

## 프리스트레스트 콘크리트 거더의 신뢰성 해석

김 상 진

제주대학교 해양과학부

### Reliability Analysis of Prestressed Concrete Girders

Sang-Jin Kim

*School of Ocean Science, Cheju National University, Jeju-Do. 690-756, Korea*

Serviceability design criteria for prestressed concrete composite girders are evaluated using the reliability analysis procedure. The reliability analysis evaluation is applied to AASHTO type girders that are designed according to the AASHTO LRFD Bridge Design Specification. Span lengths of 12 to 30 m are investigated in the analysis. Girder spacings of 1.2 to 3.0 m are examined for each considered span length. The serviceability limit states considered in prestressed concrete bridge girders include allowable tension, allowable compression and flexural cracking. The reliability analysis was performed using the Rackwitz-Fiessler algorithm. It has been found that reliability indices vary considerably depending on span length and girder spacing. Sensitivity analysis is also performed to investigate the effects of statistical variables. The sensitivity analysis shows that the reliability of AASHTO type girders is considerably sensitive to the variation of the prestressing steel stress and the area of prestressing steel. However, the girder reliability is not sensitive to the eccentricity of prestressing steel. Furthermore, the increase in live load moment and impact load moment are not so sensitive as the other major parameters.

**Key words** : reliability analysis, prestressed concrete girder, bridge design

### 서론

현재 도로교나 AASHTO 시방서의 경우 극한한계 상태에 대한 내하력 평가는 중요시되고 있으나 사용성 기준은 모호하거나 현실적이지 못하다. 경우에 따라 균열이나 과도한 처짐, 진동과 같은 사용한계상태가 극한한계상태를 지배하기도 한다. 또한, 누적된 손상은 극한 휨강도와 전단강도를 만족하더라도 사용성의 제한을 유발할 수 있으며 심지어 구조물의 붕괴까지도 초래할 수 있다. 대부분의 설계 시방서는 사용한계상태의 복잡한 문제를 간단한 규정으로 다루고 있다. 이런 수식의 일부는 그 본질이 수십 여

년 동안 변함이 없이 남아 있는 것도 있다. 이와 같이 현재 합리적이고 만족할 만한 사용성 설계기준은 거의 없는 실정이며 확률에 기초한 접근법은 극한한계상태에 대한 최적 하중-저항계수의 유도에 관한 것이 대부분이었다. 따라서, 본 연구는 AASHTO LRFD (1998)를 이용하여 단·중지간 교량에 대해 AASHTO형 PSC(Prestressed Concrete) 합성거더를 설계하고 현재 구조물의 신뢰도 산정에 가장 널리 이용되고 있는 Rackwitz-Fiessler방법을 적용하여 PSC 합성거더의 사용성에 대한 시방사항을 평가하고 각 설계 변수의 중요성을 검토하기 위하여 설계 변수에 대한 신뢰성 지수의 민감도 해석을 수행하였다.

### 신뢰성 이론 및 거더의 설계

#### 한계상태함수

일반적으로, 한계상태함수는 식 (1)과 같이 저항을 대표하는  $R$  과 하중을 대표하는  $Q$  의 차이로서 이 상화 할 수 있다. 즉,

$$G = g(R, Q) = R - Q \quad (1)$$

$> 0$  안전  
 $= 0$  한계상태  
 $< 0$  파괴

한계상태는 안전과 파괴의 경계를 나타내며 하중이 저항을 초과하였을 경우 구조물은 파괴에 이른다. 본 연구에서는 PSC 거더의 사용성에 대한 신뢰성 해석을 수행하므로 여러 한계상태중에서 사용성 한계상태를 사용하였다.

사용성한계상태는 구조물의 허용응력, 균열 및 처짐 등과 관련된 한계상태이다. 구조물이 사용성한계상태를 초과하였을 경우 즉각적인 파괴가 발생하지는 않지만 거동에 상당한 문제가 야기될 수 있다. 또한, 구조물이 의도된 설계강도를 발휘하더라도 사용한계상태를 초과하게 되면 구조물은 더 이상 본래의 기능을 수행하지 못하거나 제한되게 된다. 더욱이, 과도한 처짐이나 균열 등은 미관상 사용자에게 불안감을 초래할 수도 있다.

