

ERT를 이용한 지하물체의 비파괴 영상화

부창진* · 김호찬* · 김문찬** · 이윤준***

Nondestructive Imaging of Subspace Objects by Electrical Resistance Tomography

Chang-Jin Boo*, Ho-Chan Kim**, Moon-Chan Kim** and Yoon-Joon Lee***

ABSTRACT

Electrical resistance tomography (ERT) maps resistivity values of the soil subsurface and characterizes buried objects. The characterization includes location, size, and resistivity of buried objects. In this paper, simultaneous iterative reconstruction technique (SIRT) and truncated least squares (TLS) approach are presented for the solution of the ERT image reconstruction. Results of numerical experiments in ERT solved by the SIRT and TLS approach are presented and compared to that obtained by the Gauss-Newton method.

Key Words : Mobile Electrical resistance tomography, Inversion, Nondestructive imaging, Gauss-Newton method, SIRT method, TLS method

1. 서론

지하의 고분해능 영상을 획득하는 토모그래피 기법의 발전은 전기, 토목, 자원, 환경 등의 다양한 분야에서의 필요성에 의한 결과이다. 토모그래피 기술은 탄성파의 전파 및 감쇠 현상을 이용하는 탄성파 토모그래피에 의하여 선도되었으나, 전기비저항 및 유전율과 같은 전기적인 물성의 영상의 필요성에 의하여 전기, 전자 토모그래피 기술로 확대되었다. 전기, 전자 토모그래피는

주파수에 의하여 전기비저항, 전자탐사, 레이더 토모그래피로 나뉘어 질 수 있다. electrical resistance tomography (ERT)는 시간에 따른 변화가 없는 정적 전기장 (static electric field)를 이용하므로 파동장을 이용하는 탄성파 및 레이더 탐사에 비해 근본적인 해상도의 한계를 갖는다. 반면 ERT의 기본이론은 간단하며, 따라서 대상 단면의 영상화에 있어서 더 정확한 계산방법을 동원할 수 있는 장점이 있다. 즉, ERT는 근사적 해법이 아닌 정확한 역산 (inversion)기법을 동원하여 측정자료로부터 지하구조의 영상을 구해내는 것이 가능하다 [1]. 이러한 이유로 ERT라는 용어 대신에 전기비저항 영상화 (resistivity imaging)라는 용어를 사용하여 차별화하기도 한다.

ERT는 전극간격에 따라 최대 가탐심도 (depth of investigation)가 결정된다. 비록 해석 소프트웨어의 종류에 따라 최대 가탐심도에 다소의 차이는 있지만 전극간격을 넓게 하면 가탐심도가 증가하는 반면에 분해능이 떨어지며, 전극간격을 좁게 하면 분해능이 좋아지는 반면에 가탐심도가

* 제주대학교 전기전자공학부, 첨단기술연구소
Faculty of Electrical & Electronic Engineering,
Research Institute of Advanced Technology, Cheju
Nat'l Univ.
** 제주대학교 산업대학원 전자전기공학과
Department of Electronic & Electrical Engineering,
Graduate School of Industry, Cheju Nat'l Univ.
*** 제주대학교 기계에너지생산공학부, 첨단기술연구소
Faculty of Mechanical Energy Production Engineering,
Research Institute of Advanced Technology, Cheju
Nat'l Univ.

낮게 된다. 따라서 탐사의 목적과 지반조건 등을 고려하여 전극간격의 조절이 필요하다. 또한 전극배열 (electrode array) 방법에 따라 웨너 (Wenner), 슐럼버저 (Schlumberger), 쌍극자 (double dipole) 배열 등이 있다 [2].

