

대형 복합 구조물의 동적 모드 합성법에 대한 연구

은 회 창* · 서 일 교*

A Study on Dynamic Modal Synthesis Method of Large Complex Structure

Hee-Chang Eun* and Ill-Gyo Suh*

ABSTRACT

This paper considers modal synthesis methods to determine the natural frequencies and mode shapes of large linear structures. The large number of degree of freedom of the huge structure to be consisted of a number of substructures leads to a difficulty in deciding their frequencies and modes. The method to decide them is to calculate and combine the dynamic characteristics of each substructure, or is to consider master modes to govern the dynamic characteristics except slave modes. Using the compatibility conditions at interfaces of substructures and Generalized inverse method, we derive the explicit equations to determine them. And this paper provides three examples to illustrate the derived method.

Key words : Mode synthesis method, master mode, slave mode, compatibility condition

1. 서론

건축물의 진동 특성은 내부의 각종 부구조물(substructure)들에 의해 영향을 받는다. 연속 구조체인 비행기나 장경간 구조물 등과 같은 대형의 기계적인 장치나 건축물들은 이들을 이루는 부구조물의 특성에 의해 영향을 받는다. 그러나 부구조물들을 포함한 전체 구조물은 자유도(degree of freedom)의 수가 매우 크므로 진동 특성을 파악하는데 큰 어려움이 있다. 따라서, 대형의 복합 구조물은 몇 개의 하부 구조물의 진동수와 모드 형상들을 산정한 후에 이들을 합성하여 얻게 된다.

1986년에 Craig¹⁾는 하부 구조물들의 접촉면(interface)에서 내부 힘과 변위가 동일하다는 적합 조건을 이용한 성분 모드 합성법(component modal synthesis)을 제시하였다. 1990년에 Irretier²⁾은 부구조물의 접촉면에 적합 조건(compatibility)을 적용하여, 각 부구조물에서 진동에 크게 영향을 미치는 주모드(master mode)와 부모드(slave mode)로 구분하여 이들 모드들의 참여 정도에 따른 전체 구조물의 진동수 변화를 파악하였다. Dowell³⁾, Dowell과 Tongue⁴⁾은 Lagrange multiplier법을 사용하여 복합 구조물의 동적인 특성과 비선형의 조건식을 만족하는 시스템의 동적인 특성을 각각 결정하였다. Ram과 Blech⁵⁾는 동적 시스템의 추가 설치로 인한 특성 변화를 고려하였다. 그러나 이들 방법들은 그 유도 과정이 매우 복잡하거나 정확도를 위하여 가급적 많은 모드 형상을 고

* 제주대 건축공학과
Dept. of Architectural Eng., Cheju Nat'l Univ.

려해야하는 단점외에 접촉면에서의 적합 조건과 접촉면의 힘의 평형을 만족하는 명백한 해를 얻는데 어려움이 있다.

따라서, 본 연구에서는 각 부구조물의 접촉면에서의 변위가 동일하다는 적합 조건을 이용하여 부구조물의 진동수와 모드형상에 의해 전체 구조물의 진동수와 진동 모드를 결정하게 된다. 적용 예로서, 단순 지지보에 한 개 혹은 여러 개가 부착된 타단이 고정된 단자유도 시스템에 의한 단순지지보의 동적인 특성을 결정한다. 구조물의 진동은 저차 모드에 의해 크게 영향을 받으므로 전체 구조물을 합성함에 있어서 주모드와 부모드를 구분하여 고려된 모드 수에 따른 전체 구조물의 진동 특성과 주모드 좌표면에 의한 운동방정식을 유도한다. 적용 예로써 양단 단순지지의 보가 중앙에서 서로 접할 때에 진동수 및 모드를 결정한다.

II. 부구조물의 모드 합성

2.1. 부구조물의 모드 합성법

Fig. 1에서와 같은 주구조물에 부구조물들이 연결되어 있는 대형 복합 구조물의 동적인 특성을 고려하자. 본 연구에서는 부구조물을 단자유도계로 가정하며, 강체 진동은 배제하였다. 이와 같은 대형 구조 시스템은 자유도 수가 매우 크므로 각 부구조물의 동적인 특성을 조합하는 방법을 취하는 것이 보편적이다. 조합은 부구조물의 접촉면에서 변위가 동일하다는 적합 조건과 내부 힘의 평형 조건으로부터 관련 지을 수 있다. 먼저, m 개의 부구조물이 주구조물에 연결되어 있는 대형 구조물에서 주구조물과 부구조물의 비감쇠 운동방정식은 각각 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M\ddot{u} + Ku = 0, \quad (1.a)$$

$$M_z\ddot{z} + K_z z = 0 \quad (1.b)$$

여기서, 변위 벡터 $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n]^T$, $z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m]^T$. M 과 K 는 각각 주구조

