페르마의 최후정리의 역사와 증명에 대한 소고1)

강명해*, 강지나*, 김미혜*, 송석준**

목 차

1. 서 론

"아마추어 수학자의 왕자"라는 별칭을 얻었던 페르마(Pierre de Fermat)는 그가 즐겨 읽고 연구하든 산술법<Arithmetica>의 여백에 다음과 같은 내용을 적어 두었다.
"It is impossible to write a cube as a sum of two cubes, a fourth power as a sum of two fourth powers, and, in general, any power beyond the second as a sum of two similar powers. For this, I have discovered a truly wonderful proof, but the margin is too small to contain it."2)

이 내용을 번역하여 간단히 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다;

* 제주대학교 수학과.
** 제주대학교 자연과학대학 수학과 교수.
1) 이 논문은 제주대학교 WISE 센터 지원으로 "이공계 여대생 연구과제"를 수행한 것을 기초로 작성하였음.
2) 참고문헌 [2], pp227.

" $x^n + y^n = z^n$ (n 은 3이상의 정수)를 만족하는 정수해 x, y, z 는 존재하지 않는다. 이 정리에 대하여 나는 경이적인 증명법을 발견했지만 책의 여백이 너무 좁아 쓰지 않는다." 여기서 x, y, z 중 하나가 0이거나 모두가 0인 경우는 자명한 해가 존재하므로 제외한다.

매우 간단해 보이는 위의 정리가 바로, 그 악명 높은 "페르마의 최후정리" (Fermat's Last Theorem)이다. 이것은 중학생 정도면 누구나 알고 있는 "피타고라스 정리"(Pythagorean Theorem)로부터 파생된 문제이다. 이 정리는 훗날 "페르마의 최후정리"라는 이름으로 세상에 알려지면서 전 세계 수학자들 사이에서 가장 유명하고 가장 증명하기 어려운 정리로 자리를 굳혔다. "페르마의 최후정리"는 350여년에 걸쳐 이 정리를 증명하기 위하여 전 세계의 많은 수학자들이 나섰지만 단순해 보이는 이 정리를 쉽게 증명할 수 없었다.

본 연구에서는 이 "페르마의 최후정리"에 대해 사람들이 어떤 노력을 해서 어떤 발전이 있었는지 그 증명의 역사에 대하여 살펴본다. 또한 완전한 증명을 한 앤드류 와일즈(Andrew Wiles) 교수의 증명방법을 조사해 본다. 그리고 이 정리가 수학계와 사회에 끼친 영향력을 살펴보겠다.

먼저 이 문제를 제기한 페르마 자신은 "직각삼각형의 넓이는 제곱수가 될 수 없다. 즉, x, y, z 가 정수일 때 $x^2 + y^2 = z^2$ 이면, $\frac{xy}{2}$ 는 제곱수가 될 수 없다"는 것을 증명했다. 이것을 사용하여 그는 n 이 4 일 경우에 그 좁은 여백에 무한 내리받이 방법을 사용한 증명법을 남겼다.

그 후에 이 정리를 연구하든 수학자들은 n 이 홀수 소수인 경우만을 증명하면 모든 것이 증명이 됨을 밝혀 놓았다. 다음은 그동안에 부분적인 해를 구하였던 수학자들과 그 증명의 역사를 간략히 조사한 결과들을 소개한다.[3)]

1753년 오일러(Leonhard Euler)는 자신이 페르마의 최후 정리를 증명했다고 주장했으나 그 증명에는 오류가 있었다.

제르맹(Sophie Germain) 은 페르마의 최후정리를 두 경우, 즉

(1) x, y, z 중 어느 것도 n 의 배수가 아닐 때

(2) x, y, z 중 하나만이 n 의 배수일 때

로 나눌 수 있다는 것을 밝히고 100 이하의 n 에 대해 경우 (1)을 증명했다.

---

3) 참고문헌 [10].

르장드르(Legendre) 는 제르맹의 방법을 확장하여 197 이하의 n 에 대해 경우 (1)을 증명했다.

1825년, 디리클레(Dirichlet) 가 n=5 에 대해 경우 (2)를 증명함으로써 n=5 인 경우의 페르마의 최후정리를 증명했다.

1832년, 디리클레가 n=14 인 경우를 증명했다.
물론 이것은 n=7 인 경우를 증명하면 자연히 증명되지만, n=7 인 경우는 증명하지 못했던 것이다.

1839년, 라메(Lamé)가 n=7 인 경우를 증명했다.
그 증명은 너무나 복잡해서 무슨 새로운 접근을 하지 않는 한, 더 큰 n 에 대해 증명하는 것은 불가능할 것으로 보였다.

1847년, 라메는 페르마의 최후정리를 증명했다고 파리 아카데미에 밝혔다.
그러나 쿠머(Ernst Eduard Kummer) 에 의해 37, 59, 67 등의 특수한 경우에는 그 증명을 적용할 수 없다는 것이 밝혀졌다. 그 뒤 쿠머, 미리마노프(Mirimanoff), 비페리히(Wieferich), 푸르트뱅글러(Furtwängler), 판디버(Vandiver) 등이 이 특수한 경우들을 하나씩 증명해냈다. 그러나 1915년 옌센(Jensen)에 의해 이런 특수한 경우들은 무한히 존재한다는 것이 밝혀졌다.

그래도 쿠머가 사용했던 방법은 이후 계속 적용되었고, 컴퓨터의 도움을 받아 1993년까지 n 이 40000 이하인 경우는 페르마의 최후정리가 참이라는 것이 밝혀졌다.

1983년, 폴팅즈(Gerd Faltings)는, n>2 일 때 $x^n+y^n=z^n$ 인 정수는 많아 봐야 유한개라는, 크게 발전된 결과를 내놓았다. 그러나 그 "유한개" 라는 것이 모든 n 에 대해 0이 된다는 결과는 아무래도 나올 것 같지 않았다.

1986년 프레이(Gerhard Frey)는 귀류법으로 증명을 시도해 보았다.
우선 페르마의 최후 정리가 틀렸다고 가정하였다. (즉, 정수해가 존재한다고 가정) 그러면 정리는 $y^2=x^3+(A^n-B^n)x^2-A^nB^n$ (단, $A^n+B^n=C^n$)으로 바뀔 수 있음을 증명하였다. 위 식은 이후 프레이의 타원 방정식이라 불리게 되었다. 그는 타니야마-베이유-시무라 추론이 사실이라면, 모든 타원은 모듈적 성질을 지닌다. 하지만, 위의 프레이 타원은 모듈 형태로 변환 될 수없는 타원이다. 이 두 개의 논리에 의하여 모순이 생긴다. 따라서 정수해가 존재하지 않게 되어 페르마의 최후 정리가 맞게 된다는 사실을 밝혔다. 결국 프레이의 논리에 의하면, 타니야마-베이유-시무라 추론만 증명이 된다면 페르마의 최후정리는 증명이 되는 것이다. 프레이의 타원이 정말로 모듈형태로 전환될 수 없는가? 이에 대해 논란이 일었지만 캘리포니아 대학의 리벳(Ribet) 교수가 그것을 증명함으로써 <타니야마-베이유-시무라 추론>과 <페르마의 최후정리>와의 관계는 분명해졌다. 이제 타니야마-베이유-시무라 추론을 증명하는 사람이 나오기만 하면 되는 상황이었다. 이 타니야마-베이유

-시무라 추론을 증명해낸 수학자가 프린스턴 대학의 앤드류 와일즈 교수이다.

1993년 와일즈의 증명이 발표되고 논문으로 투고가 되었을 때, 수학계는 그것을 검증하는 작업에 들어갔다. 그러던 도중 오류가 발생했다. 와일즈 교수는 그 오류를 수정하기 위해 1년의 시간을 더 투자하였다. 타니야마-베이유-시무라 추론은 완전히 다른 두 개의 수학 분야를 하나로 통합하는 내용이었으므로, 결국 와일즈는 페르마의 최후정리를 증명함과 동시에 '대통일 수학'을 향한 첫발을 내디딘 셈이다. 와일즈는 1994년 9월 19일에 오류를 해결하여 논문을 완성하고 완성본을 발표하였다.[4] 발표한 두 편의 논문은 130페이지가 넘는 방대한 내용이므로 우리는 증명의 개요를 뒤에서 설명하겠다.

이상의 서론에서 우리는 페르마의 최후정리에 도전장을 내밀었던 유명한 수학자들과 그 증명의 역사를 살펴보았다. 다음의 본론에서는 디오판투스(Diophantos)에서 오일러(Leonhard Euler)까지, 오일러에서 프레이(Gerhard Frey)까지, 그리고 프레이에서 와일즈(Andrew John Wiles)까지로 나누어 이 최후정리의 증명의 역사와 연구 내용들을 자세히 살펴보겠다. 페르마가 증명한 $n=4$인 경우의 증명과 그에 필요한 정리를 연구하여 적고, 와일즈의 완벽한 증명은 증명방법을 간추려 설명하는 방법으로 이 위대한 증명방법을 살펴보겠다.

2. 본 론

2.1. 페르마의 최후정리의 부분 해들에 대한 역사 조사

2.1.1. 디오판투스에서 오일러까지

디오판투스는 3세기 후반 알렉산드리아에서 활약했던 그리스의 수학자이다. 대수학의 아버지라고 불리며, 저서로서 산술법<Arithmetica>이 있다. 디오판투스는 답이 정수로 나오는 문제를 만들고 해결하는 게 주특기였기 때문에 그의 묘비에는 그의 인생 역정을 수수께끼로 묘사한 글이 다음과 같이 새겨져 있다.

'신의 축복으로 태어난 그는 인생의 $\frac{1}{6}$을 소년으로 보냈다. 그리고 다시 인생의 $\frac{1}{12}$이

4) 참고문헌 [5]와 [6].

지난 뒤에는 얼굴에 수염이 자라기 시작했다. 다시 $\frac{1}{7}$이 지난 뒤 그는 아름다운 여인을 맞이하여 화촉을 밝혔으며, 결혼한 지 5년 만에 귀한 아들을 얻었다. 아! 그러나 그의 가엾은 아들은 아버지의 반밖에 살지 못했다. 아들을 먼저 보내고 싶은 슬픔에 빠진 그는 그 뒤 4년간 정수론에 몰입하여 스스로를 달래다가 일생을 마쳤다.'[5)]

이 묘비에 새겨진 글로부터 디오판토스의 수명을 계산할 수 있다. 이것은 간단한 1차 방정식 문제이다. 디오판토스가 살다간 햇수를 L이라고 하면 $\frac{L}{6}$ 동안 그는 소년이었고, $\frac{L}{12}$ 동안은 청년이었으며, 그 후 $\frac{L}{7}$을 더 보낸 뒤에 결혼하고, 그 후 5년 만에 아들을 낳았으며, 아들은 아버지의 반, 즉 $\frac{L}{2}$밖에 살지 못했고, 그 후 4년을 더 살다가 생을 마감하였다. 따라서 $L = \frac{L}{6} + \frac{L}{12} + \frac{L}{7} + 5 + \frac{L}{2} + 4$라는 방정식을 얻게 된다. 이것을 계산을 하면 $L = 84$를 얻게 된다.

디오판투스는 알렉산드리아에 머물면서 기존의 문제들과 새로 만들어진 문제들을 수집하여 산술법<Arithmetica>이라는 논문집을 편찬하였다. 이 책은 모두 열 세권으로 되어 있었는데, 무지했던 중세 암흑기를 거치면서 반 이상이 소실되어 페르마를 비롯한 르네상스 시대의 수학자들에게 전수된 것은 이들 중 여섯 권뿐이었다. 이 책은 페르마의 수학 성전이었으며, 그의 대부분의 연구가 이 책에서 비롯되었다. 페르마는 산술법 8번 문제 다음의 여백에, 아래의 사항을 적어 두었다.

" $x^n + y^n = z^n$ (n은 3이상의 정수)를 만족하는 정수해 x, y, z는 존재하지 않는다."
$n = 2$일 때는 $x^n + y^n = z^n$을 만족하는 양의 정수해는 무수히 많음을 쉽게 증명할 수 있다. 또한 이 근 x, y, z는 피타고라스 정리에 의해 직각삼각형의 세변이 된다는 것을 쉽게 알 수 있다. 하지만 n이 2보다 커지면 이 식을 만족하는 양의 정수해 x, y, z가 존재하지 않는다는 것이 페르마의 최후정리이다.

$n = 4$인 경우는 페르마가 적당한 수에 대하여 어떤 성질이 사실이면 그보다 작은 수에 대하여서도 같은 성질을 가져야 함을 보임으로써 전체 수에 대하여 그 성질이 불가능함을 보이는 무한 내리받이(infinite descent)의 방법을 이용하여 증명하였다.

$n = 4k$일 때는 $x^n + y^n = z^n$을 변수 치환에 의해 $x^4 + y^4 = z^4$으로 변환할 수 있다. 이로써 4의 배수인 지수에 대하여 정리가 성립함을 보일 수 있다.

5) 참고문헌 [7].

