

복합부력에 의한 사다리꼴 용기내에서의 유동 형성 과정에 관한 연구

현 명 태*

A Study on the Formation of Flow Structure Due to Combined Buoyancy
in a Trapezoidal Enclosure

Myung-Taek Hyun*

Summary

Numerical solutions for double-diffusive convection, subject to the externally imposed horizontal temperature gradient and vertical solute gradient in an equilateral trapezoidal enclosure, are secured. Inspection of the large-time numerical solutions clearly points to the existence of four distinct flow regimes. When N is very small, the overall flow properties are similar to those of a purely thermal convection. For the increasing values of N , the distinguished feature is the emergence of multi-layered flow structure. Layered flow structure with stagnant zone is appeared for the relatively high buoyancy ratio. When N is large, the fluid in the bulk of the container is essentially motionless.

서 론

열-소금 확산계 혹은 소금-설탕 확산계와 같이 확산율이 다른 두 부력인자들의 복합부력에 의한 유동을 이중확산유동(double-diffusive convection)이라 한다. 복합부력에 의한 자연대류는 해양학, 지구물리학 및 천체물리학 등의 분야에서 관찰되고 태양연못, 액체가스 저장 그리고 주조, 용고, 결정성장과 같은 재료가공 분야 등과 밀접하게 관련되기 때문에 지난 20여년간 많은 연구가

진행되고 있다(Ostrach, 1980). 특히 최근 첨단 산업의 발달로 말미암아 고순도 결정체의 제조를 위한 기술개발이 절실해짐에 따라 이에 대한 연구는 보다 활발해지고 있다(Ostrach, 1983).

이중확산유동은 어느 한 부력인자만에 의한 자연대류와 달리 두 부력인자가 공존하므로 각 부력인자들의 작용 방향에 따라 여러가지 유형이 존재하고 그 유동형태가 복잡하여 해석이 어렵다. 이에 대한 초기의 연구는 온도 및 농도구배가 중력과 같은 방향으로 가해지는 'salt-finger' 현상에 국한되었다(Turner, 1974). 1970년대에 이르러 한

* 공과대학 기관공학과 (Dept. of Engine Technology, Cheju Univ., Cheju-do, 690-756, Korea.)

부력인자가 중력과 수직방향으로 가해질 때의 유동현상에 관한 연구(Thorpe 등 1969, Chen 등 1971, Wirtz 등 1972)가 수행되어 층을 이룬 유동형태가 존재함이 밝혀졌고, 아주 최근 두 부력인자가 중력과 수직으로 작용할 때 밀폐용기내의 유동형태에 관한 연구가 발표되었다(Kamotani 등 1985, Lee 등 1988).

수직방향으로 성층화된 용액에 수평방향으로 온 도구배가 가해질 때 발생하는 자연대류에 관한 현상은 이중확산유동에서 광범위하게 관찰되고 있는 층을 이룬 유동형태의 메카니즘을 밝힐 수 있다는 점 때문에 많은 연구자들의 관심의 대상이 되어 왔다. Thorpe 등(1969)은 선형 지배방정식에서 유동이 유발되는 임계조건에 관한 식을 제시하였고 이들 실험을 통해 대체로 일치함을 보였으며 수직평판에서의 유동이 여러개의 층을 이룬 유동으로 나타남을 처음 밝혔다. Chen 등(1971)과 Wirtz 등(1972)은 고온벽에서 발생한 롤(roll)이 저온벽으로 성장해 가면서 셀형태의 유동이 형성되고 시간이 경과하면서 밀폐용기내에 형성된 셀은 그 위 혹은 아래의 셀과 합쳐지면서 전체적으로 셀의 갯수가 감소함을 관찰하였다. 최근 Lee 등(1990)은 성층화된 농도와 온도차에 의한 부력의 비에 따라 4가지 유동형태가 존재함을 보였고 수치해석을 통하여 정성적으로 일치함을 밝혔다. 한편 Wirtz(1977)는 2개의 층만이 존재하는 조건일 때 용액의 성층화는 열전달을 방해하는 요인이 된다는 사실을 보였다.