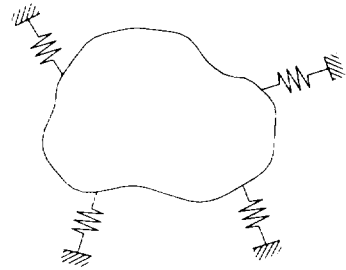


Fig. 1 Primary structure and substructures

물의 $n \times n$ 질량 및 강성 행렬을 나타낸다. 그리고 M_z 와 K_z 는 부구조물의 $m \times m$ 질량 및 강성의 대각 행렬을 나타낸다.

모드 합성법에 의한 구조물의 진동수와 모드 형상을 결정하기 위해 식(1.a)에 $u = \bar{u}e^{-j\omega t}$, $j = \sqrt{-1}$ 을 사용하면 다음을 얻을 수 있다.

$$(K - \omega^2 M)\bar{u} = 0 \quad (2)$$

식(2)의 고유치 해석으로부터 주구조물의 진동수 및 모드 형상이 결정된다.

식(1.a)로 표현되는 주구조물의 변위 벡터는 다음과 같이 모드 형상 Φ 와 모드 좌표에 의한 변위 벡터 q 의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$u = \Phi q \quad (3)$$

식(3)을 식(1.a)에 사용하고 모드 합성법을 적용하면 주구조물의 비연계된 운동방정식과 식(1.b)로부터 부구조물의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\ddot{q} + \Lambda q = 0 \quad (4.a)$$

$$\ddot{z} + \Lambda_z z = 0 \quad (4.b)$$

여기서, $\Lambda = \text{diag}[\omega_1^2 \ \omega_2^2 \ \dots \ \omega_n^2]$, $\Lambda_z = \text{diag}[\omega_{z1}^2 \ \omega_{z2}^2 \ \dots \ \omega_{zm}^2]$ 으로 주·부구조물의 진동수를 정의하는 대각 행렬을 나타낸다.

주·부구조물의 접촉면에서 동적인 변위가 동일한 적합 조건을 만족하여야 한다. 이 시스템에 다음과 같은 m 개의 적합 조건이 발생하며 이 조건을 충족하여야 한다.

$$u_{k1} = z_1, u_{k2} = z_2, \dots, u_{km} = z_m \quad (5)$$

식(4)의 형태로 동적인 거동이 묘사되는 주·부구조물의 동적인 거동은 추가로 식(5)와 같은 적합 조건식을 만족하여야 한다. 이들 식들을 만족하기 위하여는 추가적인 힘을 요하며, 이 힘은 접촉면에서의 내부 힘이 될 것이다. 즉, 적합 조건과 같은 구속 조건이 부여된 시스템에 동적인 거동을 묘사하는 방법과 동일하다. 이와 같은 구속 조건이 부여되었을 경우에 대부분의 방법이 Lagrange multiplier법에 의한 수치 해석법을 적용하거나 매우 복잡한 연산 과정을 요하는 방법들을 취한다.

구속된 시스템의 운동을 묘사하는 방법으로 Generalized inverse method⁵⁾는 주어진 조건식을 단지 미분만을 요하며, 추가적인 힘이나 구속된 거동을 명확히 결정할 수 있는 장점이 있다. 이 방법에 의해 식(5)의 조건식들을 시간에 관해 두 번 미분을 취하여 다음의 형태를 얻는다.

$$\ddot{u}_{k1} = \ddot{z}_1, \ddot{u}_{k2} = \ddot{z}_2, \dots, \ddot{u}_{km} = \ddot{z}_m \quad (6.a)$$

혹은

$$\Phi_{k1}\ddot{q} = \ddot{z}_1, \Phi_{k2}\ddot{q} = \ddot{z}_2, \dots, \Phi_{km}\ddot{q} = \ddot{z}_m \quad (6.b)$$

