions from the model enable the management to conveniently answer not only the question, "which product should the firm select?" but also the question, "How much of the selected product should the firm manufacture ?"' in the pursuit of various goals and objectives.

4. Conclusion

Most of the cost-volume-profit Analysis under uncertainty are based upon a traditional relationship that fail to take into account the crucial elements of random demand and level of production in their determination of actual sales, and, as such, profit will be overestimated whenever production exceeds demand and when future demand fol unsold units ceases to exist. This deficiency has critically limited the scope of the usefulness of the model and has left the general validity of its derived results in doubt.

This paper has presented wei shih's general C-V-P model which treats the traditional model as a special case, eliminates its deficiency and brings additional realism into the analysis.

The general C-V-P model serve not only as a profit measuring and predicting tool to assist mangement in selecting a product among alternatives, but also as an optimization device through which the optimal level of production for the selected product can be concurrently determined. The model's capability to choose the most desirable product among alternatives and to provide, at the same time, optimal prouction levels for the chosen product in accordance with a firm's goals and objectives certainly adds a new dimension to the C-V-P analysis.