이중확산유동의 경우 전술한 바와 같이 그 유동형태가 대체적으로 층을 이룬 유동으로 나타나나 부력비에 따른 유동형태의 변화에 대해 제대로 구명되지 않은 실정이다. 본 논문에서는 등변사다리꼴 용기내에서 성층화된 유체에 수평방향으로 온도구배가 가해질 때 관련 무차원수에 따른 유동형태와 유동의 형성과정에 주안점을 두고 수치적으로 고찰하고자 한다.

이론해석

등변사다리꼴 밀폐용기인 본 연구의 해석영역은 Fig. 1과 같다. 유동은 x, y 평면의 2차원이며 수

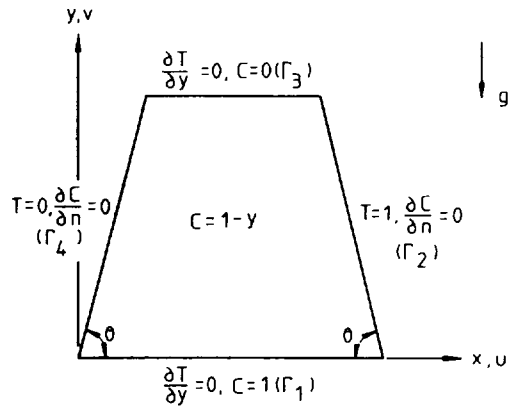


Fig. 1. Flow configuration and coordinate system.

평, 수직방향 속도는 u, v이고 사다리꼴 용기의 폭은 L, 높이는 H이다. 두 수평벽면(Γ₁과 Γ₃)은 단열이며 등농도인 반면 Γ₂와 Γ₄은 등온이며 불침투벽이다. 밀폐용기내의 유체는 소금물로 초기온도는 양단 벽면의 평균온도이고 농도는 초기에 선형적으로 성층화되어 있다. 기본방정식에서 부력항을 제외한 모든 물성치가 일정하다고 가정하고 식(1)과 같은 무차원변수를 도입하면

$$x = \frac{x'}{H}, y = \frac{y'}{H}, u = \frac{H}{x} u', v = \frac{H}{x} v', t = \frac{x}{H^2} t'$$

$$p = \frac{1}{\rho} \left(\frac{H}{x} \right)^2 p', T = \frac{T' - T_0'}{\Delta T}, C = \frac{C' - C_0'}{\Delta C} \dots (1)$$

$$Pr = \frac{\nu}{x}, Le = \frac{x}{D}, Ra_T = \frac{g \beta_T \Delta T H^3}{\nu \alpha}, N = \frac{\beta_s \Delta C}{\beta_T \Delta T}$$

2차원, 층류, 비정상상태의 이중확산유동의 무차원 기본방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + Pr \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \dots (3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + Pr \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + Ra_T \cdot Pr (T - N \cdot C) \dots (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial x^2} + \frac{\partial T}{\partial y^2} \dots (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \dots (6)$$

무차원화된 기본방정식(2)-(6)를 좌표변환하면 좌표변환된 기본방정식은 다음과 같다.

$$\bar{u}_i + \bar{v}_i = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$(Ju)_i + (\bar{u}u)_i + (\bar{v}v)_i = -(y_i p)_i - (y_i p)_i$$

$$+ Pr \left[\left(\frac{\alpha}{J} u_i \right)_i - \left(\frac{\beta}{J} u_i \right)_i + \left(\frac{\gamma}{J} u_i \right)_i - \left(\frac{\beta}{J} u_i \right)_i \right] \dots\dots\dots (8)$$

$$(Jv)_i + (\bar{u}v)_i + (\bar{v}v)_i = -(x_i p)_i - (x_i p)_i$$

$$+ Pr \left[\left(\frac{\alpha}{J} v_i \right)_i - \left(\frac{\beta}{J} v_i \right)_i + \left(\frac{\gamma}{J} v_i \right)_i - \left(\frac{\beta}{J} v_i \right)_i \right]$$

$$+ J \cdot Ra_\tau \cdot Pr(T-N \cdot C) \dots\dots\dots (9)$$

$$(JT)_i + (\bar{u}T)_i + (\bar{v}T)_i = \left(\frac{\alpha}{J} T_i \right)_i - \left(\frac{\beta}{J} T_i \right)_i$$

$$+ \left(\frac{\gamma}{J} T_i \right)_i - \left(\frac{\beta}{J} T_i \right)_i \dots\dots\dots (10)$$

$$(JC)_i + (\bar{u}C)_i + (\bar{v}C)_i = \frac{1}{Le} \left[\left(\frac{\alpha}{J} C_i \right)_i - \left(\frac{\beta}{J} C_i \right)_i \right]$$

$$+ \left(\frac{\gamma}{J} C_i \right)_i - \left(\frac{\beta}{J} C_i \right)_i \dots\dots\dots (11)$$

