

평형해법을 이용한 냉장고 손잡이 부위 성형해석을 위한 연구

정 동 원* · 이 승 훈**

1. 서 론

많은 산업분야에서 박판 성형이 차지하는 비중은 매우 크며 또한 큰 영향을 미치고 있다. 박판 성형 공정의 수치적해석 방법으로는 평형 방정식을 이용한 기하학적인 방법과 유한요소해석 방법이 널리 사용되고 있다.

그 중 박판 성형 공정 해석에 사용되고 있는 비선형 유한요소법(F.E.M)에 의한 시뮬레이션은 정확한 해와 많은 정보를 줄 수 있다는 장점을 가지고 있으나, 기하학적 형상이 매우 복잡하거나 대용량의 판넬과 같은 문제에 있어서는 수렴성 등의 문제가 있어 정량적 해를 얻을 수 없다. 따라서, 유한요소법과는 달리 수렴성이 문제가 되지 않으면서 빠른 시간내에 금형설계단계에서 성형성을 평가하고, 금형의 잘못된 곳을 수정하기에 충분히 실용적인 장점을 가지고 있는 시스템이 필요하다.¹

이러한 요구는 CAD적인 계산과 소성역학적 이론의 접목을 통해서 임의의 형상을 가진 금형의 단면해석의 구현이 가능하며, 도요다(Toyota) 자동차 회사는 1980년 후반에 CAD/CAM/CAE의 통합 시스템인 다이 페이스(Die Face) CAD시스템을 개발하여 실용화 하였다.^{2,3} 이는 다이 페이스 설계에서, 종래에 금형 제작 후 나타나는 시행착오를 CAD를 활용하여 다이 페이스 설계과정에서 미리 예측하여 수정할 수 있게 한 시스템을 말한다. 이런 시스템의 개발 목적은 CAD/CAE의 성형성 평가 모듈(Module)을 이용하여 금형 불량상태 항목에 도움을 주고, 제품 형상에 따라 각양각색으로 변화하는 다이 페이스 형상과

* 제주대학교 공과대학 기계에너지생산공학부 교수

** 제주대학교 대학원

성형성 평가를 위한 데이터를 축적하여 정밀한 설계를 하는 데 있었다.⁴

평형해법은 펀치 및 다이와 판넬의 기하학적 관계를 소성역학적인 이론과 접목하여 간단하게 성형 과정을 시뮬레이션(Simulation)하여 성형성을 평가해 볼 수 있어, 금형설계단계에서 잘못 설계된 곳을 빠른 시간내에 바로 잡을 수 있다는 실용적인 관점에 목적을 두고 있다. 따라서, 평형해법은 유한요소법(F.E.M)처럼 많은 정보를 제공하지는 못하지만, 금형 설계시 가장 중요한 성형성을 간단히 평가할 수 있어서 후자보다 정확성은 떨어져도 금형 설계에 실용적인 시스템으로서 의의가 있다. 본 해석을 하기 위해서, CAD적인 관점에서는 기하학적 관계로부터 실제 성형되고 있는 모양을 근사시킬 수 있는 성형 곡선의 추적이 필요하였다. 또한 이로부터, 펀치 및 다이와 판넬의 접촉-비접촉여부 판별, 접촉-비접촉 부위 길이, 접촉각 등을 계산할 수 있으며, 이것은 소성역학적 계산을 위해서 선행되어야 한다.¹ 이렇게 구해진 정보를 바탕으로, 재료는 수직이방성을 갖는 강소성으로 가정하고, 힘 평형에 이르는 최적화 기법으로 해를 구하였으며 이 방법은 평면변형 문제로 취급할 수 있는 임의의 형상을 갖는 박판(Sheet)의 성형공정을 해석할 수 있도록 되어 있다

본 연구에서는 A. Takahashi² 등이 개발한 힘평형에 이르는 최적해를 구하는 방법(평형해법 또는 Toyota 방식)을 Yoon¹등이 개발한 기존 수식화를 이용하여 해석을 위한 연구를 하였다.