일반적으로 특별한 지수 m(m은 정수)에 대해 페르마의 최후정리가 사실임이 밝혀지면 m의 배수인 지수에 대하여 페르마의 최후정리가 사실임을 보일 수 있으므로 페르마의 최후정리를 증명하기 위해서는 2보다 큰 소수 p에 대하여 $x^p + y^p = z^p$ 를 만족하는 양의 정수해 x, y, z가 없음을 보이면 된다.

이에 대한 증명의 시작으로서 당대 최고의 수학자 오일러에 의해 $n=3$인 경우가 해결되는 것으로 시작된다.

2.2.2. 오일러에서 프레이까지

오일러는 '연결망 공식'을 증명한 스위스의 수학자·물리학자이다. 그는 페르마의 최후정리도 이와 비슷한 논리를 사용하여 증명하려고 했었다. 페르마의 최후정리는 무한히 많은 종류의 방정식에 정수해가 존재하지 않는다고 주장하고 있다. 오일러는 가장 단순한 도형에서 출발하여 연결망 공식을 증명했던 것처럼, 이들 중 어느 하나의 방정식에 정수해가 없음을 먼저 증명한 뒤에 논리의 적용 범위를 늘려가는 그럴듯한 방법을 찾으면 페르마의 최후정리가 임의의 정수 n에 대하여 완전하게 증명되리라고 생각했다. 시작은 순조로웠다. 산술법의 한 귀퉁이에서 페르마의 또 다른 주석이 발견된 것이다. 페르마는 자신의 정리에서 $n=4$인 경우에 대하여 정수해가 없음을 이미 증명해 놓았었는데, 이 주석이 다른 문제의 주석들과 한데 섞여 있어서 그동안 발견되지 않고 있었던 것이었다.

페르마가 남겨놓은 이 증명은 <산술법>에 휘갈겨 쓴 그의 주석 중에서 가장 자세하게 기록된 편이었지만, 완전한 증명으로 보기에는 여전히 빠진 구석이 많았다. 더구나 페르마는 또다시 여백이 좁다는 이유로 증명을 제대로 끝내지도 않았다. 그러나 거기에는 귀류법적인 논리가 분명하게 드러나 있었으므로 수학을 조금만 아는 사람이라면 누구나 쉽게 페르마의 부분증명($n=4$인 경우)을 재현시킬 수 있었다.

$x^4 + y^4 = z^4$을 만족하는 정수해가 없음을 증명하기 위해, 페르마는 일단 정수해가 있다고 가정한 뒤, 이로부터 파생되는 논리적 모순점을 찾아냈다. 여기서 잠시 페르마의 증명을 개략적으로 살펴보자 ;

$x^4 + y^4 = z^4$을 만족하는 정수해가 있다고 가정했으므로 그 정수해를

$$x = X_1,\ y = Y_1,\ z = Z_1$$

으로 놓자. 이 세 개의 정수해(X_1, Y_1, Z_1)의 성질을 잘 분석해보면 기존의 방정식을 만족하면서 이보다 작은 값을 갖는 또 다른 정수해 (X_2, Y_2, Z_2)가 반드시 존재해야 한다는 것을 증명할 수 있다. 그리고 새로 얻은 정수해에 똑같은 논리를 적용하면 이보다 작은 정수해

(X_3, Y_3, Z_3)가 또 존재해야 하며, 이런 상황은 끝없이 반복된다.

이 과정은 이론상 무한히 반복될 수 있으므로, 무한히 작은 정수해를 구할 수 있다는 결론이 자연스럽게 내려진다. 그러나 x, y, z는 정수해라는 사실을 주목하자. 무한히 작은 양의 정수란 결코 있을 수가 없다. 따라서 이 반복되는 과정은 어디선가 끝나야만 한다. 그런데 논리의 결과는 이 과정이 끝없이 반복될 수 있다고 했으므로 이것은 명백한 모순이다. 무엇 때문에 이런 모순된 결과가 나왔을까? 바로 $x^4+y^4=z^4$을 만족하는 (X_1, Y_1, Z_1)가 존재한다는 가정이 틀렸기 때문이다. 이러한 논리를 사용하여 페르마는 $n=4$인 특별한 경우에 한하여 정수해가 존재하지 않는다는 자신의 정리를 증명할 수 있었다.

오일러는 이 증명을 출발점으로 삼아 모든 방정식에 대한 증명을 유도해 내고자 했다. 그런데 순차적인 단계를 밟으려면 $n=3$인 경우에도 정수해가 없음을 먼저 증명해야 했으므로, 그는 우선 이 증명부터 하기로 결심했다.

1753년 8월 4일, 오일러는 프러시아 수학자 골드바흐(Christian Goldbach)에게 보내는 편지 속에 자신이 페르마가 사용했던 것과 비슷한 방법으로 $n=3$인 경우에도 정수해가 없다는 사실을 증명하는 데 성공했다고 적었다.[6)]

Académie Française는 프랑스 학사원의 한 기관으로써 1635년 리슐리외가 문화 예술 일반의 중추 기관으로서 창립한 것으로 프랑스어를 순화하고 문화의 전통을 유지하기 위하여 사전 편찬과 연구, 저작, 예술 작품에 대한 수상 따위의 일을 한다. 이 Académie Française가 1816년에 페르마의 최후정리에 상을 제안하였다. 그 후 1825년에 독일의 수학자인 디리클레(Peter Gustav Lejeune Dirichlet)와 프랑스의 수학자인 르장드르(Adrien-Marie Legendre)가 $n=5$일 때를 증명하였다. 디리클레는 가우스(Johann Carl Friedrich Gauss)가 구축해 놓은 정수론을 계승, 이것을 심화부연(深化敷衍)하는 공적을 남겼으며, 주요저서인 《정수론으로의 미분적분학의 여러 응용에 관한 연구》 (1839)는 오늘날의 해석적 정수론의 기원이 되었다. 그리고 르장드르는 타원적분·오일러 적분 등의 적분학과 유클리드기하학의 기초 및 최소제곱법, 측지학 등에 걸쳐 많은 업적을 남겼다.

제르멩(Sophie Germain)은 쇼비니즘이 판을 치던 시대에 다른 수학자들과 정보를 교환하지 못하여 잘못된 항등식으로 새로운 결론을 내리는 등 최악의 환경 속에서 혼자 묵묵히 수학을 연구하던 여류수학자였다. 1794년 파리 고등기술학교가 문을 열었다. 이곳은 국가 지원하에 최고 수준의 수학자와 과학자들을 양성하는 교육기관이었는데 남학생 전용 학교라는 것만 ▌다면 제르멩에게는 자신의 수학 실력을 키울 수 있는 가장 이상적인 곳이었다. 그러나 선천적으로 수줍어하는 성격을 타고났던 그녀는 학교 관리들을 직접 만날 용기가 나지 않아

6) 참고문헌[4] Simon Singh, 박병철 역, 페르마의 최후정리, 영림카디널, 1998.

이전에 그 학교를 다닌 적이 있는 르블랑(Antoine-August Le Blanc)이라는 신분으로 등록했다. 파리 고등기술학교의 운영위원들은 르블랑이라는 학생이 파리를 떠났다는 사실을 모르고 있었으므로 계속해서 그의 이름 앞으로 인쇄된 강의 노트와 문제집을 보내주고 있었다. 제르멩은 르블랑에게 배달된 교과 내용을 열심히 공부하면서 매주 부과되는 숙제까지 깨끗하게 풀어서 르블랑이라는 이름으로 학교에 제출했다. 이런 식으로 처음 몇 달 간은 무사히 넘어갔지만, 지도교수였던 라그랑쥬는 르블랑이라는 학생의 천재적인 수학능력에 감탄하여 도저히 그냥 넘어갈 수가 없게 되었다. 르블랑이 제출한 답안지가 천재적이기도 했지만, 과거에 별 볼일 없었던 학생이 짧은 시간동안 그토록 장족의 발전을 했다는 사실에 라그랑주는 경탄을 금할 수가 없었다. 그리하여 19세기의 위대한 수학자였던 라그랑쥬는 르블랑에게 면담을 요청했고 제르멩은 어쩔 수 없이 자신의 신분을 밝혀야만 했다. 라그랑쥬는 자신이 르블랑이라고 알고 있었던 천재가 제르멩이라는 사실을 알고 처음엔 무척 당황했다. 그러나 그녀의 천재성에 탄복한 나머지 그녀의 가장 절친한 친구이자 스승이 되기로 마음먹었다. 결국 제르멩은 자신의 수학적 영감과 성취동기를 키워줄 수 있는 훌륭한 스승을 갖게 된 것이다. 자신감을 얻은 제르멩은 문제풀이에 국한되어 있는 교과 과정을 모두 끝내고 곧바로 최첨단 분야의 수학을 연구하기 시작했다. 그녀가 가장 큰 관심을 가졌던 분야는 정수론이었으며, 따라서 페르마의 최후정리와 운명적으로 만날 수밖에 없었다. 그 뒤로 몇 년간 이 문제에 매달려 연구를 거듭한 끝에 제르멩은 자신이 페르마의 최후정리를 증명하는 데 획기적인 진보를 이루었다고 확신할 만한 결과를 얻었다. 그녀는 1820년대 말에 p와 $2p+1$이 소수이고 p가 xyz를 나누지 않을 때 $x^p+y^p=z^p$의 정수해가 존재하지 않음을 증명하였다. 자신의 아이디어를 정수론 학자들에게 발표하기만 하면 곧바로 세계적인 명성을 얻어 당대 최고의 정수론 학자였던 독일의 수학자 가우스와도 대담을 할 수 있을 것 같았다.

페르마의 최후정리에 관하여 제르멩이 남긴 업적은 분명 수학사에 길이 남을 만한 쾌거였지만 그녀는 자신의 업적에 그다지 큰 신뢰를 갖고 있지 않았다. 제르멩이 가우스에게 편지를 쓰던 무렵 그녀의 나이는 불과 20여세였다. 파리의 수학계에서 명성을 얻긴 했지만 당대의 유명한 수학자들이 남녀를 차별하는 성향을 갖고 있다고 생각했기 때문에 선뜻 대중 앞에 나설 수가 없었다. 제르멩은 이러한 분위기로부터 자신을 보호하기 위해 편지의 서명 란에 또다시 르블랑이라는 가명을 사용하기 시작했다. 나폴레옹(Napoleon Bonaparte)이 아니었다면 제르멩의 업적은 영원히 르블랑이라는 미지의 인물에게 돌아갔을 것이다. 1806년 나폴레옹이 프러시아를 침공하면서 프랑스 군대는 독일 도시들을 차례로 파괴시켜 나갔다. 제르멩은 그 옛날 아르키메데스가 로마 병사에게 살해당한 것과 비슷한 비극적 상황이 당대의 영웅 가우스에게 또다시 일어날까봐 가슴을 졸이다가 급기야 그녀의 친구였던 조제프 마리 페르네티 장군에게 전갈을 보냈다. 당시 조제프는 최전방의 병력을 지휘하던 프랑스군 장교였는데, 제르멩은 그에게 가우스의 신병을 안전하게 보호해달라고 간곡히 부탁하였으며 그 결과 가우

스는 침략자인 프랑스의 군대의 각별한 보호를 받으며 위기를 넘길 수 있었고 조제프는 제르멩에 관한 이야기를 가우스에게 들려주었다. 가우스는 매우 고맙긴 했지만 제르멩이 대체 누구인지 알 길이 없어 어안이 벙벙하기만 했다. 그러던 어느 날, 제르멩이 가우스에게 자신의 진짜 신분을 밝혔다. 내막을 알게 된 가우스는 전혀 분노하지 않고 계속해서 제르멩과 교류를 하였다. 1808년에 가우스는 자신의 전공 분야였던 정수론 연구를 중지하고 응용수학에 손을 대기 시작하면서 제르멩과 교류가 끊어지게 되었다. 그 후 제르멩은 물리학 분야로 관심을 돌려 여전히 천재성을 발휘하면서 여성을 차별하는 사회적 분위기와 끝까지 싸워나갔다. 물리학 분야에 남긴 그녀의 가장 큰 업적은 '탄성을 가진 평면 판의 진동 현상에 관한 연구'로서 현대 탄성물리학의 기초를 다진 논문이었다. 제르멩은 이 논문과 함께 페르마의 최후정리를 증명하는데 공헌한 점을 인정받아 프랑스 학회로부터 메달을 받았으며 과학학술원 회원의 부인이 아닌 신분으로 그곳에서 강의를 맡은 최초의 여성이 되었다.[7] 제르멩이 쾌거를 이룩해 낸 뒤로 프랑스 과학학술원은 페르마의 최후정리를 완전하게 증명하는 사람에게 주겠다며 순금 메달과 함께 3,000프랑의 상금을 내걸었다. 파리 살롱가에서는 누가 어떤 방법으로 정리를 증명하고 있으며 며칠 뒤면 결과가 나온다는 등의 근거 없는 소문들이 무성하게 퍼져나갔다. 그러던 중 1847년 3월 1일 파리 학술원에서 회의가 개최되었는데 회의에 초빙된 연사는 라메(Gabriel Lamé)였다.