여기서 α, β 와 γ 는 좌표변환으로 인한 계수이며 J 는 Jacobian으로 이들의 정의는 아래와 같다.

$$\alpha = x_i^2 + y_i^2 \dots\dots\dots (12a)$$

$$\beta = x_i x_i + y_i y_i \dots\dots\dots (12b)$$

$$\gamma = x_i^2 + y_i^2 \dots\dots\dots (12c)$$

$$J = x_i y_i - x_i y_i \dots\dots\dots (12d)$$

또한 \bar{u} 와 \bar{v} 는 각각 식 (13)와 (14)로 정의된다.

$$\bar{u} = y_i u - x_i v \dots\dots\dots (13)$$

$$\bar{v} = x_i v - y_i u \dots\dots\dots (14)$$

Fig. 1에서의 경계면에 대해 좌표변환된 경계면을 *로 표시하면 각 경계면에서 좌표 변환된 경계조건은 식 (15)가 된다.

$$\Gamma_1^* : u=v=0, \tau T_i - \beta T_i = 0, C=1 \dots\dots (15a)$$

$$\Gamma_2^* : u=v=0, T=1, \alpha C_i - \beta C_i = 0 \dots\dots (15b)$$

$$\Gamma_3^* : u=v=0, \tau T_i - \beta T_i = 0, C=0 \dots\dots (15c)$$

$$\Gamma_4^* : u=v=0, T=0, \alpha C_i - \beta C_i = 0 \dots\dots (15d)$$

초기상태의 유체는 등온이며 선형적으로 성층화되어 있기 때문에 좌표변환된 속도, 온도 및 농도 초기조건은 다음과 같다.

$$u=v=0 \dots\dots\dots (16a)$$

$$T=0.5 \dots\dots\dots (16b)$$

$$C=1-\eta \dots\dots\dots (16c)$$

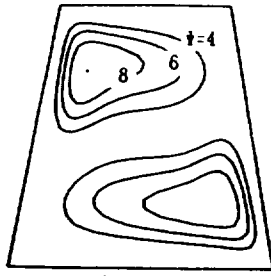
차분화방정식은 식 (7)-(11)를 시간에 대해서는 음함수방법으로, 공간에 대해서는 한 검사체적에 대해 적분하여 얻었으며, 압력과 온도 및 농도장에 대한 해는 주격자점(main grid point)에서, 속

도장에 대한 해는 이동된 격자점(staggered grid point)에서 해를 구하였다. 검사면에서의 유속은 Power-Law Scheme을 이용하였고 SIMPLE Algorithm (Patankar, 1980)을 사용하여 계산하였다. 수치해석에서의 격자수는 35×35, 무차원시간 증분은 0.0001-0.0025이며, 운동량방정식의 이완 계수는 0.3-0.6, 압력방정식은 0.5-0.7 그리고 온도, 농도장의 경우 0.7-0.9로 각각 취하였다.

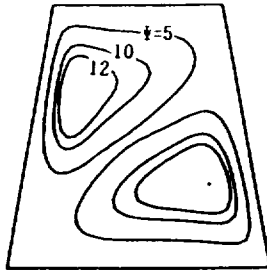
수치해석 결과 및 고찰

본 수치해석은 열-소금 확산제 (Le=100, Pr=7.0)에 대한 연구로 해석영역은 Ar=1.0, Ra_τ=1.0×10⁶, N=0-20 그리고 t=0-0.2이다. 등변사다리꼴 제한조건 때문에 Ar=1.0의 경우 $\theta=63.435^\circ-90^\circ$ 사이의 값만을 가질수 있기 때문에 본 연구에서는 $\theta=70^\circ, 75^\circ, 80^\circ, 85^\circ$ 의 4가지 경우에 대하여 조사하였다.