본 연구의 목적은 실제 금형 설계과정에서 활용할 수 있도록 2차원 강소성 유한요소법을 이용하여 박판성형의 제반특성을 고려하여 변형상태를 경제적이고 효과적으로 시뮬레이션하는 방법을 제안하는 것이다.

2. 본 론

2.1 판넬 모양 예측

임의의 형상의 펀치와 다이의 단면 데이터가 주어지면, 기하학적인 관계로부터 판넬의 성형되는 모습을 알아낼 수 있다. 이때 얻어진 판넬 모양을 기하학적 성형곡선으로 취급할 수 있으며, 이런 CAD 자료로부터 얻은 기하학적 성형곡선은 F.E.M의 막막요소(Membrane Element)를 썼을 때 해석결과 얻어진 성형곡선과 유사하다.

기하학적 성형곡선의 물리적 의미는 양쪽 호울더에서 실을 팽팽하게 잡아 당겼을 때의 모양이며, 펀치와 다이의 기하학적 구속 조건을 만족시키면서 다이 캐비티(Die Cavity)를 통과하는 최단 경로라고 말할 수 있으며 성형곡선을 구하는 순서⁵⁾는 다음과 같다.

과정 1(i,ii,iii)

- i) 다이의 양 끝점을 기준으로 해서 펀치만을 고려하여 성형곡선을 구한다.
- ii) 다이에 성형곡선이 침투(Penetration)되는지 검색한다.
- iii) 침투된 부분을 포함하는 가장 가까운 접촉 부위의 양 끝점(펀치)을 찾는다.

과정 2(iv,v,vi)

- iv) 과정1-iii에서 찾은 양 끝점을 기준으로 해서 다이만 고려하여 성형곡선을 구한다.
- v) 펀치에 성형곡선이 침투되는지 검색한다.
- vi) 침투된 부분을 포함하는 가장 가까운 접촉부위의 양 끝점(다이)을 찾는다.
- vii) vi에서 찾은 양 끝점을 기준으로 해서 과정 1을 반복한다.
- viii) 종합하면, 위와 같이 양 끝점만을 변경하여 과정 1과 과정 2를 반복하면서 침투가 생기지 않을때까지 진행하면 원하는 성형곡선을 얻을 수 있다.

2.2 평면 변형도 강소성 유한요소법

박판성형을 효과적으로 해석하기 위해서는 기하학적, 재료적 비선형성을 고려한 해석이 필수적이다. 위와같은 점을 고려하여 양동열과 김영진⁶⁾은 Hill의 2차 항복이론을 이영하고 주 질점좌표계와 한 단계동안의 변형경로에 대한 가정을 사영하여 수직이방성의 가정하에서 박막요소를 사영하여 3차원 박판성형에 대한 강소성 유한요소법을 수식화 하였다. 정완진⁷⁾등은 Hill의 신이방성이론⁸⁾을 따르는 재료에 대하여 강소성유한요소법을 유도하였다. 본 연구에서는 정완진등에 의해 개발된 유한요소법을 평면변형 문제 경우에 대하여 적용하였다. 강소성 유한요소법의 변분식은 다음과 같이 나타난다.

$$\int_{A^0}^r \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\epsilon}) \tau^0 dA^0 - \int_{S^r} t \cdot \delta u dS^r = 0 \quad (1)$$

유한요소 수식화 과정을 적용하면 다음과 같은 비선형 방정식을 얻을 수 있다.

$$Q(\tilde{U}) = P(\tilde{U}) + F \quad (2)$$

여기서 $P(\tilde{U})$ 는 압력에 의한 절점력을 나타내고 f 는 그 외의 힘에 의한 절점력을 나타내며 식(1)의 첫째항에 해당하는 $Q(\tilde{U})$ 는 다음과 같다.

$$Q(\tilde{U}) = \sum_e \int_{A^{e0}} \bar{\sigma}^0 g^1 \frac{\partial(\Delta \bar{\epsilon})}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon_1} K_1 t^0 dA^0 \quad (3)$$