#### Rackwitz-Fiessler 방법

확률변수가 정규분포를 이루지 않고 대수정규분포, Gamma 분포, Extreme Value Type I 등의 비정규분포를 보이거나, 한계상태함수가 비선형일 경우, 신뢰성 지수는 Rackwitz-Fiessler 방법 (1978)을 통하여 상당히 정확하게 계산할 수 있다. 그러나, 이 방법은 한계상태 함수내의 모든 변수의 분포를 알아야만 사용 가능하다.

Rackwitz-Fiessler 방법의 가장 기본적인 원리는 비정규분포를 등가의 정규분포로 변환시키는 것이다. 한계상태함수  $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 가 비선형일 경우, 평균을 초기 설계점으로 가정한 후 ( $X_i^* = \bar{X}_i$ ), 식 (2)와 같이 Taylor급수를 사용하여 비선형 한계상태함수를 설계점에 대하여 선형화 시킨다.

$$g(\bar{X}_1', \dots, \bar{X}_n') \cong g(X_1^*, \dots, X_n^*) + \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} (\bar{X}_i' - X_i^*) \quad (2)$$

따라서, 신뢰성 지수  $\beta$ 는 식 (3)으로 표현할 수 있다.

$$\beta = \frac{g(\bar{X}_1', \bar{X}_2', \dots, \bar{X}_n')}{\sigma_g'} \quad (3)$$

식 (3)중  $\sigma_g'$ 는 식 (4)로 정식화되며 식 (5)을 이용하여 새로운 설계점  $X_i^*$ 를 추정한다.

$$\sigma_g' = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \sigma_i' \right)^2} \quad (4)$$

$$X_i^* = \bar{X}_i - \frac{\left( \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \right) \beta \sigma_i'^2}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \left. \frac{\partial g}{\partial X_i} \right|_{X_i^*} \sigma_i' \right)^2}} \quad (5)$$

위의 과정을  $X_{old}^* = X_{new}^*$  일 때까지 반복한다.

#### 합성거더의 설계

AASHTO LRFD (1998)를 이용하여 단순 지간에 대하여 AASHTO형 합성거더를 설계하였다. 설계 시 거더 간격은 1.2m~3.0m을 고려하였다. 동일 단면에 대한 지간 길이의 영향을 살펴보기 위하여 AASHTO형 III 단면을 12m와 18m에 적용하였으며 그밖에 지간 길이에 따라 각각 AASHTO IV(24m), AASHTO V (30m)을 고려하였다. 모든 교량은 최소한 2차선이며 거더와 슬래브는 합성형으로서 일체로 거동한다. 슬래브의 두께는 거더 간격이 증가할수록 177mm~216mm로 각각 13mm씩 증가시켰다. Fig. 1은 AASHTO형 거더를 나타낸 것이다.

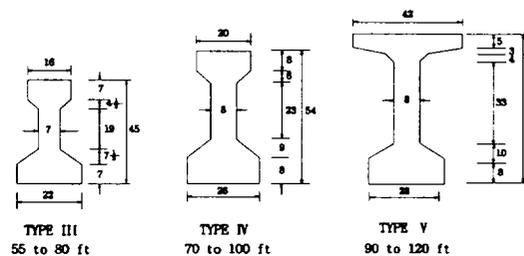


Fig. 1. Standard AASHTO I-type girder.

본 연구에서 채택한 프리스트레스트 콘크리트 합성 거더의 세부적인 설계 조건은 Table 1과 같다.

Table 1. Design of prestressed concrete girder

material	design variable	used value
low-relaxation strand (Grade 270)	area ( $A_{ps}$ )	98.71 mm <sup>2</sup>
	tensile strength ( $f_{pu}$ )	1860 MPa
	initial tensile stress ( $f_{pi}$ )	1200 MPa
	effective tensile stress ( $f_{pe}$ )	993 MPa
concrete	compressive strength $f'_c$ (girder)	40 MPa
	compressive strength $f'_c$ (slab)	30 MPa
	initial compressive strength $f'_{ci}$ (girder)	32 MPa
	tensile strength ( $f_r$ )	3.98 MPa
	elasticity ratio ( $n_c$ )	0.866
	unit-weight ( $\gamma_c$ )	23.6 kN/m <sup>3</sup>
asphalt	load/unit area	1.3 kN/m <sup>2</sup>

### PSC 합성거더의 하중과 저항모델

사용한계상태의 신뢰성 해석을 위해서는 한계상태 함수 내의 하중과 저항에 관계된 기본 변수들의 확률 분포와 통계치가 필요하게 된다. 변수의 평균과 변동 계수는 기존의 통계자료로부터 계산하였다.

