

SPSA에 근거한 Taylor 모델 근사화와 전력계통 안정화 시스템에 적용

김정혁* · 김호찬**

SPSA Based Taylor Model Approximation and Its Application to Power System Stabilization

Jeong-Hyuk Kim* and Ho-Chan Kim**

ABSTRACT

This paper presents a Taylor model approach for a closed-loop system identification using input and output data and its application to design a power system stabilizer (PSS). The Taylor model concept is introduced as an alternative intelligent system technique to design a controller for an unknown system with input and output data only, and without the detailed knowledge of mathematical model for the system. In the Taylor model, the data used has incremental forms using backward difference operators. The parameters of the Taylor model can be obtained by the simultaneous perturbation stochastic approximation (SPSA) method. The feasibility of the proposed method is demonstrated in a one-machine infinite-bus power system. The linear quadratic regulator (LQR) method is applied to the Taylor model to design a PSS for the system, and compared with the conventional PSS in different loading conditions and system failures such as the outage of a major transmission line or a three phase to ground fault which causes the change of the system structure

Key Words : Taylor model, Power system stabilization, Simultaneous perturbation stochastic approximation, Linear quadratic regulator

1. 서론

전력계통 제어의 주 목적은 모든 소비자에게

전기를 공급하는데 있어 부하 변동에 관계없이 안정된 주파수와 전압을 제공하기 위함이다. 소비자들은 전력계통이 광범위한 라인, 케이블 그리고 변압기 네트워크로 구성되어 있고 전력은 먼 거리에 있는 발전소에서 공급된다는 사실에도 불구하고 믿을 수 있고 안전한 전기 에너지 공급을 기대한다. 전통적으로, 대부분의 제어기

* 제주대학교 산업대학원 전자전기공학과
Department of Electronic & Electrical Engineering, Graduate School of Industry, Cheju Nat'l Univ.
** 제주대학교 전기전자공학부, 첨단기술연구소
Faculty of Electrical & Electronic Engineering, Research Institute of Advanced Technology, Cheju Nat'l Univ.

들은 계통과 그 계통의 선형화된 모델의 수학적 기술에 바탕을 두고 설계된다[1]. 따라서 수학적 모델에 바탕을 둔 제어기들을 실제의 시스템, 특히 전력계통과 같은 복잡하고 비선형 시스템에 적용하기는 어렵다[2].

본 논문에서는 입출력 데이터만을 사용하여 시스템식별을 위한 Taylor 모델 개념과 전력계통 안정화장치 (power system stabilizer, PSS)에의 적용방법에 대해 살펴본다. Taylor 모델 개념은 단지 입력과 출력 데이터를 이용하여 미지의 동적 시스템을 대상으로 제어기를 설계하는 새로운 지능시스템 설계기법으로 생각할 수 있으며 시스템식별을 위한 수학적 모델은 필요하지 않는다. Taylor 모델은 Taylor 급수로부터 유도할 수 있는데 위치, 속도 및 가속도와 같은 데이터를 이용하여 시스템의 출력을 쉽게 예측할 수 있다. Taylor 모델에서의 매개변수는 입출력 데이터를 이용하여 SPSA (simultaneous perturbation stochastic approximation)[3] 방법을 사용하여 얻으며 제어기는 이런 Taylor 모델에 기초하여 설계된다. 제어기 설계를 위해서 Taylor 모델은 선형 상태공간 모델 (state space model)로 변형되고 LQR에 의해 안정화된다.

본 논문에서는 제안한 방법의 실현 가능성을 살펴보기 위해 1기무한대모선 (one machine infinite bus, OMIB) 전력계통[4]을 대상으로 TMBPSS (Taylor model based PSS)와 CPSS (conventional PSS)의 성능을 비교하였다. 비록 선형 상태공간 모델이 제어기 설계를 위해 사용되었지만, TMBPSS는 여러 가지의 부하조건과 주변환선의 정전 혹은 3상 지락 사고와 같은 계통 사고에 대해 우수한 성능을 보여준다.