식(2)는 비선형 방정식이므로 식 (4)와 같이 선형화하여 뉴턴 랩슨방법으로 해를 구한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial U} [Q(\tilde{U}) - P(\tilde{U})] \Big|_{\tilde{U} = \tilde{U}_{(i-1)}} \cdot \Delta \tilde{U}_{(i)} \\ = F - Q(\tilde{U}_{(i-1)}) + P(\tilde{U}_{(i-1)}) \end{aligned} \quad (4)$$

본연구에서 사용하는 강소성 재료의 특성방정식은 해중의 경우 그 부분에서의 응력을 알수 없어 해가 발산하게 되는데 이러한 어려움을 수치적으로 해결하기 위하여 Osakad등[]이 사영한 방법을 채용하여 변형률 증분을 다음과 같이 수정하여 사영하였다.

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{d\epsilon^2 + d\bar{\epsilon}_0^2} \quad (5)$$

이때 구성방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_o}{\sqrt{d\epsilon^2 + d\epsilon_o^2}} d\bar{\epsilon} \quad (6)$$

2.3 경사면 경계조건을 이용한 접촉처리 방법

박막요소를 사용한 유한요소법에서 접촉문제를 고려할 때 요소내에서 수직 응력을 구할 수 없으므로 절점단위로 접촉을 고려하는 것이 편리하다.

fig.1와 같이 두 물체가 접촉할 때 접촉조건을 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\sigma_n \cdot \phi = 0 \quad (7.a)$$

$$\phi \geq 0 \quad (7.b)$$

$$\sigma_n \leq 0 \quad (7.c)$$

본 연구에서는 경사좌표계를 사용하여 2차원형상의 금형에 의한 박판성형 해석 시 접촉조건을 만족시켰다. 2차원 상의 임의의 곡면형상은 다음과 같이 매개변수로 나타낼 수 있다.

$$r(u) = X^S(u)e_x + Y^S(u)e_y \quad (8)$$

fig.2에서 접촉면상의 접촉점 P에 가장 가까운 점 Q는 P와 Q사이의 거리를 최소화함으로써 얻어진다.

$$|QH|^2 = (X(P) - X^S(u))^2 + (Y(P) - Y^S(u))^2 \quad (9)$$

fig.2와 같이 금형표면위의 점 Q에서의 금형바깥 방향의 수직벡터의 방향을 $e_{\bar{y}}$, 절점 P의 편치에 대한 상대변위 U_r 이 $e_{\bar{y}}$ 에 수직인 성분벡터의 방향을 $e_{\bar{x}}$ 로 한다. $e_{\bar{y}}$, $e_{\bar{x}}$ 는 다음과 같다.

$$e_{\bar{x}} = \frac{U_r - (U_r \cdot e_{\bar{y}})e_{\bar{y}}}{|U_r - (U_r \cdot e_{\bar{y}})e_{\bar{y}}|}$$

$$e_{\bar{y}} = \frac{n(Q)}{|n(Q)|} \quad (10)$$

여기서 U_r 은 절점의 금형에 대한 상대변위를 나타낸다. 변환행렬 T 는 다음과 같다.

$$\Delta U = T \Delta \bar{U} \quad (11)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\bar{X}, X) & \cos(\bar{Y}, X) \\ \cos(\bar{X}, Y) & \cos(\bar{Y}, Y) \end{bmatrix} \quad (12)$$

식(12)의 변환행렬을 이용하여 접촉절점에 대하여 유한요소 방정식을 원래의 직교좌표계 (X, Y) 로부터 경사좌표계 (\bar{X}, \bar{Y}) 로 변환한다.

$$\bar{K} \Delta U = \bar{R} \quad (13)$$

여기서, $\bar{K} = T^T K T$, $\bar{R} = T^T R$ 이다.

coulomb 마찰조건을 만족시키기 위해 마찰력을 경사좌표계에서 절점력으로 다음과 같이 표시하였다.