#### 저항 모델

저항모델의 개발에 필요한 변수들의 통계자료는 기존의 연구 자료(Al-Harthy, 1992; Hassan, 1995; Mirza and MacGregor, 1979; Mirza et al. 1979, 1980; Siriaksorn, 1980)를 토대로 Table 2 - Table 4와 같이 선별하여 사용하였다.

#### 사하중의 변화

사하중의 불확실량은 재료 밀도의 변화율과 강재 또는 콘크리트 부재 단면의 변화율을 비교함으로써 비

Table 2. Statistics for cross-section

variable	mean (in)	stand. dev.	dist'n
flange width, $b$	$b_n + 5/32$	1/4	all normal
web thickness, $b_w$	$b_{wn}$	3/16	
total depth $h$	$h_n$	1/4	
flange thickness, $h_f$	$h_{fn}$	5/32	
effective depth, $d_p$	$d_{pn} + 1/8$	11/32	
slab thickness, $t_s$	$t_{sn} + 0.05$	0.3	

Table 3. Statistics for prestressing strands

variable	mean (ksi)	COV*	dist's
tensile stress of steel			
initial, $f_{pi}$	189	0.015	normal
final, $f_{pe}$	162.5	0.04	normal
area of 1/2-diameter strand $A_{ps}$	0.1548	0.0125	normal

\*COV: Coefficient of variation

Table 4. Statistics for Concrete

variable	mean (psi)	COV*	dist'n
compressive strength $f'_c$	5150	0.18	normal
tensile strength $f_r$	595	0.15	normal
allowable initial tensile stress $\sigma_n$	214	0.18	normal
allowable initial compressive stress $\sigma_{ci}$	2960	0.15	normal
allowable final compressive stress $\sigma_{cs}$	2725	0.15	normal
allowable final tensile stress $\sigma_{ts}$	476	0.18	normal

\*COV: Coefficient of variation

교적 정확히 추정할 수 있으므로 활하중에 비하여 낮은 변동계수를 가진다. 또한, 실용적인 간편식을 통해서 구한 결과와 실제 실험에 의한 데이터를 쉽게 비교할 수 있으므로 오차량을 최소화 할 수 있다.

Nowak과 Zhou (1985)가 제안한 사하중 모델의 통계치와 확률분포를 살펴보면 Table 5와 같다.

Table 5. Statistics for dead load components

	component	bias factor	COV*	dist'n
D <sub>1</sub>	factory-made	1.03	0.08	normal
D <sub>2</sub>	cast-in-place	1.05	0.10	normal
D <sub>3</sub>	asphalt surface	1.00	0.25	normal
D <sub>4</sub>	others	1.03 ~ 1.05	0.08 ~ 0.10	normal

\*COV: Coefficient of variation

활하중의 변화

활하중은 교량을 주행하는 차량에 의해 유발되는 모든 힘을 포함한다. 본 연구에서는 Nowak (1993)이 제시한 활하중 모델을 사용하였다. Table 6은 단순 지간의 경우, 지간 길이에 따른 AASHTO LRFD의 활하중 모멘트와 평균 최대 75년 모멘트를 계산한 결과이다.

평균 최대 75년 모멘트 M (75)에 대한 변동계수는 누적분포함수를 변환하여 구할 수 있다. 지간 길이가 9 m이상일 경우 M (75)의 변동계수는 0.11로 균일한 분포를 나타낸다.

Table 6. Simple span moment

span (m)	M(LRFD) (kN-m)	M(75) (kN-m)	span (m)	M(LRFD) (kN-m)	M(75) (kN-m)
9	538	728	34	3620	4735
12	784	1062	37	4112	5311
15	1120	1490	40	4627	5875
18	1482	1958	43	5164	6386
21	1866	2446	46	5722	7030
24	2271	2986	49	6302	7805
27	2698	3536	52	6904	8573
30	3148	4133	55	7528	9363

충격하중의 변화

본 연구는 Hwang과 Nowak (1991)이 제시한 충격하중 모델을 사용하였다. Hwang과 Nowak의 충격하중 모델은 실험결과와 시뮬레이션을 토대로 구성되었으며 충격하중 (I)은 활하중에 추가된 정적하중효과

로 고려하였다.