수년 전에 $n=7$인 경우에 페르마의 최후정리를 증명한 경력이 있던 그는 당대 최고 수학자들을 좌중에 앉혀놓고 자신이 페르마의 최후정리를 모든 n에 대하여 증명했다고 선언했다. 증명이 아직 완전하게 끝나지 않았음은 본인도 시인했지만 증명 방법의 개요를 설명하면서 수주일 이내에 증명을 마무리하여 학술원에서 발간하는 학술지에 완전한 증명을 발표하겠다고 선언했다. 라메가 연단을 떠나자마자 코시(Baron Augustin Louis Cauchy)가 회의장을 찾아와 발언권을 달라고 요청했다. 그의 말인즉, 자신도 라메와 비슷한 방법으로 페르마의 최후정리를 증명하였으며 곧 논문을 출판할 예정이라는 것이었다. 코시와 라메, 두 사람에게 있어서 가장 중요한 문제는 시간이었다. 누구든지 하루라도 빨리 완전한 증명을 끝내는 사람에게 모든 명예와 상금이 돌아갈 판이었으니 그들은 강한 라이벌 의식을 느끼면서 마무리 작업에 몰두했다. 비록 두 사람 모두 완전한 증명 논리를 갖고 있지는 않았지만 부족한 논리를 보충하려고 열심히 노력한 결과 3주 뒤 자신들의 증명 과정을 편지에 요약하여 학술원으로 보낼 수 있었다. 당시의 수학자들은 연구 결과를 세상에 알리지 않으면서 자신의 이름을 공식적으로 남기기 위해 편지를 자주 사용했다. 만일 차후에 자신의 아이디어가 다른 사람의 것을 도용했다는 의심을 받게 되면 봉인된 편지를 개봉하여 진위를 가리곤 했던 것이다. 그해 3월, 코시와 라메는 자신들의 증명 결과를 출판하였다. 이들의 논문은 세간의 이목을 끌기에 충분하였지만 증명 논리 자체에는 다소 애매모호한 구석이 있었다. 완벽한 증명을 기대했던 수학

7) 참고문헌[4] Simon Singh, 박병철 역, 페르마의 최후정리, 영림카디널, 1998.

계 학자들은 커다란 실망감을 느끼면서도, 그들 중 대다수는 라메가 코시보다 먼저 증명을 완성해 주기를 내심 바라고 있었다. 왜냐하면 코시는 매우 독선적이고 괴팍한 인물로 평판이 나 있어 수학자들이 그를 별로 좋아하지 않았기 때문이다.

프랑스 학술원의 학자들이 코시의 의견에 귀를 기울였던 것은 그가 천재적인 수학자라는 단하나의 이유 때문이었다. 5월 24일 마침내 두 사람의 경쟁에 마침표를 찍는 강연회가 개최되었다. 그런데 강연자는 라메도, 코시도 아닌 루빌(Joseph Liouville)이라는 인물이었다. 루빌은 독일 수학자 쿰머(Ernst Eduard Kummer)의 편지를 찬찬히 읽어내려 갔으며 이를 듣고 있던 학술원 회원들은 엄청난 충격을 받았다. 쿰머는 당대 최고의 정수론 학자였지만 투철한 애국심으로 나폴레옹에 대항하면서 시국 현안에 많은 관심을 두고 살았기 때문에 대부분 사람들은 그가 수학자였다는 사실조차 모르고 있었다. 쿰머는 정수론에 뛰어난 재능을 보였으며 프랑스 학술원에서 상금까지 걸어놓고 해결자를 찾고 있던 페르마의 최후정리에 대해서도 잘 알고 있었다. 그는 학술원에서 발간하는 학술지들을 주의 깊게 읽어 본 뒤에 코시와 라메가 시도했던 증명법의 몇 가지 세부사항을 분석해 보았다. 그리고는 곧바로 그들의 오류를 발견하여 루빌에게 보내는 편지에 오류의 내용을 자세히 서술했던 것이다. 쿰머의 편지에 의하면 코시와 라메의 증명은 소인수 분해의 원리에 그 기초를 두고 있다고 했다.

쿰머는 허수의 개념을 도입하면 임의의 수는 무한히 많은 방법으로 인수분해 될 수 있다는 결론을 얻었고 인수분해 하는 방법이 유일하지 않다면 코시와 라메의 증명법은 심각한 타격을 입게 되지만 그렇다고 그들의 논리 전체가 허물어지는 것은 아니다.

코시와 라메가 증명하려 했던 것은 페르마의 최후정리였다. 앞에서 서술한 대로 이 정리는 3이상의 모든 정수 n에 대해 증명할 필요 없이 3이상의 모든 소수 n에 대해서만 증명하면 된다. 쿰머는 자신이 개발한 적절한 방법을 모두 사용하면 대부분의 소수 n에 대하여 인수분해하는 방법의 수가 유일하지 않기 때문에 야기되는 문제를 해결할 수 있음을 보였다. 이 상황을 좀 더 자세히 설명하자면 다음과 같다. n이 31이하의 소수인 경우에는 쿰머의 논리가 잘 적용되어 아무런 문제가 없다. 그러나 $n=37$일 때에는 골치 아픈 문제가 생긴다. 그리고 100이하의 소수들 중에서 $n=59$와 $n=67$인 경우 역시 다루기가 어렵다. 페르마의 최후정리가 증명되기 어려운 이러한 소수들을 불규칙 소수라고 하는데 큰 소수들 중에도 불규칙 소수는 빈번히 나타난다. 따라서 쿰머가 이 사실을 지적한 이후로 페르마의 최후정리를 완전히 정복하기 위해 남은 문제는 n이 불규칙 소수인 경우에 대하여 증명하는 것이었다. 쿰머는 모든 불규칙 소수 n에 대하여 페르마의 최후정리를 일괄적으로 증명할 수 있는 방법은 없다고 생각했다. 그러나 그는 각각의 경우에 적절한 방법을 도입하여 하나씩 증명해 나간다면 언젠가는 모든 증명을 끝낼 수 있다고 굳게 믿었다. 하지만 개개의 불규칙 소수에 각기 적용되는 적절한 증명법들을 일일이 찾아내는 것은 오랜 시간이 걸리는 따분한 작업이었으며, 이 불규칙 소수의 개수마저 무한히 많다는 사실은 상황을 더욱 어렵게 만들었다. 모든 불규칙 소수

들에 각기 적용되는 증명법들을 일일이 찾아내려면 전 세계의 수학자들이 이 문제에 매달려 영원의 시간을 보내야 할 판 이었다. 쿰머의 편지는 라메에게 커다란 영향을 미쳤다. 라메는 자신이 페르마의 최후정리를 증명하면서 소인수 분해에 의존한 것은 좋게 말해 낙천적인 생각이었고 사실인 즉 무모한 발상이었다는 것을 깨달았다. 그 후 1857년 프랑스 학술원은 페르마의 최후정리에 걸었던 상금을 결국 폐지하고 말았다.8)

1847년에는 코시와 라메가 일반적인 n에 대해 잘못된 증명을 발표하였고 1844년부터 1847년까지 3년 동안 쿰머가 페르마의 최후정리를 연구하였다. 쿰머는 1857년에 $p<100$일 때의 증명을 발표했으나 결점이 드러났고, 이것을 1920년 미국의 하리 반디버(Harry Vandiver)가 보완하였다.

독일의 볼프스켈(Paul Friedrich Wolfskehl)은 페르마의 최후정리를 최초로 완벽하게 증명한 사람에게 줄 상금으로 100,000마르크를 괴팅겐 왕립 과학원에 기증했고, 이에 따라 유효기간이 2007년 9월 13일인 Wolfskehl Prize가 제정되었다.

볼프스켈은 의학을 공부하고 의학 박사 학위를 취득했지만, 1880년경부터 나타나기 시작한 다발성 경화증으로 환자를 볼 수 없게 되었다. 그래서 그는 수학을 공부하기로 결정하고 1880년 대학에 입학했다. 1881년 베를린 대학으로 옮겨 1883년까지 다녔는데, 이때 그는 70대의 쿰머의 강의도 들었다. 그의 영향을 받아, 수론, 특히 해석적 수론을 전공했다. 이때 페르마의 최후정리에 대해 알게 되었고, 이와 관련된 쿰머의 논문을 깊이 있게 연구했다.

그 뒤 1887년부터 1890년까지 다름슈타트 공과 대학에서 수론을 강의했지만, 다발성 경화증이 더욱 악화되어 완전히 마비되었고 결국 강의를 포기할 수밖에 없었다. 그러나 그 뒤에도 간단한 수학 논문을 몇 편 발표했다. 지속적인 보호가 필요하게 된 그는 1903년 53세의 미혼 여성과 결혼했다. 그런데 아내는 악처로 밝혀졌으며, 그의 말년을 지옥으로 만들었다. 볼프스켈은 1905년 1월 '페르마의 최후 증명을 처음으로 증명하는 사람'을 위해 유서의 내용을 바꾸었다. 그는 자신의 재산 중 10만 마르크를 괴팅겐 (왕립) 과학원에 위탁하고 볼프스켈 상의 관리를 부탁했다.

볼프스켈 상이 발표된 후 1909년에는 비페리히가 p가 xyz를 나누지 않고, $\dfrac{2^{(p-1)}}{p}$ 가 p의 배수가 아닌 경우에 대하여 페르마의 최후정리를 증명하였고 1920년에는 100이하의 모든 소수에 대하여 페르마의 최후정리를 증명하였다.

1953년에는 인케리가 $x^p+y^p=z^p$, $x<y<z$이면 $x>p^{(3p-4)}$임을 증명하였고 1971년에는 브릴하르트, 토나스치아, 바인베르거가 p가 xyz를 나누지 않을 경우 $p<3\times10^9$일 경우에 대하여 증명하였다.

8) 참고문헌[4] Simon Singh, 박병철 역, 페르마의 최후정리, 영림카디널, 1998.

그 후 1976년에는 바크슈타프가 12500보다 작은 소수에 대해 증명하였다.

2. 2. 3. 프레이에서 와일즈(Andrew John Wiles)까지

페르마의 최후정리를 유리수 해에 관한 문제로 공식화하면, 기하학과 위상 수학의 양식들을 사용할 수 있게 되었다.

예를 들면, 잘 연구된 곡면의 분류 이론이 있다. 이 이론은 방향을 가진 매끄러운 닫힌곡면은 모두 일정한 개수의 손잡이를 가진 구면과 위상적으로 동치라는 내용이다. 이 때, 손잡이의 개수를 곡면의 종수라고 부른다. 방정식으로 정의된 곡면의 경우에, 이 수를 방정식의 '종수'라고 부르는 것이 자연스럽다. 지수가 n인 페르마 방정식의 종수는 $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ 이다.

방정식에 대한 정수해를 찾는 문제는 그 방정식의 종수와 밀접한 관계가 있다는 사실이 판명되었다. 종수가 클수록 그 곡면의 기하학은 더욱 복잡해지고 유리수 해를 찾기가 더욱 어려워진다.

가장 단순한 경우인 $x^2+y^2=k$와 같은 피타고라스 방정식의 종수는 0이다. 이 경우, 두 결과 중 하나가 가능하다. 첫 번째는 k =-1일 때와 같이 방정식이 유리수 점을 전혀 갖지 않는 경우이다. 두 번째는 유리수 점이 존재하는 경우이다. 이 경우 원에 대해 이미 알아본 대로 유리수 t 전체와 곡선 위의 유리수 점 전체 사이에 일대일 대응을 설정할 수 있다. 이런 경우에 무한히 많은 유리수 해가 존재하고 t-대응은 이런 해를 계산하는 방법을 제공한다.
종수가 1인 곡선의 경우는 훨씬 더 복잡하다. 종수가 1인 방정식으로 정의된 곡선들은 타원의 일부분의 길이를 계산하는 과정에서 나타나기 때문에 타원 곡선이라고 부른다. 종수가 0인 곡선의 경우와 마찬가지로, 타원 곡선은 유리수 점을 전혀 갖지 않을 수 있다. 그러나 만약 유리수 점이 존재한다면, 영국 수학자 모델(Louis Joel Mordell)이 20세기 초에 발견한 대로 흥미로운 현상이 발생한다. 모델은 다음과 같은 사실을 밝혔다. 비록 유리수 점의 개수는 유한 또는 무한이 될 수 있지만, 생성원이라고 부르는 유한개의 유리수 점이 존재해서 다른 모든 유리수 점을 간단하고 명확한 과정을 통해 생성원들로 부터 생성할 수 있다. 필요한 모든 사항은 초등 대수학 일부와 주어진 곡선에 접하거나 세 점에서 만나는 선을 그리는 것이다. 그러므로 무한히 많은 유리수 점이 있는 경우에도 그것들을 다룰 수 있는 양식이 존재한다. 물론, 페르마의 최후정리를 증명하는 것이 목적이라면, 종수가 1인 경우는 특별히 흥미롭지는 않다. 지수 n=3인 경우를 제외하면 페르마의 최후정리는 종수가 1보다 큰 방정식과 관계가 있다. 그런데 모델의 1922년 연구 결과로서 그는 페르마의 최후정리와 관계가 있는 어떤 사실을 관찰했다. 무한히 많은 유리수 해를 갖고 있으며 1보다 큰 종수를 가진 방정식을 아직까지 누구도 발견하지 못했다. 모델은 이것이 단순한 우연이 아니며 1보다 큰 종수를

가진 어떠한 방정식도 무한히 많은 유리수 해를 가질 수 없다고 추측했다.

