

주응력회전시 모래의 거동특성

남 정 만*

Behavior Characteristics of Sand during Rotation of the Principal Stress

Jung-Man Nam*

ABSTRACT

A series of torsion shear tests were performed on the Santa Monica Beach Sand to investigate the effect of rotation of principal stress axes, which was able to apply independently vertical stresses, confined pressure and torque, respectively. From results of torsion shear tests, the directions of plastic strain increment vector at failure coincided with the stress vector in physical stress space and showed a good agreement with nonassociate flow rule in work-space. The experimental results also indicated that the directions of major principal strain increment essentially coincided with the directions of major principal stress increment at small stress levels or in the early stage of tests. As the stress level increased towards failure, the major principal strain increment direction approached and essentially coincide with the major principal stress direction.

Key words : Flow rule, Torsion shear test, Principal stress rotation, Strain increment

1. 서 론

정지상태에 있는 지반에 구조물을 축조할 경우, 지중의 응력은 공사가 진행됨에 따라 응력의 크기가 변하는 것은 물론 주응력 방향이 회전하게 된다^(5,6). 이러한 주응력의 크기와 방향의 회전은 모래지반의 응력-변형률거동에 상당한 영향을 미치게 될 것이다. 따라서 흙 요소의 울

바른 응력-변형률거동을 검토하려면 주응력회전효과에 대하여 정확히 이해해야할 것이다.^(14,15)

통상적으로 실시되고 있는 삼축시험은 원통형 공시체를 사용하는 관계로 흙 요소내의 응력상태가 항상 축대칭상태에 있게 된다. 그러나 실제지반은 축대칭 상태가 아니라 세개의 주응력 크기가 서로다른 응력이 작용하게 되므로 정확한 파괴규준을 확립하려면 현장조건에 보다 근접한 상태의 요소시험을 실시할 필요가 있다. 따라서 흙 요소에 세개의 서로 다른 크기의 주

* 제주대학교 해양토목공학과
Dept. of Ocean Civil Eng., Cheju Nat'l Univ.

응력뿐만 아니라 주응력회전효과를 고려할 수 있는 비틀림전단시험이 국내의 여러 학자에 의해 이루어지고 있다^(1,2,3,7,8,9).

본 연구에서는 모래의 응력-변형률거동에 미치는 주응력회전의 영향을 조사하는 것을 목적으로 중공형원통공시체에 대한 일련의 배수상태의 비틀림전단시험을 실시하였다. 비틀림 전단시험은 연직하중, 구속압, Torque를 적절하게 조절하면서 압축에서 신장까지 주응력회전이 가능한 전 영역의 응력경로에 대하여 실시하였다⁽¹³⁾. 또한 응력-변형률중분 사이의 관계를 일공간에서 검토하였으며 관련흐름법칙에 의해 구한 소성변형률중분백대의 방향과 비관련흐름법칙을 이용해서 구한 등방단일경화구성모델의 결과치를 비교 검토하였다.

II. 비틀림전단시험

2.1 시험장치 및 사용시료

주응력방향 회전에 대한 흙의 거동을 조사하기 위한 시험에서는 연직하중 뿐만 아니라 전단 응력을 공시체의 표면에 동시에 적용시킬 수 있는 시험장치가 필요하다. 이러한 시험을 위해 공시체의 주위가 Cap Ring과 Base Ring 및 Membrane으로 둘러 싸여져 있는 중공원통형공시체를 이용한 비틀림전단시험기가 많이 사용되고 있다. 중공원통형공시체는 공시체의 내측면과 외측면에 구속압을 가하고 공시체의 상하단에 연직하중을 가하여 각각 상이한 세 주응력을 측정할 수 있는 장치이다.

중공원통형공시체를 이용한 비틀림전단시험기는 공시체의 내측면과 외측면에 동일한 구속압을 작용시킬 수 있으며 전단응력과 연직응력이 공시체의 상단부와 하단부를 통해 전달될 수 있다. Fig. 1은 비틀림전단시험기의 전체적인 개략도 및 하중전달장치를 소개하고 있다. 하중을 작용시킬 수 있는 재하장치는 그림에서 보는 바와 같이 바닥판 아래에 설치되어 있으며 연직하중 및 Torque는 바닥판의 구멍을 통해 중공원

통형공시체의 내측 Chamber의 증앙을 지나 Cap plate로 연결된 증앙축(center shaft)을 통하여 Cap plate에 전달되고 이 힘은 Cap plate 하부에 부착된 Cap Ring을 통하여 공시체에 전달된다. 이러한 하중을 증앙축에 전달시키기 위한 연직하중장치는 압축과 인장을 가할 수 있는 두개의 유압실린더로 되어 있으며 Torque 전달장치는 그림에서와 같이 증앙축을 시계방향과 반시계방향으로 회전시킬 수 있는 4개의 유압실린더로 형성되어 있다. 그리고 이들 연직하중과 Torque는 힘을 각각 독립적으로 작용시킬 수 있게 하였으며 응력제어와 변형제어 모두 가능하게 설계되어 있다.