충격하중 모델은 3개의 주요변수(지간길이, 노면의 거칠기, 차량진동)의 영향을 고려하여 구성되었다. Table 7은 충격하중에 대한 통계자료를 나타낸 것이다.

Table 7. Statistics for impact load

loading truck	mean	COV*
single	0.15 $\bar{L}$	0.8
side-by-side	0.1 $\bar{L}$	0.8

\*COV: Coefficient of variation

PSC 합성거더의 신뢰성 해석

개 요

AASHTO LRFD에 의해 설계된 AASHTO형 합성 거더 III (12 m, 18 m), IV (24 m), V (30 m)에 대하여 신뢰성 해석을 수행하였다. 신뢰성 지수를 산정하기 위하여 Rackwitz-Fiessler 방법을 사용하였다.

거더 간격에 의한 영향을 고려하기 위하여 거더 간격을 1.2 m ~ 3.0 m으로 변화시켰다. 거더에 실제 발생하는 응력과 균열 모멘트를 계산하기 위하여 거더의 편심, 비합성 단면계수, 합성 단면계수, 거더 단면적, 상해거리, 하해거리, 긴장재의 단면적, 긴장재의 초기 인장응력, 긴장재의 유효 인장응력, 콘크리트의 휨 인장강도, 허용응력, 사하중 모멘트, 활하중 및 충격하중 모멘트를 확률변수로 두었으며 지간 길이와 거더 간격은 상수로 두었다. 균열 한계상태의 경우 전 사용하중으로 인한 휨 모멘트의 분포는 중간값 정리에 의하여 정규분포로 보았으며 하나의 변수로 고려하였다.

허용응력 한계상태

본 연구에서는 AASHTO LRFD에서 제시하는 허용응력과 하중 재하 단계에 따른 거더 상연과 하연의 휨응력으로 한계상태함수를 형성하였으며 합성 거더의 응력 모델과 실제 응력과의 가변적 차이를 고려하기 위하여 Al-Harthy (1992)가 제안한 모델계수  $\alpha$ 를 사용하였다.  $\alpha$ 의 평균은 0.945, 변동계수는 0.03이

며 정규분포를 가진다.

합성거더의 휨응력은 크게 긴장력 도입 직후의 초기와 사용하중 작용 시의 최종으로 나눌 수 있다. 실제로, 초기상태의 거더 상연은 거더 자중과 긴장력의 정도에 따라 인장응력 뿐만 아니라 압축응력도 발생할 수 있다. 또한, 최종상태의 거더 하연은 전 사용하중과 긴장력의 정도에 따라 인장응력과 압축응력이 함께 나타날 수 있다.

PSC 합성거더의 상연과 하연의 응력에 대하여 신뢰성 해석을 수행한 결과 신뢰성 지수는 Fig. 2 - Fig. 5와 같다.

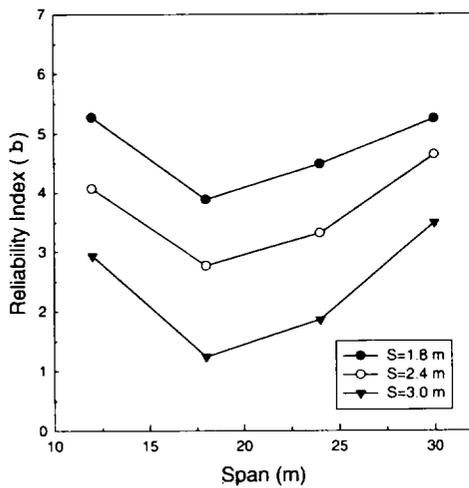


Fig. 2. Initial tensile stress of upper-fiber.

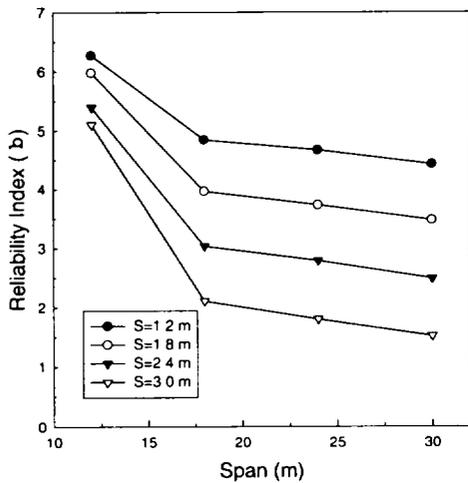


Fig. 3. Initial compressive stress of lower-fiber.