$$(F_s)_i = -\frac{2}{\pi} \mu (F_{\bar{y}})_i \tan^{-1}(k |U_{\bar{x}}|) \quad (14)$$

$$U_{\bar{x}} = U_r - (U_r \cdot e_{\bar{y}})e_{\bar{y}} \quad (15)$$

여기서 k 는 큰상수이다. 식 (14)에 의해 생기는 강성행렬에 기여하는 항들은 좌표변환후에 계산되었다. 접촉조건중에서 식(7.c)를 만족하기 위해서는 접촉절점과 금형사이에 작용하는 절점력이 압축력이어야한다. 따라서 접촉중인 절점의 바깥방향의 수직력이 음이면 (접촉 --> 비접촉) 상태전환을 하여 반복계산

한다. 이때 절점력은 근사적으로 다음과 같이 구해진다.

$$P_{\bar{y}} = \sum_{j=1}^n (\Delta U_j K_{\bar{y}\bar{y}}) - R_{\bar{y}} \quad (16)$$

만일 $P_{\bar{y}}$ 가 음이면 (접촉 --> 비접촉) 절점의 접촉상태를 변경하고 변위 벡터를 수정하지 않고 다시 계산한다. 이때 강성행렬 K 는 마찰력에 의한 부분만 제외하고는 다시 계산할 필요가 없다.

2.3 초기 변위장 생성 수식화

강소성 유한요소법에서는 수렴성이 초기 변위장에 크게 의존한다.⁹ 본 연구에서 사용한 비선형 탄성 초기 변위장 생성 수식화는 다음과 같다. 평면 변형 하에서 내부에너지(W)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} W &= \int_{A^o} \sigma_1 \epsilon_1 t^o dA^o = \int_{A^o} \frac{E}{(1-\nu^2)} \epsilon_1^2 t^o dA^o \\ &= \sum_e \int_{A^{(e)o}} \frac{E}{(1-\nu^2)} \epsilon_1^2 t^o dA^o \end{aligned} \quad (17)$$

여기서,

$$\epsilon_1 = \ln({}^rL/{}^rL) = \frac{1}{2} \ln({}^r g_1 / {}^o g_1)$$

식 (17)에 변분을 취하후 비선형 방정식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta W &\equiv \delta \tilde{U}^T Q(\tilde{U}) \\ Q(\tilde{U}) &= \sum_e \int_{A^{(e)o}} \frac{2E}{(1-\nu^2)} (\epsilon_o + \epsilon_1) \frac{\partial \epsilon_1}{\partial {}^r g_1} \frac{\partial {}^r g_1}{\partial U} t^o dA^o \end{aligned} \quad (18)$$

위의 비선형 방정식을 뉴턴랩슨(Newton-Raphson)방법으로 방정식의 해를 구한다. 본 수치화에서는 수렴성을 위하여 ϵ_1 대신에 $\epsilon_1 + \epsilon_0$ 로 대치하였다. 여기서 ϵ_0 는 충분히 작은 상수이다. 본 연구에서는 비선형 탄성 초기 변위장 생성 프로그램을 이용하여 초기 변위장을 생성하였으며 다음과 같이 두 단계로 나누었다. 첫 단계에서는 접촉 조건을 무시하고 가장 먼저 박판과 접촉하는 절점에 수직 방향의 변위를 조금 준 후 변위장을 생성한다. 두 번째 단계에서는 첫 단계에서 얻어진 변위장을 원하는 변위만큼 증폭시키고 접촉조건을 고려한 후 실제적인 초기 변위장을 생성한다.

3. 결과 및 토론

3.1 성형 해석 결과 및 3차원 합성

수치화 된 결과에 따라 평면 변형 유한요소 해석 프로그램을 작성하여 성형품의 각 단면들을 성형단계에 따라 2차원 해석하였다. 해석에 사용된 재료는 다음과 같다.