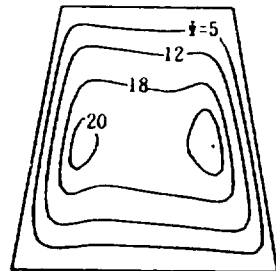
Fig. 2는 $\theta=80^\circ, Ra_\tau=1.0 \times 10^6$ 인 경우 각 부력에 대한 시간에 따른 유동함수의 변화과정을 나타낸 것이다. 직각밀폐용기에서와 마찬가지로 (Lee 등, 1990) 유동형태는 4가지로 나타남을 알 수 있으나 기하학적 특성상 직각용기의 경우와는 달리 점대칭으로 분포하지 않음을 알 수 있다. Fig. 2(a)에서 살펴보면 부력비가 작은 경우(N=1) 초기에는 셸이 밀폐용기 위, 아래 부분에서 두 개의 셸이 형성되나 그 인접면의 경사가 급해지면서(t=0.03) 결국 단일셸 유동이 형성된다. Fig. 2(b)는 부력비가 3일 때 시간에 따른 유동함수의 변화과정을 나타낸 것으로 초기에 밀폐용기 양단 부근에서 형성된 2개의 셸이 시간이 지남에 따라 용기 내부로 성장하여 층을 이룬 유동형태가 됨을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 여러개의 셸 형태의 유동이 발생하는 경우 공통적으로 관찰되었고 부력비가 증가할수록 셸 형성 시간이 지연되고 초기에 생성된 셸은 밀폐용기의 위, 아래면에 인접한 경향을 보인다. 또한 인접면은 저온벽에 접근해감에 따라 주변의 찬 유체로 열전달이 일어나 밀도가 증가하므로 아래로 경사진다. 그러나 부력비가 좀 더 증가하면(N=7, Fig. 2(c)) 유동은 용기의 윗부분에서만 성장할 뿐 용기의 아래면에