II. 전력계통의 모델링

과도 안정성 (transient stability)은 발전 또는 변환 시설의 손실, 갑작스럽거나 지속적인 부하

변화 혹은 계통 사고로부터 초래된 주 왜란동안 동기속도를 유지하기 위한 전력계통의 적응성에 관련된 정보를 제공해주는데, 특히 전력계통에서 기기의 속도와 토오크의 변화와 전압, 선전류와 전력의 변동에 대한 것을 알려준다[4]. 과도 안정성 해석은 미분방정식의 해를 통해 네트워크간의 관계를 나타내는 대수방정식을 조합함으로써 수행될 수 있다[4,5]. 네트워크 방정식의 해를 통해 각 시스템의 특성을 파악할 수 있으므로, 전력계통의 모델링을 통해 과도상태 동안의 시스템의 전압과 전류에 관한 정보를 얻을 수 있다.

동적 전력계통 해석에서, 고정자 (stator)와 네트워크 방정식은 대수방정식으로 주어지고, q축 및 d-q축 발전기 (generator) 모델은 수정된 전력 흐름 방정식으로 나타낼 수 있다[4,5].

III. Taylor 모델

다음과 같은 비선형 시불변 이산시간 시스템을 고려하자.

$$y(k+1) = f(y(k), y(k-1), \dots, y(k-N), u(k), u(k-1), \dots, u(k-M)) \quad (1)$$

여기서 $y(k-i)$ 와 $u(k-j)$, $i=0, 1, \dots, N$, $j=0, 1, \dots, M$ 는 각각 지연된 입력과 출력 신호들을 나타낸다. 식 (1)에서 나타난 지연된 신호들을 다음과 같은 후진 차분 연산자 (backward difference operator)[6,7]를 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta^n f(k) &= \Delta^{n-1} f(k) - \Delta^{n-1} f(k-1), n \geq 1 \\ \Delta^0 f(k) &= f(k) \end{aligned} \quad (2)$$

식 (2)의 차분 연산자를 이용하여 이산시간 시스템 (1)을 다시 나타내면 다음과 같다.

$$y(k+1) = f(y(k), \Delta y(k), \dots, \Delta^N y(k), u(k), u(k-1), \Delta u(k-1), \dots, \Delta^M u(k-1)) \quad (3)$$

식 (3)을 1차 Taylor 급수로 확장하여 나타내면

$$\begin{aligned}
 y(k+1) &= f(y(k), \Delta y(k), \dots, \Delta^N y(k), u(k), \\
 &\quad u(k-1), \Delta u(k-1), \dots, \Delta^M u(k-1)) \\
 &= y(k) + \sum_{i=1}^N a_i \Delta^i y(k) + b_0 \Delta u(k) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^M b_i \Delta^i u(k-1) + O(k) \quad (4)
 \end{aligned}$$

이다. 여기서,

$$a_i = \frac{\partial f}{\partial \Delta^i y(k-1)}, b_0 = \frac{\partial f}{\partial u(k-1)}, b_i = \frac{\partial f}{\partial \Delta^i u(k-2)}$$

이고 $O(k)$ 는 고차항을 나타낸다. 식 (4)에서 $y(k)$ 를 좌변으로 이동하면, 위식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \Delta y(k+1) &= \sum_{i=1}^N a_i \Delta^i y(k) + b_0 \Delta u(k) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^M b_i \Delta^i u(k-1) + O(k)
 \end{aligned}$$

여기서 고차항 $O(k)$ 을 무시하면, Taylor 모델은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \Delta \hat{y}(k+1) &= \sum_{i=1}^N a_i \Delta^i y(k) + b_0 \Delta u(k) \quad (5a) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^M b_i \Delta^i u(k-1)
 \end{aligned}$$

또는 Δ 으로 양변을 나누면

$$\begin{aligned}
 \hat{y}(k+1) &= \sum_{i=1}^N a_i \Delta^{i-1} y(k) + b_0 u(k) \quad (5b) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^M b_i \Delta^{i-1} u(k-1)
 \end{aligned}$$

