

## 신뢰성 이론에 의한 강거더교의 피로해석

김 상 진

제주대학교 해양과파부

### Fatigue analysis of steel-girder bridges by reliability theory

Sang-Jin KIM

School of Ocean Science, Cheju National University, Jeju-Do 690-756, Korea

This study performs the fatigue analysis of steel-plate girder-bridges using the theory of reliability. The safety of girder-bridges were examined by applying the design live load of HL-93 in AASHTO LRFD bridge design specifications. The analyses were applied to the bridges with the girder spacings of 1.2 m to 3.0 m and with the span lengths of 9 m to 36 m. Truck load data for the fatigue reliability analysis were obtained from the literature survey. It has been found that the ratio of design truck moment to truck moment from measured data are decreased with the increasing girder spacings. It was concluded from the safety analysis that the safety of fatigue is larger than those of flexural moment strength and shear strength.

**Key words:** reliability analysis, fatigue analysis, girder-bridge

### 서 론

우리나라를 비롯한 세계 여러 나라들이 눈부신 경제발전과 고도성장 시기에 들어섰다. 이러한 추세에 맞춰 세계 여러 나라 간의 불류 교환은 물론이거니와 국내에서도 불류 이동량이 급속도로 증가했다. 이러한 증가는 차량의 중량화 및 통행량의 증가에 기여했으며, 또한 구조물 사용 재료 측면에서는 고강도화, 장대화 등의 추세에 있게 되었다. 일단 구조물이 완성되어 사용에 들어가면 구조물은 끊임없이 크고 작은 사용하중 하에 놓이게 된다. 그러나 이러한 끊임없이 반복되는 사용하중 하에서도 갑작스런

취성 파괴가 보고되고 있는 실정이다. 이러한 잠으로 미뤄 볼 때 피로에 대한 정량화 되고 신뢰성 있는 설계 및 검토 방법이 필요하게 되며, 유지관리 면에서도 체계적이고 경제적인 관리가 가능하며 적절한 계획 수립 또한 가능하게 되리라 생각된다. 구조물을 건설하는 과정을 들여다보면 설계 시 내재되어 있는 재료의 불확실량 그리고 시공 시 발생하는 시공 상의 불확실량에 이르기까지 다양하고 많은 경우의 불확실량을 내포해 있다. 특히 피로파괴에 대해서는 크기가 작은 반복적인 사용하중 하에서 예기치 못한 취성파괴가 보고되고 있는 실정이다. 이렇듯 불확실량의 제어를 정량화 되지 않은 안전

을 개념에 의한 제어만으로는 많은 부족함을 느끼게 된다. 이러한 주를 이루는 설계의 경우에는 확률로 따졌을 때 몇 십년, 몇 백년에 발생할지도 모르는 경우를 반영한 설계가 될 수 있음을 볼 때 너무나도 비효율적이며 비경제적인 설계가 될 수도 있다. 따라서 선진국의 여러 나라들이 이러한 비효율성을 해결하고 정량화된 신뢰성을 확보할 수 있는 구조물진실에 눈을 돌려 주장되고 있는 것이 신뢰성해석이다. 이러한 주장과 맞물려 피로에 대한 정량적인 신뢰성 확보를 하고 더불어 구조물의 대형화와 정대화 추세를 미뤄 볼 때 신뢰성해석에 의한 피로 검토가 필요하다.

### 신뢰성 이론

#### 신뢰성 지수

구조물 기능에 대한 안전 여유치는  $Z = g(X)$ 의 함수로 나타낼 수 있는데 여기서  $X$ 는 구조물의 저항에 관련된 재료의 특성과 단면의 크기 그리고 하중효과에 관련된 확률변수로서 한계상태 ( $Z=0$ )을 기준으로 안전영역( $Z>0$ )과 파괴영역( $Z<0$ )으로 구분될 수 있다. 따라서 구조물의 파괴될 확률은  $Z<0$ 이 될 확률인데 다음과 같이 식 (1)로 나타낼 수 있다.

$$P_F = P[Z < 0] = \int_{-\infty}^0 f_z(z) dz \quad (1)$$

여기서  $f_z(z)$ 는  $Z$ 의 확률밀도 함수인데 실질적으로 다중매개변수로 이루어진 한계상태의 함수식이므로 식(1)은 다중적분이 되어 수치적인 복잡성과 각 확률변수의 자료에 대한 부족으로 직접풀이가 어렵기 때문에 신뢰성 지수  $\beta$ 를 사용한다. 신뢰성지수  $\beta$ 에 대한 도해적 설명은 Fig. 1에 나타난 것처럼 확률분포에서 원점으로부터 평균점거리  $\bar{g}$ 까지 거리가 표준편차  $\sigma_g$ 의 몇 배인가로 정의되

며 신뢰성 지수와 파괴확률과의 관계를 나타내면 Table 1과 같다.