$t=0.01(\psi_{max}=10.234)$

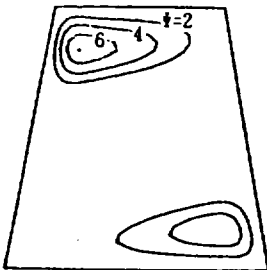


$t=0.02(\psi_{max}=14.99)$

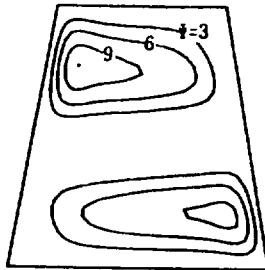


$t=0.2(\psi_{max}=20.6)$

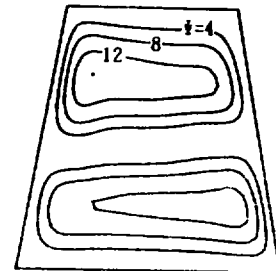
(a) $N = 1.0$



$t=0.03(\psi_{max}=7.291)$

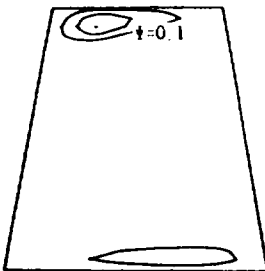


$t=0.08(\psi_{max}=10.75)$

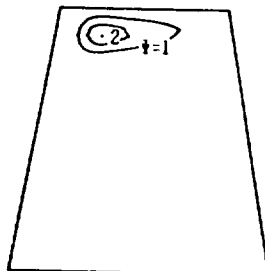


$t=0.2(\psi_{max}=14.45)$

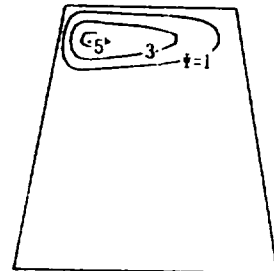
(b) $N = 3.0$



$t=0.07(\psi_{max}=0.5404)$

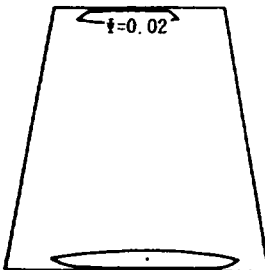


$t=0.15(\psi_{max}=2.64)$

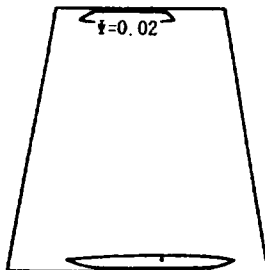


$t=0.2(\psi_{max}=5.423)$

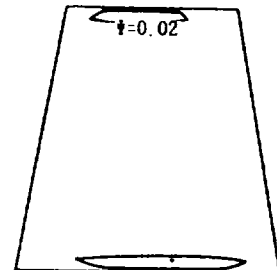
(c) $N = 7.0$



$t=0.07(\psi_{max}=0.0473)$



$t=0.15(\psi_{max}=0.0346)$



$t=0.2(\psi_{max}=0.03458)$

(d) $N = 20.0$

Fig. 2. Plots of stream functions with buoyancy ratio for $\theta=80^\circ$, and $Ra_T=1.0 \times 10^6$.

서는 정체된 상태로 관찰되고 있다. 이때 밀각이 큰 경우에는 유동층이 밀폐용기의 위, 아래면에 생기고 그 사이에 정체층에 존재하기도 하였으나 대부분의 경우 사다리꼴 형상 특성 때문에 유동층은 밀폐용기의 윗면에단 형성된다. Fig. 2(d)처럼 부력비가 아주 큰 경우($N=20$)에는 농도에 의한 부력이 온도에 의한 부력보다 훨씬 크기 때문에 일시적으로 수평 경계면에 형성된 매우 약한 유동은 전혀 내부로 성장되지 못한 채 용기내에는 정체상태를 보인다.

전술한 바와 같이 수직방향으로 농도구배가 선형적으로 성층화된 사다리꼴 용기에 수평방향으로 온도구배가 가해질 때 밀폐용기에는 사다리꼴 밀각에 관계없이 거의 유사한 경향으로 네가지 유동 형태가 존재한다. Fig. 3-5는 $\theta=80^\circ$ 이고 $Ra_T=1.0 \times 10^6$ 일때 단일 셀 유동($N=1.0$), 층을 이룬 유동($N=3.0$) 그리고 정체층이 존재하는 층을 이룬 유동($N=7.0$)의 형성과정에서 밀폐용기 중앙부($x=0.5$)에서의 시간에 따른 수평방향 속도분포를 도시한 것이다. 또한 이들 각각에 대한 고온 벽면에서의 국소 Nu수를 Fig. 6-8에 제시하였다. Fig. 3의 단일셀 유동의 경우 처음에는 두개의 유동층이 형성($t=0.01$)되었으나 $t=0.03$ 에서 부터 윗부분의 유동층이 확대되면서 단일셀 유동으로

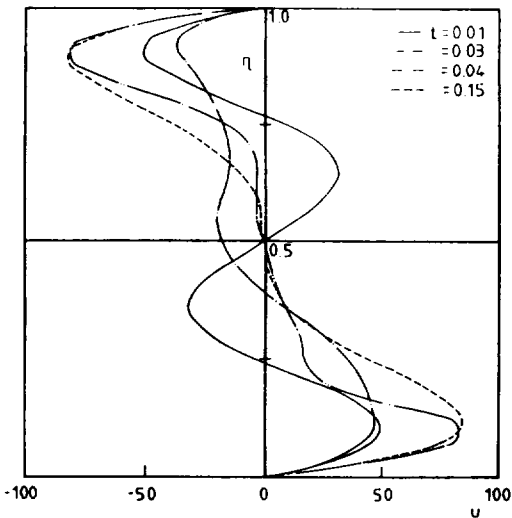


Fig. 3. Dimensionless horizontal velocity profiles with time at $x=0.5$ for $\theta=80^\circ$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$, and $N=1$.