응력-변형도 곡선 : $\bar{\sigma} = 52.985 (0.2 + \bar{\epsilon})^{0.20}$

수직 이방성 계수 : $R = 2.00$

재료 두께 : $t = 0.45\text{mm}$

Coulomb 마찰계수 : $\mu = 0.2$

구속력(Binding Force) : 15kgf/mm (오른쪽), 15kgf/mm (왼쪽)

성형단계 : Maximum allowable punch stroke = 22mm

Each step punch stroke = 0.5mm

성형품 단면의 시뮬레이션 결과는 변형도가 0.05% 미만의 성형공정이었다. 따라서, 구속력을 너무 크게 주지 않는 한 무리 없이 성형될 것으로 판단되며, 성형품의 변형단계에 따른 변형 형상과 두께 분포가 다음 Fig.3, 4에 나타나 있다.

해석에 사용된 유한요소 격자를 각 단면에서 64개의 선형요소로 분할하였다. 그래프상의 각점들은 노드점(node point)를 나타내고 매 계산 단계에서의 최대 유효 변형도는 0.025 이내로 제한되도록 계산단계의 크기를 조정하였다. 초기 변위는 초기 변위장 생성 프로그램으로 구하여 본 프로그램의 초기변위로 사용하였다. 양측의 끝절점에 단위폭당15kgf/mm의 제한력(restraining force)를 가하여 그 절점의 내부 절점력의 반경 방향성분이 제한력 보다 작을 때는 양측 끝 절점을 고정시키고, 제한력 보다 커지면 그 절점이 안으로 빨려들어오도록하여 드로잉 공정을 해석하였다. 평면변형드로잉의 경우 축대칭 문제와 달리 기하학적인 구속조건이 없어서 재료의 강제 운동이 잘생하여 강소성 유한요소법에서 해의 수렴성이 급격히 악화되어 식(6)에서 $\bar{\epsilon}_0$ 의 값을 크게 하여야 해가 수렴하므로 변형률이 약간 커진다. Fig.3은 프로그램상에서 박판성형되는 데이터들을 단계별로 도시하였다.

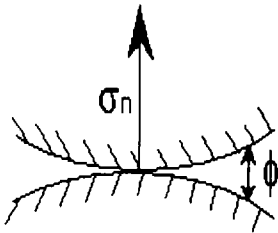


Fig.1 두 물체간의 접촉조건

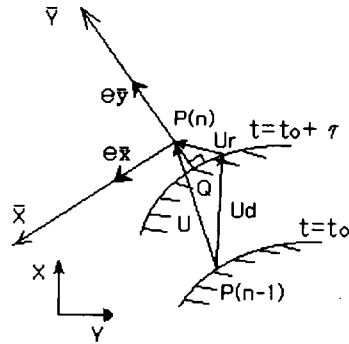
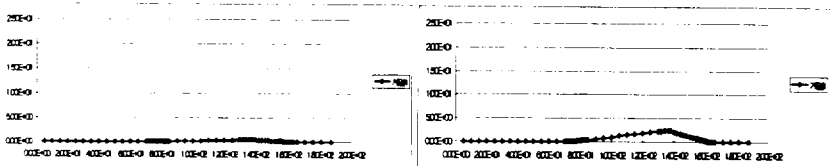
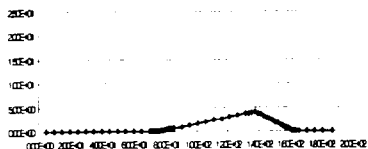