쌍극자 배열은 한 쌍의 전류전극 간격과 다른 한 쌍의 전위전극 간격이 같은 전극 배열. 전류전극과 전위전극의 거리를 연속적으로 쌍극자 길이의 정수 배만큼 증가시킴으로써 2차원적 탐사를 수행한다. 측정값은 전류전극의 중심과 전위전극의 중심점을 45°로 이어 만나는 점에 표시한다. 반응이 정밀하나 전극의 접지 상태 또는 천부 전기전도도 변화에 민감하며 지하의 전기비저항이 작을 경우 전위전극에서의 전위차가 적어 탐지가 곤란하다. 슐럼버저 배열은 인접한 한쌍의 전위전극이 멀리 떨어진 다른 한쌍의 전류전극 사이에 위치하여 전위전극 하부의 전기적 물성을 조사한다. 보통 전류전극의 중심에 전위전극을 위치시키고 전류전극 사이의 간격을 로그적으로 증가시키면서 수직적인 전기비저항의 변화를 탐지한다. 웨너 배열은 슐럼버저 배열과 비슷하나 전류전극 및 전위전극 간의 간격이 동일하도록 한다. 보통 동일 간격의 전극을 측선상을 따라 일정한 간격으로 이동시켜 가며 지하의 수평적인 전기적 물성 분포를 파악하며, 지하의 전기 비저항이 매우 낮은 미국 등지에서 많이 사용된다. 측정값은 역시 전위전극의 중심 하부에 표시한다.

본 논문에서는 ERT를 통하여 측정자료로부터 다양한 역산기법을 동원하여 지하물체의 영상을 구하도록 하고 구한 영상과 실제 영상의 정확도에 대해 살펴보도록 한다.

II. 유한 요소법에 의한 ERT 모델링

ERT에서 DC (direct current) 방법은 인위적으로 지하에 전류를 흐르게 하여 발생하는 저항을 측정하는데, 여기에는 전류를 주입시키는데 사용하는 두 개의 전류전극과 전류에 의해 발생하는 전위의 반응측정을 볼트미터로 측정하기 위한 두 개의 전위전극을 합하여 총 4개의 전극이 사용된다. 비저항은 전극의 모양과 전극들 간의 거리, 그리고 주입한 전류와 측정된 전압에 의해 계산할 수 있다. DC 방법은 지하수자원의 탐사에

1930년대부터 적용해 오고 있으며 근래에는 오염지반의 탐사에 이르기까지 다양하게 사용하고 있다. DC 방법은 전류전극과 전위전극의 배치형태에 따라 구분되는데 웨너, 슐럼버저, 쌍극자 배열 등이 있으나 본 논문에서는 가장 간단한 구조를 갖는 웨너 배열을 사용하도록 한다.

일반적으로 ERT 모델링에 사용되는 수치해석에는 유한차분법 (finite difference method), 유한요소법 (finite element method), 적분방정식법 (integral equation method), 신경망해법 (network analog method) 등이 있으며, 본 논문에서는 2차원 토모그래피 역산알고리즘을 개발하기 위해 지형기록의 표현이 용이한 유한요소법을 모델링의 근간으로 채택하였다.

대지의 표면에서 여러 개의 전극을 통하여 전류를 주입하고 이미 알고 있는 저항률의 경계면에 유기되는 전압은 다음과 같이 Poisson 방정식으로 나타낼 수 있다 [3].

$$-\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = \nabla \cdot I \quad (1)$$

여기서 σ 는 전기전도도 (electrical conductivity)(S/m), ϕ 는 전위 (electric potential)(V), 그리고 I 는 인가되는 전류 (current)(A)를 나타낸다. 위의 방정식에 대하여 일반적인 유한요소법의 절차에 따라 지하구조를 요소로 분할하고 유한요소방정식을 전개한 후, 경계조건을 적용하고, 각 요소에 대한 결점에 대하여 조합하면 다음과 같은 유한 요소 행렬식을 얻게 된다.

$$K\phi = S \quad (2)$$

여기서 K 는 캐패시턴스 (capacitance) 행렬 또는 결합계수 행렬, ϕ 는 전위벡터, 그리고 S 는 전위벡터를 나타낸다. 이때 결합계수 행렬 K 는 유한요소방정식에 사용된 요소의 형상과 전기전도도만의 함수로 표시되며, 전체 절점수가 N 인 경우 그 크기는 $N \times N$ 의 일정한 폭을 가지는 거대한 대칭 희소(sparse) 행렬이다. 경계조건으로는 지표에서의 전기장의 수직성분이 0인 노이만 (Neumann) 조건과 인위적인 경계면에 대해서는 혼합경계조건을 적용하였다.