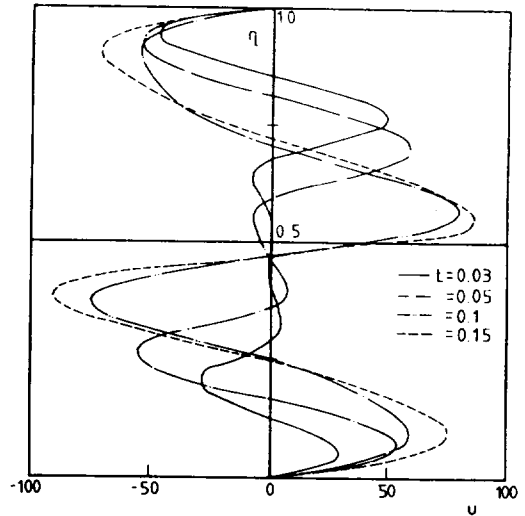


Fig. 4. Dimensionless horizontal velocity profiles with time at $x=0.5$ for $\theta=80^\circ$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$, and $N=3$.

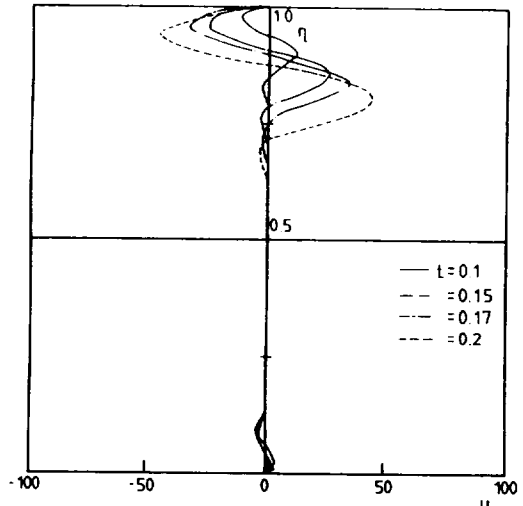


Fig. 5. Dimensionless horizontal velocity profiles with time at $x=0.5$ for $\theta=80^\circ$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$, and $N=7$.

바뀌고 있다. 이러한 변화과정은 Fig. 6의 국소 Nu수에서도 확인할 수 있는데 $t=0.01$ 에서 Nu수의 분포상 최대값이 두군데 존재하여 두개의 유동층이 존재함을 예측할 수 있으나 $t=0.03$ 이후 온도차 만에 의한 분포특성과 같이 밀폐용기 아랫부분에서 최대값을 갖고 있어서 초기에 형성되었던 2개의 유동층이 인접면이 소멸되어 하나의 유동층

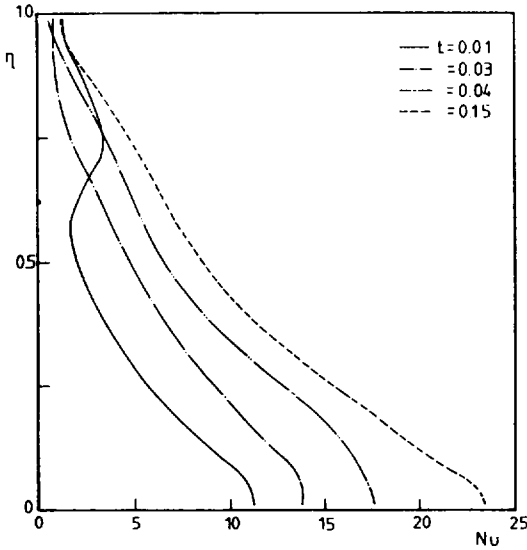


Fig. 6. Local Nusselt number with time for $\theta=80^\circ$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$, and $N=1$.

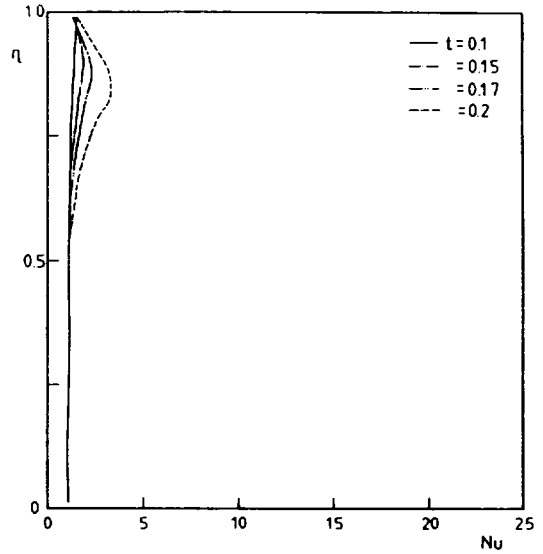


Fig. 8. Local Nusselt number with time for $\theta=80^\circ$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$, and $N=7$.

