제주교육대학교 논문집 (2000)
제29집 pp. 95~109

초등학교 중학년 영재아 교육에 활용 가능한 분수연산 지도의 한 방법

김 해 규*

〈목　　차〉

Ⅰ. 서　　론

최근 수학교육계에서는 지식이 외부적인 강화 또는 강요에 의해서 교사로부터 학생에게 수동적으로 옮겨지는 것이라기보다는 학생의 능동적 구성에 의해 형성된 것이라는 전제에서 출발하는 구성주의가 수학 교수 학습의 배경이론으로 강력히 대두되고 있다.(김연식 외 1인,1996)

구성주의에서 교사의 가장 중요한 역할은 학생들이 개념을 탐색하고, 개념사이의 연관성을 이해할 수 있도록 총체적인 환경을 조성해주는 것이다.(박경미, 1995)

대표적인 구성주의 수학교육학자인 Confrey는 구성주의적 수학 교수 학습의 방법의 요소로서 학생자신의 '인지적 렌즈'에 의한 구성의 역할을 강조하고 있다. Confrey에 의하면 구성주의에서는 학생들이 다소 당혹감을 느낄 수 있는 것으로

* 제주교육대학교 수학교육과 조교수

부터 시작하도록 요구하고 있다. 교사에게는 무의미하게 보이는 것도 학생들에게는 매우 놀랍고 신기하며, 즐거울 수도 있다.(김연식 외 1인,1996)

구성주의에서 중요시 여기고 있는 아동들의 능동적, 적극적 학습활동 참여는 물론, 탐구 학습의 실현 가능성과 함께 수학 학습 동기 부여 및 수업에 대한 흥미를 불러일으킬 수 있는 학습의 한 예로 즉 종이 접기 상황을 들 수 있다. 종이 접기는 아동들이 초등학교시기에 접하기 쉬우면서도 실제로 거의 대부분의 아동이 경험하고 있는 대표적인 놀이 문화다. 아동들이 흥미를 갖고 적극적으로 종이 접기 활동을 하는 가운데 서로간에 경쟁적인 탐구활동을 자극함으로써 학습의 발전적인 태도를 배움과 동시에 성취감을 경험할 기회를 제공해줄 수도 있다.(백석윤, 1996)

수학과 과학영재교육과정은 제 7차 교육과정의 수학과 목표인 수학적 힘을 기르는 것을 바탕으로 하되 속진 보다는 심화를 통하여 수학문제해결에 그치지 않고 수학을 만들어 내는 수학적 힘을 강화하여 수학분야에서의 지속적인 연구를 하기를 원하는 전문 수학자를 만들어 내는 것을 목표로 하고 있다. 이를 바탕으로 영재아들의 수학적 힘의 신장을 위해서 지적인 부분에 국한하지 않고 흥미, 호기심, 자신감, 도전감, 모험심, 보다 나은 풀이와 일반화된 해법을 찾고 그것을 적용, 발전시키려는 마음가짐을 가질 수 있게 한다.(한국교육개발원,1999) 따라서 본 연구에서는 창의성 개발 학습의 좋은 소재가 될 수 있는 종이 접기 통하여 초등학교 3학년 과정이나 4학년 1학기 과정을 이수한 초등학교 영재아들에게 활용 가능한 분수 연산 지도의 한 방법을 제시하고자 한다.

Ⅱ. 이론적 고찰

이 절에서는 한국 교육개발원 등 국내 여러 연구기관에서 수학 영재 교육 분야에서 연구되어진 결과들을 살펴보기로 한다.

1. 영재성의 정의(한국교육개발원,1996)

선진국의 학교 현장에서 널리 알려져 있는 정의들은 I.Q.정의, 퍼센트 정의, 재

능의 정의, 창의성의 정의 등이 있다.

1) I.Q. 정의 :

대표적인 연구자는 Terman으로 영재의 개념을 처음으로 정의했으며, 영재의 기준을 I.Q.135 이상으로 정의했다.