위의 노이만 형의 경계조건을 갖는 비선형

Poisson 방정식의 해석적인 해는 구하기가 매우 어려우므로 본 논문에서는 Fig. 1과 같이 주어진 모델과 웨너 배열을 통한 포워드(forward) 응답 데이터를 통한 유한요소법을 사용하였다.

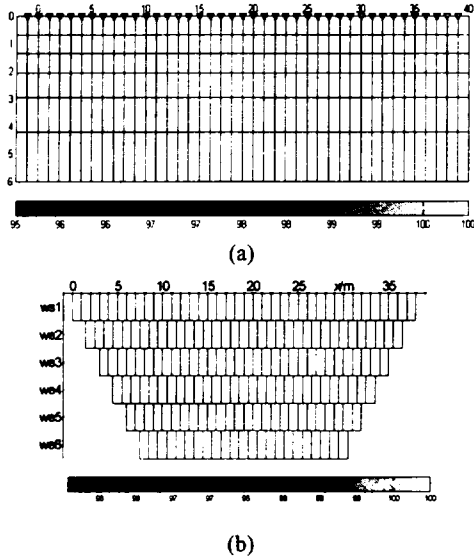


Fig. 1. Finite element mesh used in the calculation. (a) mesh for fig model, (b) mesh for fig forward response.

III. ERT의 역산알고리즘

ERT 방법에서 불균질한 지반의 전기비저항 분포를 재구성하기 위하여 반복적 역산법을 적용한다. 반복적 역산법에 의하여 이론 전위와 측정 전위 사이의 오차를 줄여가게 되며 오차가 충분히 줄어든 경우 역산을 종료시킨다. 토양의 구조를 해석하는데 사용되는 대부분의 비선형 역산문제들은 비고유 (non-unique) 나 비정칙성 (ill-posed)을 가지게 된다. 이 문제를 해결하기 위해 다음과 같이 모델 제약함수를 최소화함으로써 모델 m 을 찾는 것이다.

$$\Phi_m = \|(C(m - m_0))\|_2^2 \quad (3)$$

여기서 m_0 는 기준모델이고 C 는 모델 가중행

렬 (weighting matrix)을 나타낸다.

비선형 역산문제는 데이터 d 와 모델 포워드 응답 $f(m)$ 사이의 불일치는 반복적으로 최소화 되고 데이터의 표준편차 ϵ_i 에 의해 표준화 된다.

$$\begin{aligned} \Phi_d &= \sum_i^n \left(\frac{d_i - f_i(m)}{\epsilon_i} \right)^2 \\ &= \|(D(d - f(m)))\|_2^2 = \Phi_d^* \quad (4) \end{aligned}$$

여기서 D 는 데이터 가중행렬을 나타낸다.

라그랑지 곱수 (Lagrange multiplier) λ 는 모델과 데이터 함수 $\Phi = \Phi_d + \lambda \Phi_m$ 를 결합하는데 사용된다. 일반적으로 대상(target) 값 Φ_d^* 는 데이터 n_d 의 수와 같고 그 데이터는 표준편차 내에서 조정된다. Gauss-Newton법을 사용하여 $m_{k+1} = m_k + \Delta m_k$ 로 반복하여 Φ 를 최소화하도록 한다. 모든 반복 k 에서 잘 알려진 정규화 일반식은 다음의 식으로 풀 수 있다 [4].

