

깁스 不規則場을 이용한 映像의 復舊와 分割

金斗京 , 崔然成*

Image Restoration and Segmentation Using Gibbs Random Fields

*Kim Doo-gyung, Choi Yeon-sung**

Summary

A new algorithm using Gibbs Distribution is proposed for segmentation of noisy and textured images. It can reduce the processing time and do parallel processing by detecting the local properties of homogeneous images based on Gibbs Distribution parameters. In the noisy image segmentation it assigns the same potential value to pair clique parameters and in the texture image segmentation uses some texture model parameters. These parameters determine uniform regions and texture types by recursive updating schedule which uses a simple step transition probability criterion.

序 論

영상 처리에 있어서 열화(degraded) 된 영상으로부터 원래의 영상을 복구(restoration) 하는 것은 가장 기본적인 작업이며 따라서 그동안 많은 연구가 이루어졌다. 이는 또한 다음 처리 단계인 영상 분할(image segmentation) 과 밀접한 관계를 맺고 있다. 최근에는 통계학적인 방법을 동원하여 특정 확률 분포

를 결정하는 파라미터들을 추정함으로써 영상 모델을 생성하거나 파라미터가 서로 다른 영상들을 구별하게 되었다. 이런 방법은 통계 물리학에서 강자성체의 분자구조에 대한 모델링에 처음 적용된 후 모의 불림(simulated annealing) 의 이론으로 발전하여 어떤 확률 분포의 모드를 찾아 내기 위한 여러 알고리즘이 개발되었다.

이 이론은 1980년 Hassner와 Sklansky에 의해 영상 모델링에 처음 적용된 뒤 Cross와 Jain, Geman과 Geman 등이 잇달아 깁스 분포를 이용 MRF

理工大學 專任講師, 理工大學 專任講師*

(Markov random field)의 특징을 구체화 시키는 알고리즘을 발표했으며, 최근에는 컴퓨터 시각(computer vision)의 한 분야로 자리잡게 되었다.

깁스 분포란 확률 분포의 한 형태로 불규칙 장이 존재할 때 특정 위치의 상태는 이웃계(neighborhood system)의 에너지 함수로 결정되며 이 상태는 온도의 변화와 밀접한 관계를 맺고 온도가 낮아짐에 따라 차츰 안정되고 견고한 상태로 진행되어감을 나타내는 지수함수이다. 이와 같은 현상은 자연계의 불규칙 상태, 예를 들면 두 금속의 합금, 화합물의 결정 성장, 이상 기체의 구조를 해석함에 유용하게 적용될 수 있고 영상 모델도 임의의 화소와 그 주위의 화소의 계조도(gray level)가 많은 상관성을 갖고 있다는 점에서 적용이 타당하다. 특히 무늬(texture)는 물질의 고유한 성질을 나타내므로 무늬 영상의 통계적 성질을 이용 이를 구분하고 인식한다는 것은 장면을 이해하는데 결정적 방법이 될 수 있다.

본고에서는 이러한 성질을 이용 IID 잡음(ideal independent noise)으로 열화된 영상으로부터 원래의 영상의 복구 및 서로 다른 무늬를 갖는 영상을 모델 파라미터를 기초로 하여 분리해내는 알고리즘을 제안한다. 이러한 알고리즘을 구현하기 위해선 통계적 자료로부터 구체적 사실로의 수렴을 위해 판단의 기준이 필요한데 이는 영상의 사전 특성을 알고 Bayes의 정리를 이용 사후 분포(a posteriori distribution)를 최대화시키는 상태를 추정함으로써 해결된다. 본 논문에서는 병렬처리가 가능한 깁스 표본기(Gibbs sampler)와 계산량이 줄어든 계단 천이 확률(step transition probability)을 MAP(maximum a posteriori) 알고리즘에 적용시키고 통계 물리학에서 사용하는 site replacement와 같은 방법으로 영상의 계조도를 변화시킴으로써 보다 일관성 있고 신속한 복구 및 분할 알고리즘을 완성하였다.

1. 영상 모델

1) 열화된 영상 모델

외부 세계로부터 장면이 영상면(image plane)으로 투영되는 과정이나, 영상의 전달, 처리되는 과정 등에서는 영상신호 자체에 변화가 일어나게 된다. 이

는 영상 형성(image formation) 장치, 기록장치, 처리장치의 비선형 특성에 의해 일어나며, 아울러 외부로부터의 백색 잡음도 열화의 주요한 원인이다. 그러면 이러한 현상을 구체화시키는 모델을 고려해보자.

H는 흐림 행렬(blurring matrix)로 위치 불변 점확산함수(shift invariant point spread function)를 나타내고 필름의 감광지, 카메라 렌즈의 특성과 같은 비선형 요소를 ϕ 로 표시하자. 또 영상은 평균 μ 와 표준편차 σ 로 정의되고 W로 표시되는 가우스 잡음을 갖는다고 하자. 이와 같은 내용은 영상의 복구나 분할에 있어서 사전 지식으로 활용될 수 있으며 간단히 백색 잡음에 대해서만 고려해 본다.

열화된 영상 G는 아래와 같이 $\phi(H(x))$ 와 W의 함수이다.

$$G = \phi(H(X)) \odot W \dots\dots\dots (1)$$

여기서 \odot 는 덧셈이나 곱셈 형태의 역변환 가능한 변환 기호이며 본 논문에서는 덧셈 형태의 변환만을 가정한다. L은 영상이 형성되는 영상 영역의 격자(lattice) 구조를 나타내고 (i, j) 는 L의 위치를 표시하는 인덱스라 하면 $(i, j) \in L$ 은 화소 레벨의 구조를 나타낸다. 식 (1)을 화소 단위에 적용하면

$$G_{i,j} = \phi \left(\sum_{(k,l)} H(i-k, j-l) \odot W_{i,j} \right) \quad (2)$$

가 된다. X는 열화되기 전의 영상을 나타내는 불규칙 변수(random variables)이고 W는 잡음이며 두 요소는 모두 확률과정(stochastic process)으로서 상호 독립이다.