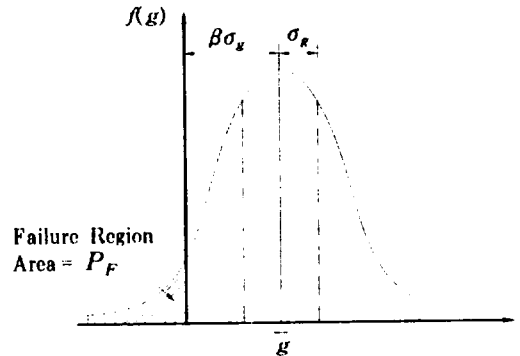


Fig. 1. Definition of reliability index

Table 1. Reliability index( $\beta$ ), reliability, probability of failure

Reliability index $\beta$	Reliability ( $P_S = 1 - P_F$ )	Probability of failure $P_F$
2.0	0.9772	0.0228
2.5	0.99379	0.00621
3.0	0.99865	0.00135
3.5	0.999767	0.000233
4.0	0.9999683	0.0000317
4.5	0.99999660	0.0000034
5.0	0.999999713	0.000000287
5.5	0.9999999810	0.0000000190
6.0	0.99999999013	0.000000001987

#### Rackwitz -Fiessler 신뢰성 지수방법

확률변수가 비정규분포 즉 대수정규분포, Gamma 분포, 또는 Extreme Value Type I 등의 분포등의 조합으로 한계상태 함수가 구성되어 있을 때에는 신뢰성 지수의 정확도가 떨어지기 때문에 확률변수 분포의 제한 문제를 해결할 수 있는 Rackwitz -Fiessler 신뢰성 지수 방법을 사용하면 상당히 정확하게 계산할 수 있다.(Rackwitz and Fiessler, 1978) 이 방법

은 한계상태함수를 이루는 모든 변수의 분포를 알아야 가능하다. Rackwitz-Fiessler 신뢰성 지수방법의 기본적인 원리는 비정규분포를 등가의 정규분포로 변환시키는 것이다. 이러한 과정을 거칠때 서로 다른 분포의 변수들끼리의 계산이 쉬워진다는 장점이 있다. 한계상태함수  $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 가 비선형일 경우, 평균을 초기설계점으로 가정한 후 ( $X_i^* = \overline{X}_i$ ) Taylor 급수를 사용하여 비선형 한계상태함수를 설계점에 대하여 선형화 시키면 식 (2)과 같이 정식화되며 신뢰성 지수  $\beta$ 는 식(3)으로 정립이 된다.

$$g(\overline{X}_1, \overline{X}_2, \dots, \overline{X}_n) \cong g(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} (\overline{X}_i - X_i^*) \quad (2)$$

$$\beta = \frac{g(\overline{X}_1, \overline{X}_2, \dots, \overline{X}_n)}{\sigma_g} \quad (3)$$

식 (3)의  $\sigma_g$ 는 식 (4)과 같이 정식화 된다.

$$\sigma_g = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \sigma_i \right)^2} \quad (4)$$

새로운 설계점은 식 (5)으로 정립된다.

$$X_i^* = \overline{X}_i - \frac{\left( \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \right) \beta \sigma_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \sigma_i \right)^2}} \quad (5)$$

이외 같은 과정을  $X_{old}^* - X_{new}^*$  인 때까지 반복한다.