특히, 모델의 추론은 2보다 큰 지수 n의 모든 값에 대해서 페르마의 최후정리는 많아야 유한개의 유리수 해를 가질 수 있다는 사실을 함의했다. 그래서 페르마의 최후정리에 대한 증명은 아니지만, 모델의 추론에 대한 증명은 중요한 발전이 될 수 있었다.

모델의 추론은 폴팅스(Gerd Faltings)라는 젊은 독일 수학자에 의해 1983년 증명되었다. 폴팅스는 이를 증명하기 위해서 여러 가지 심오한 발상을 결합해야만 했다. 이런 결정적인 발상 중 첫째는 1947년의 베이유(Andre Weil)의 연구에 나타났다. 베이유는 유한 산술에 관한 방정식의 정수해를 연구했었다. 베이유의 기본적인 질문은 다음과 같다.

"소수 p에 대해서 방정식은 법 p에 관해 얼마나 많은 정수해를 갖는가? "

이 질문은 명백히 페르마의 최후정리와 관계된다. 왜냐하면 법 p에 관한 해가 존재하지 않는다면 통상적인 의미에서 해가 존재하지 않기 때문이다. 위상수학의 일부 결과와 유사하게, 베이유는 이 문제에 관한 여러 가지 기술적인 추론을 공식화했다.

이런 추론들은 이른바 대수적 다양체들을 사용해서 공식화되었는데, 대수적 다양체는 단 하나의 방정식이 아니라 방정식 전체의 체계에 대한 해들의 집합이다. 이런 추론들은 1975년에 델리네(Pierre Deligne)에 의해 증명되었다. 모델의 추론에 대한 증명에 중요하게 공헌한 둘째 사실은 계수가 상수인 통상적인 방정식과 계수가 다항식 $p(x)$ 와 $q(x)$ 에 대해 $\frac{p(x)}{q(x)}$ 꼴의 유리함수인 방정식 사이의 유추로부터 나타났다. 이 유추는 매우 강력한데, 수론의 많은 개념과 결과는 이른바 함수 장들에 대한 유사성을 갖는다. 특히, 모델의 추론은 하나의 유사성을 갖는다. 러시아 수학자 마닌(Yuri Manin)이 1963년에 이 유사성을 증명했을 때, 이것은 모델의 추론이 진실로 판명될 수 있다는 추가적인 증거를 제공했다.

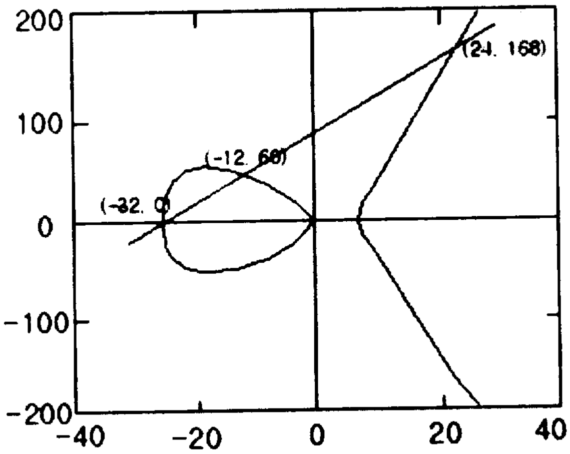
폴팅스의 증명의 셋째요소는 샤파레비치(Igor Shafarevich)의 추론이었다. 마닌이 자신의 결과를 얻기 바로 직전에, 같은 나라 출신인 샤파레비치는 하나의 추론을 공식화했다. 그 추론은 방정식의 정수해에 관한 정보를 다른 방정식들의 해로부터 서로 이을 수 있는 방법과 관계가 있다는 것이다. 어떤 방정식들은 원래의 방정식들이 서로 다른 소수 p에 대한 법 p의 유한 산술에서 해석할 때 얻어지는 방정식들이다. 1968년에 파르신(A. N. Parshin)은 샤파레비치의 추론이 모델의 추론을 함의한다는 사실을 증명했다. 한편, 1966년에 넷째 공헌이 이루어졌다. 이 해에 미국 수학자 테이트(John Tate)는 대수적 다양체에 관한 또 다른 추론을 제시했다. 모델의 추론에 대한 폴팅스의 1983년 증명에서, 그는 먼저 테이트의 추론을 증명했다. 다음에 그는 베이유의 추론에 관한 델리네의 결과를 결합시켜서 샤파레비치의 추론을 입증할 수 있었다. 1968년의 파르신의 결과 때문에 이것은 즉시 모델의 추론을 증명했으며, 2보다 큰 지수 n의 모든 값에 대해서 페르마의 최후정리도 무한히 많은 해를 가질 수 없다는 사실에 대한 증명에 이르렀다. 모델의 추론이 증명됨으로써 복잡한 일련의 추론들이 관

런을 맺게 되었으며 또다시 타원 곡선이 이 이야기에서 중요한 역할을 담당하게 되었다.

이제 $x^n+y^n=1$이라는 대수곡선를 생각해보자. 이 곡선이 유리수 해를 갖는다면 $\left(\frac{a}{b}\right)^n+\left(\frac{c}{d}\right)^n=1$ 을 만족하는 정수 a,b,c,d가 존재하고 위 식의 분자를 없애면 $(ad)^n+(bc)^n=(bd)^n$ 이 된다. 이것은 페르마의 최후정리를 의미하게 된다. 모델의 가설은 유리수 계수를 갖는 종수가 2이상인 대수곡선 Q(x, y)가 유리수 근을 갖는다면 그것은 유한개라는 가설이다. 이것을 앞서 말한 $x^n+y^n=1$이라는 곡선에 적용하면 $x^n+y^n=1$을 만족하는 유리수 근은 유한개라는 것이다. 달리 말하면 $x^n+y^n=z^n$ 을 만족하는 정수해는 유한개라는 말이 된다. 그러면 페르마의 최후정리가 참임을 보이기 위해선 유한개를 0으로 끌어내리면 된다. 폴팅스가 증명한 모델의 가설의 결과로부터, 페르마의 최후정리가 각 지수에 대해, 기껏해야 유한개의 반례만 있음을 알 수 있다. 그러나 폴팅스의 증명법은 유한개의 존재 가능한 해들의 크기를 측정하는 방법을 제시하지 못하였다. 1955년에 일본 수학자 타니야마(Yutaka Taniyama, 谷山 豊)는 타원 곡선과, 잘 이해할 수 있지만 쉽게 묘사할 수 없는 이른바 모듈러 곡선(modular curve) 사이에 어떤 관계가 존재할 것이라고 제안했다. 모듈러 함수란 함수 $f(z)$가 복소상반면 $\{z=x+iy|y>0\}$에서 정의되고 cusp에서 meromorphic이고 $ad-bc=1$(a, b, c, d 는 정수), $N|c$ 일 때 $f\left(\frac{az+b}{cz+d}\right)=f(z)$를 만족하는 $f(z)$를 말한다. 타니야마에 따르면 임의로 주어진 타원 곡선과 모듈러 곡선 사이에 어떤 관계가 존재해야 하고, 이런 관계는 처음 곡선의 많은 성질을 통제해야 한다. 타니야마의 추론은 1968년에 베이유에 의해 좀 더 명확하게 되었는데, 베이유는 주어진 타원 곡선과 관계가 있어야 하는 정확한 모듈러 곡선을 결정하는 방법을 밝혔다. 그리고 1971년에 시무라(Goro Shimura, 志村 五郎)는 베이유의 과정이 매우 특별한 방정식들의 집합에 적용됨을 증명했다. 그래서 타니야마의 제안은 타니야마-베이유-시무라 추론(Taniyama-Weil-Shimura Conjecture) 으로 알려지게 되었다.[9] 당시까지 이런 매우 추상적인 추론과 페르마의 최후정리사이의 관계는 전혀 알려지지 않았으며, 대부분의 수학자은 어떤 관계가 있을 수 있는지를 의심했었다. 그러나 1986년에 독일의 수학자 프레이는 이 둘 사이에 대단히 혁신적으로 연결하는 관계를 발견함으로써 모든 사람을 놀라게 만들었다.

타니야마-베이유-시무라 추론은 $y^3=x^3+ax^2+bx+c$ 형태의 함수가 몇 개의 정수해를 가지는가를 연구하는 E-급수문제와 모듈러 형태 분야를 연구하는 M-급수문제에 대한 가설로 모든 모듈러 형태는 자신의 M-급수와 동일한 E-급수를 갖는 타원방정식과 1:1로 대응할 것이라는 내용이며 이것은 타원 방정식의 E-급수와 모듈러 형태의 M-급수가 완전

9) 참고문헌 [11].



하게 일치한다는 것을 의미한다. 즉, 모든 타원곡선들이 모듈러라는 것이 타니야마-베이유-시무라 추론이다. 대략 말하자면, 타원곡선은 두 변수의 3차 방정식의 해집합이다.

$y^2=x(x-3)(x+32)$와 같은 전형적인 타원곡선의 방정식은 한 변수의 제곱이 다른 변수의 3차식과 같도록 주어진다. 수론학자들은 타원곡선의 유리점들, 즉 x와 y가 유리수인 해들에 특별한 관심을 가졌다. 타원곡선 위의 유리점들을 연구하는 한 가지 방법은 보통의 실수계에서가 아니라 유한 수 체계들의 무한한 모임에서 그 곡선을 살펴보는 것이다. 각각의 유한 수 체계에서는 타원곡선의 3차방정식이 명확하게 풀릴 수 있고, 그 해들의 개수도 계산된다. 원래의 타원곡선의 수론적 성질들은 이런 유한 수 체계들에서의 3차 방정식의 해들에 반영된다. 이러한 일들은 문제의 타원곡선이 모듈러일 때 가장 잘 이루어진다. 모듈러 성질은 복잡하고 기술적인 조건이지만, 본질적으로 이 성질은 각각의 유한 수 체계에서 곡선의 3차 방정식의 해들의 개수에 대한 공식이 존재한다는 것을 의미한다. 타니야마-베이유-시무라 추론은 수많은 즉각적인 따름정리를 갖는다. 타니야마-베이유-시무라 추론의 따름 정리들 중 하나가 페르마의 최후정리이다. 페르마의 최후정리와 타원곡선론 사이의 연결은 1985년 독일의 프레이가 페르마의 최후정리에 대한 어떤 반례도 타니야마-베이유-시무라 추론에 대한 반례를 구성하는데 이용할 수 있다는 아이디어를 제시함으로써 이루어졌는데 이는 페르마의 최후정리의 증명의 실마리가 되었다.

$y^2=x(x-a^p)(x+b^p)$와 타원 곡선에는 매우 특이한 특성이 있는데 위 식의 p가 실제 $a^p+b^p=c^p$ 의 p와 일치한다는 것이다. 프레이는 위와 같은 타원 곡선이 너무나 특이해 만약 위 식이 해를 가진다면 타니야마-베이유-시무라 추론의 반례가 된다는 사실을 증명하였다. 프레이는 만약 정수 a, b, c, n 이 존재해서 $a^p+b^p=c^p$ 이 성립하면 타니야마가 제안한 방법대로 방정식 $y^2=x(x-a^p)(x+b^p)$ 에 의해 정의된 타원 곡선을 이해할 수 있을 것 같지 않다고 생각했다.

타니야마-베이유-시무라 추론은 유리 계수의 모든 타원 곡선들은 완전히 다른 방식으로 만들어질 수 있는데 이는 모듈러 함수를 이용해 x, y 좌표를 매개화하는 것이다. 따라서 이 추론에 의하면 모든 타원 곡선은 반드시 유리수에서 모듈러 이어야 하며 만약 페르마의 식이 2 보다 큰 p에 대해 0이 아닌 해 a, b, c를 가진다면 그 곡선은 모듈러가 아니게 되어 반례가 된다. 그러나 이것으로도 최후정리와 타니야마-베이유-시무라 추론 사이의 관계는 약간

불완전했다. 전자를 후자로 부터 끌어내기 위해 약간 더 무언가가 필요했기 때문이다. 이 추가적인 정보는 세르(Jean-Pierre Serre)에 의해 확인되었고 이는 '엡실론 추론' 이라 불렸다. 그리고 세르는 프레이의 생각을 적절하게 다시 공식화하였다. 곧 프레이는 페르마의 최후정리가

$y^2=x^3+(A^n-B^n)x^2-A^nB^n$ (단, $A^n+B^n=C^n$)

으로 바뀔 수 있음을 증명하였다. 위 식은 이후 프레이의 타원 방정식 이라 불리게 된다. 타니야마-베이유-시무라 추론에 의하면, 유리수체 위의 모든 타원은 모듈적 성질을 지니고 있다.