2) 퍼센트의 정의 :

미국 교육 위원회와 특수 교육국 영재 교육실에서 미국 의회에 제출한 보고서에 따르면 천부적인 영재를 전체인구의 5%이하로 제한하고 있다.

3) 재능의 정의 :

Gagne 등에 의하여 주장된 것으로 기존의 학문 분야를 포함한 음악, 미술, 체육 등의 예술적 분야에서 뛰어난 재능과 적성을 보이거나 가능성이 있는 사람으로 정의하였다.

4) 창의성의 정의 :

영재성을 규정짓는 가장 핵심적인 요인으로 뛰어난 창의력을 꼽는다. 창의력은 어떤 것을 자기 나름대로 시도해 보고 독창적이고 융통성 있는 해결 방안을 내놓는데 동원되는 지적 능력이다.

2. 수학영재의 정의, 특성 및 수학 영재 판별 절차
(한국교육개발원, 1996)

1) 수학 영재의 정의

수학 영재는 수학 영역에서 뛰어난 업적을 이루었거나 이룰 것으로 예상되는 사람으로 정규학교 프로그램 이상의 특별한 교육 프로그램과 서비스를 필요로 하는 사람이다. 수학 영재는 수학적 문제를 이해하고 해결하는데 기본적으로 요구하는 수학적 사고능력, 일정시간 동안 끈기 있게 수학문제에 몰두하는 수학적 과제 집착

력, 수학적 문제를 창의적으로 해결하는 수학적 창의성, 수학적 문제를 해결하는데 필요한 수학적 지식과 다른 영역의 지식에 평균 이상의 높은 능력을 지닌다고 주장하고 있다.

2) 수학 영재의 특성

NCTM은 수학 영재들이 가지고 있을 만한 가능한 행동 특성을 일반적 행동 특성, 학습 행동 특성, 창의적 행동 특성, 수학적 행동 특성의 4가지로 나누어 설명하고 있다.

구 분	영재행동의 특성
일반적 행동 특성	1. 조기에 뛰어난 이해력과 풍부한 어휘력을 가지고 독서에 열중함 2. 시, 노래, 이야기 등을 빨리 기억함 3. 기본 기술의 빠른 습득 4. 공간 지각력이 뛰어남 5. 올바르고 공정한 판단력 6. 다른 사람들을 이끌고 조직하는 능력이 뛰어남 7. 뛰어난 통찰력 8. 추상적인 것을 조작하는 능력이 우수함 9. 오랫동안 독립적으로 작업하고 집중하는 능력 10. 자발적으로 계획 실행하는 능력을 소유함 11. 호기심이 많고 활동적인 학습자 12. 어떤 일을 행할 때 새로운 것과 새로운 방법을 즐김 13. 체계화를 잘하고 능률적임
학 습 행동 특성	1. 지적활동을 즐거워 함 2. 예리한 관찰력 3. 추상화, 개념화, 종합화하는 능력 4. 원인과 결과의 관계에 대한 통찰 5. 주어진 문제에 대해 의문을 가지고 정보를 찾으며 다양한 수단을 사용 6. 의문을 많이 가지고 비판적이며 가치를 검토함 7. 기초지식과 회상하는 능력이 뛰어남 8. 중요한 원리를 파악하고 일반화하는 능력이 뛰어남 9. 유사성과 차이점 그리고 예외적인 것에 대한 지각 10. 효과적으로 사고를 전환하는 능력

구 분	영재행동의 특성
창의적 행동 특성	1. 유창한 사고자: 많은 가능성과 결과들을 인식하는 능력 2. 유연한 사고자: 대안적인 접근 방법을 사용하는 능력 3. 조직적 사고자: 관계를 파악하는 능력 4. 정교한 사고자: 새로운 응답을 발견하는 능력 5. 추측과 가설을 잘 세우는 사람 6. 고도의 호기심 7. 풍부한 지적 활동과 상상력 8. 창의력이 풍부함 9. 심미적인 것에 예민함 10. 가끔 판에 박힌 과업에 싫증을 냄 11. 충동적이고 감정적으로 예민함
수학적 행동 특성	1. 수에 대한 조기의 호기심과 이해 2. 수와 공간적 관계에 대한 논리적이고 상징적인 사고 능력 3. 수학적 패턴, 구조, 관계 그리고 연산에 대한 지각과 일반화하는 능력 4. 분석적, 연역적, 귀납적으로 추론하는 능력 5. 수학적 추론을 간략화하고 합리적이고 경제적인 해를 찾는 능력 6. 수학적 활동에서 지적 처리과정의 유연성과 가역성 7. 수학적 기호, 관계, 증명, 풀이방법 등을 기억하는 능력 8. 학습한 것을 새로운 상황에 적용하는 능력 9. 수학적 문제를 풀이하는데 있어서의 활동력과 지속성 10. 수학적 지각력