### 피로파괴 및 평가이론

구조물이 완성 후 사용 상태에 들어가면 구조물에서는 파괴하중보다 크기가 작지만 반복되는 변동하중으로 인하여 피로 손상이 발생하기 시

작한다. 이러한 반복적인 하중은 지금 당장의 파괴를 야기 시키지는 않지만 시간의 함수 속에서 어느 순간에 파괴될지 모르는 위험성을 내재시킨다. 보통 탄성응력 변동을 받는 구조부재에 대한 피로손상은 국부 응력이 구조재료의 항복 응력을 초과하는 부분에서 발생한다. 일정한 반복회수의 하중변동 후에 누적 잔류된 손상은 손상된 부분에 균열발생 및 성장시킨다. 이처럼 피로손상 과정은 구조부재의 파괴원인이 되며, 응력집중이 심할수록 피로균열 발생시기가 앞당겨진다. 피로에 의한 구조부재가 파괴에 이를 시 이때까지의 누적된 응력의 반복회수를 피로수명(fatigue life)이라 한다. 구조물의 피로평가는 피로하중이 정하여졌을 경우 그 하중에 대한 응력이력 곡선을 관심 있는 구조부재에 대하여 구하게 된다. 구하여진 응력이력 곡선은 응력빈도 해석으로써 일반적으로 쓰이는 Rainflow Counting Method를 이용하여 응력빈도를 계산하게 된다. 구하여진 응력빈도는 등가응력으로 바꾸어 S-N 곡선(Fig. 2)에 적용시켜 피로수명을 평가하거나, 응력빈도 자체를 Miner의 누적손상이론에 근거하여 피로수명을 평가할 수 있다.

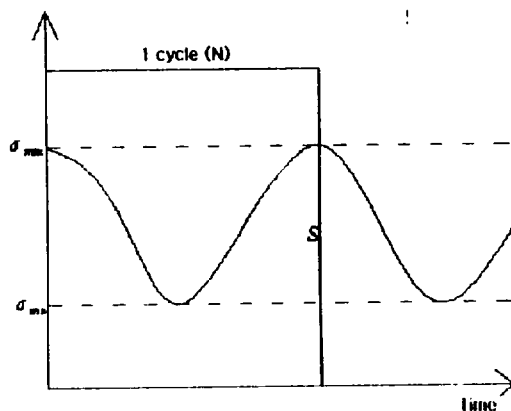


Fig. 2. Stress history curve

교량부재의 설계변수

피로해석 대상인 플레이트 거더교를 선정 한 후 구조 안정성 검토를 실시했다. 플레이트 거더교는 주거더와 수직 브레이싱이 격자로 연결된 격자구조 형식이며, 또한 플레이트 거더교의 단면력 계산을 위한 구조해석 방법에는 격자구조해석, 돌보이판, 유효요소법 등을 이리 기사가 있지만, 본 장에서는 하중 분배계수 개념으로 주거더의 단면력을 산출하였다. 구조형식이 I형 단면 플레이트 거더교이며 설계하중은 AASHTO LRFD HL-93, 교량지간이 9~36m이고 폭원이 7.0m, 총폭은 7.8m이다. 선정된 플레이트 거더교의 단면도는 Fig. 3과 같다. 교량의 제원은 세 개의 I형 플레이트 거더 (Fig. 4)를 갖는 구조이며 콘크리트 단위중량은  $2,500 \text{ kg/m}^3$ , 지복 및 난간하중은  $330 \text{ kg/m}$ , 철근의 항복강도는  $3,000 \text{ kg/cm}^2$  콘크리트 압축강도  $240 \text{ kg/cm}^2$  240, 콘크리트 탄성계수  $270,000 \text{ kg/cm}^2$ , 플레이트 거더 강종은 SM400, 충격계수 0.15, 유효중 분포 폭 1.392m, 바닥판의 최소 두께는 22cm로 했다. 이상 언급한 재료의 제원은 Table 2와 같다. 플레이트 거더의 단면설계에 있어서 내측 거더와 외측 거더의 휨모멘트 및 전단력 크기를 비교하면 거의 비슷하고, 내측 거더의 응력이 다소 크므로 내측 거더에 대하여 단면을 설계하고 외측 거더에도 동일하게 적용했다. 주 거더의 높이는 처짐을 제한하는 높이 2.0m로 했다. 복부판의 두께는 SM400 강종 비합성 플레이트 거더일 경우를 참고하여  $t=14 \text{ mm}$ 를 적용했다. 활하중모델은 LRFD 설계기준 규정에 의해 HL-93 설계트럭하중과 설계차선하중 및 설계 탠덤하중과 설계차선하중을 재하하여 그중 큰 값을 설계 활하중 모델트로 취하여 적용했다. 플레이트 거더의 상세는 Fig 5와 같다.