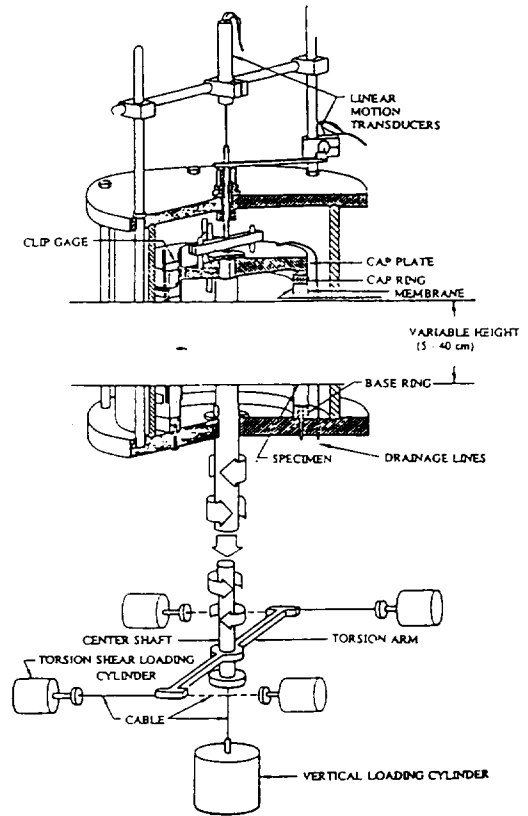


Fig. 1 Torsion shear apparatus

본 연구에 사용된 모래는 미국 California에 위치하는 Santa Monica 해변의 모래를 사용하

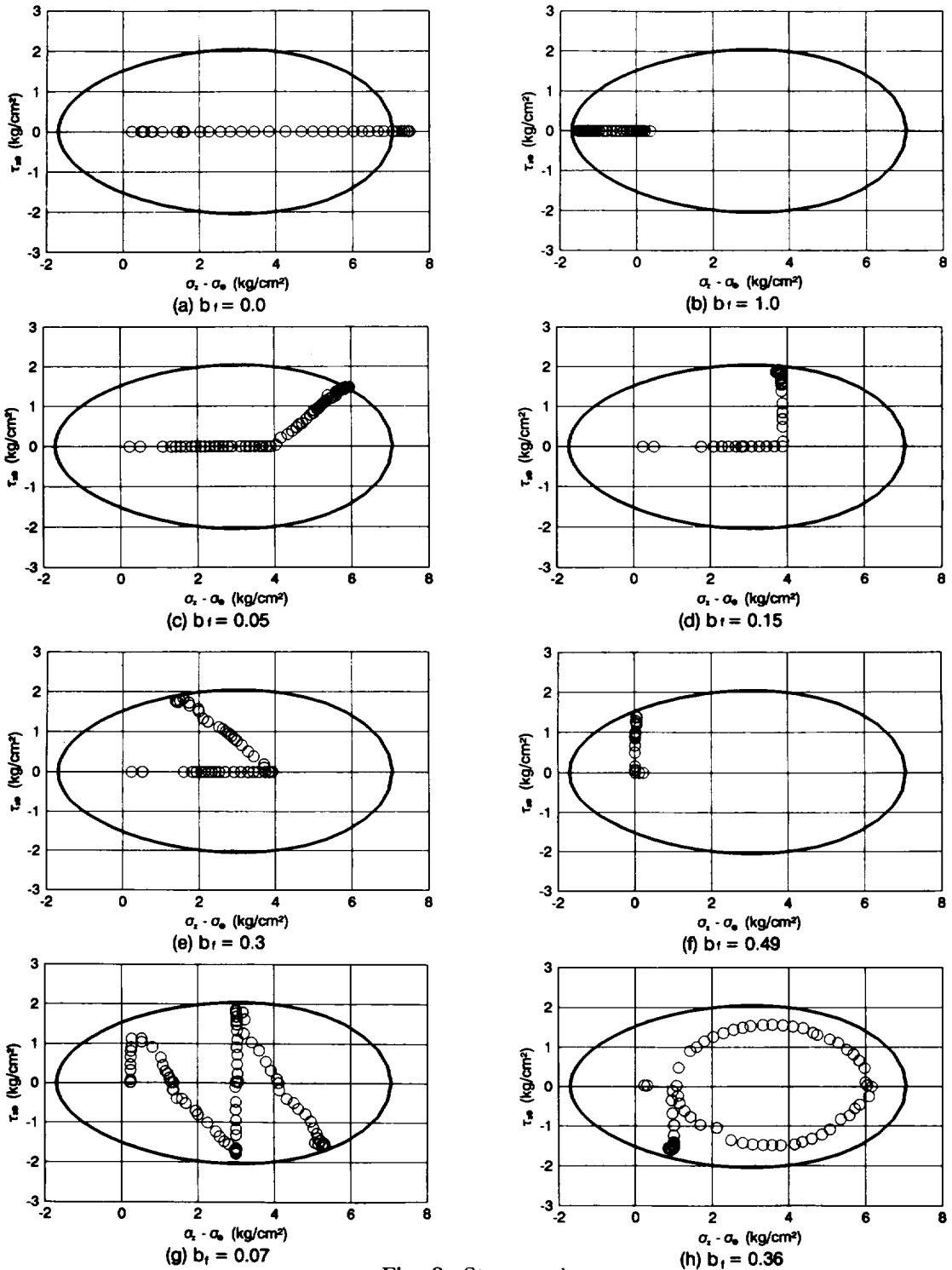


Fig. 2 Stress path

였다. 모래의 균등계수는 1.58, D_{50} 은 0.265mm 이고 비중은 2.659이며 최대 간극비는 0.91, 최소 간극비는 0.58이다. 그리고 본 실험은 Medium Dense Sand에 관해 실시하였으며 이를 위해 간극비가 0.68인 상대밀도 70%의 공시체를 제작하였다.

2.2 응력경로

모래의 주응력방향의 회전효과를 고찰하기 위하여, 비틀림전단시험을 배수상태로 실시하였다. 시험에 사용된 응력경로는 복잡성을 피하기 위하여 각 응력경로에 해당하는 경로를 각각 도면으로 분리하여 Fig. 2에 나타내었다.

Fig. 2(a),(b)는 우선 일반 삼축시험에서와 같이 중공원통형공시체에 전단력을 가하지 않고 단지 연직력만을 가한 삼축압축시험과 삼축신장

시험을 실시한 경우이다. Fig. 2(c)~(e)는 K_0 상태에서 연직하중과 전단력을 시계방향으로 가한 경우이고, Fig. 2(f)는 연직하중을 가하지 않고 단지 전단력만 시계방향으로 작용시킨 것이다.

Fig. 2(g)는 전단응력을 약 1kg/cm^2 작용시킨 후 연직하중을 증가시키며 전단력을 시계방향과 반시계방향으로 반복하여 작용시킨 경우이다. Fig. 2(h)는 연직하중이 증가할 때는 전단력을 시계방향으로 증가와 감소를 시켰으며 연직하중이 감소할 때는 전단력을 반시계방향으로 작용시켜 응력경로가 타원형을 이루게 하였다.