H는 화소의 국부적인 왜곡을 나타내는 행렬로 작은 윈도우의 형태로 전 화소에 걸쳐 컨볼루션(convolution) 된다.

예를 들어

$$H(k, l) = \begin{cases} \frac{1}{2} & k=0, l=0 \\ \frac{1}{16} & |k|, |l| \leq 1, (k,l) \neq (0,0) \end{cases}$$

와 같이 가정하면 (i, j) 에서 계조도는 8개의 가장 가까운 화소들의 평균치로 나타내게 되며 각 가중치는 영상의 종류나 처리 방법에 따라 달라질 수 있다. 언급한 모델은 가장 보편적인 $G = X + W$ 의 형태로 복구란 궁극적으로 $G = X$ 가 되도록 W 를 제거하는 것이다.

2) 무늬 모델

무늬 모델링(texture modeling)의 목적은 그 무늬를 임의로 발생시키거나 무늬를 식별하기 위해 명확한 판단 기준을 제공하는 것이다. 주어진 무늬를 파라미터를 써서 기술하거나 주어진 파라미터에 대응하는 특정 무늬를 발생시키는 것이다. 무늬는 어떤 물질의 본원적 특성(intrinsic property)을 내므로 3차원 정보의 추출 도구로 이용되어 왔다. 현재까지 무늬를 정의하는 보편적이고 일반적인 방법은 없다. 왜냐하면 무늬를 정의하는 데는 수 많은 속성을 한꺼번에 기술하지 않으면 안되기 때문이다. 우리는 2차원을 중심으로한 확률적(stochastic)이고 배열이 균일(homogeneous)한 무늬 모델을 대상으로 그 모델링은 Cross와 Jain이 제안한 방법을 따른다.

일반적으로 무늬를 해석하는 데는 구조적 해석(structural analysis)과 통계적 해석(statistical analysis)의 두 가지가 있다. 모랫벌, 잔디밭, 파도치는 바다와 같이 실제 세계는 불규칙한 형태를 갖지만, 임의의 속성들의 집합으로 볼 수도 있다. 통계적 방법은 영상이란 어떤 불규칙 변수의 확률적 실현으로 가정하여 그 불규칙 변수의 분포상태를 고려하여 해석하려는 방법이다. 본 논문에서는 MRF에서의 깁스 분포를 이용하여 무늬들을 구별할 수 있음을 보인다.

2. 마르코프 불규칙장(MRF 과 깁스 분포

1) 기본 이론

MRF란 다음과 같은 과정을 갖는 장으로 정의되고 있다.

$$\begin{aligned}
 P(X(t_{n+1}) = x_{n+1} \mid X(t_n) = x_n, X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_0) = x_0) \\
 = P(X(t_{n+1}) = x_{n+1} \mid X(t_n) = x_n)
 \end{aligned}$$

여기서 $t_1 < t_2 < t_3 \dots t_n < t_{n+1}$ 이고 $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 이다. 위의 식의 의미는 단일 시간 t_i 에서 확률과정의 상태 x_i 에 있다면 미래상태 x_{i+1} 은 현재상태에만 의존되고 과거상태 $x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_1, x_0$ 에는 전혀 무관하다는 것이다. 따라서 어떤 현상의 변화가 불규칙하게 일어난 경우 동시 발생 확률은 다음 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}
 P(X_{n+1} = x_{n+1}, X_n = x_n, \dots, X_1 = x_1, X_0 = x_0) \\
 = P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_n = x_n) P(X_n = x_n \mid X_{n-1} = x_{n-1}) \dots \\
 P(X_1 = x_1 \mid X_0 = x_0) P(X_0 = x_0) \\
 = P(X = x) \prod_{k=1}^{n+1} P(X_k = x_k \mid X_{k-1} = x_{k-1})
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

즉, 동시 발생 확률은 조건부 확률의 연쇄 결합과 초기 확률 $P(X_0 = x_0)$ 로부터 결정될 수 있다. 그러면 이러한 개념이 영상 모델에서는 어떻게 결정되는지 살펴보자.

영상에서 어떤 특정 위치의 화소의 밝기는 그것이 불규칙한 잡음이 아니라면 이웃 화소의 밝기와 밀접한 관계를 갖고 있다. 이런 현상은 MRF 모델로 해석이 가능하며 1925년 Ising의 강자성체 분자 구조에 대한 연구 이래 많은 부분에서 그 응용이 넓어졌고 Hassner와 Sklansky는 최초로 영상에 이 이론을 적용시켜 간단한 무늬를 발생시켰다.

$L = \{(i, j) \mid 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N\}$ 은 $N \times N$ 의 정방형 격자를 나타내고 $X = \{X_{i,j}\}, (i, j) \in L$ 을 영상을 나타내는 불규칙 변수라 하면 깁스 분포의 근간이 되는 이웃계 $\eta_{i,j}$ 와 무리(clique) C 는 다음과 같이 정의된다.

[정의 1] 이웃계란 $(i, j) \neq (k, l)$ 일 때

- ① $(i, j) - (k, l) < D$ 이고
- ② $(i, j) \in \eta_{i,j}$ 이면 모든 $(i, j) \in L$ 에 대해 $(i, j) \in \eta_{k,l}$ 이 성립하는 집합 $\eta = \{\eta_{i,j} \mid (i, j) \in L, \eta_{i,j} \subseteq L\}$ 을 말한다.