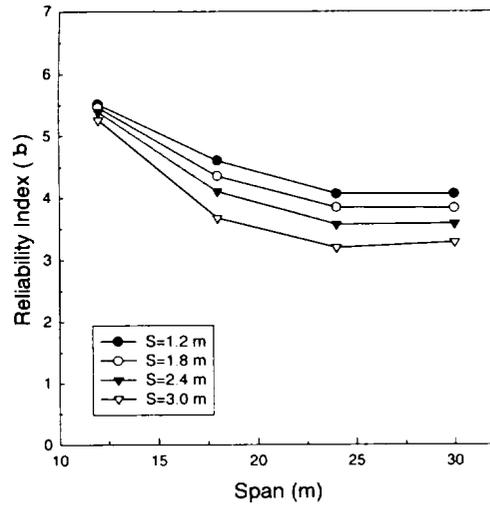


Fig. 4. Final compressive stress of upper-fiber.

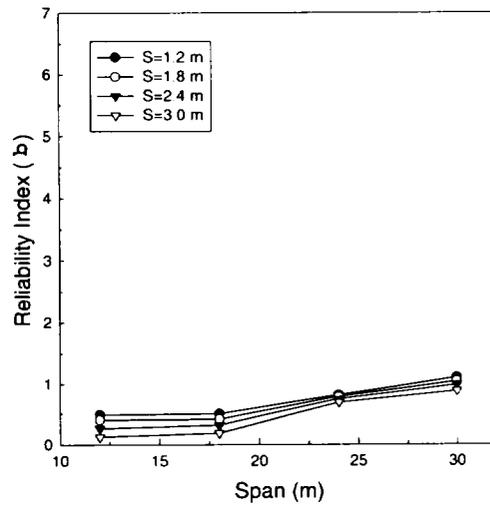


Fig. 5. Final tensile stress of lower-fiber.

균열 한계상태

거더 하연의 균열 모멘트에 관한 한계상태함수는 식 (6)과 같이 형성할 수 있다. 활하중 및 충격하중에 의한 모멘트 산정 시 차량은 한 차선 재하를 원칙으로 한다.

$$g_{cr} = M_{cr} - (D + L + I) = M_{cr} - Q \quad (6)$$

지간 길이와 거더 간격의 영향을 고려하여 PSC 합성거더의 균열 모멘트에 관한 신뢰성 지수를 구하면

Fig. 6과 같다.

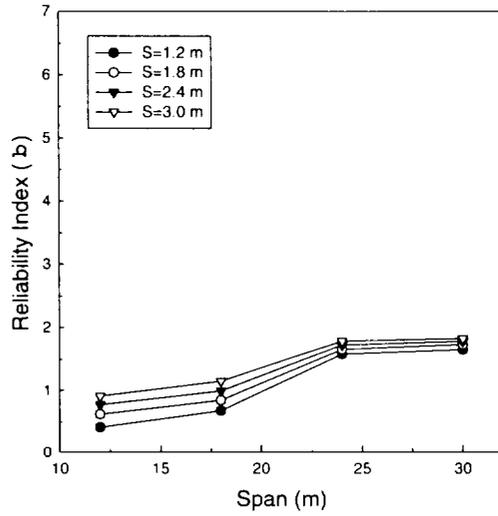


Fig. 6. Flexural cracking moment.

합성거더의 민감도 해석

여러 지간의 거더 단면에 대하여 민감도 해석을 수행하였다. 민감도 해석의 중요 목적은 변수의 변화에 따른 민감도를 측정하고 신뢰성 지수에 미치는 영향을 분석하는데 있다. 이러한 변화는 시공상의 오차와 제작 오차 그리고 인간의 판단착오 등에 의해 유발되는 거더의 결함에 초점을 맞춘다. 민감도 해석은 AASHTO형 거더의 초기 및 최종 휨응력 한계상태와 균열한계상태를 중심으로 수행하여 그 결과를 Fig. 7 - Fig. 11에 그래프로 나타내었다. 그래프의 기호에 대한 설명은 다음과 같다.