III. Mohr원

전단시험시의 응력, 응력증분 및 변형률증분의 방향이 Mohr원으로 Fig. 3과 같이 구하여진다. 여기서 ψ 는 최대주응력 σ_1 과 연직축 사이의 각이며, χ 는 최대주응력증분 $\dot{\sigma}_1$ 과 연직축 사이의 각이고, ξ 는 최대주변형률증분 $\dot{\epsilon}_1$ 과 연직축 사이의 각을 나타낸 것으로 식(1)~(3)으로 표시된다.

$$\tan 2\psi = \frac{2 \tau_{z\theta}}{\sigma_z - \sigma_\theta} \quad (1)$$

$$\tan 2\chi = \frac{2 \dot{\tau}_{z\theta}}{\dot{\sigma}_z - \dot{\sigma}_\theta} \quad (2)$$

$$\tan 2\xi = \frac{2 \dot{\epsilon}_{z\theta}}{\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_\theta} \quad (3)$$

탄성이론에 의하면 탄성변형률증분의 방향은 응력증분의 방향과 일치하지만 소성이론에서는 소성변형률증분의 방향이 응력의 방향과 일치한다. 따라서 탄성거동에서는 $\xi = \chi$ 이며 소성거동에서는 $\xi = \psi$ 이 될 것이다. 그러므로 소성거동의 경우는 식(1)과 식(3)으로부터 식(4)가 성립한다.

$$\frac{2\tau_{z\theta}}{\sigma_z - \sigma_\theta} = \frac{2 \dot{\epsilon}_{z\theta}^p}{\dot{\epsilon}_z^p - \dot{\epsilon}_\theta^p} \quad (4)$$