여기에서, 수학자들은 다음의 결론을 내렸다.

1. 페르마의 최후정리가 틀렸다면, 프레이의 타원방정식이 존재하게 된다.
2. 프레이의 타원방정식은 모듈형태로 전환될 수 없다.
3. 타니야마-베이유-시무라 추론에 의하면, 모든 타원은 모듈적 성질을 지닌다.
4. 그러므로 타니야마-베이유-시무라 추론은 틀렸다.

하지만, 이렇게 되면 페르마의 최후정리가 틀린 것이다. 그래서 프레이는 결론을 내는 방법을 바꾸었다. 프레이의 주장에 의하면 다음의 논리가 성립한다.

1. 타니야마-베이유-시무라 추론이 사실이면 유리수체 위의 모든 타원 방정식은 모듈형태의 성질을 가져야 한다.
2. 유리수체 위의 모든 타원 방정식이 모듈형태의 성질을 가진다면 프레이의 타원 방정식은 존재할 수 없다.
3. 프레이의 타원 방정식이 존재하지 않으면 페르마의 최후정리에 정수해는 없다.
4. 페르마의 최후정리는 맞다.

1986년 여름에 8개월 동안 위의 2의 증명을 해결하기 위해 노력하던 리벳(Kenneth A. Ribet)은 배리 마주르(Barry Charles Mazur)와 차를 마시다가 자신이 특수한 경우에 대해서 해결했으나 일반화를 못하고 있음을 밝혔는데 이때 배리 마주르의 M 구조의 감마-제로를 추가하라는 조언으로 완전하게 2를 증명하였다. 이로써 페르마의 최후정리가 타니야마-베이유-시무라 추론의 결과라는 것이 밝혀졌다. 결국 리벳은 엡실론 추론을 증명하는데 성공하였다. 이를 사용해서 리벳은 페르마의 최후정리에 대한 반례의 존재가 모듈러 곡선이 될 수 없는 타원 곡선의 존재를 유도하고, 이에 따라 타니야마-베이유-시무라 추론에 모순된다는 사실을 결론적으로 증명했다. 그래서 타니야마-베이유-시무라 추론에 대한 증명은 즉시 페르마의 최후정리를 함의하게 된다. 이로써 모든 준 안정적인 타원 곡선이 모듈러라는 것만

증명하면 페르마의 최후정리가 참이라는 사실을 증명 할 수 있게 되었다. 준 안정적이라는 것은 p가 소수이고 정수계수의 방정식 $y^2 = x^3 + ax + b$로 정의된 타원곡선 E를 Zp (prime field) 위에서 정의된 타원 곡선 Ep : $y^2 = x^3 + ax + b$로 축소시켰을 때 판별식 $D = -16(4a^3 + 27b^2)$ 를 나누는 모든 소수 $p|D$에 대하여 Ep가 이중근을 가질 때를 말한다. 프레이의 곡선의 경우 판별식은 $(uvw)^{2p}$ 이고 u, v, w가 서로 소이므로 프레이의 곡선이 준 안정적임은 당연하다. 리벳의 결과로 인하여, 수학자들은 페르마의 최후정리에 대한 새로운 사고 방법과 타니야마-베이유-시무라 추론에 대하여 연구할 새로운 이유를 마음에 새기게 되었다. 실제로, 페르마의 최후정리를 연역하기 위하여 완전히 일반적인 상황에서 타니야마-베이유-시무라 추론을 입증할 필요는 없다. 단지 준안정적인 곡선들로 알려진 부류에 대해서만 타니야마-베이유-시무라 추론을 입증하면, 문제가 되는 프레이의 곡선이 준안정적인 타원곡선이므로 페르마의 최후정리가 증명된다. 즉, 준안정적인 타원곡선에는 항상 모듈형태를 대응시킬 수 있음을 보이면 되는 것이다. 이것이 페르마의 최후정리에 대한 와일즈의 공격의 출발점이었다.

2. 2. 4. 와일즈(Andrew John Wiles)의 연구방법과 완성된 논문

1963년 영국 케임브리지의 밀턴 거리에 있는 작은 도서관에서, 책을 고르던 10살의 와일즈는 책장 한 구석에서 「최후 문제」 라는 책을 보게 되었다. 이 책에서 페르마의 최후정리를 접하게 된 소년 와일즈는 이렇게 말한다. "혼자서도 이해할 수 있을 것 같은 문제인데 위대한 수학자들조차 아무도 풀지 못했다니, 반드시 이 문제를 풀고 말거야." 정말 와일즈는 그 후 몇 주일 동안 그것에 몰두했고, 점차 이 문제를 해결하는 것을 꿈으로 간직하게 되었다. 기초적인 수학 공부를 마치고 케임브리지 대학의 대학원에서 본격적으로 연구에 몰두하려 했던 와일즈는 지도교수의 만류와 현실 앞에서 할 수 없이 그 꿈을 접고 당분간은 타원곡선론이나 이와자와 이론을 공부하게 되었다. 그런 와일즈가 다시 페르마의 최후정리에 몰두해야겠다고 결심하게 된 계기는 전혀 뜻밖의 일에서 비롯되었다. 1986년 여름의 어느 날 저녁이었다. 타원곡선론 분야에서 선구적인 학자가 된 33살의 와일즈는 한 친구의 집에서 함께 홍차를 마시고 있었다. 그때 친구가 "그런데 타니야마-베이유-시무라 추론이 옳다고 밝혀지면 페르마의 최후정리가 증명되는 것이라고 미국의 리벳이 발표했다는군요"라고 말했다. 페르마의 최후정리를 증명하기도 어려웠지만 타니야마-베이유-시무라 추론 역시 증명하기가 만만치 않았다. 와일즈 조차도 "내 생전에 이를 증명해 내기는 어려울 것이다"라고 말했다고 한다. 그러나 그로써는 페르마의 최후정리를 증명하기 위해서는 타니야마-베이유-시무라 추론을 증명해야함을 분명하게 알게 되었다. 다행스럽게도 타니야마-베이유-시무라 추론은 와일즈가

가장 정통했던 타원곡선론 분야에 속하는 문제였다. 타원곡선론에 대한 전문가로 이미 잘 알려진 와일즈는 1986년 여름부터 타니야마-베이유-시무라 추론의 증명에 전력을 다해 몰두하고 있었다. 1년 동안 연구한 후에 이를 증명하기 위하여 귀납법을 증명방법으로 사용하기로 결정하였다. 그리고 과도한 남의 이목을 피하기 위하여, 와일즈는 프린스턴 대학의 동료인 카츠(Nicholas Katz) 단 한사람 하고만 연구의 진전에 따른 의견을 나누었다. 와일즈는 2년만에 첫 번째 E-급수가 M-급수의 첫 번째 원소들과 1:1로 일치함을 증명하였다. 1990년 와일즈는 타니야마-베이유-시무라 추론을 증명하기 위해 타원방정식을 분류하는 방법에 관한 이론인 이와자와(Kenkichi Iwasawa, 岩澤 健吉) 이론을 도구로 선택하였다. 만일 모든 E-급수의 n번째 원소들과 모든 M-급수의 n 번째 원소들이 서로 일치한다면, 모든 E-급수의 n+1번째 원소들과 모든 M-급수의 n+1번째 원소들도 서로 일치한다는 것을 이용한 것이다. 1991년 여름 보스턴 학술회의에서 와일즈는 그의 지도교수 코티스(John Coates)와 대화중에 콜리바긴-플라흐 (Kolyvagin-Flach)방법을 알게 되어 이 방법으로 연구를 계속하였다. 콜리바긴-플라흐의 방법을 사용하여 하나의 특정한 타원방정식에 귀납적 논리를 적용하는데 성공하여 동일한 패턴을 가진 다른 타원방정식에 적용하고자 한 것이다. 1992년 논문을 거의 완성하여 카츠와 한 학기동안 타원방정식의 계산법 강의를 개설하여 수업으로 검토하였다. 그리고 콜리바긴-플라흐의 방법으로 타니야마-베이유-시무라 추론을 증명하는 과정에서 한 예외적 패턴을 발견하고 해결하였다.

마침내 와일즈는 뉴턴 연구소에서의 수론에 관한 학회에 자신의 연구결과를 발표하는데 필요한 세 시간의 발표시간을 달라고 요청했다. 그의 지도교수였던 케임브리지 대학의 코티스 교수는 1993년 6월 21일 월요일부터 23일 수요일까지 삼일동안의 발표기회를 그에게 마련해 주었다. 청중들은 와일즈의 세 발표들의 제목인 'elliptic curves, modular forms, and Galois representations' 으로부터 와일즈가 아마도 페르마의 최후정리와 관련된 중요한 뉴스를 발표할 것이라는 것을 눈치 챌 수 있었다. 와일즈의 제목의 세 가지 항목들 모두 1986년 리벳의 결과의 중요한 구성 요소들이었기 때문이다. 와일즈가 깔끔하게 정리한 것은 타원곡선들이 모듈러임을 증명하는 새로운 방법을 제시한 것이었다. 와일즈의 이론은 독일의 마티아스(Matthias), 구소련 모스크바의 콜리바긴(Victor Kolyvagin), 미국의 마주르, 리벳, 그리고 루빈(Karl Rubin)등에 의해 최근의 연구 결과들과 다른 많은 수학자들의 연구결과들을 사용한다. 모듈러 성질을 증명하는 와일즈의 새로운 방법은 아주 강력한 것이다. 본질적으로, 이 새로운 방법은 특별한 타원곡선들에 대하여 타니야마-베이유-시무라 추론이 성립한다는 것을 밝히는 문제를 단 하나의 대수부등식을 증명하는 문제로 간단하게 바꾸어준다. 타원곡선의 거대한 부류에 대하여 그 대수부등식은 쉽게 증명이 된다. 첫 번째 발표와 두 번째 발표에서 와일즈는 타원곡선들의 한 무한족에 대한 타니야마-베이유-시무라 추론을 이 새로운 방법으로 어떻게 증명하는지를 요약하였는데, 이것은 그 자체로 또 다른 커다란 발전이었다.

와일즈의 이 두 발표들은 청중들로 하여금 와일즈가 페르마의 최후정리가 관련된 준안정적인 곡선들의 족에 관한 것을 최후 발표로 남겨놓지 않았을까 하는 생각을 하게 만들었다. 세 번째 발표에서, 와일즈는 타니야마-베이유-시무라 추론이 준안정적인 타원곡선들에 대하여 참이라는 주된 결과를 발표하였다. 그리고 난 뒤, 와일즈는 이 결과에서 부수적으로 연역되는 오랫동안 기다려 왔던 따름정리인 페르마의 최후정리를 적었다. 청중들이 와일즈의 발표를 충분히 이해하는 데는 조금 시간이 걸렸다. 그러고 나서, 청중들은 박수갈채로 환호하였다.

"와일즈의 논증의 논리는 크게 칭찬할 만합니다."라고 그 당시 리벳은 말했다. 다른 수론학자들도 와일즈가 타니야마-베이유-시무라 추론을 증명하는 도중에 부딪치는 많은 기술적인 난관들을 말끔해 해결하였으며 타원곡선론에 대한 새로운 의제를 제시했다는데 동의했다. 이제 이 발표 후에 와일즈는 그의 결과를 논문으로 완성하여 <Inventiones Mathematicae>라는 학술지에 투고하였다. 편집자인 마주르는 6명의 심사위원들에게 검토를 위촉하였다. 200여 면의 이 논문을 6부분으로 나누어 진행하였는데, 3번째 부분은 닉 카츠와 일루지에(Lux llusie)가 맡았다. 이들은 몇 가지 문제점들을 지적하였고, 와일즈는 자신있게 설명하였다. 그러나 증명의 한 부분에 논리의 비약이 있음을 지적하고 설명을 요구하였다. 그것은 결정적인 부등식을 증명하는 계산들 중 어떤 경우들에서는 그 계산이 쉬우나 준안정적인 곡선들의 부류에 대해서는 그 계산이 그렇게 쉽지 않은 것으로 판명되었다. 와일즈는 몇 일 고민하다가 이것이 큰 문제임을 알고 자신의 증명에 문제가 있음을 공표하였다. 그 후 6개월간 고민하다가 드디어 와일즈는 캠브리지에서 프린스턴으로 옮겨온 테일러(Richard Taylor)를 초빙하여 공동연구를 시작하였다. 와일즈는 테일러에게 자신의 문제를 얘기하고 서로 고민하다가 예전에 연구한 이와자와 이론을 콜리바긴-플라흐 방법과 결합시켜 1994년 9월 19일에 오류를 해결하여 논문을 완성하고 완성본을 발표하였다. 와일즈의 증명방법을 간추리면 다음과 같다.