$$\begin{aligned} &((DS)^T DS + \lambda C^T C) \cdot \Delta m_k \\ &= (DS)^T D(d - f(m_k)) - \lambda C^T C(m_k - m_0) \quad (5) \end{aligned}$$

여기서 S 는 자코비안 (Jacobian) 또는 요소들의 감도 (sensitivity) 행렬을 나타내고, 각 성분은 다음과 같이 주어진다.

$$S_{ij} = \frac{\partial f_i(m)}{\partial m_j}$$

(5)식에서 $\mathcal{S} = DS$ 과 일반적인 역행렬 \mathcal{S}^* , C^* 을 사용하면 다음의 결과를 얻는다.

$$\Delta m_k = \mathcal{S}^* DAd - C^* C(m_k - m_0) \quad (6)$$

여기서 $\mathcal{S}^* = (\mathcal{S}^T \mathcal{S} + \lambda C^T C)^{-1} \mathcal{S}^T$ 와 $C^* = \lambda (\mathcal{S}^T \mathcal{S} + \lambda C^T C)^{-1} C^T$ 이고 $\mathcal{S}^T \mathcal{S} + C^T C = I$ 의 관계를 만족한다.

한편 데이터 d 는 다음과 같이 모델 m_{true} 의 포워드 응답에 잡음 n 이 곱친 것으로 가정할 수 있는데,

$$d = f(m_{true}) + n \quad (7)$$

이때 k 스텝에서 모델 m_k 이 모델에 이미 근접했다고 가정하면 선형화 영역은 다음과 같다.

$$d = f(m_k) + S(m_{true} - m_k) + n \quad (8)$$

(8)식을 (6)식에 대입하면 추정모델 m_{est} 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} m_{est} &= m_k + \mathcal{S}^* DS(m_{true} - m_k) \\ &\quad - C^* C(m_k - m_0) + \mathcal{S}^* Dn \\ &= m_k + \mathcal{S}^* \mathcal{S} m_{true} - (\mathcal{S}^* \mathcal{S} + C^* C) m_k \\ &\quad + C^* C m_0 + \mathcal{S}^* Dn \\ &= R^M m_{true} - (I - R^M) m_0 + \mathcal{S}^* Dn \quad (9) \end{aligned}$$

여기서 $R^M = \mathcal{S}^* \mathcal{S}$ 이다.

추정모델 m_{est} 는 원형모델과 기준모델, 그리고 잡음 포함된 것에 의해 재구성된다. 이때 R^M 는 일반화된 역행렬 \mathcal{S}^* 을 포함하므로 추정모델의 해상도와 민감도를 결정하는 중요한 행렬이 된다. 본 논문에서는 R^M 을 결정하는 방법으로 SIRT (simultaneous iterative reconstruction technique) 알고리즘 [5], TLS (truncated least squares) 알고리즘 [6] 등을 사용할 수 있다.

본 논문에서는 Gauss-Newton, SIRT과 TLS 알고리즘을 이용하여 지하의 구조를 영상화하기 위해서 지하 구조의 각각 저항률 값이 하나의 대개변수가 되어야 하므로 추정하여야 할 대개변수 벡터는 모든 내부저항률 값을 원소로 포함해야 한다. 따라서 유한요소법의 총 노드수가 증가할수록 추정할 대개변수의 계수는 증가하고 계산시간은 상당히 길어진다. 목적함수는 모든 개체에 대해 계산되는데, 주어진 역산 방법을 이용한 영상 복원은 Fig. 2와 같다.

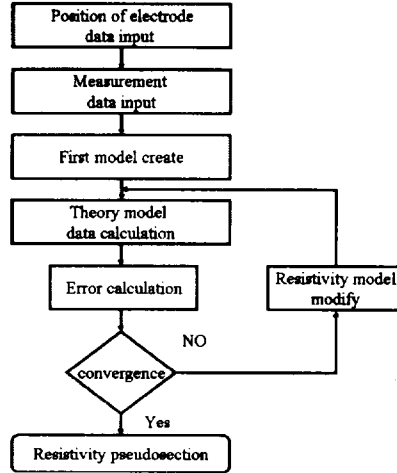


Fig. 2. Flowchart of ERT algorithm.