3) 수학 영재 판별 절차

1차 판별	2차 판별	3차 판별
(1) 교사의 관찰 (2) 지능 지수 (3) 수학 학업 성취도 (4) 10-15% 정도 선발	(1) 수학 창의적 문제 해결력 검사 (2) 수학 행동 특성 검사지 (3) 기타 표준화된 검사 (4) 5% 정도 선발	(1) 고난도의 문제 제공 (2) 특수 교육 프로그램 제공 (3) 특수한 학생은 별도의 전문가 지도를 받게 함
손쉽게 얻을 수 있는 정보나 자료 활용	여러 가지 표준화된 검사나 특별한 실시	프로그램을 실시하면서 판별

3. 창의력 신장을 위한 전략

1) 수학적 창의성의 정의 (현직연수, 1997)

최근에 수학적 영재성 또는 수학적 능력을 구성하는 요인으로 새롭게 강조되고 있는 것은 수학적 창의성이다. 수학적 창의성에 대한 정의는 학자마다 약간씩 다르다. Romey(1970)는 새로운 방식으로 수학적 아이디어, 사물, 기법, 접근 방법을 결합하는 능력으로, Laycock(1970)은 주어진 문제를 다양한 방식으로 분석하고, 형태를 관찰하고, 유사성과 차이점을 파악하여, 배운 것을 다른 상황에 적용하는 능력으로 정의했다. Fouche(1993)은 수학적 창의력을 동일한 문제에 대하여 다양한 해결책을 고안하는 융통성과 문제요소들을 새로운 방식으로 결합하는 독창성을 포함하는 능력으로 정의했다.

2) 수학 영재교육에 있어서의 창의력 신장을 위한 전략 (윤용석, 1997)

첫째, 창의적 사고는 학생들이 문제를 해결하는 과정에서 틀리더라도 괜찮다는 생각을 갖고 참신하고 특이한 생각을 실행해 볼 수 있도록 해야한다. 수업중 교사는 생각할 여유를 주어야하며, 특이하고 색다른 아이디어를 다함께 생각해보면서 그 나름대로의 의미와 문제점들을 토의해 보는 것도 좋을 것이다. 또한 문제의 가정을 다시 생각해보고, 기존의 방식에서 어떤 부분을 빼거나 뒤바꾸어 봄으로써 새로운 아이디어를 도출 할 수 있도록 수업을 진행해야한다.

둘째, 창의성 신장을 돕는 발문 기법을 투입해야한다.

- 학습과제를 분석하여 치밀한 발문 계획을 세워야 한다. 발문의 시기, 발문 내용, 예상되는 학생들의 반응, 피이드백 방법 등을 준비해야한다.
- 명백한 답을 요구하거나, 학생들 전체가 일제히 응답하는 발문, 교사가 미리 만든 정답을 가려놓고 학생들에게 답하도록 하는 발문 등은 창의적 사고 활동에 도움을 주지 못하므로 삼가야 한다.
- 아이디어를 자극하는 확산적인 발문, 즉, 높은 인지적 수준의 발문으로 사고 과정을 통한 개인의 의견이나, 아이디어를 요구하며 정보의 양이 광범위하고, 교사가 예측할 수 없는 다양한 반응을 요구하는 정답이 정해져 있지 않은 발문을 해야한다.