[정의 2] 무리는 이웃계 중에서

- ① 하나의 화소

② $(i, j) \neq (k, l)$ 인 (i, j) 와 (k, l) 에 대해 $(i, j) \in C$ 이고 $(k, l) \in C$ 가 $(i, j) \not\sim_{k, l}$ 인 경우 이를 무리라 하고 C 로 표시한다.
 위 두 정의에 대한 실제적인 구조는 그림 1에 보인다.

다. 그림 1-(a)는 이웃계를, 1-(b)는 2차 이웃제일 때 무리 집합을 보이고 있다. 숫자는 이웃계의 차수를 나타낸다.

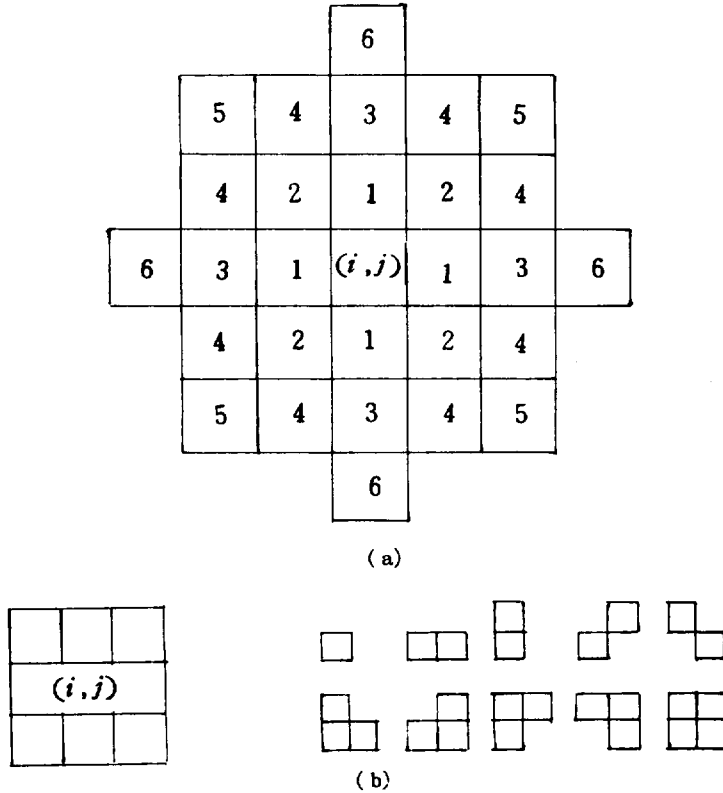


Fig 1. Neighborhood system and clique types for η^2 .
 (The number is a order of neighborhood system)

[정의 3] 깁스 분포란 격자에서 불규칙 장 $X = \{X_{i,j}\}$ 의 결합 분포가 다음과 같을 때 이웃계 η 에 대해 깁스 분포 또는 깁스 불규칙 장 (Gibbs random field: GRF) 라고 한다.

$$P(X = x) = \frac{1}{z} e^{-u(x)} \quad (5)$$

$$\text{단, } u(x) = \sum_{c \in C} V_c(x)$$

$$z = \sum_n e^{-u(x)}$$

여기서 C 는 무리 집합이고 $V_c(x)$ 는 포텐셜, $u(x)$ 는 에너지 함수, z 는 정규화 요소로 분배 함수이다. 위의 물리적 의미는 X 의 실현(realization) 에너지 $u(x)$ 가 작으면 작을수록 $P(X=x)$ 가 커짐을 뜻한다. 이는 물리학에서 $-u'(x)/T$ 와 같이 온도 T 와 결합된 형태로도 표현되는데, 볼림 이론의 기본 표현으로 어떤 계의 상태가 고온일수록 다른 상태로의 천이가 많이 일어나며 저온일수록 상태는 안정되어 감을 뜻한다. 이 장의 앞 부분에 설명한 바와 같이

어떤 계가 MRF 일때 정의에 의해

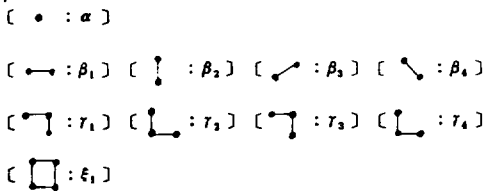
$$P(X_{i,j} = x_{i,j} | X_{k,l}(k,l) \neq (i,j)) = P(X_{i,j} = x_{i,j} | X_{k,l}(k,l) \in \eta_{i,j}) \quad (6)$$

가 성립하게 되는데 김스 분포 이론에서도 확률 $P(X = x)$ 가 이웃계의 부분집합인 무리들의 에너지 함수에 의해 결정됨으로 MRF와 GRF는 서로 일치한다. MRF와 GRF의 동가성이라고 한다. 김스 분포는 근본적으로 지수 함수이므로 포텐셜 함수를 적당히 선정함으로써 이항 분포, Poisson분포 등을 정의할 수 있어 보다 유연한 형태의 함수이다. 사실 모든 불규칙 장은 MRF라고 볼수 있으며 이는 김스 분포로 실현이 가능하고 고차의 이웃계를 고려하지 않고 단지 1차 2차인 η^1, η^2 만을 고려해도 실현이 가능하다는 사실은 그 실효성을 더욱 넓혀주고 있다.

2) 김스 분포의 종류

이 절에서는 무늬 분할에 필요한 김스 분포의 종류에 대해 기술한다.