Table 2. Design conditions

Bridge type	Plate girder
Width(B)	7.8 m
conc' weight $w_{conc}$	$2,500 \text{ kg/m}^3$
Railway	$330 \text{ kg/m}$
yield strength $f_y$	$3,000 \text{ kg/cm}^2$
impact factor	0.15
distribution width of wheel load	1.392m
# of girders	3
span (L)	9 ~ 36m
asphalt weight $w_{asp}$	$2,300 \text{ kg/m}^3$
conc' strength $f_{ck}$	$240 \text{ kg/cm}^2$
$E_c$	$270,000 \text{ kg/cm}^2$
steel	SM400
slab thickness	22cm

피로신뢰성 해석

한계상태 함수

피로 신뢰성을 결정하기 위하여 구조부재의 피로저항 능력을 산정해야한다. 그러므로 본 연구에서는 플레이트거더교의 용접부 피로에 대하여 고려하였고, 구조계산방법은 ASHTO LRFD(1998)의 규정에 의해 계산을 하였다. 교량을 단순지간으로 하여 내측 거더에만 적용하였다. 교량은 플레이트거더교 형식이며 지간을 9m에서 36m까지 9m간격으로 증가시켜 적용시켰다. 거더 간격은 1.2m부터 1.8m 까지 0.20m간격으로 3가지를 고려하였다.

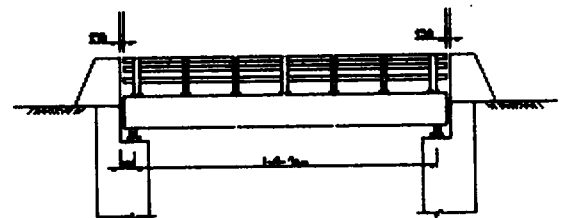


Fig. 3. Elevation of plate-girder bridges

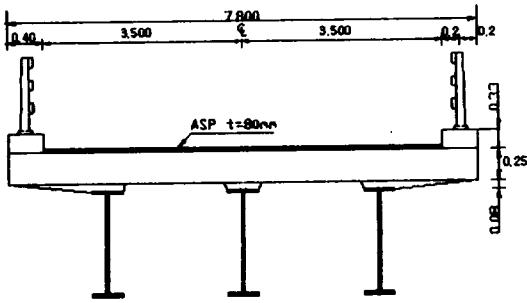


Fig. 4. Cross-section of bridges

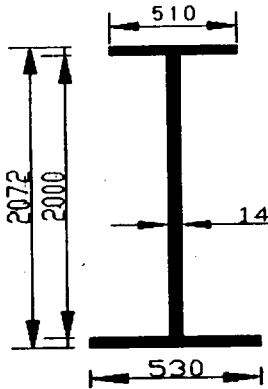


Fig. 5. Girder detail

교량 주형이 피로에 저항하는 기본적인 성능 함수는 다음 식과 같다. 이것은 시간  $t$ 까지의 누적손상을 나타낸 것이며, 성능함수를 하중모델로 바꾸기 위해 응력범위와 파괴를 일으키는 반복 횟수에 나타낸 식 ( $S-N$  curve식)을 대입하는데 강재용집연길부의 경우는 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$g = D_f - D(t) \quad (6)$$

$$g = D_f - \sum_j \frac{1}{N_j} \quad (7)$$

여기서  $D_f$ : failure damage

$$N_j = \frac{c}{S_j^b} \quad (8)$$

여기서  $b, c$ 는 상수(보통  $b=3.0$ )

식 (8)을 식(7)에 대입하면 식 (9)와 같다.

$$g = D_f - \frac{1}{c} \sum S_j^b \quad (9)$$

$$= D_f - \frac{1}{c} \sum S_j^{3.0}$$

여기서,  $V$ :일트럭통행량(ADTT)

$t$ : 사용기간

여기에 하중모델을 조합하여 표시하면, 차량에 의한 활하중 효과로부터 피로손상에 대한 신뢰성함수를 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$S = \frac{M}{Z_x} \quad (10)$$

여기서  $S$ : 응력범위

$M$ : 모멘트

$Z_x$ : 단면계수

$$S = \frac{m_j g_j h_j w_j}{Z_x} \quad (11)$$

여기서  $m_j$ : 차량축간격계수

$g_j$ : 주형분배계수

$h_j$ : 충격계수

$w_j$ : 차량간격계수

$w_j$ : 차량중량

$$g = D_f - \frac{1}{c} \sum \left( \frac{m_j g_j h_j w_j}{Z_x} \right)^3 \quad (12)$$

식 (12)에서 단면계수  $Z_x$ 는 설계차량에 의해 설계된 값으로서, 다음 식 (13)에 의해서 설계 차량에 의한 하중효과 식에 대입함으로써 소거될 수 있다.