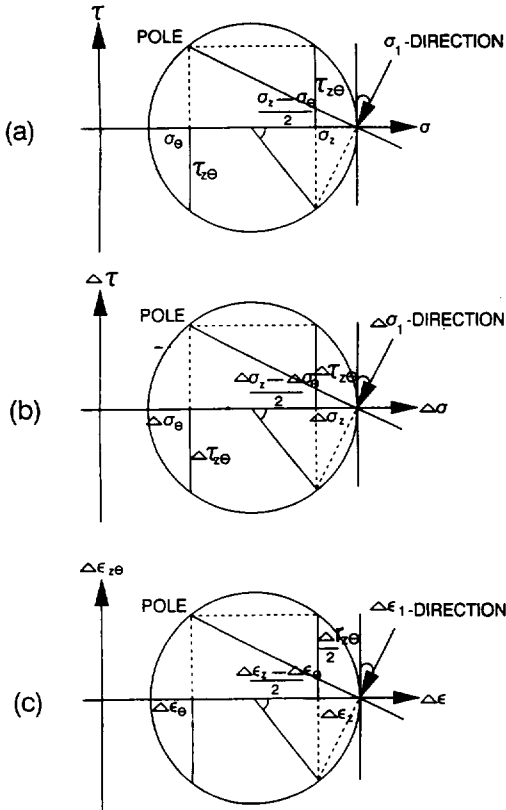


Fig. 3 Mohr circle

여기서 $2\tau_{z\theta}/(\sigma_z - \sigma_\theta)$ 는 응력벡터의 방향을 나타내며 $2(\dot{\epsilon}_{z\theta}^p)/(\dot{\epsilon}_z^p - \dot{\epsilon}_\theta^p)$ 는 변형률 증분벡터의 방향을 나타낸다. 또한 변형률 증분 벡터의 방향은 임의의 응력단계점에서의 변형률 접선 기울기로 구하여지며 응력벡터는 그 응력 점과 원점사이의 직선기울기로 구하여진다.

IV. 소성변형률 증분벡터

4.1 물리적응력공간

모래에 대하여 구성식을 확립시키고 소성이론의 적용가능성을 확인하기 위해서는 파괴면에서의 소성변형률 증분벡터의 방향을 조사할 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 물리적응력공간(physical stress space)에서 파괴시 소성변형률 증분벡터의 방향을 조사하기 위해 식 (4)를 이용하여 Fig. 4와 같은 물리적 응력공간의 응력축 $\tau_{z\theta}$ 와 $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ 에 소성변형률 증분 $\dot{\epsilon}_{z\theta}^p$ 와 $(\dot{\epsilon}_z^p - \dot{\epsilon}_\theta^p)/2$ 를 중첩시켜 보았다. 이때의 반경방향 수평응력 σ_r 은 2kg/cm^2 으로서 Fig. 4는 $\sigma_r = 2\text{kg/cm}^2$ 일 때의 평면이다. 이 그림 가운데 실선으로 이루어진 계란모양의 타원은 η_1 이 44.

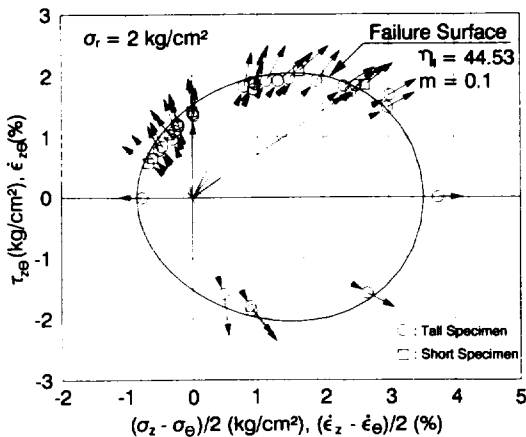


Fig. 4 Direction of major principal stress and strain increments at failure

53이고 m 이 0.1일 때의 등방단일경화모델의 파괴면을 나타내고 있으며⁽⁴⁾ 흰 원은 시험으로 부터 구한 파괴점이다. 그리고 각 실험의 파괴점을 나타내는 원중심에서 원점에 반대방향으로 표시된 실선의 화살표는 실험으로 부터 구한 파괴시의 소성변형률 증분의 방향을 나타내고 있으며 이것은 식 (3)으로 표시된 방향을 나타낸다. 그리고 원점으로부터 파괴점으로 향하는 점선화살표는 파괴시의 응력상태를 설명하는 것으로 이 방향은 식 (1)로 표시된 방향이다. Fig. 4에서 실선과 점선으로 표시된 화살표 방향은 대부분의 시험에서 잘 일치하고 있음을 나타내고 있다. 이는 파괴시의 소성변형률 증분 방향은 그 당시의 응력방향과 일치하고 있음을 나타내며 식 (4)가 성립됨을 증명하고 있다고 할 수 있다.

4.2 주응력의 회전효과

비틀림전단시험 결과를 이용하여 전단변형률 γ 에 대한 회전각 ψ, χ 및 ξ 의 변화를 조사하기 위하여 Fig. 5와 같이 나타내었다. 여기서 ψ, χ 및 ξ 는 각각 식 (1), (2) 및 (3)으로 구하여지고 파괴점은 그림에서 검은 표시로 나타내었다.

이미 앞에서도 언급한 바와 같이 탄성이론에 의하면 탄성변형률 증분의 방향이 응력증분의 방향과 일치하고 소성이론에서는 소성변형률 증분의 방향이 응력의 방향과 일치한다고 한다. Fig. 5에서 변형률 증분방향 ψ 와 응력의 방향 ξ 는 전단변형이 발생함에 따라 서서히 접근하고 있으며, 파괴점 부근에서는 두 값이 상당히 접근함을 볼 수 있다. 즉, 이것은 비틀림전단시험이 진행됨에 따라 소성변형이 점점 많이 발생한다고 판단할 수 있다. 그러나 탄성변형량의 발생을 설명하는 변형률 증분방향 ψ 와 응력증분의 방향 χ 의 관계에서는 일정한 접근 여부를 찾아 보기가 어렵다. 이러한 현상은 앞의 응력경로에서도 볼 수 있듯이 Fig. 5 (a), (b) 및 (c)의 시험에서는 초기하중을 연직하중만 작용시켰으며 이 과정에서 많은 탄성변형이 발생한 것으로 추정된다. 그러나 초기에 전단력을 작용시킨 그림 5(d)의

시험에서는 전단변형발생 초기에는 변형률중분 방향 Ψ 와 응력중분의 방향 χ 는 좋은 일치치를 보이고 것으로 나타나고 있다. 이는 모래는 작은 변형단계에서는 탄성거동을 하고 있음을 의미한다.