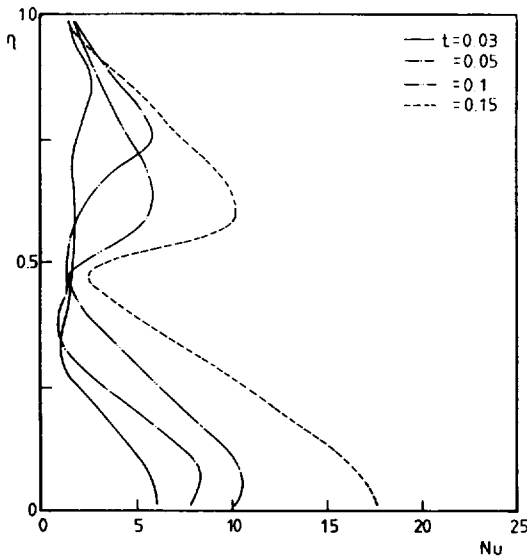


Fig. 7. Local Nusselt number with time for $\theta=80^\circ$, $Ra_T=1.0 \times 10^6$, and $N=3$.

으로 바뀌었음을 예측할 수 있다. 준정상상태에서 두개의 유동층을 갖는 층을 이룬 유동의 경우 (Fig. 4)를 살펴보면 초기에는 위, 아래의 유동층 사이에 속도가 아주 느린층이 존재하였으나($t=0.03$) 차차 감소하면서($t=0.05$) 결국 두개의 유동층이 형성($t=0.1$)되고 있다. 이때 용기의 모양이 사다리꼴이기 때문에 수직벽면 사이의 거리가

위로 갈수록 좁아지므로 온도차에 의한 부력은 더 크게 되어 유동층의 두께는 용기의 윗부분에 형성된 유동층이 더 크게 형성되고 있다. 이런 현상은 사다리꼴의 밑각이 작을수록 더욱 심화된다. 국소 Nu수의 변화(Fig. 7)도 $t=0.03$ 의 경우 용기의 가운데 부분에서 전도만에 의한 열전달 특성을 광범위하게 보이다가 $t=0.05$ 에 이르러 그 범위가 축소되고 $t=0.1$ 에서 부터 유동층만이 존재하게 되어 Nu수가 크게 증가하고 있다. 이때 각 셀에서의 최대 Nu수는 그 셀의 하부에서 나타나고 있다. Fig. 5는 정체층이 존재하는 층을 이룬 유동의 형성과정을 보인 것으로 Fig. 3과 마찬가지로 초기에는 밀폐용기 위, 아랫면에서 유동층이 생기나 아래 유동층은 더 이상 발달하지 못하고 위 유동층만이 조금씩 성장하여 두 유동층 사이에는 정체층이 광범위하게 존재함을 알 수 있다. 이 때의 국소 Nu수는 Fig. 8에서 보듯이 용기 상단에서 조금씩 큰 값을 갖게되지만 나머지 부분에서는 전도에 의한 Nu수와 유사하게 분포된다. 이러한 유동영역에서 부력비가 더욱 증가하면 Fig. 2(d)에서 보듯이 용기 내부에서 형성된 유동은 아주 미미하게 되어 아무런 유동이 일어나지 않게 되며 따라서 농도는 초기농도가 그대로 유지되고 온도는 전도에 의해서만 전달되어 시간에 따른 변화를

전혀 관찰할 수 없다.

적 요

등변 사다리꼴 밀폐용기내에 수직방향으로 농도 구배가, 수평방향으로 온도구배가 가해지는 이중 확산유동 현상을 좌표변환 기법을 도입, 유한차분 법으로 수치해석을 하여 용기내의 유동형성 과정에 대해 연구하였다. 초기에는 수평방향 온도구배에 의해 용기내부에는 2개의 유동층이 형성되어 성장하나 부력비가 작은 경우에는 두 유동층 사이의 인접면이 파괴되어 한개의 유동층이 형성된다. 또한 보다 큰 부력비에서는 사다리꼴 용기 아랫부분에는 아무런 유동층이 생성되지 않아 정체층과 유동층이 공존하며 부력비가 아주 큰 경우에는 성층화된 농도에 의한 부력 때문에 용기내에는 아무런 유동도 유발되지 않는다. 이와 같은 유동형성 과정은 등변 사다리꼴 밑각에 관계없이 유사하게 나타난다.