먼저 불규칙 장 X 가 $Q = (q_1, q_2, \dots, q_M)$ 의 값을 취하는 M 개의 불규칙 변수 $\{X_{i,j}\}$ 로 구성되어 있다고 가정한다. 이와 함께 김스 분포의 결정을 위해 이웃계 η , 무리 C 와 포텐셜 $V_c(x)$ 들이 정의됨이 필요하다. 불규칙 장이 균일하다고 가정하면 무리의 포텐셜은 무리의 위치에 관계없이 무리의 형태와 화소 값(pixel value)에 좌우된다. 본 논문에서는 η^2 의 경우만 고려하여 무리의 형태에 대한 파라미터를 다음과 같이 정의한다.



무리 포텐셜은 단일 화소 무리를 제외하고 다음과 같이 정의한다.

$$V_c(x) = \begin{cases} -\xi : \text{무리의 } x_{i,j} \text{가 모두 같은 때} \\ \xi : \text{무리의 } x_{i,j} \text{가 하나라도 다를 경우} \end{cases}$$

여기서 ξ 는 무리 형태 C 에 부여된 파라미터이다. 또 단일 화소 무리 포텐셜은

$$V_c(x) = \alpha : x_{i,j} = q_i \text{ 일 때}$$

로 정의되고 이것은 특정 제조도의 화소의 수를 조절한다. 즉 단일 화소는 불규칙 변수 $X_{i,j}$ 들의 주변 분포(marginal distribution)이고 다른 파라미터들은 영역의 크기와 송이짓기(clustering)의 방향을 제어한다.

3. 최대 사후 분포

(Maximum a posteriori : MAP)

본고의 목적은 잠음이 첨가된 영상이나 무늬 영상 G 가 입력 데이터로 들어 왔을 때 앞장에서 기술한 김스 분포를 이용 원래의 영상을 의미있는 영역으로 분할해내는 것이다. 즉 $P(X=x, G=g)$ 를 최대화시키는 추정치 x 를 구하는 것이다. Bayes의 정리를 이용하면 다음이 성립한다.

$$P(X=x | G=g) = \frac{P(G=g | X=x) P(X=x)}{P(G=g)} \quad (7)$$

따라서 모든 배열의 확률을 전부 계산해볼 수 없는 통계적 상황에서 김스 분포와 Bayes 정리를 이용한 사후분포 $P(X=x, G=g)$ 를 최대화시키는 x 를 구함으로써 영상을 분할하게 된다.

1) 영역 형성

$G = \{g_{i,j}\}$ 를 $N \times N$ 격자에서 관측 가능한 디지털 영상이라고 하자. 이는 불규칙 장 $G = \{G_{i,j}\}$ 의 실현이라고 볼 수 있다. 장면 불규칙 장 x 는 이산치를 갖는 불규칙 장이고 그 값 x 는 각각의 $(i,j) \in L$ 에서 $Q = \{1,2,\dots, M\}$ 중의 하나의 값을 택하게 된다. M 은 영역의 갯수를 나타낸다. 따라서 실현 $x = X(w)$ 는 격자 L 을 M 개의 영역 형태로 나눔을 의미한다. 장면 불규칙 장 X 는 GRF라고 가정되고 전술한 김스 분포의 일종이다. 본고의 의도는 불규칙 장 G 가 문제되는 잠음 영상과 무늬 영상의 데이터로부터 타당한 특성과 부합되도록 어떻게 재배열시키느냐는 것이다.

영역형성 단계는 마지막 과정에서 잡음 영상이나 무늬 영상에 동일하게 적용된다. 만일 어딘 화소가 특정 영역에 속한다면 주위의 화소도 그 영역에 속할 가능성이 많으며 그 정도는 두 화소의 짝으로 이루어진 무리에 의해 계산되어진다. 즉 이들 무리의 포텐셜 β_i 를 0보다 큰 양수로 선택하면 β_i 가 클수록 송이가 커지게 되고 결과적으로 고립된 작은 영역을 제거하고 화소들을 한 영역으로 묶을 수 있다.

2) 반복적 특징 추출

이 절에서는 영역을 형성하기 전에 행해야할 화소 배열의 특징 추출 과정을 잡음 모델과 무늬 모델의 경우로 나누어 설명한다.

(1) 열화된 영상의 분할

이 경우는 균일한 밝기를 가진 영상에 불규칙한 잡음이 첨가되고 국부적인 왜곡과 비선형 변환이 겹쳐서 열화된 경우이다. 즉,

$$G_{i,j} = \phi \left(\sum_{(k,l)} H(i-k, j-l) X_{k,l} \right) \otimes W_{i,j} \quad (8)$$

의 형태이다. Bayes 정리를 이용하고 X와 G는 서로 독립이라면 다음이 성립한다.

$$\begin{aligned} \max_x P(X=x | G=g) \\ &= \max_x \frac{P(G=g | X=x) P(X=x)}{P(G=g)} \\ &= \max_x P(G=g | X=x) P(X=x) \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(G=g | X=x) \\ &= P(G_{i,j} = g_{i,j}, G'_{i,j} = g'_{i,j} | X=x, X'=x') \\ &= P(G_{i,j} = g_{i,j} | X=x, X'=x', G'_{i,j} = g'_{i,j}) \\ &= P(G_{i,j} = g_{i,j} | X_{i,j} = x_{i,j}, H_{i,j}) \\ &= P(G'_{i,j} = g'_{i,j} | X=x, X'=x') \quad (10) \end{aligned}$$

여기서 $G'_{i,j}, X'_{i,j}$ 는 중심 화소 $G_{i,j}, X_{i,j}$ 를 제외한 모든 불규칙 변수들을 나타내며 $H_{i,j}$ 는 왜곡에 의한 화소의 국부적 변화를 나타내는 작용소이다.