셋째, 학생들의 발표에 대하여 교사는 적절한 피이드백을 해 주어야 한다. 그러나, 부정적인 평가를 삼가야 한다. 가령, "틀렸다. 나쁘다. 형편없다. 그렇지 않다." 등

4. 아이디어를 자극하는 수학적 발문의 예

다음은 Alex F. Osborn이 제시한 아이디어를 자극하는 질문 목록(한국교육개발원,1996)을 수학적 발문에 적합하게 변형 해본 것이다.

1) 가능한 다른 용도는?

- 새로운 용도에는 어떤 것이 있는가?
- 개선하면 어떤 용도로 쓸 수 있는가?

2) 적응시키면?

- 이와 유사한 것들은?
- 이것으로부터 다른 아이디어들이 떠오르는가?

3) 수정하면?

- 의미, 형식, 모양을 바꾸면?

4) 축소하면?

- 주어진 조건들을 빼면 어떻게 될까?

5) 대체하면?

- 다른 무엇으로 바꾸어 쓸 수 없을까?
- 주어진 조건들을 대체하면?

6) 확장시키면?

- 주어진 결과로부터 새로운 의미를 찾을 수는 없을까?

7) 거꾸로 하면?

- 조건과 결론을 바꿔도 참인 결과를 얻을 수 있겠는가?
- 주어진 결과를 만족하는 다른 조건들은 없는가?

8) 결합시키면?

- 다른 정리들과 결합시키거나, 적절하게 변형 할 수 없을까?

Ⅲ. 종이 접기 이용한 분수 연산지도의 한 방법

분수는 실생활 상황과 문제를 이해하고 다루는 능력을 크게 증진시키며, 지적 발달에 필요한 정신 구조를 발달시키고, 확장시킬 수 있는 풍부한 장을 제공하고 이후에 접하게 될 기본적인 대수 연산의 바탕이 되는 중요한 개념이다. 그러나 여러 선행 연구에서 나타나듯이 아동들은 분수개념을 이해하고 응용하는데 어려움을 겪고 있을 뿐만 아니라, 단순한 분수 계산에서도 낮은 성취도를 보이고 있다. 그 동안 학교 교육은 아동들의 분수에 대한 개념적 이해보다는 절차적인 기능이나 계산적 알고리즘을 중요시하고 강조해 왔다. Hilbert와 Behr은 지금까지의 분수수업을 비판하면서 기호를 지향하기보다는 의미를 지향해야 하며, 아동들이 본질적인 개념적, 절차적 지식을 얻을 수 있도록 구조화된 학습 경험을 제공하고, 완성된 지식을 전달하기보다는 학생들 스스로가 지식을 구성해야 한다고 한다.(김옥경 외 2인, 1995)

교과서의 분수 단원을 분석해보면 다음과 같다.

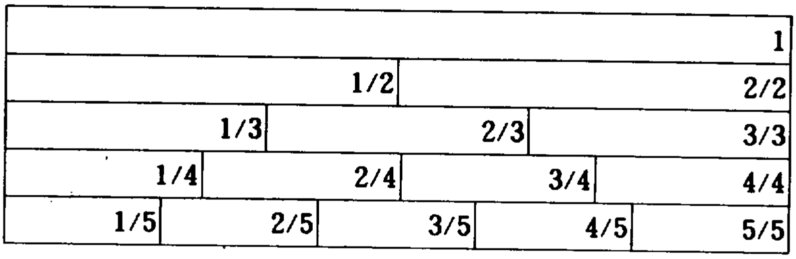
학년-학기	수 영역	연산 영역
2-2	분수도입	
3-1	진분수 분모가 같은 진분수의 대소 비교	분모가 같은 진분수의 덧셈 분모가 같은 진분수의 뺄셈
4-1	진분수 분모가 같은 진분수의 대소 비교 가분수, 대분수 동치분수	

학년-학기	수 영역	연산 영역
4-2		분모가 같은 진분수의 덧셈 분모가 같은 진분수의 뺄셈 분모가 같은 가(대)분수의 덧셈 분모가 같은 가(대)분수의 뺄셈
5-1	약분, 통분 분모가 다른 분수의 대소 비교	분모가 다른 진분수의 덧셈 분모가 다른 진분수의 뺄셈 분모가 다른 가(대)분수의 덧셈 분모가 다른 가(대)분수의 뺄셈 분수의 곱셈
5-2		분수의 나눗셈
6-1		나눗셈 혼합계산