이다. 여기서 N 과 M 은 각각 입력과 출력을 위한 Taylor 모델의 차수이다. Taylor 모델은 위의 두 가지 형태로 공식화할 수 있다. 일반적인으로 Taylor 모델 차수는 $N=M$ 으로 가정하고 매개변수 a_i, b_0, b_i 는 다음과 같은 목적함수(object function) $E(\theta)$ 를 최소화하도록 결정하면 된다.

$$E(\theta) = \sum_{i=1}^n (y(k-i+1) - \hat{y}(k-i+1))^2 \quad (6)$$

여기서 $\theta = [a_1 \dots a_N b_0 \dots b_M]$ 는 Taylor 모델의 매개변수 벡터이고 y 와 \hat{y} 은 각각 플랜트 출력과 계산된 Taylor 모델의 출력을 나타낸다. 본 논문에서는 식 (6)을 최소화시키는 Taylor 모델의 매개변수들은 SPSA 방법을 통해 구하

도록 한다.

IV. SPSA에 근거한 Taylor 모델 근사화

확률적 근사화(stochastic approximation, SA)는 외부 잡음 등이 존재할 때 목적함수를 최적화시키는 문제에 많이 적용되어 진다. Spall[3]에 의해 제안된 SPSA 방법은 동시인자변환을 통해 그레디언트를 근사화시키는 방법으로 구현이 간단하고 쉽게 적용할 수 있다. 일반적인 SA에서 그레디언트를 근사화시키기 위해서는 추정하려는 매개변수 개수의 2배에 해당하는 목적함수 값을 계산하여야 하는데, SPSA 방법의 가장 큰 특징을 추정하려는 매개변수의 수에 관계없이 두 번의 목적함수 값을 계산하도록 한다. 이 SPSA 방법의 두드러진 특징은 폭넓은 응용 가능성과 최상에 가까운 해답을 얻을 수 있으나 그레디언트를 직접 계산하는 경우보다 수렴시간이 긴 단점이 존재한다. SPSA 방법에서 입력 매개변수 벡터 θ 를 스칼라 값으로 전달해주는 목적함수를 다음과 같이 놓는다.

$$E(\theta) = L(\theta) + \omega_k \quad (7)$$

여기서 θ 는 입력공간에서 한 벡터, ω_k 는 외부 잡음을 나타낸다. ω_k 가 존재하지 않는 경우 Newton-Raphson 방법같이 그레디언트를 직접 계산할 수도 있으나 그레디언트가 직접적으로 계산되지 못하거나 ω_k 가 존재하는 경우에는 근사화된 그레디언트 값을 사용해야 한다. 함수 $L(\theta)$ 가 미분가능한 경우에 그레디언트 다음과 같이 주어진다.

$$g(\theta) = \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} \quad (8)$$

이때 목적함수를 최소화시키는 매개변수를 찾는 것은 $g(\theta^*)=0$ 를 만족하는 θ^* 를 구하는 것이다. 그레디언트를 직접 구하지 못하는 경우에는 다음과 같은 SPSA 알고리즘을 통해 매개변수를 추정하도록 한다.

$$\theta_{k+1} = \theta_k - a_k g_k(\theta_k) \quad (9)$$

$$g_k(\theta_k) = \frac{E(\theta_k + c_k \Delta_k) - E(\theta_k - c_k \Delta_k)}{2c_k} \begin{bmatrix} \Delta_{k1}^{-1} \\ \Delta_{k2}^{-1} \\ \vdots \\ \Delta_{kp}^{-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서 a_k 와 c_k 는 SPSA에서 사용되는 이득이고 Δ_k 는 p 차원의 벡터 Δ_k 의 i 번째 원소의 값으로서 확률 0.5로 1 또는 -1 값을 갖는다. 따라서 p 차원의 매개변수를 취하는 경우에도 두개의 목적함수 값을 구하면 그레디언트의 근사치를 쉽게 구할 수 있다.