Generalized inverse method에 의해 이 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = -[I - A^+A] \begin{bmatrix} Aq \\ A_z z \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 I는 단위행렬을, '+'는 generalized inverse를 나타내며, A는 식(6.b)에 가속도 성분의 계수 행렬로 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} \Phi_{k1} & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \Phi_{k2} & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{km} & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}_{m \times (n+m)} \quad (8)$$

접촉면 내부에 발생하는 힘은 식(7)로부터 다음으로 정의된다.

$$\begin{bmatrix} F_q \\ F_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M_z \end{bmatrix} A^+ A \begin{bmatrix} Aq \\ A_z z \end{bmatrix} \quad (9)$$

식(9)에 의해서 산정된 힘은 접촉면에서 힘의 평형 조건을 만족한다.

$R = [I - A^+A] \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_z \end{bmatrix}$ 이라 하면 주·부구조물의 식(7)의 운동방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_q & R_{qz} \\ R_{zq} & R_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서, 아래 첨자 q와 z는 각각 주구조물과 부구조물을 일컫으며, R_q 는 $n \times n$, R_z 는 $m \times m$, R_{qz} 는 $n \times m$, R_{zq} 는 $m \times n$ 행렬이다. 식(10)의 주구조물의 운동방정식에 식(5)의 관계를 대입하면 부구조물의 진동 특성을 포함한 주구조물의 동적인 특성 방정식을 얻을 수 있다.

$$\ddot{q} + R_q q + R_{qz} z = \ddot{q} + (R_q + R_{qz}\Phi)q = 0 \quad (11)$$

여기서, $\Phi = [\Phi_{k1} \ \Phi_{k2} \ \dots \ \Phi_{km}]^T$ 이다. 식(11)로부터 부구조물의 영향을 고려한 주구조물의 진동 특성을 결정할 수 있다.

2.2. 한 개의 단자유도계와 단순지지보

Fig. 2에서와 같이 단순지지보의 경간 중앙에 단자유도 시스템의 부착으로 인한 단순지지보의 진동수를 변화를 고려하자. 단순지지보는 4개의 보 요소로 가정하고, 절점에 수직 변위와 회전각의 절점 변위를 가정하였다. 이와 같은 단순지지보의 운동방정식과 동적 변위가 z로 나타내는 단자유도계의 운동방정식은 각각 다음으로 쓸 수 있다.

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \quad (12.a)$$

$$m\ddot{z} + kz = 0 \quad (12.b)$$

여기서,

$$u = [\theta_1 \ y_2 \ \theta_2 \ y_3 \ \theta_3 \ y_4 \ \theta_4 \ \theta_5]^T \text{이며, } \theta$$

기서 아래 첨자는 절점 번호를 나타낸다. M과 K는 단순지지보의 8×8 질량과 강성 행렬을 나타낸다. 그리고 m 과 k 는 단자유도계의 질량과 강성을 나타낸다. 식(12.a)를 모드 좌표에 의해 그리고 식(12.b)는 다음으로 각각 쓸 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{A}\mathbf{q} = 0 \quad (13.a)$$

$$\ddot{z} + \omega_z z = 0 \quad (13.b)$$

여기서, $\mathbf{A} = [\omega_1^2 \ \omega_2^2 \ \dots \ \omega_8^2]^T$. 단순지지보의 물리적인 성질로 보의 길이 $L=4$, 질량 $m=100$, 탄성계수 $E=2.0 \times 10^5$, 질량에 관한 2차 모멘트 $I=1$ 을 사용하였다.

단순지지보 경간 중앙의 수직 변위 y_3 와 z 는 적합 조건에 따라 다음으로 쓸 수 있다.

$$y_3 = z \text{ 혹은 } \sum_{i=1}^8 \phi_{4i} q = z \quad (14)$$

식 (14)를 시간에 관해 두 번 미분을 취하여 다음을 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=1}^8 \phi_{4i} \ddot{q} = \ddot{z} \quad (15)$$

그러므로 가속도 성분의 계수 행렬 A는 다음으로 정의될 수 있다.