프레이의 곡선은 준안정적이나 너무 특수한 경우이기 때문에 모듈러의 조건을 만족시키지 못한다는 것이다. 만약 모든 준안정적인 타원곡선에 대해 타니야마-베이유-시무라 추론이 참임을 보인다면 결국은 페르마의 최후정리가 증명된다는 것이다. 즉, 타니야마-베이유-시무라 추론이 모든 준안정적인 타원곡선에 대해 참이면 프레이의 곡선도 모듈러여야 하는데 프레이의 곡선은 모듈러가 아니므로 프레이의 곡선은 존재할 수 없게 되고 따라서 페르마의 최후정리는 참이게 되는 것이다. 즉 와일즈는 타니야마-베이유-시무라 추론의 특수한 경우를 증명함으로써 페르마의 최후정리를 푼 것이다. 정확히 말하면, 와일즈가 1994년에 테일러와 함께 증명한 것은 유리수 위의 타원곡선과 모듈 형식 사이의 관계를 나타내주는 모듈러 정리(Modularity Theorem)의 특별한 경우이다. 이 증명은 와일즈의 단독 발표 논문 "Modular Elliptic Curve and Fermat's Last Theorem" 와 두 사람의 공동 논문 "Ring Theoretic Properties of Certain Hecke Algebra" 로 되어 있으며, 두 논문의 프리프린트(preprint, 학술

지에 실리기 전에 임시로 돌려 보는 것)만 합쳐서 약 150 쪽에 이른다. 전자는 페르마의 최후정리 자체를 증명하는 본체였고, 후자는 그 중 한 단계의 증명을 서술한 것이다. 여러 심사 위원들의 정밀한 심사 끝에, 다음해 1995년 프린스턴 대학이 증명의 완성되었음을 공표하고, 세계최고의 권위를 가진 수학학술지인 Annals of Mathematics 에서는 이 두 편의 논문 만으로 제 142호 논문집을 발행하여 이 논문의 업적을 크게 기렸다.[10]

2.2. 페르마의 최후정리 증명과 관련된 부분 해결 정리들 고찰

먼저 페르마의 정리와 관련된 정리를 증명하기 위하여 다음의 정리가 필요하다.

피타고라스 세수 정의

양의 정수 x, y, z가 $x^2+y^2=z^2$을 만족할 때, 이 x, y, z를 피타고라스 세수(Pythagorean triple)라고 부른다.

특히, $\gcd(x, y, z)=1$일 때 x, y, z는 원시적인 피타고라스 세수라고 정의한다.

정리 2.1 피타고라스 삼각형의 정리와 증명 방법 연구[11]

(1) x, y, z 가 원시적인 피타고라스 세수이면 x, y 중 하나는 짝수이고 다른 하나는 홀수이다. 또, $\gcd(x, y)=\gcd(x, z)=\gcd(y, z)=1$이다.

(2) 만일 $ab=c^n$이고 $\gcd(a, b)=1$이면 $a=a_1^n,\ b=b_1^n$ 이 되는 정수들 a_1, b_1 이 존재하여 a 와 b 도 어떤 정수들의 n제곱수들이 된다.

(3) $\gcd(x, y, z)=1$, $2\ x$, $x>0$, $y>0$, $z>0$ 이 되는 조건하에서, 피타고라스 방정식

$$x^2+y^2=z^2$$

의 모든 근은

$$x=2st,\ y=s^2-t^2,\ z=s^2+t^2$$

과 같은 꼴이며, $s>t>0$, $\gcd(s, t)=1$, $s\not\equiv t \pmod 2$ 이다.

((3)의 증명)

x, y, z 를 원시적인 피타고라스 세수라 하자. x 는 짝수, y, z 는 홀수가 되므로 $z-y$, $z+y$ 도 짝수이다. 그래서 $z+y=2u$, $z-y=2v$ 라 두자. 그러면

$x^2=z^2-y^2=(z-y)(z+y)$ 로 쓸 수 있다. 그래서

10) 참고문헌[5]와 [6].

11) 참고문헌 [7]과 [9].

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2=\left(\frac{z-y}{2}\right)\left(\frac{z+y}{2}\right)=uv$$

을 얻는다. y,z 가 서로소임으로 u,v 도 서로 소이다. $\frac{x}{2}$ 가 정수이므로 위의 (2)에 의하여 $u=s^2$, $v=t^2$ 이 되는 양의 정수 t, s 가 존재한다. 이 값을 대입하여 다음을 얻는다.

$$z=u+v=s^2+t^2$$
$$y=u-v=s^2-t^2$$
$$x^2=4uv=4s^2t^2$$
$$x=2st$$

(1)을 이용하면, $\gcd(y,z)=1$에서 $\gcd(s,t)=1$ 을 얻고, 또 y,z 가 홀수이므로 $s\not\equiv t \pmod 2$를 얻게 된다. 역으로 s, t 가 위의 조건을 만족한다고 하자. 그러면 $x=2st$, $y=s^2-t^2$, $z=s^2+t^2$ 은 피타고라스 세수를 이룬다. 즉, $x^2+y^2=z^2$ 이다. 만일 $\gcd(x,y,z)=d>1$ 이면 d의 약수인 소수 p 가 존재한다. 그러나 z 가 홀수이므로 $p\neq 2$ 이다. 그런데 $p\ y, p\ z$ 에서 $p\ (z+y), p\ (z-y)$ 를 얻는다. 이것은 다시 $p\ 2s^2, p\ 2t^2$ 가 되어 $p\ s, p\ t$ 를 유도하여 $\gcd(s,t)=1$ 에 모순이 된다. 그러므로 $d=1$ 이고, x, y, z 는 원시적인 피타고라스 세 수가 된다. ((3)의 증명 끝)

정리 2.2) n=4인 경우 페르마의 증명 [12)]

" $x^4+y^4=z^2$ 를 만족하는 정수해 x, y, z는 존재하지 않는다."

(증명)

양의 정수근 x_0,y_0,z_0 가 존재한다고 가정하고, 특히 $\gcd(x_0,y_0)=1$ 을 만족한다고 하자. 만일 $\gcd(x_0,y_0)=d>1$ 이라면, 위식을 d^2 으로 나누어서 이런 조건으로 축소할 수 있기 때문에 일반성을 잃지 않는다. 그러면 $x_0^4+y_0^4=z_0^2$ 을 얻는데 이것은 $(x_0^2)^2+(y_0^2)^2=z_0^2$ 이 되어 x_0^2,y_0^2,z_0 는 원시적인 피타고라스 세 수가 된다. 그래서 일반성을 잃지 않고 $(x_0)^2$ 은 짝수(곧, $(x_0)^2$ 은 짝수)로 잡으면, 정리 2.1의 (3)에 의하여 서로소인 정수 $s>t>0$ 가 존재하여 다음을 만족한다.

$$x_0^2=2st \qquad -(1)$$
$$y_0^2=s^2-t^2 \qquad -(2)$$
$$z_0=s^2+t^2 \qquad -(3)$$

12) 참고문헌 [9].

단, s,t중 하나만 짝수이다. 만일 s 가 짝수이면 다음의 모순을 얻는다.

$1 \equiv y_0^2 = s^2 - t^2 \equiv 0 - 1 \equiv 3 \pmod 4$

따라서 s 는 홀수, t 는 짝수가 된다. 그래서 $t=2r$ $-(4)$ 로 두자. 그러면 (1)로부터 $x_0^2 = 4sr$ 이 되고 $\left(\frac{x_0}{2}\right)^2 = sr$ 이다. 양수 z_1, w_1 이 존재하여 $s=z_1^2,\ r=w_1^2$ $-(5)$ 을 만족한다. 그리고 (2)에 의하여 $t^2+y_0^2=s^2$ 을 얻는다. 한편 $\gcd(s,t)=1$ 이므로 $\gcd(t,y_0,s)=1$ 이 되어 t,y_0,s 는 원시적 피타고라스 세수가 된다. t 를 짝수로 택하면 서로 소인 정수 $u > v > 0$ 가 존재하여 다음을 만족한다.

$$t=2uv \quad -(6)$$
$$y_0=u^2-v^2 \quad -(7)$$
$$s=u^2+v^2 \quad -(8)$$

(4), (5), (6)으로 부터 $uv=\frac{t}{2}=r=w_1^2$ 을 얻고, 양수 x_1, y_1 이 존재하여 $u=x_1^2,\ v=y_1^2$ 을 만족한다. (5), (8)을 이용하면 다음을 얻는다.

$$z_1^2 = s = u^2+v^2 = x_1^4+y_1^4$$

특별히 z_1과 t 가 양수임을 이용하면 (3),(5)로부터 다음 부등식을 얻는다.

$0 < z_1 \le z_1^2 = s \le s^2 < s^2+t^2 = z_0$

지금까지의 추론을 종합하면 $x^4+y^4=z^2$ 이 한 쌍의 정수근들 x_0, y_0, z_0 를 가진다면 $0 < z_1 < z_0$ 이 되는 정수근 x_1, y_1, z_1 을 얻게 된다. 이 과정을 반복하면 $0 < z_2 < z_1$ 이 되는 정수근 x_2, y_2, z_2 를 얻고 계속 할 수 있다. 결국 양수 수열 $z_0 > z_1 > z_2 > \cdots > 0$ 을 얻게 되는데, z_0 보다 작은 양의 정수는 유한 개 뿐이므로 이는 모순이다. 따라서 $x^4+y^4=z^2$ 을 만족하는 양의 정수근은 없다.

특히, $x^4+y^4=z^4$ 의 양의 정수근이 없음도 유도될 수 있다. (증명 끝)

2.3. 페르마의 최후정리에 관한 와일즈의 증명 고찰

k가 임의의 field일 때, k상에서 정의된 타원곡선이란 genus 가 1인 smooth projective curve 로서, 적어도 하나의 k-rational point를 가지고 있는 것을 말한다.

이런 curve는 Riemann-Roch 정리에 의하면,

$$y^2 + a_1xy + a_3y = x^3 + a_2x^2 + a_4x + a_6 \ , \ a_i \in k$$

와 같이 주어지고, k 의 characteristic 이 2 또는 3이 아닌 경우에는

$y^2 = x^3 + ax + b$, $a,b \in k$ 로 간단히 표시할 수 있다. 단, discriminant $\Delta = -16(4a^3 + 27b^2) \neq 0$ 이다. 특히 $k = \mathbb{Q}$ 인 경우, 임의의 타원곡선은 방정식

$$y^2 = x^3 + ax + b, \quad a,b \in Z$$

로 주어진 곡선이다. 단, $\Delta = -16(4a^3 + 27b^2) \neq 0$ 이다.

이제 E를 유리수 상의 타원곡선이라고 하자. p를 E에 대한 좋은 축약의 소수라 하자. mod p로 E의 축약을 $\overline{E}$로 쓰면, $\overline{E}$ 도 유한체 F_p상의 타원곡선이다. $\overline{E}(F_p)$를 $\overline{E}$의 유리수 점들의 군이라 하자. 즉, F_p 에서 좌표를 갖는 $\overline{E}$ 상의 점들의 군이다. $a_p = a_p(E)$를 $p+1-\#\overline{\mathrm{E}}(\mathrm{F_p})$ 로 정의하자. 여기서 $p+1$은 F_p 상의 투영 직선 P^1 위의 점들의 수를 나타낸다.

정리 2.3. 타니야마-베이유-시무라 추론[13)]

E 를 유리수체 Q상의 타원 곡선이라고 하고, N을 그의 전도체(conductor)라고 각 n에 대하여 a_n 을 E의 L함수에 나타나는 수라고 하자. 그러면 무게(weight) 2이고 수준(level) N인 모듈러 형식이 존재하는데 이것은 헤케(Hecke)작용소 아래에서 고유형식(eigenform)이고 프리에 급수 $\Sigma a_n q^n$을 가진다.

다시 말하면, 모든 유리수체 상의 타원곡선은 모듈러 형식이다. 이것을 공식화하면, 유리수체 상의 모든 타원곡선 $y^2 = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ 에 대하여 같은 수준의 상수가 아닌 모듈러 함수들 $f(z)$와 $g(z)$가 존재하여 $[f(z)]^2 = A[g(z)]^2 + Cg(z) + D$ 를 만족한다.

다른 말로 요약하면, 유리수체 상의 모든 타원곡선에 대하여 같은 디리클레(Dirichlet) L 함수를 가지는 모듈러 형식이 존재한다는 것이다.

1950년경, 타니야마는 모든 Q상에 정의된 타원곡선은 모듈러 곡선(modular curve)일 것이라는 가설을 제시했고, 베이유와 시무라에 의하여 이 가설의 중요함이 인정되었다. 이 가설을 우리는 타니야마-베이유-시무라의 추론이라 한다. 1985년 프레이(Frey)는 다음과 같은 의견을 제시하였다. 페르마의 최후 정리는 모든 홀수인 소수 l 에 대하여 성립하기만 하면 되므로, l 을 홀수인 소수라 하고,

$$a^l + b^l = c^l \quad , abc \neq 0$$

인 정수 a,b,c 가 존재한다고 가정하자. a,b,c 는 서로 소라 가정할 수 있고, 더구나, $a \equiv -1 (\mathrm{mod}\, 4), b$ 는 짝수라 가정할 수 있다.

13) 참고문헌 [13].