분수의 덧셈, 뺄셈 문제에서 가장 흔한 오류는 분자끼리, 분모끼리 더하거나 빼는 것이었고, 곱셈, 나눗셈과 관련된 보편적인 오류는 두 가지가 있는데, 하나는 '곱하면 더 커진다'는 것과 다른 하나는 '나누면 더 작아진다'는 것을 들고 있다. 이것은 아동들이 자연수를 곱할 때 그 결과는 곱하는 수보다 더 커지게 될 것이라고 생각하는 것과 아동들이 자연수를 나눌 때, 몫이 피제수보다 더 작게 되리라고 예측하는 것을 의미한다고 설명하고 있다. 예를 들면 $8 \div 1/2$의 답을 16이 아니라 4라고 한다. 아동들은 나누면 더 작아야 한다고 생각하기 때문이다. (김옥경 외 2인,1995)

1) 진분수와 진분수의 대소 비교의 지도 :

크기가 같은 종이를 여러장 준비하여 분할되는 종이의 크기가 동일하게 한번, 두 번, 세 번 등으로 접음으로서 분자가 1인 진분수나, 분자가 1이 아닌 분수의 크기를 쉽게 판별할 수 있다. 아래의 그림 모형은 강완 외 18인(1999)이 번역한 초등 수학 학습 지도의 이해, 551쪽에 있는 모형을 인용한 것이다.



〈그림1〉 분수 띠로 만든 그림 모형

2) 동치분수의 지도 :

종이 한 장을 3등분하여 2/3의 모형을 만들고, 다른 방향으로 다시 반으로 접어서, 4/6의 크기와 같다는 것을 지도할 수 있다. 또한 각각 다른 종이를 3등분하여 2/3의 모형을 만들고, 다른 방향으로 3등분, 4등분, 5등분되게 접음으로서, 아래의 등식이 자연스럽게 성립함을 지도할 수 있을 것이다.

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times2}{3\times2}=\frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times2}{3\times2}=\frac{2\times3}{3\times3}=\frac{2\times4}{3\times4}=\frac{2\times5}{3\times5}=\cdots$$

3) 분모가 같은 두 개의 진분수의 덧셈과 뺄셈의 지도 :

두 개의 진분수의 덧셈과 뺄셈이므로, 한 장의 종이로도 지도가 가능하지만, 크기가 같은 두장의 종이로, 종이 접기 이용하여 주어진 진분수만큼의 양을 색칠하게 하여, 두 종이중 하나의 종이에서 칠해진 만큼의 양을 잘라 다른 종이에 붙이거나, 다른 종이에 칠해진 양 중 적은 양만큼을 잘라냄으로서 주어진 두 분수의 덧셈과 뺄셈 계산 지도가 가능하고, 동시에 이들 사이의 관계를 발전시킴으로서, 분모가 같은 두 개의 진분수의 덧셈과 뺄셈 지도가 용이할 수 있을 것이다.

4) 분모가 같은 가분수, 대분수의 덧셈과 뺄셈의 지도 :

분수의 정의(definition)인 등 분할의 개념을 이해하고 있으면, 분모가 같은 두 개의 진분수의 덧셈과 뺄셈에서 행해졌던 방법을 이용함으로서 두 분수의 덧셈과 뺄셈 계산 지도가 가능하다.

5) 분모가 다른 분수의 대소 비교의 지도 :

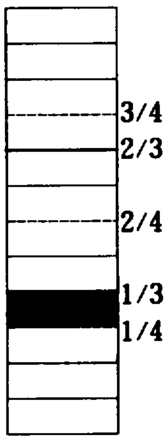
분수의 정의(definition)인 등 분할의 개념을 이해하고 있으면, 아동 스스로 종이 접기 통하여 분모가 다른 분수의 크기 판별이 가능할 것이다.