Fig.2 경사좌표계의 설정

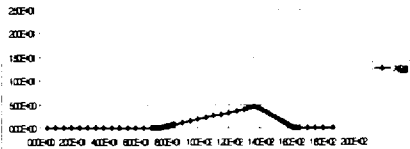


(a)step=2, punch stroke=1.0mm

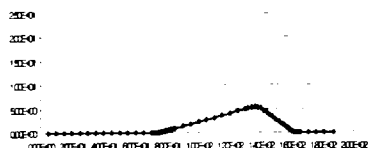
(b)step=4, punch stroke=2.0mm



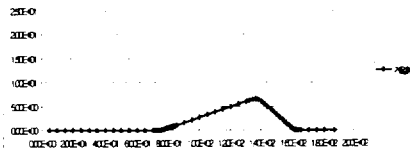
(c)step=6, punch stroke=3.0mm



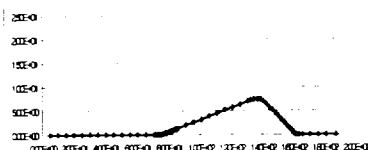
(d)step=8, punch stroke=4.0mm



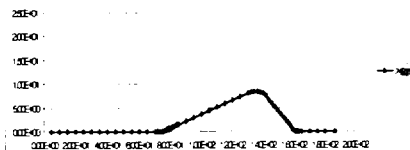
(e)step=10, punch stroke=5.0mm



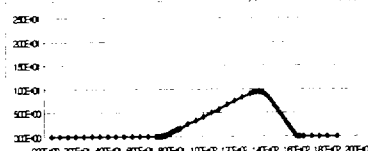
(f)step=12, punch stroke=6.0mm



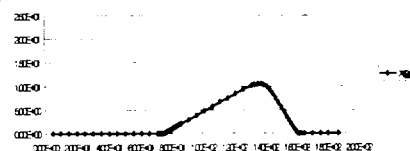
(g)step=14, punch stroke=7.0mm



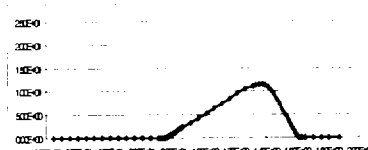
(h)step=16, punch stroke=8.0mm



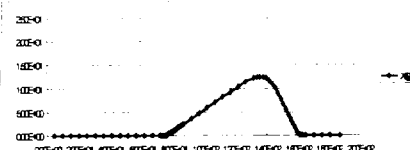
(i)step=18, punch stroke=9.0mm



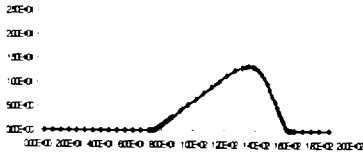
(j)step=20, punch stroke=10.0mm



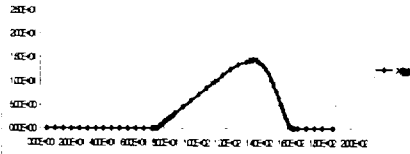
(k)step=22, punch stroke=11.0mm



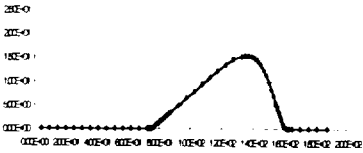