이제 E 를

$$y^2 = x(x-a^t)(x+b^t)$$

로 주어진, Q상에서의 타원곡선이라 하자. 이 타원곡선 E 는 semi-stable 임을 쉽게 알 수 있다. 모든 semi-stable 인 타원곡선에 대하여 타니야마-베이유-시무라의 추론이 사실이고, 위에 주어진 타원곡선 E 가 모듈러가 아니면, 페르마의 최후정리는 사실이다. 이상과 같은 프레이의 아이디어는 1986년 리벳이 위의 E 가 모듈러가 아님을 보임으로써, 페르마의 최후정리를 풀 수 있는 가능성에 한발 더 접근 할 수 있었다.

정리 2.4. 리벳의 정리
타니야마-베이유-시무라 추론은 페르마의 최후정리를 유도한다.

(증명개요)[14] 3이상의 지수 n에 대하여 $a^n + b^n = c^n$ 를 만족하는 0이 아닌 세 정수 a, b, c 가 있다고 가정하자. 우리는 이에 대응하는 프레이 곡선 E : $y^2 = x(x-a^n)(x-c^n)$를 만든다. 이것은 타원 곡선이고, 우리는 그의 판별식 Δ가 $16(abc)^{2\ell}$ 과 같고, 그의 전도체 N은 그의 추상근(radical), 즉 abc를 나누는 모든 서로 다른 소수들의 곱과 같음을 보일 수 있다. 타니야마-베이유-시무라 추론에 의하여 E는 모듈러 타원 곡선이다. 한편 N은 제곱 인수가 없으므로, mod n으로 수준 강하를 수행할 수 있다. 이 과정을 반복함으로서, 그 전도체로부터 모든 홀수 소수를 제거하여, 수준 2의 모듈러 곡선 $X_0(2)$에 이르게 된다. 그런데 이 곡선은 종수 0을 가지므로 타원 곡선이 아니다. 이는 타원 곡선이라는 데 모순이다. 따라서 3이상의 지수 n에 대하여 $a^n + b^n = c^n$ 를 만족하는 0이 아닌 세 정수 a, b, c 는 없다.

정리 2.5. 와일즈 정리
유리수체 Q 상의 모든 준 안정적인 타원곡선은 모듈러이다. (All semistable elliptic curves over Q are mudular.)

(증명개요)[15] E를 유리수체 Q 상의 준안정적인 타원곡선이라고 하자. 먼저 E(3) 상의 표현 $\rho_{E,3}$가 기약인 경우로 가정하자. 그러면 $Gal(Q/Q(\sqrt{-3}))$에 축약시킨 표현 ρ_0는 절대

14) 참고문헌 [3].
15) 참고문헌 [6].

기약이 되고 $\rho_{E,3}$는 모듈러가 된다. 세르의 정리에 의하여 E는 모듈러가 된다.

이제 $\rho_{E,3}$ 가 가약인 경우로 가정하자. 그러면 5-분할점들 상에서 $\rho_{E,5}$ 가 기약이 된다. 이것은 $X_0(15)(Q)$ 가 커습을 제외하고 4개의 유리수 점들만을 가지는데, 이 점들은 모듈러인 비 안정적 곡선에 대응하기 때문이다. 만일 $\rho_{E,5}$ 가 모듈러 임을 안다면, $Gal(Q/Q(\sqrt{-3}))$에 축약시킨 $\rho_{E,5}$가 절대 기약임을 관찰함으로서 $\rho_{E,3}$가 모듈러 임을 알게 된 것과 같은 방법으로 정리를 증명할 수 있다. 이 기약 성질은 $Q(\sqrt{5})$의 가환 확장체가 Q 상에서 가환인 체 $Q(\zeta_5)$이므로 $\rho_{E,3}$에 대한 기약 성질과 유사한 논리로서 증명된다. 다시 말하면, $\rho_{E,5}$가 $Q(\sqrt{5})$ 상에서 유도된 표현이며 E가 5에서 준 안정적인 타원곡선 E는 없다는 것을 확인하면 충분하다. 이것은 $\rho_{E,5}|_{D_5}$ 의 설명을 사용하는 비정규인 경우에서 확인 될 수 있다. 일상적인 경우는 바로 확인된다. 그러므로 유리수체 Q 상의 모든 준 안정적인 타원곡선은 모듈러이다. (증명개요 끝)

정리 2.6. 페르마-와일즈 정리 (페르마의 최후정리)

" $a^n + b^n = c^n$ (n 은 3이상의 정수)를 만족하는 정수해 a , b , c 는 존재하지 않는다."

(증명)

페르마의 최후 정리는 모든 홀수인 소수 l 에 대하여 성립하기만 하면 되므로, l 을 홀수인 소수라 하고,

$$a^l + b^l = c^l \quad , abc \neq 0$$

인 정수 a, b, c가 존재한다고 가정하자. a, b, c는 서로 소라 가정할 수 있고, 더구나, $a \equiv -1 \pmod 4$, b 는 짝수라 가정할 수 있다.

이제 E 를

$$y^2 = x(x - a^l)(x + b^l)$$

로 주어진, Q상에서의 타원곡선이라 하자. 이 타원곡선 E 는 semi-stable 임을 쉽게 알 수 있다. 모든 semi-stable 인 타원곡선에 대하여 타니야마-베이유-시무라의 추론이 사실임을 위의 와일즈 정리(2.5)에서 증명하였고, 리벳의 정리(2.4)에서 타니야마-베이유-시무라의 추론이 페르마의 최후정리를 유도하였으므로, 페르마의 최후정리는 증명이 되었다. (증명 끝).

그 후, 아무런 조건없이 타니야마-베이유-시무라의 추론이 사실임을 테일러와 그의 동료

들이 2001년에 와일즈의 증명법을 사용하여 증명하였다. 이 정리는 이제 모듈러 정리 (modularity theorem)로 알려지게 되었다.16)

3. 결 론

이 연구를 수행하면서 우리가 배울 수 있는 것은 하나의 정리를 증명하기 위해 수많은 수학자들의 노력이 필요하였다는 것이다. 페르마의 최후정리는 그저 한 산술법의 여백에 적혀있던 증명되지 않은 추론에 불과했다. 수학에 관심이 없는 사람이었다면 무심코 넘길 수 있는 이 추론에 수학자들은 350년이 넘는 시간을 투자했으며 그 시간 속에 무수히 많은 새로운 연구결과들을 도출해왔다. 그 연구들로 인해 수학은 점점 발전해왔고 마침내 페르마의 최후정리를 증명하기에 이른 것이다.

페르마의 최후정리가 최종적으로 증명된 과정을 살펴보면 이 증명이 단 한 사람만의 노력으로만 이루어진 것이 아님을 볼 수 있다.

타니야마(Yutaka Taniyama), 시무라(Goro Shimura), 베이유(Andre Weil) 중 어느 한 사람이라도 없었다면 오늘날의 타니야마-베이유-시무라의 추론(=모듈러 정리)이 존재하지 않았을 것이고, 또한 프레이, 세레, 리벳이 없었다면 페르마의 최후정리와 타니야마-베이유-시무라의 추론 사이의 관계를 이해할 수 없었을 것이며, 와일즈가 아니었다면 여전히 페르마의 최후정리는 미해결로 남아있을 것이다.

이들 뿐만이 아니라 이 증명과정에 사용된 방법과 수많은 내용들을 따져본다면 그 안에서 수많은 수학자들을 찾을 수 있을 것이다. 비록 타니야마, 시무라, 프레이, 리벳, 와일즈와 같이 페르마의 최후정리를 증명하는데 큰 역할을 한 수학자들도 있는 반면 라메, 코시와 같이 잘못된 증명으로 큰 역할을 하지 못한 수학자들도 있었지만, 페르마의 최후정리를 증명하기 위한 이들의 발상과 연구, 노력들은 헛된 것들이 아니었다. 이들의 노력으로 인해 수학은 한 걸음 더 진보할 수 있었던 것이다. 이처럼 페르마의 최후정리는 하나의 정리에 불과하지만 그 증명 안에는 350년이라는 시간과 그 시간 속에서의 수많은 수학자들의 노력과 연구, 그리고 수학의 발전이 깃들여 있는 것이다.

또한 페르마의 최후정리를 증명하는 과정에서 큰 역할을 한 타니야마-베이유-시무라의 추론을 살펴보면 페르마의 최후정리가 전혀 다른 중요한 두 수학 분야를 이어주는 다리 역할을 하는 정리임을 알 수 있다. 타니야마-베이유-시무라의 추론은 $y^3 = x^3 + ax^2 + bx + c$

16) 참고문헌 [1].

형태의 함수가 몇 개의 정수해를 가지는가를 연구하는 E-급수문제와 모듈형태 분야를 연구하는 M-급수문제에 대한 가설로 모든 모듈 형태는 자신의 M-급수와 동일한 E-급수를 갖는 타원방정식과 1:1로 대응할 것이라는 내용이다. 즉, 타원 방정식의 E-급수와 모듈형태의 M-급수가 완전하게 일치한다는 것이다. 이 추론이 증명되면서 완전히 다른 두 개의 수학 분야가 하나로 통합된 것이다.

지금은 수학이 대수학, 해석학, 기하학 등 여러 분야로 나뉘어져 있지만 모두 그리스에 기원을 두고 있는 수학이라는 이름 속에 있고, 페르마의 최후정리와 같은 예를 통해서 여러 수학분야들이 수학이라는 한 이름하에 모두 연결되어 있다는 것을 보여주는 것이다.

이 조사연구를 하면서 지금까지 수학자들이 연구해온 많은 정리들 하나하나가 좀 더 의미있고 가치 있게 다가왔으며 앞으로 보게 될 많은 수학의 정리들을 좀 더 새로운 눈으로 볼 수 있을 것이라고 사료된다. 그리고 지금 나오는 수학의 정리들이 그저 완성된 하나의 독자적인 정리에 불과할지 모르지만 언젠가는 이 정리들이 모여서 수학의 역사에 큰 획을 긋는 중요한 문제를 해결하고 또 미해결 문제를 푸는데 큰 역할을 하게 될 것이라고 기대하며 더 많은 연구가 필요함을 절감한다.

결론적으로 역사적인 정리는 증명이 되었다. 그러나 여기서 한 가지 언급해 둘 것은 이 증명방법은 페르마가 발견했다는 정수론적 증명은 아니라는 점이다. 혹시 정수론 적인 방법으로 이 정리를 증명할 수 있을 것인지는 아직도 미해결 상태로 있음을 첨언해 둔다.

참 고 문 헌

[1] Christophe Breuil, Brian Conrad, Fred Diamond, Richard Taylor: On the modularity of elliptic curves over Q: Wild 3-adic exercises, Journal of the American Mathematical Society 14 (2001), pp. 843-939.

[2] David M. Burton, Elementary Number Theory, Allyn and Bacon, Boston, 1980.

[3] Kenneth Ribet, From the Taniyama-Shimura conjecture to Fermat's last theorem. Annales de la faculté des sciences de Toulouse Sér. 5, 11 no. 1 (1990), p. 116-139.

[4] Simon Singh, 박병철 역, 페르마의 최후정리, 영림카디널, 1998.

[5] Richard Taylor and Andrew Wiles, Ring Theoretic Properties of Certain Hecke Algebra, vol 141(1995), 553-572.

[6] Andrew Wiles, Modular Elliptic Curve and Fermat's Last Theorem, Annals of Mathematics, vol 141(1995), 443-551.

[7] 김응태, 정수론, 경문사, 2004.

[8] 박화신, Fermat의 마지막 정리, 기초과학소식, 군산대학교 기초과학연구소, 1995.

[9] 송석준, 수론의 이해, 제주대학교 출판부, 2001.

[10] 수학사랑 (http://www.mathlove.org/pds/materials/episodes/fermat.htm).

[11] 아미르 D. 액설, 한창우 역, 쉽게 읽는 페르마의 최후 정리, 경문사, 2002.

[12] http://www.ftmath.net/.

[13] http://mathworld.wolfram.com/Taniyama-ShimuraConjecture.html.

『백록논총』 간행 규정

제1조(목적)

이 규정은 제주대학교 교육과학연구소 규정 3조 8항에 따라 연구소에서 간행하는 학술지인 『백록논총』의 간행에 관한 사항을 정함을 목적으로 한다.

제2조(간행횟수)

『백록논총』은 매년 2회 발행하며 간기는 12월 31일, 8월 30일로 한다.

제3조(게재원고의 내용과 종류)

1. 교과교육에 관련된 것을 원칙으로 한다.
2. 원고의 종류에는 1항과 관련된 연구논문, 연구노트, 서평, 자료소개 등으로 한다.
3. 『백록논총』에 발표하는 논문은 독창성을 갖는 것으로서 미발표된 것이어야 한다.

제4조(논문투고)

1. 원고는 제출 後, 심사를 거쳐 게재한다.
2. 논문을 게재하려면 일정한 절차를 밟아야 한다.