$$S_D = \frac{m_D w_D g_D h_D}{Z_x} \quad (13)$$

여기서  $S_D$ : 설계차량에 의한 응력범위

$m_D$ : 설계차량의 차량 축 간격계수

$g_D$ : 설계 주형분배계수

$i_D$ : 설계 충격계수

$h_D$ : 설계 차량간격계수

$w_D$ : 설계 차량중량

상수  $c$ 는 설계반복횟수 ( $N_D$ )와 이에 해당되는 응력범위 ( $S$ )에 의해서 식(14)와 같이 산정 할 수 있다.

$$c = N_D S^3 \quad (14)$$

결국 성능 함수는 식 (15)-(17)과 같이 표현된다.

$$g = D_f - \frac{1}{N_D} \sum \left| \frac{\left( \frac{m_i}{m_D} \right) \left( \frac{w_i}{w_D} \right) \left( \frac{g_i}{g_D} \right) \left( \frac{i_i}{i_D} \right) \left( \frac{h_i}{h_D} \right)}{\frac{S_i}{S_D}} \right|^3 \quad (15)$$

$$g = D_f - \frac{Vt}{N_D} \left| \left( \frac{MGIH}{S} \right)^3 \frac{1}{Vt} \sum_i \left( \frac{w_i}{w_D} \right)^3 \right| \quad (16)$$

$$g = D_f - \frac{Vt}{N_D} \left( \frac{MGIH}{S} \right)^3 L_0 \quad (17)$$

$$L_0 = \frac{1}{V} \sum_i \left( \frac{W_i}{W_D} \right)^3 \quad (18)$$

여기서

$M$ : 임의 통행트럭과 설계차량의 차량 축 간격 계수 비

$G$ : 임의 통행트럭과 설계차량의 주형 분배계수 비

$I$ : 임의 통행트럭과 설계시의 충격계수 비

$H$ : 임의 통행트럭과 설계시의 차량간격계수 비

$S$ : 설계반복횟수의 응력범위와 설계응력범위 비

$V$ : 1일 통행 트럭 량

$t$ : 사용기간

$N_D$ : 설계응력반복횟수

### 확률변수의 통계자료

본 연구에 사용된 각 변수들의 통계치는 한승환(1991), Nowak(1993)의 연구 문헌의 통계 자료를 활용 하였다. Table 3은 각 변수의 통계 자료를 정리한 것이다.

Table 3. Statistics of analysis variables

	mean	coefficient of variation
$D_f$ (fatigue damage)	1.000	0.150
$M$ (ratio of axle spacing)	1.122	0.027
$L_0$ (ratio of truck weight)	0.396	0.227
$I$ (impact factor ratio)	1.110	0.110
$G$ (ratio of girder distribution factor)	0.216	0.018
$H$ (ratio of headway distance)	1.551	0.044
$S$ (ratio of stress range)	0.707	0.061

### 신뢰성 해석 결과 및 고찰

Rackwitz-Fiessler 신뢰성 지수방법(Rackwitz and Fiessler, 1978)을 이용하여 플레이트 거더교에 대하여 신뢰성 해석을 실시했다. AASHTO HL-93 설계트럭 활하중에 의한 모멘트와 Nowak(1993)에 의해 조사된 자료를 이용하여 지간 9m~36m를 9m간격으로 4가지 경우와 거너 간격을 1.2m~3.0m까지 0.6m 간격으로 4가지 경우를 조합해 총 16개의 경우에 대하여 조합했다. 조사차량과 설계차량의 응력범위비는 지간길이 9m일때 가장 큰 값을 나타내며 지간 길이 18m일 때 감소했다가 다시 증가하고 있다(Fig. 6). 거너 간격이 증가 할수

록 응력범위비는 감소하고 있다.

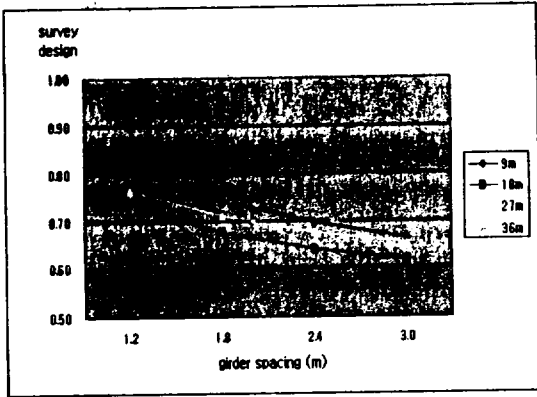


Fig. 6. Ratio of stress range per span

신뢰성해석 결과(Fig. 7) 지간이 9m, 거더간격 1.2m 일때 신뢰성 지수는 4.391 값을 나타냈으며 거더 간격이 1.8m, 2.4m, 3.0m로 점차 증가 할수록 신뢰성지수는 점점 증가 하여 거더 간격 3.0m일때 가장 큰 값인 5.002를 나타냈다. 지간 길이 18m일 때는 신뢰성지수가 4.724부터 점차 증가하여 5.173까지 나타났으며, 지간 길이 27m일때는 4.605에서부터 5.047까지 나타났으며, 지간 길이 36m일 때는 4.515부터 4.934까지 나타났다.