(l)step=24, punch stroke=12.0mm



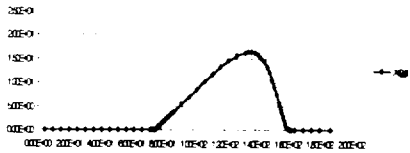
(m)step=26,punch stroke=13.0mm



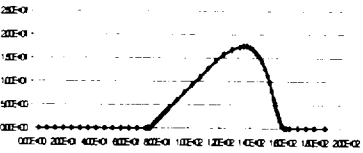
(n)step=28,punch stroke=14.0mm



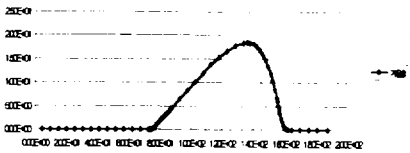
(o)step=30,punch stroke=15.0mm



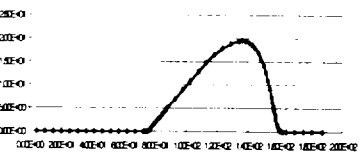
(p)step=32,punch stroke=16.0mm



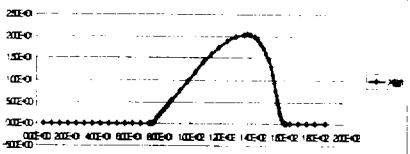
(q)step=34,punch stroke=17.0mm



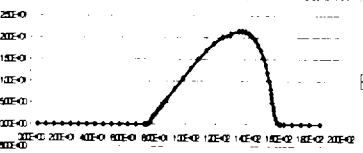
(r)step=36,punch stroke=18.0mm



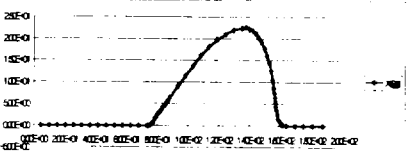
(s)step=38,punch stroke=19.0mm



(t)step=40,punch stroke=20.0mm

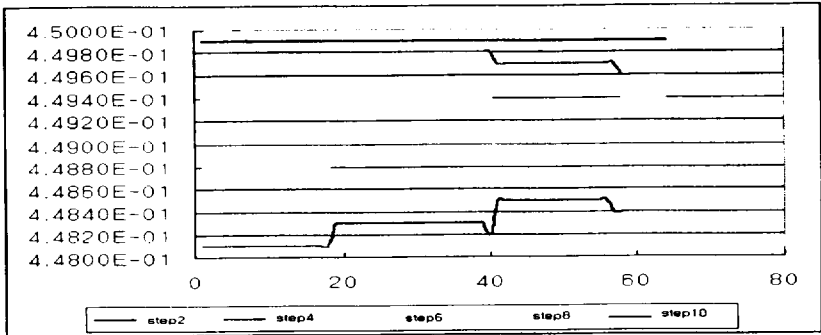


(u)step=42,punch stroke=21.0mm

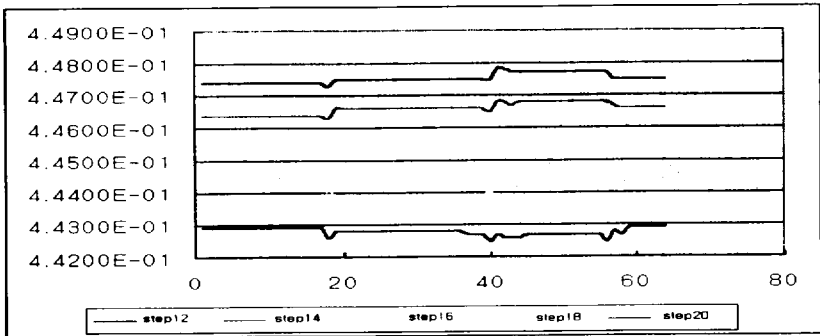


(v)step=44,punch stroke=22.0mm

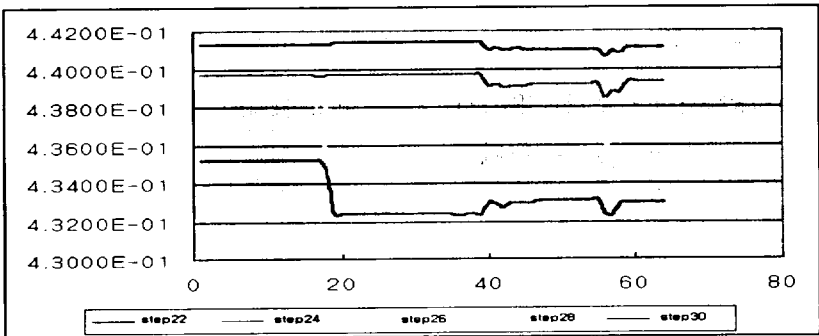
Fig.3. 단계별 단면의 변형 형상



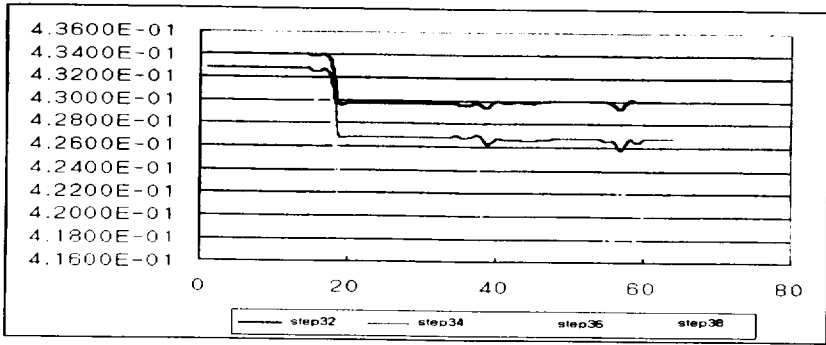
(a)step2-step10,(punch stroke 1.0~5.0mm)