$$\mathbf{A} = [\phi_{41} \ \phi_{42} \ \dots \ \phi_{48} \ -1] \quad (16)$$

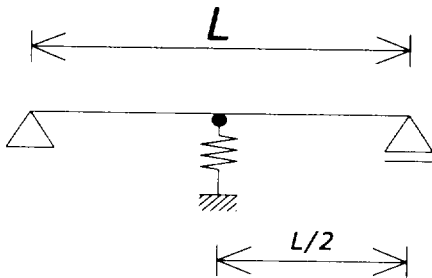


Fig. 2 A simply supported beam and a connected SDOF

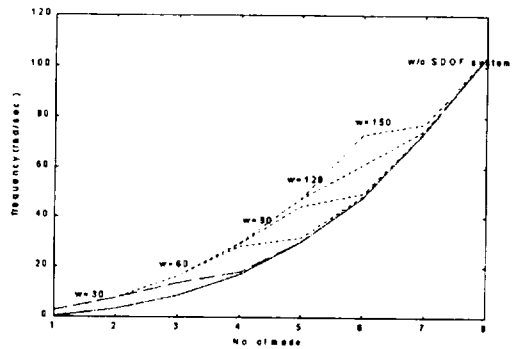


Fig. 3 Variation of frequency simply supported beam according to frequency of SDOF

Table 1. Variation of frequency of simply supported beam

| ω_z No. Mode | without SDOF | 30 | 60 | 90 | 120 | 150 |
|------------------------|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.34 | 2.47 | 2.48 | 2.48 | 2.49 | 2.49 |
| 2 | 3.03 | 7.71 | 7.86 | 7.88 | 7.89 | 7.89 |
| 3 | 8.49 | 13.88 | 16.12 | 16.26 | 16.29 | 16.31 |
| 4 | 17.03 | 17.97 | 28.18 | 29.31 | 29.40 | 29.43 |
| 5 | 29.76 | 29.76 | 31.81 | 44.35 | 47.42 | 47.61 |
| 6 | 48.00 | 47.95 | 48.06 | 49.11 | 60.74 | 72.92 |
| 7 | 74.37 | 74.34 | 74.36 | 74.40 | 74.54 | 77.11 |
| 8 | 103.75 | 103.74 | 103.75 | 103.75 | 103.75 | 103.76 |

식(13)과 (16)을 식(11)에 사용하여 단자유도계의 영향을 포함하는 단순지지보의 동적인 특성을 결정할 수 있다. Table 1과 Fig. 3은 단순 지지보의 모드수와 진동수 관계를 부착된 단자유도계의 진동수에 따라 나타내고 있다. 부착된 단자유도계의 진동수가 작을 경우에 저차 모드에만 영향을 미치나 진동수가 증가함에 따라 고차 모드에서의 진동수에 영향을 미치고 있음을 볼 수 있다. 그리고 단자유도계의 부착이 없는 보 보다 진동수가 증가하고 있음을 볼 수 있다. 단자유도계의 진동수 증가는 보의 강성 증대 효과로 나타남으로 보의 진동수가 증가하는 경향을 보인다. 이는 Rayleigh⁷⁾가 제안한 강성의 증대 효과와 유사하다.

2.3. 여러 개의 단자유도계와 단순지지보

Fig. 4와 같은 단순지지보의 좌단으로부터 각각 $L/4$, $L/2$, $3L/4$ 에 세 개의 단자유도계에 의해 연결된 보의 진동 특성을 고려하자. 이들 세 개의 단자유도 시스템에 관한 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_z \ddot{z} + K_z \dot{z} = 0 \quad (17.a)$$

혹은

$$\ddot{z} + \omega_z \dot{z} = 0 \quad (17.b)$$

여기서,

$$M_z = \text{diag} ([m_{z1} \ m_{z2} \ m_{z3}]),$$

$$z = [z_1 \ z_2 \ z_3]^T,$$

$$K_z = \text{diag} ([k_{z1} \ k_{z2} \ k_{z3}]),$$

$\omega_z = \text{diag} ([\omega_{z1} \ \omega_{z2} \ \omega_{z3}])$ 이다. 또한, 세 개의 단자유도는 3개의 접촉면에서 적합 조건은 다음으로 정의된다.

$$\sum_{i=1}^8 \phi_{2i} \ddot{q} = \ddot{z}_1, \quad \sum_{i=1}^8 \phi_{4i} \ddot{q} = \ddot{z}_2, \quad \sum_{i=1}^8 \phi_{6i} \ddot{q} = \ddot{z}_3 \quad (18)$$

그리하여 가속도 성분의 계수 행렬 A는 다음으로 유도될 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{28} & -1 & 0 & 0 \\ \phi_{41} & \phi_{42} & \cdots & \phi_{48} & 0 & -1 & 0 \\ \phi_{61} & \phi_{62} & \cdots & \phi_{68} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