SPSA 방법을 사용한 Taylor 모델의 매개변수 다음과 같은 단계로 추정할 수 있다.

단계 1: 매개변수 벡터의 초기값을 결정해야 하는데, SPSA 방법에서 사용되는 계수 a, c, A, α, γ 값을 결정한다. 반복계수 k 를 1로 둔다.

단계 2: 계수가 k 일 때 추정된 Taylor 모델 매개변수 θ_k , 동시인자변환 Δ_k 와 변수 c_k 값을 이용하여 실제 출력값과 매개변수가 $\theta_k + c_k \Delta_k$ 와 $\theta_k - c_k \Delta_k$ 일 때 Taylor 모델을 사용한 추정치를 이용하여 두 개의 목적함수값 $E(\theta_k + c_k \Delta_k)$ 와 $E(\theta_k - c_k \Delta_k)$ 을 계산한다

단계 3: 단계 2에서 구한 두개의 목적함수 값을 이용하여 그레디언트 $g_k(\theta_k)$ 를 계산하고 계수 $k+1$ 에서 사용될 새로운 매개변수 θ_{k+1} 를 기본적인 SA방법으로 추정한다.

단계 4: 단계 2로 가서 k 의 값을 증가 시키고 반복을 하고, 연속적인 반복에서 변화가 작다거나 최대의 반복 계수값에 도달하면 수행을 중단시킨다.

V. 상태공간 모델과 LQR 제어기

Taylor 모델을 상태공간 모델로 나타낼 수 있으면 기존의 제어기 설계방법을 쉽게 적용할 수 있다. 본 논문에서는 Taylor 모델을 LQR에 적용한 TMBOC (Taylor model based optimal controller) 제어기를 설계하도록 한다. 먼저 Taylor 모델을 선형 상태공간 모델로 변환하기 위해 다음과 같은 선형 변환이 소개되고 다음으로 LQR 설계 방법이 적용된다[8,9]. 상태변수를 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} x_1(k) &= \Delta y(k) \\ x_2(k) &= \Delta^2 y(k) + \beta_1 \Delta u(k-1) \\ x_3(k) &= \Delta^3 y(k) + \beta_2 \Delta u(k-1) + \beta_1 \Delta^2 u(k-1) \\ &\vdots \\ x_N(k) &= \Delta^N y(k) + \beta_{N-1} \Delta u(k-1) + \dots \\ &\quad + \beta_1 \Delta^{N-1} u(k-1) \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서 정의된 상태변수를 사용하면 Taylor 모델은 다음과 같은 선형 상태공간 모델로 나타낼 수 있다.

$$x(k+1) = Ax(k) + B\Delta u(k) \quad (12)$$

$$\Delta y(k) = Cx(k)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_N \\ a_1 - 1 & a_2 & \dots & a_N \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 - 1 & a_2 - 1 & \dots & a_N \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_0 + \beta_1 \\ \vdots \\ b_0 + \beta_1 + \dots + \beta_{N-1} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & \dots & a_N \\ a_3 & a_4 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_N & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_{N-1} \end{bmatrix}$$

이다. 식 (12)에서 입력 및 출력 쌍인 $(u(k), y(k))$ 와 $(\Delta u(k), \Delta y(k))$ 는 같은 변환 함수를 가지므로 제어입력 $u(k)$ 를 구하기 위한 제어기는 Taylor 모델의 상태공간 모델 (A, B, C) 로부터 설계할 수 있다.

본 논문에서는 전력계통 안정화를 위해 제어

기를 LQR을 이용하여 설계한다. LQR 설계는 목적함수의 값을 최소화시키면서 시스템의 초기 상태에서부터 최종상태까지 변환할 수 있는 최적 제어 u 를 결정하는 것이다. 목적함수는 다음과 같은 2차식의 형태로 주어진다.