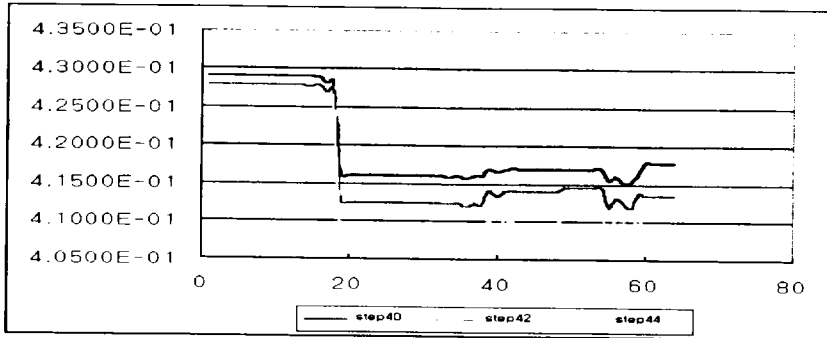
(b)step12-step20(punch stroke 6.0~10.0mm)



(c)step22-step30(punch stroke 11.0~15.0mm)



(d)step32-step38(punch stroke 16.0~19.0mm)



(e)step40-step44(punch stroke 20.0~22.0mm)

Fig.4 각 단계별 두께 분포

참 고 문 헌

1. 윤정환, 유동진, 송인섭, 양동열, 이장희, "평형해법에 의한 스템핑 공정의 단면해석", 한국정밀공학회지 제11권 4호, 1994.
2. A. Takahashi, I. Okamoto, T. Hiramatsu and N. Yamada, "Evaluation methods of press forming severity in CAD applications". Computer Modeling of Sheet Metal Forming Process. Theory, Verification and Application. Edited by N.M. Wang and S.C. Tang. pp. 37-50. 1985.
3. H.Sugiura, I.Okamoto, T.Hiramatsu, J.Yoshimi, K.Fujiwara, "Evaluation of Elongation

- and Material Movement during Press Forming with CAD", JSAE Review, vol.9, no2, April, 1988.
4. 유동진, 이정우, 전기찬, "차체 판넬 프레스 성형 공정의 평면 변형 해석", 대한기계학회 89년 추계 학술 대회, pp. 275-278, 1989.
 5. 양형일, "차체 패널의 성능에 관한 연구", 제주대학교 기계공학과 석사논문, 2000.
 6. Y.J. Kim and D.Y. Yang, A rigid-plastic finite element formulation considering the effect of geometric change and its application to hydrostatic bulging, Int.J.Mech.Sci.,Vol.27,pp453-463, 1985.
 7. W.J. Chung, Y.J. Kim and D.Y. Yang, Rigid-plastic finite element analysis of hydrostatic bulging of elliptic diaphragms using Hill's new criterion, Int.J.Mech.Sci.,Vol.31,pp193-207, 1989.
 8. R. Hill, Theoretical plasticity of textured aggregates, Math. Proc. Camb. Phil. Soc., Vol.85,pp179-191,1979.
 9. D.Y. Yang, Y.J. Chung and H.B. Shim, "Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes with initial guess generation", Int.J.Mech.Sci.,Vol.32, No.8,pp687-708, 1990.
 10. 정동원, 송인섭, 양동열, 이장희, "유한요소법을 이용한 박판성형의 단면해석과 자동차 금형설계에의 응용", 대한기계학회 춘계학술대회논문집(I),pp380-383,1992.