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

대지의 저항률에 대한 영상을 복원하기 위하여 역산 알고리즘으로 Gauss-Newton, SIRT, TLS 알고리즘을 적용하였으며 포워드 모델은 모든 전극에 대한 주위셀을 2, 경계셀 4를 사용한 유한요소를 사용하였다. Table 1과 같이 주어진 모델은 웨너 전극법을 사용하여 41개의 전극을 1m 간격으로 설계하였고 6층의 수평구조인 대지에 대하여 최대 6m인 로그스케일인 저항률을 사용하였다. 먼저 배경 (background) 저항률을 $100 \Omega \cdot m$ 로 설정하고 $50 \Omega \cdot m$ 과 $200 \Omega \cdot m$ 의 원형(true) 모델을 Fig. 3과 같이 생성하였다.

Table 1. Definition of data set

Variable	Value
Electrode Arrangement	Wenner(CCPP)
Number of electrodes	41
Position of first electrode	-1 m
Electrode spacing	1 m
Separation n	6

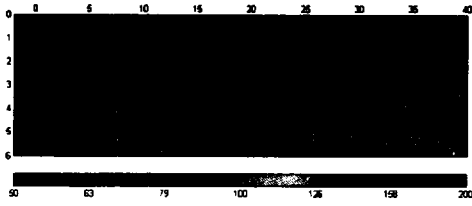


Fig. 3. True model for inversion algorithm.

생성된 원형모델에 대하여 포워드 계산을 수행한 결과가 Fig. 4에 나타나 있는데 원형모델의 형태를 파악할 수 있다. 3%의 에러와 100mA에서 0.1mV를 최소한의 전압으로 설정한 경우의 모델의 계산된 결과는 Fig. 5와 같다.

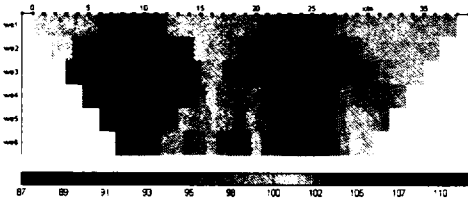


Fig. 4 Calculated original data ($\Omega \cdot m$)

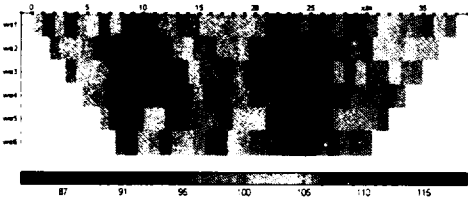


Fig. 5 Calculated data with 3% noise ($\Omega \cdot m$)

먼저 Fig. 5와 주어진 결과로부터 원형모델을 복원하기 위해 Gauss-Newton 알고리즘을 사용하였다. 이때 고정된 regularization과 L-curve의 $\lambda = 30$ 으로 설정한 경우의 결과를 Fig. 6과 Fig. 7에 나타냈는데, 고정된 regularization 설정이 더 좋은 영상복원의 결과가 나타났으나 실제 원형모델 형태와는 약간의 차이가 나타남을 알 수 있다.

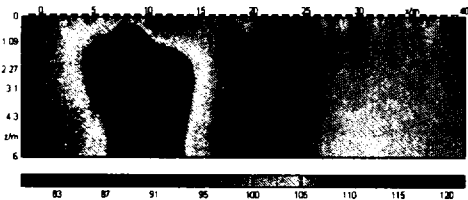


Fig. 6. Gauss-Newton algorithm with fixed regularization.

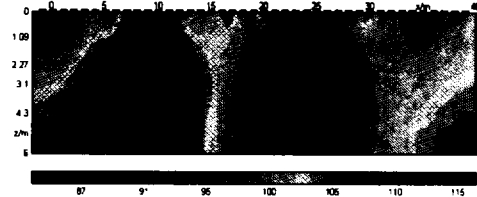


Fig. 7. Gauss-Newton algorithm with L-curve.