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k))$$

여기서 Q 는 양의 반정부호 (positive semidefinite)이고 R 는 양의 정부호 (positive definite)이다. LQR 제어를 설계하기 위해서, 첫 번째 단계는 중요한 행렬 Q, R 을 선택하는 것이다. R 값은 시스템의 상태보다 제어 입력에 더 비중을 두도록 조절하는 반면에 Q 는 입력보다 상태에 더 많은 비중을 두도록 한다. 제한 이득 K 는 다음과 같이 계산되어질 수 있으며 폐루프 시스템 응답은 시뮬레이션을 통해 찾을 수 있다. LQR 제어기는 다음과 같이 주어진다.

$$u(k) = -Kx(k) \quad (13)$$

여기서 K 는 다음과 같은 이산 대수 Riccati 방정식의 해로부터 얻어진 제한 이득 상수이다.

$$K = (B^T S B + R)^{-1} B^T S A$$

$$S = A^T S A - A^T S B K + (C^T Q C)$$

VI. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서는 제안한 TMBPSS의 타당성을 검증하기 위하여 선정된 계통전력은 일반적으로 많이 인용되고 있는 1기무한대모선 계통에서의 전력계통 안정화 장치를 선정하였다. 본 모델은 전형적인 비선형 시스템이며 외란이 존재하며 q 축 발전기 모델, 정적여자기 (static excitation), 터빈과 거버너 (governor) 모델로 구성된다 [4,10,11]. Fig. 1은 일반적인 부하 조건하에서의 계통 출력과 SPSA에 근거한 2차의 Taylor 모델 출력의 차이를 보여주는데 제안한 방법으로 근사화한 출력이 실제 계통출력과 거의 일치함을 알 수 있다. 이때 샘플링 시간은 0.01[sec]이

고 첫 번째 100 개의 샘플을 사용하여 2차 Taylor 모델의 매개변수를 SPSA 방법을 사용하여 다음과 같이 추정하였다:

$$a_1 = -0.9977, \quad a_2 = 0.6570, \quad b_0 = -0.5331 \quad \text{그리고} \quad b_1 = 0.5826.$$

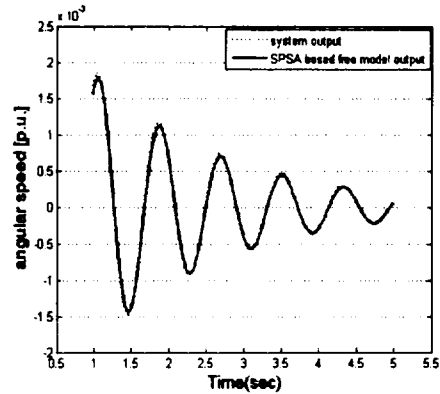


Fig. 1. Comparison between the system output and the SPSA based Taylor model output (data $n=100$, order $N=2$).

또한 Taylor 모델은 중부하 (heavy load)와 3상 사고 (three phase fault)와 같은 운전 조건하에서 시험하여 보았다. Taylor 모델을 이용하는 주된 목적이 그 자체의 간단함이기 때문에, Taylor 모델은 차수가 $N=2$ 이고 데이터의 개수가 $n=100$, 제어기를 설계하도록 하였다. 2차 Taylor 모델에 $R=10^{-1}$ 와 $Q = \text{diag}\{q_{11}, q_{22}\}$, $q_{11} = 10^6, q_{22} = 1$ 의 값을 갖는 LQR 제어기를 설계하였다.

Fig. 2, 3과 4는 Taylor 모델에 기초한 전력계통 안정화 장치 (TMBPSS)의 응답과 기존의 PSS (CPSS)의 응답을 나타내고 있다. Fig. 2는 일반적인 부하 조건하에서 -10% 에 의한 토오 크 각 편차 (torque angle deviation)가 존재할 때의 결과이고, Fig. 3은 중부하 조건하에서의 같은 토오 크 각 편차가 존재할 때 결과이다. 그

리고 Fig. 4는 3상 사고 조건하에서의 응답을 보여준다. 3가지 경우 모두 TMBPSS가 CPSS 보다 훨씬 우수한 성능을 보여주는 것을 볼 수 있다.