단순지지보의 물리적인 성질은 전절과 동일하며, 부착된 세 개의 단자유도계는 동일한 특성을 가정하였다. Table 2와 Fig. 5는 단순지지보의 모드 수와 진동수 관계를 부착된 단자유도계의 진동수에 따라 나타내고 있다. 부착된 단자유도계의 수가 증가하면 보의 진동 모드에 대해 광범위하게 영향을 미침을 볼 수 있다. 한 개의 단자유도계에 대한 영향과 유사하게 진동수가 작을 경우에 저차 모드에만 영향을 미치나 진동수가 증가함에 따라 고차 모드에서의 진동수에

영향을 미치고 있음을 볼 수 있다. 유사하게 보의 강성 증가로 진동수가 증가하고 있음을 볼 수 있다.

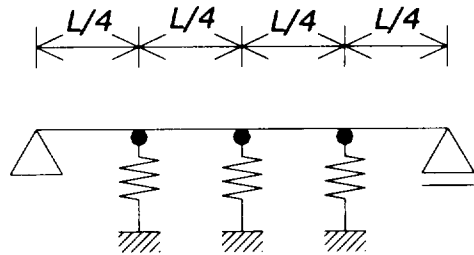


Fig. 4 A simply supported beam and three connected SDOFs

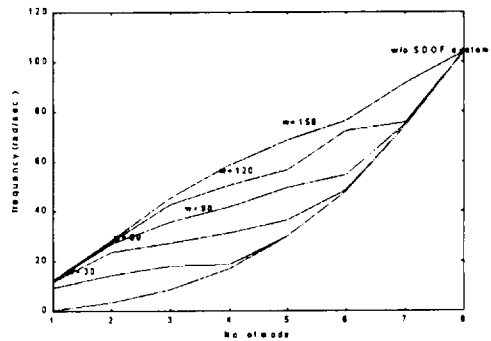


Fig. 5 Variation of frequency simply supported beam according to frequency of three SDOFs

Table 2. Variation of frequency of simply supported beam according to frequency of three SDOFs

| No. Mode | ω_z without SDOF | 30 | 60 | 90 | 120 | 150 |
|----------|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | 0.34 | 9.28 | 11.46 | 12.06 | 12.28 | 12.38 |
| 2 | 3.03 | 14.41 | 23.47 | 27.02 | 27.78 | 28.02 |
| 3 | 8.49 | 17.78 | 27.38 | 35.66 | 42.57 | 45.24 |
| 4 | 17.03 | 18.76 | 31.41 | 41.57 | 50.37 | 58.49 |
| 5 | 29.76 | 29.77 | 36.42 | 49.10 | 56.41 | 68.34 |
| 6 | 48.00 | 47.85 | 48.17 | 54.64 | 72.29 | 75.96 |
| 7 | 74.37 | 74.28 | 74.33 | 74.45 | 75.15 | 90.97 |
| 8 | 103.75 | 103.74 | 103.74 | 103.76 | 103.76 | 103.81 |

2.4. 고유치 문제의 근사화

모드 형상법에 의해 대형 구조물의 동적인 특성을 결정하는 것은 매우 힘들다. 그러나 구조물들의 진동은 대부분이 저차 모드에 의해 결정되므로 이를 고려한다면 전체 구조물의 모드 좌표계에 의해 자유도 수를 줄일 수 있으며, 그 결과도 정밀 해와 유사한 결과를 예상할 수 있다. 따라서 이 절에서는 각 부구조물의 진동 특성으로부터 전체 구조물로의 합성, 그리고 구조물의 주진동수(master frequency)와 부진동수(slave frequency)로 구분하여 진동 특성에 미치는 영향을 파악한다.