기 호 설 명

Ar : 종횡비(=H/L)
 C : 무차원농도
 C₀' : 대표농도(wt%)
 ΔC : 양단의 농도차(wt%)
 D : 물질확산계수(m²/s)
 g : 중력가속도(m/s²)
 H : 밀폐용기의 높이(m)

J : Jacobian
 L : 밀폐용기의 높이(m)
 Le : Lewis수(=κ/D)
 N : 부력비(=β₀ΔC/β₁ΔT)
 n : 벽면의 수직방향
 Nu : 국소 Nusselt 수
 \overline{Nu} : 평균 Nusselt 수
 p : 무차원압력
 Pr : Prandtl 수(=ν/κ)
 Ra₀ : 농도차에 의한 Rayleigh 수(=Ra₁×N)
 Ra₁ : 온도차에 의한 Rayleigh 수
 (=gβ₁ΔTH³/νκ)
 T : 무차원 온도
 T₀' : 대표온도(°C)
 ΔT : 양단의 온도차(°C)
 t : 무차원 시간
 u, v : x 및 y 방향무차원 속도
 \tilde{u}, \tilde{v} : ξ 및 η 방향 무차원 속도
 x, y : 실제영역에서의 수평 및 수직 방향 무차원 좌표
 α, β, γ : 좌표변환으로 인한 계수
 β₀ : 농도차에 의한 체적팽창계수(wt⁻¹)
 β₁ : 온도차에 의한 체적팽창계수(°C⁻¹)
 ξ, η : 변환된 수평 및 수직방향 좌표
 θ : 밑각
 x : 열확산계수(m²/s)
 ν : 동점성 계수(m²/s)

참 고 문 헌

- Chen, C.F., D.G. Briggs and R.A. Wirtz, 1971, Stability of Thermal convection in a Salinity Gradient Due to Lateral Heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 14, 57-65.
- Kamotani, Y., L.W. Wang, S. Ostrach and H.D. Jiang, 1985, Experimental Study of Natural Convection in Shallow Enclosures with Horizontal Temperature and Concentration Gradients, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 28, 165-173.
- Lee, J. and M.T. Hyun, 1988, Experiments on Thermosolutal Convection in a Shallow Rectangular Enclosure, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 1, 259-265.
- Lee, J., M.T. Hyun and K.W. Kim, 1988, Natural Convection in Confined Fluids with Combined Horizontal Temperature and

- Concentration Gradients, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 31, 1969-1977.
- Lee, J., M.T. Hyun and Y.S. Kang, 1990, Confined Natural Convection Due to Lateral Heating in a Stably Stratified Solution, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 33, 869-875.
- Lee, J., M.T. Hyun and J.H. Moh, 1990, Numerical Heat Transfer in a Stably Stratified Solution Due to Side-Wall Heating, *Numerical Heat Transfer*, 18, 343-355.
- Ostrach, S., 1980, Natural Convection with Combined Driving Forces, *Physico-Chemical Hydrodynamics*, 1, 233-247.
- Ostrach, S., 1983, Fluid Mechanics in Crystal Growth. The 1982 Freeman Scholar Lecture, *Journal of Fluids Engineering*, 105, 5-20.
- Patankar, S.V., 1980, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw Hill, New York.
- Thorpe, S.A., P.K. Hutt and R. Soulsby, 1969, The Effect of Horizontal Gradients on Thermohaline Convection, *Journal of Fluid Mechanics*, 38, 375-400.
- Turner J.S., 1974, Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge University Press, Cambridge.
- Wirtz, R.A., D.G. Briggs and C.F. Chen, 1972, Physical and Numerical Experiments on Layered Convection in a Density Stratified Fluid, *Geophysical Fluid Dynamics*, 3, 265-288.
- Wirtz, R.A., 1977, The Effect of Solute Layering on Lateral Heat Transfer in an Enclosure, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 20, 1299-1305.