이상의 검토로 부터 응력이 초기응력에서 파괴응력까지 증가함에 따라 모래의 거동은 탄성에서 소성으로 점진적으로 변천하여 감을 알 수 있다.

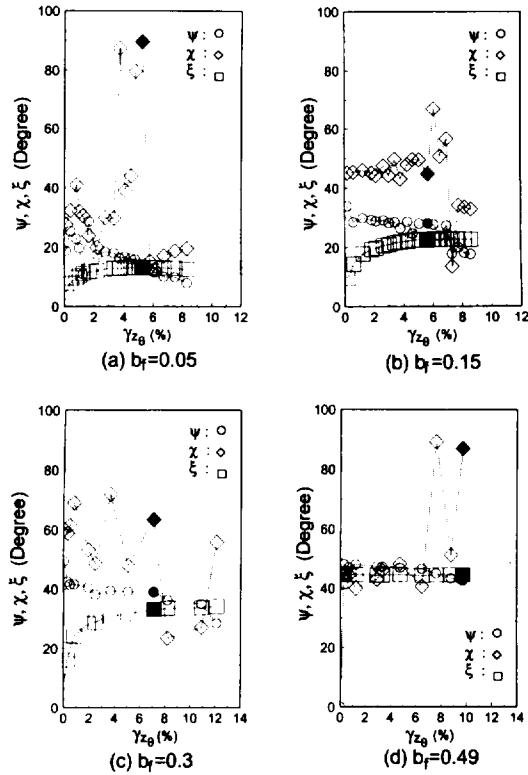


Fig. 5 Variation of angles Ψ , ξ and χ versus engineering shear strain in four torsion shear tests

V. 일공간과 흐름법칙

5.1 일공간

Fig. 6은 비틀림전단시험에 대한 3차원의 일공간(Work space)개념을 설명하고 있다. 연직축

은 구속압 σ_r 을 나타내고 수평축은 연직축차응력 ($\sigma_z - \sigma_\theta$)와 전단응력 $\tau_{z\theta}$ 를 나타내고 있다. 그림 중 파괴곡선(Curved failure surface)은 식 (5)의 등방단일경화모델⁽¹⁰⁾로 부터 구하여지며 $\sigma_r=0$ (구속압이 없는 상태를 의미) 위치를 원점으로 곡선을 이루고 있다. σ_r 이 일정한 면상의 파괴면은 ($\sigma_z - \sigma_\theta$)축과 $\tau_{z\theta}$ 축의 교차점을 초점으로 하는 계란모양을 이룬다. 공시체의 응력이 이 파괴면내에 존재하면 파괴는 발생하지 않는다.

$$f_b = \left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left(\frac{I_1}{P_a} \right)^m \quad (5)$$

소성이론에서 응력과 변형률중분에 의하여 행하여진 일량 dw 는 일공간개념에서 식(6)과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} dw = & \sigma_\theta \cdot \dot{\epsilon}_\theta + \sigma_z \cdot \dot{\epsilon}_z \\ & + \sigma_r \cdot \dot{\epsilon}_r + \tau_{zr} \cdot \dot{\gamma}_{zr} \\ & + \tau_{r\theta} \cdot \dot{\gamma}_{r\theta} + \tau_{z\theta} \cdot \dot{\gamma}_{z\theta} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $\dot{\epsilon}_\theta$, $\dot{\epsilon}_z$ 및 $\dot{\epsilon}_r$ 은 축변형률중분이고 $\dot{\gamma}_{zr}$, $\dot{\gamma}_{r\theta}$ 및 $\dot{\gamma}_{z\theta}$ 는 전단변형률중분이다. 비틀림전단시험에서는 식(7)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \tau_{zr} = \tau_{r\theta} = & 0 \\ \dot{\gamma}_{zr} = \dot{\gamma}_{r\theta} = & 0 \\ \sigma_\theta = \sigma_r = & \sigma_{cell} \end{aligned} \quad (7)$$

따라서, 식(6)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} dw = & \sigma_\theta \cdot \dot{\epsilon}_\theta + \sigma_z \cdot \dot{\epsilon}_z \\ & + \sigma_r \cdot \dot{\epsilon}_r + \tau_{z\theta} \cdot \dot{\gamma}_{z\theta} \end{aligned} \quad (8)$$