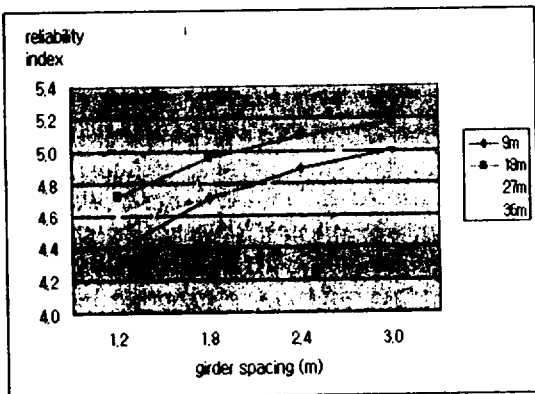


Fig. 7. Results of reliability analysis per span

### 결론

본 연구에서는 Rackwitz-Fiessler(1978)의

신뢰성 지수 이론을 이용하여 플레이트 거더교 피로해석을 실시하였다. AASHTO LRFD HL-93 활하중을 적용한 후 플레이트 거더교의 안정성 검토를 실시했으며 지간을 9m간격으로 9m~36m 까지 변화시키고, 거더 간격은 1.2m~3.0m까지 0.6m씩 변화시켜 총 16가지를 조합시켜 각각에 대해 신뢰성해석을 실시했다. 피로신뢰성 해석에 필요한 활하중 자료는 Nowak(1993)의 자료를 이용했다.

본 연구의 결론을 정리하면 다음과 같다.

- (1) 지간별 거더 간격이 증가 할수록 조사차량 모멘트와 설계차량 모멘트의 비는 감소하는 것으로 나타났으며 증가분도 점차 감소하는 것으로 나타났다. 하지만 지간길이가 증가 할 경우엔 감소하다 다시 증가하게 되는데, 지간 9m인 경우에는 차량길이에 비해 지간이 짧은 이유인 것으로 판단된다.
- (2) 피로에 영향을 끼치는 응력범위의 비를 보면, 피로한계 값보다 모두 상회하는 값이 나오는 것으로 보아, 조합된 지간별 거더 간격 영향에 의한 모든 경우가 피로에 영향을 미치는 것으로 판단된다.
- (3) 신뢰성해석 결과 지간별 신뢰성 지수가 4.3에서 5.1사이의 안전한 값을 나타냈다. 이것은 휨 해석 시 보통 목표신뢰성지수 3.5보다 훨씬 큰 값을 나타내며 이것으로 플레이트거더교의 피로파괴에 대한 안전성은 휨보다 더 안전 측임을 알 수 있다.
- (4) 피로에 대하여 정량화된 신뢰성을 확보 할 수 있도록 하기 위해서는 국내에서도 체계적인 제도 하에 지역별 BWIM(Bridge Weight In Motion)을 시간별로 데이터베이스화하여 설계 시 활용할 경우 교량에 대

한 건설 및 유지비용 절감에도 높은 효과가 있을 것으로 판단된다.

### 참고문헌

- 김상진, 박문호, 1996. 트럭하중 측정을 위한 교량실험, 대한토목학회 논문집, 16: 621-631
- 한승환, 1991. 신뢰성이론에 의한 교량의 휨 피로해석연구, 서울대학교 석사학위논문
- AASHTO, 1998. LRFD Bridge Design Specifications. 2nd Edition, American Association of State Highway and Transportation Officials, U.S.A.
- Moses, F. and Ghosen, M. 1985. A Comprehensive Study of Bridge Loads and Reliability, Final Report, FHWA/OH-85/005, Jan.
- Nowak, A.S. 1993. Calibration of LRFD Bridge Design Code, Report UMCE, Department of Civil and Environmental Engineering University of Michigan, Ann Arbor, Michigan.
- Rackwitz, R., and Fiessler, B 1978. "Structural Reliability under Combined Random Load Sequences", Computers and Structures, 9: 489-494
- Moses, F. and Ghosen, M. 1985. A