6) 5학년에 도입되는 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈, 분수의 곱셈과 나눗셈도 종이 접기 상황을 도입함으로써 분수 연산에서 발생하는 오류를 막을 수 있다.

(1) 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈의 지도 :

한 장의 종이를 사용하는 종이 접기 상황을 도입함으로서, 분모의 통분이나 최소공배수의 개념을 도입하지 않고서도, 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈의 지도가 가능하다.

예를 들어 1/3 + 1/4를 구하는 경우와 3/4 - 2/3을 구하는 경우의 지도 방법을 살펴보면 아래와 같다.



〈그림2〉 1/3 + 1/4 의 계산

1단계: 한 장의 종이로 3등분한 후, 4등분한다.

2단계: 1/3과 1/4로 생기는 작은 색칠한 부분을 기준으로 다시 등분할 한다.

3단계: 1/3과 (1/4과 2/4 사이) 부분 중 겹쳐지는 부분(색칠한 부분)을 2/4의 윗부분에 갖다 놓음으로서, 1/3 + 1/4 = 7/12 임을 이해하게 한다.

심화단계: 1/3 + 1/4 = 7/12에서 분수 7/12의 12가 주어진 두 분수의 분모와 어떤 관계가 있는지 발문함으로서, 자연스럽게 분수의 통분과 최소공배수의 개념과 일치시킬 수 있으나 속진의 개념이 아닌 심화의 개념임을 감안한다면 이 단계에는 반드시 지도할 이유가 없을 것으로 사료된다.

〈그림3〉 3/4 - 2/3 의 계산

1단계: 한 장의 종이로 3등분한 후, 4등분한다.

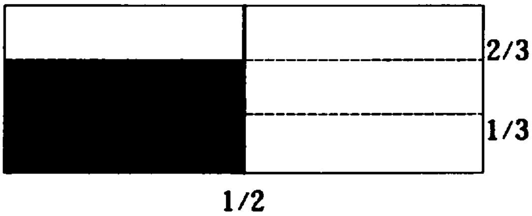
2단계: 1/3과 1/4로 생기는 작은 색칠한 부분을 기준으로 다시 등분할 한다.

3단계: 3/4에서 2/3을 빼면 1/12가 됨을 이해하게 한다.

위의 문제에서와 같이 두 분수의 분모가 서로 소 일 때는 1/3을 가로방향으로, 1/4를 세로방향으로 접는다면 분수의 덧셈이나 뺄셈 문제는 아주 쉽게 해결되지만, 두 분수의 분모가 서로 소가 아닐 때에는 가로, 세로 방향으로 접는다면 약분의 개념을 알아야 문제해결이 가능하다. 약분의 개념은 5학년 1학기 과정에 나타나므로 초등학교 중학년 학생을 대상으로 한 교육에는 적용이 곤란할 것으로 사료된다.

(2) 분모가 다른 분수의 곱셈의 지도: 분모가 다른 분수의 곱셈에서는 분수의 정의(definition)를 바탕으로, 동일한 크기의 종이를 사용한 접기 상황을 도입하여, 서로 다른 두 분수의 등분할 량으로 생기는, 부분 중 서로 교차하는 영역이 곱

셈이라는 것을 발문을 통하여 유도함으로써, 아동 스스로 자주적인 학습이 가능하다. 예를 들면, 1/2 × 2/3을 계산하려고 할 때,

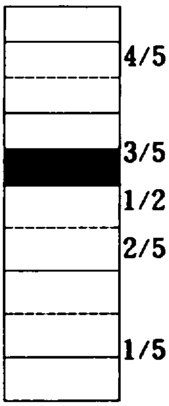


〈그림4〉 1/2 × 2/3 의 계산

(3) 6학년 1학기 과정에 나타나는 분모가 다른 분수의 나눗셈의 지도:

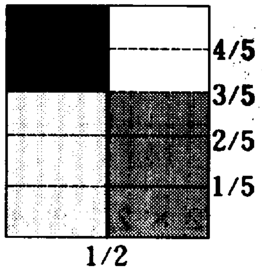
(가) (분수)÷(자연수) : 젯수가 자연수 일 경우에는 분수의 정의(definition)를 완전히 이해하고 있는 아동들이라면, 종이를 사용한 접기 상황을 도입함으로서, 아동 스스로 자주적인 학습이 가능하다. 예를 들면, 1/3 ÷2인 경우는 1/3을 2등분함으로서, 전체의 1/6이 됨을 이해할 수 있다.