식(8)을 ($\sigma_z - \sigma_\theta$), σ_r 및 $\tau_{z\theta}$ 의 향으로 정리하고 체적변형률중분 $\dot{\epsilon}_v (= \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_z + \dot{\epsilon}_r)$ 을 도입하면 식 (9)가 얻어진다.

$$dw = (\sigma_z - \sigma_\theta) \cdot \dot{\epsilon}_z + \sigma_r \cdot \dot{\epsilon}_r + \tau_{z\theta} \cdot \dot{\gamma}_{z\theta} \quad (9)$$

그러므로, Fig. 6의 일공간상의 응력 $(\sigma_z - \sigma_\theta)$, σ_r 및 $\tau_{z\theta}$ 에 대응하는 변형률증분은 각각 $\dot{\epsilon}_z$, $\dot{\epsilon}_r$ 및 $\dot{\gamma}_{z\theta}$ 가 된다.

또한, 비배수시험의 경우는 $\dot{\epsilon}_v = 0$ 이므로 식 (9)로 부터 식 (10)이 얻어진다.

$$dw = (\sigma_z - \sigma_\theta) \cdot \dot{\epsilon}_z + \tau_{z\theta} \cdot \dot{\gamma}_{z\theta} \quad (10)$$

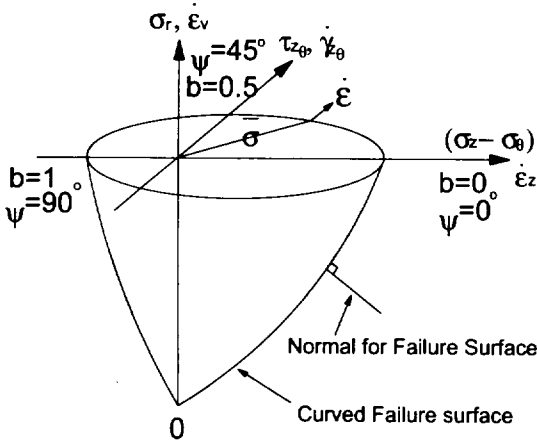


Fig. 6 Three-dimensional stress space suitable for study of data from torsion shear tests

5.2 흐름법칙

한편, 흐름법칙에서 관련흐름법칙은 소성 Potential면과 항복면이 동일한 것으로 가정하여 소성변형률증분벡터를 항복함수로 부터 결정하며 비관련흐름법칙은 항복함수와 소성 Potential함수를 분리하여 소성변형률증분벡터를 소성 Potential함수로 부터 결정한다.^(11,12) 따라서 실험으로부터 구한 파괴시의 소성변형률증분벡터의 방향과 관련흐름법칙으로부터 구한 소성변형률증분벡터의 방향 및 비관련흐름법칙을 이용하여 등방단일경화구성모델로부터 구한 소성변

형률증분벡터의 방향을 앞에서의 일공간에 도시하여 비교하여 보고자 한다.

우선 관련흐름법칙에 의한 소성변형률증분벡터를 구하기 위하여 Lade의 파괴기준을 이용하면 식 (11)의 관계가 성립한다.

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda_p \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_{ij}} \quad (11)$$

여기서 $d\lambda_p$ 는 소성변형률증분벡터의 양을 조절하는 상수이다. 그리고 일공간에 나타나 있는 소성변형률증분 $d\epsilon_z^p$ 와 $d\gamma_{z\theta}^p$ 는 식(5)를 이용하면 식(11)은 다음과 같이 된다.

$$d\epsilon_z^p = d\lambda_p \cdot \frac{\partial}{\partial \sigma_z} [(\frac{I_1^3}{I_3} - 27) \cdot (\frac{I_1}{P_a})^m] \quad (12)$$

$$d\gamma_{z\theta}^p = d\lambda_p \cdot \frac{\partial}{\partial \tau_{z\theta}} [(\frac{I_1^3}{I_3} - 27) \cdot (\frac{I_1}{P_a})^m] \quad (13)$$

제1응력불변량과 제3응력불변량을 원통형좌표계를 이용하여 표시하면 다음과 같다.

$$I_1 = \sigma_z + \sigma_\theta + \sigma_r \quad (14)$$

$$I_3 = \sigma_r \cdot \sigma_\theta \cdot \sigma_z + \tau_{r\theta} \cdot \tau_{\theta z} \cdot \tau_{zr} + \tau_{\theta r} \cdot \tau_{z\theta} \cdot \tau_{rz} - (\sigma_r \cdot \tau_{\theta z} \cdot \tau_{zr} + \sigma_\theta \cdot \tau_{zr} \cdot \tau_{rz} + \sigma_z \cdot \tau_{r\theta} \cdot \tau_{\theta r}) \quad (15)$$