이 방법도 각 부구조물의 접촉면에서의 절점 변위는 동일하다는 조건을 이용한다. Fig. 6에서와 같은 n 개의 구조물로 이루어진 대형 구조물을 모드 좌표에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u^i &= \Phi_m^i q_m^i + \Phi_s^i q_s^i \\ i &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, Φ_m^i 는 i 번째 구조물의 주진동모드(master modes)를, Φ_s^i 는 i 번째 구조물의 부진동모드(slave modes)를 각각 나타낸다. q_m^i, q_s^i 는 주 및 부진동모드에 해당하는 모드 좌표에 의한 변위 벡터를 나타낸다. 식 (20)을 식 (2)에 사용하면 다음을 얻는다.

$$(-\omega^2 I + \Lambda^i) q^i = 0 \quad (21.a)$$

혹은

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 I_m + \Lambda_m^i & 0 \\ 0 & -\omega^2 I_s + \Lambda_s^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ q_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21.b)$$

그러나 식 (21.b)에서 부진동모드에 해당하는 진동수 $\omega^2 \ll \Lambda_s^i$ 이므로 다음으로 근사화시킬 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 I_m + \Lambda_m^i & 0 \\ 0 & \Lambda_s^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ q_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

각 구조물들에 대해 식(22)와 같은 형태의 운동방정

식과 접촉면에서 수직 변위에 대한 적합 조건을 사용하여 전체 구조물들에 대한 진동 특성을 결정할 수 있다. 또한, 구조물들의 조합에 의해 접촉면에서 내부 힘의 평형 조건을 만족하여야 한다. 앞선 방법과 유사하게 n 개의 구조물들이 조합되며, 이 때에 적합 조건을 만족하기 위한 추가적인 힘을 포함한 운동방정식은 다음으로 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 I_m + \Lambda_m & 0 \\ 0 & \Lambda_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_m \\ q_s \end{bmatrix} = (A^+ A \Lambda) \begin{bmatrix} q_m \\ q_s \end{bmatrix} \quad (23)$$

식(23)에서 $A^+ A \Lambda = W = \begin{bmatrix} W_{mm} & W_{ms} \\ W_{sm} & W_{ss} \end{bmatrix}$ 라 하면 식(23)은 다음으로 쓸 수 있다.

$$(-\omega^2 I_m + \Lambda_m - W_{mm}) q_m - W_{ms} q_s = 0 \quad (24.a)$$

$$q_s = (\Lambda_s - W_{ss})^{-1} W_{sm} q_m \quad (24.b)$$

식(24.b)를 식(24.a)에 대입하면 다음과 같은 고유치 문제로 요약되어 진동수를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [\Lambda_m - W_{mm} - W_{ms}(\Lambda_s - W_{ss})^{-1} W_{sm} \\ - \omega^2 I_m] q_m = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

그리고 식(24.b)를 식(20)에 사용하면 주모드 좌표에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u = [\Phi_m + \Phi_s(\Lambda_s - W_{ss})^{-1} W_{sm}] q_m \quad (26)$$

식(26)을 사용하여 주어진 시스템에 대한 포텐셜 에너지와 운동에너지를 다음으로 쓸 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} u^T K u = \frac{1}{2} q_m^T \bar{K} q_m \quad (27.a)$$

$$T = \frac{1}{2} \omega^2 u^T M u = \frac{1}{2} \omega^2 q_m^T \bar{M} q_m \quad (27.b)$$

여기서,

$$\bar{K} = R^T K R, \quad \bar{M} = R^T M R$$

$$R = [\Phi_m + \Phi_s(\Lambda_s - W_{ss})^{-1} W_{sm}]$$

그리하여 고유치 문제는 다음으로 축약될 수 있다.

$$(-\omega^2 \bar{M} + \bar{K})q_m = 0 \quad (28)$$

식(28)을 사용하여 대형 복합 구조물의 진동 특성 변화를 결정할 수 있다.

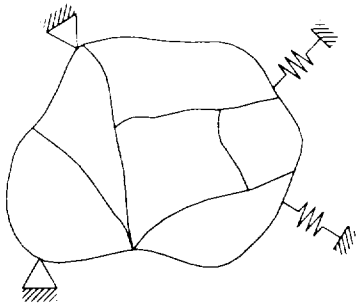


Fig. 6 Structure partitioned into substructures

2.5. 경간 중앙에 접한 양단 단순지지보

Fig. 7과 같은 경간 중앙에서 접하는 양단 단순지지보의 진동 특성 변화를 고려하자. 이들 단순지지보는 경간 중앙의 수직 변위가 동일한 적합 조건을 만족하여야 한다.

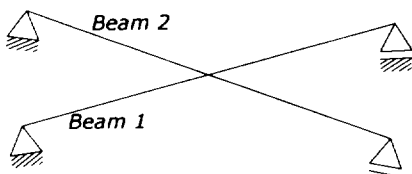


Fig. 7 Two simply supported beams connected at their middle point.