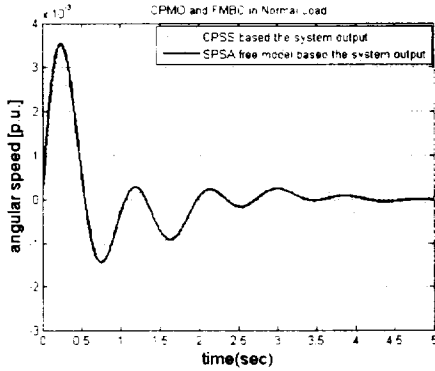


Fig. 2. Outputs of the CPSS and TMBPSS in the normal loading condition.

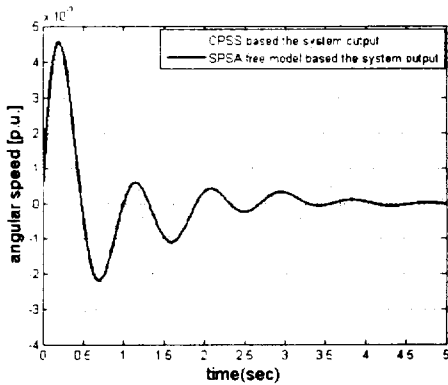


Fig. 3. Outputs of the CPSS and TMBPSS in the heavy loading condition.

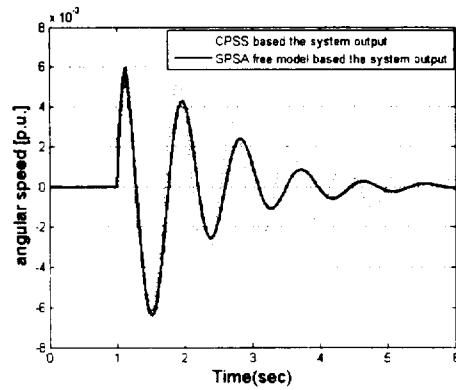


Fig. 4. Outputs of the CPSS and TMBPSS in the three-phase fault condition.

VII. 결 론

본 논문에서는 시스템 식별을 위한 SPSA에 근거한 Taylor 모델 개념을 살펴보고 전력계통 안정화 장치를 설계할 때 적용하기 위한 방법을 제시하였다. Taylor 모델 개념은 단지 입력과 출력 데이터를 갖는 미지의 동적 계통에서 제어기를 설계하기 위한 새로운 지능시스템 설계기법으로 제시하였는데 제한한 방법은 시스템 해석을 위한 수학적인 지식을 필요로 하지 않는다. SPSA에 근거한 Taylor 모델은 선형 상태공간 모델로 변형되고 LQR 방법을 이용하여 안정한 PSS 설계를 위해 사용되었다.

제안된 TMBPSS는 1기무한대모선 전력계통에 적용하여 다양한 운전 조건하에서 시험되었고 기존의 PSS와 비교하였다. 그 결과 모든 경우에 있어서 TMBPSS는 기존의 PSS보다 우수한 수행능력을 보였다.

참고문헌

- 1) F.P. DeMello and C.A. Concordia, 1969,

Concept of synchronous machine stability as affected by excitation control, *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-88, pp. 316-319.

2) S.A. Doi, 1984, Coordinated synthesis of power system stabilizers in multimachine power systems, *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-103, pp. 1473-1479.

3) J.C. Spall, 2003, Introduction to Stochastic Search and Optimization: Estimation, Simulation, and Control, Wiley-Interscience.

4) P.W. Sauer and M.A. Pai, 1998, Power System Dynamics and Stability, Prentice Hall, New Jersey.

5) G.W. Stagg and A.H. El-Abiad, 1968, Computer Methods in Power Systems Analysis, McGraw Hill, Inc..

6) C. Phillips and H.T. Nagle, 1997, Digital Control System Analysis and Design, Prentice Hall.

7) K. Ogata, 1995, Discrete-time Control System, Prentice Hall.