$P(G'_{i,j} = g'_{i,j} | X=x, X'=x')$ 는 $P(G_{i,j} = g_{i,j} | X_{i,j} = x_{i,j}, H_{i,j})$ 에 이므로 그 요소가 포함 되어 있고 국부적인 변화만을 고려한다면 무시 가능하다. $W = \{W_{i,j}\}$ 는 평균 0, 표준 편차 σ 를 갖는 가우스 분포라고 가정하면

$$P(G_{i,j} = g_{i,j} | X_{i,j} = x_{i,j}, H_{i,j}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[-\frac{(g_{i,j} - f(\sum_k \sum_l H(k,l)x_{i+k,j+l}))^2}{2\sigma^2} \right] \quad (11)$$

이 된다. 또 $P(X=x)$ 는 이미 정의한 깃스 분포를 가진다. 식 (11)에 깃스 분포를 대입하고 대수를 취하면

$$\begin{aligned} \ln P(G=g, X=x) &= \ln P(G=g | X=x) \\ &+ \ln P(X=x) \\ &= \ln Z - \sum_{c \in C} V_c(x) - \frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma^2) \\ &+ \frac{(g_{i,j} - f(\sum_k \sum_l H(k,l)x_{i+k,j+l}))^2}{2\sigma^2} \quad (12) \end{aligned}$$

이 된다. 위의 식에서 z를 구하는 것이 문제가 되는데 다음 장에서 논하는 깃스 표본기와 천이 확률 비교법에 의해 해결할 수 있다. 결국 위의 식이 최대값을 갖도록 x를 재배치해가야 하는데 Derin과 Elliott는 불규칙 벡터열(random vector column)의 가능한 조합을 고려하고 계산의 복잡성을 줄이기 위해 Nagin 등이 영역 성장(region growing)에 이용했던 방법과 같이 전체 영상을 연속적인 행 묶음(3개 혹은 4개의 묶음)으로 나누어 준최적의 strip processing 알고리즘을 실현하였다. 그러나 이 알고리즘은 초기 상태에서 배경을 고려해야 하고 그 배경의 영향이 적기는 하지만 전체 분할에 영향을 줄 뿐 아니라 방식이 별렬 처리와 상반된다는 점에서 바람직하다고 할 수 없다. 본고에서는 단지 M개의 차원을 정하고 각 화소 $(i,j) \in L$ 의 위치에서 프로세서가 비동기적으로 $Q = \{1, 2, \dots, M\}$ 에 대한 확률을 계산하고 다음 상태로의 천이 확률을 계산하여 그대로 두거나 확률이 큰 쪽으로 변환시키게 된다.

(2) 무늬 영상의 분할

$P(X=x)$ 는 장면 X 에서 공간적으로 존재하는 영향력을 나타내는 요소로 앞서와 같이 반복하여 구할 수 있다. 그러나 $P(G=g | X=x)$ 는 잡음이나 무늬에 의해 발생하는 영향력을 포함하고 있으며 무늬 영상의 경우 $P(G=g | X=x)$ 는 $G=(G_{i,j})$ 와는 조건부 독립이 아니므로 반복적으로 X 를 변환시키는 것이 불가능하다. 가장 정확한 최대화를 위해선 영역 m 의 정규화항 Z_m 을 구해야 하나 이는 너무 많은 계산을 요하므로 현실적으로 구현이 불가능하다. 본 논문에서는 병렬 처리에 기초를 두고 국부적 성질을 이용 반복적 갱신이 가능한 방법을 고려했다.

Bayes 정리로부터

$$P(G=g | X=x) = \frac{P(X=x | G=g) P(G=g)}{P(X=x)} \quad (13)$$

무늬 영상이 균일하다면 다음과 같은 가정이 성립한다.

$$P(X=x) = \prod_{(i,j) \in L} P(X_{i,j} = x_{i,j}) \quad (14)$$

$$P(X=x | G=g) = \prod_{(i,j) \in L} P(X_{i,j} = x_{i,j} | G=g) \quad (15)$$

$$P(X_{i,j} = x_{i,j} | G=g) = P(X_{i,j} = x_{i,j} | G\eta_{i,j} = g\eta_{i,j}) \quad (16)$$

여기서 $\eta_{i,j}$ 는 (i,j) 를 포함한 이웃계이고, 세 가정은 오로지 (i,j) 주위의 화소값에 의해 좌우된다면 잡음 첨가 영상 모델의 경우와 동일한 의미를 갖게 된다. 위의 세식을 Bayes의 식에 대입하고 정리하면

$$P(G=g | X=x) = P(G=g) \frac{\prod_{(i,j) \in L} P(X_{i,j} = x_{i,j} | G\eta_{i,j} = g\eta_{i,j})}{\prod_{(i,j) \in L} P(X_{i,j} = x_{i,j})} \quad (17)$$

윗 식의 분모 분자에 $P(G\eta_{i,j} = g\eta_{i,j})$ 를 곱하고 정리하면

$$P(G=g | X=x) = \frac{P(G=g)}{\prod_{(i,j) \in L} P(G\eta_{i,j})} \prod_{(i,j) \in L} P(G\eta_{i,j} = g\eta_{i,j} | X_{i,j} = x_{i,j}) \quad (18)$$

윗 식의 우측 첫째 항은 $\{X_{i,j}\}$ 와 독립이므로 상수로 대치 무시할 수 있으며 다음 장의 계단 천이 확률과 같이 단순히 비율만을 이용할 경우 무시할 수 있다.