두 번째로 SIRT 알고리즘 적용의 경우의 결과는 Fig. 8과 같다. Gauss-Newton 알고리즘에 비해 낮은 저항률에 대해서는 좋은 영상복원을 보였으나 높은 저항률은 좋지 않은 영상복원이 나타남을 알 수 있다.

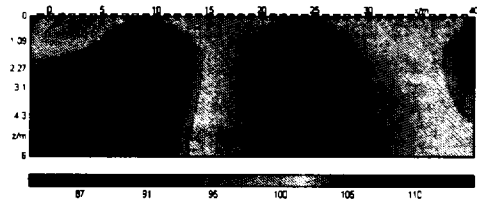


Fig. 8. SIRT algorithm.

마지막으로 TLS 알고리즘의 적용할 때의 영상복원 결과는 Fig. 9와 같다. 높은 저항률과 낮은 저항률 모두에서 영상복원이 위의 Gauss-Newton과 SIRT 알고리즘보다 원형모델과 가깝게 나타남을 알 수 있다.

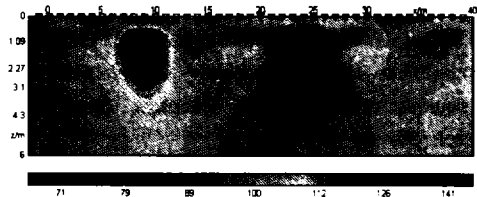


Fig. 9. Truncated LS algorithm.

V. 결론

본 논문에서는 ERT를 이용한 지하물체의 비파괴 영상화 방법에 대해 살펴보았다. 일반적으

로 ERT의 영상복원에 있어 많이 사용되는 역산 알고리즘은 Gauss-Newton 방법이지만 본 논문에서는 SIRT 알고리즘과 TLS 알고리즘을 사용하여 지하물체의 영상복원을 수행하였으며 성능을 기존의 Gauss-Newton 방법과 비교하였다. 비선형성이 아주 강한 역산 알고리즘의 성능은 전극을 배열시키는 방법과 주어지는 잡음에 따라 상당한 민감하게 반응을 하지만 TLS 알고리즘도 ERT의 영상복원 알고리즘도 유용하게 사용될 수 있음을 알 수 있었다. 주어진 방법을 실제로 적용하기 위해서는 역산 알고리즘의 민감도와 수렴성 등에 대해서도 많은 고려가 있어야 하겠다.

Prospecting, vol. 32, pp. 159-186.

감사의글

본 논문은 과학기술부의 원자력 기초과제인 "이상 유동장 가시화를 위한 ET(electrical tomography) 기법 개발"에 의해 지원되었습니다.

참고문헌

- 1) Sasaki, Y. 1992, Resolution of resistivity tomography inferred from numerical simulation, Geophysical Prospecting, vol. 57, pp. 1270-1281.
- 2) Oldenberg, D.W. and Y. Li, 1999, Estimating of investigation in DC resistivity and IP survey, Geophysics, vol. 64, no. 2, pp. 403-416.
- 3) Tripp, A.C., G.W. Hohmann, and C.M. Swift Jr., 1984, Two-dimensional resistivity inversion, Geophysics, vol. 49, pp. 1708-1717.
- 4) Tarantola, A. and B. Valette, 1982, Generalized nonlinear inverse problems solved using least squares criterion, Rev. Geophys. Space Phys., vol. 20, pp. 219-232.
- 5) T. Yoshinaga, 1999, A fast convergence method with simultaneous iterative reconstruction technique for computerized tomography, Int. J. Imag. Syst. and Technol., vol. 10, no. 6, pp. 432-436.
- 6) Lines, L.R. and S. Treitel, 1984, Tutorial : A review of least squares inversion and its application to geophysical problems, Geophysical