본 시험에 사용된 비틀림전단시험기에서 $\tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$ 이다. 그리고 식(14)와 (15)를 식(12)와 (13)에 대입하면 $d\epsilon_z^p$ 와 $d\gamma_{z\theta}^p$ 는 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}_z^p = d\lambda_p \cdot (\frac{3I_1^2}{I_3} - \frac{I_1^3}{I_3} \cdot \sigma_r \sigma_\theta) \cdot (\frac{I_1}{P_a})^m + \eta_1 \frac{m}{I_1} \quad (16)$$

$$\dot{\gamma}_{z\theta}^p = 2 \dot{\epsilon}_{z\theta}^p = 2d\lambda_p \cdot \frac{I_1^3}{I_3} \cdot \sigma_r \cdot \tau_{z\theta} \cdot (\frac{I_1}{P_a})^m$$

(17)

상기 식들중 $d\lambda_p$ 는 많은 여러가지의 실험결과들로 부터 유도되어야 한다. 그러나 본 절에서는 관련흐름법칙과 비관련흐름법칙의 비교만을 위하여 소성변형률증분벡터의 크기는 무시하고 단지 그 방향만을 시험결과와 비교하고자 한다. 따라서 식 (16)과 (17)에서 $d\lambda_p$ 를 1로 취급하여 단순화하기로 한다.

Fig. 7에서는 비틀림전단시험의 공시체에 반경방향으로 작용하는 수평응력 σ_r 가 2kg/cm^2 일때의 일공간에 시험으로 부터 구한 파괴시의 소성변형률증분벡터의 방향을 위에서 구한 관련흐름법칙에 의해 구해진 각 파괴점에서의 소성변형률증분벡터의 방향과 비관련흐름법칙을 이용한 등방단일경화구성모델의 결과치를 서로 비교하여 나타내었다. 그림에서 실선으로 이루어

진 타원은 파괴면을 나타내고 있으며 원원과 사각형은 각 실험으로 부터 구한 파괴점을 나타낸 것이다. 그리고 실선의 화살표는 파괴시 실험으로 부터 얻어진 소성변형률증분벡터의 방향을 나타내고 있으며 실선은 비관련흐름법칙의 파괴시 소성변형률증분벡터의 방향을 그리고 점선은 관련흐름법칙의 파괴시 소성변형률증분벡터의 방향을 도시한 것이다. 여기서 소성변형률증분벡터의 방향은 응력비 b 가 0과 1인 삼축압축시험과 삼축신장시험을 제외하고는 각각의 방향이 조금씩 차이를 가지고 있는 것으로 나타나고 있으며 대체적으로 비관련흐름법칙에 의한 소성변형률증분의 방향이 관련흐름법칙보다 시험치와 일치된 경향을 보이는 것으로 나타나고 있다. 따라서 항복함수와 소성 Potential함수를 동일하게 가정한 관련흐름법칙은 소성변형률증분 산정시 많은 문제가 있음을 알 수 있으며 항복함수와

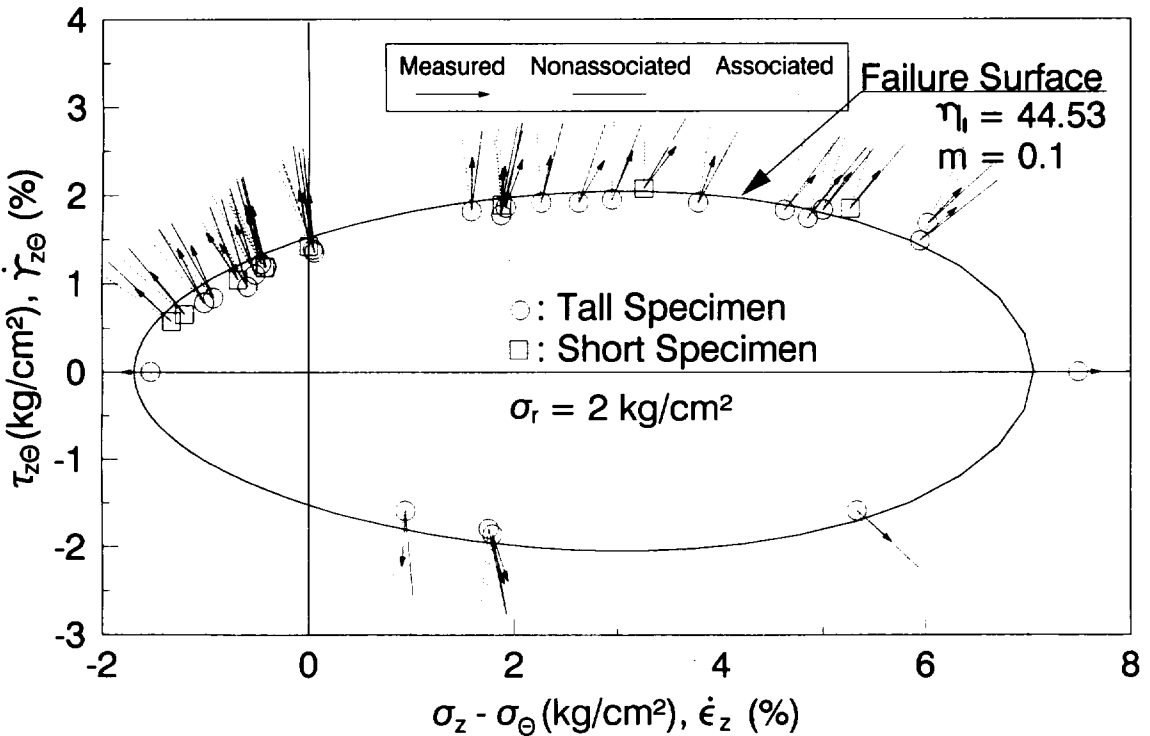


Fig. 7 Directions of strain increment vectors at failure in torsion shear tests on Santa Monica Beach Sand