- $A_{ps}$  : PS강재의 단면적
- $e_0$  : 거더의 도심축으로부터 측정된 PS강재의 편심 거리
- $f_{pi}$  : PS강재의 초기 인장응력
- $f_{pe}$  : PS강재의 유효 인장응력
- $M_{GP}$  : 거더의 자중으로 인한 휨모멘트
- $M_{L+I}$  : 활하중 및 충격하중에 의한 휨모멘트
- $M_{SD}$  : 추가 사하중에 의한 휨모멘트
- $M_S$  : 슬래브 하중에 의한 휨모멘트
- $\bar{\sigma}_c$  : 프리스트레스 도입 직후의 허용 휨압축 응력

- $\bar{\sigma}_{cs}$  : 프리스트레스의 모든 감소 후 사용하중 하에서의 허용 휨압축 응력
- $\bar{\sigma}_n$  : 프리스트레스 도입 직후의 허용 휨인장 응력

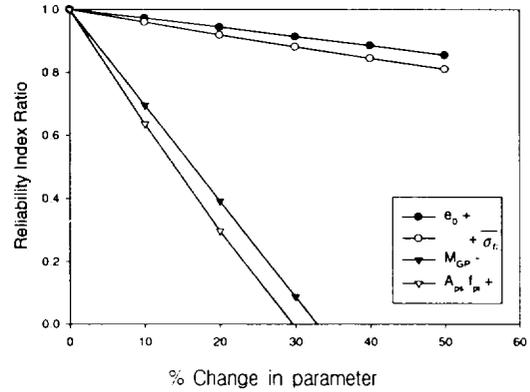


Fig. 7. Sensitivity analysis for initial tensile stress.

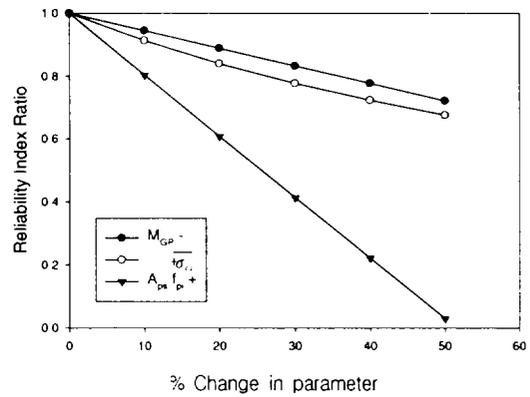


Fig. 8. Sensitivity analysis for initial compressive stress.

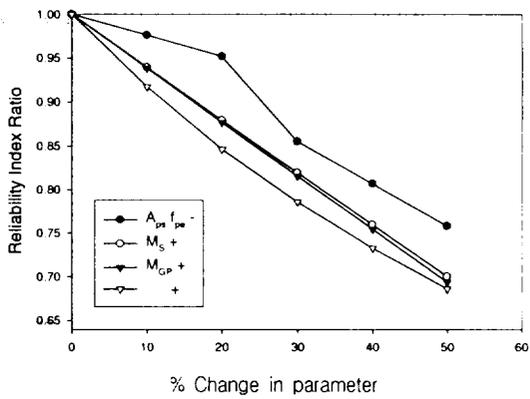


Fig. 9. Sensitivity analysis for final compressive stress.

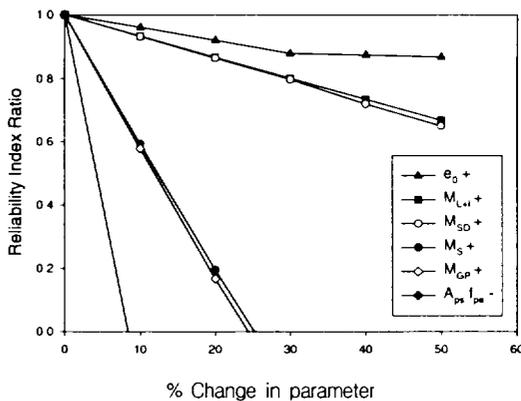


Fig. 10. Sensitivity analysis for final tensile stress.

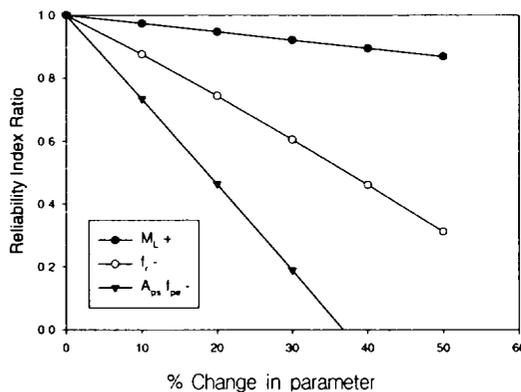


Fig. 11. Sensitivity analysis for flexural cracking moment.