(나) (분수) ÷ (분수) : 분모가 다른 분수의 나눗셈, 가령 1/2 ÷ 3/5인 경우에는 분수의 정의와 동일한 크기의 종이를 사용한 접기 상황을 도입하여, 서로 다른 두 분수 1/2와 1/5의 접기 상황에서 새롭게 생기는 색칠된 부분의 영역을 기준으로 해서 다시 등분할을 시행하면 주어진 종이는 10등분이 되고, 1/2은 5개 부분, 3/5는 6개 부분이 되므로 1/2는 3/5의 5/6임을 이해할 수 있다.



〈그림 5〉 1/2 ÷ 3/5 의 계산

또는 가로와 세로 방향으로 각각 2등분, 5등분을 하더라도 전체에 대한 부분의 개념을 사용하면 쉽게 지도가 가능하다.1/2가 10등분 중에서 5개, 3/5가 10등분 중에서 6개이므로, 1/2 ÷ 3/5은 5/6임을 알 수 있다.



〈그림 6〉 1/2 ÷ 3/5 의 계산

위의 (가)와 (나)에 해당하는 내용은 6학년1학기과정의 내용으로 현행교과서에서는 $1/2 \div 3/5 = 1/2 \times 5/3 = 5/6$으로 공식화하여 설명하고 있지만, 종이 접기 상황을 도입함으로서 분수의 정의를 확실하게 알고 있으면, 초등영재아들을 대상으로 투입해볼 수도 있을 것이다.

Ⅳ. 결 론

속진 보다는 심화를 통하여 수학적 힘을 기르는 것을 바탕으로 하여 수학문제해결에 그치지 않고 수학을 만들어 내는 수학적 힘을 강조하는 수학과 과학영재교육과정에서도 아동들의 능동적, 적극적 학습활동 참여는 물론, 탐구 학습의 실현 가능성과 함께 수학 학습 동기 부여 및 수업에 대한 흥미를 강조하고 있다. 초등 영재아들의 교육은 다양한 창의성 개발 교육과도 밀접한 관련이 있으므로 초등학교 3, 4학년 학생들에게는 다소 힘들지 모르겠으나, 수학적인 정의만을 이용해서도 문제해결이 가능한 종이 접기 활동은 초등학교 중학년 영재아들을 대상으로 분수 연산을 지도함에 있어서 좋은 소재가 될 수 있을 것으로 사료된다. 그러나 이 자료들을 초등 영재아 교육에 바로 투입하기까지는 앞으로 더 많은 연구가 선행되어야 할 것이다.

◈ 참 고 문 헌 ◈

1. 강완 외18인 공저(1999). 초등수학 학습 지도의 이해, 양서원.
2. 김영식, 박영배(1996). 수학 교수·학습의 구성주의적 전개에 관한 연구, 대한수학교육학회 논문집 제6권 1호.
3. 김옥경, 권성룡, 류희찬(1995). 현행 분수 교육의 문제점과 개선책, 대한수학교육학회 논문집 제5권 2호.
4. 박경미(1995). 수학교육에 있어서의 구성주의, 대한수학교육학회 논문집 제5권 1호.
5. 백석윤(1996). 종이 접기를 통한 초등기하 학습 지도 방법의 탐색, 대한수학교육학회 논문집 제6권 1호.
6. 윤용석(1997). 창의력 신장을 위한 자기 주도적 학습 능력 신장, 경기교육 137호, 26-29.
7. 한국교육개발원(1996). 수학영재판별도구 개발연구(I).
8. 한국교육개발원(1999). 수학과 영재교육 과정 시안.
9. 현직연수(1997). 창의성 교육의 실제, 경기교육 137호, 92-105.