소성 Potential함수를 구별한 비관련흐름법칙이 보다 합리적인 흙의 구성모델이라 할 수 있다.

VI. 결 론

모래의 증공원통형공시체에 대한 비틀림전단 시험을 여러가지 응력경로에 따라 실시하여 응력, 응력증분 및 변형률증분의 방향을 조사한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 응력축 $\tau_{z\theta}$ 와 $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ 에 소성변형률증분 $\dot{\epsilon}_{z\theta}$ 와 $(\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_\theta)/2$ 를 중첩시킨 물리적 응력 공간에서 파괴시의 소성변형률증분벡타의 방향은 응력방향과 일치하고 있다.
2. 작은 변형단계의 변형률증분방향은 응력증분방향에 일치하여 탄성거동을 보이며 큰 변형 단계에서의 변형률증분방향은 응력방향에 접근하여 소성거동을 나타내고 있다. 즉, 모래의 거동은 응력이 초기응력에서 파괴응력까지 증가함에 따라 탄성에서 소성으로 점진적으로 변천하여 간다.
3. 일공간상의 파괴점에서 소성변형률증분벡타의 방향은 관련흐름법칙보다는 비관련흐름법칙에 잘 일치하는 것으로 나타났다.

참고문헌

1. 洪元杓 (1988). "흙의 비틀림剪斷試驗에 관한 基礎的研究", 大韓土質工學會誌, 第3卷 第1號, pp.17~27.
2. 洪元杓 (1988). "Ko-壓密粘土의 主應力回轉效果", 大韓土木學會論文集, 第8卷 第1號, pp. 159-164.
3. 洪元杓(1988). "비틀림剪斷試驗에 의한 Ko-壓密粘土의 舉動", 大韓土木學會論文集, 第8卷, 第1號, pp.151~157.
4. 홍원표, 남정만(1994). "등방단일경화구성모델에 의한 모래의 3차원 거동예측", 한국지반공학회지, 제10권, 제1호, pp.103~116.
5. Broms, B.B. and Casbarian, A.O. (1965). "Effects of Rotation of the Principal Stress on Shear Strength", *Proc. 6th ICSMFE*, Montreal, Vol.I, pp.179~183.
6. Hight, D.W., Gens, A., and Symes, M.J. (1983). "The Development of a New Hollow Cylinder Apparatus for Investigating the Effects of Principal Stress Rotation in Soils", *Geotechnique*, 33(4),355~383.
7. Hong, W.P. and Lade, P.V. (1989). "Strain Incremental and Stress Directions in Torsion Shear Tests." *Journal of Geotechnical Engrg.* ASCE, Vol. 115, No. 10, pp.1388~1401.
8. Lade,P.V. (1975). "Torsion Shear Tests on Cohesionless Soil", *Proc, 5th Panamerican Conference on SMFE*, Buenos Aires, Vol. I, pp.117~127.
9. Lade, P.V. (1981). "Torsion Shear Apparatus for Soil Testing", *Laboratory Shear Strength of Soil*, ASTM STP 740, R. N. Yong and F. C. Townsend, eds., *American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, pp.145~163.
10. Lade.P.V. (1990). "Single-Hardening Model with Application to NC Clay", *Journal of Geotechnical Engrg.*, ASCE, Vol. 116, No. 3, March, pp.394~414.
11. Lade, P.V. and Kim, M.K. (1988b). "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials I. Plastic Potential Function", *Computers and Geotechnics* , pp.307~323.
12. Lade.P.V. and Kim, M.K. (1988a). "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials II. Yield Criterion and Plastic Work Contours," *Computers and Geotechnics*, Vol. 6, pp. 13~29.
13. Nam, J.M. and Lade. P.V. (1993). "Results of Torsion Shear Tests on Medium Dence Santa Monica Beach Sand " *Report to the National Science Found. Grant No. MSS*

9119272, UCLA-ENG-93-24, April.

14. Saada, A.S. and Townsend, F.C. (1981). "State of the Art : Laboratory Strength Testing of Soils", ASTM STP 740, R. N. Yong and F. C. Townsend, Eds, *American Society for Testing and Materials*, pp.7~77

15. Wright, D.K., Gilbert, P.A. and Saada, A.S. (1978). "Shear Devices for Determining and Soil Properties", *Proc. ASCE Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, Pasadena California, Vol. 2, pp.1056~-1075.