제5조(심사위원회 및 심사원칙)

1. 투고논문은 편집위원회에서 접수하며, 소정의 심사를 거쳐 게재 여부를 확정한다.
2. 심사위원은 편집위원회에서 위촉한 해당 분야의 3인으로 구성하며, 익명의 심사를 원칙으로 한다. 단, 학술대회 등 본 연구소의 학술행사에서 발표한 논문과 특집 등 기획논문은 2인을 위촉한다.
3. 연구노트, 서평, 자료소개는 편집위원회에서 게재여부를 결정한다.
4. 심사하는 영역은 다음과 같다.
   ① 연구 주제의 독창성
   ② 연구 주제의 명확성과 방법의 적정성
   ③ 참고문헌 및 인용의 적절성
   ④ 학술적 가치 및 완성도
   ⑤ 학술지 투고 규정의 준수 여부
5. 게재여부는 심사위원이 '게재', '수정 후 게재', '수정 후 재심사', '게재 불가'의 4등급으로 평가한다.

6. '수정 후 게재' 평가를 받은 논문은 편집위원회에서 수정사항 이행 여부를 확인하고 게재여부를 결정한다.
7. 발행하려는 논문의 수에 비해 '게재' 판정을 받은 논문이 많을 경우 접수 순으로 우선 게재하고, 나머지 논문은 다음 호에 게재한다.

제6조(접수 및 심사결과 통보)

1. 편집위원회는 논문 투고자에게 접수 및 논문게재의 가부를 통고한다.
2. 심사위원의 보완 요구가 있을 경우 이를 따른다. 그렇지 않을 경우 편집위원회는 게재결정을 취소할 수 있다.

제7조 논문 게재 여부의 판정 규정은 다음과 같다.

심사 1	심사 2	심사 3	판정 결과
수정 없이 게재	수정 없이 게재	수정 없이 게재	수정 없이 게재
수정 없이 게재	수정 없이 게재	부분 수정 후 게재	수정 없이 게재
수정 없이 게재	수정 없이 게재	게재 불가	부분 수정 후 게재
수정 없이 게재	부분 수정 후 게재	부분 수정 후 게재	부분 수정 후 게재
수정 없이 게재	부분 수정 후 게재	게재 불가	부분 수정 후 게재
수정 없이 게재	게재 불가	게재 불가	게재 불가
부분 수정 후 게재	부분 수정 후 게재	부분 수정 후 게재	부분 수정 후 게재
부분 수정 후 게재	부분 수정 후 게재	게재 불가	부분 수정 후 게재
부분 수정 후 게재	게재 불가	게재 불가	게재 불가
게재 불가	게재 불가	게재 불가	게재 불가

제8조(부칙)

1. 이 규정은 2008년 7월 1일부터 효력을 발생한다.
2. 이 규정에서 제외된 사항은 편집위원회에서 결정한다.

『백록논총』 투고 규정

1. 투고자격과 방법

1) 투고자는 우리 연구소 연구원 및 특별연구원을 원칙으로 하며, 연구원이 아닌 경우에는 편집위원회의 심의를 거쳐 게재할 수 있다.
2) 원고의 종류는 연구논문(article), 단보(proceeding &report), 서평(book review), 자료(research materials), 번역문(translation) 등으로 한다.
3) 원고는 다른 곳에 게재하지 않았거나 게재할 예정이 아닌 것이어야 한다.
4) 원고의 게재여부와 게재순서는 편집위원회에서 심사하여 결정한다.

2. 원고 집필 요령

1) 게재를 희망하는 논문이나 글은 교육과학연구소의 편집위원회로 제출하여야 한다. (690-756, 제주특별자치도 제주시 제주대학로 66 제주대학교 교육과학연구소 편집위원회)
2) 출력된 원고 3부를 디스켓(e-mail로 전송가능)과 함께 제출한다.
3) 제출 원고는 아래의 <원고 작성 요령>에 따른 것이어야 한다.

〈 원고 작성 요령 〉

1. 모든 원고는 '혼글' 2002 이상의 버전으로 아래의 기준에 따라 작성하는 것을 원칙으로 한다.
2. 연구논문 분량은 각주, 참고문헌, 표 등을 포함하여 A4 용지 20매(200자 원고지 200매)를 초과하지 않도록 한다.
3. 한글 사용을 원칙으로 하며, 꼭 필요한 경우 한자나 영어를 괄호 안에 적는다. 고유명사의 경우 해당 언어 발음을 한글로 적되, 일상화된 고유 명사는 예외로 한다. 한자문화권의 경우 고유 명사는 한자 표기를 할 수도 있다.
4. 연구논문은 제목, 성명, 본문 및 각주, 참고문헌 순서로 작성한다. 원고 첫 페이지 하

단에는 저자의 소속과 직위, 전공을 한줄 이내로 표기한다.

5. 그림 및 사진은 그대로 제판에 사용할 수 있도록 별지에 작성하여 원고의 맨 뒷장에 첨부하고, 그 위치를 원고에 정확히 표시한다.
6. 본문의 내용을 명료하게 나타낼 수 있도록 본문의 절과 항 번호는 Ⅰ, 1, 1), ①의 순으로 한다.
7. 논저 인용은 저자의 이름과 논저의 출판 연도를 본문에서 괄호 안에 기재하는 것을 원칙으로 하고, 필요한 경우 이용 면수를 기재하도록 하며, 인용 또는 언급된 논저는 참고문헌에 포함시킨다. 자료 주 및 설명 주는 각주로 처리한다.
8. 본문 중에서 작은 따옴표를 사용하여 강조하며, 다른 저서나 논문의 일부를 직접 인용할 경우에는 큰따옴표를 사용한다.
9. 참고문헌의 순서는 ①한국 ②중국·일본 ③서양의 순서로 하고, 저서와 논문의 구별 없이 한국의 것은 가나다 순, 중국·일본은 한자음의 가나다 순, 서양은 알파벳 순서로 한다. 같은 저자의 경우 연도 순서로 한다.
10. 한국·중국·일본의 참고문헌의 경우, 논문은 「 」, 저서나 학술지는 『 』, 서양의 것은 논문은 " ", 저서나 학술지는 이탤릭체로 한다.
11. 이 규정에 언급되지 않는 사항은 편집위원회의 결정에 따른다.

『백록논총』 원고 작성 요령

1) 원고는 이 요령에 따라 작성되어야 한다.
2) 원고는 우리말 또는 영문으로 작성하되, 우리말 원고는 원고 형식에 준하여 A4 용지 20매 내외로 하며, 영문 원고도 이에 준한다.
3) 우리말 원고는 국한문 혼용으로 작성하되, 필요한 경우만을 한자로 표기하며, 영문 괄속에 영문표기를 제시하고, 그 이후는 우리말 표기만을 사용한다.
4) 논문 앞에는 간략한 국문요약과 주요 용어를 제시한다. 논문 뒤에 영문요약을 첨부할 수 있다.
5) 필자의 소속은 각주방식(*)으로 밝힌다.
6) 영문(외국어논문인 경우 우리말)의 논문제목과 필자 명을 반드시 제시해야 한다.
7) 컴퓨터(흔글 3.0 이상)를 사용하여 논문을 작성하되, 원고를 제출할 때 디스켓 및 프린트 본 각 1부를 제출한다.
8) 원고 형식 및 원고 여백은 다음을 따른다.

〈원고 형식〉

		제목	본문	이름	장	절	인용문	각주	참고문헌
문단모양	왼쪽여백	0	0	0	0	0	3	4	0
	오른여백	0	0	0	0	0	3	0	0
	들여쓰기	0	2	0	0	2	2	−3	2
	줄간격	162	162	162	162	162	140	140	160
	정렬방식	가운데	혼합	오른쪽	가운데	혼합	혼합	혼합	혼합
글자모양	글꼴	견명	신명	태명	견명	중고	신명	신명	신명
	크기	20	10.5	13	15	12	9	9	10
	장평	95	95	95	95	95	95	95	95
	자간	−5	−5	−5	−5	−5	−5	−5	−5

〈원고 여백〉

(편집용지<F7>에서 다음과 같이 처리함)

위	아래	왼쪽	오른쪽	머리말
18	25	25	25	12

(용지종류 : 사용자 정의 190×260 지정)

9) 각주와 참고 문헌의 제시는 각 전공별 관례에 따른다.

교육과학연구소 회원

강경희	제주대 과학교육과 강사
강덕수	제주대학교 경영학과 교수
강동식	제주대학교 과학교육과 교수
강봉수	제주대학교 윤리교육과 교수
강상덕	제주대학교 영어교육과 교수
강승필	제주대학교 수학교육과 강사
강영기	남주고등학교 교사
강영봉	제주대학교 과학교육과 교수
강정식	제주대학교 국어교육과 강사
강창남	제주대학교 해양과학대학 실습선 교수
고봉수	제주대학교 수학교육과 교수
고성준	제주대학교 윤리교육과 교수
고용진	제주한라대학교 관광일어통영과 교수
고윤희	제주대학교 수학교육과 교수
고형준	연세대학교 수학과 교수
권상철	제주대학교 사회교육과 교수
김도현	제주대학교 수학교육과 교수
김병수	제주대학교 생물교육과 교수
김봉진	대진대학교 수학과 교수
김성백	제주대학교 컴퓨터교육과 교수
김성봉	제주대학교 교육대학원 교육학과 교수
김세헌	제주대학교 과학교육과 교수
김승한	제주대학교 일어일문학과 교수
김영춘	제주대학교 무역학과 교수
김종훈	제주대학교 영어교육과 교수
김창범	국민대학교 수학과 교수
김철민	제주대학교 컴퓨터교육과 교수
김철수	제주대학교 전산통계학과 교수
김태곤	제주대학교 국어교육과 교수
김태호	제주대학교 사회교육과 교수

김한일	제주대학교 컴퓨터교육과 교수
김항원	제주대학교 사회교육과 교수
김형수	제주한라대학교 컴퓨터정보활용과 교수
문성숙	제주대학교 국어교육과 교수
박관수	민족사관고등학교 교사
박여성	제주대학교 독일학과 교수
박정환	제주대학교 교육대학원 교육학과 교수
박종필	제주대학교 교육대학원 교육학과 교수
박진원	제주대학교 수학교육과 교수
박찬정	제주대학교 컴퓨터교육과 교수
박태수	제주대학교 교육대학원 교육학과 교수
변종민	제주대학교 영어교육과 교수
부덕훈	충남대학교 수학과 교수
서용건	제주대학교 관광경영학과 교수
손명철	제주대학교 사회교육과 교수
손오규	제주대학교 국어교육과 교수
송문석	제주외국어고등학교 교사
송성대	제주대학교 사회교육과 교수
송일상	제주대학교 영어교육과 교수
안성수	제주대학교 국어교육과 교수
안영진	전남대학교 지리학과 교수
양길현	제주대학교 윤리교육과 교수
양방주	제주대학교 윤리교육과 교수
양성호	제주대학교 수학교육과 교수
양영수	제주대학교 영어교육과 교수
양진건	제주대학교 교육대학원 교육학과 교수
양창용	제주대학교 영어교육과 교수
염미경	제주대학교 사회교육과 교수
오상학	제주대학교 사회교육과 교수
오창명	제주대학교 학술연구 교수
오홍식	제주대학교 과학교육과 교수
윤석산	제주대학교 국어교육과 교수
윤원회	영남대학교 영어영문학과 교수

이기봉	서울대학교 규장각 연구원
이무용	전남대학교 문화대학원 교수
이상칠	제주대학교 과학교육과교수
이성훈	숭실대학교 겸임교수
이순동	제주대학교 과학교육과 교수
이안나	몽골 울란바타르대학교 교수
이원호	성신여자대학교 지리학과 교수
이현군	동북아역사재단 지리학 교수
임평옥	제주대학교 과학교육과 교수
장민호	제주대학교 과학교육과 박사과정
정동기	제주대학교 생물산업학부 교수
정영철	광운대학교 전자통신공학과 교수
정인식	서울디지탈대학교 영어과 교수
정진현	제주대학교 사회교육과 교수
정충덕	제주대학교 과학교육과 교수
조영국	협성대학교 지역개발학과 교수
조정원	제주대학교 컴퓨터교육과 교수
차봉준	숭실대학교 강사
최규일	제주대학교 국어교육과 교수
최은숙	경북대학교 강사
하종범	금오공과대학교 교육대학원 교수
하진의	제주대학교 교육대학원 교수
한석지	제주대학교 사회교육과 교수
한창훈	전북대학교 국어교육과 교수
허윤덕	제주대학교 영어교육과 교수
허정훈	제주대학교 윤리교육과 교수
허철수	제주대학교 교육대학원 교육학과 교수
현승환	제주대학교 국어교육과 교수
현완송	제주대학교 영어교육과 교수
현정훈	제주한라대학교 관광일어통역과 교수
현진오	제주대학교 수학교육과 교수
홍선호	서울교육대학교 영어교육전공 교수
황인호	인천대학교 수학과 교수

교육과학연구
백 록 논 총　　**제11권 제2호**

발행일 : 2009년 12월 31일
발행인 : 최 치 규
편집인 : 현 승 환
발행처 : 제주대학교 사범대학·교육과학연구소
인　쇄 : 성 민 출 판
☎ (064) 723-1008