식 (18)을 대수를 취하고 $\{X_{i,j}\}$ 요소와 결합하면

$$\ln P(X=x, G=g) = -\ln Z - \sum_{c \in C} V_c(x) + \sum_{m=1}^M \sum_{(i,j) \in L} \ln P(G\eta_{i,j} = g\eta_{i,j} | X_{i,j} = m) \quad (19)$$

식 (19)에서 $\ln P(G\eta_{i,j} = g\eta_{i,j} | X_{i,j} = m)$ 의 항은 서로 다른 무늬 형태를 결정지어주는 깁스 분포를 이용하여 계산한다. 무늬 영상의 분할에서도 앞 절에서와 마찬가지로 Z 의 계산이 불필요한 계단천이 확률 이론을 적용한다.

4. 깁스 표본기와 계단 천이 확률 이론

어떤 계가 임의의 상태에서 다른 상태로의 천이를 위해선 가능한 상태에서의 표본화와 두 상태에 대한 판단 기준이 정해져야 한다. 이 장에서는 표본화 방법과 천이 확률을 이용한 판단기준에 대해 설명한다.

1) 깁스 표본기(Gibbs sampler)

격자의 각각의 위치 S 에 간단한 연산을 행할 수 있는 어떤 프로세서가 있다고 하자. 이들은 동작 과정에서 이웃계 η_s 와 서로 결합되어 있고 각자의 내부 클럭에 의해 동작한다. 시간 t 에서 전체 배열 S 의 상태를 $S(t)$, 시간 $t+1$ 에서 S 의 상태를 $S(t+1)$ 이라고 한다. 단 $S(t)$ 와 $S(t+1)$ 은 오직 하나의 위치에 서만 그 상태가 다르며 나머지 부분은 현재의 상태와 전상태가 모두 같게 한다. n_1, n_2, \dots 를 S 가 선택되는 순서라고 하면 $n_r \in S, S_r(t) = S_r(t+1), i \neq n_r$ 이다. 이것을 불규칙 변수 X 에 적용하면 $n_r \in L, X_{n_r}(t) = X_{n_r}(t+1), i \neq n_r$ 이 된다. 즉 시간 $t+1$ 에서 어떤 위치의 불규칙 변수 $X(t+1)$ 이 x 를 선택하게 되고 그 전상태의 이웃계로부터 $X_r(t), r \in \eta_{n_r}$ 를 선택하여 새로운 배열 $X(t+1)$ 이 $X_{n_r}(t) = x$

또 $X_i(t+1) = X_i(t)$, $S[n]$ 의 값을 갖게 한다. 이와 같은 배열로부터 얻어지는 결과는 국부적인 특성을 갖게 되나 불규칙 장이 균일하다면 타당성을 갖는다.

2) 계단 천이 확률 이론(step transition probability theory)

$X_{i,j}$ 의 갱신은 새로 추정된 $x_{i,j}$ 와 $x_{i,j}$ 에 의한 천이 확률들 구해봄으로서 실현 가능하다. $P(S(t+1) | S(t))$ 를 $S(t)$ 에서 $S(t+1)$ 로 가는 천이 확률, $P(S(t))$ 를 시간 t 에서 $S(t)$ 의 확률, $P(S(t+1))$ 을 시간 $t+1$ 에서 $S(t+1)$ 의 확률이라고 하고 $P(S(t+1) | S(t))$ 를 다음과 같은 계단 천이 확률로 정의한다.

$$P(S(t+1) | S(t)) = \begin{cases} 1 : P(S(t+1))/P(S(t)) > 1 \text{ 일 때} \\ 0 : P(S(t+1))/P(S(t)) \leq 1 \text{ 일 때} \end{cases}$$

위의 계산값은 식(9), (11), (17)에 의해서 구해질 수 있으며 X 는 $q = (1, 2, \dots, M)$ 중의 하나의 값으로 갱신되거나 그대로 남게 된다.

實驗 및 考察

이 장에서 깃스 분포를 이용한 열화된 영상의 분할과 모델링에 대한 실험 및 무늬 영상의 분할에 대한 실험 결과와 평가에 관해 서술한다.

1. 잡음 첨가 영상의 분할

그림 2, 3, 4는 인위적으로 발생시킨 2개의 계조도를 갖는 64×64 의 영상에 표준편차가 각기 다른 잡음을 첨가하고 이를 분할한 것이다. 열화의 정도는 SNR에 기준을 두었고 이는 여러가지 방법으로 정의할 수 있으나 영상 분할에서 자주 사용하는 아래 공식을 이용했다.

$$SNR = \frac{|q_1 - q_2|}{\sigma} \quad (20)$$

σ 는 잡음의 표준편차이고 q_1 과 q_2 는 두 영역의 계조도이다. 분할 알고리즘을 간단히 설명하면 반복적 특징 추출 단계에서 raster scan 형식으로 각 화소를 선택해 가면서 화소의 무리집합 중 쌍무리(pair clique)만을 이용 국부적인 확률을 계산한 뒤 임의의 다른 상태를 선택하고 현재상태와 다음 상태와의 천이 확률들 구해 크기가 1보다 큰 경우 이를 다음 상태로 갱신하고 작을 경우 그대로 놔둔다. 전 화소를 갱신한 다음 다시 반복하게 되는데, 화소의 변환이 전체의 1% 이하의 경우 정지하게 하였다. 영역 형성 단계에서는 쌍무리의 파라미터 값이 0보다 큰 수를 부여하여 영역을 형성하게 되는데 이 단계는 고립된 한 점을 더 큰 영역으로 묶게 되며 실험에서는 시간 절약을 위해 한번의 raster scan을 하였다.