### 결론

본 연구는 PSC 합성거더 교량에 대한 AASHTO LRFD의 사용성 설계 기준을 평가하기 위하여 신뢰성 이론을 도입하였다. 교량의 거더로는 AASHTO형 I 거더를 사용하였다. 사용한계상태는 초기 및 최종 휨응력과 균열 모멘트를 고려하였다. 본 연구에서 얻은 결론은 다음과 같다.

1. AASHTO LRFD로 설계했을 경우, 교량은 시간 길이와 거더 간격의 변화에 대하여 비균일한 안전성을 나타내었다. 따라서, 사용한계상태에 관한 균일한 신뢰도 분포를 확보하기 위하여 시방서의 보정이 필요하다.
2. 사용한계상태 중에서 최종 인장 한계상태의 신뢰

도가 가장 낮으므로 이것이 설계를 지배한다. 이것은 설계 강재량을 임계값을 사용하였고, 허용응력과 안전여유가 다른 한계상태의 경우보다 상대적으로 부족하기 때문이다.

3. 전반적으로, 거더 구조물의 사용성은 강재의 인장응력과 강재의 단면적의 변화에 상당히 민감하였다. 그러나, 거더 단면에 관한 변수들의 변화는 신뢰도에 거의 영향을 미치지 못하였다. 특히, 시공상에 오차가 발생할 확률이 큰 편심 거리는 AASHTO LRFD로 설계했을 경우 신뢰성 지수에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 조사되었다.
4. 휨인장 한계상태의 경우, 거더 자중에 의한 모멘트의 변화는 사용성에 상당한 영향을 미쳤다. 그러나, 설계 변수 중에서 가장 변화율이 큰 활하중과 충격하중은 신뢰도에 상대적으로 작은 영향을 미쳤다.
5. 균열 한계상태의 경우, 합성거더는 PS강재의 단면적과 유효 인장응력의 감소에 상당히 민감하였으며 콘크리트 인장강도의 감소에도 민감한 것으로 나타났다.

### 참고문헌

Al-Harthy, A.S. 1992. Reliability Analysis and Concrete Structures. PhD thesis. University of Colorado at Boulder, Department of Civil Engineering. 147 pp.

AASHTO LRFD. 1998. AASHTO LRFD Bridge Design Specifications. 2nd Ed. American Association of State Highway and Transportation Officials. Washington, D.C. 770 pp.

El-Hor, Hassan. 1995. Serviceability Criteria in Prestressed Concrete Bridge Girders. PhD. dissertation. Department of Civil and Environmental Engineering. University of Michigan. Ann Arbor, Michigan. 157 pp.

Hwang, E-S. and A.S. Nowak. 1991. Simulation of Dynamic Load for Bridges. J. of Struct. Eng., ASCE. 117(5): 1413-1434.

Mirza, S.A. and J.G. MacGregor. 1979. Variations in Dimensions of Reinforced Concrete Members. J. of Struct. Div., ASCE. 105(4): 751-765.

- Mirza, S.A., M. Hatzinikolas and J.G. MacGregor. 1979. Statistical Descriptions of Strength of Concrete. J. of Struct. Div., ASCE. 105(6): 1021-1037.
- Mirza, S.A., D.K. Kikuchi and J.G. MacGregor. 1980. Flexural Strength Reduction Factor for Bonded Prestressed Concrete Beams. ACI Structural Journal. 77(4): 237-246.
- Nowak, A.S. and J.H. Zhou. 1985. Reliability Models for Bridge Analysis. Report UMCE 85R3, University of Michigan, Ann Arbor, MI. 105 pp.
- Nowak, A.S. 1993. Calibration of LRFD Bridge Design Code. Report UMCE 93-22, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI. 37 pp.
- Rackwitz, R. and B. Fiessler. 1978. Structural Reliability under Combined Random Load Sequences. Computers & Structures. 9: 489-494.
- Siriaksorn, A. 1980. Serviceability and Reliability Analysis of Partially Prestressed Concrete Beams. PhD thesis. Department of Materials Engineering, University of Illinois at Chicago Circle. 167 pp.