8) Y.N. Yu, K. Vongsuriya, and L.N. Wedman, 1970, Application of an optimal control theory to a power system, *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-89, no. 1, pp. 55-62.

9) B.D.O. Anderson and J.B. Moore, 1990, Linear Optimal Control, Prentice Hall, New Jersey.

10) K.N. Srivastava and S.C. Srivastava, 1997, Application of Hopf bifurcation theory for determining critical value of a generator control or load parameter, *Int. J. Elec. Power Energy Syst.*, vol. 19, no. 8, pp. 535-540.

11) E.V. Larsen and D.A. Swann, 1981, Applying power system stabilizers: Part 1-3, *IEEE Trans. on PAS*, vol. PAS-100, no. 6, pp. 3017-3046.

부록

One machine infinite bus (OMIB) power system

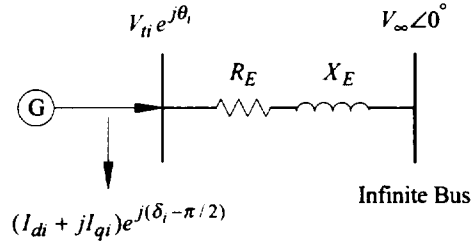


Fig. A.1 One machine infinite bus power system.

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_b(\omega_i - \omega_0)$$

$$M_i \frac{d\omega_i}{dt} = (T_{Mi} - P_{ei} - D_i(\omega_i - \omega_0))$$

$$T_{doi} \frac{dE_{di}}{dt} = (E_{fdi} - E_{di} - (X_{di} - X'_{di})I_{di})$$

$$T_{Ai} \frac{dE_{fdi}}{dt} = (K_{Ai}(V_{refi} - V_i + C_{PSSI}) - E_{fdi})$$

$$T_{Ci} \frac{dT_{Mi}}{dt} = (F_{hpi} U_{gi} - T_{Mi} + T_{Mri})$$

$$T_{gi} \frac{dU_{gi}}{dt} = (K_{gi}(\omega_{refi} - \omega_i) - U_{gi})$$

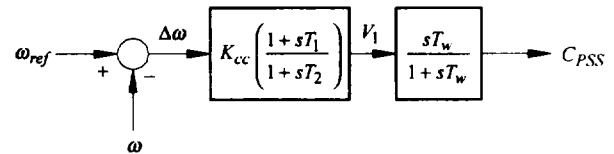


Fig. A.2 Conventional power system stabilizer model.

Table A.1 The parameters of PSS

T_1	T_2	T_w	K_{cc}
0.685	0.1	3	7.091

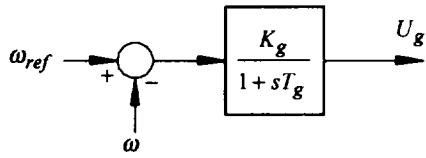


Fig. A.3 Governor model.

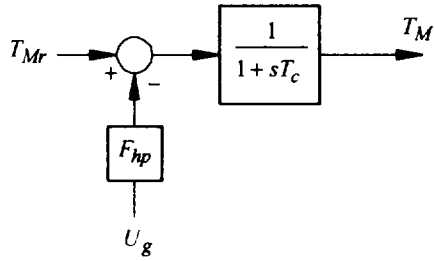


Fig. A.4 Turbine model.

Table A.2 The parameter of Generator, Turbine, and Governor (e'_q Model)

M	D	T_{do}	x_d
9.26	0.01	7.76	0.937
x_q	x'_d	T_c	F_{hp}
0.55	0.19	0.1	1
K_g	T_g		
10	0.1		

Table A.3 The operating points

P	Q	$V \angle \theta$	$I \angle \theta$
1	0.2	$1 \angle 29.602^\circ$	$1.0198 \angle 18.292^\circ$

Table A.4 Transmission line data

R_E	X_E
0.03	0.5

Table A.5 Exciter data

T_A (sec)	K_A (p.u)
0.03	0.5