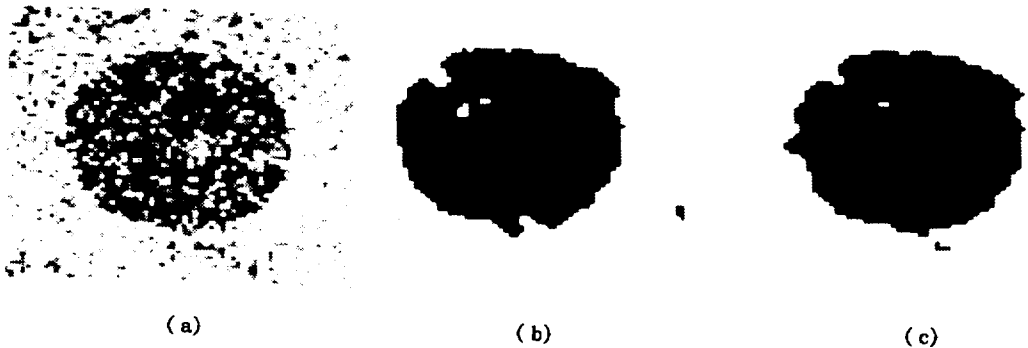


Fig 2. Region Segmentation: SNR 1.5 (b) $\beta_i=0.5$ (c) $\beta_i=0.7$

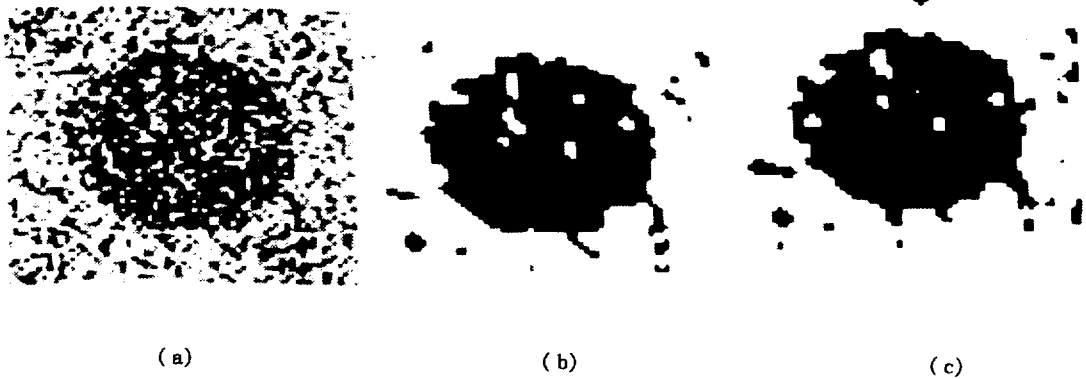


Fig 3. Region Segmentation: SNR 1.0 (b) $\beta_i=0.5$ (c) $\beta_i=0.7$

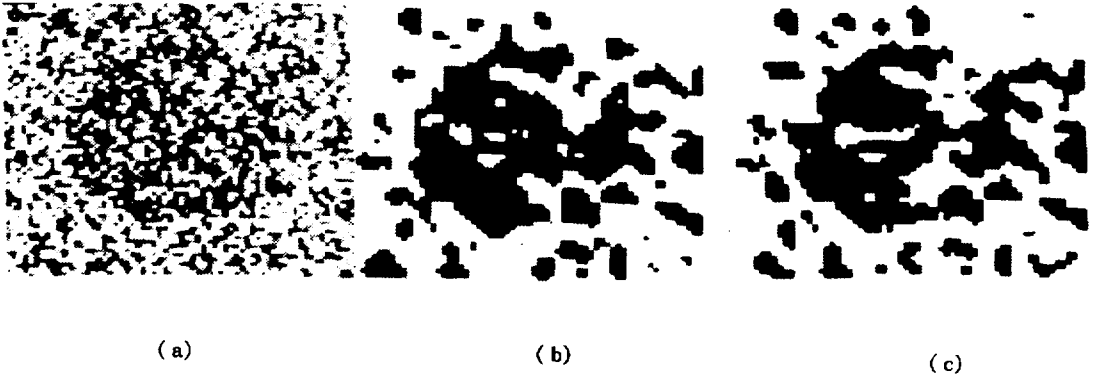
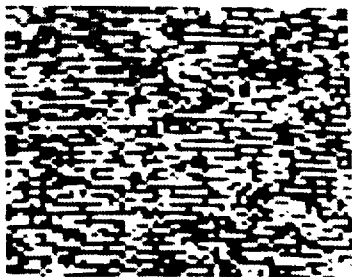


Fig 4. Region Segmentation: SNR 0.7 (b) $\beta_i=0.5$ (c) $\beta_i=0.7$

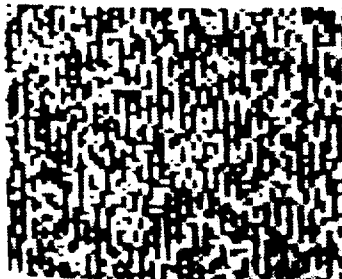
2. 무늬 영상의 분할

그림 5는 각기 다른 파라미터의 선정에 의해 실현된 무늬 모델을 보인다. 이것은 파라미터의 조합에 의해 발생될 수 있는 수 많은 무늬 중 일부분으로 실험을 위해 가장 간단한 형태들을 발생시켰고 해당하는 파라미터 값은 그림의 밑에 표시된 바와 같다. 이 값은 분할에 그대로 사용했으며, 그림에서 보는 바와 같이 적절한 파라미터의 선정에 의해 실제계의 무늬와 거의 유사한 형태를 발생시킬 수 있으며 이는 무늬를 분할할 수 있는 근거를 제공한다. 그림 6은 4개의 계조도를 갖는 5개의 영역으로 이루어진 영상의 분할을