단순지지보의 물리적인 특성을 앞선 예에서와 동일하게 가정하여 두 개의 보에 대해 취해진 주모드와 부모드의 수에 따른 진동수 변화를 결정하였다. 단순지지보의 접합으로 그 접점에서 수직 변위가 동일하다는 한 개의 적합 조건이 형성되어 전체적으로 자유도 수가 1차수 줄어든다. 이는 Rayleigh가 제시한 원

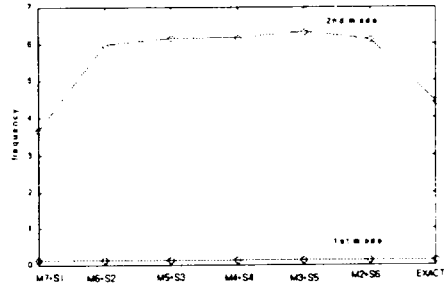


Fig. 8 Frequency variation according to the selected number of master and slave modes

리로부터 알 수 있다. Fig. 8은 주모드 수(M)와 부모드 수(S)에 따른 1차와 2차의 진동수 변화를 보이고 있다. 이 그림에서 택해진 주모드의 수가 커짐에 따라 정밀해에 접근함을 볼 수 있다. 이와 같이 선택된 주모드와 부모드를 고려하여 복합된 구조물의 진동수를 용이하게 결정할 수 있음을 볼 수 있다.

III. 결론

건축물의 진동 특성은 내부의 각종 부구조물(substructure)들에 의해 영향을 받는다. 그러나 부구조물들을 포함한 전체 구조물은 자유도(degree of freedom)의 수가 매우 크므로 진동 특성을 파악하는데 큰 어려움이 있다. 따라서, 대형의 복합 구조물은 몇 개의 하부 구조물의 진동수와 모드 형상들을 산정한 후에 이들을 합성하여 얻게 된다. 따라서 본 연구에서는 대형 복합 구조물의 진동 특성을 파악하고자 각각의 부구조물들의 특성을 조합하여 전체 구조물의 동적인 특성을 결정하는 모드 형상법을 고려하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 대형 구조물에서 각 부구조물의 접촉면에서의 변위가 동일하다는 적합 조건을 이용하여 부구조물의 진동수와 모드형상에 의해 전체 구조물의 진동수와 진동 모드를 결정하였다.

(2) 부구조물로써 단자유도계는 구조물의 진동수를 증가시키는 결과를 나타냈다. 그리고 부착된 단자유도계의 진동수가 작으면 저차 모드에만 영향을 미

치나 진동수가 증가함에 따라 고차 모드에도 영향을 미치는 것으로 나타났다. 또한, 부착된 단자유도계의 수가 증가하면 작은 진동수에서도 중고차 모드에 영향을 미치는 것으로 나타났다.

(3) 구조물의 진동은 저차 모드에 의해 크게 영향을 받으므로 전체 구조물을 합성함에 있어서 주모드와 부모드를 구분하여 고려된 주·부모드 수에 따른 전체 구조물의 진동 특성과 주모드 좌표만에 의한 운동방정식을 유도하였다.

(4) 본 연구에서는 부구조물의 강제운동을 배제하였으나, 이에 대한 향후에 연구의 필요성이 있다.

참고문헌

- 1) Craig, R. R., 1986, Application of Component Mode Synthesis in Structural Dynamics, Proc. Int. Conf. on Vibration Problems in Engineering, Xian, pp.11~18
- 2) Irretier, H. and Sinapius, 1990, A modal synthesis method based on analytical eigensolutions of the substructures with condensation of modal degrees of freedom, Structural Dynamics, pp.1007~1014.
- 3) Dowell, E. H., 1979, On Some General Properties of Combined Dynamical Systems, Transaction of the ASME, pp.206~209.
- 4) Tongue, B. H. and Dowell, E. H., 1983, Component Mode Analysis of Nonlinear, Nonconservative Systems, Transactions of the ASME, pp.204-209.
- 5) Ram, Y. M. and Blech, J. J., 1991, The Dynamic Behavior of a Vibratory System After Modification, Journal of Sound and Vibration, pp.357-370.
- 6) Udawadia, F. E and Kalaba, R. E., 1992, A New Perspective on Constrained Motion, Peceedings of the Royal Society of London, pp.407-410.
- 7) Strutt, J. W. and Rayleigh L., 1945, The Theory of Sound, Dover Publications, New York, p.115.