보여준다. 이 때 분할 후의 계조도는 분할되기 전 미리 특정 무늬에 할당된 값은 따른다. 그림 7은 불규칙 배열을 갖는 임의의 영상에 영역 형성 단계 알고리즘을 적용하여 2개의 계조도를 갖는 영역으로 만들고 이것을 두개의 다른 무늬로 실현시킨 뒤 그림 6과 마찬가지로 분할한 결과를 보인다. 그림 6, 7에서 (a)는 원래 관측 불능의 영상이고 실제 입력은 (b)밖에 없으나 결과를 비교하기 위하여 (a)와 같이 원래의 영상을 가정하였으며 그림 7에서는 복잡한 영역 구조를 형성하기 위해 20번의 반복을 거쳤다. 무늬 영상의 경우도 잡음 첨가 영상의 분할과 마찬가지로 반복적 특징 추출 후 단 한번의 영역 형성과정을 거쳤다.



(a)
 $\beta_1 = 1.0$ $\beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = -1.0$



(b)
 $\beta_2 = 1.0$ $\beta_1 = \beta_3 = \beta_4 = -1.0$



(c)
 $\beta_3 = 1.0$ $\beta_2 = \beta_4 = -1.0$



(d)
 $\beta_4 = 1.0$ $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = -1.0$

Fig 5. Realization of texture model

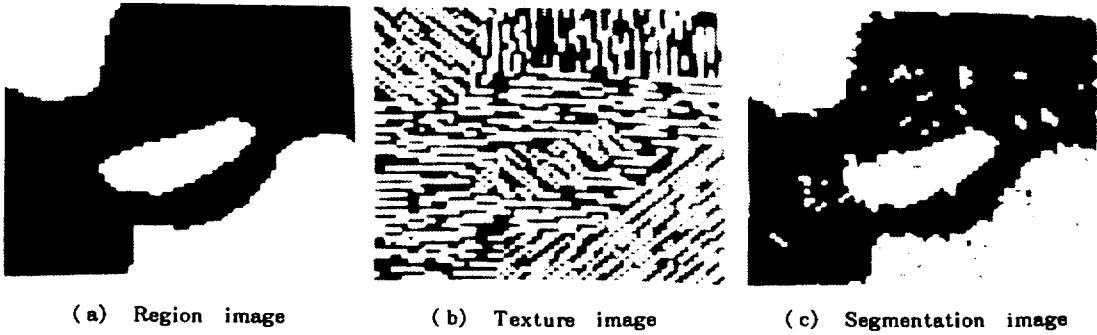


Fig 6. Five regions and four texture Segmentation

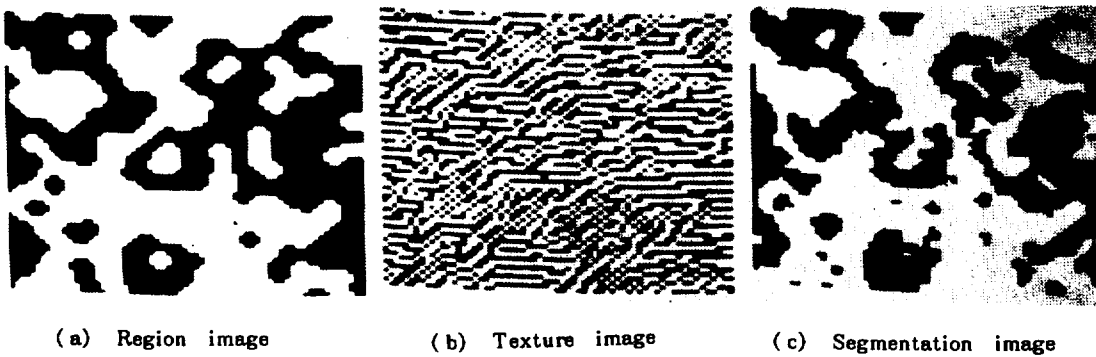


Fig 7. Multi regions and two textures Sementation

摘 要

본 논문에서는 잡음과 근방 화소의 평균치로 열화된 영상의 복구와 무늬 영상의 분할에 대한 새롭고 간단한 병렬처리 지향의 알고리즘을 제안했다. 실험 결과 이론의 유효성을 입증할 수 있었다.

마르코프 불규칙 장에서 최적의 열화된 무늬 영상의 모델링이 가능했고, MRF와 GRF는 등가성이 있기 때문에 김스 분포를 이용해 열화된 영상으로 복구하였다. 또한 김스 분포에 의해 무늬 영상의 분할이 가능했다.

또 구체적인 이론의 적용을 위해 김스 표본기와 계단 천이 확률 이론을 도입했다.

引用文獻

- Cross, G. and Jain, A. K. 1983, Marcov random field texture models, IEEE Trans. PAMI, Jan.
- Derin, H. 1987, segmentation of noisy textured images using simulated annealing, IEEE ICASSP
- Derin, H. and Elliott, H. 1987, Modeling and segmentation of noisy and textured images using Gibbs random fields, IEEE Trans. PAMI, Jan.
- El-Gabali, M and Shridhar, M, 1987, Segmentation of noisy images modelled by Marcov random fields with Gibbs distribution, IEEE ICASSP
- Geman, S. and Geman, D. 1984, Stochastic relaxation, Gibbs distribution, and the Bayesian restoration of images, IEEE Trans. PAMI, Nov.
- Hassner, M. and Sklansky, J. 1980. The use of Marcov random fields as models of texture, CGIP Vol. 12.
- 이철우, 최연성, 최중수, 1987, 깁스 분포를 이용한 모델 기초 무늬 영상의 분할, 대한전자공학회 추계종합학술대회 논문집, 10(1).